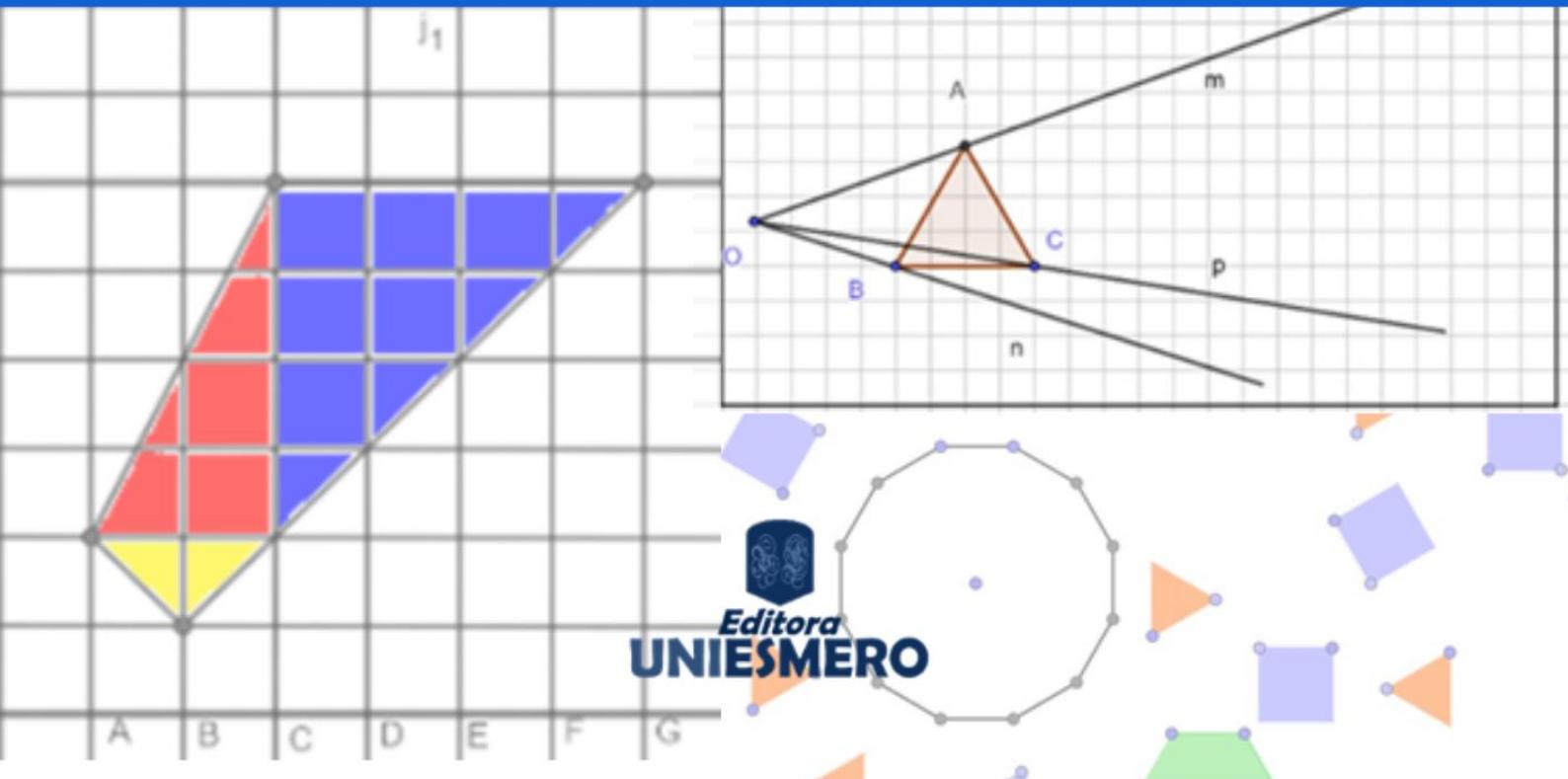


**Laboratório de Matemática e  
Ensino Professor Bernardo  
Rodrigues Torres  
(LABMATEN/UECE)**

# Práticas laboratoriais para o ensino de Geometria

sob o olhar do licenciando em matemática

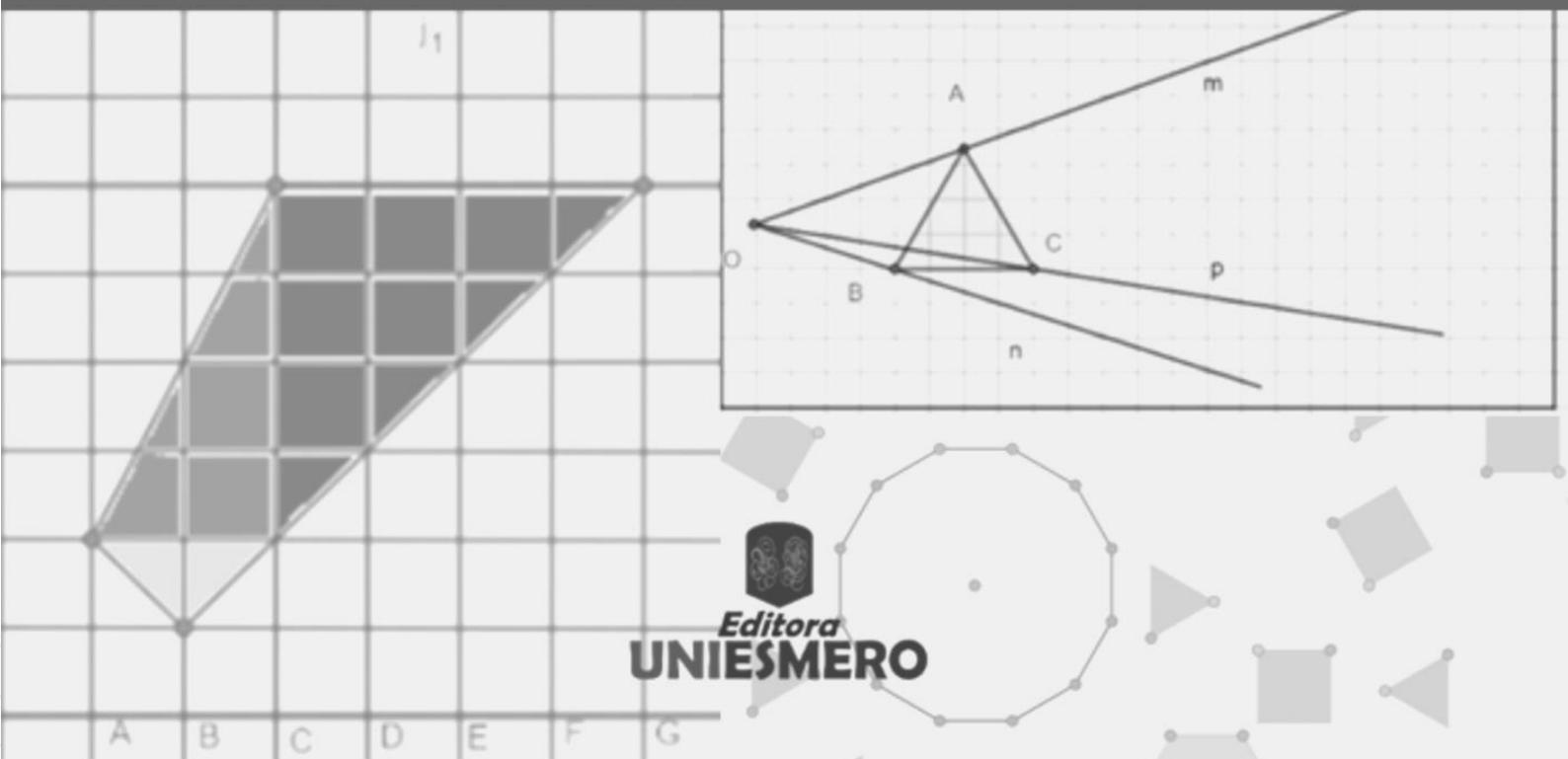
Francisco Wagner Soares Oliveira  
Antonia Naiara de Sousa Batista  
Ana Carolina Costa Pereira  
(organizadores)



*Laboratório de Matemática e  
Ensino Professor Bernardo  
Rodrigues Torres  
(LABMAtEN/UECE)*

**Práticas laboratoriais para o  
ensino de Geometria**  
sob o olhar do licenciando em matemática

Francisco Wagner Soares Oliveira  
Antonia Naiara de Sousa Batista  
Ana Carolina Costa Pereira  
(organizadores)



## **2022 – Editora Uniesmero**

[www.uniesmero.com.br](http://www.uniesmero.com.br)

uniesmero@gmail.com

### **Organizadores**

Francisco Wagner Soares Oliveira

Antonia Naiara de Sousa Batista

Ana Carolina Costa Pereira

**Editor Chefe:** Jader Luís da Silveira

**Editoração e Arte:** Resiane Paula da Silveira

**Imagens, Arte e Capa:** Organizadores/Autores

**Revisão:** Respectivos autores dos artigos

### **Conselho Editorial**

Ma. Tatiany Michelle Gonçalves da Silva, Secretaria de Estado do Distrito Federal, SEE-DF

