Maria Rosângela Silva Barros
Nídia Marinela Da Silva Ribeiro
Fabio José Da Costa Alves

A Modelagem Matemática no Ensino com a Reciclagem

Parauapebas
2022

Maria Rosângela Silva Barros
Nídia Marinela Da Silva Ribeiro
Fabio José Da Costa Alves

Modelagem Matemática

Ensinando Matemática Com Reciclagem

Parauapebas
2022

BARROS, Maria Rosangela Silva; RIBEIRO, Nídia Marinela da Silva; ALVES, Fábio José Costa da; Modelagem Matemática no ensino com reciclagem, adição com um algarismo utilizando réguas recicladas, multiplicação de polinômios com calculadora reciclada. Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2022.

ISBN: 978-65-997741-1-9

Modelagem Matemática. Ensino de Matemática. Adição. Multiplicação. Polinômio. Reciclagem.

SUMÁRIO

1 **APRESENTAÇÃO** 4
2 **O LIXO E O PROBLEMA AMBIENTAL** 5
3 **A RECICLAGEM** 6
4 **ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA E O USO DE MODELAGEM** 11
5 **CONSTRUÇÃO DE MATERIAIS PEDAGÓGICOS COM RECICLADOS** 12
5.1 ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO NÚMEROS INTEIROS NA PERSPECTIVA DO LIVRO DIDÁTICO 12
5.2 ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO NÚMEROS INTEIROS NA PERSPECTIVA DA MODELAGEM MATEMÁTICA 14
5.2.1. RETA NUMÉRICA 14
5.3 MULTIPLICAÇÃO DE POLINÔMIOS 17
5.4 MULTIPLICAÇÃO DE POLINÔMIOS NA PERSPECTIVA DA MODELAGEM MATEMÁTICA 19
5.4.1. CALCULADORA DE POLINÔMIOS COM UMA VARIÁVEL 19
6 **CONSIDERAÇÕES FINAIS** 26

1 APRESENTAÇÃO

A Matemática tem se apresentado de uma forma bastante intensa na vida das pessoas. É uma disciplina fascinante e está presente em todos os lugares e em todas as profissões. Nota – se que grande parte dos alunos apresenta dificuldades no aprendizado ou até mesmo de relacionar os conteúdos estudados na escola com as realidades enfrentadas no convívio do trabalho e da sociedade. Neste contexto, a Modelagem Matemática permite uma aprendizagem diferenciada buscando aproximar a sala de aula das situações do cotidiano.

Este trabalho aborda atividades de Modelagem Matemática enquanto metodologia de ensino e caracteriza a elaboração de um produto educacional vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática – PPGEM, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, instituído na Universidade do Estado do Pará – UEPA.

Abordaremos sobre a problematização do lixo bem como a importância da reciclagem, apresentando algumas atividades de modelagem matemática usando materiais recicláveis para propiciar um ambiente de aprendizagem que além de vincular a matemática escolar com o cotidiano do aluno, estimula a sua conscientização quanto ao reaproveitamento de materiais alternativos, fazendo uso da imaginação e a criatividade.

Consiste na confecção de materiais pedagógicos utilizando recicláveis para aplicação em sala de aula. A proposta é a construção de retas numéricas para soma e subtração com um algarismo e a construção de ábaco para soma com dois ou mais algarismos, esse material é voltado principalmente para os alunos do 6º ano com déficit de aprendizado. E também a construção de uma “calculadora” para a multiplicação de polinômios.

O público alvo deste trabalho são os professores de matemática do ensino fundamental, que poderão desenvolver com seus alunos atividades com o uso de materiais recicláveis sanando as dificuldades em alguns conteúdos, levando pra sala de aula uma nova perspectiva de aprendizagem.

2 O LIXO E O PROBLEMA AMBIENTAL

O lixo sempre existiu desde a criação do mundo e de acordo com o desenvolvimento da humanidade, a quantidade de lixo também foi aumentando. No princípio os problemas ocasionados pela geração de lixo não agravavam grandes preocupações, pois sua composição era praticamente orgânica e a própria natureza se encarregava de fazer essa reciclagem.

Mas com o passar do tempo, em meio a tanta tecnologia, o fator “lixo” foi se agravando devido o surgimento de muitos tipos de lixos, e os mais agravantes são aqueles que levam décadas para se decompor. Ou seja, a produção de lixo sempre foi um fator preocupante, principalmente por não se saber o que fazer com ele. E a partir do momento que as pessoas fixaram moradia, os lixos só iriam se acumular. E o que fazer? Qual destino direcioná-los?

> Ribeiro e Morelli (2009) afirmam que a sociedade industrial multiplicou a quantidade de lixo e sua diversidade. Acrescentam, ainda, que essa sociedade tem contribuído com a crescente geração de lixo pós-consumo devido à obsolescência programada[3], à descartabilidade e à mudança nos padrões de consumo – excessivo e supérfluo – geralmente produzindo lixo que a natureza não consegue reciclar naturalmente.
>
> Então ao lixo orgânico acrescentou-se o lixo domiciliar, comercial, hospitalar, industrial, civil, entre outros. Todo eles, principalmente o industrial, pode conter substâncias tóxicas, apresentando potencial de risco cada vez maior à saúde humana e ao ecossistema. Assim é necessário exigir do poder público ações para evitar a poluição da água e do solo e a contaminação de seres humanos no contato com esse material (DEMAJOROVIC, LIMA, 2013). Complementando essa afirmativa, Ribeiro e Morelli (2009) enfatizam que o lixo é resultado das práticas de consumo e dos métodos de produção e, consequentemente, variam tanto na composição quanto no volume. E a partir do momento que essa problemática passou a existir, a técnica da reciclagem surgiu para tentar amenizar esses problemas causados pela própria humanidade.

3 A RECICLAGEM

É o processo de desenvolvimento onde há a transformação do resíduo sólido que não seria utilizado, com mudanças em seus estados físico, físico-químico ou biológico, de modo a atribuir características ao resíduo para que ele se torne novamente matéria-prima ou produto, segundo a Política Nacional de Resíduos Sólidos (PNRS).

