

Universidade do Estado do Pará  
Pró-Reitoria de Pesquisa de Pós-Graduação  
Centro de Ciências Sociais e Educação  
Departamento de Matemática, Estatística e Informática  
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática  
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática



Arielly Cecília Lima Siqueira

**O ensino de expressões numéricas por atividades  
experimentais**

Belém-Pará  
2022

Arielly Cecília Lima Siqueira

## **O ensino de expressões numéricas por atividades experimentais**

Dissertação apresentada como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós- Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia para Ensino de Matemática no Nível Fundamental. Prof<sup>ª</sup>. Dra. Ana Kely Martins da Silva. Coorientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

Belém- Pará  
2022

**Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)**  
**Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém – PA**

---

Siqueira, Arrielly Cecilia Lima

O ensino de expressões numéricas por atividades experimentais / Arrielly Cecília Lima Siqueira; orientação de Ana Kely Martins da Silva; coorientação de Pedro Franco de Sá. Belém – 2022.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) Universidade do Estado do Pará, Belém, 2022.

1. Ensino de matemática por atividade experimental. 2. Expressões numéricas-Estudo e ensino. 3. Engenharia didática. I. Silva, Ana Kely Martins da, (orient.). II. Sá, Pedro Franco de, (coorient.). III. Título.

CDD. 23 ed. 510.7

---

Elaboração da Ficha Catalográfica: Regina Ribeiro CRB-2/739

# ARIELLY CECÍLIA LIMA SIQUEIRA

## O ENSINO DE EXPRESSÕES NUMÉRICAS POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS.

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Fundamental.

Orientadora: Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva

Data de aprovação: 21/02/2022

Banca examinadora

*Ana Kely Martins da Silva*

Orientadora

**Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva**

Doutora em Educação – Pontifícia Universidade Católica / PUC / RJ  
Universidade do Estado do Pará

*Pedro Sá*

Examinador Interno

**Prof. Dr. Pedro Franco de Sá**

Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte / UFRN  
Universidade do Estado do Pará

*José Joelson Pimentel de Almeida*

Examinador Externo

**Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida**

Doutor em Ensino, Filosofia e História das Ciências – Universidade Federal da Bahia / UFBA  
Universidade Estadual da Paraíba

Belém – PA

2022

Aos meus pais, Velúzia e Cláudio Siqueira.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus e a minha mãezinha, N<sup>a</sup> Senhora de Nazaré, por me reerguerem todas as vezes que me deixei fraquejar, por me abençoarem todos os dias e por me concederem sabedoria para alcançar mais esta graça.

Aos meus familiares, principalmente aos meus pais, Velúzia e Cláudio Siqueira e minha irmã Arianne Siqueira, que sempre me deram todo o apoio, sendo compreensivos com minha ausência e confiando em minha capacidade, foram fundamentais na minha caminhada até aqui e na formação do meu caráter.

Aos meus avós maternos, Neuza e Expedido Ferreira de Lima e paternos Cecília e José Osana Siqueira (in memoriam), que estão sempre comigo, olhando e cuidando de mim junto a Deus.

Ao meu noivo, Lucas Pamplona, que foi meu porto seguro ao longo da realização deste mestrado e principalmente nestes últimos meses de escrita, sempre preocupado com meu bem estar e me lembrando de que eu sou capaz de tudo o que me disponho a fazer.

À minha orientadora Ana Kely Martins da Silva, que acreditou em meu potencial, foi paciente com meus lapsos criativos e me conduziu da melhor maneira possível para a realização desta pesquisa.

Aos membros da banca avaliadora, como membro externo o professor José Joelson Pimentel da Silva e como membro interno o professor Pedro Franco de Sá pelo aceite para contribuição para o desenvolvimento desta pesquisa. E um agradecimento especial ao professor Pedro, que é também meu coorientador, que não poupou esforços para a realização de trabalho, sendo sempre muito solícito e presente em minha caminhada.

Aos meus amigos de vida, que estão comigo em todos os momentos, em especial ao Rodrigo Joventino e a Sabrina Arrais, que me socorreram sempre que precisei de ajuda com ABNT.

Aos colegas de classe que estiveram presentes ao longo dessa caminhada, principalmente as mulheres do PMPEM, que sempre foram uma inspiração para mim.

## RESUMO

SIQUEIRA, Arielly Cecília Lima. **O ensino de expressões numéricas por atividades experimentais**. 2022. 184 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2022.

Esta dissertação apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo analisar a implementação de uma sequência didática baseada em atividades no ensino de expressões numéricas e suas implicações para o processo de aprendizagem dos alunos, para o sexto ano do ensino fundamental. A pesquisa de campo necessária para identificação da problemática e posteriormente a parte experimental da pesquisa se deu em uma escola pública municipal localizada na periferia do município de Ananindeua - PA, tendo como sujeitos 6 alunos de turmas diferentes de 6<sup>a</sup> ano do turno da tarde do ensino fundamental. O número reduzido de educandos participantes da pesquisa foi em virtude da pandemia do Coronavírus que ocasionou a suspensão das aulas em todo o país. A fim de investigar a problemática: Em que medida a implementação de uma Sequência didática baseada em atividades para o ensino de expressões numéricas traz resultados positivos referentes à superação/diminuição dos obstáculos didáticos dos estudantes? Adotou-se como metodologia de pesquisa a Engenharia Didática, e a partir desta estrutura, para a elaboração das atividades que compunham a sequência didática, as metodologias de ensino adotadas foram ensino por atividades e resolução de problemas. Para a análise dos resultados, doravante os registros dos discentes nas atividades, foi realizado o confronto das análises a priori e a posteriori e a comparação entre os resultados do pré-teste com o pós-teste, incluindo uma minuciosa análise de erros. Como resultado da aplicação da sequência didática (produto educacional), houve um aumento considerável nas notas obtidas no pós-teste, onde apenas um aluno não conseguiu alcançar nota máxima. Além disso, quando confrontado o esperado na análise a priori com que aconteceu na análise posteriori, o saldo das atividades foram em sua totalidade positivas. Assim sendo o resultado positivo da aplicação pode ser atribuído à metodologia de ensino utilizada, que veio como uma alternativa à rotina de sala de aula encontrada na maioria das escolas.

**Palavras-chave:** Ensino, Ensino de Matemática por Atividade Experimental, Ensino de Expressões Numéricas. Engenharia Didática

## ABSTRACT

SIQUEIRA, Arielly Cecília Lima Siqueira. The teaching of numerical expressions through experimental activities. 2022. 184 f. Dissertation (Master in Mathematics Teaching) - Pará State University, Belém, 2022.

This dissertation presents the results of a research that aimed to analyze the implementation of a didactic sequence based on activities in the teaching of numerical expressions and its implications for the students' learning process, for the sixth year of elementary school. The field research necessary to identify the problem and later the experimental part of the research took place in a municipal public school located on the outskirts of the municipality of Ananindeua - PA, having as subjects 6 students from different 6th grade classes of the afternoon shift of teaching fundamental. The reduced number of students participating in the research was due to the Coronavirus pandemic that caused the suspension of classes across the country. In order to investigate the problem, what extent of implementation of a didactic sequence based on mathematics teaching activities do we seek results to overcome/decrease didactic resources? Didactic Engineering was adopted as a research methodology, and from this structure, for the elaboration of the activities of the didactic sequence, the teaching methodologies developed were the teaching by activities and problem solving. For an analysis of the results, based on the records of the students in the activities, a priori and a posteriori evaluations were compared, as well as a thorough comparison between the pre-test and the post-test results, including an error analysis. As a result of the application of a didactic sequence, there was a considerable increase in the scores obtained in the post-test, where only one student did not reach the maximum grade. In addition, when comparing what was expected in the a priori analysis with what happened in the later analysis, the balance of activities was entirely positive. Thus, the positive result of the application can be attributed to the teaching methodology used, which came as an alternative to the classroom routine found in most schools.

**Keywords:** Teaching, Didactic Engineering, Teaching of Mathematics, Teaching of Mathematics by Activity, Teaching Numerical expressions, Didactic Engineering.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – LD <sub>4</sub> - A conquista da matemática, 6º ano .....	27
Figura 2 - Sumário.....	28
Figura 3 - Conteúdo LD <sub>4</sub> .....	29
Figura 4 - Uso dos parênteses .....	30
Figura 5 - Expressões numéricas com adição, subtração e multiplicação .....	31
Figura 6 - Expressões numéricas com as quatro operações .....	32
Figura 7 - LD <sub>5</sub> - Convergências Matemática, 6º ano.....	33
Figura 8 - Sumário LD <sub>5</sub> .....	34
Figura 9 - LD <sub>5</sub> - Expressões numéricas envolvendo adição e subtração .....	35
Figura 10 - LD <sub>5</sub> - Expressões numéricas envolvendo adição, subtração e multiplicação.....	36
Figura 11 - Trio de cartas do baralho .....	79
Figura 12 - Painel para a realização da atividade 4 .....	81
Figura 13 - Respostas expressões a e b, grupo 1.....	112
Figura 14 - Respostas expressões a e b, grupo 2.....	112
Figura 15 - Respostas expressões c e d, grupo.....	113
Figura 16 - Respostas expressões c e d, grupo 2.....	113
Figura 17 - Respostas expressões e e f, grupo 1.....	117
Figura 18 - Respostas expressões e e f, grupo 2.....	117
Figura 19 - Respostas atividade 3.....	121
Figura 20 - Aluno com painel da atividade 5, Free fire. ....	123
Figura 21 - Resposta desafio 2, grupo 1. ....	124
Figura 22 - Resposta desafio 2, grupo 2. ....	124
Figura 23 - Resposta desafio 5, grupo 1. ....	125
Figura 24 - Resposta desafio 5, grupo 2. ....	126
Figura 25 - Resposta desafio 1, grupo 1. ....	126
Figura 26 - Resposta desafio 1, grupo 2. ....	127
Figura 27 - 2ª questão – atividade 5, grupo 1.....	128
Figura 28 - 4ª questão – atividade 5, grupo 1.....	129
Figura 29 - 4ª questão – atividade 5, grupo 2.....	130
Figura 30 - 1ª questão – atividade 5, grupo 2.....	130

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Frequência relativa (%) referente à faixa etária.....	42
Gráfico 2 - Gosto pela disciplina.....	44
Gráfico 3 – Frequência de estudo .....	45
Gráfico 4 – Sentimento do aluno quanto à prova de matemática.....	46
Gráfico 5 – Atividades e/ou trabalhos que o professor de matemática mais utiliza...	47
Gráfico 6 – Recursos para a prática do conteúdo de expressões numéricas .....	47
Gráfico 7 – Desempenho no teste diagnóstico com alunos de 7º ano .....	50
Gráfico 8 – Faixa etária dos estudantes da experimentação .....	90
Gráfico 9 - Estudantes da experimentação por gênero .....	92
Gráfico 10 - Escolaridade dos responsáveis, experimentação.....	93
Gráfico 11 - Quem lhe ajuda a fazer as tarefas de matemática, experimentação. ....	94
Gráfico 12 - Você gosta de matemática? (experimentação) .....	95
Gráfico 13 - Você já ficou de dependência em matemática? (experimentação) .....	96
Gráfico 14 - As aulas de matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados? (experimentação).....	97
Gráfico 15 - Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática? (experimentação).....	98
Gráfico 16 - Com que frequência você estuda matemática fora da escola? (experimentação) .....	99
Gráfico 17 - Quais formas de atividades e/ou trabalhos o seu professor de matemática mais utiliza para a avaliação da aprendizagem? (experimentação)....	101
Gráfico 18 - A maioria das suas aulas de matemática: (experimentação) .....	102
Gráfico 19 - Para praticar o conteúdo de matemática seu professor .....	103
Gráfico 20 - Frequência de erros.....	140

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Análise dos livros didáticos .....	23
Quadro 2– Desempenho no teste diagnóstico com alunos de 7 <sup>o</sup> ano.....	49
Quadro 3 – Síntese dos estudos revisados.....	53
Quadro 4 – Resultados encontrados pelos alunos na resolução das expressões numéricas, análise a priori.....	75
Quadro 5 - Cronograma de experimentação .....	88
Quadro 6 – Faixa etária dos estudantes da experimentação .....	90
Quadro 7 - Estudantes da experimentação por gênero.....	92
Quadro 8 - Escolaridade dos responsáveis, experimentação. ....	92
Quadro 9 - Quem lhe ajuda a fazer as tarefas de matemática, experimentação.....	94
Quadro 10 - Você gosta de matemática? (experimentação) .....	95
Quadro 11 - Você já ficou de dependência em matemática? (experimentação) .....	96
Quadro 12 - As aulas de matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados? (experimentação).....	97
Quadro 13 - Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática? (experimentação) .....	98
Quadro 14 - Com que frequência você estuda matemática fora da escola? (experimentação) .....	99
Quadro 15 - Quais formas de atividades e/ou trabalhos o seu professor de matemática mais utiliza para a avaliação da aprendizagem? (experimentação).....	100
Quadro 16 - A maioria das suas aulas de matemática: (experimentação) .....	101
Quadro 17 - Para praticar o conteúdo de matemática seu professor .....	103
Quadro 18 - Resultado valor absoluto, pré-teste.....	106
Quadro 19 - Desempenho por aluno .....	106
Quadro 20 – Valores numéricos encontrados na atividade 2 .....	111
Quadro 21 - Resultado valor absoluto, pós-teste. ....	131
Quadro 22 - Desempenho por aluno, pós-teste .....	131
Quadro 23 - Comparativo do desempenho em percentual.....	133
Quadro 24 - Tipos de erros .....	134
Quadro 25 - Resultado detalhado pré-teste e pós-teste.....	137
Quadro 26 - Distribuição dos erros por questão do pré-teste e pós-teste .....	138

Quadro 27 - Cruzamento de dados: gosto pela matemática x quem ajuda nas tarefas .....	141
Quadro 28 - Cruzamento de dados: gosto pela matemática x frequência de estudos fora da escola.....	142
Quadro 29 - Análise a priori x Análise a posteriori .....	143

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
<b>2. ENGENHARIA DIDÁTICA .....</b>	<b>18</b>
<b>3. ANÁLISES PRÉVIAS .....</b>	<b>20</b>
3.1 ASPECTOS CURRICULARES .....	21
3.2 A ABORDAGEM ACERCA DE EXPRESSÕES NUMÉRICAS NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DE 6º ANO .....	22
3.3 ASPECTOS HISTÓRICOS .....	38
3.4 CONSULTA A EGRESSOS .....	41
3.4.1 Perfil dos estudantes consultados .....	42
3.4.2 Prática pedagógica dos professores de matemática na visão dos alunos.....	46
3.4.3 Dificuldades encontradas na aprendizagem de expressões numéricas.....	48
3.5 REVISÃO DE ESTUDOS .....	51
3.5.1 Estudos anteriores no contexto das expressões numéricas .....	53
3.5.2 Estudos teóricos .....	55
3.5.3 Estudos experimentais/diagnósticos:.....	57
3.6. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	63
3.6.1. O Ensino de Matemática por Atividades.....	63
3.6.2. Resolução de Problemas no Ensino da Matemática .....	66
<b>4. CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI. ....</b>	<b>69</b>
4.1 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE A PRIORI DAS ATIVIDADES PARA ABORDAGEM DE CONTEÚDOS DE EXPRESSÕES NUMÉRICAS .....	69
4.2 ATIVIDADES PARA O ENSINO DE EXPRESSÕES NUMÉRICAS COM AS QUATRO OPERAÇÕES .....	70
4.2.1 Atividade 1 - Sinais de Pontuação .....	70
4.2.2 Atividade 2 – O valor Numérico das Expressões.....	72
4.2.3 Atividade 3 (atividade de aprofundamento) – Baralho das Expressões.....	78
<b>Atividade 3</b> .....	79
4.2.4 Atividade 4 – Desafios Free Fire.....	79
4.2.5 Atividade 5 – Atividade de Aprofundamento .....	85
<b>5. EXPERIMENTAÇÃO .....</b>	<b>87</b>
5.1 PRIMEIRO ENCONTRO .....	88
5.1.1 Perfil dos estudantes .....	89
5.1.2 Resultado do Teste proposto .....	104
5.2 SEGUNDO ENCONTRO .....	108
5.2.1 Atividade 1 .....	108

5.2.2 Atividade 2 .....	109
5.2.3 Atividade 3 .....	119
5.3 TERCEIRO ENCONTRO .....	122
5.3.1 Atividade 4 - “Desafio do Diamante - Free Fire”.....	122
5.3.2 Atividade 5 – Atividade de aprofundamento .....	128
5.3.3 O pós-teste aplicado .....	130
<b>6. ANÁLISES A POSTERIORE E VALIDAÇÃO.....</b>	<b>132</b>
6.1 UMA VISÃO GERAL DOS RESULTADOS DO PRÉ E PÓS-TESTE .....	132
6.2 ANÁLISE DETALHADA E INDIVIDUAL DOS RESULTADOS DO PRÉ E PÓS-TESTE ....	134
6.3 DISTRIBUIÇÃO DO DESEMPENHO ENTRE AS NOTAS DOS TESTES .....	141
6.4 CONFRONTO ENTRE AS ANÁLISES A PRIORI E A POSTERIORI DAS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA .....	143
<b>7. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>149</b>
<b>8. REFERÊNCIAS.....</b>	<b>152</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>155</b>
<b>APÊNDICES.....</b>	<b>156</b>

## 1. INTRODUÇÃO

O processo de ensino na área da matemática, mais especificamente em relação às expressões numéricas atualmente consiste em várias questões que envolvem a garantia da aprendizagem dos alunos do 6º ano do ensino fundamental. Vale ressaltar que investigações acerca do processo de ensino no âmbito da educação matemática são sempre de grande valia, pois trazem resultados de pesquisa que fundamentam o processo de aprender dos alunos e seus vários desafios.

Esta dissertação pauta-se em dados nacionais e internacionais, os quais cada vez mais denotam a baixa aprendizagem dos alunos em matemática. A Prova Brasil de 2014, por exemplo, apresentou um baixo índice de alunos das escolas públicas que terminam o ensino fundamental com nível de aprendizado considerado adequado, em matemática este índice foi de 11,2%, o que é preocupante e suscita a necessidade de mais estudos, a fim de superar ou amenizar esta realidade.

Nesse sentido, a fim de enfrentar os obstáculos didáticos que envolvem o ensino da matemática, pesquisadores e professores têm se preocupado em diagnosticar os tipos de erros que os alunos apresentam e posteriormente buscar alternativas para aperfeiçoar este processo de ensino, visando um melhor desempenho da turma e melhorando, por conseguinte seu aprendizado.

Desde minha<sup>1</sup> formação como professora de matemática trabalho com turmas de 6º ano, e dentro da minha vivência sempre tive como um desafio o ensino de expressões numéricas, pois os alunos sempre apresentaram grande resistência ao assunto. Mesmo experimentando variadas formas de transmitir esse conhecimento, o índice de aproveitamento da turma sempre foi muito baixo e ao me deparar com a oportunidade de fazer uma intervenção com a proposta de experimentar algo novo que tivesse com objetivo aperfeiçoar esse aprendizado, logo foi cogitado o ensino das expressões numéricas.

---

<sup>1</sup> Peço licença aos leitores, pois em determinados momentos utilizo a primeira pessoa do singular, visto que trago experiências mais particulares e nos demais momentos em que se encontram as demais vozes por traz deste trabalho utilizo a primeira pessoa do plural.

Além do mencionado anteriormente, é válido ressaltar que ao ter um bom domínio sobre expressões numéricas o aluno detém um importante instrumento para os anos posteriores, uma vez que estes conhecimentos precisam ser aplicados ao longo de seu ensino fundamental e médio.

Logo, esta dissertação aborda o seguinte problema: **Em que medida a implementação de uma Sequência didática baseada em atividades para o ensino de expressões numéricas traz resultados positivos referentes à superação/diminuição dos obstáculos didáticos dos estudantes?** Para tanto, o objetivo que norteia o processo de investigação é: **analisar a implementação de uma sequência didática baseada em atividades no ensino de expressões numéricas e suas implicações para o processo de aprendizagem dos alunos, para o sexto ano do ensino fundamental.**

No que diz respeito à metodologia de pesquisa foi utilizada a engenharia didática como base para nossa pesquisa, uma vez que o objetivo principal desta é analisar os efeitos da implementação de uma sequência didática por meio de atividades. A engenharia didática, segundo Almouloud e Coutinho (2008) caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em realizações didáticas em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino. Caracteriza-se também como pesquisa experimental pelo registro em que se situa e modo de validação que lhe são associados: a comparação entre análise a priori e análise a posteriori.

Dentro do contexto da engenharia didática, houve a preocupação por adotar uma metodologia de ensino que fugisse da tradicional, mais comumente usada em sala de aula, para tal, nas atividades desenvolvidas e propostas aos alunos nesta pesquisa optamos por fazer uso do ensino por atividades, pois possibilita uma aula mais dinâmica em que o estudante é envolvido em um processo de descoberta e produção de significados.

Deste modo, para chegarmos à elaboração da sequência didática, além da realização de uma pesquisa bibliográfica, realizamos uma pesquisa de campo envolvendo duas técnicas de pesquisa, a saber:

- Questionário aplicado a 100 alunos do 7º ano, tratado como consulta aos egressos, de uma escola municipal de Ananindeua, o qual foi composto de

questões referentes a um diagnóstico socioeconômico, do preenchimento de um quadro sobre as dificuldades da aprendizagem de expressões numéricas e de um teste diagnóstico constituído com dez questões discursivas.

- Experimentação com uma turma de alunos do sexto ano do ensino fundamental.

Vale ressaltar que todos os sujeitos que participaram da pesquisa têm a garantia do tratamento ético, posto que além do termo de consentimento preenchido individualmente, procederemos ao anonimato no tratamento dos dados.

O presente trabalho está estruturado de acordo com os princípios da engenharia didática, e se apresenta da seguinte forma: A primeira seção trata-se da apresentação da metodologia de pesquisa, que dita a divisão desta dissertação. Na segunda seção estão dispostas as análises prévias em que são apresentados os aspectos curriculares, análise dos livros didáticos de matemática do sexto ano do ensino fundamental, as metodologias de ensino empregadas nesta pesquisa, ensino por atividades e resolução de problemas, todos os aspectos que norteiam ensino de expressões numéricas no ensino fundamental, a consulta aos egressos, onde faremos o diagnóstico do contexto em que o aluno, como sujeito de nossa pesquisa, está inserido tanto no ambiente matemático quanto no socioeconômico, e a revisão de literatura onde buscamos identificar as abordagens conceituais e possíveis dificuldades dos alunos acerca de expressões numéricas.

Na fase da concepção e análise a priori construímos, embasados em tudo o que já foi estudado nas análises prévias, uma sequência didática com cinco atividades que visam à construção do conhecimento e produção de significados acerca de expressões numéricas. Na fase da experimentação descrevemos o lócus onde nossa pesquisa foi realizada, assim como os procedimentos que foram adotados durante a experimentação juntamente com as formas de registros que foram utilizadas para a apresentação dos dados obtidos e as técnicas de análise. Na análise a posteriori e validação descrevemos e confrontamos os cenários encontrados antes e depois da aplicação da sequência didática a fim de verificar

se o experimento realizado teve ou não êxito. E por fim, nas considerações finais apontamos os resultados alcançados e as perspectivas obtidas com a realização desta pesquisa.

## 2. ENGENHARIA DIDÁTICA

Nesta seção descrevemos o percurso metodológico e a metodologia de pesquisa adotada: a Engenharia Didática. Trata-se de uma metodologia de pesquisa experimental de episódios didáticos de ensino e aprendizagem de objetos Matemáticos, nesta dissertação em específico, o ensino de expressões numéricas. Assim, de acordo com Artigue (1996) é uma metodologia investigativa, por ter como característica um esquema experimental baseado em 'realizações didáticas' na sala de aula, que passa pela concepção, realização, observação e análise de sequências de ensino.

Nosso objetivo ao adotarmos a Engenharia Didática foi investigar se os procedimentos adotados na construção e experimentação de uma sequência didática eram válidos no sentido de promoverem efeitos positivos sobre a aprendizagem de Expressões Numéricas. Essa validação ocorreu por meio de comparações entre análise a priori e a análise a posteriori, isto é, antes e depois da experimentação da sequência didática.

Segundo Almouloud (2007), a engenharia didática possui fases, a saber: Análises Prévias; Construção das Situações e Análise a Priori; Experimentação, Análise a posteriori e Validação. Enumera-se a seguir a caracterização de cada uma dessas fases nesta pesquisa:

a) **Análises Prévias:** Nesta fase buscamos definir a questão e os objetivos de pesquisa, levantar aspectos históricos sobre o objeto matemático, investigar as dificuldades de ensino e aprendizagem sobre o objeto matemático, expressões numéricas. Analisamos também os objetivos de aprendizagem e as habilidades a serem desenvolvidas em consonância com os documentos curriculares de matemática. Por fim realizamos uma revisão de estudos sobre ensino e aprendizagem de Expressões Algébricas que pudessem trazer uma atualização de como se ensina esse conteúdo, que metodologias têm sido adotadas e quais

dificuldades são enfrentadas para desenvolvimento da aprendizagem desse objeto matemático.

b) **Construção das Situações e Análise a Priori:** As análises da fase anterior serviram para fundamentar a construção de nossa sequência didática sob a perspectiva do Ensino por Atividades e da resolução de problemas, apresentadas nas seguintes seções. Nesta fase consideraram-se as necessidades de aprendizagem, a mobilização de conhecimentos prévios e a construção de uma aprendizagem de redescoberta. Assim, houve uma previsão (análise a priori) de procedimentos a serem adotados e possíveis dificuldades ao longo do processo de experimentação com formas de mediação que não prejudicassem a autonomia dos aprendizes. Artigue (1988) distingue dois tipos de variáveis: as variáveis macrodidáticas ou globais relativas à organização global da engenharia e as variáveis microdidáticas ou locais relativas à organização local da engenharia, isto é, a organização de uma seção ou de uma fase. Logo, o objetivo desta fase é primeiramente a escolha e a enumeração das variáveis da situação didática escolhida, posteriormente pontuar a importância desta situação para os aprendizes, prevendo quais seriam as possíveis estratégias tomadas por ele para realização desta.

c) **Experimentação:** Sobre esta fase elaboramos todo o planejamento de execução dos momentos didáticos, as condições e o contexto da experimentação, a forma de organização dos sujeitos, o tempo para a execução, o orçamento e confecção dos recursos ou materiais didáticos que foram adotados. Nesta fase também planejamos os instrumentos de coleta dados para análise, que poderiam ser: registros escritos, imagens, testes e outros elementos de análise qualitativa e quantitativa a critério do pesquisador. Entretanto, em nossa pesquisa, adotamos a análise quantitativa e qualitativa de pré-teste e pós-teste.

d) **Análise a posteriori e Validação:** Nesta última fase organizamos os dados coletados em tabulações de resultados individuais e por questão. Fizemos análise comparativa quantitativa de desempenho e qualitativa sobre os erros dos sujeitos no pré-teste e no pós-teste, isto é, “no confronto das duas análises, a priori e a posteriori, que se funda essencialmente a validação das hipóteses envolvidas na investigação (ARTIGUE, 1996, p. 208)”.

O pesquisador ou professor que deseje adotar essa metodologia de pesquisa possui uma conduta similar a de um engenheiro, isto é, segundo Artigue (1988), na Engenharia Didática o pesquisador se apoia em conhecimentos científicos de seu domínio matemático e requer uma aplicação planejada de sequências didáticas em sala de aula.

Embora a Engenharia didática apresente uma estrutura de pesquisa bem definida, as atividades construídas podem se embasar e diferentes tendências e metodologias do Ensino de Matemática, a critério do pesquisador ou professor que estava construindo. Assim, na seção adiante, em que serão tratadas as análises prévias, apresentam-se duas metodologias de ensino que foram adotadas na construção da sequência didática: Ensino por Atividades e Resolução de problemas.

### **3. ANÁLISES PRÉVIAS**

Uma vez delimitado o conteúdo a ser abordado em nossa pesquisa e para que possamos alcançar o objetivo geral com a elaboração de uma sequência didática para o ensino de expressões numéricas, a verificação de sua real aplicabilidade em turmas de sexto ano de ensino fundamental, criando assim um produto educacional que possa ser usado por outros professores, precisamos primeiramente entender o contexto em que este processo de ensino está inserido, para tanto, nesta seção faremos a leitura de tal contexto, partindo dos aspectos curriculares em que está inserido o conteúdo acerca de expressões numéricas, a análise dos livros de matemática do sexto ano do ensino fundamental utilizados no ensino público, a evolução matemática e histórica do tema em questão, uma revisão de literatura para que estejamos a par do que está sendo discutido com esta temática e uma consulta aos egressos, para identificarmos o perfil do sujeito principal de nossa investigação, o estudante.

### 3.1 ASPECTOS CURRICULARES

De modo geral entendemos que a base das expressões numéricas são as quatro operações fundamentais da matemática, correlacionadas hierarquicamente entre si, logo é um relevante instrumento matemático e que de forma direta sempre aparece aliado ao ensino das operações matemáticas.

Poucos estudos apontam de fato desde quando esse conteúdo faz parte do currículo matemático estudado no ensino fundamental, porém desde que se fez necessário contar pode-se intuir que a expressão numérica também se fazia presente, desta forma fica evidente que não podemos desvincular o ensino das operações e o ensino das expressões numéricas, uma vez que um é resultante do outro. E é válido ainda enxergar a expressão numérica como um recurso no ensino dos demais conteúdos matemáticos, uma vez que a o aluno tem que lidar frequentemente com agrupamento de operações e precisa ter a postura correta para resolvê-los.

Atualmente no ensino regular a educação brasileira utiliza documentos que guiam os processos de planejamento e prática pedagógica em todas as escolas do país. Entre os principais documentos encontram-se: os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN'S (1998) e a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, deferida em 20 de dezembro de 2017, que reúnem os referenciais que direcionam o estado, município, escolas e professores para a consolidação da educação de qualidade.

Com relação à matemática, a BNCC propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, são elas: números, álgebras, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística. Estas unidades orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental e médio.

O ensino das expressões numéricas nos anos iniciais do ensino fundamental aparece primeiramente no quinto ano e nos anos finais este conteúdo é apresentado no sexto ano. Este se enquadra na primeira unidade temática, números, porém de forma implícita, pois se entende que este deve ser ministrado quando se fala do ensino das operações com números naturais, racionais e decimais. Uma vez que segundo (FERREIRA 1999, apud SILVA; ARRUDA, 2011),

expressão é o efeito de se expressar e, em matemática é a representação do valor de uma quantidade sobre a forma algébrica com ou sem pontuação. Então, expressão numérica é toda expressão que envolve uma ou mais operações com números.

Quando buscado no dicionário, Novo dicionário da Língua Portuguesa (2010) temos que “expressão” significa:

Expressão; Acto ou maneira de exprimir. Palavra; phrase, locução. Carácter. Representação animada de sentimentos. Significação: o que ele diz é expressão da verdade. Personificação. Representação algébrica do valor de uma quantidade. Acto de espremer. Suco espremido. (2010, p. 842)

Como é uma versão mais atualizada o próprio dicionário já faz referência à representação algébrica do valor de uma quantidade, fazendo menção assim às expressões numéricas que, expressam um valor numérico.

No que diz respeito à BNCC as expressões numéricas não aparecem explicitamente nos conteúdos previstos para o ensino fundamental, o que acontece também nos PCN:

Os Parâmetros Curriculares Nacionais não abordam o ensino das expressões numéricas, embora estejam presentes no livro didático e os docentes continuam a ensiná-las, demonstrando-nos que, de certa forma, esse conteúdo está presente nas salas de aula e faz parte do sistema educacional (BRASIL, 1998, apud SILVA; ARRUDA, 2011, p.23).

Mesmo não aparecendo de forma direta na BNCC e nem nos PCN as expressões numéricas não deixam de ser ministradas em sala de aula, devido a sua relevância para desenvolvimento matemático do aluno e sua correlação com o ensino das operações matemáticas.

### 3.2 A ABORDAGEM ACERCA DE EXPRESSÕES NUMÉRICAS NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DE 6º ANO

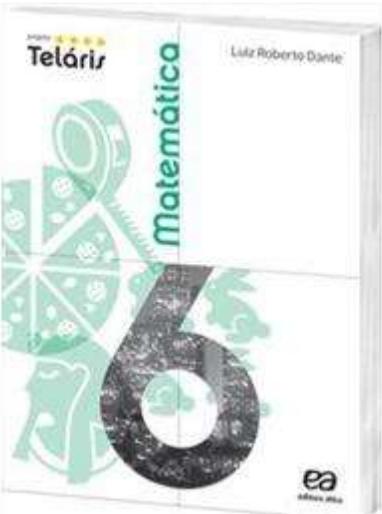
No processo de ensino-aprendizagem de qualquer conteúdo dentro da sala de aula o professor faz uso de uma série de recursos a fim de facilitar o desenvolvimento do aluno. No ensino público, onde muitas vezes alguns recursos mais avançados e tecnológicos são escassos, o livro didático assume um papel

ainda mais importante para um bom andamento da disciplina e conseqüentemente um bom desempenho da turma.

Na rede pública de ensino o livro didático tem validade de três anos, ao final de cada ano letivo dentro desse período o aluno assume a responsabilidade da boa conservação e da devolução do mesmo. Então é fundamental uma boa escolha deste recurso por parte do grupo docente, pois será seu instrumento de trabalho pelo próximo triênio.

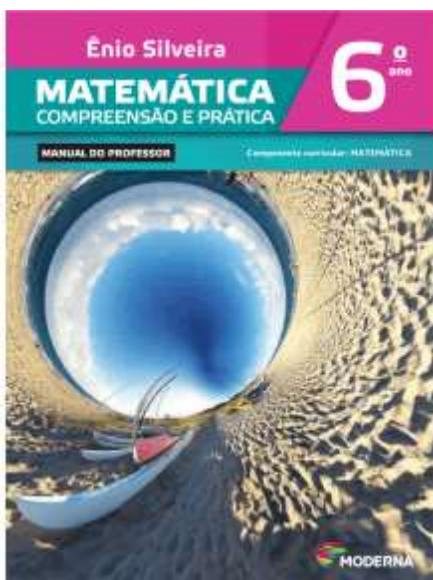
Como critério para a escolha dos livros didáticos analisados, optamos por investigar cinco livros publicados na última década, com objetivo de verificar como o assunto é disposto, e para analisarmos de forma mais profunda escolhemos dois dentre estes livros, usando os seguintes critérios: o livro usado pela escola em que foi desenvolvida a pesquisa, como já mencionado anteriormente trata-se de uma escola municipal pertencente ao município de Ananindeua-PA e o segundo critério foi o não de publicação mais recente.

#### Quadro 1 – Análise dos livros didáticos

LIVRO DIDÁTICO	COMO O CONTEÚDO DE EXPRESSÕES NUMÉRICAS É ABORDADO
<p data-bbox="332 1207 657 1249"><b>Livro didático 1 (LD<sub>1</sub>)</b></p>  <p data-bbox="219 1848 755 1879">DANTE, Luiz Roberto. <b>Projeto</b></p>	<p data-bbox="787 1165 1380 1575">O sumário não faz referência “expressões numéricas” no que se trata de números naturais, e ao folhear o capítulo 2 sobre operações fundamentais com números naturais constatamos que também não trouxe nada sobre expressões. Apenas abordou as operações de forma separada.</p>

**Teláres: Matemática.** 1. Ed. São Paulo, 2012.

**Livro didático 2 (LD<sub>2</sub>)**

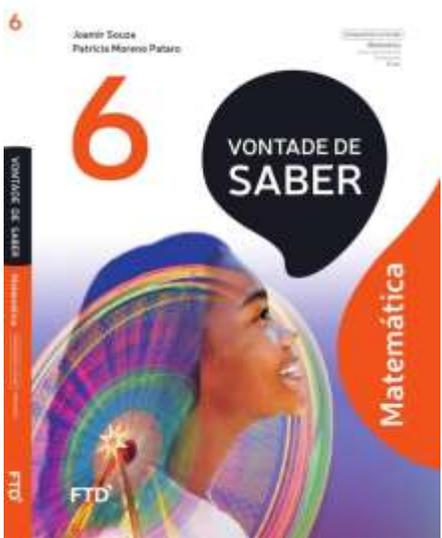


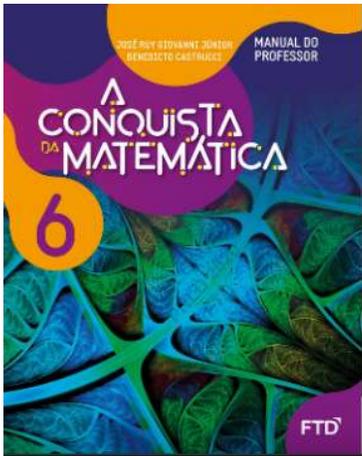
SILVEIRA, Ênio. **Matemática: compreensão e prática, 6º ano.** 3. Ed. São Paulo, 2015

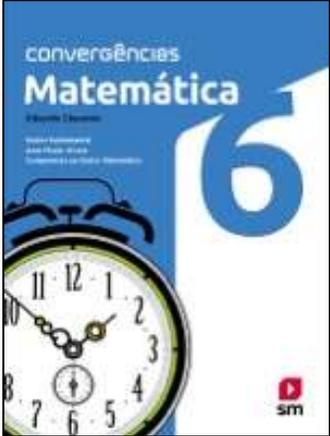
O sumário traz o tópico “Expressões numéricas com as quatro operações” no capítulo 2, intitulado “Operações com números naturais” e traz também no capítulo 3, como “outras operações com números naturais”, agora com expressões numéricas que incluem potência e raiz.

Sobre a disposição do conteúdo, após o autor trazer as operações de adição e subtração, segue com introdução de expressões numéricas envolvendo essas duas operações, conteúdo disposto em uma lauda, direcionando como regra a forma de resolução (na ordem que aparecem as operações). Ainda neste mesmo tópico é introduzido o uso dos parênteses, também sem nenhuma discussão a respeito, apenas sendo indicado que quando há o parênteses, as operações contidas nele devem ser resolvidas primeiro

O conteúdo retorna para as operações de multiplicação e divisão e posteriormente traz no tópico 9, as expressões numéricas com as quatro operações, ocupando 2/3 da lauda com conteúdo e o restante com uma pequena atividade, já

	<p>iniciando com a ordem em que as operações devem ser resolvidas, também sem nenhuma discussão acerca desta metodologia, em seguida o autor também expõe ao aluno a ordem que os sinais associativos devem ser resolvidos.</p>
<p><b>Livro didático 3 (LD<sub>3</sub>)</b></p>  <p>SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patrícia Rosana Moreno, <b>Vontade de saber matemática, 6º ano.</b> 3. Ed. São Paulo: FTD, 2015.</p>	<p>O conteúdo acerca de expressões numéricas aparece no sumário no capítulo 4, com título “Potências e raízes”.</p> <p>De maneira análoga ao livro 2, o autor apresenta as operações de adição e subtração e logo em seguida traz as expressões numéricas envolvendo essas duas operações, ainda no capítulo 3, mesmo não sendo indicado no sumário. Vale ressaltar que o autor traz apenas uma situação problema, não faz referência a nenhum sinal associativo e finaliza generalizando a forma correta de resolução. Tudo isso em apenas nove linhas, compreendendo menos da metade da folha do livro didático.</p> <p>O livro segue apresentando as operações, agora com multiplicação e divisão, e finaliza com expressões numéricas envolvendo as quatro operações, também de maneira muito sucinta, fazendo uso de metade da lauda, da mesma forma que fez anteriormente, uma situação problema seguida da</p>

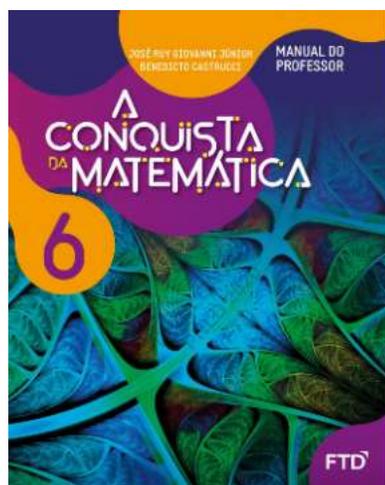
	<p>formalização. Vale ressaltar que neste momento há o uso dos parênteses, porém não há orientação por escrito de como proceder, apenas a resolução da situação problema.</p> <p>No capítulo 4 o autor apresenta as expressões numéricas mais complexas, com as quatro operações, radicais e potência e todos os sinais associativos, para isso fez uso de meia lauda, sendo três exemplos resolvidos seguido da formalização.</p>
<p><b>Livro didático 4 (LD<sub>4</sub>)</b></p>  <p>GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy;      CASTRUCCI, Benedicto. <b>A conquista da matemática :6º ano :</b></p>	<p><b>Análise Detalhada</b></p>

<p><b>ensino fundamental anos finais .4.</b> ed. - São Paulo: FTD, 2018.</p>	
<p><b>Livro didático 5 (LD<sub>5</sub>)</b></p>  <p>CHAVANTE, Eduardo Rodrigues. <b>Convergências matemática: ensino fundamental: anos finais, 6º ano.</b> 2. ed. - São Paulo: Edições SM, 2018.</p>	<p><b>Análise Detalhada</b></p>

Fonte: Autoria própria (2021)

A seguir faremos uma análise detalhada dos livros: a coleção a conquista da matemática e convergências matemática.