Ma. Jaciara Pinheiro de Souza, Universidade do Estado da Bahia, UNEB

Dra. Náyra de Oliveira Frederico Pinto, Universidade Federal do Ceará, UFC

Ma. Emile Ivana Fernandes Santos Costa, Universidade do Estado da Bahia, UNEB

Me. Rudvan Cicotti Alves de Jesus, Universidade Federal de Sergipe, UFS

Me. Heder Junior dos Santos, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP

Ma. Dayane Cristina Guarnieri, Universidade Estadual de Londrina, UEL

Me. Dirceu Manoel de Almeida Junior, Universidade de Brasília, UnB

Ma. Cinara Rejane Viana Oliveira, Universidade do Estado da Bahia, UNEB

Esp. Jader Luís da Silveira, Grupo MultiAtual Educacional

Esp. Resiane Paula da Silveira, Secretaria Municipal de Educação de Formiga, SMEF

Sr. Victor Matheus Marinho Dutra, Universidade do Estado do Pará, UEPA

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

P436g	Oliveira, Francisco Wagner Soares Práticas Laboratoriais para o Ensino de Geometria: Sob o olhar do licenciando / Francisco Wagner Soares Oliveira; Antonia Naiara de Sousa Batista; Ana Carolina Costa Pereira (organizadores). – Formiga (MG): Editora Uniesmero, 2022. 135 p. : il.  Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-65-84599-22-2 DOI: 10.5281/zenodo.6280641  1. Laboratório de Matemática. 2. Práticas Laboratoriais. 3. Geometria. 4. Licenciandos em Matemática. 5. Educação Básica. I. Oliveira, Francisco Wagner Soares. II. Batista, Antonia Naiara de Sousa. III. Pereira, Ana Carolina Costa. IV. Título.	CDD: 516 CDU: 51
-------	---	---------------------

*Os artigos, seus conteúdos, textos e contextos que participam da presente obra apresentam responsabilidade de seus autores.*

Downloads podem ser feitos com créditos aos autores. São proibidas as modificações e os fins comerciais.

Proibido plágio e todas as formas de cópias.

Editora Uniesmero  
CNPJ: 35.335.163/0001-00  
Telefone: +55 (37) 99855-6001  
[www.uniesmero.com.br](http://www.uniesmero.com.br)  
[uniesmero@gmail.com](mailto:uniesmero@gmail.com)

Formiga - MG  
Catálogo Geral: <https://editoras.grupomultiatual.com.br/>

Acesse a obra originalmente publicada em:  
<https://www.uniesmero.com.br/2022/02/>



## PREFÁCIO

No contexto da licenciatura em matemática, as discussões envolvendo o currículo e os modos de ensinar ainda constituem um desafio. Pois, a busca de um alinhamento de um com o outro pauta-se na perspectiva de entendê-los e direcioná-los de maneira que subsidiem o trabalho de quem forma e de quem está sendo formado. E considerando a dimensão pedagógica da preparação do futuro professor, comprehende-se que este sujeito desempenhará seu papel social com saberes que vão além dos constituídos pela ciência matemática.

Nesse sentido, pensando na conexão da formação inicial do professor com o ensino é que surge o laboratório de matemática, tema abordado nesta obra que ao longo de algumas décadas tem evidenciado sua relevância e contribuído cada vez mais para a construção do conhecimento e desenvolvimento da prática profissional do futuro professor. E embora alguns obstáculos que envolvem a relação do *quê* com o *como* ensinar perpassem o universo acadêmico, especificamente a graduação, as ações realizadas no Laboratório de Matemática e Ensino Professor Bernardo Rodrigues Torres (LAbMatEN) da Universidade Estadual do Ceará (UECE) mostram, neste livro, a possibilidade de superar a árdua tarefa de discutir o ensino de matemática na licenciatura e entretecer a teoria com a prática.

Um aspecto a ser observado é que as experiências contempladas neste livro apontam para um processo investigativo, pois ao mesmo tempo em que trata da maneira de conceber o ensino para a aprendizagem, explora o conteúdo por meio de práticas laboratoriais a partir do uso de ferramentas matemáticas na disciplina Laboratório de Ensino de Geometria (LEG) com a estruturação de aulas direcionadas para o ensino fundamental e médio, possibilitando aos licenciandos, uma contemplação em questões essenciais da prática do ensino como o que fazer na introdução de uma aula; o que e como planejá-la; que aspectos do recurso didático podem ser considerados; momentos da aula em que devem e podem ser utilizados; como avaliar a condução do ensino.

Percebe-se, por meio dessa observação, a ideia de que este livro também trata da relação que o ensino deve ter com a pesquisa evidenciando a necessidade de formar professores pesquisadores, uma afirmativa que nos intui a pensar nas

diferentes concepções de Laboratório de Matemática e na diversidade de ações educativas apresentadas aqui, fazendo-nos entender o LAbMatEN como um agente de formação, pois além de empreender a construção do conhecimento por meio da formação de conceitos também reflete os aspectos didático-pedagógicos e explora o saber na relação da matemática acadêmica com a escolar.

*Práticas laboratoriais para o ensino de geometria: sob o olhar do licenciando* traz, em sua intencionalidade, o compartilhamento de atividades entre professor formador e licenciando, dando-nos a oportunidade de pensar no saber-fazer e na relação da atividade matemática de cada um proporcionando uma formação docente mútua. Portanto, a experiência aqui apresentada torna-se pertinente na prática do educador matemático onde quer que aconteça, permitindo uma atenção significativa no ensino e na aprendizagem.

Profa. Dra. Joelma Nogueira dos Santos  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará

# SUMÁRIO

<b>APRESENTAÇÃO .....</b>	8
<i>Francisco Wagner Soares Oliveira</i>	
<i>Antonia Naiara de Sousa Batista</i>	
<i>Ana Carolina Costa Pereira</i>	
<b>CAPÍTULO 1.....</b>	15
<i>Brincando com os elementos de uma circunferência no geoplano .....</i>	16
<i>Catarine Araújo de Carvalho</i>	
<i>Geferson Bastos Alves</i>	
<b>CAPÍTULO 2.....</b>	24
<i>Reconhecendo o processo homotético por meio de triângulos.....</i>	25
<i>Amanda Cardoso Benicio de Lima</i>	
<i>Vinicius de Sousa Paula</i>	
<b>CAPÍTULO 3.....</b>	38
<i>Quebra-cabeça: Usando Polígonos Regulares .....</i>	39
<i>Dailson Silva Santos</i>	
<i>Werther Xisto da Silva Cardoso</i>	
<b>CAPÍTULO 4.....</b>	45
<i>Descobrindo o valor de PI.....</i>	46
<i>José Sandes da Fonseca Neto</i>	
<i>Joana Paula Silva Mano</i>	
<b>CAPÍTULO 5.....</b>	52
<i>Estudar a área de figuras mais complexas através da decomposição em figuras mais simples .....</i>	53
<i>Francisco Luís Felipe Gomes de Oliveira</i>	
<i>Ricardo Sousa Alves</i>	
<b>CAPÍTULO 6.....</b>	61
<i>Descobrindo a semelhança entre triângulos.....</i>	62

*Maria Meirilene Rocha Moura*

<b>CAPÍTULO 7.....</b>	68
<i>Jogando com Acess .....</i>	69
<i>Daniel da Silva Rocha</i>	
<i>Pedro Henrique Sales Ribeiro</i>	
<b>CAPÍTULO 8.....</b>	76
<i>Cinema cartesiano .....</i>	77
<i>Anna Letícia de Araújo Silva</i>	
<i>Maria Larissa da Silva Sales</i>	
<b>CAPÍTULO 9.....</b>	86
<i>Desafio cartesiano .....</i>	87
<i>Kawoana da Costa Soares</i>	
<i>Lívia Bezerra de Alencar</i>	
<b>CAPÍTULO 10.....</b>	103
<i>Estudando as relações entre os elementos de prismas e pirâmides a partir da Corrida Poliédrica .....</i>	104
<i>Milena Carneiro Almeida</i>	
<i>Sabrina de Sousa Paulino</i>	
<b>CAPÍTULO 11.....</b>	113
<i>Desvende-me se for capaz.....</i>	114
<i>Francisco Ranieliton Ribeiro de Moraes</i>	
<i>Thais Farias Fernandes</i>	
<b>CAPÍTULO 12.....</b>	123
<i>Descobrindo a soma dos ângulos internos de um triângulo e de outros polígonos.....</i>	124
<i>Felipe de Lima Silva</i>	

## APRESENTAÇÃO

O presente livro é fruto do trabalho no Laboratório de Matemática e Ensino Professor Bernardo Rodrigues Torres (LAbMatEN) da Universidade Estadual do Ceará (UECE). Desde 1998, momento em que foram iniciados esforços no sentido de pensar e construir o LAbMatEN, buscou-se aproximar essa sala-ambiente<sup>1</sup> tanto dos discentes da Licenciatura como também de professores da Educação Básica.

Umas das primeiras ações do LAbMatEN voltadas a atender professores da Educação Básica foi o empréstimo de alguns materiais didáticos manipuláveis. Os educadores, em sua maioria da região de Fortaleza, dirigiam-se a este lugar especial da UECE para buscar recursos que pudessem favorecer e ajudar no processo de ensino e aprendizagem para além da utilização rotineira de quadro e pincel.