A reciclagem tornou-se uma perspectiva possível para tentar solucionar a questão dos problemas ambientais, sem, contudo, ameaçar as bases do sistema. Assim como a construção de aterros, entre outras técnicas desenvolvidas, apresentou-se como alternativa capaz de amenizar a preocupação coma questão de resíduos gerados.

Foladori (2001) ressalta, ainda, que os impactos da Ciência e Tecnologia têm sua análise voltada ao conteúdo material, e não à forma social[2], ou seja, a análise acaba se restringindo à poluição, à degradação e à geração de resíduos, ao resultado técnico do processo, ficando a forma e os impactos sociais à mercê desse processo. Ciência e Tecnologia são consideradas inexoráveis ao progresso e qualquer manifestação à contramão desse processo é rapidamente censurada e repreendida, principalmente por aqueles que mantêm suas condições de controle eopressão através dela.

De acordo com a opinião dos autores citados, “tamanha expansão da economia mundial, associada ao grande aumento do consumo, tem gerado uma série de problemas socioambientais” (DEMAJOROVIC, LIMA, 2013, p.18).

Se, por um lado, ignorava-se qualquer possibilidade de redução na geração de resíduos, seja no processo produtivo ou no consumo, por outro, como resultado das políticas ambientais

[2] Foladori (2001) explicita claramente a diferenciação entre forma social e conteúdo material. Para o autor, conteúdo material está relacionado à relação do trabalhador com a técnica; a forma, por sua vez, está relacionada a como os indivíduos relacionam-se entre si para produzir, relacionando propriedade e/ou apropriação de meios de produção e da natureza externa, o que determina notavelmente o processo de produção.

Desde então, a questão do lixo, mais tarde chamado de resíduo sólido, chamou a atenção de muitos e se tornou uma problemática ambiental. Jacobi e Besen (2011) acrescentam que a intensa urbanização e a expansão do consumo, aliadas ao crescimento e à longevidade da população, proporcionada pela evolução da ciência, têm contribuído sobremaneira para uma produção absurdamente grande de lixo.

Na década de 1960 e do começo dos anos de 1970, a maioria dos países da OCDE eliminaram os vazadouros a céu aberto – mais conhecidos como lixão[4] –, encaminhando o lixo para aterros e incineradores[5] (DEMAJOROVIC, LIMA, 2013).

O objetivo principal do aterro era propiciar um local dotado de tecnologia para o recebimento dos resíduos domésticos ou industriais[6], a fim de evitar o comprometimento do lençol freático e do ar.

Na década de 1960, sem a preocupação com as questões ambientais, os incineradores operavam despreocupadamente e tiveram início os movimentos ambientalistas e os questionamentos decorrentes de diversos desastres ambientais. Com isso, o uso dos incineradores passou a ter que respeitar padrões cada vez mais restritivos em relação às emissões de gases de materiais particulados (DEMAJOROVIC, LIMA, 2013).

Cordier et al. (2004) comentam que a incineração traz sérios riscos à saúde, uma vez que produz emissões atmosféricas que podem ser nocivas,

---

[4] Nos lixões, o material é despejado em estado bruto, em terreno sem nenhum preparo técnico e sem tratamento dos efluentes líquidos derivados da decomposição do lixo. Além disso, os vazadouros apresentam uma peculiaridade em relação às outras técnicas no que diz respeito ao aspecto social, já que representam fonte de renda e alimento para uma parcela da população. Os vazadouros são locais de retirada de alimento e materiais recicláveis para venda. Essa população sofre acentuadamente com os vetores de doenças e das substâncias tóxicas presentes no lixão.

[5] No Brasil, apenas após a Política Nacional de Resíduo Sólido, promulgada em 2010, é que passou a ser obrigatório o Plano Municipal de Gestão Integrada de Resíduos Sólidos ou Plano de Gerenciamento de Resíduos Sólidos, concedendo prazo de dois anos para o encerramento dos lixões. Muitas cidades empregaram usinas de triagem de materiais recicláveis como solução para a destinação do resíduo.

[6] Os aterros industriais, conforme classificação da ABNT NBR 10.004/2004, devem ser dotados de tecnologias específicas devido à composição tóxica nociva dos resíduos.

como gases, partículas, substâncias tóxicas, metais pesados, compostos orgânicos, entre outras substâncias que são emitidas durante a queima dos resíduos e que ficam acumuladas na atmosfera. As consequências da inalação desses gases vão do desenvolvimento de cânceres até problemas na gestação.

Ribeiro e Morelli (2009, p. 5) destacaram que o histórico dos resíduos sólidos era alarmante e necessitava de atenção. De acordo com os autores, “entre as décadas de 1970 e 1990, enquanto a população mundial cresceu 18%, a quantidade de resíduos gerados cresceu 25% no mesmo período”. E relacionando à necessidade inadiável de repensar a geração de lixo por meio de redução da produção e do consumo de produtos. As gestões públicas estão caminhando para discutir a formulação de planos de gestão de resíduos com uso intensivo de tecnologia.

Assim sendo, foram criados estratégias e símbolos para o empenho de lidar com o lixo, sem gerar muitos prejuízos.

Esse símbolo representa a reciclagem:

Projetoterranova.blogspot.com

Ele faz parte dos três “R’s” ou “erres”: reciclagem, reutilização e redução.
A reciclagem é diferente da reutilização e da redução. Na reutilização há apenas a utilização do item para outra função e a redução consiste em diminuir o consumo de determinados produtos.

Compreender o que é reciclagem não é difícil: trata-se de pegar algo que não tem mais serventia e transformá-lo novamente em matéria-prima para que se forme um item igual ou sem relação com o anterior. Isso é desenvolvido de várias formas e vemos o resultado desse processo no nosso cotidiano.

Como reciclar?