**Figura 1** – LD<sub>4</sub>- A conquista da matemática, 6º ano



Fonte: Catrucci e Giovanni (2018)

A coleção A conquista da matemática foi produzida em 2019 pela editora FTD, tem autoria de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci, foi adotada pela escola para uso nos anos de 2020 a 2022, trata-se de uma escola estadual localizada no centro da cidade de Belém-PA.

No sumário, o conteúdo intitulado “Expressões numéricas” aparece no capítulo 6 dentro da unidade 2 que tem título “Cálculos com números naturais”. O capítulo é constituído por sete folhas e apresenta-se dividido em seis tópicos como mostra a figura 2 , sendo um tópico dedicado exclusivamente a atividades.

**Figura 2 - Sumário**

<b>6. Expressões numéricas</b> .....	<b>66</b>
O uso dos parênteses.....	<b>67</b>
Expressões numéricas com adição, subtração e multiplicação.....	<b>67</b>
Expressões numéricas com adição, subtração, multiplicação e divisão.....	<b>68</b>
Resolvendo expressões numéricas com todas as operações.....	<b>69</b>
Utilizando a calculadora para resolver expressões numéricas.....	<b>69</b>
<b>Atividades</b> .....	<b>70</b>

Fonte: LD<sub>4</sub> - Sumário

Conseguimos observar o diferencial desta coleção já pelo sumário, onde os autores destinam um capítulo inteiro para expressões numéricas, o que não foi constatado em nenhum outro livro analisado neste trabalho, outro aspecto que vale ressaltar é o fato da quantidade de folhas reservadas a este conteúdo, pois como conseguimos observar nos demais livros o assunto era apresentado brevemente e de forma direta, no máximo fazendo uso de uma lauda. É válido ressaltar que nos capítulos anteriores o autor já apresentou as quatro operações e potenciação

O livro tem como abordagem geral sempre começar seus conteúdos com uma situação problema seguida de sua resolução, para expressões numéricas não é diferente, porém anterior a esta situação problema o autor traz uma breve definição sobre o que são expressões numéricas.

**Figura 3 - Conteúdo LD<sub>4</sub>**

Podemos definir uma **expressão numérica** como a representação numérica de uma dada situação. Acompanhe o exemplo.

**1** Tiago recebeu **30** reais de mesada. Gastou **3** reais na compra de um gibi e **5** reais na excursão da escola. Ainda bem que recebeu os **7** reais que havia emprestado a Edu, pois assim comprou um presente de aniversário para sua mãe no valor de **25** reais. Será que ainda sobrou dinheiro com Tiago?  
Vamos expressar a situação acima de duas maneiras:

**Primeira maneira**

- A mesada menos o valor do gibi:  $30 - 3 = 27$
- O que sobrou menos o valor da excursão:  $27 - 5 = 22$
- O que sobrou mais o que Edu pagou:  $22 + 7 = 29$
- Esse total menos o presente da mãe:  $29 - 25 = 4$

**Segunda maneira**

mesada    excursão    presente da mãe

↓            ↓            ↓

$$30 - 3 - 5 + 7 - 25 = 27 - 5 + 7 - 25 = 22 + 7 - 25 = 29 - 25 = 4$$

↑            ↑

gibi        Edu

Assim, ainda sobraram 4 reais para Tiago.

Fonte: LD<sub>4</sub> (2019, p.66)

Podemos observar que a primeira situação apresentada trata-se de uma expressão numérica apenas com adições e subtrações, operações que podem ser resolvidas da esquerda para direita na ordem que aparecem. Sendo esta uma situação problema com uma resolução intuitiva, em que o aluno mesmo sem nenhuma base do novo conteúdo conseguiria resolver como mostra a resolução detalhada na “primeira maneira”.

A divisão dos tópicos a serem ensinados é interessante e diferente das abordagens dos livros didáticos de 6<sup>o</sup> ano analisados nesta subseção, como podemos observar pela amostra do quadro 1 e quando comparamos ao livro da coleção convergência matemáticas.

O autor começa a formalização dos sinais associativos, com o uso dos parênteses, apresentando-o aos alunos como um recurso para organizar a expressão numérica.

**Figura 4 - Uso dos parênteses**

**🕒 O uso dos parênteses**

Podemos utilizar parênteses ao escrever expressões numéricas a fim de organizá-las de outras formas. Quando esse for o caso, devemos inicialmente efetuar as operações no interior dos parênteses. Vamos rever a primeira situação da página anterior, agora utilizando os parênteses.

calcular a diferença

↓

$$\underbrace{(30 + 7)}_{\text{ganhos}} - \underbrace{(3 + 5 + 25)}_{\text{gastos}} = 37 - 33 = 4$$

Fonte: LD<sub>4</sub> (2019, p.67)

Júnior e Castrucci seguem apresentando o conteúdo acerca de expressões numéricas, agora com o tópico “Expressões numéricas com adição, subtração e multiplicação”, como mostra a figura 5.

**Figura 5** - Expressões numéricas com adição, subtração e multiplicação

**Expressões numéricas com adição, subtração e multiplicação**

Uma escola comprou várias caixas de lápis de cor para serem distribuídas entre cinco classes. Cada classe recebeu 6 caixas com 6 lápis de cor, 8 caixas com 12 lápis de cor e 1 caixa com 24 lápis de cor.

Para descobrir quantos lápis de cor cada classe recebeu, fazemos os seguintes cálculos:

$$6 \times 6 + 8 \times 12 + 24 = 36 + 96 + 24 = 156$$

Cada classe recebeu 156 lápis de cor.

Na expressão  $6 \times 6 + 8 \times 12 + 24$  aparecem multiplicações e adições. Observe que, para calcular o resultado, efetuamos as multiplicações antes das adições.

Nas expressões em que aparecem as operações de multiplicação, de adição e de subtração, efetuamos as operações na seguinte ordem:

- primeiro as multiplicações;
- depois as adições e as subtrações, na ordem em que aparecerem, da esquerda para a direita.

Veja como calculamos o valor de algumas expressões numéricas:

**1** Determinar o valor da expressão  $7 + 9 \times 6$ .

$$7 + 9 \times 6 = 7 + 54 = 61$$

**2** Qual é o valor da expressão numérica  $3 \times 7 + 9 - 4 \times 5$ ?

$$3 \times 7 + 9 - 4 \times 5 = 21 + 9 - 20 = 30 - 20 = 10$$

Fonte: LD<sub>4</sub> (2019, p.67)

Essa união das três operações (adição, subtração e multiplicação) é outro ponto que deve ser ressaltado na apresentação do conteúdo sobre expressões numéricas como uma exceção a regra, pois todos os demais livros analisados nesta pesquisa, em seu primeiro contato com os alunos, apresentam as expressões numéricas apenas com adição e subtração.

Como em expressões numérica somente com adições e subtrações a resolução pode ser feita tranquilamente resolvendo as operações na ordem em que aparecem da esquerda para direita, os alunos acabam fixando este raciocínio, por ser seu primeiro contato com a prática do conteúdo, e resolvendo qualquer expressão numérica posterior da mesma forma.

Outra problemática nesse contexto é o fato de que o professor acaba seguindo o livro didático e ensinando os alunos desta forma, ou ainda ensinando

como alternativa de resolução o agrupamento em pares, o que também não é um método aplicável a 100% das expressões numéricas.

Esta ideia inicial que é passada para os alunos, em nossa concepção de forma equivocada, é a que eles mais reproduzem durante as resoluções e acabam por muitas vezes levando ao erro, como conseguimos identificar nas análises feitas a partir da aplicação do pré-teste, que iremos discorrer na subseção 6.2 intitulada “Análise detalhada e individual dos resultados do pré-teste e pós-teste”.

Em seguida é apresentado o tópico “Expressões numéricas com adição, subtração, multiplicação e divisão”, reunindo as quatro operações que abordamos em nossos instrumentos de pesquisa e em nossa sequência didática.

**Figura 6** - Expressões numéricas com as quatro operações

**Expressões numéricas com adição, subtração, multiplicação e divisão**

Para calcular o valor de uma expressão numérica em que há adição, subtração, multiplicação e divisão, obedecemos à ordem a seguir:

- primeiro, as divisões e as multiplicações, na ordem em que aparecerem, da esquerda para a direita;
- depois, as adições e as subtrações, na ordem em que aparecerem, da esquerda para a direita.

Observe:

**1**  $17 - 40 : 5 =$

$$= 17 - 8 =$$

$$= 9$$

**2**  $8 \times 9 : 6 =$

$$= 72 : 6 =$$

$$= 12$$

**3**  $21 : 3 + 3 \times 4 - 8 =$

$$= 7 + 12 - 8 =$$

$$= 19 - 8 =$$

$$= 11$$

Fonte: LD<sub>4</sub> (2019, p.68)

Como no tópico anterior, que parte do mesmo raciocínio de resolução, já foi apresentado um contexto para introduzir o conteúdo, neste item em específico os autores já iniciam com a formalização seguido de alguns exemplos.

É interessante pontuar que a ideia do sinal associativo, (neste caso somente os parênteses) é sempre retomada ao final dos tópicos que incluem mais uma operação no processo de resolução.

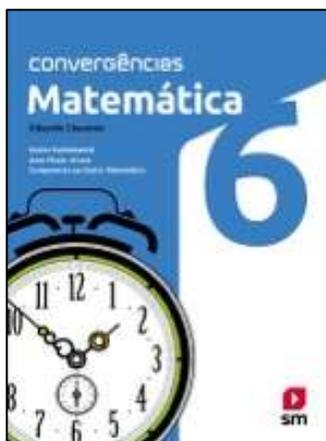
Finalizando a parte do conteúdo deste capítulo o autor traz a resolução de expressões numéricas com todas as operações e potenciação juntamente com o

uso do parêntese, agora de forma mais direta, formalizando a ordem com que todos os passos devem ser resolvidos. Os autores ainda trazem como recurso o uso da calculadora como ultimo tópico do capítulo acerca de expressões numéricas.

Para as atividades ao final do capítulo são destinadas quatro folhas, 16 questões em “Atividade”, sendo uma intitulada desafio, e 14 questões em “retomando o que aprendeu”.

Agora vamos fazer a análise do livro didático usado pela segunda escola, a que foi polo de nossa pesquisa.

**Figura 7** - LD5 - Convergências Matemática, 6º ano



Fonte: Chavante (2018)

A coleção Convergências matemáticas, que tem como autor Eduardo Chavantes, foi publicado em 2018 pela editora SM e foi escolhida pela escola em 2019, logo seu uso se daria de 2019 a 2021.

O sumário não traz nada referente às expressões numéricas em nenhum dos capítulos referentes a operações, seja com números naturais, decimais ou frações, como mostra a figura abaixo:

**Figura 8 - Sumário LD<sub>5</sub>**

<b>2</b>	<b>Operações com números naturais</b>	31	<b>7</b>	<b>Frações</b>	122
	Adição	31		Fração como parte de um inteiro	122
	<b>Atividades</b>	33		Fração como quociente de uma divisão	123
	Subtração	36		Fração como razão	123
	<b>Atividades</b>	38		Leitura de frações	123
	Multiplicação	42		<b>Atividades</b>	124
	<b>Atividades</b>	44		Fração de uma quantidade	125
	Divisão	48		<b>Atividades</b>	126
	<b>Atividades</b>	49		Tipos de fração	128
	Igualdades	52		<b>Atividades</b>	129
	<b>Atividades</b>	53		Frações equivalentes	131
	<b>Vamos relembra</b>	54		<b>Atividades</b>	132
	<b>Educação financeira</b>			Comparação de frações	135
	À vista ou a prazo?	56		<b>Atividades</b>	136
<b>3</b>	<b>Figuras geométricas espaciais</b>	58		Adição e subtração de frações	137
	Poliedros	59		<b>Atividades</b>	140
	Prismas	60		Multiplicação de frações	142
	<b>Atividades</b>	61		<b>Atividades</b>	143
	Paralelepípedo reto retângulo e cubo	62		Divisão de frações	145
	<b>Atividades</b>	63		<b>Atividades</b>	148
	Pirâmides	64		Potências com base fracionária	149
	<b>Atividades</b>	65		<b>Atividades</b>	149
	Cilindro reto, cone e esfera	66		Porcentagem	150
	<b>Atividades</b>	67		<b>Atividades</b>	151
	<b>Vamos relembra</b>	68		<b>Vamos relembra</b>	153
<b>4</b>	<b>Potenciação e radiciação de números naturais</b>	70		<b>Ampliando fronteiras</b>	156
	Potenciação	70		Malefícios do tabagismo	158
				<b>Verificando rota</b>	

Fonte: LD<sub>5</sub> - Sumário

Porém, folheando o capítulo 2, que tem título “Operações com números naturais”, que tem início na página 31 e está dividido em adição, subtração, multiplicação, divisão e igualdades como mostra a figura 8, encontramos após a apresentação do conteúdo acerca de adição e subtração o tópico “expressões numéricas envolvendo adição e subtração”.

Esta parte do conteúdo inicia com uma situação problema como observamos na figura 9, onde autor dá duas maneiras de respostas, utilizando em uma delas os parênteses como sinal associativo, aproveitando para dar o seguinte comando: “Em uma expressão numérica em que há parênteses, devemos resolver primeiro as operações indicadas entre eles”. Dessa forma, o livro não trouxe nenhuma justificativa para tal, seja ela histórica ou matemática.

**Figura 9** - LD<sub>5</sub> - Expressões numéricas envolvendo adição e subtração

**Expressões numéricas envolvendo adição e subtração**

Jair está pensando em comprar os produtos a seguir.

Tenho R\$ 200,00. Vou comprar a camisa, o cinto e a calça.

Sabendo que Jair comprou a camisa, o cinto e a calça, quantos reais sobraram após essa compra?

Para responder a essa pergunta, escrevemos e efetuamos uma **expressão numérica**. Veja duas maneiras:

Fonte: LD<sub>5</sub> (2018, p.37)

Na primeira resolução o autor resolveu as operações da esquerda para direita na ordem em que estavam dispostas, porém o raciocínio não foi formalizado.

A seguir, a atividade referente a tudo o que foi visto no capítulo 2 até o então momento, traz duas questões referente a expressões numéricas, ambas somente com adição e subtração, sendo uma com a presença dos parênteses.

O livro retoma para as operações, apresentando a multiplicação e logo em seguida expressões numéricas envolvendo adição, subtração e multiplicação, de forma sucinta como mostra a imagem abaixo.

**Figura 10** - LD<sub>5</sub> - Expressões numéricas envolvendo adição, subtração e multiplicação.

**Expressões numéricas envolvendo adição, subtração e multiplicação**

Veja como Heloisa efetuou a seguinte expressão numérica.

Nas expressões numéricas que envolvem adições, subtrações e multiplicações, as multiplicações devem ser efetuadas primeiro. Além disso, caso a expressão apresente parênteses, as operações que estão em seu interior devem ser resolvidas primeiro.

**1** Agora, efetue as expressões numéricas.

a)  $5 \cdot 35 - 109 + 7 \cdot 23$       b)  $15 + (32 - 29) \cdot (8 + 3)$

Fonte: LD<sub>5</sub> (2018, p.44)

É possível observar que o livro didático também só direciona o aluno sobre a ordem a ser seguida na resolução de expressões numéricas. Esta parte do conteúdo também é seguida de exercícios, sendo quatro páginas com 15 questões, destas, 5 questões são sobre expressões numéricas. Destacamos a questão de número 45, pois traz como contexto a relação entre a língua materna (na expressão numérica escrita por extenso) e o raciocínio matemático para transformar este enunciado em expressão numérica. Contexto que exploramos muito na construção do conhecimento do aluno em nossa sequência didática.

Finalizando as quatro operações o autor introduz o conceito divisão e mais uma vez ao finalizar traz expressões numéricas, agora com as quatro operações. O conteúdo ocupa menos da metade de uma lauda e traz um exemplo resolvido, sem o uso de sinais associativos, juntamente com a formalização com a ordem da hierarquia de resolução dentre as quatro operações. Não houve discussão a respeito desta hierarquia, apenas foi repassada aos alunos.

O livro segue com uma atividade geral referente a todo o capítulo, com 10 questões, sendo 4 questões sobre expressões numéricas com as quatro operações, já apresentando parênteses e colchetes.

Finalizando o capítulo o autor introduz o conceito de igualdade e segue com exercícios, intitulado “vamos lembrar”, com 9 questões, trazendo inclusive questões da Obmep. Deste total, a atividade apresentou 3 questões sobre expressões numéricas.

Ao finalizar as análises feitas sobre os livros didáticos de matemática de 6º ano em relação ao conteúdo de expressões numéricas, conseguimos observar que um dos livros analisados, LD<sub>1</sub>, não apresentou nada referente a tal matéria, um completo descaso pelo ensino de expressões numéricas.

Conseguimos observar que de modo geral o ensino das expressões numéricas não recebe a atenção que merece. O único livro satisfatório na abordagem do conteúdo foi “A conquista da matemática”, os demais apresentavam o conteúdo de forma muito sucinta ou nem apresentavam.

Podemos também atribuir o erro, onde o aluno tende a resolver qualquer expressão numérica da esquerda para direita ou agrupando as operações em pares, ao fato de que os próprios livros didáticos trazem como primeiro contato esse tipo de expressão, passíveis de resolução desta forma, logo o aluno tende a fixar esta metodologia e reproduzir a partir de então. E como exceção, mais uma vez, ressaltamos o livro “A conquista da matemática”, pois o primeiro contato com formalização foi para expressões envolvendo adição, subtração e multiplicação, fazendo o aluno compreender no primeiro momento que as operações tem prioridades diferentes.

É válido ressaltar que nenhum dos livros trouxe discussões ou justificativas a respeito do por que da hierarquia das operações ou da prioridade de resolução dos sinais associativos, isto pode ser atribuído ao fato de no próprio âmbito de pesquisas matemáticas essas questões também não sejam completamente esclarecidas. Porém historicamente temos alguns registros sobre essas problemáticas, o que seria válido ser exposto no livro didático, para que o aluno conseguisse entender que todas as regras e formalizações não surgiram aleatoriamente. A seguir falaremos sobre os aspectos históricos do tema em questão

### 3.3 ASPECTOS HISTÓRICOS

Essa subseção se propõe em traçar uma linha do tempo, referente a determinados pontos na história da matemática. Entende-se que os princípios matemáticos surgiram das necessidades humanas, como a necessidade de contar os membros de sua família, chegar a um total de animais em um rebanho ou ainda o número de soldados em um exército. Nas próprias relações sociais, era possível constatar a crescente necessidade pela matemática e todo o corpo de conceitos e ideias que cercam esta ciência.

Ottes (2016) soma com a discussão, a respeito do curioso fato de que seria mais fácil acreditarmos que primeiro surgiram os números naturais para que, posteriormente, fosse concebida a contagem, no entanto, não se deu dessa maneira. Foi na prática da contagem do dia a dia que se originaram os números naturais. Diversos outros processos foram tomando corpo, a partir das necessidades apresentadas pela sociedade, dentre eles advém as expressões numéricas, podendo entender que são “[...] a transposição da linguagem natural à linguagem matemática (OTTES, 2016, p. 16), sendo assim, possuem a ideia de representação de valores e quantidades e as operações numéricas contidas nas situações-problema.” Não se sabe ao certo acerca da origem das primeiras expressões numéricas, mas a ideia mais clara sobre o assunto reflete que em consonância com a evolução da própria linguagem humana, evoluíam também os processos matemáticos e suas necessidades de representação.

Ao passo que ocorriam os diversos processos de evolução da sociedade, a matemática se firmava como uma necessidade básica diária nas relações sociais constituídas em comércio, por exemplo. É importante destacar que com as relações advindas desses processos, os estudos matemáticos se firmavam e começava-se a entender a necessidade de se estabelecer bases sólidas para esse conhecimento, dadas isto, pensou-se nas próprias operações numéricas como sistema que também obedecia a uma ordem hierárquica.

São diversas as suposições acerca da origem das primeiras operações matemáticas, cada povo determina que tenha ocorrido da maneira que sua cultura construiu, mas, de maneira geral, entende-se a adição tenha ocorrido de maneira

mais imediata dada sua configuração mais simples, logo em seguida a subtração também tomou devida forma. É interessante destacar que em suas primeiras representações, dadas principalmente em manuscritos que indicavam controle no faturamento de comércios, os sinais, hoje largamente difundidos como os sinais gráficos das operações de soma e subtração ( + , - ), serviam, inicialmente, para indicar lucro ou déficit monetário, apenas depois sendo atribuídos aos cálculos em si (OTTES, 2016).

Por conseguinte, a multiplicação era constituída como um processo mais elaborado, no entanto, essencial para determinadas culturas, desde sua constituição, como para os maias e chineses (OTTES, 2016). Seus sistemas numéricos estavam intimamente relacionados à operação da multiplicação. Da mesma forma, a divisão surgia como necessidade básica para diversos processos em sociedade e sendo representada, vez ou outra, de diferentes formas, dependendo de sua localização geográfica ou construção cultural.

Partindo para relação hierárquica das operações na resolução das expressões numéricas, diversos autores apresentam determinadas considerações que visam exemplificar tais relações hierárquicas, no entanto, tais questões serão aqui resumidas com foco na objetividade desta seção. Ao se encarar os processos de adição e subtração e sua resolução em uma expressão numérica, podem ocorrer determinadas dúvidas sobre com qual das operações iniciar, no entanto, como afirma Ottes (2016):

[...] podemos concluir que a subtração é uma adição de um número oposto. Deste modo, podemos justificar que a adição e a subtração possuem o mesmo grau de prioridade (hierarquia) na resolução de uma expressão numérica. Portanto, efetuamos os cálculos da esquerda à direita de acordo com a ocorrência da adição e da subtração (p. 67).

Isso se apresenta a partir de diversas constatações provenientes de testagens e se embasa em ciclos de comprovações. O interessante a se pensar agora, seria em como, naturalmente, seria ideal achar que a eles é atribuído prioridade também em uma expressão numérica enquanto ela tivesse em sua estrutura uma multiplicação ou divisão, no entanto, a partir de determinados modelos construídos através das eras, concluiu-se que o caminho correto iniciaria

com as duas últimas operações citadas, visto que iniciar pelas outras trairia a organização efetiva para a resolução da expressão como defendem os autores:

Ao decorrer da proposta justificamos o porquê da adição e subtração ter o mesmo grau de prioridade na resolução da expressão numérica, usando a ideia da subtração ser a adição do elemento oposto. Para a multiplicação, inicia-se mostrando que é uma adição iterada dentro do conjunto dos números naturais, sendo fundamental a noção de parênteses e seu uso. Para os números racionais foi apresentada a noção de que é o inverso da multiplicação é a divisão. Deste modo, a multiplicação e a divisão possuem o mesmo grau de prioridade entre elas, respeitando a ordem em que ocorrem na expressão (OTTES; FAJARDO, 2017, p. 217).

É claro que, para evitar tal confusão, outros elementos foram incluídos visando que as chances de tal confusão fossem minimizadas: os sinais associativos (parênteses "()", colchetes "[]" e chaves "{}"). A eles foi atribuída a função de fixar e organizar a ordem de execução das operações no interior das expressões numéricas, visando a chegada ao resultado final da expressão.

[...] historicamente, os parênteses ( ) foram utilizados com o seu significado atual, primeiramente, por um inglês, A. Girard, no livro *Arithmetic* publicado no ano de 1629. O colchete e a chave têm origem posterior, como também o sinal = para simbolizar igualdade. [...] A fim de evitar usá-los desnecessariamente, como já foi salientado, a convenção é adotada para executar todas as multiplicações primeiro e, em seguida, as adições. Se dois ou mais desses símbolos de agrupamento são utilizados na mesma expressão, geralmente remove-se o par mais interno dos símbolos em primeiro lugar (OTTES; FAJARDO, 2017, p. 211-212).

Podemos compreender que todas as formalizações que vimos até então são necessárias para a resolução de expressões numéricas, porém não devem ser repassadas aos alunos como regras, sem serem minimamente discutidas e contextualizadas, pois dessa forma fica mais difícil a compreensão do aluno e seus conhecimentos acabam ficando limitados ao comando que lhes são dados, sem saber as justificativas por trás de tal conhecimento.

### 3.4 CONSULTA A EGRESSOS

Com o objetivo de diagnosticar as dificuldades apresentadas pelos alunos no que diz respeito à resolução de expressões numéricas e traçar um perfil geral desses estudantes realizamos uma investigação junto a 100 discentes do 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal localizada no bairro do Aurá em Ananindeua-Pará durante o período de maio/junho do ano de 2018. E nesta subseção serão tratados os resultados encontrados a partir dessa investigação e as discussões decorrentes da mesma.

É importante ressaltar que o presente trabalho cumpriu com padrões éticos, iniciando pela entrega do ofício de apresentação, fornecido pela instituição do programa de mestrado, minuta com o teor da pesquisa à direção das escolas e aos professores responsáveis pelas turmas, e o termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE) aos responsáveis pelos estudantes, informando a realização da pesquisa e garantindo o anonimato dos discentes.

Para esta investigação elaboramos três instrumentos para coletas de dados:

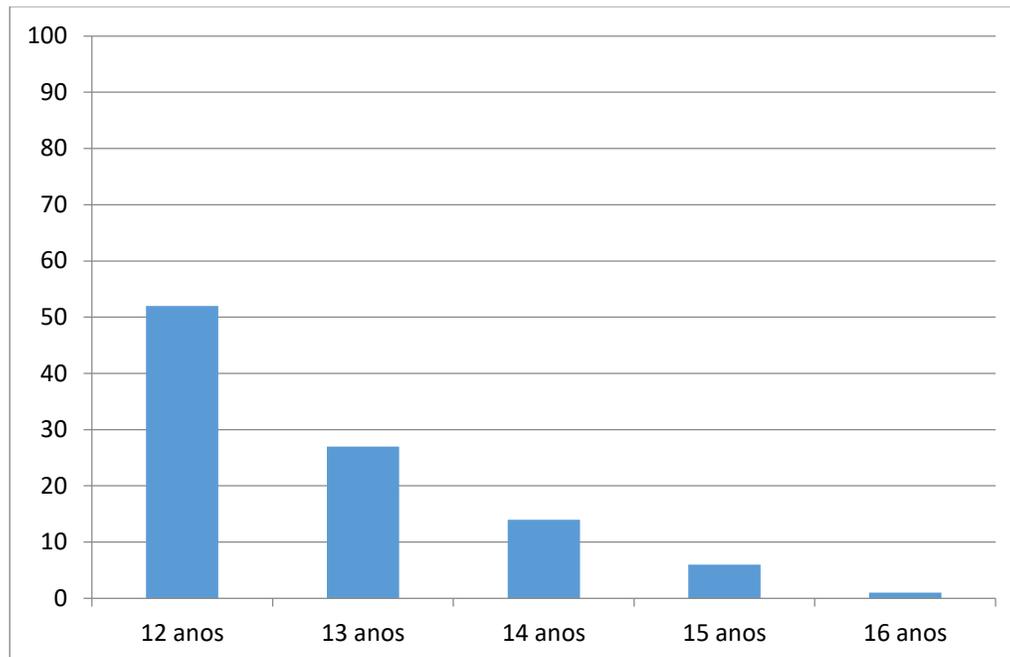
- Questionário Sócio Educacional: composto por 20 questões em que coletamos dados pessoais dos alunos (idade, sexo, escolaridade dos responsáveis), impressões dos alunos sobre as metodologias de ensino utilizadas pelo professor e as formas de avaliação.
- Quadro de dificuldades: elaborado com dezesseis expressões numéricas, dispostas em nível gradativo de dificuldade, para que o aluno identificasse se recordava de ter resolvido/estudado expressões numéricas semelhantes, se a resposta fosse positiva o aluno marcaria o grau de dificuldade da expressão numérica de acordo com a vivência que teve durante o aprendizado do assunto.
- Teste diagnóstico: foram propostas aos alunos 10 expressões numéricas, de maneira análoga ao quadro de dificuldades, mantendo o nível de complexidade das expressões e as disposições gradativas.

É válido ressaltar que no questionário sócio educacional foram apresentadas aos alunos algumas alternativas para que estes pudessem marcar suas respostas, e em nossas análises daremos destaque às alternativas com maiores percentuais, porém o questionário, assim como o teste diagnóstico e o quadro de dificuldades estão em anexo e apêndice ao final deste trabalho.

#### 3.4.1 Perfil dos estudantes consultados

A distribuição quanto ao sexo esta bem equiparada, com 57% dos alunos sendo do sexo feminino e 43% do sexo masculino com faixa etária que varia entre 12 a 16 anos, distribuídos conforme destacamos no gráfico 1.

**Gráfico 1** - Frequência relativa (%) referente à faixa etária



Fonte: Pesquisa de campo (2018).

De acordo com o Art. 32 da Lei Nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, o ensino fundamental obrigatório, com duração de 9 (nove) anos, deve ser gratuito na escola pública, e iniciar aos 6 (seis) anos de idade, tendo como objetivo a formação básica do cidadão. (Redação dada pela Lei nº 11.274, de 2006). Seguindo essa linha de raciocínio e descartando a possibilidade de repetência o aluno deveria chegar ao

7º ano com 12 anos de idade, e fazendo um comparativo com a faixa etária dos sujeitos de nossa pesquisa observamos que há um percentual de 48% de distorção série-idade nessa amostra.

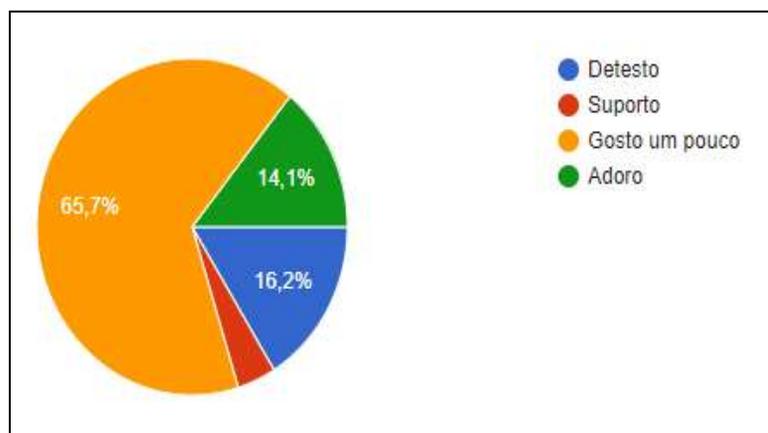
Os casos mais preocupantes são os de alunos entre 14 e 16 anos, que correspondem 21% dos sujeitos investigados, pois tal distorção pode gerar além do atraso da vida escolar do aluno um desconforto e talvez um isolamento por parte deste aluno uma vez que o seu desenvolvimento enquanto adolescente não está mais equiparado a um pré-adolescente de 12 anos.

Além da distorção série-idade, outro problema enfrentado nas escolas públicas é a dependência, que dentre a amostra de 100 alunos apenas 6 alunos já haviam ficado de dependência, porém, apesar do baixo índice, dentre esses dependentes 100% haviam ficado em matemática, sendo essa a matéria que mais tem alunos em situação de dependência.

Não é novidade que a matemática é uma matéria mal vista aos olhos dos alunos, o que se deve, possivelmente, a grande dificuldade que estes sentem no processo de aprendizagem desta disciplina, motivo este que também influenciou na realização deste trabalho.

É fácil observar na comunidade escolar que a relação entre aluno e Matemática não é das mais amistosas. Muitos são enfáticos quando afirmam não gostarem desta disciplina, até mesmo os alunos que têm bom rendimento declaram sua rejeição, não sentem prazer em resolver problemas de Matemática, declaram ainda que não gostam das aulas, pois são muito chatas. Que não entendem nada do que o professor fala, dentre outras queixas [...] Talvez por ser tão rígida provoca certo medo aos alunos que a acham difícil criando assim uma relação áspera, às vezes até traumática que pode culminar em dificuldade, falta de interesse e rejeição (REIS, 2005, p. 4).

A partir da análise dos dados coletados a situação encontrada em nosso lócus de pesquisas não foi diferente da já mencionada acima por REIS (2005, p. 4), quando questionados se gostavam de matemática, os alunos apresentaram as seguintes respostas:

**Gráfico 2** - Gosto pela disciplina

Fonte: Pesquisa de campo (2018).

Podemos observar com o gráfico 2, que apesar da maioria dos alunos terem respondido “gosto um pouco”, apenas 14,1 % dos alunos declararam adorar matemática, sendo este número inferior à porcentagem que declarou detestar a mesma. (1 aluno não respondeu a esta questão)

Uma vez que o lócus de nossa pesquisa é uma escola pública localizada em uma região periférica do município de Ananindeua- PA, marcada pela violência e muitas das vezes pela ausência de uma estrutura familiar, consideramos válido investigar o contexto familiar que esse aluno está inserido, a fim de concluir se tal situação tem influência em seu rendimento escolar. Sendo assim perguntamos ao aluno qual o grau de instrução de seus responsáveis, dentre seus responsáveis masculinos apenas 14% tinham nível superior e dentre os responsáveis femininos 13,3%. (dois alunos deixaram de responder o grau de formação de seu responsável feminino).

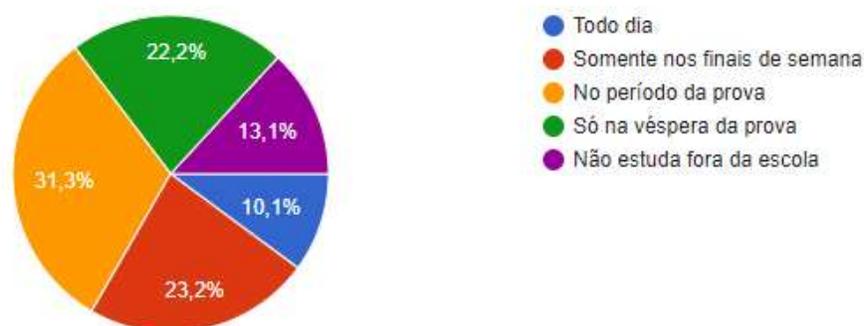
E quando perguntados se recebiam ajuda nas tarefas de matemática em casa as duas porcentagens que merecem destaque são os que recebem ajuda de algum familiar 41%, e os que não recebem ajuda de ninguém 39%.

Para elucidar o quão importante é o suporte dos pais junto às atividades escolares dos filhos, comparamos os resultados obtidos no teste de dois alunos, um não recebe ajuda em casa e outro tem esse suporte fora da escola. O que recebe ajuda não deixou nenhuma questão em branco e obteve 70% de acertos no teste diagnóstico, acertando inclusive as expressões com maior grau de

dificuldade, já o outro aluno deixou 60% do teste em branco e obteve 20% de acertos. É evidente que não é possível generalizar uma situação analisando apenas dois casos isolados, mas essa comparação ressalta a importância do acompanhamento do aluno fora da escola.

Esta pesquisa também nos mostrou que 31,3% dos alunos alegaram só estudar matemática apenas no período da prova, 22,2% somente na véspera, e em um cenário pior ainda, 13,1 % não estudam fora da escola (um aluno não respondeu esta questão).

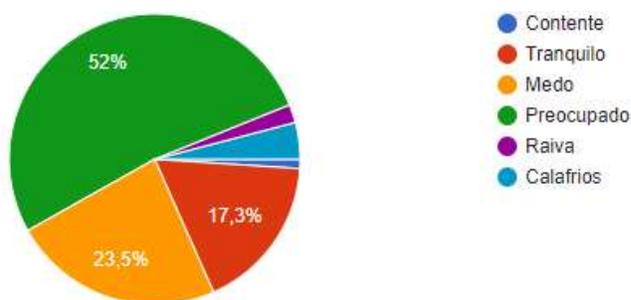
**Gráfico 3** – Frequência de estudo



Fonte: Pesquisa de campo (2018).

Esses números refletem a atual concepção do aluno com relação a estudar, em que eles estudam a matéria apenas para fazer uma prova e não para construir um conhecimento de fato.

Por fim, para fechar o perfil aluno, procuramos saber como ele se sente com relação à prova de matemática, que ainda é o principal instrumento de avaliação utilizado nas escolas, e as respostas obtidas foram (dois alunos não responderam a esta pergunta):

**Gráfico 4** – Sentimento do aluno quanto à prova de matemática

Fonte: Pesquisa de campo (2018).

Observamos que 52% dos alunos declararam se sentir preocupados e 23,5% sentem medo na hora da prova, o que nos mostra que 75,5% dos adolescentes investigados podem ter seu desempenho comprometido por influência do seu psicológico.

Estes números reforçam a ideia de que são muitos os alunos que expressam ter aversão, medo, pavor à Matemática, decorrente de experiências passadas, seja com professores ou com algum conteúdo dos diversos existentes na área (REIS, 2005, p. 2).

A seguir, serão expostas as considerações sobre das metodologias utilizadas pelo professor com base na visão do aluno.

#### 3.4.2 Prática pedagógica dos professores de matemática na visão dos alunos

Com relação ao professor, procuramos saber do aluno se em sua visão, ele demonstra segurança ao transmitir o conhecimento, quais métodos avaliativos ele costuma usar, como ele introduz o conteúdo sobre expressões numéricas e quais recursos ele usava para a prática e avaliação desta.

Apenas três alunos responderam não sentir clareza no domínio do conteúdo por parte do professor e 89,8% consideram suas explicações boas ou excelentes (dois alunos não responderam a esta questão). Porém, apesar de a maioria ter julgado as explicações satisfatórias, quando questionados se entendem estas explicações dadas em sala, 47% dos alunos alegaram entender somente às vezes.

O diálogo entre professor e o aluno é essencial para que não haja brechas no processo de aprendizagem, e esse processo de “explicação” do conteúdo também deve ser entendido por um momento de diálogo, em que o aluno tem total liberdade para questionar e buscar entender o que está sendo explicado da melhor forma possível, para que não surjam obstáculos posteriormente.

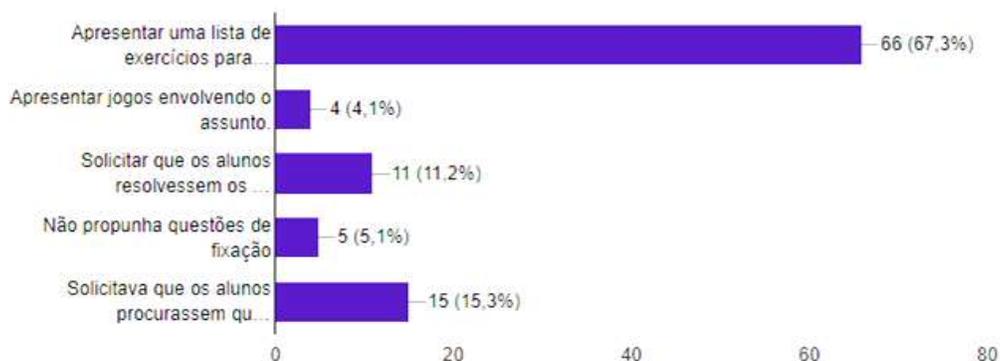
A respeito de como o professor introduzia o conteúdo sobre expressões numéricas e de que forma ele pôs em prática, encontramos os seguintes resultados:

**Gráfico 5** – Atividades e/ou trabalhos que o professor de matemática mais utiliza



Fonte: Pesquisa de campo (2018).

**Gráfico 6** – Recursos para a prática do conteúdo de expressões numéricas



Fonte: Pesquisa de campo (2018).