A partir desse exemplo atrelado as ações do LAbMatEN para a comunidade, cabe destacar que seu objetivo é funcionar como uma sala-ambiente, em que possa colaborar para a formação de discentes da licenciatura, de professores e estudantes da educação básica.<sup>2</sup> Além disso, o referido Laboratório também coaduna com a concepção de Turrioni e Perez (2012) ao destacarem que esse espaço é um lugar para pensar e construir o pensamento matemático. Segundo Turrioni (2004) dentre os objetivos do Laboratório de

---

<sup>1</sup> Essa concepção do Laboratório como uma sala-ambiente vem das ideias de Lorenzato (2012). Nessa perspectiva o LEM é o ambiente para “estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático [...], enfim, aprender e principalmente aprender a aprender” (LORENZATO, 2012, p. 7).

<sup>2</sup> Para mais detalhes sobre o trabalho desenvolvido pelo LAbMatEN/UECE e sua concepção sobre a formação de professores vide: Pereira e Oliveira (2021): “O ambiente remoto como ferramenta promotora de práticas laboratoriais no ensino de trigonometria em cursos de licenciatura em matemática”; Pereira, Batista e Oliveira (2021): “Novas configurações do laboratório de ensino de Trigonometria a partir da incorporação da tecnologia articulada a história da Matemática”; Pereira, Pinheiro e Santos (2021): “A concepção de laboratório de matemática de licenciandos: repensando conceitos, uso e formação”; Santos e Pereira (2015); Santos, Pereira e Martins (2016): “Práticas no laboratório de matemática na inserção da educação a distância”; Pereira e Vasconcelos (2006): “Materiais Manipulativos (Material Concreto): Construindo uma proposta Pedagógica por meio do Laboratório de Matemática e Ensino da UECE” e Santos (2021): “O Laboratório de Matemática e Ensino (LME) na formação inicial do professor: orientações metodológicas com base na Sequência Fedathi”.

Ensino de Matemática (LEM), tem-se ainda o de favorecer o desenvolvimento profissional e a formação como pesquisador de estudos da Licenciatura e de professores (TURRIONNI, 2004).

Diante do desafio ocasionado pela pandemia do Covid-19 para a Educação Mundial, o LAbMatEN passou a ter suas ações formativas com discentes da Licenciatura em Matemática no formato remoto. Nesse contexto, além de materiais didáticos costumeiramente utilizados, foram necessários pensar e produzir outros recursos, particularmente os digitais.<sup>3</sup>

Contudo, cabe destacar que recursos desse tipo não são novidade, há tempos eles vêm sendo indicados como necessários dentro de um Laboratório, dentre eles, tem-se: filmes; modelos dinâmicos; figuras; computadores; e softwares de geometria dinâmica (LORENZATO, 2012). À luz de materiais desse tipo, desenvolve-se dentro do campo do LAbMatEN a disciplina de Laboratório de Ensino de Geometria (LEG)<sup>4</sup> vinculada ao curso de Licenciatura em Matemática da UECE.

Valorizando o material produzido pelos discentes durante essa disciplina e ainda sob a intenção de continuar aproximando os materiais e práticas pensadas no LAbMatEN a professores e estudantes da Educação Básica, é que pensamos na produção deste livro. Nesses termos, o objetivo dessa obra é apresentar práticas laboratoriais a professores da Educação Básica, as quais estão atreladas a um material didático.

Compõem esse livro algumas das práticas elaboradas na disciplina de LEG que ocorreu nos semestres 2019.2, 2020.1 e 2020.2 no formato remoto. Para a elaboração de cada atividade o cuidado dos discentes está principalmente em favorecer o processo de ensino e aprendizagem de forma exploratório-investigativo a partir de materiais didáticos manipuláveis, os quais, alguns deles foram elaborados de forma inédita pelos discentes na disciplina de LEG.

A ideia é que as práticas possam tornar as aulas de matemáticas mais dinâmicas e interessantes para os alunos e professores da Educação Básica, para que desse modo possam aprender ou ressignificar conceitos de forma mais significativa a partir do contato e manipulação dos materiais propostos.

---

<sup>3</sup> Lorenzato (2012) ao falar do material didático concreto, ele deixa claro que pode ser qualquer material útil ao processo de ensino aprendizagem. Muitos dos recursos aqui elaborados ou utilizados pelo discentes da Licenciatura em Matemática para o contexto do ensino remoto fazem parte do que Lorenzato (2012) interpreta como materiais concretos do tipo imagens gráficas.

<sup>4</sup> A disciplina de Laboratório de Ensino de Trigonometria fundamenta sua existência nas concepções de Lorenzato (2012): “Laboratório de Ensino de Matemática na formação de Professores”; Kaleff (1998): “Vendo e entendendo poliedros”; Rêgo e Rêgo (2014): “Laboratório de Ensino de Geometria”; e Rodrigues e Gazire (2015): “Laboratório de Educação Matemática na formação de Professores”.

Dando destaque a formação dos discentes matriculados na disciplina de LEG, entende-se que ela foi possivelmente favorecida, pois eles tiveram que: produzir materiais; realizar pesquisas em ambientes digitais e em livros; estudar elementos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC); pensar no processo de ensino e aprendizagem; dentre outras ações. Diante desse trabalho executado pelos discentes é possível vislumbrar que possa ter ocorrido o que Turrioni (2004) chama de Desenvolvimento Profissional e Formação do Professor Pesquisador.

Essa obra se configura como o primeiro volume de uma coletânea que se espera, que a partir de então, possa ser produzida anualmente, rendendo desse modo uma vasta gama de propostas de práticas laboratoriais para professores da educação básica. As ações exploratório-investigativas, aqui expostas, foram desenvolvidas em grande parte, para ocorrerem dentro do contexto do ensino remoto, com atividades síncronas, contudo cabe destacar que elas também podem ocorrer na sala de aula após o retorno das aulas presenciais.

Em cada um dos capítulos deste livro é exposta uma proposta de prática pensada pelos discentes, eles trazem um guia para o professor e a folha do aluno. No material voltado para o professor eles apontam orientações para que o docente possa guiar a atividade, fazem também a indicação da(s) habilidade(s) e objeto(s) de conhecimento(s) contemplado(s) na BNCC referente à unidade temática de Geometria<sup>5</sup>.

É realizado um direcionamento particularmente a BNCC, devido ao fato das demais propostas nacionais e estaduais estarem à luz desse documento curricular, a exemplo, têm-se a Matriz de Referência do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e, particularmente no contexto cearense o Documento Curricular Referencial do Ceará (DCRC).

Além da unidade temática, objeto de conhecimento e habilidades, na estrutura do guia do professor, podem-se observar ainda: uma sinopse, em que se resume elementos da prática; objetivos tanto para os professores como para os estudantes; os conhecimentos prévios necessários; materiais necessários; duração da proposta de atividade; etapas pensadas para andamento da ação; referências; e por vezes anexos.

Na folha do aluno os discentes da disciplina de LEG trazem um passo a passo para os alunos seguirem, no sentido de favorecer o andamento e a obtenção do objetivo com a atividade. Desse modo, são apresentados aos estudantes: uma

---

<sup>5</sup> Sobre a Unidade Temática Geometria, cabe destacar que os discentes da disciplina de LEG têm a consciência de que ela “envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (BRASIL, 2018, p. 271). Também é consenso que “estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos” (BRASIL, 2018, p. 271).

foto do material didático manipulável; comentários iniciais sobre a prática laboratorial; e orientações para o desenvolvimento da ação, a qual é subdividida em etapas/momentos. A intenção com esta folha do aluno é que ela possa subsidiar o trabalho do professor no sentido de favorecer a execução e andamento da prática. Assim, este livro se encontra dividido em 12 capítulos.

O primeiro capítulo foi desenvolvido por Catarine Araújo de Carvalho e Geferson Bastos, intitulado de “Brincando com os elementos de uma circunferência no Geoplano”, em que propõem uma prática laboratorial para o 7º ano do Ensino Fundamental a partir do Geoplano Circular como material manipulativo. A intenção com essa prática é favorecer aos estudantes a obtenção da habilidade (EF07MA22) da BNCC. A proposta é que sejam discutidos particularmente os elementos de uma circunferência e sua definição como lugar geométrico.

O segundo capítulo foi escrito por Amanda Cardoso Benicio de Lima e Vinicius de Sousa Paula, denominado de “Reconhecendo o processo homotético por meio de triângulos”, cujo os autores fazem uso de um recurso dinâmico elaborado no Software GeoGebra que nomeiam de “Malha homotética”, a partir dele, propõem trabalhar a semelhança de triângulos. Assim, os autores direcionam a prática para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

O terceiro capítulo foi redigido por Dailson Silva Santos e Werther Xisto da Silva Cardoso, nomeado de “Quebra-cabeça: Usando Polígonos Regulares” no qual é exposta uma prática pensada para alunos do 7º ano do ensino fundamental. A intenção dos autores é que se possa trabalhar a habilidade (EF07MA27) da BNCC a partir de um Quebra-cabeça dinâmico criado no Software GeoGebra. O principal objeto de conhecimento que pode ser discutido nessa atividade é ângulos internos de polígonos regulares.

O quarto capítulo foi composto por José Sandes da Fonseca Neto e Joana Paula Silva, chamado de “Descobrindo o valor de PI” em que se tem uma prática voltada para alunos do 8º ano do Ensino Fundamental a partir de materiais de fácil obtenção, como por exemplo, algumas xícaras e barbantes. Para o professor, o foco está em demonstrar a relação entre a circunferência e o valor de Pi. A intenção é que se possa favorecer para a obtenção da habilidade (EF08MA19) da BNCC.