Através de várias formas dá-se um destino seu lixo para reciclagem. No início, se um objeto for reciclável (, basta descartá-lo de forma correta nos cestos apropriados. Porém, nem todos os bairros, condomínios e casas possuem serviço de coleta seletiva e muitas vezes o descarte pode ser feito por meio de postos independentes Em outras ocasiões, a prefeitura municipal se encarrega desse serviço, também é importante dizer que o avanço tecnológico pode fazer com que um item que atualmente não é reciclável, torne-se reciclável no futuro.

Para objetos os que já são recicláveis, é preciso ter alguns cuidados especiais antes de enviá-los para coleta seletiva. Veja alguns exemplos:

vidaacao.com.br

Plástico

Equivale em transformar os plásticos (tanto os oriundos de sobra industrial – sobras virgens do processo produtivo – quanto os descartados pós-consumo – materiais recuperados no lixo por meio da coleta seletiva) em pequenos grânulos, que podem ser utilizados na produção de novos materiais, como sacos de lixo, pisos, mangueiras, embalagens não-alimentícias, peças de automóveis etc.

Papel

Devido a grande quantidade de papel que é consumida no mundo é produzido graves problemas ambientais, como o desmatamento de florestas. Para conter esse problema, uma das soluções é a reciclagem, que reaproveita o papel usado para produzir outro novo em folha; esse processo é simples e barato.

Vidro

Os vidros para serem reciclados são misturados com matéria-prima nova, e em média as garrafas de vidro são compostas em cerca de 60% de vidro reciclado. Dependendo da cor, esse percentual ainda pode chegar a 90%. Dessa forma, resíduos de vidro são uma importante fonte de matéria-prima para a fabricação de novas embalagens de vidro.

Metais

O metal pode ser reciclado inúmeras vezes, além disso, o metal reciclado tem praticamente todas as propriedades do metal comum. Os metais possuem elevada durabilidade e resistência mecânica e são utilizados para a fabricação de inúmeros itens, como latas, móveis, peças automotivas, utensílios de cozinha, fios elétricos, etc.

Qual a importância da reciclagem?

A reciclagem favorece atividades rentáveis gerando novos empregos, diminui a quantidade de resíduos (lixo não reciclável) enviados para aterros sanitários ou depósitos de lixo, prolongando a vida útil desses locais.

4 ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA E O USO DE MODELAGEM

O ensino da matemática tem sido alvo de muitos estudos ao longo do tempo, visto que muitos alunos apresentam fragilidade no aprendizado de alguns conteúdos de matemáticos, diante da necessidade de se buscar novas estratégias de ensino de Matemática, frente ao baixo rendimento de nossos alunos e a fim de minimizar os já reiterados problemas do ensino, o presente trabalho, ao reconhecer a importância da Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino que deve ser incorporada à prática pedagógica do professor, tem como objetivo propor materiais concreto que contribua no processo de ensino aprendizagem da matemática agregada a educação ambiental aproximando o concreto do abstrato, colaborando na criação de novos recursos didáticos que vinculem a interdisciplinaridade e a participação ativa do aluno na reflexão da preservação do meio ambiente.

D´Ambrosio (2002) argumenta que o ciclo de aquisição do conhecimento é deflagrado a partir dos fatos da realidade; a construção do conhecimento matemático e pode ser mais eficiente se emergir de fenômenos que têm origem na realidade. A Modelagem Matemática permite estabelecer relação entre a Matemática dos programas escolares e a realidade do estudante.

Geralmente as atividades matemáticas tem sido trabalhadas de forma mecânica e repetitiva, ao trabalhar as atividades normalmente os professores apresentam uma lista de exercícios sem aplicabilidade o que torna o aprendizado sem sentido.

Para Bassanezi “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2002, p.16).

A Modelagem Matemática, além de ser uma tendência que proporciona uma articulação entre os conceitos matemáticos e a realidade, pode ser vista, também, numa perspectiva que valoriza o pensamento crítico e reflexivo do aluno.

Sobre o assunto, Almeida (2003, p.2) diz que:

> Neste sentido podemos argumentar que o ensino da matemática, numa perspectiva crítica, não está centrado em ensinar os alunos a desenvolver e criar modelos matemáticos, mas além disso, é importante que o aluno possa interpretar e agir em situações sociais estruturadas ou influenciadas por estes modelos.

Abordaremos o ensino-aprendizagem de matemática e o uso de modelagem na escola. Destaca-se que há diversos tipos de dificuldades no que se refere ao ensino-aprendizagem de matemática no ensino fundamental, tanto por parte dos alunos como por parte dos professores, podendo assim ser facilmente identificável o desinteresse dos alunos pela disciplina; a dificuldade em abandonar o paradigma do exercício; a existência da forte influência da escola tradicional (professor dono do saber); a ausência de estratégias de ensino e metodologias mais dinâmicas e contextualizadas e outras mais. Na construção do material (reta numérica, ábaco e calculadora de polinômios), a finalidade é propor uma reflexão sobre Modelagem Matemática e propor aulas usando produtos de Modelagem Matemática, em conteúdo do ensino fundamental e a manipulação de materiais recicláveis que fazem parte do contexto social do aluno.

5 CONSTRUÇÃO DE MATERIAIS PEDAGÓGICOS COM RECICLADOS

5.1 ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO NÚMEROS INTEIROS NA PERSPECTIVA DO LIVRO DIDÁTICO

A adição é a operação matemática mais básica e pode ser feita com qualquer tipo de número. Porém, em um primeiro momento, são usados apenas números inteiros e maiores que zero. A seguir, discutiremos a técnica usada para calcular adições.

Técnica para realizar a adição

A soma deve ser feita por meio dos valores posicionais dos algarismos de cada número, a começar pelas unidades. Primeiro, somamos as unidades, depois, as dezenas, em seguida, as centenas e, assim, prosseguimos até finalizar a adição. Observe a soma de 145 e 223 na tabela a seguir:

	Centena	Dezena	Unidade
	1	4	5
	2	2	3
Resultado	3	6	8

Assim, as **somas** dos **valores posicionais** são:

- Na coluna das unidades: 3 + 5 = 8;
- Na coluna das dezenas: 4 + 2 = 6;
- Na coluna das centenas: 1 + 2 = 3.