Como observado no gráfico 5, em que os alunos foram questionados sobre as formas de atividades ou trabalhos que seu professor de matemática mais utiliza em suas aulas e no gráfico 6, sobre como o professor praticou o conteúdo sobre

expressões numéricas, o modelo tradicional de ensino ainda prevalece, com a predominância de aulas expositivas seguidas de resolução de exercícios.

Os tipos de atividades avaliativas mais usadas pelo professor também seguem esta mesma linha tradicional de ensino, utilizando como principais instrumentos avaliativos: o visto no caderno (61% das respostas), simulados (43% das respostas) e provas bimestrais (21%).

Na próxima subseção serão expostas as dificuldades encontradas no processo de aprendizagem de expressões numéricas.

### 3.4.3 Dificuldades encontradas na aprendizagem de expressões numéricas

De modo geral, 100% dos alunos recordavam de ter tido contato com as expressões apresentadas, assim sendo podemos observar que os alunos consideraram os sete primeiros tipos de expressões numéricas fáceis ou muito fáceis com mais de 50 % das respostas. O restante das expressões, num total de 16, foram consideradas pela maioria difíceis ou muito difíceis. É válido ressaltar que as expressões numéricas do quadro de dificuldades e do teste diagnóstico foram dispostas de maneira gradativa quanto ao nível de dificuldade.

Entende-se que o êxito na resolução de uma expressão numérica está ligado ao domínio das regras de prioridade dos sinais de associação e da ordem na realização dos cálculos além, é claro, da destreza do aluno em operar com os números. (PARMEGIANI,2011 p. 2)

Podemos então nos deparar com diferentes dificuldades na aprendizagem do aluno, que podem estar relacionadas a conteúdos anteriores, como o domínio da soma, subtração, divisão e multiplicação, que apesar de serem conteúdos básicos da matemática muitos alunos ainda pecam ao resolver as quatro operações fundamentais.

Na fase final da resolução da expressão, em que as operações finais são a adição e subtração, o aluno apresenta erro na resolução da subtração. Onde deveria somar foi subtraído, concluindo que o aluno demonstra conhecer em parte o processo para resolver a expressão, mas no desenvolvimento se confunde por conta de vários sinais, ou por não organização dos valores na resolução. (ALEXANDRIA, 2013, p.40).

Ou ainda as dificuldades podem estar relacionadas à falta de compreensão do processo de resolução de expressões numéricas.

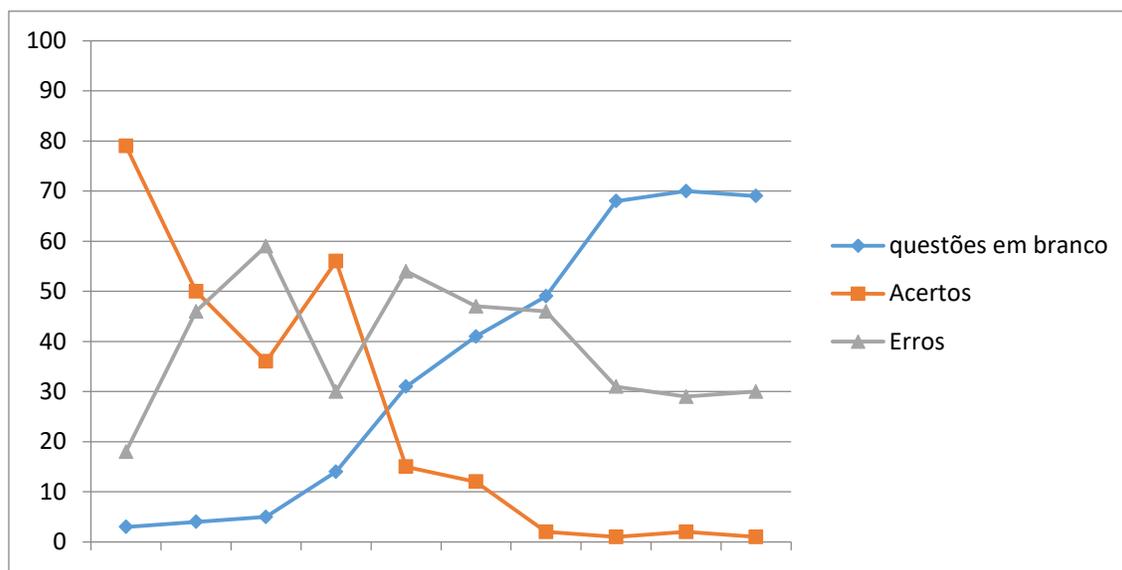
Assim como o obstáculo de saber usar os sinais de associação, outro frequente na maioria dos testes, foi o de saber a ordem correta de calcular as operações, os alunos calculam as expressões na ordem que aparecerem os números, e usam a operação matemática do sinal que estiver na frente do número, ou entre os números, independente, por exemplo, de ser uma multiplicação que deve ser calculada antes de uma adição. (ALEXANDRIA, 2013 p.42).

Como um de nossos instrumentos de coleta de dados utilizamos um teste diagnóstico a fim de identificar o grau de conhecimento dos alunos acerca de expressões numérica e posteriormente, em uma análise mais detalhada, enumerar as principais dificuldades e obstáculos na aprendizagem. No quadro abaixo está o desempenho dos alunos neste teste diagnóstico, com o número de acertos, erros e questões deixadas em branco.

**Quadro 2**– Desempenho no teste diagnóstico com alunos de 7º ano

	1º Q.	2º Q.	3º Q.	4º Q.	5º Q.	6º Q.	7º Q.	8º Q.	9º Q.	10º Q.
Acertos	79	50	36	56	15	12	2	1	2	1
Erros	18	46	59	30	54	47	46	31	29	30
Branco	3	4	5	14	31	41	49	68	70	69

Fonte: Pesquisa de campo (2018).

**Gráfico 7** – Desempenho no teste diagnóstico com alunos de 7º ano

Fonte: Pesquisa de campo (2018).

Observando o gráfico 7, é relevante ressaltar o crescimento na quantidade de questões em branco conforme o aumento do grau de dificuldade, o que nos mostra que o aluno não tem suporte para desenvolver as expressões, isto é, estes não detêm os conhecimentos matemáticos necessários para resolução da expressão. Sendo assim, percebe-se que os alunos deveriam ter maior domínio acerca de expressões numéricas considerando-se a série em que estão, pois conceitos que antecedem tal conteúdo, como calcular as quatro operações básicas, ou saber lidar com expressões consideradas grandes, ainda não estão formados corretamente, ou ainda em processo de formação para o aluno.

Mesmo que a questão tenha um número considerável de erros, isso não deve ser considerado um ponto negativo, uma vez que o aluno tinha um direcionamento, mas pecou em alguma etapa da resolução.

Iremos agora destacar algumas questões e relacioná-las com o que os alunos haviam declarado no quadro de dificuldades. Como critério, utilizamos a questão com maior índice de acertos, maior índice de questões em branco, e maior incoerência entre a resposta no quadro de dificuldades e apresentação dos resultados no teste.

A 1ª Questão, a qual teve maior número de acertos, era proposta aos alunos uma expressão sem separadores e somente com um tipo de operação (adição), conseqüentemente era a expressão com o menor grau de dificuldade, uma vez que não era cobrado do aluno o conhecimento prévio sobre a hierarquia das operações e os sinais de associação. O que condiz com o quadro de dificuldades, em que 80 % dos alunos consideraram fácil ou muito fácil uma expressão semelhante a esta.

A 2ª questão foi a que apresentou maior incoerência entre a resposta do quadro e do teste diagnóstico. No quadro uma expressão semelhante foi considerada fácil ou muito fácil por 70% dos alunos, e de fato percebe-se que os alunos tinham base para resolver essa expressão, pois somente 4 alunos a deixaram em branco. Porém a questão apresentou 46% de erros e o mais frequente se deve ao hábito de o aluno agrupar a expressão por pares para encontrar seu valor numérico.

As três últimas expressões foram as que apresentaram maior índice de questões em branco, o que se deve ao fato de serem as questões com maior grau de dificuldade. Ao relacionar com o quadro de dificuldades observamos que expressões semelhantes foram consideradas difíceis ou muito difíceis, por exemplo, na expressão que se assemelhava a oitava questão 80% dos alunos considerou difícil ou muito difícil.

É válido ressaltar que nas questões 7 e 8 do teste diagnóstico buscamos trazer o modelo numérico utilizado na resolução de equações do segundo grau, pra exemplificar como o ensino de expressões pode ser visto como uma ferramenta futura no aprendizado dos demais conteúdos matemáticos.

Feita esta investigação, na próxima subseção será exposta a revisão de literatura a fim de embasar a elaboração de nossa sequência didática.

### 3.5 REVISÃO DE ESTUDOS

Para a real identificação do problema no aprendizado de expressões numéricas e melhor compreensão deste contexto julgamos necessário além de fazer um diagnóstico local, realizar também uma revisão bibliográfica com o intuito

de trazer discussões já levantadas a respeito deste tema e sugestões propostas para o ensino de expressões numéricas juntamente com seus resultados.

Para o levantamento dos trabalhos a serem revisados fizemos uma busca no catálogo de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), além de artigos publicados em revistas ou eventos matemáticos importantes. Seleccionamos 10 trabalhos centrados no eixo de ensino- aprendizagem de expressões numéricas. Dentre esses temos quatro dissertações, dois trabalhos de conclusão de curso e quatro artigos publicados em eventos ou revistas.

Uma observação sobre a escolha dos nossos estudos revisados, optamos por abrir uma exceção na escolha de dois trabalhos de conclusão de curso, uma vez que tais obras tem uma linha de pesquisa que se aproxima em muitos aspectos da nossa, destacando o trabalho: Obstáculos didáticos na resolução de expressões numéricas no 6º ano do ensino fundamental (ALENXADRIA 2013), que inclusive já foi citado anteriormente nesta dissertação, pois além de ser uma pesquisa realizada no mesmo estado que esta investigação trata-se de uma experimentação que também foi baseada em ensino por atividades.

Os trabalhos selecionados foram realizados nos períodos de 2010 a 2018, e serão expostos em ordem cronológica. É importante enfatizar que demos preferência a pesquisas de caráter experimental ou diagnóstico, que nos traz uma proposta nova de intervenção e posteriormente resultados a partir destes experimentos, nessa linha foram selecionados sete trabalhos. Já de caráter teórico elegemos três obras, pois julgamos necessário além da prática uma análise de livros didáticos e um olhar voltado para a história das expressões numéricas, com ênfase na hierarquia das operações matemáticas e no uso dos sinais associativos.

### 3.5.1 Estudos anteriores no contexto das expressões numéricas

O quadro abaixo apresenta um resumo das obras selecionadas divididas em duas categorias, trabalhos de caráter teórico e de caráter experimental/diagnóstico. E posteriormente uma análise mais detalhada sobre cada obra.

**Quadro 3 – Síntese dos estudos revisados**

CATEGORIAS	AUTOR (ANO)	TÍTULO	NATUREZA	INSTITUIÇÃO
Teóricos	Freitas (2014)	<b>Expressões numéricas e suas abordagens em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental.</b>	Dissertação	Universidade Federal de Mato Grosso
	Maciel (2014)	<b>Desenvolvimento de Competências e Habilidades nas Expressões Numéricas por meio do Desafio dos Quatro Algarismos para o 6º ano do Ensino Fundamental</b>	Dissertação	Universidade Federal do Tocantins
	Ottes (2016)	<b>Expressão numérica: a hierarquia das quatro operações matemáticas</b>	Dissertação	Universidade Federal de Santa Maria

Experimental/ Diagnóstico	Lopes (2010)	<b>Alternativas metodológicas para o ensino de expressões numéricas: estratégias para construção de aprendizagens significativas</b>	Dissertação	Centro Universitário UNIVANTES
	Parmegiani (2011)	<b>Contextualizando o ensino das expressões numéricas no ensino fundamental</b>	Artigo	II CNEM
	Alexandria (2013)	<b>Obstáculos didáticos na resolução de expressões numéricas no 6º ano do ensino fundamental</b>	Trabalho de Conclusão de curso	Universidade Federal do Pará
	VARELLA (2013)	<b>O ensino das expressões numéricas com calculadora e planilha eletrônica.</b>	Trabalho de Conclusão de Curso	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
	Araujo e Merli (2014)	<b>. Uma aplicação da teoria de grupos na “solução” de expressões numéricas sem signos de agregação</b>	Artigo	XII EPREM
	Barbosa e Magina (2014)	<b>Construindo significado para expressões numéricas multiplicativas a partir do jogo de mensagem</b>	Artigo	Zetetiké

	Souza e Funato (2018)	<b>Jogo ASMDP: um instrumento para ensino de expressões numéricas</b>	Artigo	Revista BoEM
--	--------------------------	---	--------	--------------

Fonte: Revisão bibliográfica (2018)

### 3.5.2 Estudos teóricos

Freitas (2014) aborda em sua dissertação a expressão numérica nos livros didáticos e objetiva investigar a abordagem do conteúdo de expressões numéricas pelos livros didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, adotados por uma escola estadual de Cuiabá-MT para o triênio 2011-2013. A pesquisa é de caráter qualitativo de análise interpretativa, e como instrumento para esta análise foram usados os dois volumes de livros didáticos adotados pela escola em questão.

É válido ressaltar que os dados foram coletados por meio de análise documental e as análises dos livros didáticos feitas por base Teoria Antropológica do Didático (TAD), mais especificamente as praxeologias propostas por Chevallard (1999). De modo geral o autor conseguiu identificar que a análise dos livros didáticos contribuiu para um melhor entendimento da abordagem do conteúdo selecionado, e quanto a parte matemática e sua organização didática, em ambas as coleções o conteúdo era introduzido, em sua maioria, por meio do elemento de abordagem resolução de problema padrão, semelhante a exercícios de aplicação de técnicas, ou seja, problemas considerados rotineiros, comuns e sem grandes desafios para os alunos. E deixa como aspiração que a pesquisa possa contribuir com outros estudos relacionados à aprendizagem não só de expressões numéricas com números naturais como de Matemática de um modo geral, do Ensino Fundamental.

Maciel (2014) tinha por objetivo em sua dissertação é encontrar o número de formas de escrever quatro algarismos iguais, usando as operações básicas e potenciação, de forma a obter resultados definidos previamente e consequentemente contribuir para tornar o ensino da matemática mais atrativo e

motivar os professores a abordarem novas metodologias. Como a proposta metodológica consiste em trabalhar expressões numéricas de forma a deixar o aprendizado mais atraente, o proposto no trabalho é o desafio dos quatro Algarismos que consiste basicamente em usar quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) além da potenciação, para obter como resultado os números de zero a dez. A aplicação do experimento é dividida em desafios de três níveis que se complementam e estão apresentados em nível crescente de complexidade. É válido ressaltar que o presente trabalho é de caráter propositivo, uma vez que o autor não faz a experimentação de sua atividade, deixa como sugestão para os professores que vierem a estudar o tema. Por fim o autor deixa o desejo de que o trabalho desperte o interesse dos professores em buscar novas alternativas para desmistificar a visão que os alunos têm da matemática, ampliando seus recursos metodológicos e trazendo a situação de desafio-problema para dentro da sala de aula, de forma a resgatar o interesse dos alunos em aprender matemática.

Ottes (2016) dissertou sobre “expressão numérica: a hierarquia das quatro operações numéricas” objetivando pesquisar as possíveis justificativas para obtenção da hierarquia das quatro operações aritméticas nas expressões numéricas. Para tal, a metodologia utilizada fora a bibliográfica descritiva de caráter qualitativo.

Em sua análise a autora buscou explicar os PCN no que diz respeito a matriz de referência da prova Brasil; o entendimento acerca de expressões numéricas em alguns livros didáticos; as contribuições do artigo “ordem das operações em aritmética elementar” (BENDER, 1962); as contribuições da tese “o conhecimento matemático escolar: operações com números naturais (e adjacências) no ensino fundamental” (GREGOLIN, 2002); para então fazer uma retrospectiva do uso das quatro operações e dos parênteses, e enfim buscar uma justificativa para a hierarquia das quatro operações.

Os resultados obtidos surgiram com a apresentação dos axiomas dos números naturais abordando as propriedades dos números naturais a luz de Peano (1889) até concluir que subtração é a adição de um número oposto, bem como a divisão e a multiplicação possuem o mesmo grau de importância da

hierarquia por serem operações inversas e possuem prioridade de resolução, conforme a resolução da esquerda para a direita, por ser possível serem reduzidas a uma adição.

Com isso, pode-se concluir que a proposta feita pela autora para a hierarquia da resolução de uma expressão numérica fora necessário construir um raciocínio e descobrir a lógica por trás da regra, necessitando de definições, axiomas e propriedades compreendidas anteriormente.

### 3.5.3 Estudos experimentais/diagnósticos:

Lopes (2010) em sua dissertação “alternativas metodológicas para o ensino de expressões numéricas: estratégias para construção de aprendizagens significativas” que teve por objetivo analisar as possibilidades de construir conceitos matemáticos referentes a expressões numéricas no contexto escolar de uma turma de sexta série da rede municipal de Rio de Pardo.

A metodologia que eles utilizaram fora a pesquisa/intervenção e os dados foram coletados e registrados após produções orais individuais e coletivas. A análise fora realizada em contexto rural com população agrícola e pecuarista. A prática pedagógica adotada pelos autores foi a de ressignificar os conhecimentos prévios dos alunos, estabelecendo relação com o cotidiano deles sem deixar a parte o componente curricular, a partir disso, puderam compreender os conhecimentos precedentes e o conhecimento a ser construído.

Com os resultados obtidos os autores perceberam que a utilização da “aprendizagem significativa subordinada” promoveu avanços na compreensão de expressões numéricas, porém o desenvolvimento criativo não fora tão satisfatório; entretanto à luz da “aprendizagem significativa superordenada” além de ultrapassar a mobilização de conhecimento os alunos buscaram utilizar elementos estéticos que validassem seus resultados, logo houve um maior desenvolvimento criativo; quanto à utilização da “aprendizagem significativa combinatória” adotada por um grupo de alunos que possuíam um histórico indisciplinar, que mesmo obtendo resultados semelhantes em suas expressões numéricas, sua trajetória fora distinta.

Com isso, o processo de aprendizagem dos alunos conteve várias etapas com atividades que objetivaram a apropriação de conceitos matemáticos. Os autores puderam concluir que o aporte teórico utilizado favoreceu a construção da cidadania e resgatou o potencial de cada aluno ao utilizar processos de aprendizagens que abarcassem o conhecimento prévio do alunado. Além disso, os autores sugerem em seu estudo que os educadores que objetivarem fazer uso da metodologia adotada que considerem as exigências relacionadas à teoria da aprendizagem significativa sem que esvazie sua atividade, além de atender as necessidades específicas do contexto escolar que for realizado.

Parmegiani (2011) aborda em seu trabalho sobre a contextualização do ensino das expressões numéricas no ensino fundamental que seu objetivo foi de aplicar técnicas que tornassem as expressões numéricas prazerosas por meio de situações reais ou lúdicas. Desta forma, a metodologia utilizada foi a pesquisa de campo participativa de caráter qualitativo que é baseada em desmitificar que as expressões numéricas são chatas e sem sentido algum no dia a dia, utilizando-se de jogo de palitos coloridos e livrinhos com histórias ilustradas a fim de instigar a percepção interpretativa dos alunos.

Com a análise do jogo dos palitos pôde-se perceber que os alunos tiveram uma boa resposta na compreensão das expressões numéricas, principalmente por agirem em grupos e poder contar com a ajuda uns dos outros. Já com as histórias matemáticas ilustradas os alunos puderam desenvolver a interpretação acerca de algumas expressões matemáticas que se utilizaram de situações corriqueiras, e ambas as atividades propostas podem ser inseridas em uma sequência didática para uma melhor fixação do conhecimento adquirido.

Com isso, o resultado adquirido foi uma melhor receptividade e aceitação de expressões numéricas por meio dessas novas perspectivas. A conclusão que a autora chegou foi que a utilização do jogo e das histórias ilustradas, por serem atividades lúdicas tornou a aula mais agradável e auxiliou no domínio das simbologias e suas regras.

Alexandria (2013) em seu trabalho de conclusão de curso intitulado "obstáculos didáticos na resolução de expressões numéricas no 6º ano do ensino fundamental" objetivou investigar esses obstáculos presente nas resoluções de

expressões numéricas. Sua metodologia foi qualitativa por meio de coletas de dados. Com isso, sua análise se direcionou as fragilidades na resolução de expressões numéricas, sem se preocupar, a priori, com a operação matemática, ou, com o sinal de associação que os estudantes deveriam calcular primeiro.

Desta forma, discutiu-se a relevância das estratégias de ensino e de como os assuntos são abordados em sala de aula, pois se o professor não tiver a sensibilidade de analisar seu fazer pedagógico os recursos utilizados e sua didática pode dificultar ao invés de facilitar a compreensão dos alunos, pode criar um obstáculo no aprendizado deles. Por isso a importância de observar o erro cometido pelo aluno para saber se esse fora cometido devido algum obstáculo didático ou de alguma outra natureza, pois é na identificação desse obstáculo que o professor deverá ater-se buscando reorganizar sua prática a fim de sana-lo.

A autora também analisou as fundamentações aritméticas e suas definições para então abordar as expressões numéricas. Para tal, Alexandria aplicou um teste com vinte e quatro alunos do 6º ano de Marabá contendo seis questões de expressões numéricas com quatro objetivas e duas discursivas, com isso ela pode concluir que muitos alunos agruparam valores de dois em dois para resolver as atividades que foram propostas. Além disso, em sua conclusão, ela pôde observar que o zero fora tratado como valor nulo para algumas expressões e isso causou acertos e danos em diferentes expressões, pois os alunos não sabiam utiliza-lo de forma correta, logo, é notório em seu artigo que se faz necessário uma melhor explicação da utilização do zero para que o aluno compreenda de que forma ele deverá agir ao se deparar com ele em uma expressão numérica quando ele não for apenas um elemento neutro.

Varella (2013) em sua monografia, intitulada “O ensino de expressões numéricas com calculadora e planilha eletrônica”, o objetivo central foi investigar de que forma a aplicação de uma prática de ensino que envolva a utilização de calculadora e planilha eletrônica pode contribuir para o aprendizado expressões numéricas.

Seu trabalho é de caráter investigativo e está organizado de acordo com os princípios da teoria da engenharia didática, sendo assim o autor organizou sua pesquisa da seguinte forma: descreveu a justificativa da escolha do tema, fez as

análises prévias com relação ao conteúdo a ser trabalhado, escolheu as hipóteses que poderiam ser encontradas com a experimentação da atividade e por fim fez a análise posteriori em que foram analisados os resultados dos alunos e a validação da experiência.

Na análise prévia o texto traz considerações acerca das diretrizes que regem o ensino de expressões numérica no ensino fundamental e uma análise de alguns livros didáticos. Além de análises epistemológica e cognitiva na qual traz uma análise dos erros encontrados nesse momento de diagnóstico do público alvo, no caso alunos de 7 ano do ensino fundamental. Foram planejadas três atividades e conseqüentemente três aulas para a realização da experimentação, a primeira atividade introduzia uma situação problema, a segunda trabalhava um jogo e a terceira fazia uso da planilha eletrônica.

Para analisar cognitivamente os resultados obtidos em relação aos conceitos propostos o autor teve como base a teoria dos Registros de Representações Semióticas, de Raymond Duval. E de modo geral algumas dificuldades foram encontradas durante a experimentação, como, por exemplo, durante a atividade 3 o próprio autor admitiu que as perguntas realizadas durante esse momento poderiam ter sido melhor direcionadas. Mas já a atividade 2 proporcionou discussões interessantes entre os professores e os alunos, como a divisão de um número por zero. Também concluiu sobre a atividade 1 que não foi interessante deixar uma situação problema para que os alunos resolvessem, pois eles não demonstraram estar interessados. Com uma visão do experimento como um todo é possível concluir a utilização da calculadora e da planilha eletrônica mostrou ser mais efetivo em relação à participação dos alunos com as atividades do que com o método tradicional de ensino realizado na primeira aula, conseqüentemente trazendo mais resultados positivos.

Araujo e Merli (2014) no artigo intitulado “uma aplicação da teoria de grupos na ‘solução’ de expressões numéricas sem signos de agregação” objetivaram apresentar a proposta da teoria de grupos e a metodologia se deu por meio de uma pesquisa acadêmica de caráter qualitativo.

Em sua análise os autores discorreram primeiro sobre a historicidade das expressões numéricas e algébricas para somente abordar a teoria dos grupos e,

enfim, explanarem o porquê de sua utilização. A discussão se inicia pela importância da existência de regras universais para que se resolvam expressões numéricas, além de contextualizações que auxiliem em sua resolução.

A conclusão obtida foi que ao discutir as características da teoria dos grupos, elas podem propiciar um entendimento maior das regras de utilização das operações fundamentais, bem como de suas ordens de precedência quando não há signos de agregação, de modo a apresentar um exemplo de aplicabilidade dessa teoria para auxiliar no entendimento da resolução de expressões numéricas.

Barbosa e Magina (2014) em seu artigo, com título “Construindo significado para expressões numéricas multiplicativas a partir do jogo de mensagem” pretende apresentar e discutir as estratégias empregadas por alunos de 6º ano, ao participar de um jogo que favorece a construção de significados para expressões numéricas envolvendo duas multiplicações. O estudo é de caráter analítico e usa como metodologia ideias da Teoria dos Campos Conceituais. O jogo de mensagem tem por objetivo criar condições para que os alunos construíssem representações para o produto de três números naturais, e de modo geral funciona da seguinte forma: os alunos trabalhariam em grupos que competiriam uns com os outros e como material é necessário etiquetas brancas, um dado e cartas previamente elaboradas com representações de quantidades diferentes. Ao pegar uma carta com certa quantidade o grupo teria que elaborar uma expressão numérica que tivesse como resultado aquela carta.

Com a análise do experimento o autor afirma que inicialmente entender o jogo não foi uma tarefa fácil para os alunos, se fez necessário que para que o jogo cumprisse seu papel no processo de aprendizagem, fossem estabelecidas frequentes reflexões coletivas sobre as situações vivenciadas. Entretanto a atividade criou condições para que os alunos mobilizassem esquemas úteis à decomposição de um número em fatores primos e compreendessem que, embora a multiplicação seja uma operação comutativa, alterações na ordem dos fatores podem implicar na representação de situações distintas. Sendo assim, entende-se o estudo traz contribuições significativas para a discussão científica sobre o ensino

da aritmética e, porém o autor sugere que continue essa pesquisa trabalhando com maior número de encontro, pois assim talvez produzisse mais resultados.

Souza e Funato (2018) tem por objetivo com seu artigo apresentar um jogo como alternativa para o ensino de expressões numéricas, chamado ASMDP, com a proposta de trabalhar com situações envolvendo números e operações (Adição, Subtração, Multiplicação, Divisão e Potência).

Seu trabalho se intitula por “Jogo ASMDP: um instrumento para ensino de expressões numéricas”, e é válido ressaltar que o jogo foi confeccionado com materiais recicláveis (cartela de ovos, tampas de garrafas, números de 1 a 10 em papel e quatro dados), uma vez que a educação ambiental é fortemente defendida no trabalho. Para sustentar a ideia do uso do jogo na sala de aula e da atribuição de um objeto anteriormente sem significado para a realização de alguma atividade matemática, os autores fizeram uso da Teoria da Abordagem Instrumental, proposta por Rabardel (1995), que também pode ser entendida como a metodologia para a elaboração deste. De modo geral este modelo possui três elementos: objeto, sujeito e instrumento. O objeto significa o conteúdo matemático que será abordado, o sujeito diz respeito ao público alvo e o instrumento é o jogo ASMDP.

Fazendo uma breve síntese do jogo, o objetivo é encontrar uma expressão numérica com os valores sorteados nos dados (e usando operações entre adição, subtração, multiplicação, divisão ou potência) de modo a obter como resultado os números indicados no tabuleiro, de acordo com a posição em que o jogador se encontra.

Os autores concluem que o uso deste jogo no processo de ensino de expressões numéricas é válido, pois além do fator motivação proporcionado pelo uso de uma atividade lúdica na sala de aula, há o desenvolvimento da linguagem matemática reforçando o uso das regras das expressões e confrontando as informações faladas do cálculo mental com as manuscritas através do cálculo escrito.

Com a revisão de literatura, conseguimos concluir que de maneira geral seus resultados têm como direcionamento a melhora do ensino e da aprendizagem de expressões numéricas, e como recursos para tal sugerem a

utilização de novas metodologias como as que foram demonstrados nos trabalhos de caráter experimentais, aqui revisados.

Sobre os estudos teóricos, principalmente no que se refere à expressão numérica, é de fundamental importância esta revisão, pois nestas obras há o processo de produção de significado por meio da localização dentro de um contexto histórico e uma busca por justificar as “regras” que envolvem o processo de resolução de expressões numéricas. Mesmo que para as hierarquias de resolução das operações dentro de uma expressão numérica os autores analisados não tenham chegado a um denominador comum, é unânime o pensamento de que tal hierarquia foi estabelecida com o passar dos anos com o intuito de sanar divergências entre caminhos de resolução a fim de estabelecer um único valor numérico para cada expressão numérica.

### 3.6. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A sequência didática proposta nesta dissertação trata-se de várias atividades com o intuito de ensinar expressões numéricas, sendo assim para a elaboração de tal precisamos entender do que se tratava o ensino por atividades, e neste tópico iremos apresentar a fundamentação teórica que serviu de alicerce metodológico para construção das atividades que compõem a sequência didática.

#### 3.6.1. O Ensino de Matemática por Atividades

Para atender as fases da Engenharia Didática, além do planejamento, foi necessário adotar uma metodologia de ensino que organizasse a condução das atividades de modo que ao executá-las o educando pudesse desenvolver a autonomia e a redescoberta do conhecimento. Para isso, adotamos o Ensino por atividades: “uma prática metodológica que proporciona ao aluno construir sua aprendizagem, por meio da aquisição de conhecimentos e redescoberta de princípios” (SÁ, 2009, p. 14).

Ao adotarmos o Ensino por Atividades procuramos desenvolver a aprendizagem de Expressões Numéricas, para que o aprendiz fosse

gradativamente descobrindo as regras ou padrões de solução com mediações do professor no processo de ensino. Logo, dessa maneira as atividades planejadas tornam os sujeitos ativos em seu aprendizado.

Para execução das atividades o professor deve considerar que essa metodologia de ensino requer uma abordagem interativa de modo que os educandos realizam experimentos que devem interpretar, discutir, negociar ideias entre eles mesmos e com o professor. Segundo Sá (2009, p.14-15) isso deve ocorrer para que: “[...] a prática metodológica do ensino de Matemática por atividade dá oportunidade ao aluno de construir sua aprendizagem, por meio da aquisição de conhecimento e redescoberta de princípios”.

Nessa perspectiva de ensino, a aula é direcionada com a apresentação de diversas atividades e os itens interrogativos vão levando ao educando a fazerem observações, reflexões e conclusões sobre determinada regularidade que os faça compreender o objeto matemático de estudo. Ao adotarmos essa metodologia em nossa pesquisa nosso intuito foi reafirmar que o educando é capaz de desenvolver muitas habilidades como analisar, planejar, testar, concluir e generalizar.

Para que tais habilidades fossem desenvolvidas em nossa sequência didática para o ensino de Expressões Numéricas foi necessário fazer um planejamento no modelo de “uma aula por meio de atividade de redescoberta tem os seguintes momentos: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização” (SÁ, 2019, p. 29). Assim, apresentamos cada um desses momentos que foram proporcionados em nossa sequência didática segundo Sá (2019).

a) **Organização:** No momento da organização a turma, em equipes, preferencialmente e o professor deve dirigir as ações, orientar a formação das equipes sem imposições, demonstrar segurança e que planejou com cuidado a atividade. Momento de instruir a formação de equipes podendo também ocorrer de forma individual.

b) **Apresentação:** Momento de o professor distribuir o material necessário para a realização da atividade incluindo o roteiro da mesma. O roteiro pode ser impresso ou disponibilizado no quadro o que vai depender das condições estruturais da escola. Para atividades com procedimento mais longo é preferível que o roteiro

seja disponibilizado de forma escrita para economizar tempo. Esse material deve estar organizado em kits para facilitar a distribuição do material. Este cuidado evita o desperdício de tempo.

c) **Execução:** O momento da execução corresponde à etapa da experimentação quando o pesquisador manipula os materiais, realiza medidas e/ou cálculo, compara e/ou observa. O professor deve deixar as equipes trabalharem livremente, supervisionar o desenvolvimento das ações e auxiliar nas dúvidas, quando solicitado ou perceber dificuldade de execução, que possam surgir em cada equipe no ocorrer da realização do procedimento. Os estudantes devem ter a oportunidade de agir para obter os resultados buscados, mas também de receber orientações cuidadosas quando tiverem dificuldades ou dúvidas para realizar alguma ação prevista na atividade.

d) **Registro:** Corresponde ao momento da sistematização das informações na pesquisa científica. Neste momento espera-se que cada equipe ou indivíduo registre as informações obtidas durante a execução dos procedimentos no respectivo espaço destinado no roteiro. O professor durante a realização do registro deve supervisionar o desenvolvimento das ações e auxiliar dirimindo as eventuais dúvidas que possam ocorrer durante o processo. O ideal é que o roteiro da atividade contenha espaço adequado para o registro das informações produzidas durante o momento da execução. Isto facilita o registro e evita o gasto de tempo desnecessário neste momento.

e) **Análise:** Neste momento espera-se que cada equipe analise as informações que foram registradas e descubram uma relação válida entre as informações registradas. Este momento é crucial para o bom andamento da atividade devido, ser o momento quando os alunos deverão ter o primeiro acesso a informação desejada pelo professor. Quando durante a análise alguma equipe apresentar dificuldade para perceber uma relação válida a partir das informações registradas o professor deve auxiliar a equipe por meio da formulação de questões que auxiliem os membros da mesma a perceberem uma relação válida. O momento da análise corresponde a análise dos resultados de uma pesquisa científica. Este momento deve ser concluído com a elaboração de uma conclusão pela equipe ou participante da atividade.

f) **Institucionalização:** É o momento em que será produzida a conclusão oficial da turma a partir das conclusões que cada equipe elaborou no momento da análise. O momento da institucionalização corresponde grosso modo ao momento da elaboração das considerações finais de um trabalho científico. O professor, independente do formato das conclusões elaboradas pelas equipes, deve solicitar que um representante de cada equipe vá ao quadro e registre a conclusão elaborada pela sua equipe. Após analisar as conclusões registradas o professor deve perguntar as equipes quais das conclusões apresentadas permitem a alguém que não participou da atividade entender relação estabelecida. Este momento é oportuno para que o professor teça considerações sobre as características de uma conclusão.

Os momentos do ensino por atividade a maneira de se proceder a realização das atividades em sala de aula, promove a participação protagonista do educando e uma maior interação com trocas de ideias com o professor e por consequência promove uma aprendizagem significativa e colaborativa.

Neste sentido o Ensino por atividade como metodologia de ensino é capaz de conduzir o aprendiz a em seu desenvolvimento cognitivo ou ampliar o seu envolvimento pela matemática, uma vez que participa ativamente nos processos de descobertas e generalizações de padrões e leis bem como no desenvolvimento de habilidades previstas no currículo escolar conforme o nível de ensino e faixa etária. Além disso, é possível explorar conhecimentos prévios e prepara-los cognitivamente para os conteúdos escolares de matemática subsequentes.

### 3.6.2. Resolução de Problemas no Ensino da Matemática

Outra metodologia de ensino vinculada a nossa sequência didática para o ensino de expressões numéricas foi a metodologia de resolução de problemas. Uma alternativa, para os docentes desenvolverem a investigação e autonomia dos educandos, valorizando uma postura mais construtiva dos sujeitos no desenvolvimento do pensamento matemático, dentre outras finalidades o exercício da linguagem matemática e língua materna.

No que concerne ao processo de ensino e aprendizagem de matemática, a resolução de problemas sempre teve seu espaço para o desenvolvimento do conhecimento como indicado na BNCC do ensino fundamental.

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2016, p. 266).

Considerando essa orientação curricular nossa preocupação na construção da sequência didática foi criar um contexto compatível com a faixa etária dos educandos e que desenvolvesse a linguagem matemática por meio de resolução de problemas.

Segundo Sá (2021) uma interpretação da expressão resolução de problemas está dividida em três tipos, a saber: Como um objetivo, como um processo e como um ponto de partida. Nesta pesquisa adotamos a resolução de problemas como objetivo, “a resolução de problemas significa que se ensina matemática para resolver problemas [...]” expor a teoria e em seguida propor problemas mais ou menos engenhosos (SÁ, 2021, p. 35).

A maneira como professor utilizar a resolução de problemas no ensino de matemática reflete “a filosofia pessoal do professor sobre a matemática é o maior determinante do que o professor entende por resolução de problemas relativamente à matemática escolar” (SÁ, 2021, p. 37). Sendo geralmente três filosofias pessoais da matemática, a saber: absolutismo, absolutismo progressista e o falibilismo, nesta pesquisa o absolutismo que entende a matemática é um corpo de conhecimento objetivo, fixo, certo, neutro, isento de valores e cuja estrutura é hierárquica.

Na filosofia pessoal absolutismo a resolução de problemas consiste na execução de tarefas não rotineiras e com resposta certa imposta pelo professor. Os problemas são meios secundários de aplicar, reforçar e motivar a aprendizagem. O principal papel do professor é comunicar e transmitir conhecimentos. Neste sentido a resolução de problemas como objetivo expõe-se

a teoria e em seguida propõem-se as questões sobre o assunto estudado como prática, fixação e aprofundamento de conteúdo.

Na resolução de problemas em uma sequência didática nos moldes adotados nesta pesquisa é necessário considerar os conhecimentos prévios dos sujeitos para que os problemas propostos sejam cognitivamente acessíveis para eles.

Neste sentido é importante que o professor tenha em mente que um problema exige uma atividade mental nova e de reflexão para o educando.

Tal método tem servido no âmbito escolar, sua reprodução até hoje se justifica, todavia, corresponde a uma abordagem que alcança apenas a alguns alunos, devemos ter em mente que a escola deve ter como foco levar todos os alunos a aprendizagem e para isso devem ser buscadas diferentes abordagens para serem trabalhadas em sala, tendo em vista que: “•Exercício: é uma questão que você sabe como resolver imediatamente. • Problema: é uma questão que demanda muito pensamento e desembaraço antes do caminho ser encontrado.” (SÁ, 2021, p. 12).

As primeiras investigações acerca da resolução de problemas foram realizadas por Polya (1978) em sua obra intitulada “*How to solve it*”. Nela, o autor descreve maneiras de planejar e resolver situações via resolução de problemas, destaca que para se resolver um problema:

Primeiro, temos de compreender o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia da resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a. (POLYA, 1978, p. 3-4).

Assim, Polya (1978) descreveu quatro elementos do processo de resolução de problemas: familiarização, compreensão da ideia central, planejamento e retrospecto, entretanto, cada etapa não ocorre isoladamente e é essencial a mediação do professor, pois a interação possui um papel fundamental. É na interação entre os sujeitos que os estágios de resolução são desenvolvidos de modo a promover a mobilização de conhecimentos, numa busca consciente de

alguma ação que leve a atingir um objetivo definido, cujo percurso não se dá de forma imediata. Não obstante, os parâmetros curriculares nacionais apontam que

Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la (BRASIL, 2001, p. 44).

Em nossa sequência didática pensamos no âmbito do processo de ensino e aprendizagem e na importância de se apresentar um problema de situação próxima a realidade do educando, que tivesse em sua elaboração um nível de dificuldade desafiador, porém acessível, no sentido de exigir um esforço cognitivo e ao mesmo tempo um envolvimento pela busca da resolução. Logo ao adotarmos a resolução de problemas com ensino por atividades numa estrutura de pesquisa de engenharia Didática encontramos similaridades que pudessem fundamentar a construção do produto educacional objeto desta pesquisa.

#### **4. CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI.**

Nesta seção está disponível a concepção e a análise a priori a cerca da sequência didática e conseqüentemente do produto educacional construído a partir dela. Trata-se do passo a passo de cada atividade, dos materiais necessários para sua realização e as intervenções que se fazem necessárias durante a aplicação. Também serão expostos nessa seção os cenários esperados diante de cada atividade aplicada, no âmbito comportamental do aluno e os diferentes caminhos da aplicação que são estabelecidos de acordo com as respostas obtidas.