O quinto capítulo foi redigido por Francisco Luís Felipe Gomes de Oliveira e Ricardo Sousa Alves, intitulado de “Estudar a área de figuras mais complexas através da decomposição em figuras mais simples”, voltada para estudantes do 3º ano do Ensino Médio. Nela, os autores propõem o trabalho da habilidade (EM13MAT506) da BNCC a partir de uma construção dinâmica construída no GeoGebra.

O sexto capítulo foi produzido por Maria Meirilene Rocha Moura e denominado de “Descobrindo a semelhança entre triângulos”, no qual é proposta uma prática para o 9º ano do Ensino Fundamental para trabalhar a semelhança de triângulos. O recurso elencado trata-se de triângulos semelhantes construídos em folhas de Eva. A intenção é que a atividade possa favorecer os estudantes da Educação Básica a reconhecer de forma simples as condições necessárias para que triângulos sejam semelhantes.

O sétimo capítulo foi produzido por Daniel da Silva Rocha e Pedro Henrique Sales Ribeiro, intitulado “Jogando com Acess”, que é dedicado a trazer uma prática para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Como material didático é elencado o “Acess” que se trata de um jogo de perguntas elaborado na plataforma *Power Point*. O foco dos autores é favorecer a obtenção da habilidade (EM13MAT309) da BNCC, particularmente conceitos relacionados a área de figuras planas e volume.

O oitavo capítulo elaborado por Anna Letícia de Araújo Silva e Maria Larissa da Silva Sales, nomeado de “Cinema cartesiano”, as autoras fazem uso de um recurso elaborado no GeoGebra, especificamente a construção dinâmica de um Cinema cartesiano no software. A intenção é que por meio dessa prática laboratorial os estudantes da educação básica possam entender com êxito o conceito de distância de dois pontos no plano cartesiano aplicando seus conhecimentos prévios.

O nono capítulo foi desenvolvido por Kawaana da Costa Soares e Lívia Bezerra de Alencar, denominado de “Desafio cartesiano”, no qual é dedicado a exposição de uma proposta de prática voltada para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. O material proposto tem como finalidade de atender a habilidade (EF09MA16) da BNCC, em especial o conceito de distância entre pontos no plano cartesiano.

O décimo capítulo foi produzido por Milena Carneiro Almeida e Sabrina de Sousa Paulino, intitulado de “Estudando as relações entre os elementos de prismas e pirâmides a partir da Corrida Poliédrica”, em que se têm uma atividade proposta pelos discente a partir da Corrida Poliédrica, recurso esse por eles elaborado. O foco é desenvolver a habilidade (EF06MA17) da BNCC, isso como forma de que os estudantes possam reconhecer os elementos (fazes, vértices e arestas) de prismas e pirâmides, assim como utilizar as propriedades dessas formas geométricas.

O décimo primeiro capítulo foi elaborado por Francisco Ranieliton Ribeiro de Moraes e Thais Farias Fernandes, denominado de “Desvende-me se for capaz”, no qual os autores propõem uma prática para alunos do 2º ano do Ensino Médio por meio dos Poliedros de Platão. Os discentes congregam duas habilidades para serem trabalhadas com os estudantes, são elas a habilidade

(EM13MAT505) e a habilidade (EF06MA17). O foco da prática são os Poliedros de Platão e a Relação de Euler.

No décimo segundo capítulo foi desenvolvido por Felipe de Lima Silva, sob o título de “Descobrindo a soma dos ângulos internos de um triângulo e de outros polígonos”, em que o autor dá destaque às discussões entorno da soma dos ângulos internos de um triângulo e de outros polígonos. Desse modo, a prática está direcionada a alunos do 8º ano do Ensino Fundamental e busca contemplar as habilidades (EF08MA15) e (EF08MA18) da BNCC. Como recurso didático para o desenvolvimento da prática é proposto o uso de alguns polígonos recortados em papel.

Diante do contexto destacado, na sequência se expõe as práticas laboratoriais vislumbradas para a Educação Básica, espera-se que elas possam tanto ampliar o banco de atividades disponíveis ao professor como também os ajudar a pensar em outras propostas para a sala de aula.

*Francisco Wagner Soares Oliveira  
Antonia Naiara de Sousa Batista  
Ana Carolina Costa Pereira*

## **Referências**

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC).** Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018.

KALEFF, A. M. **Vendo e entendendo poliedros.** Niterói: EDUFF, 1998.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas, SP, Autores Associados, 2012. p. 57-76.

PEREIRA, A.; BATISTA, A. N.; OLIVEIRA, G. Novas configurações do laboratório de ensino de Trigonometria a partir da incorporação da tecnologia articulada a história da Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, n. 4, p. 1-19, 30 set. 2021.

PEREIRA, A. C. C.; OLIVEIRA, G. P. O ambiente remoto como ferramenta promotora de práticas laboratoriais no ensino de trigonometria em cursos de licenciatura em matemática. **Revista Prática Docente, [S. l.],** v. 6, n. 2, p. e027, 2021.

PEREIRA, A. C. C., PINHEIRO, A. C. M., & SANTOS, J. N. dos. (2021). A concepção de laboratório de matemática de licenciandos: repensando conceitos, uso e formação. **Educação Matemática Em Revista**, 26(73), 24 - 43.

PEREIRA, A. C. C.; VASCONCELOS, C. B. Materiais Manipulativos (Material Concreto): Construindo uma proposta Pedagógica por meio do Laboratório de Matemática e Ensino da UECE. In: I Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2006, Recife. **Anais do I Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Recife: UFPE, 2006.

RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M.; VIEIRA, K. M. **Laboratório de Ensino de Geometria**. Rio de Janeiro: Autores Associados, 2014.

RODRIGUES, F. C.; GAZIRE, E. S. **Laboratório de Educação Matemática na formação de Professores**. Curitiba: Appris, 2015.

SANTOS, J. N. **O Laboratório de Matemática e Ensino (LME) na formação inicial do professor: orientações metodológicas com base na Sequência Fedathi**. Orientador: Hermínio Borges Neto. 2021. 209 f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2021.

SANTOS, J. N.; PEREIRA, A. C. C. A matemática escolar e o laboratório como ambiente de aprendizagem: algumas considerações sobre o ensino. **Revista Conexões - Ciência e tecnologia**, v. 9, p. 17-25, 2015.

SANTOS, J. N.; PEREIRA, A. C. C.; MARTINS, E. B. Práticas no laboratório de matemática na inserção da educação a distância. In: Maria José Costa dos Santos; Fernanda Cíntia Costa Matos; Elisângela Bezerra Magalhães. (Org.). **As dimensões epistemológicas do saber matemático: ensino e aprendizagem**. 1ed. Curitiba: Editora CRV, 2016, v. 1, p. 125-141.

TURRIONI, A. M. S. **O laboratório de Educação Matemática na formação inicial de professores**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação matemática) – Unesp, Rio Claro, 2004.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LORENZATO, Sérgio (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas, SP, Autores Associados, 2012. p. 57-76.

# CAPÍTULO 1

Brincando com os  
elementos de uma  
circunferência no  
Geoplano

## CAPÍTULO 1

### Brincando com os elementos de uma circunferência no geoplano

*Catarine Araújo de Carvalho*

*Geferson Bastos Alves*

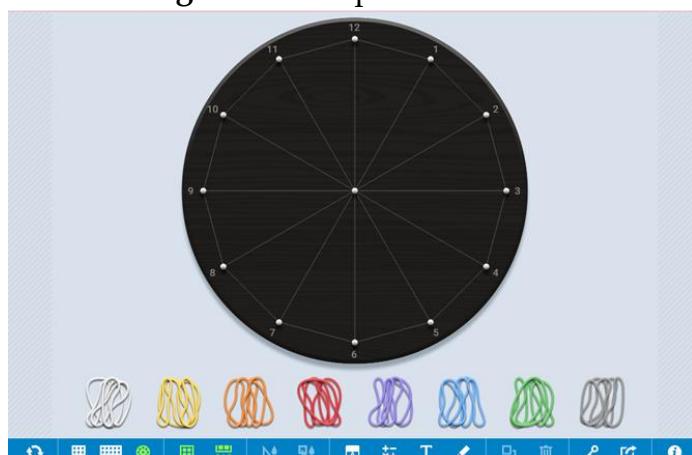
#### INTRODUÇÃO

O experimento baseia-se na utilização de um recurso chamado Geoplano Circular que poderá ser acessado pelo professor e seus alunos no site *Geoboard*<sup>6</sup>, com o intuito de construir o conhecimento junto aos estudantes de uma turma de 7º ano. Visa-se fazer com que os alunos confrontem as teorias com a prática e que discutam entre si sobre circunferência e de seus elementos, como semicircunferência, corda, diâmetro e raio. Devido à pandemia da covid-19, a prática foi elaborada para ser realizada de forma virtual na qual haverá momentos em que todos estarão reunidos na mesma sala virtual e em outros em que eles estarão em grupos para que possam discutir e construir um conhecimento esperado, porém isso não impede do professor realizar a prática presencialmente em sala de aula. Não se trata apenas de uma aula prática, na qual os alunos exploraram o recurso de forma espontânea, mas sim, de aula planejada e guiada, na qual você trabalhará conteúdos já previamente estudados pelos estudantes.