Logo, o resultado dessa soma é 368, pois esse número é formado por três centenas, seis dezenas e oito unidades.

Podemos, portanto, pensar em uma técnica que dispense o uso da tabela. Para isso, escrevemos um dos números sobre o outro e **somamos** os algarismos que estão exatamente um sobre o outro:

$$\begin{array}{r} 145 \\ +\,223 \\ \hline 368 \end{array}$$

Subtração é uma das quatro operações matemáticas básicas na qual, para cada dois valores, um é subtraído do outro, ou seja, uma quantidade é retirada de outra, e o valor restante é o resultado dessa operação.

Em uma subtração a – b = c, a é chamado minuendo, b é chamado subtraendo e c é chamado resto ou diferença. O número c é o resultado da subtração.

Algoritmo da subtração

é uma técnica que pode ser usada para diminuir números a fim de obter sua diferença. Em outras palavras, é uma técnica para subtrair.

Esse algoritmo é muito parecido como o da soma. Para usá-lo, devemos colocar os números a serem subtraídos um sobre o outro, de modo que seus valores

posicionais estejam alinhados, isto é, unidade sobre unidade, dezena sobre dezena, e assim por diante.

Devemos observar, nesse **algoritmo**, que o menor número sempre será **subtraído** do maior. Isso significa que o maior número deve ser colocado sobre o menor para ser transformado automaticamente em minuendo, mesmo que não o seja. O que muda de problema para problema é a análise do resultado.

Dessa forma, 10 – 5 = 5, por exemplo. Entretanto, 5 – 10 = – 5. Em ambas as **subtrações**, o resultado tem o mesmo valor absoluto (módulo), mas, ao analisar qual foi o número subtraído, atribuímos o sinal correto ao resultado.

Para realizar a subtração, primeiramente, **subtraia** os **algarismos** que representam as unidades, em seguida, os algarismos das dezenas e assim por diante, até que não haja mais subtrações a serem feitas.

5.2 ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO NÚMEROS INTEIROS NA PERSPECTIVA DA MODELAGEM MATEMÁTICA

5.2.1. RETA NUMÉRICA

Precisamos valorizar o ensino de maneira que o conhecimento seja interessante, prazeroso e estimulante para os alunos. Partindo dessa abordagem, a Modelagem Matemática é uma estratégia adequada. O professor precisa proporcionar momentos de reflexão sobre temas pertinentes aos alunos. Durante as aulas normalmente surgem problemas da vida real, cujas soluções requerem análise, investigação, busca de informações e dados relacionados ao tema, seleção de variáveis, formulação de hipóteses, simplificação, análise das soluções encontradas e validação do modelo construído vinculado ao tema inicialmente proposto. Devemos aproveitar esses problemas da vida real, com significado para os alunos, para introduzir conteúdos de matemática aplicando a proposta Modelagem Matemática.

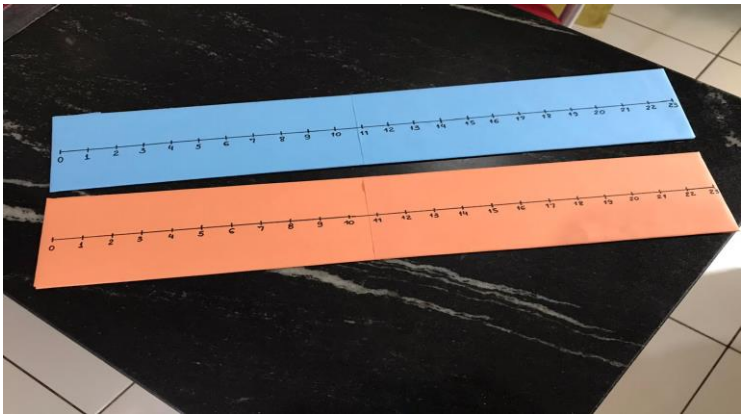
Tendo em vista a necessidade de inovação nas aulas de matemáticas, bem como os desafios enfrentados pelos professores em sala de aula com alunos com defasagem de conteúdo, propomos uma aula de adição e subtração não só com pincel, pagador e livro didático, mais também com materiais manipuláveis buscando uma aula mais atrativa. Propomos uma reta

numérica, confeccionado a partir de materiais recicláveis onde os alunos poderão manipular os materiais tornando a aprendizagem mais significativa.

Materiais

- ✓ E.V.A
- ✓ Régua
- ✓ Tesoura
- ✓ Cola
- ✓ Pincel

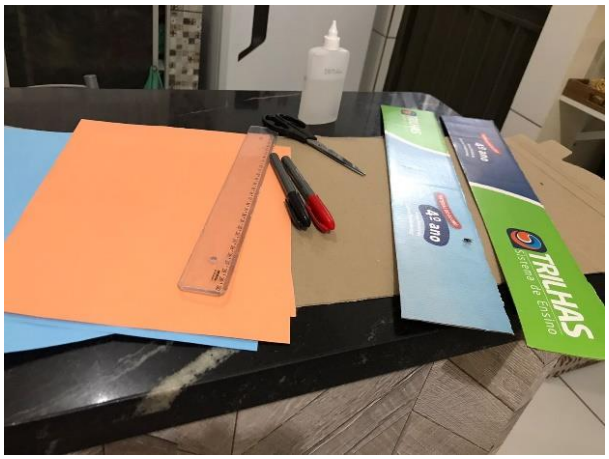
Passo a passo



Fonte: os autores

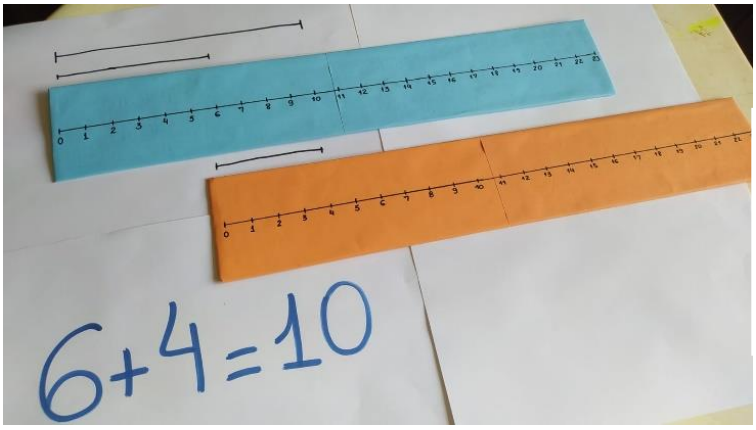
1. Corte o E.V.A no formato retangular.
2. Cole no papelão com as mesmas medidas pera formar uma base firme.
3. Desenhe a reta com o auxílio de uma régua

Fonte: os autores



Fonte: os autores

Como utilizar.