##### **4.1 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE A PRIORI DAS ATIVIDADES PARA ABORDAGEM DE CONTEÚDOS DE EXPRESSÕES NUMÉRICAS**

Como resultado de nossa fundamentação teórica elaboramos uma sequência didática baseada no ensino por atividades com o objetivo de trazer para o aluno um papel de protagonista no seu processo de ensino e aprendizagem, uma vez que fazendo uso desta metodologia de ensino, que foge do

tradicionalismo, podemos esperar que o estudante produza significados sobre expressões numéricas de forma gradativa conforme a realização das atividades.

A sequência didática (SD) apresenta cinco atividades, realizadas em grupo de três alunos, sendo que três das atividades são direcionadas a construção do conhecimento e duas são direcionadas à prática e ao reforço do que foi construído no momento anterior. É válido ressaltar que as atividades propostas contemplam expressões numéricas que envolvem as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) e o uso de sinais associativos (chaves, colchetes e parênteses) dentro do universo dos números naturais.

Durante a realização da SD<sup>2</sup> as atividades foram estabelecidas em grupos e a cada aluno foi disponibilizado uma calculadora com a intenção de descartar possíveis erros nas operações matemáticas em si. Não significa que tais erros não foram registrados, e sim que o uso deste recurso teve o objetivo de diminuir a frequência de erros relacionados a operações matemáticas, focando assim nos erros referentes aos métodos resolutivos aceitos para expressões numéricas.

## 4.2 ATIVIDADES PARA O ENSINO DE EXPRESSÕES NUMÉRICAS COM AS QUATRO OPERAÇÕES

### 4.2.1 Atividade 1 - Sinais de Pontuação

**Objetivo:** Relembrar os alunos dos significados e usos dos sinais de pontuação em sua língua materna, o português. Dando atenção especial à vírgula e ao uso dos parênteses, pois estes sinais serão fundamentais na realização da atividade 2.

**Materiais:** Cartilha contendo os sinais de pontuação e sua forma correta de uso.

**Descrição:** Serão entregues panfletos aos trios formados para realização de toda a sequência didática. Estes informativos contêm os sinais de pontuação e sua forma de uso na língua materna. A interação da atividade se dá a partir dos diálogos com a turma, em que o professor fará perguntas aos alunos, como:

---

<sup>2</sup> SD – Sequência Didática

- Por que vocês acham que estamos começando com os “sinais de pontuação”?

-Será que é um assunto de matemática?

Posteriormente a esse momento de troca com os estudantes, será feita uma etapa de leitura da cartilha, pontuando a importância da vírgula e dos parênteses para futuras atividades e ressaltando que tanto no português quanto na matemática a maneira de usar permanece com o mesmo sentido. Segue abaixo a cartilha entregue aos alunos.

### Atividade 1 - sinais de pontuação



**Análise a priori:** A primeira atividade difere das demais, pois ainda trata-se de uma introdução e de um momento interdisciplinar em que deve ser retomado o significado dos sinais de pontuação e ressaltado o quão importante eles são na matemática.

Esperamos que a atividade cause certa estranheza aos alunos, por se tratar de conteúdo comumente trabalhado em português. Logo, esperamos questionamentos sobre isso, tais como:

“- O porquê de estudar “português” na aula de matemática?”

“- Como vamos usar sinais de pontuação pra fazer contas?”

#### 4.2.2 Atividade 2 – O valor Numérico das Expressões

A atividade 2 consiste em dois momentos que vamos chamar de primeiro momento e segundo momento.

##### 4.2.2.1 Primeiro momento

**Objetivo:** Identificar a prioridade de resolução dentre as operações a partir da escrita por extenso.

**Materiais:** Lista contendo dez expressões numéricas por extenso, calculadora, lápis, borracha e caneta. Fica a critério do professor aplicador a quantidade de listas entregues para cada grupo, apesar de estabelecermos uma folha comum de resposta para a equipe, optamos por separar uma lista para cada aluno para que pudessem usar para fazer os cálculos.

**Descrição:** O primeiro momento da atividade 1 consiste em uma lista com 10 expressões numéricas apresentadas por extenso, em que os alunos terão que apresentar seu respectivo valor numérico. É válido ressaltar que as expressões são dadas em pares, por exemplo, a expressão **a**, se assemelha a expressão **b**, mudando apenas o uso da vírgula.

Importante ressaltar também que neste momento todas as expressões numéricas contêm duas operações, para que o aluno consiga compreender a

partir da expressão escrita por extenso, e principalmente pelo uso da vírgula, qual das duas operações ele deve resolver primeiro.

### Atividade 2 – Primeiro Momento

- Determine o valor numérico das expressões abaixo.

a) Dois mais a quatro vezes seis:

b) Dois mais quatro, vezes seis:

c) Seis mais nove dividido por três:

d) Seis mais nove, dividido por três:

e) Vinte menos quatro vezes quatro:

f) Vinte menos quatro, vezes quatro:

g) Cinquenta menos cinco vezes nove:

h) Cinquenta menos cinco, vezes nove:

i) Dez menos seis vezes cinco:

j) Dez menos seis, vezes cinco:

**Análise a priori:** Durante as discussões sobre esta atividade cogitou-se inicialmente a hipótese de propor que o aluno apenas passasse a expressão escrita por extenso para sua forma numérica e posteriormente em uma segunda atividade encontrasse o valor numérico da expressão a partir de sua representação numérica. Porém acreditamos que o educando possa encontrar o valor numérico correto, mas não consiga fazer o uso dos parênteses quando representa a expressão numericamente.

Diante do exposto optamos por deixar o modo de resolução aberto, deixando a critério do aluno se ele vai ou não fazer a representação numérica da expressão antes de encontrar o seu valor numérico.

Como retorno, esperamos que os alunos consigam encontrar o valor numérico das expressões, não necessariamente de forma correta, pois este não é o objetivo da atividade, pelo contrário, para que a realização do segundo momento tenha um melhor aproveitamento, é importante que ocorram duas situações:

1. Que os grupos encontrem resultados diferentes para uma mesma expressão, o que vai gerar uma boa discussão, sobre as maneiras possíveis de se resolver uma expressão numérica, e o fato de apenas uma estar correta.
2. Que os grupos apresentem resultados iguais para os pares de expressões, para que consigamos levantar discussões, como: Essas expressões numéricas são iguais ou diferentes? Se forem diferentes, neste caso, está correto terem o mesmo valor numérico, sim ou não?

#### *4.2.2.2 Segundo Momento*

Após a realização do primeiro momento, o segundo momento será realizada por meio de intervenção oral em que serão discutidos os resultados encontrados no momento anterior.

**Objetivo:** Formalizar a ordem de resolução dentre as quatro operações e introduzir o uso dos parênteses.

**Materiais:**

Para o aluno: Tabela impressa para o preenchimento com os resultados encontrados por cada grupo, calculadora, lápis, borracha e caneta.

Para o professor aplicador: Quadro branco, pilotos e apagador, para a reprodução da tabela feita pelos alunos no quadro. Fica como sugestão aos futuros aplicadores levar a tabela digitalizada e apresentar em Datashow, apenas completando os valores com os alunos.

**Descrição:** Os alunos preencherão a tabela entregue para cada grupo e farão a comparação dos resultados obtidos nas expressões numéricas do seu grupo e dos demais grupos formados na turma. As expressões propostas na atividade 1 serão trabalhadas em pares (a e b, c e d, e e f, g e h, i e j), uma vez que de uma para outra a única alteração é o uso da vírgula. Abaixo listaremos os questionamentos e observações que serão propostos aos alunos:

**Questionamento 1:** Observe os resultados encontrados nas expressões a e b, os resultados obtidos são iguais ou diferentes?

O procedimento se repetirá para os demais pares e as respostas obtidas pelos alunos serão colocadas no quadro em uma tabela como a representada abaixo.

**Atividade 2 – Primeiro Momento**

**Quadro 4** – Resultados encontrados pelos alunos na resolução das expressões numéricas, análise a priori.

		EXPRESSÕES									
		a	b	c	d	E	f	g	e	F	g
RESULTADOS ENCONTRADOS											

Fonte: Pesquisa (2019)

**Análise a priori:** Feita a coleta dos valores encontrados pelos alunos, esperamos nos deparar com duas situações:

- 1- **Se os resultados do par forem iguais:** Neste caso podemos sugerir que o aluno desconsiderou a vírgula empregada em uma das expressões e resolveu ambas da mesma forma.

**Intervenção:**

- Voltaremos aos enunciados das expressões e chamaremos atenção dos alunos para que leiam com mais cuidado e identifiquem o que há de diferente de uma para outra.
- Ao conseguir enxergar que de uma expressão para outra temos o uso da vírgula, questionaremos o porquê dela estar ali, e se o fato dela estar em uma das expressões altera o resultado. A partir das respostas que irão surgindo e desta interação formalizaremos o papel da vírgula na expressão escrita e concluiremos que o uso dela dá origem a uma nova expressão tendo assim um novo resultado.

- 2- **Se os resultados do par forem diferentes:** Neste caso, consideramos que as respostas estejam corretas, uma vez que com o uso da calculadora esperamos que os alunos não apresentem erros nas operações matemáticas. Logo, como todas as expressões numéricas desta atividade têm duas operações, o estudante tem dois caminhos que podem ser seguidos e conseqüentemente dois valores numéricos possíveis de serem encontrados. O cenário ideal previsto para esta discussão é que estes dois valores diferentes sejam corretamente estabelecidos para cada expressão numérica dentro do par de expressões.

**Intervenção:**

- Questionaremos os alunos a respeito do porque dos resultados diferentes, esperando que eles exponham o raciocínio usado, para então poder formalizá-lo.

Além do comparativo entre os resultados obtidos nos pares, analisaremos também o valor individual quando encontrados valores diferentes por cada grupo, principalmente em expressões numéricas sem sinais associativos e com operações com prioridades diferentes.

Por exemplo, caso os grupos encontrem para letra “a”  $2 + 4 \times 6 =$ , dois resultados diferentes, 48 e 26. Para obtenção do 48 o aluno ignora a hierarquia das operações, e para o 26 o aluno resolve de forma correta, resolvendo primeiro a divisão. Colocaremos os dois modos de resolução no quadro e começaremos os questionamentos:

- Como partindo de uma única expressão numérica conseguimos obter dois resultados diferentes?

- Será que os dois resultados estão corretos? É possível?

A partir das respostas dos alunos faremos a formalização, reafirmando que uma expressão numérica só admite um único valor numérico e traçaremos um raciocínio lógico para que o aluno compreenda a hierarquia das operações dentro da resolução da expressão numérica.

Por fim, ao término das intervenções formalizaremos também a ideia de que quando se usa a vírgula estamos dando prioridade aquela operação isolada, sendo assim ao representar numericamente a expressão antes escrita por extenso precisaremos de um símbolo para expressar tal prioridade, e é aí que é inserido o uso dos parênteses.

Para reforçar a ideia do uso dos sinais associativos também traremos para os alunos um olhar histórico, que seria passado a eles de forma oral em uma breve conversa.

Neste contexto é válido ressaltar que o sistema numérico que conhecemos hoje passou por muitas alterações com o passar dos tempos, e que até se chegar aos sinais associativos que hoje são usados para resolução de expressões numéricas outros foram empregados e testados, como barras horizontais sobre os números, o uso de abreviações de palavras e, ainda pontos e vírgulas. Dessa maneira concordamos com D’ Amore (2007, p. 249) quando ele afirma que

“parece então que a língua da Matemática seja influenciada pela língua comum, muito mais do que poderia parecer à primeira vista”.

Historicamente a primeira aparição dos parênteses na matemática é relatada por Cajori (1993, p. 134), “Clavius é um dos primeiros que você vê usar os parênteses redondos para expressar uma agregação”. Já os colchetes segundo Cajori (1993,p. 159) foi inicialmente utilizado por Jean Buteon, em sua obra Arithmetica, em 1559, para representar a igualdade. E por fim as chaves só foram utilizadas em 1593 por Vietè e depois em 1637 por Descartes, para indicar a soma dos coeficientes ou fatores de uma dada coluna.

Após cada atividade de construção de conhecimento será aplicada uma atividade de reforço referente ao que foi construído anteriormente, para que aluno coloque em prática o que foi aprendido.

#### 4.2.3 Atividade 3 (atividade de aprofundamento) – Baralho das Expressões

**Objetivo:** Relacionar as duas formas de representação da expressão, numericamente e por extenso, e seu valor numérico.

Participantes: de 4 a 6.

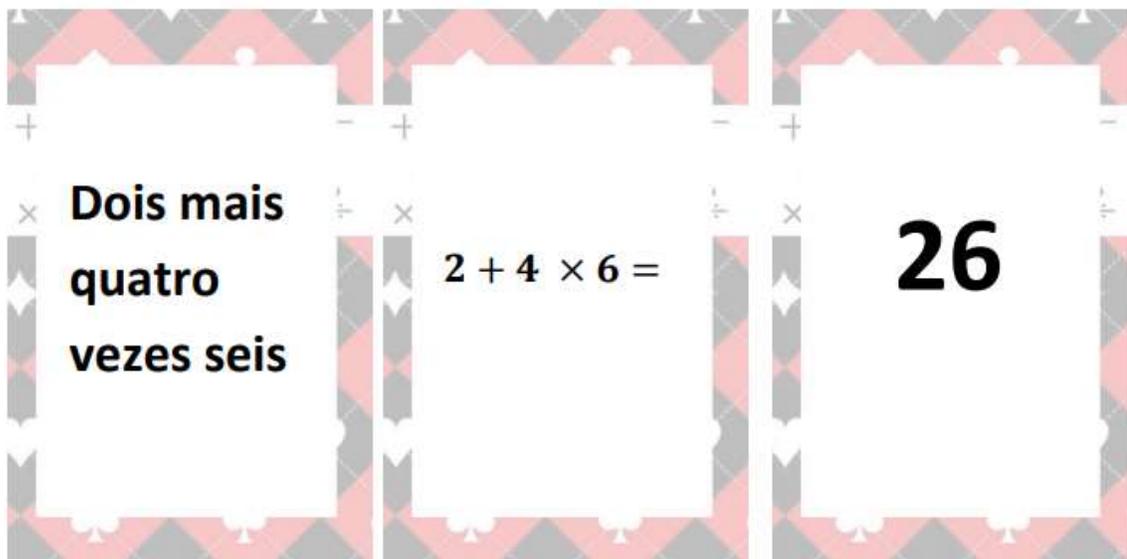
**Material:** calculadora; baralho com 90 cartas, sendo: 30 cartas com expressões numéricas escritas por extenso, 30 cartas com expressões numéricas em sua forma matemática e 30 cartas-solução.

**Descrição:** De maneira análoga ao jogo de baralho normal, cada jogador receberá 9 cartas e as cartas restantes formam um bolo de cartas para saque. Para ser vitorioso o jogador deverá formar três trios, sendo as cartas correspondentes com a expressão numérica na forma matemática, escrita por extenso e seu valor numérico, como mostrado no quadro 5. Ganha o jogo quem montar os três trios corretamente.

**Análise a priori:** Esta atividade foi desenvolvida para fixar, por meio do jogo, a resolução de expressões numéricas, juntamente com a associação das suas formas escritas e numéricas. Logo, esperamos que os alunos consigam fazer as devidas relações e consigam se divertir durante a realização da atividade.

### Atividade 3 (atividade de aprofundamento) – Baralho das Expressões

Figura 11 - Trio de cartas do baralho



Fonte: Pesquisa (2019)

#### 4.2.4 Atividade 4 – Desafios Free Fire

**Objetivo:** Descobrir uma maneira de evitar ambiguidades na leitura de expressões numéricas. – Compreender que para organizar uma expressão numérica com o intuito de ordenar a resolução das operações basta fazer uso dos sinais associativos, fixando assim uma ordem a ser seguida ao resolver uma expressão numérica.

**Materiais:** Para a realização da atividade será necessário três componentes, um enredo com um contexto dentro do jogo escolhido, free fire, um painel temático, onde serão colocados os desafios, e os dez desafios que se tratam de operações matemáticas ou pequenas expressões numéricas escritas por extenso. Além disso, será necessário também os materiais de praxe dos

alunos, caneta, lápis e borracha, juntamente com uma folha de borrão para todos os estudantes.

**Descrição:** Cada grupo receberá um painel com uma expressão numérica dividida em quatro desafios que serão fixados sobre o painel e cada aluno receberá uma folha de borrão. À medida que cada grupo resolve uma missão completa (resolver uma expressão numérica e consegue montá-la) o professor aplicador troca a expressão e lança um novo desafio, este processo se repete até o final da atividade. Segue abaixo o enredo, o painel no contexto escolhido e os desafios que serão aplicados.

#### Enredo – Atividade 4

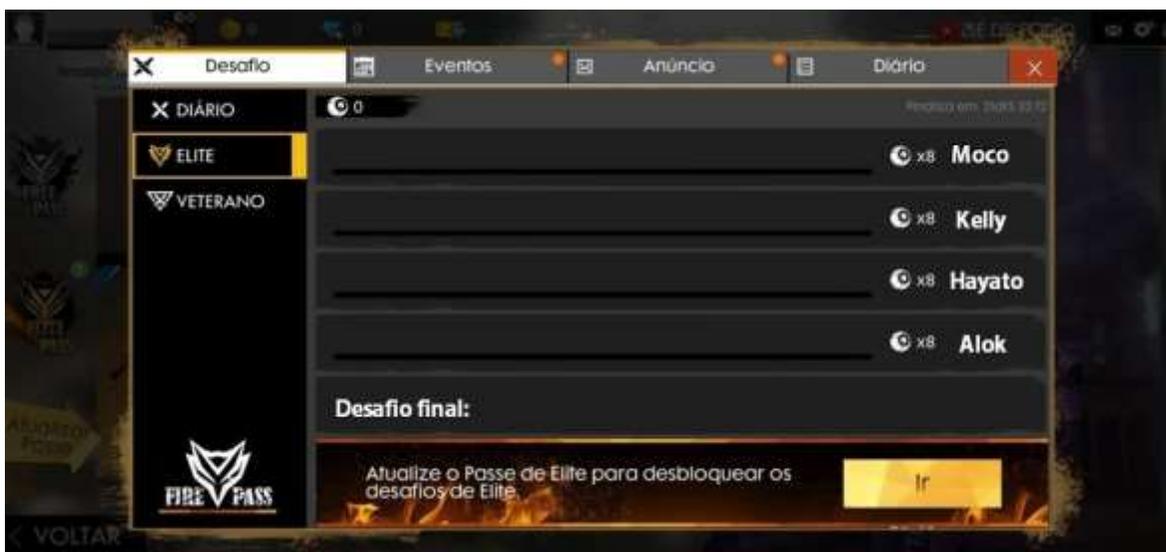


Um evento como você nunca viu acaba de ser lançado no Free Fire, para conseguir o novo passe elite você precisa completar as missões e ir acumulando os tokens para desbloquear novos personagens. Cada missão tem o nome de um personagem e basta você completá-la para desbloquear

Agora só falta a última e mais complexa de todas para você virar mestre e ganhar o personagem Alok. Você vai precisar escrever todos os passos dados para completar as missões anteriores em uma única expressão numérica, de modo que ao resolver esta expressão encontremos o mesmo resultado obtido na última missão. Vamos lá!!



**Figura 12** - Painel para a realização da atividade 4



Fonte: Autoria própria (2021)

Expressões numéricas para os desafios:

1.
 

**Quarenta e dois, dividido para seis menos quatro**

**O resultado da missão Moco mais cinco**

**O resultado da missão Kelly somado a quarenta e seis**

**Missão Alok!**
  
2.
 

**Nove menos três**

**O resultado da missão Moco vezes seis**

**Setenta e dois dividido pelo resultado da missão Kelly**

**Missão Alok!**

3.

**Trezentos dividido por dez**

**O resultado da missão Moco somado a quarenta**

**O resultado da missão Kelly dividido por dez**

**Missão Alok!**

4.

**Um mais dois**

**O resultado da missão Moco somado a seis dividido por três**

**O resultado da missão Kelly menos quatro**

**Missão Alok!**

5.

**Sessenta e quatro dividido por oito menos dois**

**O resultado da missão Moco vezes três**

**O resultado da missão Kelly vezes dez**

**Missão Alok!**

6.

**Sete menos cinco**

**O resultado da missão Moco vezes trinta e cinco**

**O resultado da missão Kelly dividido por sete**

**Missão Alok!**

7.

**Oito menos quatro**

**O resultado da missão Moco vezes dois**

**O resultado da missão Kelly menos doze dividido para três**

**Missão Alok!**

8.

**Um mais sete**

**O resultado da missão Moco dividido por oito**

**O resultado da missão Kelly somado a um**

**Missão Alok!**

9.

**Seis mais um**

**O resultado da missão Moco vezes quatro**

**O resultado da missão Kelly menos dez**

**Missão Alok!**

10.

**Quatro mais seis**

**O resultado da missão Moco dividido por cinco**

**O resultado da missão Kelly vezes seis**

**Missão Alok!**

**Análise a priori:** A atividade traz um contexto agradável aos alunos por se tratar de um jogo famoso entre crianças e adolescentes e propõe que o aluno conclua quatro missões, operações ou pequenas expressões numéricas nomeadas com os nomes dos personagens dos jogos, e ao final, como último e mais complexo desafio, monte a expressão numérica que representa esta sequência de resoluções, encontrando assim o mesmo resultado obtido anteriormente. Uma vez que ele percebe que os desafios foram resolvidos em ordem, logo ele precisa representar a expressão de modo que a ordem de resolução seja preservada, compreendendo assim que os sinais associativos existem com essa finalidade, organizar a ordem de resolução das operações dentro da expressão numérica.

A partir das atividades anteriores desta sequência didática o aluno já tem conhecimento do uso dos parênteses, assim espera-se que ele consiga utilizar este separador para a representação do primeiro desafio na expressão numérica e identifique que irá precisar de um novo separador para representar o segundo desafio, e assim por diante. Ao finalizar a atividade 4, o professor pode reforçar e formaliza que para essas situações se faz necessário o uso dos sinais associativos (parênteses, colchetes e chaves) e que estes dão a expressão numérica uma ordem de resolução.

É esperado que esta atividade desperte grande envolvimento e interesse por parte dos alunos, uma vez que o contexto inserido é algo convidativo a eles. E com relação ao seu comportamento matemático, neste ponto de nossa sequência didática é de se esperar que os estudantes já consigam fazer a conexão entre as duas formas de apresentações da expressão numérica que foram trabalhadas, a escrita por extenso e a numérica, não apresentando assim dificuldades na resolução por partes e na sua montagem ao final. A dúvida ou o erro que podem ser gerados ao final da atividade é em como posicionar os sinais associativos para que sejam respeitadas as ordens de resolução anterior, uma vez que ainda não foi mencionado a eles sobre colchetes e chaves. É possível ainda que eles usem outras formas de separar e organizar as expressões numéricas, o que será discutido, caso aconteça, em nossas análises a posteriori.

#### 4.2.5 Atividade 5 – Atividade de Aprofundamento

**Objetivo:** Colocar em prática o que foi aprendido sobre expressões numéricas.

**Materiais:** Lista com a atividade 5, calculadora, lápis, borracha e caneta.

**Descrição:** A atividade também será feita em grupo, sendo válida apenas uma lista resolvida para cada grupo, porém entregamos uma lista extra a cada aluno para que fosse utilizada como borrão. Entregue a atividade cada grupo tem a autonomia para organizarem a resolução da forma que acharem mais convenientes. O tempo máximo para a resolução da atividade é de uma hora.

### Atividade 5

1. Joãozinho escreveu alguns números como resultados de operações envolvendo exatamente quatro algarismos 2, como na figura. Ele cometeu um erro. Em qual das alternativas ele errou?

$$2 = 2 + (2 - 2) \times 2$$

$$4 = 2 + 2 - 2$$

$$6 = (2 + 2 \div 2) \times 2$$

2. Qual das expressões abaixo tem como resultado um número par?

$$2 + 8 - 3 - 5 + 15 =$$

$$\{12 + [35 - (10 + 2) + 2]\} =$$

$$44 - 6 \times 6 =$$

3. Uma professora de matemática escreveu uma expressão no quadro-negro e precisou sair da sala antes de resolvê-la com os alunos. Na ausência da professora, Carlos, muito brincalhão, foi ao quadro negro e trocou todos os algarismos 3 por 5, os 5 por 3, o sinal de + pelo de  $\times$  e o de  $\times$  pelo de +, e a expressão passou a ser  $(15 \div 5) \times (53 + 2) - 25$ . Qual é o resultado da expressão depois que o Carlos mudou os números?

4. Qual das expressões abaixo tem o maior resultado?

(A)  $(7 + 2) \times 0$

(B)  $7 \times 2 \times 0$

(C)  $7 + 2 \times 0$

(D)  $7 \times (2 + 0)$

(E)  $7 + 2 + 0$

**Análise a priori:** Trata-se de uma atividade de aprofundamento, em que trouxemos questões semelhantes as que serão apresentadas a eles no pós-teste, com intuito de praticar previamente antes do teste final. Esta atividade também será feita em grupo, porém com apenas uma folha de resposta comum a todos da equipe. O objetivo principal dessa folha comum é que todo o grupo entre em acordo com as respostas dadas, forçando aos próprios alunos tirarem suas dúvidas entre si. É válido ressaltar que neste momento não serão feitas intervenções ou correções por parte do professor aplicador.

## 5. EXPERIMENTAÇÃO

Nesta seção apresentaremos os resultados da experimentação que consistiu na aplicação de uma sequência didática composta por seis atividades, sendo três direcionadas a construção do conhecimento e três à prática e reforço dos conhecimentos adquiridos.

A escolha da escola para experimentação se deu pelo fato de ser nosso ambiente de trabalho e por serem turmas que estavam sob nossa responsabilidade, dessa forma a aplicação da sequência didática, se deu em uma escola municipal localizada no bairro do Aurá em Ananindeua – PA, a mesma escola citada na seção 3.4 na consulta aos egressos. Para o ano letivo de 2020 a escola funcionou nos três turnos com um total de 1337 alunos, divididos 30 turmas, da seguinte forma: manhã, com uma turma de terceiro, quarto e quinto ano, três sextos anos, dois sétimos, dois oitavos e dois nonos, totalizando 12 turmas. Tarde: um quarto, um quinto, três sextos, dois sétimos, dois oitavos e um nono ano totalizando 10 turmas. Noite: uma segunda etapa, três terceiras etapas e quatro quartas etapas totalizando 8 turmas.

Ainda sobre a escola, até 2019 esta era a única escola do bairro que tinha turmas de sexto ao nono ano e etapas, talvez em decorrência desse fato as turmas são normalmente bastante numerosas, com um quantitativo que varia de 40 à 50 alunos por turma.

Em virtude da pandemia do Coronavírus as escolas municipais e estaduais do estado do Pará suspenderam suas atividades desde o mês de março de 2020, o que inviabilizou a aplicação da sequência didática de acordo com o cronograma que tínhamos estabelecido inicialmente na construção desta dissertação, porém conseguimos juntamente com a direção da escola municipal citada anteriormente, entrar em contato com os responsáveis de um grupo de seis alunos. Via aplicativo de mensagens, explicamos do que se tratavam as atividades e os objetivos das mesmas e pedimos para que autorizassem seus filhos a comparecer à escola nos dias 8, 9 e 13 de outubro para a realização da experimentação, ressaltando que todas as medidas de segurança contra o coronavírus seriam asseguradas.

Para registro do experimento utilizamos um caderno de anotações para fixar todas as observações acerca das reações dos alunos perante os questionamentos das atividades e o tempo de realização destas, utilizamos também um questionário socioeconômico para traçar um perfil dos alunos com perguntas relacionadas à idade, perfil de seu professor e algumas informações sobre seu ciclo familiar.

O quadro a seguir mostra os dias e horários em que as atividades foram aplicadas:

**Quadro 5** - Cronograma de experimentação

<b>Data</b>	<b>Encontro</b>	<b>Atividades</b>	<b>Horário</b>
<b>08/10/2020</b>	1º	Questionário socioeconômico	14:20 às 15:00
		Pré-teste	15:00 às 16:00
<b>09/10/2020</b>	2º	Atividade 1	14:00 às 14:25
		Atividade 2	14:30 às 15:15
		1 momento 2 momento	15:15 às 16:00
<b>13/10/2020</b>	3º	Atividade 3	16:00 às 17:00
		Atividade 4	14:00 às 15:30
		Atividade 5 Pós-teste	15:30 às 16:30 16:30 às 17:30

Fonte: Experimentação (2020)

A seguir descreveremos detalhadamente como sucederam nossos encontros durante a aplicação desta pesquisa.

### 5.1 PRIMEIRO ENCONTRO

O primeiro contato com os alunos se deu no dia 08 de outubro de 2020, às 14hrs, uma vez que os seis alunos que compunham este grupo eram do turno vespertino. Após um breve momento de apresentação dos professores

aplicadores e da pesquisa, iniciamos nossa conversa explicando que se tratava de uma pesquisa em nível de mestrado envolvendo o assunto expressões numéricas. Posteriormente esclarecemos de modo geral como iríamos proceder com as atividades, que estas se dariam em grupo e que não valeriam como pontuação para a disciplina de matemática, pois em virtude da pandemia as atividades escolares estavam sendo realizadas de forma remota, logo não seria possível atribuir pontuação, pois se tratava de um grupo muito pequeno comparado ao total de estudantes matriculados no 6º ano.

Dando continuidade entregamos a cada aluno um envelope que continha um lápis, uma borracha, uma caneta, uma calculadora, um questionário socioeconômico, a fim de conhecer o perfil desses estudantes, e um teste composto por 11 questões acerca de expressões numéricas, ambos individuais. Enfatizamos que as repostas seriam mantidas em sigilo, que não precisaria se identificar e tentamos deixa-los a vontade para que respondessem e rabiscassem todos os seus pensamentos e raciocínios no pré-teste, sem medo de cometer erros.

A primeira conversa com a turma, que durou 20 minutos, foi para as devidas apresentações e explicações. As 14:20 demos início aos instrumentos de coleta de dados (questionário socioeconômico) e das 15 às 16 horas realizamos a aplicação do pré-teste. É importante mencionar que foi estipulada uma hora de tempo para a realização do pré-teste e do pós-teste, independente se o aluno conseguiria ou não resolver todas as questões dentro desse tempo.

O questionário socioeconômico e o pré-teste, assim como todos os materiais impressos utilizados nessa pesquisa encontram-se em nossos anexos, porém as respostas obtidas e as devidas análises quantitativas e qualitativas serão apresentadas a seguir e separadas em perfil do estudante e resultado do pré-teste.

#### 5.1.1 Perfil dos estudantes

Nossos objetivos como pesquisadores vão além da parte matemática, e visam também identificar quais contextos os alunos que participaram da experimentação estão inseridos. Para tanto, a fim de fazer este levantamento

socioeconômico aplicamos um questionário com 15 questões que abordavam desde características pessoais do aluno à sua relação com a matemática. Também fizemos algumas perguntas orais quando achávamos conveniente para esclarecer dúvidas que por ventura tenham ficado com as respostas recebidas.

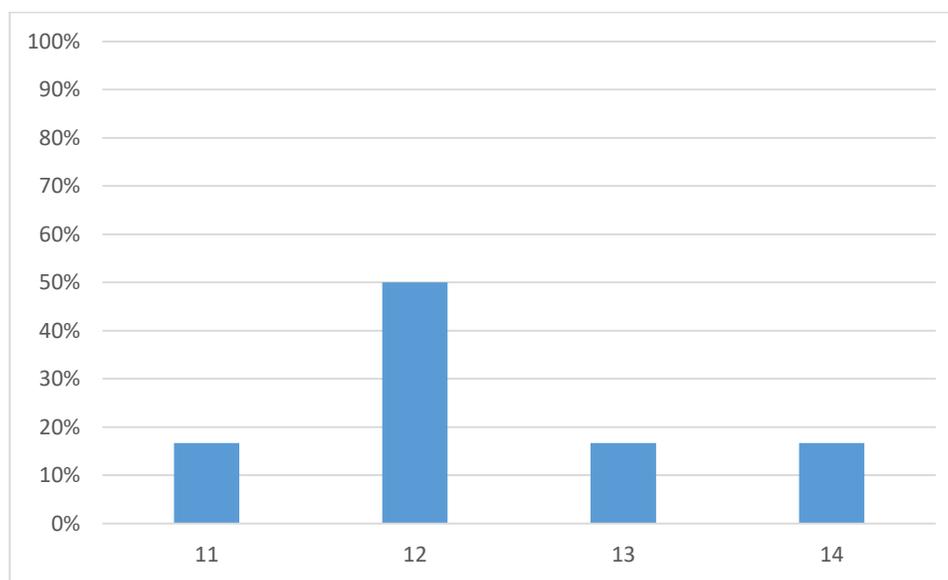
Os resultados analisados nos permitiram traçar o seguinte perfil dos alunos: dentre nosso espaço amostral, 50,0 % dos estudantes tem 12 anos 16,6% têm 11 anos, 16,6% tem 13 anos e 16,6% tem 14 anos. Nosso foi realizado com 6 alunos, a maioria das porcentagens apresentadas no corpo desta subseção estão aproximadas e com um uma casa decimal.

**Quadro 6** – Faixa etária dos estudantes da experimentação

IDADE	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
11	1	16,67 %
12	3	50 %
13	1	16,67 %
14	1	16,67 %
<b>Total</b>	<b>6</b>	<b>100 %</b>

Fonte: Experimentação (2020)

**Gráfico 8** – Faixa etária dos estudantes da experimentação



Fonte: Experimentação (2020)

Conseguimos identificar com os dados obtidos e fazendo um comparativo com as determinações estabelecidas pelas leis que instituem a educação como a LEI Nº 9.394, DE 20 DE DEZEMBRO DE 1996 que estabelece as diretrizes e bases que regem a educação básica e que admite a matrícula no Ensino Fundamental de nove anos, a iniciar-se aos seis anos de idade, sendo assim o aluno ao cursar o 6º ano do ensino fundamental deveria ter 11 anos de idade para estar em consonância de idade-série. Logo em nosso espaço amostral apenas 16,6 % encontram-se nessa conformidade.

Como um dos intuitos deste questionário foi tentar entender ao longo da construção do perfil dos estudantes os possíveis motivos que levam a esta distorção série-idade, se isto se deu por repetências, início tardio na educação básica ou outros motivos pessoais, ao longo desta análise faremos algumas retomadas com a tentativa de relacionar as respostas de cada aluno a fim de entender esse contexto.

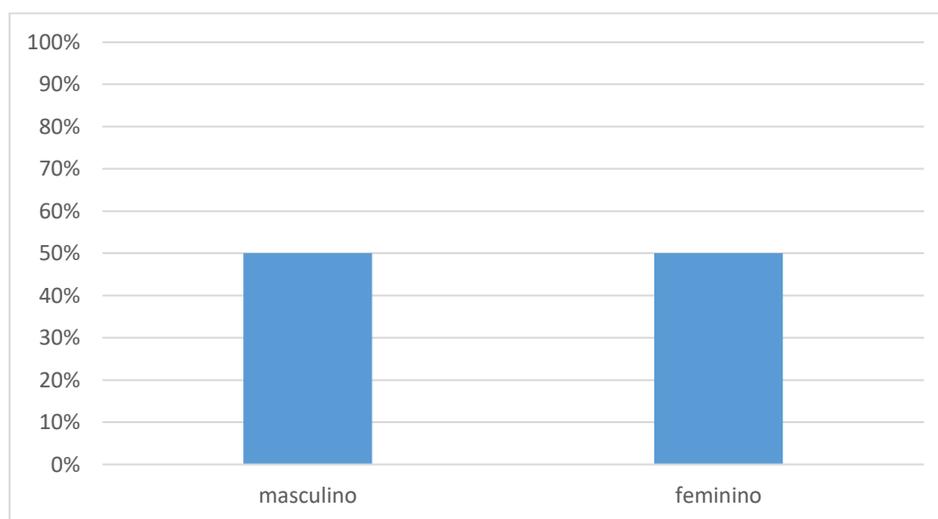
Nessa tentativa perguntamos também se os alunos já haviam ficado de dependência em matemática, e dentre os 6 alunos 33,3% já haviam ficado em dependência em matemática. Identificamos estes dois alunos, que vamos chamar de Aluno 1 (com 11 anos) e Aluno 3 (com 14 anos), que responderam afirmativamente nossa pergunta e os questionamos individualmente e de forma oral se já haviam reprovado alguma série anteriormente, o Aluno 1 respondeu que apenas tinha ficado de dependência e o Aluno 3 afirmou que já havia repetido uma série. Com isso conseguimos então identificar um dos motivos deste aluno específico (Aluno 3) não estar em consonância série-idade para o 6 ano.

Ainda com relação a idade adequada para cursar o 6 ano do ensino fundamental, de acordo com o previsto pelo MEC, seguimos repetindo a mesma pergunta, se já haviam reprovado alguma série, aos demais alunos, e detectamos que o Aluno 2, com 13 anos, também havia reprovado anteriormente. Sendo assim dentre os 5 alunos que tem mais de 11 anos, 40% já haviam reprovado em séries anteriores. A seguir apresentaremos o gênero dos estudantes.

**Quadro 7** - Estudantes da experimentação por gênero

SEXO	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
<b>Masculino</b>	3	50
<b>Feminino</b>	3	50
<b>Total</b>	6	100

Fonte: Experimentação (2020)

**Gráfico 9** - Estudantes da experimentação por gênero

Fonte: Experimentação (2020)

Com os dados obtidos constatamos que dentro de nosso espaço amostral tivemos quantidades equiparadas de para sexo masculino e feminino. A seguir mostraremos os dados referentes à escolaridade do responsável masculino e feminino.

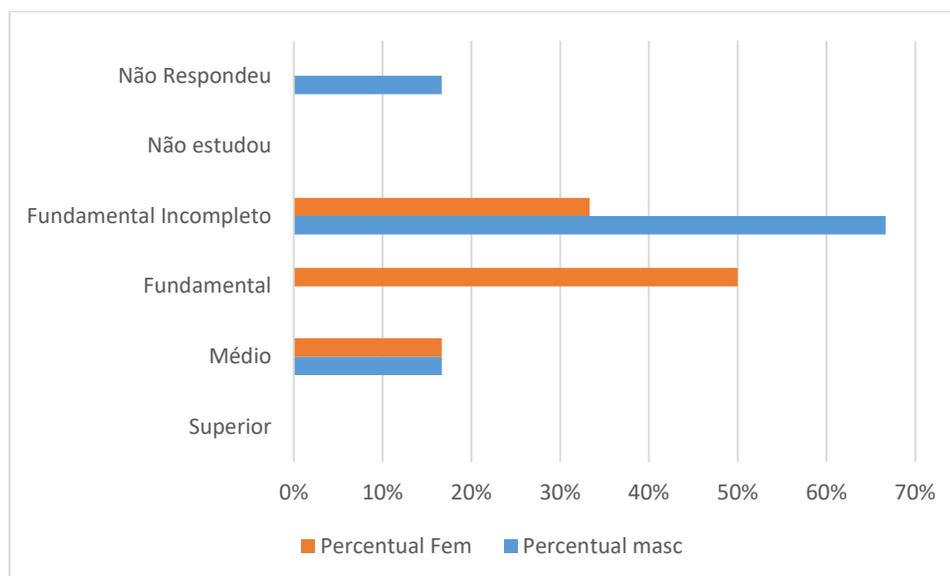
**Quadro 8** - Escolaridade dos responsáveis, experimentação.