#### GUIA DO PROFESSOR

#### Material Didático Manipulável

**Figura 1 – Geoplano Circular**



**Fonte:** <https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>.

#### Elementos que norteiam a prática

<sup>6</sup> <https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>.

**Quadro 1 – Resumo da prática**

Série/Ano	7º ano	
Unidade temática	Geometria	
Objeto de conhecimento	A circunferência como lugar geométrico.	
Habilidade	(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes (BRASIL, 2018, p. 309).	
Objetivos	Docente	<ul style="list-style-type: none"> <li>Atrelar conceitos teóricos já estudados com uma prática divertida e interessante na qual os alunos irão desenvolver o conhecimento sobre a construção de uma circunferência e de seus elementos, como semicircunferência, corda, diâmetro e raio.</li> </ul>
	Aluno	<ul style="list-style-type: none"> <li>Desenvolver a habilidade própria de discutir, explorar seus conhecimentos, trabalhar em grupo e chegar a uma conclusão sobre a definição de circunferência, semicircunferência, corda, diâmetro e raio.</li> </ul>
Materiais necessários	Para a realização do experimento é necessário que você esteja com o seguinte material disponível aos alunos, celular ou computador com acesso à internet.	
Conhecimentos prévios	Polígonos; Reta; Ponto; Informática Básica.	
Duração	40 min	

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

### Aspectos gerais

*Sinopse:*

Caro professor, essa prática apresenta a possibilidade de que os alunos utilizem um site *Geoboard*, no qual é possível manusear o Geoplano Circular e nele realizar a construção de uma circunferência e de seus elementos, como semicircunferência, corda, diâmetro e raio.

### O experimento

A aula será iniciada com uma breve explicação sobre o recurso chamado Geoplano Circular que poderá ser acessado pelo professor e seus alunos através do site *Geoboard*, e logo depois será dado início a atividade. Para a participação, é necessário ter acesso à internet, pois sua execução ocorrerá através de uma

videoconferência e utilização do site, onde consta o aplicativo. A prática terá um tempo de 40 minutos.

## Preparação

Averiguar a quantidade de computadores disponíveis, verificar se há conexão de internet no espaço, separar os alunos em grupos e enviar o link da videoconferência para os alunos.

## Etapas para o desenvolvimento do experimento

### *Etapa 1 (8 minutos)*

Inicialmente todos os alunos deverão acessar o link:

<https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>

Após isso, o professor guiará a turma pelo site destacando os seguintes pontos:

- Apresentação geral do site;
- Uma breve amostragem dos três tipos de geoplano, de modo a especificar o que será utilizado na aula, que é o circular. Para isso, o professor irá clicar em cada um dos três ícones da Figura 2:

**Figura 2** – Representação para acesso ao geoplano circular



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

- Nesse momento você irá ensinar ao aluno como chegar ao geoplano circular, para a realização da prática, pedindo para que eles cliquem nesses três elementos;
- Em seguida, o professor vai orientar os alunos nas etapas seguintes, abordando a dinâmica da aula e a leitura da folha do aluno.

### *Etapa 2 (5 minutos)*

Nesse momento, a sala será dividida pelo professor em grupos de aproximadamente quatro integrantes. Cada aluno dentro da sua equipe assumirá uma determinada função na atividade, orientada pelo professor, que explicará as atribuições de cada um:

- Aluno A responsável pelo compartilhamento de sua tela, mostrando a prática proposta no site do Geoplano Circular, durante a realização da atividade em grupo na etapa 4 da aula, para que os demais alunos do

grupo possam visualizá-la. É necessário que esse aluno esteja usando um computador;

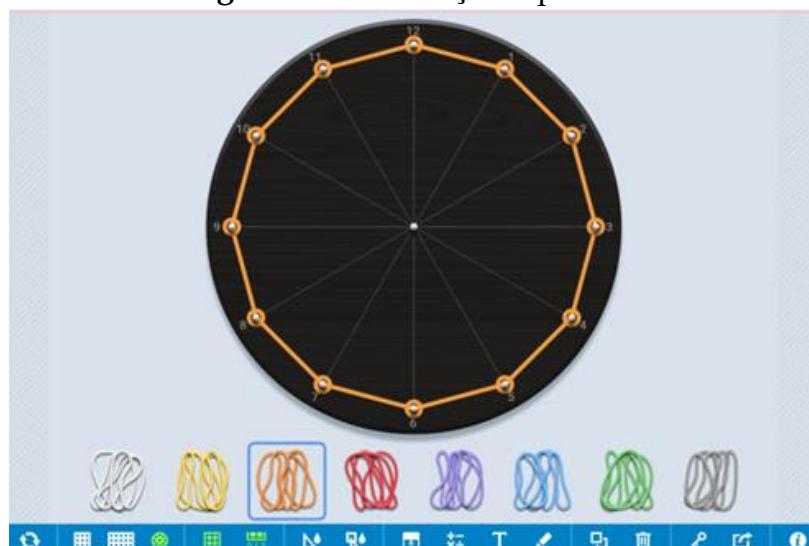
- Aluno B responsável por anotar a conclusão de cada um dos pontos que forem surgindo na elaboração final de uma definição para cada elemento. Esse mesmo estudante terá também como função dissertar para toda a sala as conclusões obtidas pelo grupo na etapa 4 da aula;
- Aluno C responsável por alertar os demais parceiros sobre o tempo de prática;
- Aluno D responsável por manter o foco de todos na resolução da atividade.

*Etapa 3 (15 minutos)*

Nesta etapa da aula, os alunos já estarão em grupos e deverão discutir os pontos abaixo:

1. O que vocês entendem pelo nome circunferência?  
R. Os alunos podem responder círculo ou algo redondo.
2. A partir do que vocês discutiram, construam uma circunferência nesse Geoplano Circular.  
R. Nesse momento eles irão construir essa imagem contida na Figura 3:

**Figura 3 – Construção esperada**

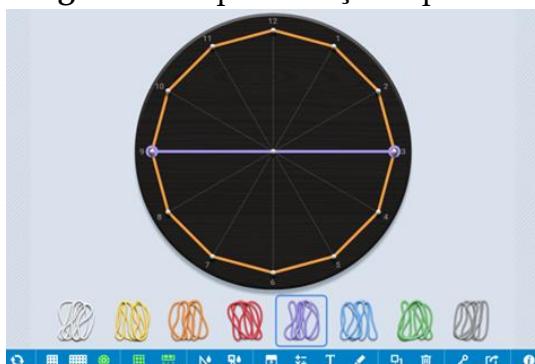


**Fonte:** Elaborado pelos autores.

3. Ao construir, que figura vocês encontraram?  
R. Pode ocorrer de ter duas respostas, a primeira é que formou uma circunferência e a outra que é um polígono de 12 lados.
4. Ao finalizar, qual a melhor definição vocês encontraram para circunferência?

- R. Nessa hora eles irão elaborar uma definição que será compartilhada com toda a turma ao final da aula.
5. Agora trace uma linha ao meio dessa figura, passando pelo centro e de uma ponta a outra, o que vocês podem observar?
- R. Nesse momento os alunos irão construir essa imagem exposta na Figura 4:

**Figura 4 – Representação esperada**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

6. O que foi formado a partir do traço que você passou na figura?
- R. A resposta é para ser semicircunferência
7. Ao finalizar, qual a definição em conjunto que vocês encontraram para as figuras formadas?
- R. Nessa hora eles irão elaborar uma definição para semicircunferência que será compartilhada com toda a turma ao final da aula.

Durante essa etapa você deverá ficar atento à movimentação dos alunos e responder possíveis dúvidas que possam aparecer sobre o aplicativo. Para isso, o professor deve transitar entre as salas virtuais de cada grupo.

*Etapa 4 (7 minutos)*

Os alunos A e B de cada equipe respectivamente deverão compartilhar a tela e expor para toda a sala quais as conclusões obtidas pelo grupo na etapa 3.

*Etapa 5 (5 minutos)*

Considerações finais dos professores e dar oportunidade dos alunos de falar um pouco de suas opiniões a respeito da prática realizada.

### **Fechamento**

Ao finalizar a condução da atividade, o professor deverá verificar se o objetivo foi atingido e se resta alguma dúvida ou questionamento a respeito do assunto, garantindo uma maior eficácia na construção desse conhecimento.

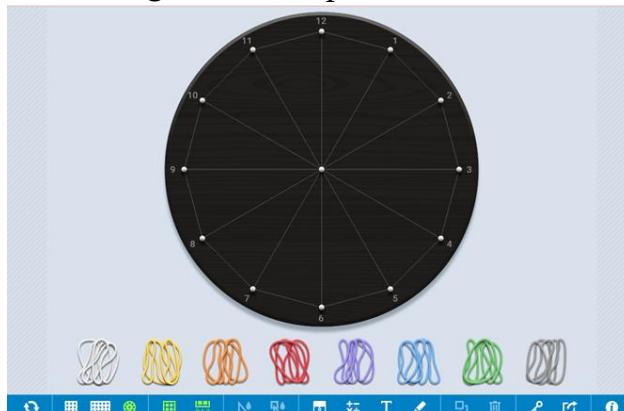
## Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular:** educação é a base. Brasília: MEC, 2018.