Fonte: os autores

1. A partir de uma situação de adição como: 6+4
2. Destaca as 6 unidades em uma reta e 4 unidades na outra reta.
3. Uni as duas retas e pede para o aluno conferir quantos espaços há nas duas retas juntas.
4. Outra opção é destacar na mesma reta as duas quantidades e pedir pra o aluno verificar a distância.
5. Pode ser individual
6. Em duplas e/ou grupos.
7. Pode ser feito em forma de disputa, entre duas equipes.

A reta pode ser utilizada tanto para soma como para a subtração, usando o mesmo conceito de distância. É algo simples mais que pode facilitar a compreensão dos alunos, principalmente aqueles vêm do fundamental I e chegam no 6º ano com esse déficit no conteúdo. Muitos acham até desinteressante aprender Matemática, por não conseguirem associar os conceitos e as abstrações a uma aplicação para realidade concreta; cabe ao professor encontrar formas e meios possíveis que façam com que os alunos aprendem de maneira significativa; utilizar um material concreto vai ajudar os alunos a verem a matemática com uma disciplina útil e importante para a vida, sem contar que pode ser associada com situações da vida, como a distância entre a casa do aluno e a escola por exemplo, e assim estimulas esses alunos a aprender e utilizar matemática em diferentes situações.

Para Biembengut e Hein (2013, p.13), “pode-se dizer que matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem ´e um meio de fazê-los interagir”.

5.3 MULTIPLICAÇÃO DE POLINÔMIOS

POLINÔMIO

Definição

Dada uma sequência de número complexo **(a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, ..., a_2, a_1, a_0)**, definimos como **função polinomial** ou simplesmente **polinômio**, é toda função definida pela relação $P(x)=a_nx^n + a_{n-1}.x^{n-1} + a_{n-2}.x^{n-2} + ... + a_2x^2 + a_1x + a_0$.

Onde:

a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, ..., a_2, a_1, a_0 são números reais chamados coeficientes

MULTIPLICAÇÃO DE DOIS POLINÔMIOS

Definição:

Dados dois polinômios: $f(x)=\sum_{i=0}^{n} a_i x^i$ e $g(x)=\sum_{i=0}^{m} b_i x^i$, chamamos de produto de f e g o único polinômio P, tal que $P(x) \equiv f(x) \cdot g(x)$. Este polinômio é obtido multiplicando cada termo de f por todos os termos de g, isto é:

O produto f(x). g(x)=P(x), onde $P(x)=\sum_{i=0}^{n+m} c_i x^i$, sendo $C_k=\sum_{i=0}^{k} a_i b_{k-i}$.

Propriedades

Sendo $f(x)=\sum_{i=0}^{n} a_i x^i$, $g(x)=\sum_{i=0}^{m} b_i x^i$ e $h(x)=\sum_{i=0}^{t} c_i x^i$ três polinômios quaisquer, são válidas as seguintes propriedades:

1ª) $f(x) \cdot g(x) \equiv g(x) \cdot f(x)$ (comutativa)

$f(x).g(x)=\sum_{k=0}^{n+m}(\sum_{i=0}^{n+m} a_i b_{k-i})x^k = \sum_{k=0}^{n+m}(\sum_{l=0}^{n+m} a_{k-l} b_l)x_X^k = g(x).f(x)$, onde $k-i=l \Rightarrow i=k-l$.

2ª) $f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) \equiv (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x)$ (associativa)

3ª) $f(x) \cdot (g(x) + h(x)) \equiv f(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot h(x)$ (distributiva)

$$f(x)=\sum_{i=0}^{m}a_i x^i\ ,\ g(x)=\sum_{i=0}^{n}b_i x^i \text{ e } h(x)=\sum_{i=0}^{n}c_i x^i$$

$$f(x)[g(x)x+h(x)]=$$

$$f(x)[\sum_{i=0}^{n}(b_i+c_i)x^i]=$$

$$\sum_{k=0}^{m+n}[\sum_{i=0}^{m+n}a_i(b_{k-i}+c_{k-i})]x^k=$$

$$\sum_{k=0}^{m+n}[\sum_{i=0}^{m+n}(a_i b_{k-i}+a_i c_{k-i})]x^k=$$

$$\sum_{k=0}^{m+n}[\sum_{i=0}^{m+n}a_i b_{k-i}+\sum_{i=0}^{m+n}a_i c_{k-i}]x^k=$$

$$\sum_{k=0}^{m+n}(\sum_{i=0}^{m+n}a_i b_{k-i})x^k+\sum_{k=0}^{m+n}(\sum_{i=0}^{m+n}a_i c_{k-i})x^k=$$

$$f(x).g(x)+f(x).h(x)$$

MULTIPLICAÇÃO DE UM POLINÔMIO POR UM ESCALAR

Definição

Seja o polinômio $f(x)=\sum_{i=0}^{n}a_i x^i$ e um escalar $\alpha\in \mathrm{R}$ temos que $\alpha f(x)=h(x)$.

Onde $h(x)=\sum_{i=0}^{n}c_i x^i$,em que $c_i=\alpha a_i \forall i\in(1,2,...,n)$.