NÍVEL	MASCULINO	PERCENTUAL	FEMININO	PERCENTUAL
<b>Superior</b>	0	0	0	0
<b>Médio</b>	1	16,6	1	16,6
<b>Fundamental</b>	0	0	1	16,6
<b>Fundamental incompleto</b>	4	66,6	4	66,6
<b>Não estudou</b>	0	0	0	0

<b>Não respondeu</b>	1	16,6	0	0
<b>Total</b>	6	100	6	100

Fonte: Experimentação (2020)

**Gráfico 10** - Escolaridade dos responsáveis, experimentação.



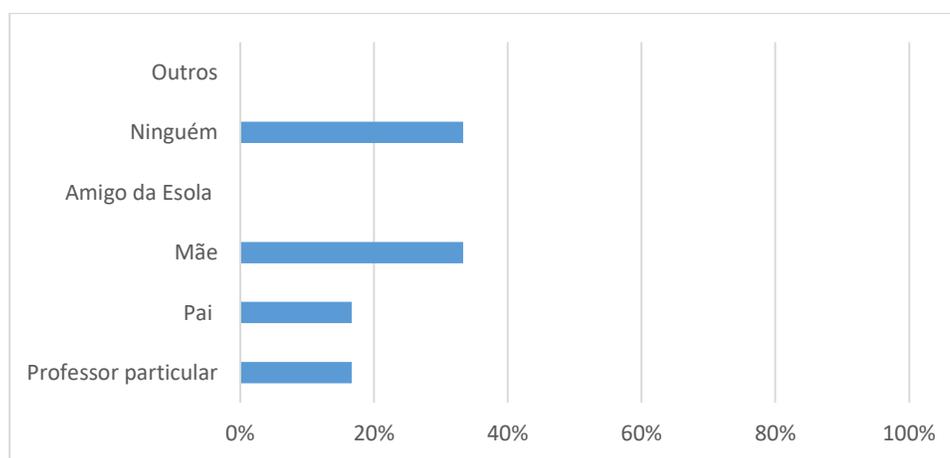
Fonte: Experimentação (2020)

Coincidentemente os dados encontrados para escolaridade do responsável masculino e feminino foram bem parecidos, em ambos os responsáveis não tinha curso superior. O que também chama atenção é o fato da maioria, 66,6% dos responsáveis masculino e femininos não terem concluído o ensino fundamental. Para o responsável masculino um aluno não respondeu e mesmo não havendo campo para tal, colocou uma observação ao lado das respostas afirmando que não tinha responsável masculino. O maior grau de instrução encontrado é o ensino médio, com 16,6% para ambos os sexos. A seguir apresentaremos os dados referentes à pessoa que ajuda a realizar as tarefas de matemática em casa.

**Quadro 9** - Quem lhe ajuda a fazer as tarefas de matemática, experimentação.

QUEM AJUDA NAS TAREFAS	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
<b>Professor particular</b>	1	16,6
<b>Pai</b>	1	16,6
<b>Mãe</b>	2	33,3
<b>Amigo da escola</b>	0	0
<b>Ninguém</b>	2	33,3
<b>Outros</b>	0	0
<b>Total</b>	6	100

Fonte: Experimentação (2020)

**Gráfico 11** - Quem lhe ajuda a fazer as tarefas de matemática, experimentação.

Fonte: Experimentação (2020)

Podemos constatar o que já era esperado dentro da realidade econômica em que está inserida a escola loco da pesquisa, que apenas um aluno alegou ter professor particular dentro desta amostra. Outro percentual que merece nossa atenção, são os alunos que não recebem ajuda de ninguém, 33,3% dos alunos, vamos nomear estes estudantes como alunos 3 e 6, pois na análise do pré-teste faremos a averiguação se tal contexto pode influenciar no resultado obtido pelo aluno nesta atividade.

Em um comparativo com Felix (2021), que também investigou uma turma de 6º ano, 16,67% de sua mostra também não recebia nenhum auxílio nas tarefas escolares de matemática, o que segundo a autora pode tornar ainda mais difícil o seu aprendizado, uma vez que é fora dos muros da escola que os estudantes devem consolidar seus conhecimentos, a carga horária de sala de aula não é suficiente para a fixação de todo o conteúdo que lhes é passado.

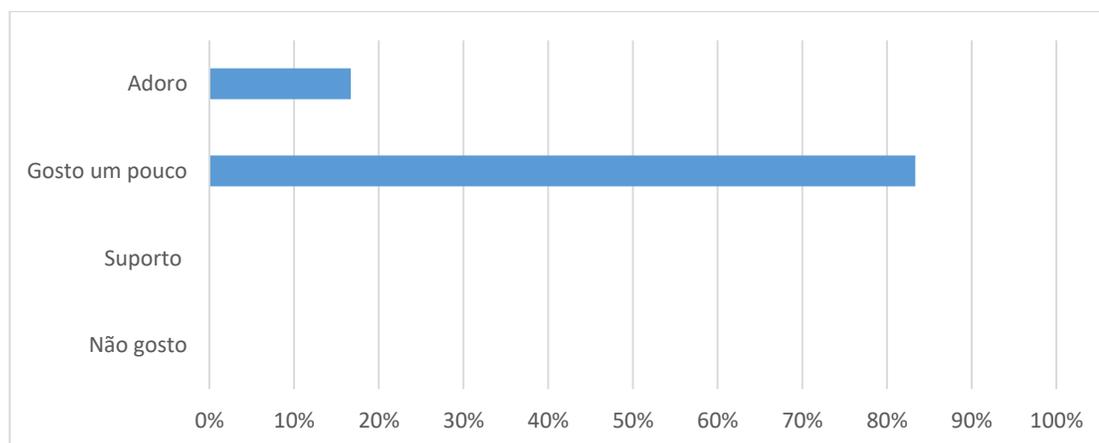
Feito esse levantamento voltado para o lado socioeconômico agora vamos começar a análise relacionada à postura do aluno com relação à matemática. O quadro a seguir mostra o quanto os alunos gostam, ou não da disciplina.

**Quadro 10** - Você gosta de matemática? (experimentação)

VOCÊ GOSTA DE MATEMÁTICA?	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Não gosto	0	0%
Suporto	0	0%
Gosto um pouco	5	83%
Adoro	1	17%
<b>Total</b>	<b>6</b>	<b>100%</b>

Fonte: Experimentação (2020)

**Gráfico 12** - Você gosta de matemática? (experimentação)



Fonte: Experimentação (2020)

Conseguimos constatar que a maioria, aproximadamente 83%, alegou gostar um pouco de matemática e apenas um aluno afirmou adorar matemática,

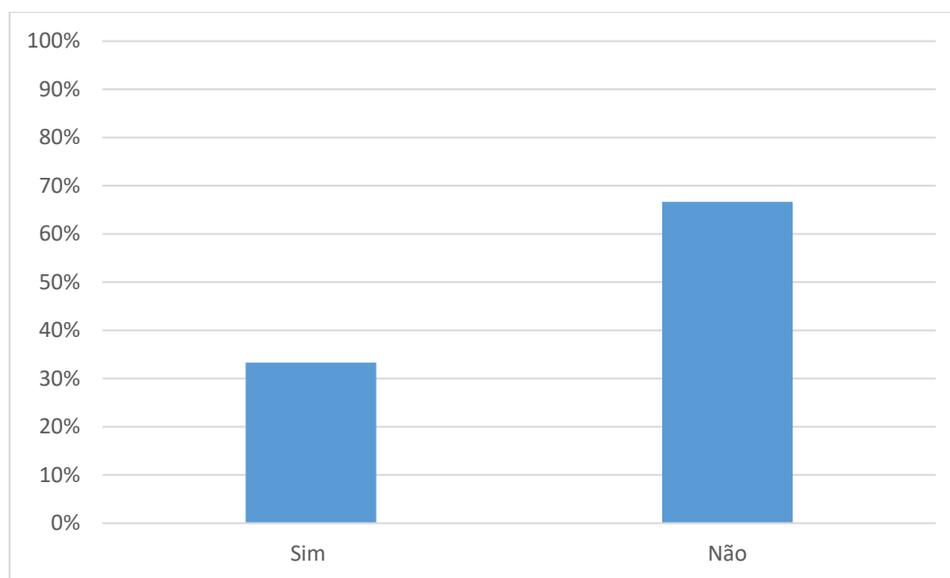
que era o máximo de nossas alternativas. Algo interessante de se correlacionado é o fato de dois alunos que responderam gostar um pouco já terem ficado de dependência em matemática. Como mostra o quadro abaixo sobre os alunos que já ficaram ou estão de dependência em matemática em algum ano letivo ao longo de seu currículo escolar.

**Quadro 11** - Você já ficou de dependência em matemática? (experimentação)

DEPENDÊNCIA EM MATEMÁTICA?	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Sim	2	33%
Não	4	67%
<b>Total</b>	<b>6</b>	<b>100%</b>

Fonte: Experimentação (2020)

**Gráfico 13** - Você já ficou de dependência em matemática? (experimentação)



Fonte: Experimentação (2020)

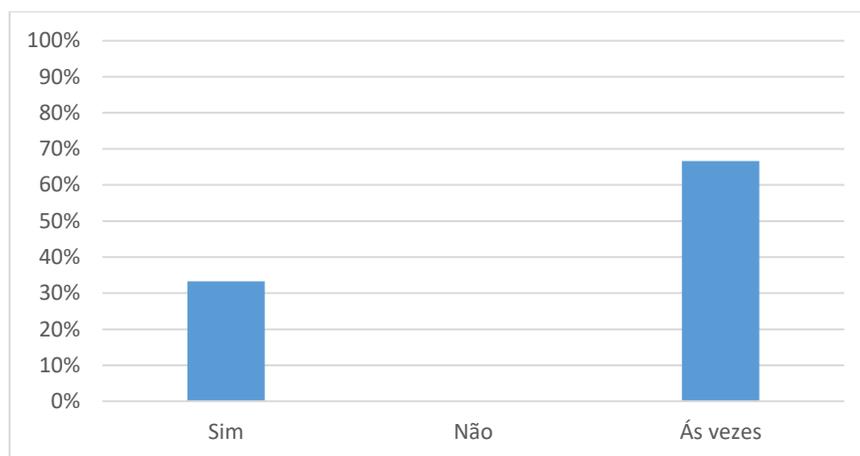
Continuamos tentando enxergar a vivência matemática e entender o contexto de acordo com o olhar de cada aluno e para isso apresentaremos mais três questionamentos relacionados a esta linha de raciocínio. O quadro a seguir mostra os dados referentes à atenção por parte dos alunos em aprender os conteúdos ministrados nas aulas de matemática.

**Quadro 12** - As aulas de matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados? (experimentação)

RESPOSTAS	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Sim	2	33%
Não	0	0%
Às vezes	4	67%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação (2020)

**Gráfico 14** - As aulas de matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados? (experimentação)



Fonte: Experimentação (2020)

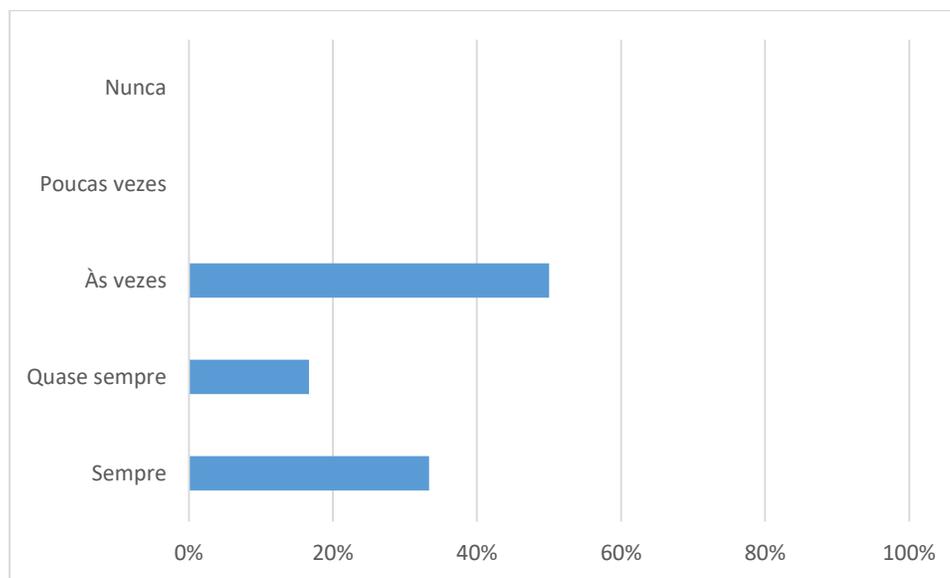
Conseguimos observar que todos os alunos responderam que as aulas despertam a atenção em aprender os conteúdos, sendo aproximadamente 67% destes às vezes e 33% sempre se sentem atraídos pela aula ministrada e conseguem prestar atenção na mesma. A seguir serão apresentados os dados referentes ao entendimento dos alunos acerca das explicações dadas pelo professor durante as aulas de matemática

**Quadro 13** - Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática? (experimentação)

RESPOSTAS	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Sempre	2	33%
Quase sempre	1	17%
Às vezes	3	50%
Poucas vezes	0	0%
Nunca	0	0%
<b>Total</b>	<b>6</b>	<b>100%</b>

Fonte: Experimentação (2020)

**Gráfico 15** - Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática? (experimentação)



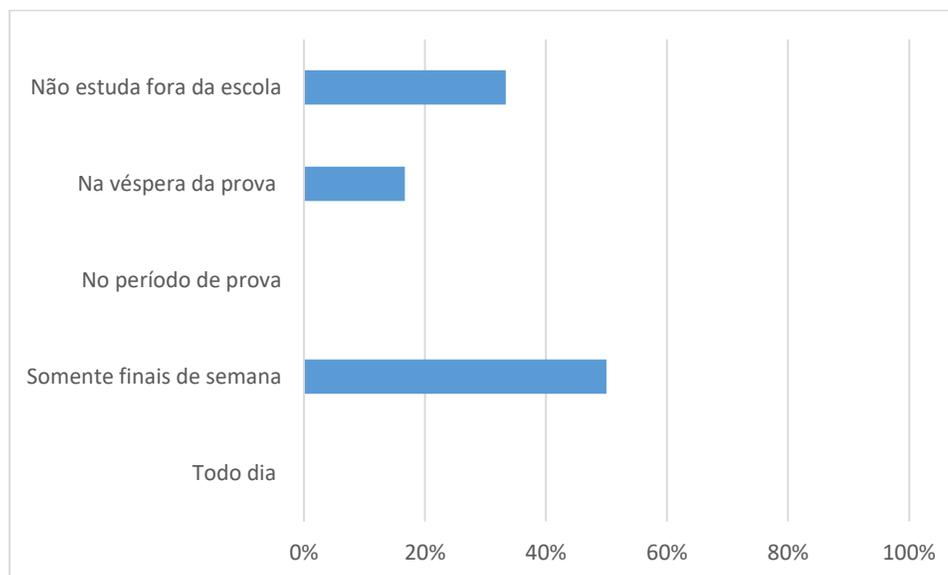
Quanto à compreensão das explicações durante as aulas de matemática os dados apontam que nenhum aluno escolheu as opções nunca e poucas vezes, o que nos mostra que os alunos são alcançados pelas explicações do professor, mesmo que às vezes, que foi a opção que apresentou maioria nas respostas (50%). Ainda tivemos aproximadamente 33% dos alunos que alegaram sempre compreender as explicações. No quadro a seguir mostraremos o comportamento dos alunos em casa, se estes estudam matemática quando estão fora da escola.

**Quadro 14** - Com que frequência você estuda matemática fora da escola? (experimentação)

RESPOSTAS	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Todo dia	0	0%
Somente finais de semana	3	50%
No período de prova	0	0%
Na véspera da prova	1	17%
Não estuda fora da escola	2	33%
<b>Total</b>	<b>6</b>	<b>100%</b>

Fonte: Experimentação (2020)

**Gráfico 16** - Com que frequência você estuda matemática fora da escola? (experimentação)



Fonte: Experimentação (2020)

Outro aspecto que tem muita influência no sucesso escolar do aluno é o hábito de estudar fora da sala de aula, e em nossa investigação os dados nos mostram que a maioria dos alunos (50%) dos alunos estuda matemática somente aos finais de semana, o que é considerado bom, visto que geralmente os alunos tendem a estudar ou somente em véspera de prova ou não estudam fora da

escola. O que foi apontado em nossa pesquisa também, onde aproximadamente 33% dos alunos pesquisados não estudam fora da escola.

Resultado similar ao encontrado por Felix (2021), onde constatou que 63,88% dos discentes do 6º ano investigado admitiu ter o hábito de estudar matemática fora da escola só na véspera da prova, o que comprova que por mais que as aulas de matemática despertem sua atenção, os mesmos não possuem motivação para estudar fora da escola, cabe investigação se este fato está relacionada apenas à cultura e hábito de estudo ou outros fatores externos como falta de ambiente adequado para o estudo, incentivo familiar, dentre outros.

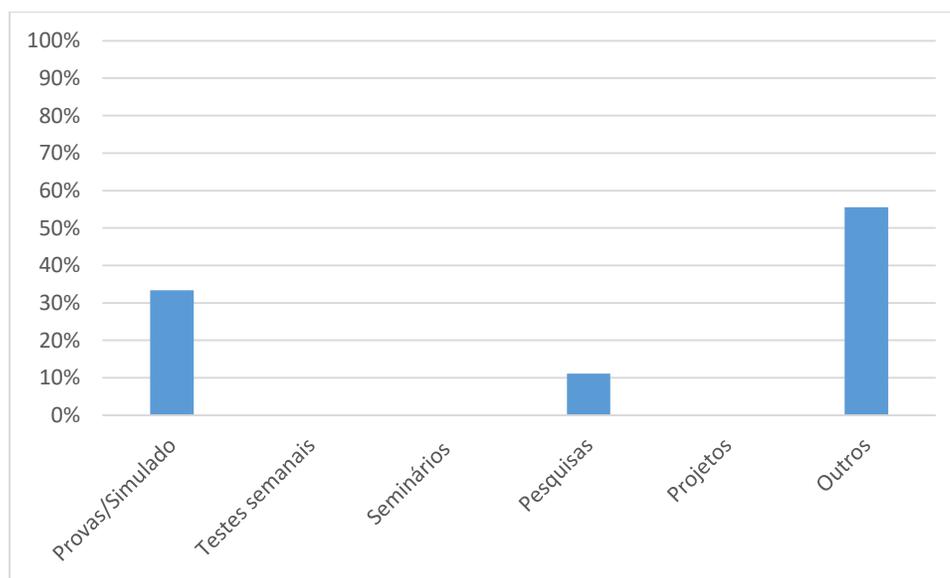
Ainda tentando traçar um perfil detalhado da vivência do aluno com a disciplina de matemática, a seguir apresentamos os resultados dos questionamentos acerca da visão do professor por parte do aluno. O quadro a seguir mostra os métodos avaliativos usados com mais frequência pelo professor.

**Quadro 15** - Quais formas de atividades e/ou trabalhos o seu professor de matemática mais utiliza para a avaliação da aprendizagem? (experimentação)

RESPOSTAS	FREQÜÊNCIA	PERCENTUAL
Provas/Simulado	3	33%
Testes semanais	0	0%
Seminários	0	0%
Pesquisas	1	11%
Projetos	0	0%
Outros	5	56%
<b>Total</b>	<b>9</b>	<b>100%</b>

Fonte: Experimentação (2020)

**Gráfico 17** - Quais formas de atividades e/ou trabalhos o seu professor de matemática mais utiliza para a avaliação da aprendizagem? (experimentação)



Fonte: Experimentação (2020)

Neste questionamento o aluno poderia marcar quantas alternativas julgasse conveniente e sobre os dados obtidos a respeito dos métodos avaliativos usados pelo professor conseguimos identificar que o este segue a linha tradicional de ensino, priorizando provas e simulados, com aproximadamente 33% das respostas. A maioria dos estudantes, 56%, apontou “outros” como metodologia mais usada e quando questionados verbalmente sobre que seriam as outras metodologias usadas pelo professor, os mesmos responderam exercícios e dever de casa, o que também se encaixa na linha tradicional de ensino. Outras metodologias como, testes semanais, seminários e projetos não são utilizadas pelo professor. O quadro a seguir mostra os dados relacionados a como o professor conduz sua aula na maioria das vezes.

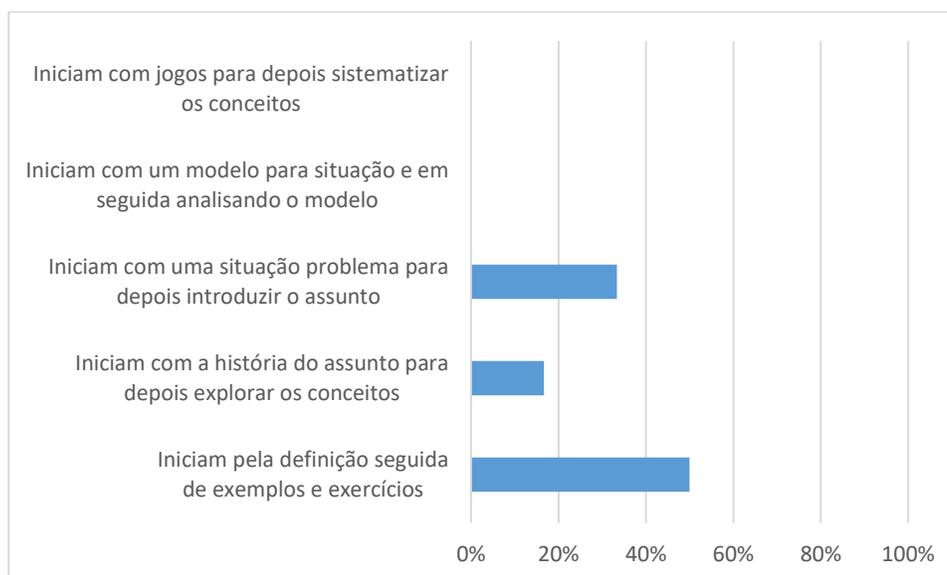
**Quadro 16** - A maioria das suas aulas de matemática: (experimentação)

RESPOSTAS	FREQÜÊNCIA	PERCENTUAL
Iniciam pela definição seguida de exemplos e exercícios	3	50%

Iniciam com a história do assunto para depois explorar os conceitos	1	17%
Iniciam com uma situação problema para depois introduzir o assunto	2	33%
Iniciam com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo	0	0%
Iniciam com jogos para depois sistematizar os conceitos	0	0%
<b>Total</b>	<b>6</b>	<b>100%</b>

Fonte: Experimentação (2020)

**Gráfico 18** - A maioria das suas aulas de matemática: (experimentação)



Fonte: Experimentação (2020)

Em consonância com as conclusões sobre a linha tradicional de ensino seguida pelo professor a maioria dos alunos (50%) alegou que as aulas iniciam por definição, seguidos de exemplos e exercícios. Ainda foi apontada com aproximadamente 33% as aulas que iniciam com uma situação problema, para depois introduzir o assunto, fazendo uso assim da tendência resolução de problemas na concepção de ponto de partida, e apenas um aluno alegou que as aulas iniciam com a história do assunto para depois explorar os conceitos. Por fim,

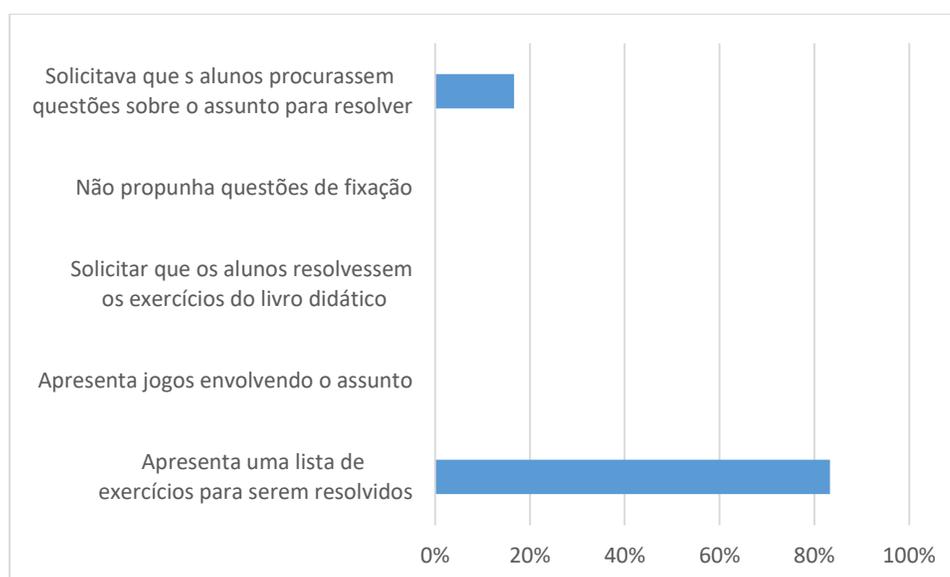
para finalizar o perfil do professor de acordo com a visão dos alunos apresentaremos os dados referentes à metodologia usada para praticar os conteúdos de matemática durante as aulas.

**Quadro 17** - Para praticar o conteúdo de matemática seu professor

RESPOSTAS	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Apresenta uma lista de exercícios para serem resolvidos	5	83%
Apresenta jogos envolvendo o assunto	0	0%
Solicitar que os alunos resolvessem os exercícios do livro didático	0	0%
Não propunha questões de fixação	0	0%
Solicitava que s alunos procurassem questões sobre o assunto para resolver	1	17%
<b>Total</b>	<b>6</b>	<b>100%</b>

Fonte: Experimentação (2020)

**Gráfico 19** - Para praticar o conteúdo de matemática seu professor



Fonte: Experimentação (2020)

Conseguimos verificar o que já era esperado, visto o perfil do professor que já havíamos começado a traçar, aproximadamente 83% dos alunos responderam que o recurso usado para praticar o conteúdo é a lista de exercícios. E apenas 17% dos alunos alegaram que o professor solicita que eles procurem questões sobre o assunto para resolver.

#### 5.1.2 Resultado do Teste proposto

O pré-teste realizado era composto por 11 questões discursivas e foi feito individualmente. Os alunos receberam uma calculadora para auxiliar nos cálculos, porém observamos que ainda assim a maioria dos estudantes continuava fazendo contas no dedo, o que pode ser atribuído ao fato de não terem familiaridade com o uso da calculadora. Outra observação importante quanto ao uso deste recurso foi que durante o pré-teste o Aluno 6 mesmo com a calculadora em mãos perguntou se podia usar a calculadora do celular, o que reforça nosso pensamento de que os alunos não tinham familiaridade com a calculadora quando esta não era um aplicativo de celular. Segue as questões aplicadas no pré-teste.

## PRÉ-TESTE

- **Dê o valor numérico das expressões abaixo:**

- 1)  $30 + 16 + 5 + 11 =$
- 2)  $3 + 5 + 2 - 4 =$
- 3)  $2 \times 7 + 15 \div 3 =$
- 4)  $12 \times (5 + 3) =$
- 5)  $50 - \{40 - 3 \times [10 \div (10 - 8)]\}$
- 6)  $12 \times 5 + 3 =$

7. Joãozinho escreveu os números 1, 2 e 3 como resultados de operações envolvendo exatamente quatro algarismos 4, como na figura. Ele continuou até o número 8, mas cometeu um erro. Qual o erro cometido por Joãozinho?

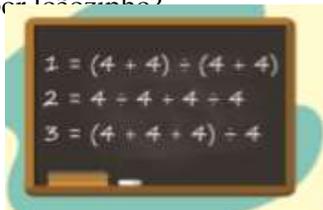
$$4 = 4 + (4 - 4) \times 4$$

$$5 = (4 \times 4 + 4) \div 4$$

$$6 = 4 + 4 \div 4 + 4$$

$$7 = 44 \div 4 - 4$$

$$8 = 4 + 4 + 4 - 4$$



8. Qual das expressões abaixo tem como resultado um número ímpar?

$$7 \times 5 \times 11 \times 13 \times 2 =$$

$$(2005 - 2003) \times (2004 + 2003) =$$

$$7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 =$$

$$52 + 32 =$$

$$3 \times 5 + 7 \times 9 + 11 \times 13 =$$

9. Dentre as expressões abaixo, qual tem maior resultado?

$$(6 + 3) \times 0 =$$

$$6 \times 3 \times 0 =$$

$$6 + 3 \times 0 =$$

$$6 \times (3 + 0) =$$

$$6 + 3 + 0 =$$

10. Podemos colocar de várias maneiras um par de parênteses na expressão  $20 \div 2 + 3 \times 6$ , como por exemplo,  $20 \div (2 + 3 \times 6)$  e  $20 \div (2 + 3) \times 6$ . Qual das três expressões acima em o maior valor?

11. (1º fase 6º e 7º ano - 2010) Qual é o resultado de  $2 + 4 \times 8 - 8 \div 4$ ?

O quadro a seguir mostra o desempenho dos estudantes no pré-teste aplicado, instrumento que será usado nesta pesquisa com o objetivo de produzir informações sobre os conhecimentos prévios dos estudantes sobre expressões numéricas.

**Quadro 18** - Resultado valor absoluto, pré-teste.

<b>Questão</b>	<b>Acertos</b>	<b>Erros</b>	<b>Branco</b>
1	4	1	1
2	2	3	1
3	1	4	1
4	2	3	1
5	0	5	1
6	4	1	1
7	0	3	3
8	0	3	3
9	0	3	3
10	0	1	5
11	0	0	6

Fonte: Experimentação (2020)

A seguir apresentamos o desempenho individual de cada aluno:

**Quadro 19** - Desempenho por aluno

<b>Alunos</b>	<b>Acertos</b>
Aluno 1	4
Aluno 2	2
Aluno 3	3
Aluno 4	4
Aluno 5	3
Aluno 6	0

Fonte: Experimentação (2020)

Fazendo uma análise dos dados apresentados acima podemos concluir que nenhum dos alunos conseguiu acertar mais de 50% das questões, os alunos 2 e 4 foram os que obtiveram maior número de acertos, alcançando aproximadamente 36,4% de questões corretas. Atribuímos também o número crescente de questões em branco ao fato de que o tempo estabelecido para realização do pré-teste, uma hora, não teria sido suficiente para que os alunos conseguissem resolver todas as questões naquele momento, com os conhecimentos prévios que estes despunham até então.

A análise detalhada dos resultados encontrados no pré-teste serão mostrados na seção análises a posteriori e validação, porém de modo geral o desempenho dos alunos no pré-teste aplicado foi considerado insatisfatório, devido o baixo percentual de acertos e, além disso, a falta do conhecimento mínimo que o aluno teria que dispor para iniciar um raciocínio correto mesmo que posteriormente viesse a cometer algum erro de resolução.

Cenário semelhante ao encontrado por Alexandria (2013) ao analisar os dados produzidos a partir da aplicação de um teste com 6 questões de matemática, acerca de expressões numéricas, sendo 4 questões objetivas com justificativas e as demais discursivas. Onde a autora (2013, p. 30) verificou que:

É visível que os alunos pesquisados possuem um sentido numérico pouco desenvolvido em relação a expressões numéricas, pois, em um estágio mais avançado desse estado, os alunos poderiam ter identificados importantes relações entre número e operações presente em algumas expressões.

A seguir descreveremos a aplicação da sequência didática, que se deram no segundo e terceiro encontro.

É importante registrar que foi estabelecido antes da aplicação desta sequência didática um tempo limite de 45 minutos para cada atividade, pois precisávamos organizar a aplicação de modo que conseguíssemos finalizar todo o processo dentro dos dias que foram disponibilizados pela escola.

Devido ao cenário pandêmico a escola liberou inicialmente dois dias para a realização das atividades (8 e 9 de outubro de 2020, quinta-feira e sexta-feira, respectivamente), porém ao iniciar com os alunos verificamos que não seria possível o término dentro desse prazo, então conversamos com a direção da

escola e esta disponibilizou mais um dia, 13 de outubro, pois no dia 12 de outubro era feriado nacional e a escola estaria fechada. Em função disso não foi possível realizar todas as questões programadas para atividade 2 e atividade 4.

Por conta deste cenário e dos imprevistos tivemos certo receio do último dia de aplicação da SD, pois devido ao final de semana e ao feriado tivemos um intervalo de três dias e isso certamente poderia influenciar no desempenho dos alunos quanto a aplicação da atividade 5 e do pós-teste, colocando em risco a validação de nossa sequência didática.

A seguir mostraremos como se deu o segundo encontro.

## 5.2 SEGUNDO ENCONTRO

O segundo encontro aconteceu no dia 08 de outubro de 2020 (sexta-feira) e se deu de 14hrs às 17:30. Foram formados dois grupos de três estudantes cada, uma vez que tínhamos um total de seis alunos realizando as atividades, a escolha dos grupos se deu pelos próprios alunos, sem nossa interferência. Este encontro foi dividido em três partes para a realização da atividade 1, atividade 2 (primeiro e segundo momento) e atividade 3, todas com o mesmo grupo determinado inicialmente. Os grupos serão tratados no decorrer desta pesquisa como Grupo 1 e Grupo 2, e manteremos os alunos como Aluno 1, Aluno 2, Aluno 3, Aluno 4, Aluno 5 e Aluno 6, como já utilizamos nas análises do pré-teste proposto.

Descreveremos os acontecimentos separadamente por atividade. A seguir apresentaremos a atividade 1.

### 5.2.1 Atividade 1

A atividade tinha por objetivo lembrar os alunos dos significados e uso dos sinais de pontuação, dando ênfase no uso da vírgula e dos parênteses, pois eram estruturas fundamentais no decorrer da sequência didática.

Entregamos aos grupos uma cartilha, já apresentada na seção concepção e análise a priori, como informativo sobre os sinais de pontuação. Demos cinco minutos para que os alunos lessem e discutissem em grupo o conteúdo da cartilha e depois iniciamos o diálogo com a turma. Ainda durante o tempo de discussão

em grupo alguns alunos já questionavam o porquê de uma atividade sobre sinais de pontuação em matemática. O Aluno 2 questionou: “Professora, isso não é português?” E aproveitamos o questionamento para iniciar o diálogo com a classe, a partir dessa intervenção.

Começamos afirmando que tudo o que se aprende na língua materna, o português, é válido para qualquer outra disciplina, e que de modo geral, tudo o que se aprende na escola está inter-relacionado. Ainda não justificamos de fato o porquê da atividade, pois isso só seria feito nas atividades posteriores quando o próprio exercício solicitasse. Mas reforçamos o uso da vírgula, dos parênteses e dos demais sinais de pontuação pedindo que eles dessem exemplos de frases e diálogos fazendo uso destes. Para finalizar esse momento e fixar a ideia que queríamos transmitir, enfatizamos que tanto no português quanto na matemática a maneira de usar os sinais permanece com a mesma essência, de certa forma com o mesmo sentido.

A atividade 2 teve duração de 25 minutos, sendo os 5 primeiros minutos destinados a discussão em grupo.

A seguir descreveremos a atividade 2, que foi dividida em dois momentos.

### 5.2.2 Atividade 2

O objetivo da atividade era induzir a construção da ideia do uso de sinais associativos para dar prioridade à resolução de determinadas operações matemáticas e introduzir o conceito de hierarquia de resolução dentre as quatro operações. Tudo isso a partir da expressão escrita em sua língua materna, como se fosse um comando oral, para deixar esse primeiro contato o mais intimista possível.

A atividade 2 foi dividida em dois momentos que serão descritos abaixo.

#### 5.2.2.1 Primeiro momento

O primeiro momento da atividade 2 consiste em uma lista com 10 expressões numéricas apresentadas por extenso na língua materna, em que os alunos teriam que apresentar seus respectivos valores numéricos, da forma que

os mesmos avaliassem mais pertinente, transformando os comandos em números e montando a expressão numéricas antes de resolver ou simplesmente desenvolvendo as operações isoladas a partir do enunciado de cada expressão.

Este momento teve duração de 32 minutos, iniciando às 14:28 e encerrando às 15hrs. Cada aluno recebeu uma lista com 10 expressões, para usar como borrão e uma lista oficial que seria para as respostas finais do grupo. Observamos que a metodologia para resolução usada por ambos os grupos foi semelhante, os alunos não se dividiram, resolveram as expressões juntos, porém o pensamento coletivo ainda não estava presente, pois os estudantes tentavam resolver a mesma expressão, porém separados, cada um resolvendo da sua forma, sem trocar dúvidas e sugestões, o máximo de interação que identificamos neste primeiro momento foi a comparação dos resultados encontrados.

Observando esse comportamento optamos por intervir verbalmente, ressaltando que não iríamos interferir na forma como cada grupo optasse por resolver, porém ao final da atividade as respostas deveriam ser em comum acordo, então eles precisariam conversar e entrar num consenso. Julgamos extremamente necessária essa interação entre os alunos, pois já faz parte da construção do conhecimento que pretendemos alcançar ao final da atividade 2.

Infelizmente, durante a realização do segundo momento da atividade 2 os alunos acabaram corrigindo os resultados, antes que pudéssemos registrar, não atentamos para o fato de recolher a lista ao final do primeiro momento. Fica como uma sugestão aos futuros professores que utilizarão esta sequência didática, após a realização do primeiro momento, recolher a lista de resoluções ou registrar em imagem antes da realização do segundo momento.

As análises das respostas e comportamentos dos alunos serão realizadas no segundo momento.

Devido ao tempo pré-estabelecido em nossa programação os grupos não conseguiram resolver todas as 10 expressões numérica, então trabalhamos somente até a letra f.

Ao final do período estipulado para a realização da atividade, 30 minutos, encerramos e iniciamos o segundo momento da atividade 2.

### 5.2.2.2 Segundo momento

Finalizado o primeiro momento, passamos para a discussão sobre os valores numéricos encontrados para cada expressão. Para isso os alunos receberam uma tabela para colocar os resultados obtidos pelos dois grupos a fim de compará-los. O tempo para a realização deste momento foi de uma hora, tendo início às 15 horas e término às 16 horas.

A seguir mostraremos a tabela com os valores numéricos encontrados pelos dois grupos.

**Quadro 20** – Valores numéricos encontrados na atividade 2

		EXPRESSÕES									
		A	b	C	d	e	f	g	E	f	g
RESULTADOS ENCONTRADOS		36	36	5	5	16	64				
		36	36	9	5	64	64				

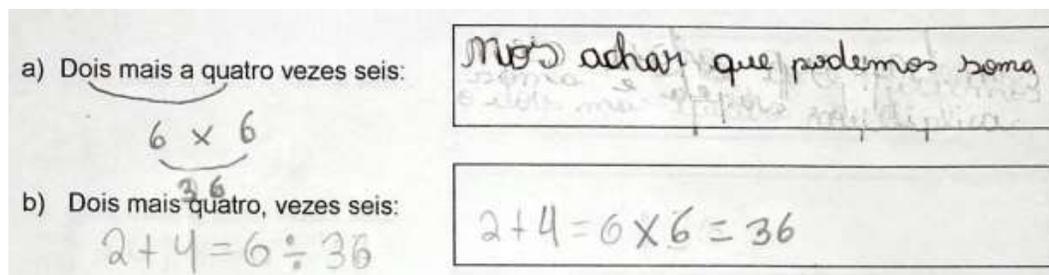
Fonte: Experimentação (2020)

Após este processo feito pelos alunos, iniciamos as discussões e comparações onde replicamos esta mesma tabela no quadro e preenchermos em conjunto, professor – aluno. Este momento será descrito em pares, pois assim foram distribuídas as expressões e assim foram trabalhadas as discussões. Tal metodologia foi usada para evidenciar que de fato as expressões numéricas eram diferentes mesmo que apresentando os mesmos números e operações.

Para as expressões a e b ambos os grupos encontraram os mesmos resultados 36, diante disso nosso primeiro passo foi resolver as duas expressões

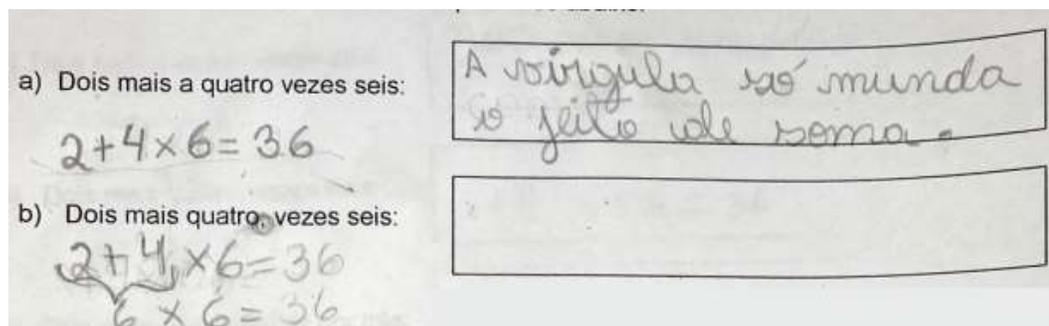
no quadro de acordo com o pensamento deles, para a obtenção do 36 como resultado. A seguir apresentamos as respostas encontradas para as expressões a e b.