## FOLHA DO ALUNO

### Brincando com os elementos de uma circunferência no Geoplano

Figura 1 – Geoplano circular



Fonte: <https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>.

#### Comentários iniciais

Querido aluno, nessa prática vocês irão aprender os conceitos de circunferência e semicircunferência, vamos mostrar como é divertido aprender matemática. Iremos construir o conhecimento juntos com uma atividade lúdica e divertida, através de um Geoplano Circular, onde todos poderão compreender da melhor maneira a definição de cada elemento que faz parte de uma circunferência.

#### Procedimento

A aula será iniciada com uma breve explicação sobre o recurso chamado Geoplano Circular que poderá ser acessado por você através do site *Geoboard*<sup>7</sup>, que irá ser utilizado em sala de aula e logo depois será dado início a atividade. Para a participação, é necessário ter acesso à internet, pois sua execução ocorrerá através de uma videoconferência e utilização do site onde consta o aplicativo. A prática terá um tempo de 40 minutos.

##### *Etapa 1 (8 minutos)*

Inicialmente todos deverão acessar o link do site. Logo após terão de observar as informações que o professor irá dar acerca da prática.

##### *Etapa 2 (5 minutos)*

Nesse momento, a sala será dividida em grupo pelo professor, com aproximadamente quatro integrantes. Cada um deles, além de realizar a execução da atividade, terá uma função dentro da atividade, para que seja mais proveitosa. Após a divisão ser feita, o professor irá explicar as atribuições de cada membro dos grupos:

<sup>7</sup> <https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>

- **Aluno A** responsável pelo compartilhamento de sua tela, mostrando a prática proposta no site do Geoplano Circular, durante a realização da atividade em grupo no **Etapa 4** da aula, para que os demais alunos do grupo possam visualizá-la. É necessário que esse aluno esteja usando um computador;
- **Aluno B** responsável por anotar a conclusão de cada um dos pontos que forem surgindo na elaboração final de uma definição para cada elemento. Esse mesmo aluno terá também como função dissertar para toda a sala as conclusões obtidas pelo grupo no **Etapa 4** da aula;
- **Aluno C** responsável por alertar os demais parceiros sobre o tempo de prática;
- **Aluno D** responsável por manter o foco de todos na resolução da atividade.

*Etapas 3 (15 minutos)*

Nesta etapa da aula, vocês já estarão em grupo e deverão discutir os pontos abaixo:

1. O que vocês entendem pelo nome circunferência?
2. A partir do que vocês discutiram, construam uma circunferência nesse Geoplano.
3. Ao construir, que figura vocês encontraram?
4. Ao finalizar, qual a melhor definição vocês encontraram para circunferência?
5. Agora trace uma linha ao meio dessa figura, passando pelo centro e de uma ponta a outra, que vocês observam?
6. O que foi formado a partir do traço que você passou na figura?
7. Ao finalizar, qual a definição em conjunto que vocês encontraram para as figuras formadas?

*Etapas 4 (7 minutos)*

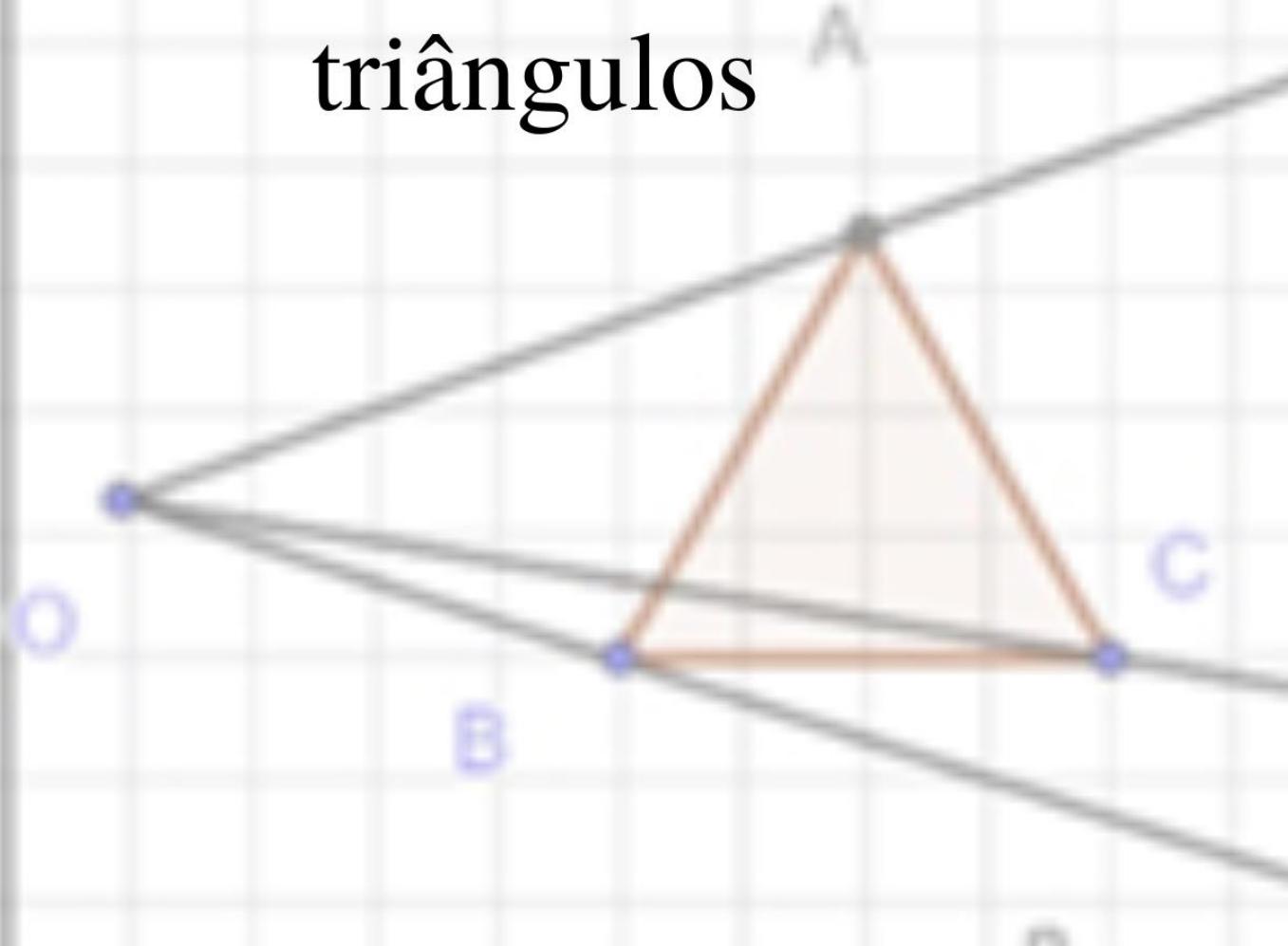
Os alunos **A** e **B** de cada equipe respectivamente, deverão compartilhar a tela e expor para toda a sala quais as conclusões obtidas pelo grupo no **Etapa 3**.

*Etapas 5 (5 minutos)*

Considerações finais dos professores e dar oportunidade dos alunos de falar um pouco de suas opiniões a respeito da prática realizada.

# CAPÍTULO 2

Reconhecendo o processo  
homotético por meio de  
triângulos



## CAPÍTULO 2

### Reconhecendo o processo homotético por meio de triângulos

Amanda Cardoso Benicio de Lima

Vinicius de Sousa Paula

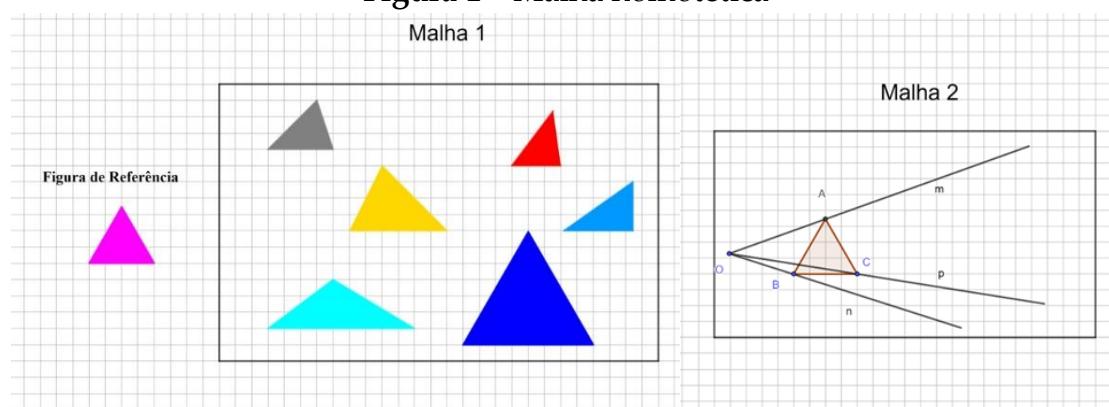
#### INTRODUÇÃO

A aula elaborada consistirá em uma prática laboratorial, cujo objetivo principal é entender o procedimento da homotetia e formalizar a definição desse processo ao final da aula. Para isso, utilizaremos alguns assuntos ministrados em aulas anteriores como segmentos proporcionais, semelhança entre figuras planas, em específico semelhança entre triângulos e congruência entre ângulos. A partir das instruções da folha do aluno o estudante deverá responder os questionamentos pedidos e compartilhá-los com a sala ao final da aula.