Propriedade:

Dados $f(x)=\sum_{i=0}^{n}a_i x^i$ e $g(x)=\sum_{i=0}^{n}b_i x^i$:

1º) $\alpha(f(x)+g(x))=\alpha f(x)+\alpha g(x)=$

$$\alpha(f(x)+g(x))=$$
$$\alpha(\sum_{i=0}^{n}a_i x^i+\sum_{i=0}^{n}b_i x^i)=$$
$$\alpha\sum_{i=0}^{n}(a_i x^i+b_i x^i)=$$
$$\sum_{i=0}^{n}(\alpha a_i x^i+\alpha b_i x^i)=$$
$$\sum_{i=0}^{n}\alpha a_i x^i+\sum_{i=0}^{n}\alpha b_i x^i=$$
$$\alpha\sum_{i=0}^{n}a_i x^i+\alpha\sum_{i=0}^{n}b_i x^i=$$
$$\alpha f(x)+\alpha g(x)$$

2º) $(\alpha+\beta)f(x)=\alpha f(x)+\beta f(x)$

$$(\alpha+\beta)f(x)=(\alpha+\beta)\sum_{i=0}^{n}a_i x^i$$
$$=\sum_{i=0}^{n}[(\alpha+\beta)a_i x^i$$
$$=\sum_{i=0}^{n}(\alpha a_i x^i+\beta a_i x^i)$$
$$=\alpha\sum_{i=0}^{n}a_i x^i+\beta\sum_{i=0}^{n}a_i x^i$$
$$=\alpha f(x)+\beta f(x)$$

5.4 MULTIPLICAÇÃO DE POLINÔMIOS NA PERSPECTIVA DA MODELAGEM MATEMÁTICA

5.4.1. CALCULADORA DE POLINÔMIOS COM UMA VARIÁVEL

Para VIECILI (2006), Modelagem Matemática é, acima de tudo, uma proposta alternativa que vem para auxiliar o educador em suas perspectivas; é algo a ser explorado e aprofundado. A Modelagem Matemática é livre e espontânea e surge da necessidade do homem em compreender os fenômenos que o cercam para interferir ou não em seu processo de construção.

Diante das dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem da disciplina de Matemática, precisamos estar constantemente pensando em metodologias inovadoras que que venham possibilitar a compreensão dos alunos nos conteúdos trabalhados, levando o aluno a vê a matemática como uma disciplina incrível e presente em nossa vida. Trabalhar polinômios no 8º ano do ensino fundamental, é bem desafiador, visto que muitos alunos demonstram dificuldade na compreensão do conteúdo, nossa proposta é apresentar uma metodologia mais dinâmica para a abordagem desse conteúdo.

Materiais

- ✓ Caixa de papelão
- ✓ Tesoura
- ✓ Cola
- ✓ Pincel
- ✓ Pedaços de papel
- ✓

Passo a passo

Fonte: os autores

1. Corta um pedaço de papelão em forma retangular, que var ser a base.
2. Cortas dois pedaços retangulares e iguais e faz umas circunferências que é onde vão aparecer os coeficientes numéricos.
3. Os círculos que você tirar já serve pra você colocar na parte de cima com o grau do polinômio.
4. Cola os retângulos nas laterais do comprimento deixando a largura e o meio sem colar que é onde vai passar o a ficha com os coeficientes numéricos do polinômio.

5. Faça as fixas de pedaços de papel retangulares de acordo com a medida dos retângulos que foram colados anteriormente na base.
6. Escreva os coeficientes numéricos dos polinômios nas fixas, umas fichas para cada polinômio.

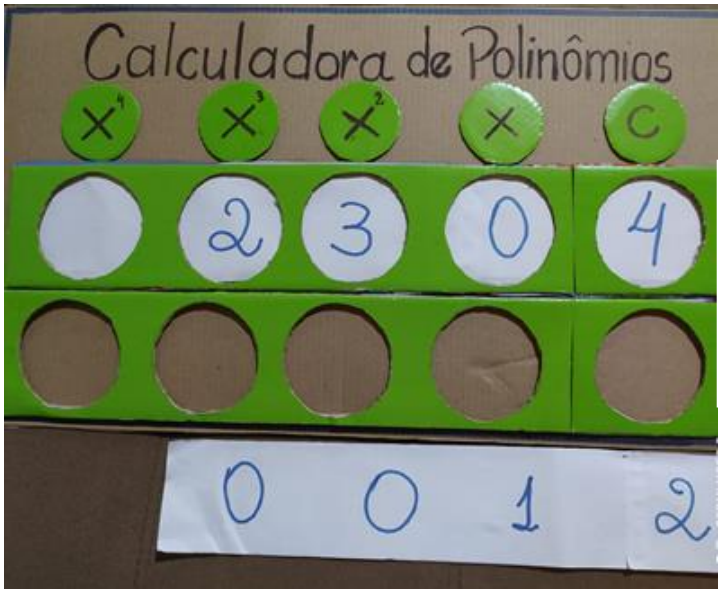
As fichas são descartáveis, para cada multiplicação serão escritas novas fichas de acordo com os coeficientes numéricos dos polinômios a serem multiplicados.

Como utilizar

Dados os polinômios $2x^3 + 3x^2 + 4$ e $2x^3 + x^2$

Vamos multiplicar $2x^3 + 3x^2 + 4$ por $2x^3 + x^2$

Inicialmente escrevemos os coeficientes numéricos do polinômio $2x^3 + 3x^2 + 4$ em uma das fichas (observe que o termo que o polinômio não tiver será preenchido na ficha com o 0) e coloca no primeiro espaço da calculadora, (essa ficha fica fixa) em seguida coloca os coeficientes numérico do polinômio $2x^3 + x^2$ na outra ficha, porém em ordem contrária, começando pelo último termo e, como na primeira, preenchendo os termos faltantes com o 0.