**Figura 13** - Respostas expressões a e b, grupo 1.



Fonte: Experimentação (2020)

**Figura 14** - Respostas expressões a e b, grupo 2.



Fonte: Experimentação (2020)

Para as nossas primeiras considerações resolvemos nos quadro as expressões da mesma forma que os grupos resolveram e fizemos os seguintes questionamentos:

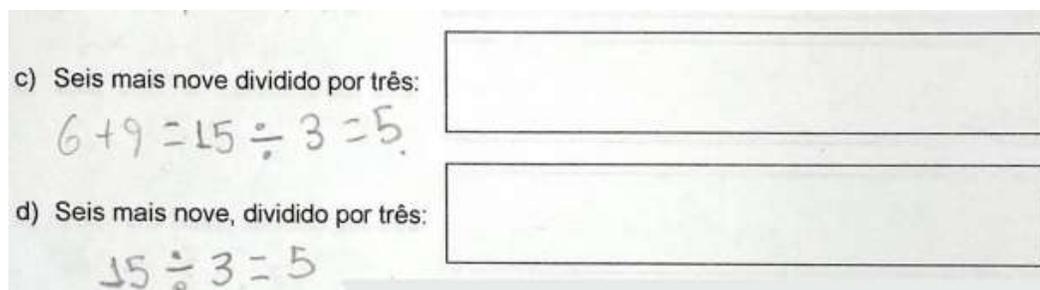
- Foi assim que vocês fizeram, certo?

Ambos os grupos responderam que sim.

O erro na resolução da letra “a” se deu por não respeitar a hierarquia das operações, uma vez que os alunos resolveram as operações na ordem em que estas estavam apresentadas, resolvendo assim, primeiro a soma e não a multiplicação, um erro muito comum quando se trata de expressões numéricas, porém compreensível, pois ainda iríamos construir a ideia de hierarquia de operações.

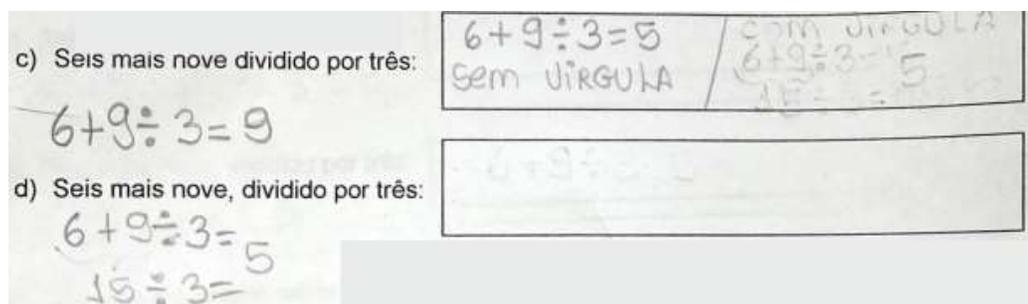
Para o par “c” e “d” o cenário mudou um pouco, pois para expressão numérica apresentada na letra c os alunos encontraram dois resultados diferentes, o que foi previsto em nossa análise a priori e era uma situação necessária para introduzirmos a ideia da hierarquia das operações. Por este fato optamos por reproduzir no quadro as quatro resoluções (letras a, b, c e d), para só depois fazer as devidas considerações.

**Figura 15** - Respostas expressões c e d, grupo.



Fonte: Experimentação (2020)

**Figura 16** - Respostas expressões c e d, grupo 2.



Fonte: Experimentação (2020)

Como podemos observar para a letra c, o grupo 1 não levou em consideração a hierarquia das operações, resolvendo primeiro a soma em relação à divisão, enquanto que o grupo 2 resolveu corretamente, respeitando a hierarquia, resolvendo inicialmente a divisão. Precisávamos dessa divergência nas respostas para questionar os alunos se há uma maneira correta de resolução ou as duas formas são aceitas.

É importante ressaltar que a ideia da hierarquia das operações foi o conceito que mais tivemos dificuldades para transmitir de forma leve e aceitável

para turma, para que os alunos conseguissem formalizar e construir esse conhecimento.

No processo de construção de nossa sequência didática, reservamos uma atenção especial ao processo de construção do conhecimento acerca da hierarquia das operações, e para isso fizemos uma extensa pesquisa buscando as reais justificativas para tais regras. Em comum consenso em todas as obras estudadas encontramos que de fato não há registros concretos sobre o porquê de se resolver primeiro as multiplicações e divisões e posteriormente as adições e subtrações. O que há é a necessidade de se criar um raciocínio lógico com estas regras para facilitar o entendimento e fixação do conteúdo.

Para Bender 1962 (1962, apud OTTES, 2016, p.30) as regras vieram como uma solução de simplificar a dificuldade na hora de resolver a expressão numérica, pois partindo de uma única expressão numérica é possível que sejam obtidos resultados diferentes de acordo com a forma de resolução escolhida. Sendo assim, Bender (1962, p.264) coloca que: "tais regras surgem com o desejo de resolver este problema de uma vez por todas, e para tornar mais fácil para as crianças que lutam com a Aritmética no início desta fase".

Sendo assim, mantivemos o proposto na análise a priori, em que para criar uma linha lógica para a maior aceitação da turma, quando encontramos dois resultados diferentes para a mesma expressão numérica, como, por exemplo, na letra "c", onde para a expressão  $6 + 9 \div 3 =$ , os alunos encontram como resultados 5 e 9, com as resoluções dos alunos já reproduzidas no quadro, começamos a questionar a turma de modo geral:

- Como partindo de uma única expressão numérica conseguimos obter dois resultados diferentes?

- Será que os dois resultados estão corretos? É possível?

Como respostas para tais questionamentos, tivemos:

Grupo 1, que obteve resultado 5: Professora, eu fiz direto, 6 mais nove, e depois só dividi por três.

Grupo 2, que obteve o resultado correto, neste caso o 9, logo interrompeu alegando que “têm que resolver primeiro a divisão”.

Quando o grupo 2 fez essa afirmação, questionamos o porque, e tivemos como resposta: Por que senão vai dar errado.

Diante da situação entramos com nossa intervenção reforçando que uma expressão numérica só admite um único valor numérico, e para não gerar uma confusão sobre quais dos dois valores é o correto, como a situação que nos encontrávamos no momento, traçou-se um caminho que deve ser seguido dentro das operações.

Para dar uma lógica para tal caminho, facilitando assim a fixação do raciocínio por parte dos alunos, relembramos a ordem cronológica dos aprendizados acerca das operações utilizando o seguinte discurso, “O primeiro passo dentro das quatro operações é aprender a somar e a subtrair, no segundo passo você aprende a multiplicar e dividir. Agora para resolver as expressões numéricas vamos precisar voltar nesse caminho, sendo assim, vamos resolver primeiro as multiplicações e divisões e por último as somas e subtrações.”

Os alunos conseguiram assimilar e compreender a hierarquia das operações desta forma, o que nos deixou satisfeitos diante a realização desta atividade.

Ainda sobre o primeiro par de expressões, questionamos os alunos se conseguiam enxergar alguma diferença entre a expressão “a” e “b”, um dos alunos nos questionou:

- Mas professora, é a mesma expressão.

Seguimos com a intervenção indagando o aluno, “Será?”. Então um segundo aluno completou:

- A letra “b” tem uma vírgula e “a” letra a não tem.

Então continuamos o diálogo questionando se eles levaram em consideração a vírgula ou se resolveram as operações na ordem em que estavam dispostas (da esquerda para direita), ignorando a existência da vírgula. Ambos os

grupos afirmaram quem resolveram as operações na ordem em que estavam dispostas, da mesma forma que fizeram para a letra a, encontrando assim o mesmo resultado para ambas.

Ao nos depararmos com a situação de resultados iguais como já prevíamos que poderia acontecer em nossa análise a priori, reforçamos o que os alunos já haviam conseguido identificar, o fato de que a única diferença entre as expressões “a” e “b” era a vírgula. Então questionamos novamente: “será que essa vírgula interfere em alguma coisa no modo de resolução?”, porém não obtivemos respostas. Sendo assim fizemos um retorno a nossa primeira atividade “sinais de pontuação”, para lembrar o que a cartilha dizia sobre o uso e significado da vírgula, e repetimos compassadamente “A vírgula é usada para indicar uma pequena pausa na leitura ou separar palavras, frases e expressões”, posteriormente trouxemos isso para a matemática, afirmando que da mesma forma que no português ela separa uma expressão, por exemplo, o uso da vírgula em “Dois mais quatro, vezes seis” está separando a operação dois mais quatro.

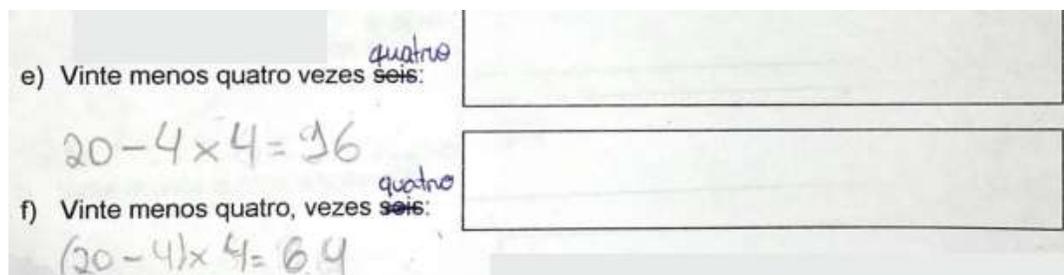
Feita essa intervenção, questionamos os alunos “Agora eu pergunto para vocês, quem temos que resolver primeiro?” e alguns dos estudantes responderam que seria a operação dois mais quatro, pois este estava separado das demais operações, o que daria a ideia de “ter que resolver primeiro” (maneira como foi reproduzido pelos alunos)

Visto que os alunos conseguiram entender o papel da vírgula dentro da expressão escrita por extenso, iniciou-se outra discussão sobre como representar isso matematicamente já que não podíamos usar a vírgula. Algumas ideias como traços e barras surgiram e uma das alunas respondeu que poderíamos usar os parênteses, trazendo este termo de conhecimentos anteriores. Sendo assim, formalizamos a ideia dos sinais associativos dentro das expressões numéricas, que nada mais são que simbologias usadas para separar operações e dar prioridade a elas. Seguindo a mesma linha de raciocínio aproveitamos para formalizar também o uso dos colchetes e das chaves. Para que ficasse mais elucidado o contexto da escolha dessa simbologia contamos uma breve história em tom descontraído, trazendo datas e nomes como Clavius, Jean Buteon e Vietè, como já mencionamos em nossa análise a priori, expondo de forma leve

como se deu os primeiros registros sobre os sinais associativos nas expressões numéricas.

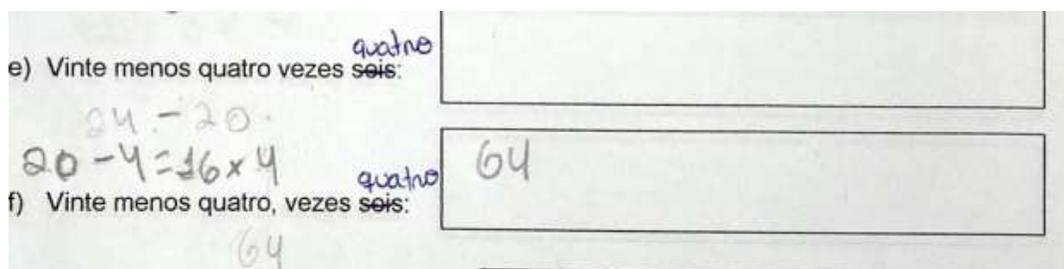
Para os pares de expressões “e” e “f” o cenário foi similar ao encontrado nos par “a” e “b”, os grupos obtiveram o mesmo valor para cada par de expressões numéricas, como podemos observar nas figura XX e XX.

**Figura 17** - Respostas expressões e e f, grupo 1.



Fonte: Experimentação (2020)

**Figura 18** - Respostas expressões e e f, grupo 2.



Fonte: Experimentação (2020)

Na resposta encontrada na letra e do grupo 1 conseguimos observar que os alunos não completaram o raciocínio da questão, porém quando estávamos completando a tabela, os mesmos alegaram que o seu resultado seria 64, então supomos que este grupo teria realizado primeiro a subtração e esquecido de completar com a multiplicação. Sendo assim cometendo um erro ao ignorar a hierarquia das operações. As considerações feitas para este par foram às mesmas para o par a e b. Por conta do tempo planejado para a realização da atividade 2, só conseguimos trabalhar com os alunos até a expressão numérica apresentada na letra f.

Com a realização da atividade 2 conseguimos identificar um dos principais e mais comuns erros encontrados na resolução de expressões numéricas. Os alunos tendem a resolver a expressão da esquerda para direita, calculando as operações na ordem em que estão dispostas, ignorando a hierarquia de resolução das operações e o uso dos sinais associativos. É válido ressaltar que chegamos a essa conclusão por meio das respostas obtidas na atividade 2 a partir dos conhecimentos prévios trazidos pelos alunos de séries anteriores acerca de expressões numéricas, pois para esta turma de 6º ano este é o primeiro contato que os alunos estão tendo com o assunto. O que foi justificado pela pandemia, pelas atividades remotas no ano de 2020 e toda dificuldade que permeia a educação pública no país e o acesso à internet para crianças de baixa renda, culminando em certo atraso para determinados conteúdos.

Buscando justificativas para tal comportamento na resolução de expressões numéricas, associamos esse fato como uma consequência ao modo como este conteúdo é ensinado aos alunos. Normalmente é seguido o roteiro dado nos livros didáticos, como pontuamos na sessão 3.2, onde fizemos uma breve análise sobre como é apresentado o conteúdo acerca de expressões numéricas nos livros didáticos, incluindo o livro utilizado pela turma a qual participou desta pesquisa no ano letivo de 2020.

Normalmente e em 100% dos livros analisados o ensino das expressões numéricas é dividido em partes, e a primeira sempre é expressões numéricas somente com adição e subtração, logo no primeiro contato com assunto as crianças já aprendem a resolver as expressões da esquerda para direita na ordem em que as operações estão dispostas, criando assim a falsa ideia que este método poderá ser usado em todas as expressões numéricas conseguintes. Na segunda parte, em que se introduz as multiplicação e a divisão, ou o parênteses, fica muito difícil desconstruir o raciocínio anterior, levando o aluno a cometer os erros encontrados na atividade 2.

Como uma tentativa de mudar este cenário sugerimos uma mudança neste processo de ensino, caso não faça uso desta sequência didática para a construção do conhecimento acerca de expressões numéricas, onde no primeiro contato com a ideia de resolução já seja esclarecido ao aluno que existe uma

hierarquia entre a resolução das operações, justificando-a com embasamento história e operacional como usamos nesta sequência didática, e que a primeira parte sugerida pelos livros didáticos fosse extinta, e já começasse com as expressões numéricas envolvendo as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão). Assim o aluno já desenvolveria o raciocínio condicional, entendendo que se, e somente se as operações que compunham tal expressão numérica tiverem o mesmo grau de hierarquia a expressão pode ser resolvida da esquerda para direita, nesta ordem de operações.

É importante ressaltar que este raciocínio ainda não foi posto em prática então não podemos assegurar que de fato seria uma boa alternativa para o ensino de expressões numéricas e que evitaria este tipo de erro, então fica como uma sugestão para nós professores e pesquisadores que desenvolvemos este trabalho em sala de aula.

A seguir descreveremos como se deu a aplicação da atividade 3.

### 5.2.3 Atividade 3

A atividade 3 teve início às 16 horas e término as 17:30, era intitulada baralho das expressões e se tratava da primeira atividade de aprofundamento. Estávamos muito ansiosos para aplicação desta atividade, primeiro por ser um momento mais lúdico, comparado as atividade 1 e 2, e segundo por se tratar de um momento que teríamos para fazer as primeiras considerações acerca da construção do conhecimento por parte do aluno até então.

Quando questionamos os alunos se conheciam o jogo e suas regras ou se já haviam jogado baralho antes, para nossa preocupação tivemos não como resposta. Alguns alunos já tinham visto ou escutado falar sobre, porém não sabiam jogar.

Sendo assim, se fez necessária uma explicação detalhada primeiramente do jogo original, como funciona um baralho qualquer e posteriormente as adaptações feitas para nosso baralho das expressões. Inicialmente fizemos uma explicação geral, dando um exemplo de como formar um jogo de três cartas, similar ao jogo de três castas de um baralho comum, porém para expressões

numéricas, o jogo seria: uma carta com a expressão numérica escrita por extenso, uma carta com a expressão numérica em sua forma matemática e uma carta com o valor numérico da expressão.

Na teoria, os alunos entenderam a dinâmica de funcionamento do jogo, porém não conseguiram traçar estratégias para jogar sozinhos. Neste momento precisamos fazer a primeira intervenção, dando a estes alunos uma estratégia para o andamento correto do jogo, uma vez que os alunos só estavam comprando e descartando cartas aleatoriamente.

Inicialmente cada aluno recebeu nove cartas, então Instruímos todos os estudantes a resolverem as expressões numéricas que eles tinham em mãos, seja esta expressão numérica escrita por extenso ou em sua forma numérica normal e guardarem os resultados encontrados, repetindo este processo sempre que pegassem uma nova carta. A fim de comparar os resultados para que fossem formados os trios combinando expressão numérica escrita por extenso, expressão numérica e valor numérico.

Mesmo com esta primeira intervenção os alunos não apresentaram o comportamento esperado em nossa análise a priori e a atividade que era para ser lúdica e divertida acabou ficando maçante e cansativa, pois eles ainda tinham dificuldade na montagem e resolução das expressões numéricas, uma vez que se tratava da nossa primeira atividade de aprofundamento, e ficavam ainda mais desmotivados quando viam a quantidade de expressões que teriam que resolver para finalizar o jogo. Então pensamos rapidamente e optamos por direcionar um professor para cada grupo, denominado professor mentor, ele ficaria responsável por auxiliar os três alunos que participavam do jogo, não só direcionando o andamento do baralho, mas também tirando as dúvidas referentes às resoluções, verificando os procedimentos e resultados.

Sobre os direcionamentos realizados pelas professoras em cada grupo é necessário enfatizar que para alguns alunos foi preciso reforçar todos os processos aprendidos até o então momento, sendo assim um processo mais lento para uns do que para outros estudantes.

Feitas as devidas interferências, ainda não estávamos satisfeitos com o andamento da atividade, pois precisávamos otimizar o andamento do jogo, já que

se tratava da nossa ultima atividade do dia, os alunos já estavam mentalmente desgastados e isso poderia prejudicar nossos resultados futuros, visto isso, decidimos alterar uma das regras do baralho, inicialmente seguindo a regra original os competidores não podem ver os jogos uns dos outros, mas para um melhor andamento do baralho das expressões os alunos passaram a deixar suas cartas viradas para cima, assim cada um poderia ver onde está a carta que o mesmo está precisando para completar o trio e isso faria como que ele conseguisse tomar suas decisões com mais clareza.

Foi uma decisão que mudou os rumos do jogo, pois os alunos passaram a ficar mais interessados e animados, inclusive passaram a negociar trocas de cartas, o que foi muito interessante e nos permitiu chegar a um ganhador mais rapidamente em ambos os grupos.

Abaixo temos a folha de borrão do vencedor do grupo 1, juntamente com suas cartas, representando fielmente a forma como o aluno fez no dia da aplicação.

**Figura 19** - Respostas atividade 3

CENTRO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA  
ATIVIDADE 2 - Baralho das Expressões

$37 - (7 + 20) = 37 - 27 = 10$

$(2 + 5) \times 4 + 6 = 7 \times 4 + 6 = 34$

$2 + 4 \times 6 = 2 + 24 = 26$

$2 + 5 \times 4 + 6 = 2 + 20 + 6 = 28$

$2 + 5 \times 4 + 6 = 28$

Trinta e sete, menos sete mais vinte

10

$37 - (7 + 20) =$

Dois mais cinco vezes quatro mais seis

$2 + 5 \times 4 + 6 =$

28

Dois mais cinco, vezes quatro mais seis

$(2 + 5) \times 4 + 6 =$

34

Fonte: Experimentação (2020)

A atividade 3, depois de feita todas as alterações necessárias durante a aplicação, foi de extrema importância para a prática dos alunos e no final foi uma das atividades que eles mais gostaram. A dificuldade inicial nas resoluções já era de se esperar, mas com as devidas intervenções obtivemos um resultado satisfatório.

Como sugestão aos futuros professores que irão aplicar esta sequência didática, já deixamos como dica aplicar o baralho com as devidas mudanças que fizemos durante a aplicação da atividade. Podendo inclusive mudar o nome do jogo, já que as regras já não serão mais fieis.

A seguir apresentaremos o terceiro encontro com os alunos, começando pela atividade 4, intitulada “Desafio do Diamante - Free Fire”

### 5.3 TERCEIRO ENCONTRO

O terceiro encontro aconteceu no dia 13 de outubro das 14 às 17:30 horas, com um total de três horas e meia de duração.

O roteiro do dia se deu da seguinte forma: Atividade 4 – free fire de 14 às 15:30 horas , atividade 5 – aprofundamento de 15:30 às 16:30 horas aplicação do pós-teste de 16:30 as 17:30. A seguir vamos apresentar o que foi trabalhado na atividade 4.

#### 5.3.1 Atividade 4 - “Desafio do Diamante - Free Fire”

A aplicação da atividade 4 gerou grande expectativa por nossa parte, pois se tratava de uma atividade inserida em uma temática que os alunos gostam muito, um jogo de celular chamado free fire. Dentro do jogo de celular há vários personagens que podem ser comprados ou desbloqueados em desafios, e trouxemos esse contexto para a atividade 3, onde a cada missão completada, operação ou uma pequena expressão numérica, o aluno desbloqueava um personagem e o ultimo e mais difícil desafio, tratava-se de montar a expressão numérica com o uso dos devidos sinais associativos, de modo que ao resolver tal expressão o resultado obtido fosse o mesmo encontrado na resolução das

operações anteriores. A atividade 3 já foi mostrada anteriormente na seção 4, concepção e análise a priori, agora iremos relatar nossa experiência durante a aplicação e analisar o aproveitamento desta por parte dos alunos.

Em virtude do tempo que disponibilizávamos para esta atividade, uma hora e meia, conseguimos fazer com os alunos três desafios. Inicialmente em nossa Sequência didática, para todas as atividades havíamos planejado dez repetições, estão para aplicações futuras, sugerimos que o professor aplicador, se possível, dedique mais tempo a esta atividade.

Utilizamos os desafios 1, 2 e 5, mostrados anteriormente na subseção 4.4.4 e imprimimos vários painéis (coloridos e plastificados) deixando as diferentes expressões numéricas já fixadas previamente, para não termos que ficar trocando as expressões em um mesmo painel. Tal alternativa foi viável em nossa experimentação, pois tínhamos apenas dois grupos, em aplicações futuras com uma maior quantidade de alunos pode ser apenas um painel em que o professor aplicador faz apenas as trocas das expressões. Nosso painel pronto com os desafios fixados ficou como mostra a figura 20.

**Figura 20** - Aluno com painel da atividade 5, Free fire.



Fonte: experimentação (2020)

No decorrer da atividade observamos que todos os alunos tentavam resolver os desafios ao mesmo tempo de forma individual e posteriormente comparavam seus resultados, por conta disso todos os alunos do mesmo grupo apresentaram os mesmos resultados. Vamos analisar agora as respostas obtidas nesta atividade, escolhemos aleatoriamente um aluno de cada grupo. Começamos com o desafio 2, para uma disposição gradual de dificuldade.

**Figura 21** - Resposta desafio 2, grupo 1.

$moco: 9 - 3 = 6$   
 $Kelly: 6 \times 6 = 36$   
 $Hayato: 72 \div 36 = 2$   
 $\{72 \div [(9-3) \times 6]\}$   
 alek  
 $9 - 3 = 6 \times 6 = 36 = 72$   
 $72 \div 36 = 2$

Fonte: experimentação (2020)

**Figura 22** - Resposta desafio 2, grupo 2.

(1)  $moco: 9 - 3 = 6$   
 (2)  $Kelly: 6 \times 6 = 36$   
 (3)  $Hayato: 72 \div 36 = 2$   
 (4) Alek:  
 $\{72 \div [(9-3) \times 6 \div 2]\}$   
 $[6 \times 6 = 36]$   
 $\{72 \div 36 = 2\}$

Fonte: experimentação (2020)

Conseguimos observar no primeiro desafio que os dois grupos conseguiram resolver sem problemas as missões menores (Moco, Kelly e Hayato), porém na missão Alok, que consistia na montagem da expressão numérica e na sua resolução para verificar se os resultados seriam equivalentes, o grupo 2 cometeu um pequeno equívoco ao colocar “  $\div 2$ ”, o que não fazia parte da expressão numérica. Acreditamos que tal confusão se deu por inserir o resultado no corpo da expressão. Porém, ainda com este erro, muito pelo fato de já ter resolvido as operações separadas anteriormente o grupo ignorou estas sentenças e determinou o mesmo resultado do desafio Hayato.

Para o desafio 5, que foi o segundo desafio aplicado, o cenário se repetiu, o grupo 1 apresentou a montagem e resolução da expressão numérica sem nenhum erro e o grupo 2 acrescentou novamente um dos resultados no corpo da expressão, porém no processo de resolução ele é ignorado.

**Figura 23** - Resposta desafio 5, grupo 1.

moco :  $64 \div 8 = 8 - 2 = 6$

Kelly :  $6 \times 30 = 180$

hayato :  $18 \times 10 = 180$

alok :  $\{ [(64 \div 8 - 2) \times 3] \times 10 \}$

$64 \div 8 = 8$   
 $8 - 2 = 6$   
 $6 \times 3 = 18$   
 $18 \times 10 = 180$

Fonte: experimentação (2020)

**Figura 24** - Resposta desafio 5, grupo 2.

$(2) \text{Moco} = 64 \div 8 - 2 = 6$   
 $\text{Kelly} : 6 \times 3 = 18$   
 $\text{Hayato} : 18 \times 10 = 180$   
 $\{ 18 \times [(64 \div 8 - 2) \times 3] \times 10 \}$   
 $[6 \times 3 = 18]$   
 $\{ 18 \times 10 = 180 \}$

Fonte: experimentação (2020)

Como ultimo desafio escolhemos o desafio 1, por se tratar de uma expressão numérica um pouco maior e dessa forma se um pouco mais complexa.

**Figura 25** - Resposta desafio 1, grupo 1.

$\text{moco} : 42 \div 6 - 4 = 21 \quad | \quad 6 - 4 = 2 \quad 42 \div 2 = 21$   
 $\text{kelly} : 21 + 5 = 26$   
 $\text{hayato} : 26 + 46 = 72$   
 $\text{aloh} : \{ [(42 \div 6 - 4) + 5] + 46 \}$   
 $6 - 4 = 2$   
 $42 \div 2 = 21 + 5$   
 $26 + 46$   
 $\underline{72}$

Fonte: experimentação (2020)

**Figura 26** - Resposta desafio 1, grupo 2.

$$(3) 42 : (6-4)$$

$$42 : 2 = 21$$

$$\text{Kelly: } 21 + 5 = 26$$

$$\text{Mayotte: } 26 + 46 = 72$$

$$[(42 : (6-4)) + 5] + 46$$

$$[21 + 5 =]$$

$$\{26 + 46 = 72\}$$

Fonte: experimentação (2020)

Na primeira missão deste desafio temos “Quarenta e dois, dividido para seis menos quatro”, logo os alunos teriam que relembrem que a vírgula tem o intuito de separar uma ou mais operações e relacionar com o uso dos parênteses. Conseguimos observar na figura 26 que o grupo 2 fez o uso correto dos sinais associativos na montagem da expressão numérica, usando inclusive dois parênteses, o que não havíamos mencionado anteriormente em nossa sequência didática. Enquanto que o grupo 1 não usou os parênteses para dar prioridade a operação  $6 - 4$ , o que só não interferiu no resultado encontrado pelo grupo por que eles sabiam que a primeira operação era a subtração.

Infelizmente não conseguimos realizar mais desafios por conta do tempo, mas ainda assim foi uma atividade muito positiva, onde conseguimos enxergar um raciocínio bem avançado por parte dos alunos sobre expressões numéricas, os grupos conseguiram desenvolver sozinhos as atividades sem externar suas dúvidas, conseguindo saná-las entre eles e houve 100% de envolvimento por parte dos alunos, acreditamos que de fato o contexto da atividade gerou muita motivação nos estudantes.

Para finalizar esta atividade reafirmamos o papel dos sinais associativos dentro de uma expressão numérica, reforçando quando e por que devem ser usados os parênteses, chaves e colchetes. Esclarecendo inclusive que estes sinais podem aparecer mais de uma vez em uma única expressão, como foi o caso do desafio 1.

### 5.3.2 Atividade 5 – Atividade de aprofundamento

A atividade 5 tratava-se de uma lista com 4 questões, entregue a cada grupo juntamente com folhas de borrão individuais, que também recolhemos ao final da atividade. Os alunos não apresentaram dificuldades na realização da atividade 5 e o dois grupos optaram por dividir as questões entre si e posterior a isso um aluno corrigia a questão do outro.

Ambos o grupo tiveram o mesmo desempenho, de aproximadamente 83,3% de acertos. Admitindo um total de 12 expressões numéricas a serem resolvidas distribuídas entre as 4 questões propostas, os dois grupos erraram somente duas expressões numéricas cada. Os erros foram diferentes e vamos mostrar e analisar a seguir.

**Figura 27** - 2ª questão – atividade 5, grupo 1.

$\{12 + [35 - (10 + 2) + 2]\} = 47$   
 $10 + 2 = 12 + 2 = 14$   
 $35 - 14$   
 $21 + 12$   
 $21 \quad 25 + 12$   
 $+ 2 \quad + 2$   
 $\hline 33 \quad 37$   
 $12 + 33 = 45$

Fonte: experimentação (2020)

**Figura 28** - 4ª questão – atividade 5, grupo 1.

Handwritten student work for five math problems:

- (A)  $(7+2) \times 0$  →  $9 \times 0 = 0$
- (B)  $7 \times 2 \times 0$  →  $= 0$
- (C)  $7 + 2 \times 0$  →  $= 9$
- (D)  $7 \times (2 + 0)$  →  $0$
- (E)  $7 + 2 + 0$  →  $9$

Fonte: experimentação (2020)

Podemos observar na figura 27 que o erro cometido ao resolver a segunda expressão da quinta questão está relacionado à forma como o aluno optou por resolvê-la, acreditamos que após resolver os parênteses  $(10 + 2)$  se o aluno tivesse recopiado a expressão com seus devidos sinais associativos o estudante teria enxergado que dentro dos colchetes  $[35 - 12 + 2]$  ele deveria resolver as operações na ordem em que apareciam, da esquerda para direita, e não realizado primeiro a soma  $12 + 2$ . Vale ressaltar que o universo da expressão numérica é dos números naturais, logo o aluno não tem o conhecimento necessário para realizara a operação  $-12 + 2$ .

O segundo erro cometido pelo grupo 1, foi na questão 4, na expressão (D), acreditamos que ao resolver a soma  $(2 + 0)$ , começando corretamente pela operação que está dentro dos parênteses, o aluno determinou como resultado 0, multiplicando assim  $7 \times 0$  e obtendo como resultado o 0. Nessa questão o erro está relacionado ao papel do 0 da soma, o que por muitas vezes gera certa confusão na cabeça do aluno.

Alexandria (2013), ao realizar sua pesquisa aplicou uma questão muito parecida com a nossa e também identificou os mesmos problemas. A autora afirma que alguns alunos apresentam obstáculo de cunho didático na interpretação do zero como elemento neutro em algumas das operações fundamentais, como na adição. E para justificar tais obstáculos didáticos envolvendo o zero, a autora continua alegando que estes podem estar ligados ao fato de não estar claro que pode ter diferentes resultados de acordo com a operação usada. Na multiplicação, o produto de um número por zero terá como resultado o zero, mas, na adição, a soma de um número com zero é o próprio número.

A situação descrita por Alexandria (2013), foi o que aconteceu com o grupo 1, um conflito entre o papel do 0 na multiplicação e na adição. Este mesmo cenário se repetiu para o grupo 2 na letra (C) da 4ª questão, como podemos observar na figura 29. O aluno realizou primeiro a multiplicação  $2 \times 0 = 0$ , de forma correta, porém ao somar  $7 + 0$  o aluno obteve 0 como resposta.

**Figura 29** - 4ª questão – atividade 5, grupo 2.

(A)  $(7+2) \times 0 = 0$     (B)  $7 \times 2 \times 0 = 0$     (C)  $7+2 \times 0 = 0$     (D)  $7 \times (2+0) = 14$     (E)  $7+2+0 = 9$

Fonte: experimentação (2020)

O segundo erro cometido pelo grupo 2 também foi relacionado aos obstáculos didáticos ligados ao 0. Onde o educando resolve a multiplicação  $0 \times 2 = 2$ , mais uma vez o erro se deu pelo conflito sobre um papel do 0 na multiplicação e na soma.

**Figura 30** - 1ª questão – atividade 5, grupo 2.

$2 = 2 + (2-2) \times 2 = 4$   
 $2 + 0 \times 2 =$

Fonte: experimentação (2020)

Analisado todos os erros encontrados na atividade 5, e finalizadas as atividades propostas em nossa análise didática, iniciaremos na próxima seção as análises a posteriori e validação.

### 5.3.3 O pós-teste aplicado

O pós-teste realizado, foi o mesmo aplicado no pré-teste, apresentado na página 104, o tempo destinado para a realização do teste também foi o mesmo, uma hora. O desempenho dos estudantes está disposto no quadro a seguir.

**Quadro 21** - Resultado valor absoluto, pós-teste.

<b>Questão</b>	<b>Acertos</b>	<b>Erros</b>	<b>Branco</b>
1	11	0	0
2	11	0	0
3	11	0	0
4	11	0	0
5	11	0	0
6	10	1	0
7	11	0	0
8	11	0	0
9	11	0	0
10	10	1	0
11	11	0	0

Fonte: Experimentação (2020)

A seguir apresentamos o desempenho individual de cada aluno:

**Quadro 22** - Desempenho por aluno, pós-teste

<b>Alunos</b>	<b>Acertos</b>
Aluno 1	11
Aluno 2	11
Aluno 3	11
Aluno 4	11
Aluno 5	11
Aluno 6	9

Fonte: Experimentação (2020)

Fazendo uma análise dos dados apresentados acima podemos verificar que 83,3% dos alunos conseguiram alcançar a nota máxima, acertando todas as questões do pós-teste, além disso, outro ponto que vale ser destacado é o fato de

não haver registros de questões em branco, o que já significaria, antes mesmo de verificar o acerto das questões, que os alunos se sentiam seguros para desenvolverem questões acerca de expressões numéricas. O que nos antecipa que a aplicação da sequência didática foi eficaz. Porém, faremos uma análise detalhada dos resultados encontrados no pós-teste na seção análises a posteriori e validação, para que possamos concluir de fato a eficácia de nosso produto educacional.

## **6. ANÁLISES A POSTERIORE E VALIDAÇÃO**

Nesta seção vamos analisar os resultados encontrados a partir da aplicação da sequência didática, além de fazer um comparativo entre análise a priori e análise a posteriori e os resultados obtidos no pré-teste e no pós-teste, para assim realizar o processo de validação do experimento, como direciona a metodologia adotada nesta pesquisa, engenharia didática.

Apresentaremos a seguir uma visão geral sobre os resultados obtidos no pré-teste e pós- testes e uma análise detalhada do desempenho de cada aluno, especificando os tipos de erro encontrados, e ao final desta análise individualizada apresentaremos uma visão geral do cenário encontrado.

### **6.1 UMA VISÃO GERAL DOS RESULTADOS DO PRÉ E PÓS-TESTE**

Apresentaremos a seguir um comparativo entre os resultados obtidos no pré-teste e pós-teste em percentual, com o intuito de identificar se houve melhora ou não com a aplicação da sequência didática.

Apesar de ambos os testes conterem 11 questões, como na questão 8 o aluno deveria resolver cinco expressões numéricas, optamos por separar esse resultado, como mostram os quadros.

**Quadro 23** - Comparativo do desempenho em percentual

Questão	Acerto(%)		Erro(%)		Em branco (%)	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
1	66,6	100	16,6	0	16,6	0
2	33,3	100	50	0	16,6	0
3	16,6	100	66,6	0	16,6	0
4	33,3	100	50	0	16,6	0
5	0	100	83,3	16,6	16,6	0
6	66,6	83,3	16,6	16,6	16,6	0
7	0	100	50	0	50	0
8.1	50	100	0	0	50	0
8.2	0	100	50	0	50	0
8.3	33,3	100	0	0	66,6	0
8.4	33,3	100	0	0	66,6	0
8.5	0	100	33,3	0	66,6	0
9	0	100	50	0	50	0
10	0	83,3	16,6	16,6	83	0
11	0	100	0	0	100	0

Fonte: Experimentação (2020)

A partir dos dados coletados faremos uma análise quantitativa a partir do confronto dos percentuais de acertos, erros e questões deixadas em branco resultantes do pré-teste e do pós-teste.

E para a análise qualitativa faremos uma inter-relação entre todos os instrumentos utilizados, a fim de cruzar os dados dos questionários socioeconômicos e o desempenho dos alunos nas atividades propostas.

De modo geral conseguimos observar a partir de todas as análises comparativas entre os resultados obtidos no pré-teste e pós-teste, concluímos que:

- 1) Os estudantes, conscientes ou não, já tinham certa habilidade para determinar o valor de expressões numéricas mais simples, sem sinais

associativos e com poucas operações ( $3 + 5 + 2 - 4$  ou  $2 \times 7 + 15 \div 3$ ) pois em oito das questões do pré-teste houve registro de acerto. Mas também mostrou que a habilidade de determinar o valor de expressões numéricas não era pleno, devido o acerto das questões do pré-teste ter sido abaixo de 40% em quase todas as questões, com exceção de duas delas que tiveram acerto de 66%.

- 2) Os resultados do despenho no pós-teste são expressivamente melhores que os resultados do pré-teste;
- 3) Nenhuma questão foi deixada em branco no pós-teste enquanto no pré-teste todas das 15 questões registraram a ausência de resolução, mesmo em percentuais distintos;
- 4) O percentual de acerto do pós-teste também aumento visivelmente, pois, em 12 das 15 questões o acerto foi de 100% pela turma e apenas 2 das 15 questões tiveram acerto 83,3%;
- 5) O percentual de erro do pós-teste também caiu muito em relação ao pré-teste, o que indica sucesso da aplicação da sequencia didática.

## 6.2 ANÁLISE DETALHADA E INDIVIDUAL DOS RESULTADOS DO PRÉ E PÓS-TESTE

Para esta análise serão examinadas as respostas de cada aluno para cada questão individualmente, destacando e investigando os erros encontrados, posterior a isso, apresentaremos um quadro individual fazendo um comparativo do seu desempenho nos dois testes.

**Quadro 24** - Tipos de erros

ERROS	CATEGORIA	Descrição
<b>TIPO 1</b>	RESOLUÇÃO EM PARES	Quando o erro é relacionado ao agrupamento da expressão numérica

		em pares e sua resolução é feita desta forma, ignorando os sinais associativos e a hierarquia de resolução entre as operações.
<b>TIPO 2</b>	DESRESPEITO À HIERARQUIA DAS OPERAÇÕES	Quando o erro está ligado ao não cumprimento da ordem de resolução das operações, iniciando pelas multiplicações e divisões e posteriormente adições e subtrações.
<b>TIPO 3</b>	DESRESPEITO AOS SINAIS ASSOCIATIVOS	Quando o erro está relacionado ao não cumprimento da ordem de resolução dos sinais associativos, parênteses, colchetes e chaves, nesta ordem.
<b>TIPO 4</b>	OPERAÇÕES BÁSICAS	Quando o educando comete um erro em alguma das quatro operações básicas da matemática, adição,

		subtração, multiplicação e divisão.
<b>TIPO 5</b>	<b>FALTA DE ATENÇÃO</b>	Quando o aluno, por falta de atenção, acaba por esquecer algum valor no decorrer da resolução.

Fonte: Experimentação (2020)

Feita a classificação dos erros, no quadro a seguir estão dispostos os dados detalhados, por questão, sobre o desempenho dos seis educandos participantes desta experimentação, sendo considerados os erros, classificados por tipo, acertos e questões em branco.