#### GUIA DO PROFESSOR

##### Material Didático Manipulável

**Figura 1 – Malha homotética**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

#### Elementos que norteiam a prática

**Quadro 1 – Resumo da prática**

Série/Ano	9º ano	
Unidade temática	Geometria	
Objeto de conhecimento	Semelhança de triângulos	
Habilidade	(EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes (BRASIL, 2018, p. 317).	
	Docente	<ul style="list-style-type: none"><li>• Constatar a captação de conceitos que foram explicados no decorrer do bimestre, que terão a função de conhecimentos prévios;</li></ul>

<b>Objetivos</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporcionar um ambiente de aprendizagem diferente ao aluno, para que haja um maior interesse pela geometria; e</li> <li>• Mediar as discussões para que, ao final da aula, se consiga formalizar a definição de homotetia.</li> </ul>
Aluno		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender o processo homotético;</li> <li>• Organizar um raciocínio comprehensível para responder os questionamentos solicitados pelo professor; e</li> <li>• Desenvolver uma interação com os outros integrantes do grupo, para que a aplicação da prática seja eficaz.</li> </ul>
<b>Materiais necessários</b>		Para a realização do experimento é necessário que o professor esteja com os seguintes material disponíveis aos alunos: malha 1 impressa; malha 2 impressa; régua; tesoura; lápis ou caneta; caderno, folha de ofício ou bloco de anotação; e folha do Aluno.
<b>Conhecimentos prévios</b>		Congruência entre ângulos, segmentos proporcionais e semelhança de figuras planas.
<b>Duração</b>		50 min

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

## Aspectos gerais

*Sinopse:*

Nesta prática laboratorial, os alunos serão expostos a conceitos que já foram explicitados em bimestres anteriores, como noções de proporcionalidade, congruência entre ângulos e casos de semelhança de triângulos. Para assim, através da folha o aluno e do material didático concreto escolhido pelo professor, formalizar o processo de construção de uma figura homotética.

## O experimento

Prezado professor, sabemos que, por vezes, a matemática é tratada como uma disciplina muito difícil de ser compreendida, fazendo assim com que o estudante não se sinta capaz de acompanhar o conteúdo exposto em sala de aula. Pensando nisso, foi elaborada uma prática laboratorial com o objetivo de lhe auxiliar no processo de exposição do conteúdo de homotetia, para que assim, através de um ambiente de interatividade, o aluno consiga compreender um conteúdo matemático importante para sua formação.

## Preparação

Devido ao contexto pandêmico causado pelo covid-19, a aula foi elaborada para a modalidade online, utilizando a plataforma de videoconferência Zoom Meetings. No primeiro momento, você deverá comunicar ao seu aluno, seja via e-mail ou WhatsApp, os materiais necessários para a realização da prática. Além disso, o professor também precisa estar preparado para o caso de algum aluno não ter condições de conseguir o material solicitado. Pensando nisso, o desenvolvimento da prática se dará em equipes, para que a sua aula não seja prejudicada e para que todos os alunos consigam entender o objetivo proposto.

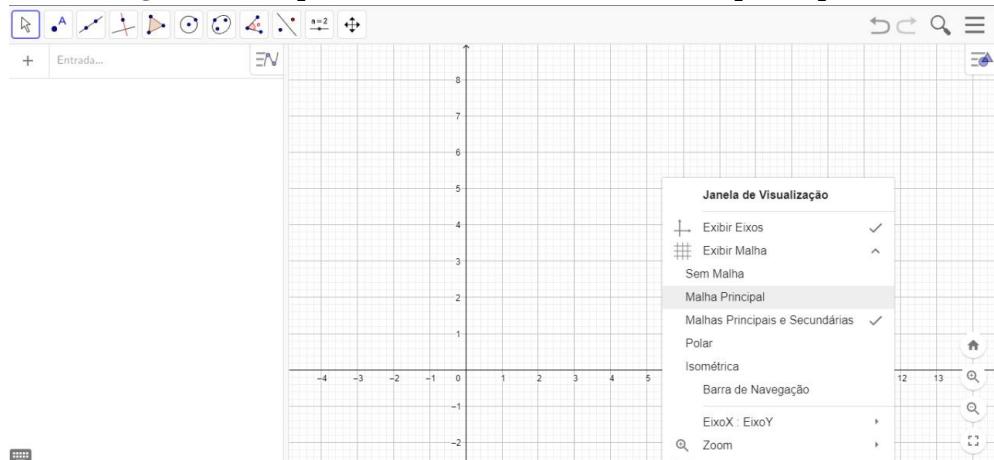
## Etapas para o desenvolvimento do experimento

### *Etapa 1 (25 minutos)*

Nesta etapa o material didático utilizado é o concreto, através das malhas requeridas aos alunos e dos outros materiais solicitados pelo professor. Abaixo estão as instruções para a confecção das malhas através do software GeoGebra.

Malha 1 – Passo 1: Após acessar o site do GeoGebra [https://www.geogebra.org/classic?lang=pt\\_PT](https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT) você deve clicar no botão direito do seu mouse, selecionar “exibir malha” e depois apenas “malha principal” (Figura 2).

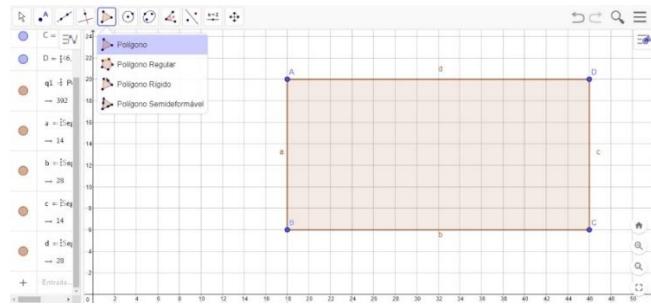
**Figura 2** – Representação de acesso a malha principal



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Malha 1 – Passo 2: Para fazer um polígono você deve procurar na barra superior o ícone de “polígono”. Selecionado “polígono”, agora é só construí-lo determinando seus vértices (Figura 3).

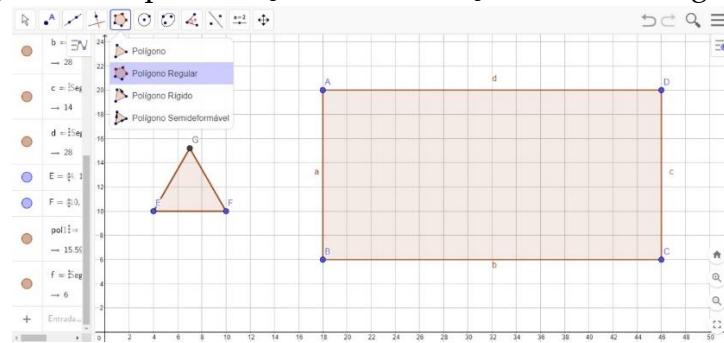
**Figura 3** – Representação de construção de um polígono



Fonte: Elaborado pelos autores.

Malha 1 – Passo 3: Na barra superior você deve procurar por “polígono regular”. Selecionado polígono regular, você deve definir dois vértices e quando o programa perguntar quantos vértices você quer, coloque três para ter um triângulo (Figura 4).

**Figura 4 – Representação de construção de um triângulo**



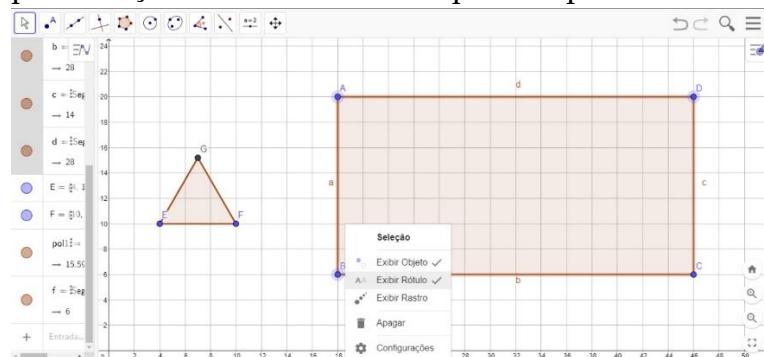
Fonte: Elaborado pelos autores.

Malha 1 – Passo 4: Para retirar as letras dos vértices e arestas dos polígonos você deve pressionar a tecla Ctrl do seu teclado e com o botão esquerdo selecionar os vértices e as arestas dos polígonos. Feito isso clique no botão direito do seu mouse e desmarque a opção “exibir rótulo” (Figura 5).

OBS: Você vai precisar fazer isso mais de uma vez, pois haverá outros polígonos.

OBS: Para retirar somente os vértices, faça o mesmo procedimento do passo 4 e desmarque a opção exibir objeto.