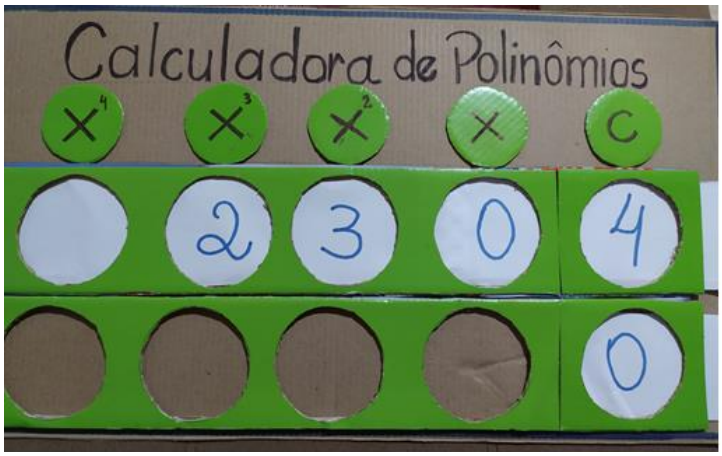


Fonte: os autores

Colocar os coeficientes na ordem correta é muito importante.

O primeiro número da segunda ficha indica a posição da resposta, por exemplo quando o primeiro número estiver no C o resulta é a constante, quando estiver no x o resultado da multiplicação será o coeficiente do x, quando estiver no x^2 o resultado da multiplicação será o coeficiente do x^2 e, assim, sucessivamente.

Agora vamos iniciar a multiplicação, para isso colocamos a segunda ficha no primeiro espaço, como mostra a figura ao lado.
Em seguida fazemos multiplicamos 4x0= 0 o que corresponde ao coeficiente do polinômio.



Fonte: os autores

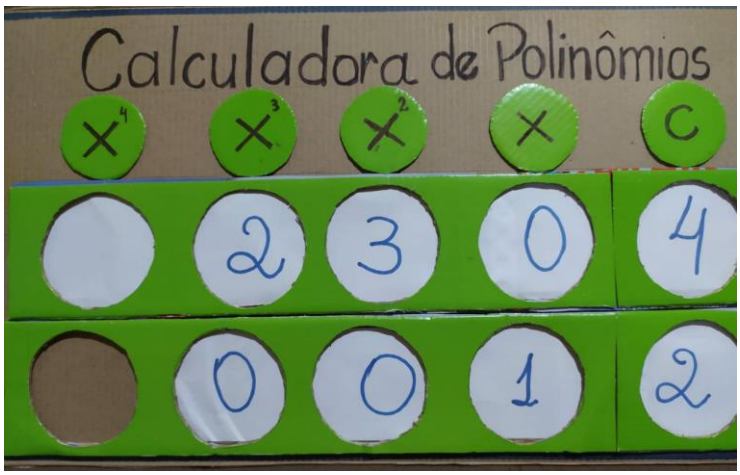
Em seguida deslocamos a segunda ficha para a próxima casa que é do x e multiplicamos 4.0 e 0.0 e somamos os resultados, 4.0+0.0=0, obtemos o coeficiente de x, ou seja, 0X.

Fonte: os autores

Deslocamos agora a segunda ficha para o próximo espaço que é do x^2 fazemos as multiplicações e somamos os resultados:
1.4+0.0+0.3=4, obtemos o coeficiente de x^2, ou seja, $0x^2$

Fonte: os autores

Em seguida deslocamos a segunda ficha para o próximo espaço que é do x^3 e fazemos as multiplicações e somamos os resultados:
2.4+1.0+0.3+0.2 = 8, obtemos o coeficiente de x^3, ou seja, $8x^3$



Fonte: os autores

Deslocamos agora a segunda ficha o próximo espaço que é do x^4 e fazemos as multiplicações e somamos os resultados:
2.0+1.0+1.3+0.2 = 3, obtemos o coeficiente de x^4, ou seja, $3x^4$

Fonte: os autores

E, dando continuidade deslocamos a segunda ficha para o próximo espaço que é do x^5 e fazendo as multiplicações e somando os resultados:

2.3+1.2 = 8, obtemos o coeficiente de x^5, ou seja, $8x^5$.

Fonte: os autores

ATENÇÃO

Embora o x^5, x^6....., não estejam escritos na calculadora, explique para os alunos que os resultados seguem a ordem do grau do polinômio, ou seja, na calculadora temos somente até o grau 4, porem como resposta podemos ter um grau maior, como em nosso exemplo teremos até o grau 6.

E finalmente vamos concluir deslocando o último coeficiente da segunda ficha cujo resultado corresponde ao coeficiente de x^6 fazemos as multiplicações e somamos os resultados:

2.2 = 4, obtemos o coeficiente de x^6, ou seja, $4x^6$.

Fonte: os autores

Finalizamos organizamos os resultados do produto $2x^3 + 3x^2 + 4$ por $2x^3 + x^2$

$4x^6 + 8x^5 + 3x^4 + 8x^3 + 4x^2 + 0x + 0 = 4x^6 + 8x^5 + 3x^4 + 8x^3 + 4x^2$

De maneira bem simples e dinâmica ao usar a calculadora o aluno terá realizado os seguintes cálculos:

- ✓ 0.4 = 0C
- ✓ 0.4+0.0 = 0x
- ✓ 1.4+0.0+0.3 = $4x^2$
- ✓ 2.4+1.0+0.0+0.2 = $8x^3$
- ✓ 2.0+1.3+0.2 = $3x^4$
- ✓ 2.3+1.2 = $8x^5$
- ✓ 2.2 = $4x^6$

Após o manuseio da calculadora e a execução dos cálculos, fica fácil organizar os resultados. Pode ser feito também uma tabela, como mostra a figura abaixo, e durante o uso da calculadora os dados podem ser anotados na tabela para facilita a organização.

X^6	X^5	X^4	X^3	X^2	X	C
$4x^6$	$8x^5$	$3x^4$	$8x^3$	$4x^2$	0x	0

Fonte: os autores

Lembrando que se os sinais forem diferentes, segue os mesmos procedimentos, porém acrescenta o jogo dos sinais.