Para a leitura do quadro vamos considerar:

- Acerto: A
- Erros:
  - E1: erro tipo 1
  - E2: erro tipo 2
  - E3: erro tipo 3
  - E4: erro tipo 4
  - E5: erro tipo 5
  - E: Para erros que não foram categorizados por não apresentarem cálculos.
- Questões em branco: B

**Quadro 25** - Resultado detalhado pré-teste e pós-teste

QUESTÕES	ALUNO 1		ALUNO 2		ALUNO 3		ALUNO 4		ALUNO 5		ALUNO6	
	Pré-Teste	Pós-teste										
1	A	A	E4	A	A	A	A	A	A	A	B	A
2	E1	A	E1	A	A	A	A	A	E1	A	B	A
3	E2	A	A	A	E2	A	E	A	E2	A	B	A
4	E3	A	E3	A	E3	A	A	A	A	A	B	A
5	E3	A	E3	A	E3	A	E	A	E3	A	B	A
6	E4	A	A	A	A	A	A	A	A	A	B	E5
7	E2/E3	A	E3	A	E	A	B	A	B	A	B	A
8	E2/E3	A	E4	A	E3	A	B	A	B	A	B	A
9	E2/E3	A	E	A	E	A	B	A	B	A	B	A
10	B	A	B	A	E2/E3	A	B	A	B	A	B	E5
11	B	A	E1	A	B	A	B	A	B	A	B	A

Fonte: Experimentação (2020)

Tratando os casos individualmente é possível constatar que:

1) Apenas o aluno 6 não conseguiu 100% de aproveitamento após a realização da sequência didática, porém atingiu um desempenho de 81,81% de acertos, o que também é considerado satisfatório.

2) De maneira análoga ao aluno 1, o aluno 2 obteve 100% de aproveitamento conseguindo acertar todas as questões do pós-teste, sendo que anteriormente a aplicação da sequência didática, o aluno 2 havia acertado somente 2 questões, conseguindo assim, mais que quintuplicar seu número de acertos. Uma característica marcante do aluno 2, antes da experimentação, era o uso como recurso para resolução de expressões numéricas do agrupamento em pares, o que o levou ao erro nas questões 2 e 11.

3) O aluno 3, diferentemente dos alunos 1 e 2, apresentou mais questões em branco do que erros, o que significa que o aluno não conseguiu esboçar nenhum tipo de resolução para 5 questões. É válido ressaltar que as questões em branco são mais preocupantes que os erros, pois quando o aluno erra, ainda assim podemos considerar que ele teve as noções mínimas necessárias acerca do assunto para esboçar uma resolução, porém em determinado ponto ele cometeu algum equívoco. Já quando a questão é deixada em branco significa que o aluno não absorveu ou não teve o conhecimento necessário que lhe permitisse resolver minimamente questões sobre o assunto.

4) O aluno 4 foi o que obteve mais acertos dentre todos os alunos que participaram da experiência. Algo interessante sobre este aluno foi que ele resolveu somente as expressões numéricas da primeira parte do pré-teste que tinham comando direto “dê o valor numérico das expressões abaixo”, e resolveu sem apresentar os cálculos, o que nos induz a pensar que ele fez os cálculos mentalmente, uma vez que eram expressões passíveis de resolução mental. O que também aconteceu no pós-teste, em que o aluno atingiu 100% de acertos, apresentando resultados corretos sem apresentar cálculos para algumas questões.

5) O aluno 6 não havia conseguido resolver nenhuma questão no pré-teste, deixando todas as questões em branco, enquanto que no pós-teste ele conseguiu resolver todas as questões, conseguindo obter 81,81% de acertos. Ainda cometeu erros em duas questões, mais o mais importante a ser ressaltado é que antes da sequência didática, o aluno não conseguiu desenvolver nenhum raciocínio para a resolução das questões, enquanto que após a sequência didática o mesmo conseguiu absorver os conhecimentos necessários sobre expressões numéricas que lhe permitiram resolver todas as questões do pós-teste.

Feita uma análise individual mais detalhada, apresentaremos a seguir uma visão geral sobre os tipos de erros encontrados.

#### **Quadro 26** - Distribuição dos erros por questão do pré-teste e pós-teste

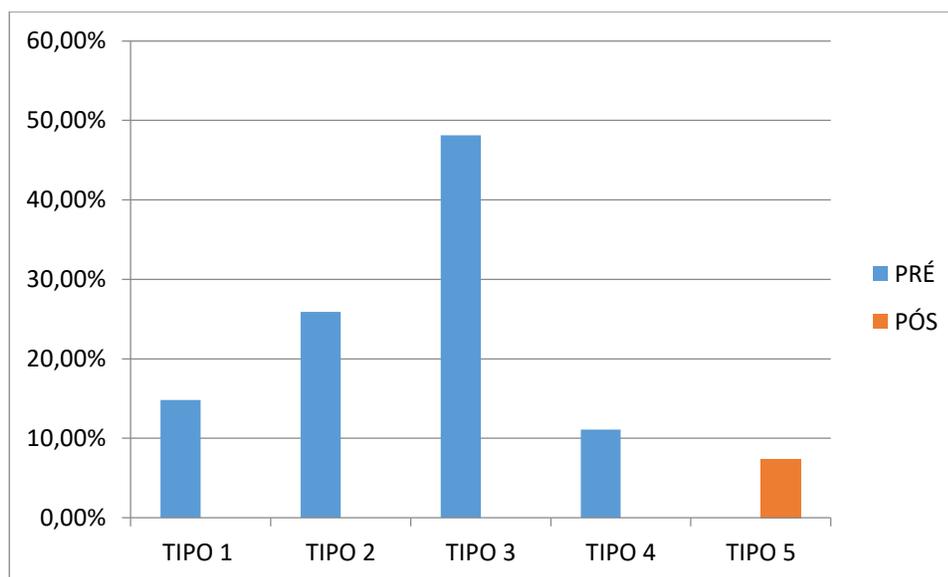
	Tipo de Erro no Pré-teste e Pós-teste
---	---------------------------------------

	Tipo 1		Tipo 2		Tipo 3		Tipo 4		Tipo 5	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
01	-	-	-	-	-	-	A2	-	-	-
02	A1 A2 A5	-	-	-	-	-		-	-	-
03	-	-	A1 A3 A5	-		-	-	-	-	-
04	-	-	-	-	A1, A2, A3	-	-	-	-	-
05	-	-	-	-	A1, A2, A3, A5	-	-	-	-	-
06	-	-	-	-	-	-	A1			A6
07	-	-	A1	-	A1, A2	-	-	-	-	-
08	-	-	A1	-	A1, A3	-	A2	-	-	-
09	-	-	A1	-	A1	-		-	-	-
10	-	-	A3	-	A3	-				A6
11	A2	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Fonte: Experimentação (2020)

Para melhor visualizar as frequências dos erros cometidos no pré-teste, vamos visualizar os dados encontrados em gráfico, desconsiderando os erros que não foram classificados.

**Gráfico 20** - Frequência de erros



Fonte: Experimentação (2020)

Conseguimos observar que o erro mais frequente foi o tipo 3, desrespeito aos sinais associativos, correspondendo a aproximadamente 48,14% do total de erros encontrados. Seguido pela segunda maior frequência, 25,9%, temos o erro de tipo 2, desrespeito à hierarquia da operações. O que comprova a discussão levantada nesta pesquisa acerca da dificuldade dos alunos em lidar com os sinais associativos e a hierarquia das operações dentro da resolução de expressões numéricas.

Para o pós-teste apenas o aluno 6 apresentou erros, sendo do tipo 5, nas questões 6 e 10. Então além de poucos erros apresentados no pós-teste, todos foram relacionados à falta de atenção, uma das questões foi deixada incompleta faltando apenas a última operação e a outra o aluno trocou a ordem dos números ao repetir a expressão numérica.

É possível verificar com tal comparação que os erros do tipo 1, 2, 3 e 4 foram em sua totalidade sanados após a aplicação da sequência didática, e o fato

do erro 5 não ter ocorrido no pré-teste pode ser relacionado aos alunos não terem o devido domínio sobre o processo de resolução de expressões numéricas, logo cometiam os demais erros relacionados a técnicas, e após aplicação da sequência didática, assimilado o conteúdo acerca de expressões numéricas os erros cometidos já não tinham ligação à regras de resolução.

### 6.3 DISTRIBUIÇÃO DO DESEMPENHO ENTRE AS NOTAS DOS TESTES

Para verificar a distribuição do desempenho das notas do teste precisamos investigar os demais fatores que podem influenciar no desempenho do aluno, tais variáveis foram coletadas a partir das informações obtidas no questionário sócio econômico dos estudantes participantes da pesquisa. Para tanto, vamos cruzar os dados socioeconômicos com as notas obtidas no teste.

Uma vez que é válido investigar a rede de apoio que cada aluno tem em casa, assim como o hábito do estudante em rever o que foi visto em sala de aula, pois sabemos que para um bom desempenho escolar o aluno precisa mais do que somente o apoio da escola, precisa ter bons hábitos de estudos fora de sala de aula e do apoio e incentivo de seus responsáveis. No quadro baixo vamos relacionar o gosto pela matemática e as notas dos discentes, os pares ordenados são compostos da primeira informação sendo nota do pré-teste e a segunda a nota do pós-teste (An: nota do pré-teste; nota do pós-teste).

**Quadro 27** - Cruzamento de dados: gosto pela matemática x quem ajuda nas tarefas

GOSTO PELA MATEMÁTICA					
Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?	Respostas	Não gosto	Suporto	Gosto um pouco	Adoro
	Professor particular			(A1: 1; 11)	
	Pai				(A5: 3; 11)
	Mãe			(A2: 2; 11) (A4: 4; 11)	

	Amigo da escola				
	Ninguém			(A3: 3; 11) (A6: 0; 9)	
	Outros				

Fonte: experimentação (2020)

Podemos observar que 83,3% dos estudantes declarou gostar um pouco de matemática, este valor se dividiu quando foi relacionado com o a ajuda recebida em casa, 16,6% recebe ajuda de professor particular, 33,3% declarou ter ajuda da mãe e 33,3% não recebe ajuda de ninguém.

Todos os alunos tiveram um desempenho satisfatório no pós-teste, mas com relação ao pré-teste vamos destacar o aluno 6, que não respondeu nenhuma questão do pós-teste e declarou não receber ajuda nas tarefas, resultado este que pode ter sido influenciado pela falta da rede de apoio em casa.

**Quadro 28** - Cruzamento de dados: gosto pela matemática x frequência de estudos fora da escola

GOSTO PELA MATEMÁTICA					
Com quem frequência você estuda matemática fora da escola?	Respostas	Não gosto	Suporto	Gosto um pouco	Adoro
	Todo dia				
	Somente nos finais de semana			(A2: 2; 11) (A3: 3; 11)	(A5: 3; 11)
	No período de prova				
	Só na véspera da prova			(A1: 1; 11)	

	Não estuda fora da escola			(A4: 4; 11) (A6: 0; 9)	
--	------------------------------	--	--	---------------------------	--

Fonte: experimentação (2020)

A maioria dos estudantes, 50% estuda somente os finais de semana, incluindo o aluno 5, o único que declarou adorar matemática e não gostar um pouco como os demais educandos. Apesar de estudar somente aos finais ainda ser uma frequência baixa, dentre as respostas obtidas ainda foi a maior frequência de estudos encontrada. Os demais alunos, que afirmam gostar um pouco de matemática, se dividiram em estudar somente na véspera, 16,6%, e não estudar fora da escola, 33,3%.

Vamos destacar que tivemos os dois extremos com relação aos alunos que declararam não estudar fora da escola, o aluno A4 foi o que obteve maior número de acertos no pré-teste e o aluno A6 não obteve nenhum acerto. Enquanto que no pós-teste ambos conseguiram melhorar seu desempenho, o aluno A1 conseguiu 100% de acertos e o aluno A6 conseguiu 81,8% de questões corretas.

Tais considerações acerca do cenário em que os alunos estão inseridos fora da escola juntamente com seu desempenho dentro de sala de aula é relevante para que seja possível uma análise de como a realidade e os hábitos dos alunos interfere no seu desempenho escolar.

#### 6.4 CONFRONTO ENTRE AS ANÁLISES A PRIORI E A POSTERIORI DAS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A seguir apresentamos um quadro que mostra o confronto entre as análises a priori e a posteriori das atividades, com o intuito de validar nosso experimento.

##### **Quadro 29** - Análise a priori x Análise a posteriori

ATIVIDADES	ANÁLISE À PRIORI	ANÁLISE A POSTERIORI	VALIDAÇÃO
1	Nesta atividade esperamos que os	Como era uma atividade simples, com discussões	

	<p>estudantes retomem os significados e as formas corretas de uso dos sinais de pontuação em sua língua materna. Para tanto aguardávamos alguns questionamentos sobre o porquê de tal atividade em uma aula de matemática.</p>	<p>verbais, tivemos o comportamento esperado dos alunos, onde conseguimos retomar a ideia dos sinais de pontuação e relacioná-los com a matemática. E, além disso, instigar os estudantes a questionar o porquê de um assunto de “português” em uma aula de matemática. Conseguindo assim reforçar a interdisciplinaridade.</p>	<p><b>Positiva</b></p>
2	<p><b>Primeiro momento</b></p> <p>Com o primeiro momento da atividade 1 tínhamos por intenção fazer com que os alunos identificassem a prioridade de resolução dentre as operações a partir da escrita por extenso, chamando atenção para o uso da vírgula, que tem por função fazer esta separação. Nossa intenção não era que os grupos encontrassem</p>	<p>Nesta atividade aconteceram todos os cenários que já havíamos previsto. Tivemos expressões em que os alunos encontraram respostas diferentes, como o caso da letra “a” em que foram encontrados os resultados 36 e 26. E também, pares em que os alunos encontram o mesmo resultado para as duas expressões, como foi o caso do par “a” e “b”</p>	<p><b>Positiva</b></p>

	<p>todos os resultados corretos, e sim que conseguíssemos resultados diferentes para levantar discussões no segundo momento de atividade. Esperávamos da turma dois comportamentos: que os grupos encontrem resultados diferentes para uma mesma expressão e que os grupos apresentem resultados iguais para os pares de expressões. Para que houvesse uma eficácia da atividade 1, de modo geral, este seria o cenário ideal.</p>		
	<p><b>Segundo momento</b> No segundo momento, com as discussões no quadro e a tabela preenchida com os resultados obtidos, a intenção era que conforme a discussão do primeiro par de</p>	<p>Com a realização do momento um observamos a ocorrência dos equívocos esperados e a ideia do segundo momento era a partir destes erros fazer com que os alunos enxergassem e</p>	

2	<p>expressões numéricas (“a” e “b”) os alunos conseguissem perceber caso tivessem cometido equívocos na resolução dos pares seguintes e relacionar de forma efetiva a ideia da expressão escrita por extenso e o uso da vírgula como um separador, entendendo assim que seria necessário representar este separador também na expressão numérica, e para tanto empregamos os sinais associativos. Além da formalização anterior, com os resultados diferentes para uma única expressão (sem sinais associativos) e com as discussões feitas a partir daí, esperamos que o aluno compreenda que existe um caminho correto para a resolução das expressões numéricas, para que não haja a</p>	<p>formulassem a ideia da hierarquia das operações e o uso dos sinais associativos.</p> <p>Com a primeira discussão e os questionamentos perante os resultados obtidos para as expressões “a” e “b” os alunos automaticamente já começaram a corrigir os demais resultados por conta própria, tanto que tivemos que relatar em nossa análise a posteriori tal ocorrido. Quando percebemos, pedimos que não alterassem, porém quando questionados do resultado encontrado eles já falavam o correto e não o valor numérico obtido inicialmente. O que nos deixou contente, pois nos mostrou que eles haviam compreendido de fato qual operação resolver primeiro em expressões numéricas com ou sem sinais associativos.</p>	<b>Positiva</b>
---	---	---	-----------------

	confusão de vários resultados possíveis, compreendendo assim a hierarquia das operações como tal caminho.		
3	Atividade de aprofundamento – Baralho das expressões	Atividade de aprofundamento – Baralho das expressões	-
4	Nesta atividade esperávamos que os alunos compreendessem que para organizar uma expressão numérica com o intuito de ordenar a resolução das operações eles teriam que fazer uso dos sinais associativos. Esperamos que durante a realização desta atividade haja um grande envolvimento e interesse por parte dos alunos, uma vez que o contexto inserido é algo convidativo a eles. E com relação ao seu comportamento matemático, neste ponto de nossa sequência didática é de se esperar que os estudantes já	Observamos um raciocínio bem avançado por parte dos alunos sobre expressões numéricas, os grupos conseguiram desenvolver sozinhos as atividades sem externar suas dúvidas, conseguindo saná-las entre eles e houve 100% de envolvimento por parte dos alunos, acreditamos que de fato o contexto da atividade gerou muita motivação nos estudantes. E atingimos nosso objetivo com a montagem e resolução das expressões no desafio final, mesmo que ainda com alguns pequenos equívocos	<b>Positiva</b>

	<p>consigam fazer a conexão entre as duas formas de apresentações da expressão numérica que foram trabalhadas, a escrita por extenso e a numérica, não apresentando assim dificuldades na resolução por partes e na sua montagem ao final. A dúvida ou o erro que podem ser gerados ao final da atividade é em como posicionar os sinais associativos para que seja respeitada a ordem de resolução anterior, uma vez que ainda não foi mencionado a eles sobre colchetes e chaves. É possível ainda que eles usem outras formas de separar e organizar as expressões numéricas</p>	<p>consideramos o resultado da atividade satisfatório.</p>	
5	Atividade de aprofundamento	Atividade de aprofundamento	-

Fonte: Experimentação (2020)

A partir do confronto das análises a priori e a posteriori apresentado no quadro anterior, podemos verificar que 100% das nossas atividades apresentaram

validações positivas, ou seja, dentro do que esperávamos e desejávamos para as observações e conclusões, o que nos faz estabelecer que nossa sequência didática surtiu efeito favorável à aprendizagem de expressões numérica envolvendo as quatro operações.

## 7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma boa base na resolução de expressões numéricas evita muitos problemas futuros no decorrer do desenvolvimento matemático do aluno, uma vez que o aluno terá um bom domínio e compreensão acerca da hierarquia operacional dentre as operações matemáticas e do uso e significado do uso dos sinais associativos, que estarão sempre presentes ao longo de todos os anos do ensino fundamental e médio.

Com o intuito de contribuir no processo de ensino-aprendizagem de expressões numéricas, apresentamos o resultado de um estudo que tem por **objetivo analisar a implementação de uma sequência didática baseada em atividades no ensino de expressões numéricas e suas implicações para o processo de aprendizagem dos alunos, para o sexto ano do ensino fundamental.**

Fundamentado na literatura revisada, nos aspectos históricos e conceituais, na análise dos livros didáticos, em nossa revisão de estudos e nossa consulta aos egressos acerca da aprendizagem de expressões numéricas, desenvolvemos e posteriormente aplicamos a sequência didática proposta neste trabalho em uma escola pública municipal do estado do Pará em outubro de 2020, com certo atraso em nosso cronograma inicial, uma vez que no final de 2019 iniciamos a aplicação, porém não conseguimos finalizar, pois a escola pelo encontrava-se em final de ano letivo e no início do ano letivo de 2020 o mundo encontrou-se inserido em contexto pandêmico com o surgimento do Coronavírus, e as aulas foram suspensas por tempo indeterminado.

Inicialmente optamos por aguardar o retorno das aulas presenciais, pois acreditávamos que a pandemia duraria um curto período de tempo, porém com a demora deste cenário pandêmico, mas já com um controle maior das infecções

pelo vírus, conversamos com a direção da escola onde seria aplicação, e mesma conseguiu via contato por WhatsApp organizar um pequeno grupo de 6 alunos que participariam de nossa experimentação, que se deu entre os dias 8 e 13 de outubro de 2020.

Na fase de experimentação aplicamos a sequência didática composta por 5 atividades, sendo 3 de aprendizagem e 2 de aprofundamento em que os objetivos, de modo geral eram desenvolver gradualmente e de maneira intuitiva a compreensão e resolução de expressões numéricas, com atenção para o uso dos sinais associativos e a consciência da hierarquia das operações dentro do processo de resolução.

O processo de aplicação da sequência didática, de nossos testes e questionários se deu em três encontros e para validar nosso experimento comparamos nossos resultados obtidos contrapondo análise a priori x análise a posteriori, e com tal confronto conseguimos concluir que todas as nossas atividades foram consideradas positivas, pois atenderam as expectativas previstas na análise a priori. Outro importante aspecto quantitativo que nos permite celebrar o sucesso de nossa sequência didática é o comparativo entre os resultados do pré-teste e pós-teste, em que o desempenho dos estudantes teve um aumento expressivo, não tendo registros de questões em branco e com apenas dois erros cometidos dentre o montante de questões aplicadas no pós-teste.

Sobre o desempenho qualitativo, ao longo das atividades realizadas em nossa sequência didática conseguimos destacar que o processo de ensino por atividades contribuiu significativamente para uma compreensão gradual e de fato eficiente sobre expressões numéricas, tendo inclusive desenvolvido no aluno a autonomia cognitiva para com o assunto. Foi notória a mudança do comportamento inicial dos alunos, onde não apresentavam entusiasmos com o tema, quando comparado com sua postura ao longo das atividades, de forma leve e segura perante o que estavam fazendo. O que nos deixou imensamente realizados como professores aplicadores e idealizadores desta pesquisa.

Sendo assim, concluímos que a sequência didática na perspectiva do ensino por atividades, metodologia essa que foge do que é tradicionalmente encontrado em sala de aula, proporcionou aos educandos uma eficiente

compreensão sobre como resolver uma expressão numérica contendo as quatro operações e sinais associativos. Portanto, acreditamos que nosso experimento é um facilitador do processo de ensino-aprendizagem.

Com a validação dos resultados encontrados, é disponibilizado o produto educacional, para professores que apresentem inquietude com relação ao baixo desempenho e participação dos alunos em atividades dentro do contexto das expressões numéricas e tenham interesse em aplicar este produto para potencializar o processo de aprendizagem de expressões numéricas a luz da metodologia do ensino por Atividade experimentais.

## 8. REFERÊNCIAS

ALEXANDRIA, Elaine Cristina Souza de. **Obstáculos didáticos na resolução de expressões numéricas no 6º ano do ensino fundamental**, 2013. 49 f. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Federal do Pará – UFPA, Campus de Marabá, 2013.

ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2010.

ALMOULOU, Sado Ag; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. **Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd**. REVMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática. V3.6, p.62-77, UFSC: 2008.

ARAUJO, Wilian Francisco de. MERLI, Renato Francisco. **Uma aplicação da teoria de grupos na “solução” de expressões numéricas sem signos de agregação**. XII EPREM – Paraná, 2014.

ARTIGUE, M. “**Ingénierie Didactique**”. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, 281-308, 1998.

BARBOSA, Gabriela dos Santos. MAGINA, Sandra M. P. Construindo significado para expressões numéricas multiplicativas a partir do jogo de mensagem. **Zetetiké** – FE/Unicamp – v. 22, n. 41, 2014.

BRASIL. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional**. *Diário Oficial da União*, Brasília, DF, 23 dez. 1996a, p. 27.833.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF, 2016. Disponível em: <[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wpcontent/uploads/2018/04/BNCC\\_Ensino\\_Medio\\_embaixa\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wpcontent/uploads/2018/04/BNCC_Ensino_Medio_embaixa_site.pdf)>. Acesso em: jun. 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática- ensino médio-Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**.. Brasília: MEC/SEM, 1998.

CAJORI, Florian. **A history of mathematical notations**. Two volumes bound as one. New York: Dover, 1993.

CHAVANTE, Eduardo Rodrigues. **Convergências matemática: ensino fundamental: anos finais, 6º ano**. 2. ed. - São Paulo: Edições SM, 2018.

D'AMORE, Bruno. **Elementos de Didática da Matemática**. Tradução Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

DANTE, Luiz Roberto. Projeto Teláres: Matemática. 1. Ed. São Paulo, 2012.

FELIX, Ana Paula Nunes. **Uma sequência didática para o ensino de problemas aditivos com mais de uma operação.** Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2021.

FIGUEIREDO, Cândido de. **Novo dicionário da língua portuguesa.** The Project Gutenberg EBook of Novo dicionário da língua portuguesa. 2010, p. 842.

Freitas, Handus Silva. **Expressões numéricas e suas abordagens em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental.** Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Cuiabá, 2014.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática : 6º ano : ensino fundamental anos finais .**4. ed. - São Paulo: FTD, 2018.

GITIRANA, Veronica. Planejamento e avaliação em matemática. In: Janssen Felipe da Silva; Jussara Hoffman; Maria Teresa Esteban. (Org.). **Práticas avaliativas e aprendizagens significativas: em diferentes áreas do currículo.** 5ª Ed. Porto Alegre: Mediação, 2006, p.57-66

LOPES, Dilson Márcio Panichi. **Alternativas metodológicas para o ensino de expressões numéricas: estratégias para construção de aprendizagens significativas.** – Centro Universitário UNIVANTES, Programa de Pós-Graduação em Ciências Exatas – Rio Grande do Sul, 2010. 92f.

LOPES, Dilson Márcio Panichi. GRASSI, Marlise Heemann. **Alternativas metodológicas para o ensino de expressões numéricas: estratégias para construção de aprendizagens significativas.** XIII CIAEM, Recife, 2011.

MACIEL, Tharley Passos. **Desenvolvimento de Competências e Habilidades nas Expressões Numéricas por meio do Desafio dos Quatro Algarismos para o 6º ano do Ensino Fundamental.**– Universidade Federal do Tocantins, Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT - Palmas, 2014. 135f.

OTTES, Aline Brum. **Expressão numérica: a hierarquia das quatro operações matemáticas'** - Universidade Federal de Santa Maria. Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física. Rio Grande do Sul, 2016. 76f.

OTTES, Aline Brum; FAJARDO, Ricardo. Um olhar sobre a hierarquia das quatro operações aritméticas nas expressões numéricas. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 1, n. 2, p. 197-219, maio/ago. 2017. Disponível em: <

<http://dx.doi.org/10.24116/emd25266136v1n22017a05> >. Acesso em 20 de Nov. 2021.

PARMEGIANI, Roselice. **Contextualizando o ensino das expressões numéricas no ensino fundamental**. II CNEM, 2011.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência. 1978.  
REIS, Leonardo Rodrigues dos. **Rejeição à matemática: causas e formas de intervenção**. 2005

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

SÁ, Pedro Franco de. **Possibilidades da resolução de problemas em aulas de matemática** / Pedro Franco de Sá; coordenadores Fernando Cardoso de Matos, Raimundo Otoni Melo Figueiredo, Reginaldo da Silva. - Belém: IFPA, 2021. 121 p. (Coleção II SINEPEM; vol.2)

SILVA, M. C. G; ARRUDA, F. M. R.M. **Educações na contemporaneidade: reflexão e pesquisa: Expressões Numéricas, O Contig 60® e a Formação de professores do ensino Fundamental I**. São Carlos: Pedro & João Editores, 2011.

SILVEIRA, Ênio. **Matemática: compreensão e prática, 6º ano**. 3. Ed. São Paulo, 2015

SOUSA, Marcos Felipe Santana de. FUNATO, Rosane Leite. **Jogo ASMDP: um instrumento para ensino de expressões numéricas**. BoEM, Joinville, v. 6, n. 10, p. 103-122, 2018.

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patrícia Rosana Moreno, **Vontade de saber matemática, 6º ano**. 3. Ed. São Paulo: FTD, 2015.

VARELLA, Guilherme Tadewald. **O ensino das expressões numéricas com calculadora e planilha eletrônica**. Trabalho de conclusão de curso - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

## ANEXOS



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA PROGRAMA DE  
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado (a) para participar da pesquisa intitulada O Ensino de Expressões Numéricas por atividades, sob a responsabilidade da orientadora **Ana Kely Martins da Silva** e orientanda **Arielly Cecília Lima Siqueira**, vinculados a Universidade do Estado do Pará.

Nesta pesquisa pretendemos aplicar uma sequência didática para verificar os efeitos desta no Ensino das Expressões Numéricas a partir do desenvolvimento dos estudantes. A sua colaboração na pesquisa será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da mesma, participar dos testes e das atividades propostas, e todo esse processo ocorrerá nas dependências da escola, sob a supervisão de um professor.

Em nenhum momento o aluno (a) será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a identidade do discente será preservada.

Você e o aluno não terão gasto ou ganho financeiro por participar da pesquisa. Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica gerando um estudo estatístico dos resultados obtidos sobre o Ensino de Poliedros por atividades. Você é livre para decidir se seu filho (a) colaborará com a pesquisa sem nenhum prejuízo ou coação.

Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você. Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: **Ana Kely Martins da Silva** e orientanda **Arielly Cecília Lima Siqueira** por meio da Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM) do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n, Telégrafo. Belém- Pará- CEP: 66113-010; fone: (91) 4009-9501

Belém (PA), \_\_\_\_/\_\_\_\_/2020

\_\_\_\_\_  
Assinatura do pesquisador

Eu, \_\_\_\_\_ autorizo que meu/minha  
filho(a) \_\_\_\_\_ a participar do projeto  
citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

\_\_\_\_\_  
Assinatura do responsável

## APÊNDICES

### INSTRUMENTOS DA PESQUISA

(Consulta aos egressos)

#### Questionário sócio educacional



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Prezado(a) aluno (a),

Estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Para o êxito deste trabalho necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato.

1- **Idade:** \_\_\_\_\_ anos    2- **Gênero:** ( ) Masculino ( ) Feminino    3-

**Ano:**.....

4- **Tipo de escola que estuda?** ( ) Municipal ( ) Estadual ( ) Conveniada

5- **Você já ficou em dependência?**  Não  Sim. Em quais disciplinas? \_\_\_\_\_

6- **Você gosta de Matemática?** ( ) Detesto ( ) Suporto ( ) Gosto um pouco ( ) Adoro

7- **Qual a escolaridade do seu responsável masculino?**

( ) Superior ( ) Médio ( ) Médio incompleto ( ) Fundamental ( ) Fundamental incompleto ( ) Não estudou

8- **Qual a escolaridade da sua responsável feminina?**

( ) Superior ( ) Médio ( ) Médio incompleto ( ) Fundamental ( ) Fundamental incompleto ( ) Não estudou

9- **Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?**

( ) Professor particular ( ) Familiar Quem? \_\_\_\_\_ ( ) Ninguém ( ) colega de classe ( ) amigo ( ) Outros. Quem? \_\_\_\_\_

10- **Com que frequência você estuda matemática fora da escola?**

( ) Todo dia ( ) Somente nos finais de semana ( ) No período de prova ( ) Só na véspera da prova ( ) Não estudo fora da escola

11- **Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática?**

( ) Sempre ( ) Quase sempre ( ) Às vezes ( ) Poucas vezes ( ) Nunca

**12- Quais formas de atividades e/ou trabalhos o seu Professor (a) de matemática mais utiliza em suas aulas?**

( ) aulas expositivas ( ) Trabalhos em grupo. ( ) Seminários ( ) Pesquisas ( ) Projetos ( ) lista de exercício ( ) Jogos

( ) Outros. Quais? \_\_\_\_\_

**13- Seu professor de matemática demonstra conhecimento e clareza ao trabalhar os conteúdos?** ( ) Sim ( ) Não

**14. Você considera as explicações do professor de matemática?**

( ) Ruins ( ) Regulares ( ) Boas ( ) Excelentes

**15- Quando você estudou Expressões Numérica a maioria das aulas:**

- ( ) Iniciava pela definição seguida de exemplos e exercícios;
- ( ) Iniciava com a história do assunto para depois explorar os conceitos;
- ( ) Iniciava com uma situação problema para depois introduzir o assunto;
- ( ) Iniciava com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo;
- ( ) Iniciava com jogos para depois sistematizar os conceitos.

**16- Para praticar o conteúdo de Expressões Numéricas seu professor costumava:**

- ( ) Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos;
- ( ) Apresentar jogos envolvendo o assunto;
- ( ) Solicitar que os alunos resolvessem os exercícios do livro didático;
- ( ) Não propunha questões de fixação;
- ( ) Solicitava que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolver.

**17- Quais os instrumentos que seu Professor (a) de matemática mais utilizava para a avaliação da aprendizagem?**

( ) Prova bimestral ( ) Testes ( ) Simulados ( ) Auto-avaliação ( ) observação ( ) Visto no caderno ( ) Outros.

Quais? \_\_\_\_\_

**18- Como você se sente quando está diante de uma avaliação em matemática?**

( ) Contente ( ) Tranquilo ( ) Medo ( ) Preocupado ( ) Raiva  Calafrios

**19- Quando você estudou a ordem das operações em uma expressão numérica achou:**

( ) muito fácil ( ) fácil ( ) difícil ( ) muito difícil ( ) não lembro de ter estudado

**20- Quando você estudou a ordem dos separadores (parênteses, chaves e colchetes) em uma expressão numérica achou:**

( ) muito fácil ( ) fácil ( ) difícil ( ) muito difícil ( ) não lembro de ter estuda

### Quadro de dificuldades

21-Com base na sua experiência quando você estudou Expressões Numéricas preencha o quadro a seguir.

Tipo de expressão	Você lembra de ter resolvido expressão desse tipo?		Grau de dificuldade para aprender			
	SIM	NÃO	Muito fácil	Fácil	Difícil	Muito Difícil
$9 + 14 + 5 + 10$						
$9 + 4 + 1 - 3$						
$15 - 5 + 24 - 14$						
$40 + 2 \times 4$						
$15 \times (3 + 2)$						
$3 + 10 \div 2$						
$9 \times 4 - 10 \div 2 + 4$						
$[3 - (4 \times 10 \div 20)] + 15$						
$\{28 + [50 - (24 \div 2) \times 10]\}$						
$(5^2 - 2^3 + 8 \times 10)^2$						
$\{2^2 + [10 - (4^3 \div 16)] \times 10\}$						
$\sqrt{49} - \sqrt{25} + 10^2$						
$\sqrt{8^2 - 4 \times 1 \times 7}$						
$\frac{5 + \sqrt{5^2 - 4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3}$						
$25 + 6^2 : 12 - \sqrt{169} + 42$						
$\{10 + [4 + (7 \times 3 + 1^3)] - \sqrt{9}\}$						

### 3- Teste diagnóstico – Consulta aos Egressos

- Dê o valor numérico das expressões abaixo:

1)  $30 + 16 + 5 + 11$

2)  $3 + 5 + 2 - 4$

3)  $2 \times 7 + 15 \div 3$

4)  $12 \times (5 + 3)$

5)  $50 - \{40 - 3 \times [10 \div (10 - 8)]\}$

6)  $(4^3 - 5 - 2^3 \times 4)^2$

7)  $\sqrt{5^2 - 4 \times 4 \times 1}$

8)  $\frac{4 + \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times 4}}{2 \times 1}$

9)  $30 + 6^2 : 3 - \sqrt{144} + 12$

10)  $220 \div \{40 - 3 \times [5 - (10 - \sqrt{49}) + 2^2]\}$

	<p>UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ - UEPA CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO - CCSE DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA</p>
<p>Prezado(a) Estudante, Estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Para o êxito deste trabalho necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato.</p>	
<p><b><u>I PARTE DO INSTRUMENTO DE PESQUISA</u></b></p>	
<p>1) Idade: _____ anos    2) Gênero: <input type="checkbox"/> Masculino <input type="checkbox"/> Feminino    3) Série: _____</p> <p>4) Tipo de escola que estuda? <input type="checkbox"/> Municipal <input type="checkbox"/> Estadual <input type="checkbox"/> Conveniada</p> <p>5) Você já ficou em dependência em Matemática? <input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/> Sim.</p> <p>6) Você gosta de Matemática? <input type="checkbox"/> Não gosto <input type="checkbox"/> Suporto <input type="checkbox"/> Gosto um pouco <input type="checkbox"/> Adoro</p> <p>7) Qual a escolaridade do seu responsável masculino? <input type="checkbox"/> Superior <input type="checkbox"/> Médio <input type="checkbox"/> Fundamental <input type="checkbox"/> Fundamental incompleto <input type="checkbox"/> Não estudou</p> <p>8) Qual a escolaridade da sua responsável feminina? <input type="checkbox"/> Superior <input type="checkbox"/> Médio <input type="checkbox"/> Fundamental <input type="checkbox"/> Fundamental incompleto <input type="checkbox"/> Não estudou</p>	
<p>9) Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática? <input type="checkbox"/> Professor particular <input type="checkbox"/> Pai <input type="checkbox"/> Mãe <input type="checkbox"/> Amigo da escola <input type="checkbox"/> Ninguém <input type="checkbox"/> Outros.</p> <p>10) Com que frequência você estuda matemática fora da escola? <input type="checkbox"/> Todo dia <input type="checkbox"/> Somente nos finais de semana <input type="checkbox"/> No período de prova <input type="checkbox"/> Só na véspera da prova <input type="checkbox"/> Não estudo fora da escola.</p> <p>11) Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática? <input type="checkbox"/> Sempre <input type="checkbox"/> Quase sempre <input type="checkbox"/> Às vezes <input type="checkbox"/> Poucas vezes <input type="checkbox"/> Nunca</p> <p>12) Quais formas de atividades e/ou trabalho o seu Professor (a) de matemática mais utiliza para a avaliação da aprendizagem? <input type="checkbox"/> Provas/simulado <input type="checkbox"/> Testes semanais <input type="checkbox"/> Seminários <input type="checkbox"/> Pesquisas <input type="checkbox"/> Projetos <input type="checkbox"/> Outros.</p> <p>13) As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados? <input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/> Às vezes</p>	
<p>14) A maioria das suas aulas de matemática: <input type="checkbox"/> Iniciaram pela definição seguida de exemplos e exercícios; <input type="checkbox"/> Iniciaram com a história do assunto para depois explorar os conceitos; <input type="checkbox"/> Iniciaram com uma situação problema para depois introduzir o assunto; <input type="checkbox"/> Iniciaram com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo; <input type="checkbox"/> Iniciaram com jogos para depois sistematizar os conceitos.</p>	
<p>15) Para praticar o conteúdo de matemática seu professor costumava: <input type="checkbox"/> Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos; <input type="checkbox"/> Apresentar jogos envolvendo o assunto; <input type="checkbox"/> Solicitar que os alunos resolvessem os exercícios do livro didático; <input type="checkbox"/> Não propunha questões de fixação; <input type="checkbox"/> Solicitava que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolver.</p>	

## Resposta pré-teste digitalizadas



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

## TESTE DIAGNÓSTICO

Aluno 1

- Dê o valor numérico das expressões abaixo:

1)  $30 + 16 + 5 + 11 = 62$

$$\begin{array}{r} 30 + 16 = 46 \\ \quad \quad \quad + 5 \\ \hline \quad \quad \quad 51 \\ \quad \quad \quad + 11 \\ \hline \quad \quad \quad 62 \end{array}$$

ok!

$46 + 16 = 62$

3)  $2 \times 7 + 15 \div 3 = 19$

errado

$$\begin{array}{r} 2 \times 7 = 14 \\ 15 \div 3 = 5 \\ \hline 14 + 5 = 19 \end{array}$$

5)  $50 - \{40 - 3 \times [10 + (10 - 8)]\} = 0$

$50 - 40 = 10$

$3 \times 10 = 30$

$10 \div 10 - 1 = 0$

errado

2)  $3 + 5 + 2 - 4 = 10$

errado

$3 + 5 = 8 \quad 2 - 4 = -2$

$8 + 2 = 10$

4)  $12 \times (5 + 3) = 63$

errado

$12 \times 5 = 60$

$60 + 3 = 63$

6)  $12 \times 5 + 3 = 64$

$12 \times 5 = 60$

errado

$60 + 3 = 63$

7. Joãozinho escreveu os números 1, 2 e 3 como resultados de operações envolvendo exatamente quatro algarismos 4, como na figura. Ele continuou até o número 8, mas cometeu um erro. Qual o erro cometido por Joãozinho?