Sugerimos que a calculadora pode ser trabalhada individual, em duplas, e também em forma de disputa com grupos, (como um jogo) ou seja, tem várias maneiras que o professor pode estar dinamizando suas aulas de multiplicação de polinômios utilizando a calculadora.

Smole; Diniz; Milani (2007) afirmam que:

> Todo jogo por natureza desafia, encanta, traz movimento, barulho e uma certa alegria para o espaço no qual normalmente entram apenas o livro, o caderno e o lápis. Essa dimensão não pode ser perdida apenas porque os jogos envolvem conceitos de matemática. Ao contrário, ela é determinante para que os alunos sintam-se chamados a participar das atividades com interesse (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007, p. 10).

Silva (2016, p.185) argumenta que “a Matemática trabalhada por meio da metodologia da modelagem traz sentido para a aprendizagem daqueles alunos que não querem ser matemáticos.”

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho buscou desenvolver uma metodologia pratica para o ensino – aprendizagem de multiplicação de polinômios, com o objetivo de contribuir com o ensino dessa operação concomitante ao ensino da linguagem algébrica e a modelagem matemática, utilizando materiais recicláveis e acessíveis aos alunos.

As operações com polinômios geralmente são vistas pelos alunos como conteúdo de difícil compreensão, talvez pela forma abstrata como é ensinada na maioria das vezes. Precisamos pensar em metodologias que venham despertar o interesse dos alunos em descobrir o prazer em estudar matemática. Acreditamos que ao manusear o material concreto esse interesse seja despertado, principalmente se tratando de um material simples e acessível. O uso da calculadora de polinômios sob um panorama otimista em sala de aula pode melhorar a relação do aluno com o conteúdo de polinômio.

A Modelagem Matemática, aplicada no processo de reciclagem busca despertar no alunos um olhar diferenciado para a disciplina, despertar o gosto e o interesse pela Matemática, contribuindo para que o estudante tenha condições de interpretar e resolver problemas de matemática e de todas as áreas do conhecimento.

Com o presente trabalho, esperamos contribuir para um ensino de polinômios mais agradável, adquirindo experiências significativas, desenvolvendo habilidades em resolver situações problemas do cotidiano do aluno, enfim, almejamos colaborar para uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos nas atividades voltadas à realidade, bem como superar suas dificuldades e despertar uma maior motivação pela disciplina.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. **Modelagem Matemática em sala de aula: em direção à educação matemática crítica**. Anais III CNMEM, Piracicaba,2003, pp10.

_____; BESEN, Gina Rizpah. Gestão de resíduos sólidos em São Paulo. **Estudos avançados**,São Paulo, v. 25, nº 71, 2011.

BASSANEZI, R.C. **Ensino–aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matem´atica no ensino**. São Paulo: Contexto, 2013.5 ed. 127 p;

CORDIER S. et al. **Risk of congenital anomalies in the vicinity of municipal solid waste incinerators**. Occup Environ Med. 2004; 61(1):8-15.

D`AMBROSIO, U. **A matemática nas escolas. Educação Matemática em Revista, ano 9 no 11A,** edição especial, abril de 2002.

DEMAJOROVIC, J.; LIMA, M. **Cadeia de Reciclagem**: um olhar para os catadores. São Paulo: Editora Senac São Paulo, 2013.

FOLADORI, Guillermo. **Limites do desenvolvimento sustentável**. Campinas: Unicamp,2001.

https://www.aquecedorsolarvelp.com.br/post/qual-a-import%C3%A2ncia-da-reciclagem , Acesso em 28/04/2022

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Censo Demográfico 2008**. Disponível em: <http://www.censo2010.ibge.gov.br>. Acesso em: 10 de abril de 2015.

JACOBI, P. Meio Ambiente e Sustentabilidade. In: CEPAM (Org.). **O município no século XXI***:* cenários e perspectivas. Ed. especial. São Paulo, 400 p., 1999.

MALAQUIAS, Helbert Santana. **Propondo Uma Aula Com Modelagem Matemática. Modelo De Biembengut E Hein (2007).** Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Ano 06, Ed. 03, Vol. 14, pp. 75-84. Março de 2021. ISSN: 2448-0959, Link de acesso: https://www.nucleodoconhecimento.com.br/educacao/modelagem-matematica, Acesso: 30/03/2022.

RIBEIRO, D.V.; MORELLI, M.R. **Resíduos Sólidos**: problema ou oportunidade? 1ª Edição.Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2009. 158 p.

SILVA, Francisco Hermes Santos da. **Educação Matemática: caminhos necessários**. Belém: Palheta, 2016.
SILVA, Luiz Paulo Moreira. "Subtração"; *Brasil Escola*. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/subtracao.htm.
Acesso em 31/03/2022

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; MILANI, Estela. Caderno do Mathema-Jogos de matemática. Porto alegre: Artmed, 2007.

VIECILI, Cláudia Regina Confortin. **MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA** (2006)

SOBRE OS AUTORES

Maria Rosangela Silva Barros

Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Maranhão (2006). Especialização em Metodologia do Ensino da Matemática e da Física UNINTER (2011). Atualmente sou professora do Município de Parauapebas e mestranda no curso de Mestrado Profissional em Ensino da Matemática /UEPA

Nídia Marinela Da Silva Ribeiro

Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Pará (2003). Especialização em Educação Matemática para o Ensino Médio UFPA (2005). Atualmente sou professora do Município de Parauapebas e mestranda no curso de Mestrado Profissional em Ensino da Matemática /UEPA

Fábio José da Costa Alves

Possui Doutorado e Mestrado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará e Pós-Doutorado pelo Programa de Pós - Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Licenciatura em Matemática pela União das Escolas Superiores do Pará, Licenciatura em Ciências de 1º Grau pela União das Escolas Superiores do Pará, graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Pará. Docente do Mestrado em Educação/UEPA e Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA. Líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias. Experiência em desenvolvimento de software educativo para o ensino de matemática.

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Curso Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Trav. Djalma Dutra, nº 350 – Telégrafo Sem Fio
63113-010 Belém-PA
www.uepa.br