$4 = 4 + (4 - 4) \times 4$

$5 = (4 \times 4 + 4) + 4$

$6 = 4 + 4 + 4 + 4$

$7 = 44 + 4 - 4$

$8 = 4 + 4 + 4 - 4$

$$\begin{array}{l} 1 = (4 + 4) - (4 + 4) \\ 2 = 4 + 4 + 4 - 4 \\ 3 = (4 + 4 + 4) - 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4 + 4 - 4 \times 4 \\ \underline{\quad \quad} \\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 + (4 - 4) - 4 = 4 \times 4 \\ \underline{\quad \quad} \\ 8 \end{array}$$

9. Dentre as expressões abaixo, qual tem maior resultado? *todo número. multi-lica do por zero e zero*

$(6 + 3) \times 0 = 0$

$6 \times 3 \times 0 = 0$

$6 + 3 \times 0 = 0$

$6 \times (3 + 0) = 0$

$6 + 3 + 0 = 0$

10. Podemos colocar de várias maneiras um par de parênteses na expressão  $20 + 2 + 3 \times 6$ , como por exemplo,  $20 + (2 + 3 \times 6)$  e  $20 + (2 + 3) \times 6$ . Qual das três expressões acima em o maior valor?

8. Qual das expressões abaixo tem como resultado um número ímpar?

$7 \times 5 \times 11 \times 13 \times 2 = 10030$

$(2005 - 2003) \times (2004 + 2003) = 6011$

$7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = 72$

$52 + 32 = 84$

$3 \times 5 + 7 \times 9 + 11 \times 13 = 2717$

11. (1º fase 6º e 7º ano - 2010) Qual é o resultado de  $2 + 4 \times 8 - 8 \div 4$ ?



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

TESTE DIAGNÓSTICO

Aluno 2

- Dê o valor numérico das expressões abaixo:

1)  $30 + 16 + 5 + 11 = 58$  X

$$\begin{array}{r} 46 + 12 \\ \hline 58 \end{array}$$

2)  $3 + 5 + 2 - 4 = 10$  X

$$\begin{array}{r} 8 + 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

3)  $2 \times 7 + 15 + 3 = 19$  ✓

$$\begin{array}{r} 14 + 5 \\ \hline 19 \end{array}$$

4)  $12 \times (5 + 3) = 63$  X

$$\begin{array}{r} 60 + 3 \\ \hline 63 \end{array}$$

5)  $50 - (40 - 3 \times [10 \div (10 - 8)]) = 25$  ✓

$$\begin{array}{r} 80 - 30 \div 2 \\ \hline 50 \div 2 \\ \hline 25 \end{array}$$

6)  $12 \times 5 + 3 = 63$  ✓

$$\begin{array}{r} 60 + 3 \\ \hline 63 \end{array}$$

- X 7. Joãozinho escreveu os números 1, 2 e 3 como resultados de operações envolvendo exatamente quatro algarismos 4, como na figura. Ele continuou até o número 8, mas cometeu um erro. Qual o erro cometido por Joãozinho?

$$\begin{array}{l} 4 = 4 + (4 - 4) \times 4 \quad 16 \\ 5 = (4 \times 4 + 4) \div 4 \quad 5 \\ 6 = 4 + 4 + 4 + 4 \quad 6 \\ 7 = 44 + 4 - 4 \quad 7 \\ 8 = 4 + 4 + 4 - 4 \quad 8 \end{array}$$



O erro cometido por Joãozinho foi 5.

- X 9. Dentre as expressões abaixo, qual tem maior resultado?

$$\begin{array}{l} (6 + 3) \times 0 = 0 \\ 6 \times 3 \times 0 = 0 \\ 6 + 3 \times 0 = 0 \\ 6 \times (3 + 0) = 0 \\ 6 + 3 + 0 = 0 \end{array}$$

Todas têm o mesmo resultado de 0.

10. Podemos colocar de várias maneiras um par de parênteses na expressão  $20 + 2 + 3 \times 6$ , como por exemplo,  $20 + (2 + 3 \times 6)$  e  $20 + (2 + 3) \times 6$ . Qual das três expressões acima em o maior valor?

8. Qual das expressões abaixo tem como resultado um número ímpar?

$$\begin{array}{l} \checkmark 7 \times 5 \times 11 \times 13 \times 2 = 10010 \\ \checkmark (2005 - 2003) \times (2004 + 2003) = 12020 \\ \checkmark 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = 72 \\ \checkmark 52 + 32 = 84 \\ \times 3 \times 5 + 7 \times 9 + 11 \times 13 = 206 \end{array}$$

- X 11. (1ª fase 6º e 7º ano - 2010) Qual é o resultado de  $2 + 4 \times 8 - 8 + 4$ ? 10

$$\begin{array}{r} 2 + 4 \times 8 - 8 + 4 \\ \hline 6 \times 0 \div 4 = 10 \end{array}$$



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

TESTE DIAGNÓSTICO

Aluno 3

- Dê o valor numérico das expressões abaixo:

✓ 1)  $30 + 16 + 5 + 11 =$

$46 + 5 = 51 + 11 = 62$

✓ 2)  $3 + 5 + 2 - 4 =$

$8 + 2 = 10 - 4 = 6$

X 3)  $2 \times 7 + 15 + 3 =$

$14 + 15 = 29 \div 3 =$

X 4)  $12 \times (5 + 3) =$

$60 + 3 = 63$

X 5)  $50 - \{40 - 3 \times [10 \div (10 - 8)]\}$

$10 \div 2 = 5$   
 $7 \times 5 = 35$   
 $40 - 35 = 5$   
 $50 - 5 = 45$

✓ 6)  $12 \times 5 + 3 =$

$60 + 3 = 63$

- X 7. Joãozinho escreveu os números 1, 2 e 3 como resultados de operações envolvendo exatamente quatro algarismos 4, como na figura. Ele continuou até o número 8, mas cometeu um erro. Qual o erro cometido por Joãozinho?

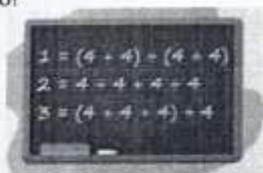
$4 = 4 + (4 - 4) \times 4$

$5 = (4 \times 4 + 4) + 4$

$6 = 4 + 4 + 4 + 4$

$7 = 44 + 4 - 4$

$8 = 4 + 4 + 4 - 4$



a 4 em todas as operações  
resultado deu 16  
e não 4

9. Dentre as expressões abaixo, qual tem maior resultado?

$(6 + 3) \times 0 = 0$

$6 \times 3 \times 0 = 0$

$6 + 3 \times 0 = 6$

$6 \times (3 + 0) = 18$

$6 + 3 + 0 = 9$

- X 10. Podemos colocar de várias maneiras um par de parênteses na expressão  $20 + 2 + 3 \times 6$ , como por exemplo,  $20 + (2 + 3 \times 6)$  e  $20 + (2 + 3) \times 6$ . Qual das três expressões acima em o maior valor?

$20 + 2 + 3 \times 6 = 20 + 2 + 18 = 40$   
 $20 + (2 + 3 \times 6) = 20 + 20 = 40$   
 $20 + (2 + 3) \times 6 = 20 + 30 = 50$

nenhuma tem o mesmo valor

11. (1ª fase 6º e 7º ano - 2010) Qual é o resultado de  $2 + 4 \times 8 - 8 + 4$ ?

8. Qual das expressões abaixo tem como resultado um número ímpar?

$7 \times 5 \times 11 \times 13 \times 2 = 10010$

$(2005 - 2003) \times (2004 + 2003) = 6008$

$7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 =$

$52 + 32 =$

$3 \times 5 + 7 \times 9 + 11 \times 13 =$



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

TESTE DIAGNÓSTICO

Aluno 4

- Dê o valor numérico das expressões abaixo:

1)  $30 + 16 + 5 + 11 = 62$  ✓

2)  $3 + 5 + 2 - 4 = 6$  ✓

3)  $2 \times 7 + 15 \div 3 = 9$  ✓

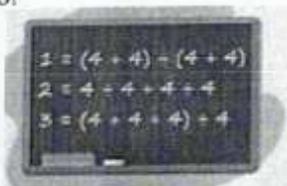
4)  $12 \times (5 + 3) = 96$  ✓

5)  $50 - (40 - 3 \times [10 \div (10 - 8)]) = 5$  ✓

6)  $12 \times 5 + 3 = 63$  ✓

7. Joãozinho escreveu os números 1, 2 e 3 como resultados de operações envolvendo exatamente quatro algarismos 4, como na figura. Ele continuou até o número 8, mas cometeu um erro. Qual o erro cometido por Joãozinho?

4 =  $4 + (4 - 4) \times 4$   
5 =  $(4 \times 4 + 4) \div 4$   
6 =  $4 + 4 + 4 + 4$   
7 =  $44 \div 4 - 4$   
8 =  $4 + 4 + 4 - 4$




---



---



---

8. Qual das expressões abaixo tem como resultado um número ímpar?

$7 \times 5 \times 11 \times 13 \times 2 =$

$(2005 - 2003) \times (2004 + 2003) =$

$7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 =$

$52 + 32 =$

$3 \times 5 + 7 \times 9 + 11 \times 13 =$

9. Dentre as expressões abaixo, qual tem maior resultado?

$(6 + 3) \times 0 =$

$6 \times 3 \times 0 =$

$6 + 3 \times 0 =$

$6 \times (3 + 0) =$

$6 + 3 + 0 =$

10. Podemos colocar de várias maneiras um par de parênteses na expressão  $20 + 2 + 3 \times 6$ , como por exemplo,  $20 + (2 + 3 \times 6)$  e  $20 \div (2 + 3) \times 6$ . Qual das três expressões acima em o maior valor?

11. (1º fase 6º e 7º ano - 2010) Qual é o resultado de  $2 + 4 \times 8 - 8 \div 4$ ?



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

TESTE DIAGNÓSTICO

- Dê o valor numérico das expressões abaixo:

$$1) 30 + 16 + 5 + 11 = 62$$

$\underbrace{30 + 16}_{46} + \underbrace{5 + 11}_{16} = 62$

$$2) 3 + 5 + 2 - 4 = 10$$

$\underbrace{3 + 5}_{8} + \underbrace{2 - 4}_{-2} = 10$

$$3) 2 \times 7 + 15 \div 3 = 9$$

$\underbrace{2 \times 7}_{14} + \underbrace{15 \div 3}_{5} = 9$

$$4) 12 \times (5 + 3) = 96$$

$\underbrace{12 \times (5 + 3)}_{12 \times 8} = 96$

$$5) 50 - \{40 - 3 \times [10 \div (10 - 8)]\} = 5$$

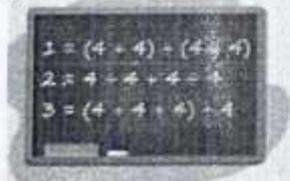
$\underbrace{50 - 37}_{13} \times \underbrace{10}_{10} = 130$   
 $\underbrace{130 \div 10}_{13} - \underbrace{8}_{8} = 5$

$$6) 12 \times 5 + 3 = 63$$

$\underbrace{12 \times 5}_{60} + 3 = 63$

7. Joãozinho escreveu os números 1, 2 e 3 como resultados de operações envolvendo exatamente quatro algarismos 4, como na figura. Ele continuou até o número 8, mas cometeu um erro. Qual o erro cometido por Joãozinho?

- $4 = 4 + (4 - 4) \times 4$   
 $5 = (4 \times 4 + 4) \div 4$   
 $6 = 4 + 4 + 4 + 4$   
 $7 = 44 \div 4 - 4$   
 $8 = 4 + 4 + 4 - 4$



9. Dentre as expressões abaixo, qual tem maior resultado?

- $(6 + 3) \times 0 =$   
 $6 \times 3 \times 0 =$   
 $6 + 3 \times 0 =$   
 $6 \times (3 + 0) =$   
 $6 + 3 + 0 =$

10. Podemos colocar de várias maneiras um par de parênteses na expressão  $20 \div 2 + 3 \times 6$ , como por exemplo,  $20 \div (2 + 3 \times 6)$  e  $20 \div (2 + 3) \times 6$ . Qual das três expressões acima em o maior valor?

8. Qual das expressões abaixo tem como resultado um número ímpar?

- $7 \times 5 \times 11 \times 13 \times 2 =$   
 $(2005 - 2003) \times (2004 + 2003) =$   
 $7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 =$   
 $52 + 32 =$   
 $3 \times 5 + 7 \times 9 + 11 \times 13 =$

11. (1ª fase 6º e 7º ano - 2010) Qual é o resultado de  $2 + 4 \times 8 - 8 \div 4$ ?



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

TESTE DIAGNÓSTICO

Aluno 4

- Dê o valor numérico das expressões abaixo:

1)  $30 + 16 + 5 + 11 = 62$  ✓

2)  $3 + 5 + 2 - 4 = 6$  ✓

3)  $2 \times 7 + 15 \div 3 = 9$  ✓

4)  $12 \times (5 + 3) = 96$  ✓

5)  $50 - \{40 - 3 \times [10 \div (10 - 8)]\} = 5$  ✓

6)  $12 \times 5 + 3 = 63$  ✓

7. Joãozinho escreveu os números 1, 2 e 3 como resultados de operações envolvendo exatamente quatro algarismos 4, como na figura. Ele continuou até o número 8, mas cometeu um erro. Qual o erro cometido por Joãozinho?

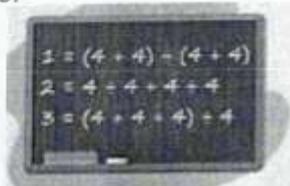
4 =  $4 + (4 - 4) \times 4$

5 =  $(4 \times 4 + 4) \div 4$

6 =  $4 + 4 + 4 + 4$

7 =  $44 + 4 - 4$

8 =  $4 + 4 + 4 - 4$




---



---



---

8. Qual das expressões abaixo tem como resultado um número ímpar?

$7 \times 5 \times 11 \times 13 \times 2 =$

$(2005 - 2003) \times (2004 + 2003) =$

$7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 =$

$52 + 32 =$

$3 \times 5 + 7 \times 9 + 11 \times 13 =$

9. Dentre as expressões abaixo, qual tem maior resultado?

$(6 + 3) \times 0 =$

$6 \times 3 \times 0 =$

$6 + 3 \times 0 =$

$6 \times (3 + 0) =$

$6 + 3 + 0 =$

10. Podemos colocar de várias maneiras um par de parênteses na expressão  $20 + 2 + 3 \times 6$ , como por exemplo,  $20 + (2 + 3 \times 6)$  e  $20 \div (2 + 3) \times 6$ . Qual das três expressões acima em o maior valor?

11. (1ª fase 6º e 7º ano - 2010) Qual é o resultado de  $2 + 4 \times 8 - 9 \div 4$ ?



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Pós-teste

- Dê o valor numérico das expressões abaixo:

1)  $30 + 16 + 5 + 11 = 62$  ✓

$30 + 16 = 46$

$46 + 5 = 51$

$51 + 11 = 62$

3)  $2 \times 7 + 15 \div 3 = 19$  ✓

$15 \div 3 = 5$

$2 \times 7 = 14$

$14 + 5 = 19$

5)  $50 - (40 - 3 \times [10 \div (10 - 8)]) = 25$  ✓

$10 - 8 = 2$

$10 \div 2 = 5$   $25 - 50 = 25$

$5 \times 3 = 15$   $40 - 15 = 25$

2)  $3 + 5 + 2 - 4 = 6$  ✓

$3 + 5 = 8$

$8 + 2 = 10$

$10 - 4 = 6$

4)  $12 \times (5 + 3) = 96$  ✓

$(5 + 3) = 8$

$8 \times 12 = 96$

6)  $3 + 12 \times 5 = 63$  ✓

$5 \times 12 = 60$

$60 + 3 = 63$

7. Joãozinho escreveu os números 1, 2 e 3 como resultados de operações envolvendo exatamente quatro algarismos 4, como na figura. Ele continuou até o número 8, mas cometeu um erro. Qual o erro cometido por Joãozinho?

$4 = 4 + (4 - 4) \times 4$  ✓

$(4 - 4) \times 0$

$0 \times 4 = 0$

$0 + 4 = 4$

$5 = (4 \times 4 + 4) \div 4$  ✓

$(4 \times 4 + 4) = 20$

$20 \div 4 = 5$

$6 = 4 + 4 + 4 + 4$  ✓

$4 \div 4 = 1$

$1 + 4 = 5$

$5 + 4 = 9$

$7 = 44 + 4 - 4$  ✓

$44 \div 4 = 11$

$11 = 7$

$7 - 4 = 3$

8. Qual das expressões abaixo tem como resultado um número ímpar?

$7 \times (5 + 11) \div 2 = 56$

$7 \times (5 + 11) = 112$

$112 \div 2 = 56$

$(2005 - 2003) \times (2004 + 2003) =$

$2 \times 4007$

$2 \times 4007 = 8014$

$7 + 9 + (11 + 13) + 15 + 17 = 72$

$(11 + 13) = 24$

$24 + 7 = 31$   $55 + 17 = 72$

$31 + 9 = 40$   $40 + 15 = 55$

9. Dentre as expressões abaixo, qual tem maior resultado?

$(6 + 3) \times 0 = 0$

$(6 + 3) = 9$

$9 \times 0 = 0$

$6 \times 3 \times 0 = 0$

$6 \times 3 = 18$

$18 \times 0 = 0$

$6 + 3 \times 0 = 6$

$3 \times 0 = 0 + 6 = 6$

$6 \times 0 = 0$

$6 \times (3 + 0) = 18$

$18$

$18 + 0 = 18$

$6 + 3 + 0 = 9$

$6 + 3 = 9$

$9 + 0 = 9$



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Pós-teste

acerto

10. Podemos colocar de várias maneiras um par de parênteses na expressão  $20 \div 2 + 3 \times 6$ , como por exemplo,  $20 \div (2 + 3 \times 6)$  e  $20 \div (2 + 3) \times 6$ . Qual das três expressões acima em o maior valor?

$20 \div 2 + 3 \times 6$  ✓  
 $20 \div 2 = 3 \times 6 = 18$   
 $10 + 18 = 28$

$20 \div (2 + 3 \times 6)$   
 $20 \div (2 + 18) = 18$   
 $20 \div (2 + 18) = 20 \div 20 = 1$

$20 \div (2 + 3) \times 6$   
 $(2 + 3) = 5$   
 $20 \div 5 = 4$   
 $4 \times 6 = 24$

acerto

11. Qual é o resultado de  $2 + 4 \times 8 - 8 \div 4$ ?

$8 \div 4 = 2$   
 $4 \times 8 = 32$   
 $32 + 2 = 34$   
 $34 - 2 = 32$



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Aluno 2 ♡.

Pós-teste

- Dê o valor numérico das expressões abaixo:

$$1) 30 + 16 + 5 + 11 = 62$$

$$\begin{array}{r} 46 + 16 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$2) 3 + 5 + 2 - 4 = 6$$

$$8 + 2 - 4$$

$$3) 2 \times 7 + 15 \div 3 = 19$$

$$\begin{array}{r} 14 + 5 \\ \hline 19 \end{array}$$

$$4) 12 \times (5 + 3) = 96$$

$$\begin{array}{r} 12 \times 8 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$5) 50 - \{40 - 3 \times [10 \div (10 - 8)]\} = 25$$

$$\begin{array}{r} 10 \div 2 \\ \hline 50 - \{40 - 15\} \\ \hline 50 - 25 = 25 \end{array}$$

$$6) 3 + 12 \times 5 = 63$$

$$\begin{array}{r} 3 + 60 \\ \hline 63 \end{array}$$

7. Joãozinho escreveu os números 1, 2 e 3 como resultados de operações envolvendo exatamente quatro algarismos 4, como na figura. Ele continuou até o número 8, mas cometeu um erro. Qual o erro cometido por Joãozinho?

$$1 = 4 + (4 - 4) \times 4$$

$$5 = (4 \times 4 + 4) \div 4$$

$$6 = 4 + 4 + 4 + 4$$

$$7 = 44 + 4 - 4$$

$$4 + 0 \times 4 = 4$$

$$(16 + 4) \div 4 = 5$$

$$4 + 1 + 4 = 9$$

$$11 - 4 = 7$$

$$4 + 0 = 4$$

$$20 \div 4 = 5$$

8. Qual das expressões abaixo tem como resultado um número ímpar?

$$7 \times (5 + 11) \div 2 =$$

$$(2005 - 2003) \times (2004 + 2003) =$$

$$7 + 9 + (11 + 13) + 15 + 17 = 72$$

$$7 \times 36 \div 2 = 56$$

$$2 \times 4007$$

$$36 + 24 + 32 = 92$$

Não tem nem um resultado com ímpar!

$$8014$$

$$40 + 32 = 72$$

9. Dentre as expressões abaixo, qual tem maior resultado?

$$(6 + 3) \times 0 =$$

$$6 \times 3 \times 0 =$$

$$6 + 3 \times 0 =$$

$$6 \times (3 + 0) =$$

$$6 + 3 + 0 =$$

$$9 \times 0 = 0$$

$$18 \times 0 = 0$$

$$9 \times 0 = 0$$

$$6 \times 3 = 18$$

$$9 + 0 = 9$$



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Pós-teste

10. Podemos colocar de várias maneiras um par de parênteses na expressão  $20 \div 2 + 3 \times 6$ , como por exemplo,  $20 \div (2 + 3 \times 6)$  e  $20 \div (2 + 3) \times 6$ . Qual das três expressões acima em o maior valor?

$$20 \div 2 + 3 \times 6$$

$$10 + 18$$

$$28$$

$$20 \div (2 + 3 \times 6)$$

$$\div (2 + 18)$$

$$20 \div 20 = 1$$

$$20 \div (2 + 3) \times 6$$

$$20 \div 5 \times 6$$

$$4 \times 6 = 24$$

11. Qual é o resultado de  $2 + 4 \times 8 - 8 \div 4$ ?

$$2 + 4 \times 8 - 8 \div 4 = 32$$

$$2 + 32 - 2 = 32$$



Aluno 3

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Pós-teste

- Dê o valor numérico das expressões abaixo:

1)  $30 + 16 + 5 + 11 = 62$  ✓

$30 + 16 = 46$

$46 + 5 = 51$

$51 + 11 = 62$

3)  $2 \times 7 + 15 \div 3 = 19$  ✓

$2 \times 7 = 14$

$15 \div 3 = 5$

$14 + 5 = 19$

5)  $50 - \{40 - 3 \times [10 \div (10 - 8)]\}$  ✓

$10 - 8 = 2$

$10 \div 2 = 5$

$40 - 3 \times 5 = 25$

$50 - 25 = 25$

2)  $3 + 5 + 2 - 4 = 6$  ✓

$3 + 5 = 8$

$8 + 2 = 10$

$10 - 4 = 6$

4)  $12 \times (5 + 3) = 96$  ✓

$5 + 3 = 8$

$12 \times 8 = 96$

6)  $3 + 12 \times 5 = 63$  ✓

$12 \times 5 = 60$

$60 + 3 = 63$

7. Joãozinho escreveu os números 1, 2 e 3 como resultados de operações envolvendo exatamente quatro algarismos 4, como na figura. Ele continuou até o número 8, mas cometeu um erro. Qual o erro cometido por Joãozinho?

4 =  $4 + (4 - 4) \times 4$

$4 + 0 \times 4$

$4 + 0 = 4$

5 =  $(4 \times 4 + 4) \div 4$

$4 \times 4$

$16 + 4 = 20$

$20 \div 4 = 5$

6 =  $4 + 4 + 4 + 4$

$4 + 4$

$4 + 4 = 8$

$8 + 4 = 12$

7 =  $44 + 4 - 4$

$44 - 4 = 40$

$40 + 4 = 44$

8. Qual das expressões abaixo tem como resultado um número ímpar?

$7 \times (5 + 11) \div 2 = 56$

$7 \times 16$

$112 \div 2 = 56$

$(2005 - 2003) \times (2004 + 2003) = 8014$

$2 \times 4007 = 8014$

$4008 + 2003$

$7 + 9 + (11 + 13) + 15 + 17 = 72$

$9 + 24$

$7 + 33 = 40 + 15 + 17$

9. Dentre as expressões abaixo, qual tem maior resultado?

$(6 + 3) \times 0 =$

$9 \times 0 = 0$

$6 \times 3 \times 0 =$

$18 \times 0 = 0$

$6 + 3 \times 0 =$

$3 \times 0$

$6 + 0 = 6$

$6 \times (3 + 0) =$

$3 + 0$

$6 \times 3$

$18$

$6 + 3 + 0 =$

$3 + 0$

$6 + 3 = 9$



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Pós-teste

- ✓ 10. Podemos colocar de várias maneiras um par de parênteses na expressão  $20 \div 2 + 3 \times 6$ , como por exemplo,  $20 \div (2 + 3 \times 6)$  e  $20 \div (2 + 3) \times 6$ . Qual das três expressões acima em o maior valor?

✗  $20 \div 2 + 3 \times 6$

$10 + 18 = 28$

✓  $20 \div (2 + 3 \times 6)$

$2 + 18 = 20$   
 $20 \div 20 = 1$

✓  $20 \div (2 + 3) \times 6$

$20 \div 5 = 4$   
 $4 \times 6 = 24$

- ✓ 11. Qual é o resultado de  $2 + 4 \times 8 - 8 \div 4$ ?

$32 - 8 \div 4 =$   
 $2 + 2 + 2 =$   
 $32$



Aluno 4

~~UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ~~  
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Pós-teste

- Dê o valor numérico das expressões abaixo:

1)  $30 + 16 + 5 + 11 = 62$  ✓  
 $46 + 5 + 11 = 62$

2)  $3 + 5 + 2 - 4 = 6$  ✓  
 $8 + 2 = 10$   
 $10 - 4 = 6$

3)  $2 \times 7 + 15 \div 3 = 19$  ✓  
 $14 + 5 = 19$

4)  $12 \times (5 + 3) = 96$  ✓  
 $12 \times 8 = 96$

5)  $50 - \{40 - 3 \times [10 \div (10 - 8)]\}$  ✓

$3 \times [10 \div 2] = 15$   
 $40 - 15 = 25$   
 $50 - 25 = 25$

6)  $3 + 12 \times 5 = 63$  ✓  
 $12 \times 5 = 60 + 3$

7. Joãozinho escreveu os números 1, 2 e 3 como resultados de operações envolvendo exatamente quatro algarismos 4, como na figura. Ele continuou até o número 8, mas cometeu um erro. Qual o erro cometido por Joãozinho?

$4 = 4 + (4 - 4) \times 4$

$5 = (4 \times 4 + 4) \div 4$

$6 = 4 + 4 + 4 + 4$

$7 = 44 + 4 - 4$  ✓

$4 + 0 \times 4 = 4$

$4 \times 4 + 4 = 20$

$20 + 4 = 24 \div 4 = 6$

8. Qual das expressões abaixo tem como resultado um número ímpar?

$7 \times (5 + 11) \div 2 =$

$(2005 - 2003) \times (2004 + 2003) =$

$7 + 9 + (11 + 13) + 15 + 17 = 72$

$5 + 11 = 16$   
 $7 \times 16 = 112 \div 2 = 56$

$2004 + 2003 = 4007$   
 $8014 - 2004 = 6010$

$16 + 24 = 40$   
 $40 + 15 + 17 = 72$

9. Dentre as expressões abaixo, qual tem maior resultado?

$(6 + 3) \times 0 = 0$

$6 \times 3 \times 0 = 0$

$6 + 3 \times 0 = 6$

$6 \times (3 + 0) = 18$

$6 + 3 + 0 = 9$

$9 \times 0 = 0$

$6 + 3 = 9$



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Pós-teste

10. Podemos colocar de várias maneiras um par de parênteses na expressão  $20 \div 2 + 3 \times 6$ , como por exemplo,  $20 \div (2 + 3 \times 6)$  e  $20 \div (2 + 3) \times 6$ . Qual das três expressões acima em o maior valor?

$$20 \div 2 + 3 \times 6 = 28$$

Handwritten calculation:  $10 + 18 = 28$

$$20 \div (2 + 3 \times 6)$$

Handwritten calculation:  $20 \div 20 = 1$

$$20 \div (2 + 3) \times 6$$

Handwritten calculation:  $20 \div 5 \times 6 = 4 \times 6 = 24$

11. Qual é o resultado de  $2 + 4 \times 8 - 8 + 4$ ? 32

$$2 + 32 - 8 = 26$$



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

ALUNO 5

Pós-teste

- Dê o valor numérico das expressões abaixo:

$$1) 30 + 16 + 5 + 11 = 62$$

$$\begin{array}{r} 46 + 5 \\ \hline 51 + 11 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$3) 2 \times 7 + 15 \div 3 =$$

$$\begin{array}{r} 14 + 5 \\ \hline 19 \end{array}$$

$$5) 50 - \{40 - 3 \times [10 \div (10 - 8)]\} = 25$$

$$\begin{array}{r} 10 \div 2 \\ \hline 3 \times 5 \\ \hline 40 - 15 = 25 \quad 50 - 25 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$2) 3 + 5 + 2 - 4 =$$

$$\begin{array}{r} 8 + 2 \\ \hline 10 - 4 = 6 \end{array}$$

$$4) 12 \times (5 + 3) =$$

$$\begin{array}{r} 12 \times 8 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$6) 3 + 12 \times 5 =$$

$$\begin{array}{r} 60 + 3 \\ \hline 63 \end{array}$$

7. Joãozinho escreveu os números 1, 2 e 3 como resultados de operações envolvendo exatamente quatro algarismos 4, como na figura. Ele continuou até o número 8, mas cometeu um erro. Qual o erro cometido por Joãozinho?

$$4 = 4 + (4 - 4) \times 4$$

$$4 \checkmark$$

$$5 = (4 \times 4 + 4) + 4 \checkmark$$

$$\begin{array}{r} 16 + 4 \\ \hline 20 \div 4 = \\ \hline 5 \end{array}$$

$$6 = 4 + 4 + 4 + 4$$

$$\begin{array}{r} 1 + 4 \\ \hline 5 + 4 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$7 = 44 + 4 - 4 \checkmark$$

$$\begin{array}{r} 11 - 4 \\ \hline 7 \end{array}$$

8. Qual das expressões abaixo tem como resultado um número ímpar?

$$7 \times (5 + 11) \div 2 = 56 \checkmark$$

$$\begin{array}{r} 7 \times 16 \\ \hline 112 \div 2 = 56 \end{array}$$

$$(2005 - 2003) \times (2004 + 2003) = 8.014$$

$$\begin{array}{r} 2 \times 4007 \\ \hline 8014 \end{array}$$

$$7 + 9 + (11 - 13) + 15 + 17 = 42$$

$$\begin{array}{r} 9 + 24 \\ \hline 33 + 7 \\ \hline 40 + 15 = 55 + 17 = 72 \end{array}$$

9. Dentre as expressões abaixo, qual tem maior resultado?

$$(6 + 3) \times 0 = 0$$

$$\begin{array}{r} 9 \times 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$6 \times 3 \times 0 = 0$$

$$\begin{array}{r} 18 \times 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$6 + 3 \times 0 = 6$$

$$\begin{array}{r} 6 + 0 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$6 \times (3 + 0) = 18$$

$$\begin{array}{r} 6 \times 3 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$6 + 3 + 0 = 9$$

$$\begin{array}{r} 9 + 0 \\ \hline 9 \end{array}$$



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Pós-teste

10. Podemos colocar de várias maneiras um par de parênteses na expressão  $20 \div 2 + 3 \times 6$ , como por exemplo,  $20 \div (2 + 3 \times 6)$  e  $20 \div (2 + 3) \times 6$ . Qual das três expressões acima em o maior valor?

$$20 \div 2 + 3 \times 6 \quad 28$$

$$2 + 18$$

$$20 \div 20$$

$$1$$

10

$$20 \div (2 + 3 \times 6) \quad 1$$

$$20 \div 20$$

$$1$$

$$20 \div (2 + 3) \times 6 = 24$$

$$20 \div 5$$

$$4 \times 6$$

$$24$$

11. Qual é o resultado de  $2 + 4 \times 8 - 8 \div 4$ ?

$$2 + 4 \times 8 - 8 \div 4 = 32$$

$$32 - 2$$



Aluno 6

Pós-teste

- Dê o valor numérico das expressões abaixo:

1)  $30 + 16 + 5 + 11 = 62$  ✓  
 $46 + 16$

2)  $3 + 5 + 2 - 4 = 6$  ✓  
 $8 + 2 = 10 - 4$

3)  $2 \times 7 + 15 \div 3 = 19$  ✓  
 $14 + 5$

4)  $12 \times (5 + 3) = 96$  ✓  
 $12 + 8$

5)  $50 - [40 - 3 \times [10 \div (10 - 8)]] = 25$  ✗  
 $10 \div 2 = 5$   
 $40 - 3 \times 5 = 15$   
 $50 - 15 = 35$

6)  $3 + 12 \times 5 =$  ✗  
 $3 + 60$

7. Joãozinho escreveu os números 1, 2 e 3 como resultados de operações envolvendo exatamente quatro algarismos 4, como na figura. Ele continuou até o número 8, mas cometeu um erro. Qual o erro cometido por Joãozinho?

$4 = 4 + (4 - 4) \times 4 = 4$  ✓    
 $5 = (4 \times 4 + 4) \div 4 = 5$  ✓    
 $6 = 4 + 4 + 4 + 4 = 9$  ✓    
 $7 = 44 + 4 - 4 = 42$  ✓  
 $0 \times 4 = 0$  ✓    
 $4 \times 4 + 4 = 20$  ✓    
 $4 + 4 + 4 = 12$  ✓    
 $4 \div 4 = 1$  ✓    
 $4 - 4 = 0$  ✓  
 $6 + 4 = 20 \div 4 = 5$  ✓    
 $8 \div 4 = 2 + 4 = 6$  ✓

8. Qual das expressões abaixo tem como resultado um número ímpar?

$7 \times (5 + 11) \div 2 = 56$  ✓    
 $(2005 - 2003) \times (2004 + 2003) = 8014$  ✓    
 $7 + 9 + (11 + 13) + 15 + 17 = 72$  ✓  
 $6 \div 2 = 3 \times 8 = 24$  ✓    
 $2 \times 400 \pm = 800$  ✓    
 $7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = 72$  ✓

9. Dentre as expressões abaixo, qual tem maior resultado?

$(6 + 3) \times 0 = 0$     
 $6 \times 3 \times 0 = 0$     
 $6 + 3 \times 0 = 6$     
 $6 \times (3 + 0) = 18$     
 $6 + 3 + 0 = 9$   
 $9 \times 0 = 0$     
 $18 \times 0 = 0$     
 $3 \times 0 + 0 + 6 = 6$     
 $6 \times 3 + 0 = 18$     
 $6 + 3 + 0 = 9$



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Pós-teste

10. Podemos colocar de várias maneiras um par de parênteses na expressão  $20 \div 2 + 3 \times 6$ , como por exemplo,  $20 \div (2 + 3 \times 6)$  e  $20 \div (2 + 3) \times 6$ . Qual das três expressões acima em o maior valor?

$$20 \div 2 + 3 \times 6$$

$$10 + 18 = 28$$

$$20 \div (2 + 3 \times 6)$$

$$18 + 2 = 20 \div 20 = 1$$

$$20 \div (2 + 3) \times 6$$

$$5 \div 20 = 0,25 = \times 6 = 1,50$$

11. Qual é o resultado de  $2 + 4 \times 8 - 8 \div 4$ ?

$$32 - 2 = 30 + 2 = 32$$



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

TESTE DIAGNÓSTICO

- Dê o valor numérico das expressões abaixo:

$$1) 30 + 16 + 5 + 11 = 62$$

$\underbrace{30 + 16}_{46} + \underbrace{5 + 11}_{16} = 62$

$$2) 3 + 5 + 2 - 4 = 10$$

$\underbrace{3 + 5}_{8} + \underbrace{2 - 4}_{-2} = 10$

$$3) 2 \times 7 + 15 + 3 = 9$$

$\underbrace{2 \times 7}_{14} + \underbrace{15 + 3}_{18} = 29 \div 3 = 9$

$$4) 12 \times (5 + 3) = 96$$

$\underbrace{12 \times 8}_{96}$

$$5) 50 - (40 - 3 \times [10 \div (10 - 8)]) = 5$$

$\underbrace{10 - 8}_{2} \rightarrow \underbrace{3 \times 2}_{6} \rightarrow \underbrace{40 - 6}_{34} \rightarrow \underbrace{50 - 34}_{16} \rightarrow \underbrace{16 \div 10}_{1.6} \rightarrow \underbrace{13 - 8}_{5}$

$$6) 12 \times 5 + 3 = 63$$

$\underbrace{12 \times 5}_{60} + 3 = 63$

7. Joãozinho escreveu os números 1, 2 e 3 como resultados de operações envolvendo exatamente quatro algarismos 4, como na figura. Ele continuou até o número 8, mas cometeu um erro. Qual o erro cometido por Joãozinho?

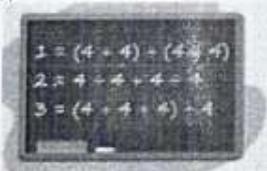
$$4 = 4 + (4 - 4) \times 4$$

$$5 = (4 \times 4 + 4) \div 4$$

$$6 = 4 + 4 + 4 + 4$$

$$7 = 44 \div 4 - 4$$

$$8 = 4 + 4 + 4 - 4$$



9. Dentre as expressões abaixo, qual tem maior resultado?

$$(6 + 3) \times 0 =$$

$$6 \times 3 \times 0 =$$

$$6 + 3 \times 0 =$$

$$6 \times (3 + 0) =$$

$$6 + 3 + 0 =$$

10. Podemos colocar de várias maneiras um par de parênteses na expressão  $20 \div 2 + 3 \times 6$ , como por exemplo,  $20 \div (2 + 3 \times 6)$  e  $20 + (2 + 3) \times 6$ . Qual das três expressões acima em o maior valor?

8. Qual das expressões abaixo tem como resultado um número ímpar?

$$7 \times 5 \times 11 \times 13 \times 2 =$$

$$(2005 - 2003) \times (2004 + 2003) =$$

$$7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 =$$

$$52 + 32 =$$

$$3 \times 5 + 7 \times 9 + 11 \times 13 =$$

11. (1º fase 6º e 7º ano - 2010) Qual é o resultado de  $2 + 4 \times 8 - 8 \div 4$ ?

## Baralho das Expressões

<p>Dois mais quatro vezes seis</p>	$2 + 4 \times 6 =$	<b>26</b>
<p>Dois mais quatro, vezes seis</p>	$(2 + 4) \times 6 =$	<b>36</b>
<p>Cinquenta subtraído de nove, vezes dez</p>	$(50 - 9) \times 10 =$	<b>410</b>

<p>+    <b>Dez vezes nove subtraído de cinquenta</b>    -</p>	<p>+    <math>10 \times 9 - 50</math>    -</p>	<p>+    <b>40</b>    -</p>
<p>+    <b>Trinta e sete menos sete mais vinte</b>    -</p>	<p>+    <math>37 - 7 + 20 =</math>    -</p>	<p>+    <b>50</b>    -</p>
<p>+    <b>Trinta e sete, menos sete mais vinte</b>    -</p>	<p>+    <math>37 - (7 + 20) =</math>    -</p>	<p>+    <b>10</b>    -</p>

Vinte e um dividido por três mais quatro	$21 \div 3 + 4 =$	<b>11</b>
Vinte e um, dividido por três mais	$21 \div (3 + 4) =$	<b>3</b>
Dois mais cinco, vezes, quatro mais seis	$(2 + 5) \times (4 + 6) =$	<b>70</b>

<p>Dois mais cinco vezes quatro mais seis</p>	$2 + 5 \times 4 + 6 =$	<b>28</b>
<p>Dois mais cinco, vezes quatro mais seis</p>	$(2 + 5) \times 4 + 6 =$	<b>34</b>
<p>Vinte menos dois vezes quatro mais cinco</p>	$20 - 2 \times 4 + 5 =$	<b>17</b>

<p>Vinte menos dois, vezes, quatro mais cinco</p>	$(20 - 2) \times (4 + 5) =$	<p><b>162</b></p>
<p>Vinte menos dois, vezes quatro mais cinco</p>	$(20 - 2) \times 4 + 5 =$	<p><b>77</b></p>
<p>Quatro mais seis vezes seis, menos cinco vezes oito</p>	$(4 + 6 \times 6) - 5 \times 8 =$	<p><b>0</b></p>

<p>Quatro mais seis vezes seis menos cinco vezes oito</p>	$4 + 6 \times (6 - 5) \times 8 =$	<p><b>0</b></p>
<p>vinte menos dezesesseis, dividido por dois, dividido por dois</p>	$(20 - 16) \div 2 \div 2 =$	<p><b>1</b></p>



Universidade do Estado do Pará  
Centro de Ciências Sociais e  
Educação  
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de  
Matemática Trav. Djalma Dutra, s/nº – Telégrafo  
66113-010 Belém-PA  
[www.uepa.br](http://www.uepa.br)