**Figura 5 – Representação de como retirar os pontos que demarcam os vértices**

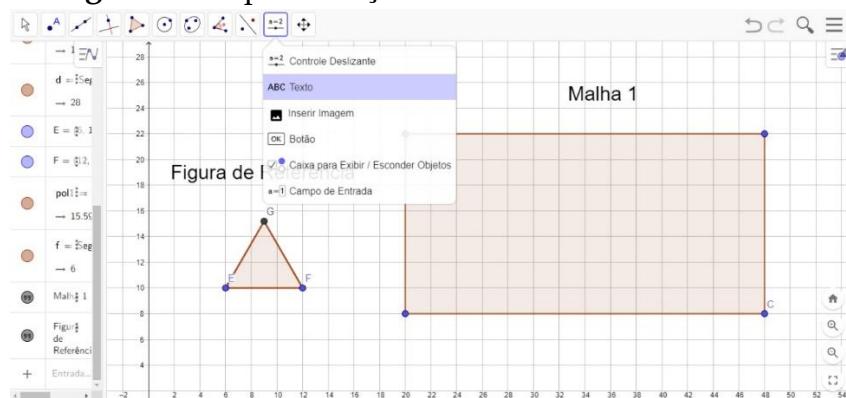


Fonte: Elaborado pelos autores.

Malha 1 – Passo 5: Para adicionar um texto acima do seu polígono, procure na barra superior por “texto”. Feito isso, selecione e depois clique acima do seu polígono, com isso aparecerá um pop-up onde conseguirá digitar o seu texto, figura de referência e malha 1 (Figura 6).

OBS: Caso você ache o texto pequeno, com o mouse coloque a seta acima do texto, clique no botão direito, selecione “configurações”. Irá abrir uma janela no canto direito da sua tela onde você deve procurar por “texto” e então você vai poder alterar o tamanho da letra.

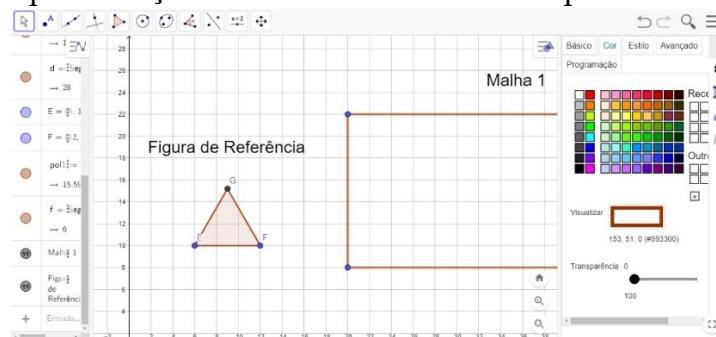
**Figura 6 – Representação de como inserir um texto**



Fonte: Elaborado pelos autores.

Malha 1 – Passo 6: Para conseguir colocar os outros polígonos na malha feita, você deve selecionar o polígono que forma a malha 1. Selecionado o polígono, você deve clicar com o botão direito do mouse e selecionar “configurações”. Com isso, irá aparecer uma janela no lado direito onde você deve procurar por “cor” e lá diminuir a transparência do polígono (Figura 7).

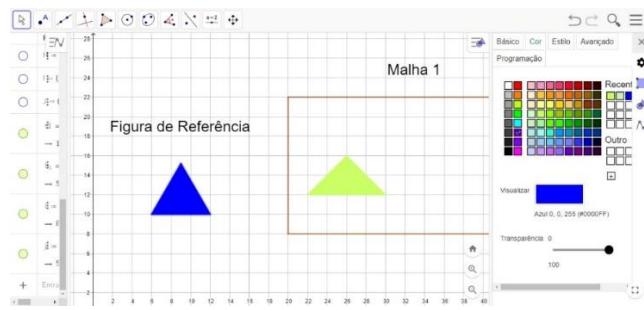
**Figura 7 – Representação de como diminuir a transparência do polígono**



Fonte: Elaborado pelos autores.

Malha 1 – Passo 7: Construído os polígonos na malha 1, para mudar suas cores faça o seguinte. Selecione o polígono, clique no botão direito e selecione “configurações”. Em seguida, vá na aba “cor” e selecione cor desejada (Figura 8).

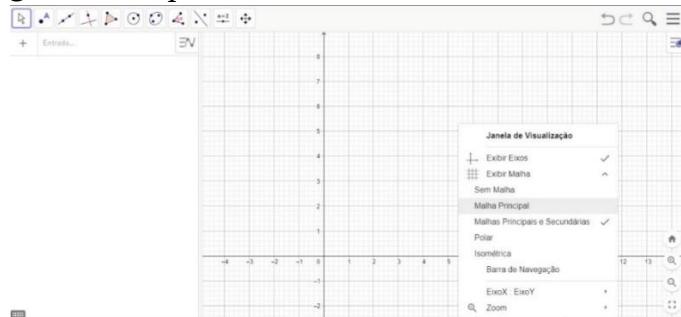
**Figura 8 – Representação de como mudar a cor de polígonos**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Malha 2 – Passo 1: Após acessar o site do GeoGebra [https://www.geogebra.org/classic?lang=pt\\_PT](https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT) você deve clicar no botão direito do seu mouse, selecionar “exibir malha” e depois apenas “malha principal” (Figura 9).

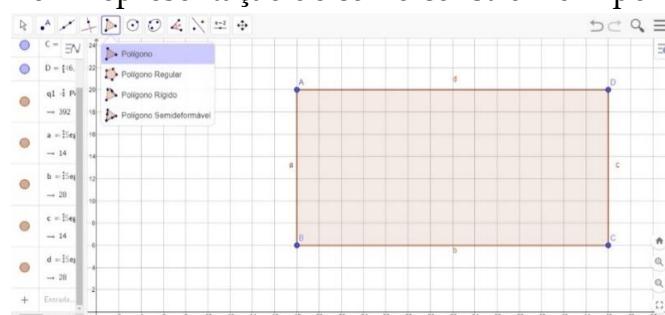
**Figura 9 – Representação de como inserir a malha**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Malha 2 – Passo 2: Para fazer um polígono, você deve procurar na barra superior o ícone “polígono”. Selecionado “polígono”, agora é só construí-lo determinando seus vértices (Figura 10).

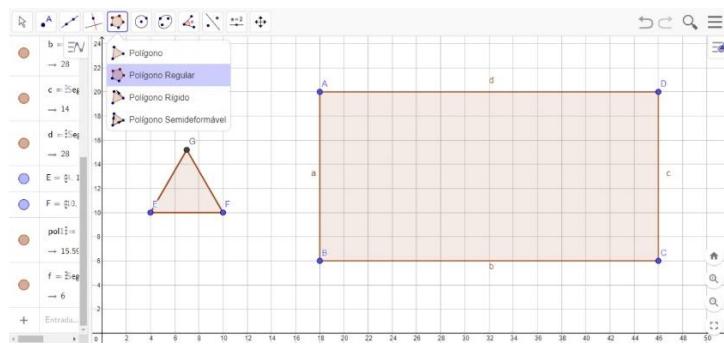
**Figura 10 – Representação de como construir um polígono**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Malha 2 – Passo 3: Na barra superior, você procurará por “polígono regular”. Selecionado polígono regular, você irá definir dois vértices e quando o programa perguntar quantos vértices você quer, coloque três para termos um triângulo (Figura 11).

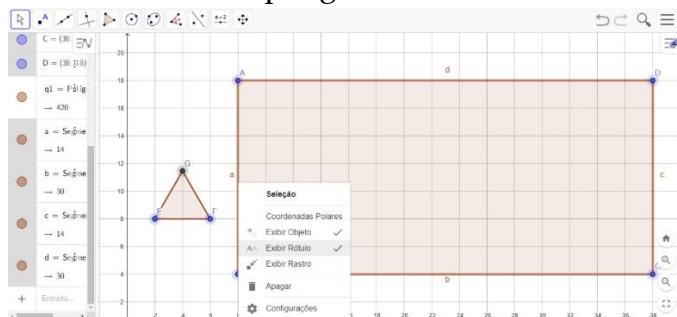
**Figura 11 – Representação de como construir um triângulo**



Fonte: Elaborado pelos autores.

Malha 2 – Passo 4: Para retirar as letras pequenas dos vértices e arestas pressione a tecla Ctrl e selecione os vértices e as arestas do polígono. Feito isso, clique no botão direito do seu mouse e desmarque em “exibir rótulo”. Repita esse procedimento selecionando apenas os vértices do polígono e desmarque a opção de “exibir objeto” (Figura 12).

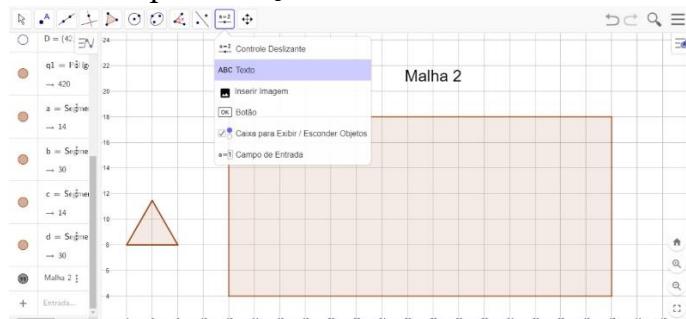
**Figura 12** – Representação de como retirar as letras dos vértices e arestas do polígono



Fonte: Elaborado pelos autores.

Malha 2 – Passo 5: Para adicionar um texto acima do seu polígono, procure na barra superior por “texto”. Feito isso, selecione e depois clique acima do seu polígono e então aparecerá um pop-up onde você conseguirá digitar o seu texto, figura de referência e malha 2 (Figura 13). OBS: Caso você ache o texto pequeno, com o mouse, coloque a seta acima do texto, clique no botão direito e selecione “configurações”. Abrirá uma janela no canto direito da sua tela onde você deve procurar por “Texto” e lá você poderá alterar o tamanho da letra.

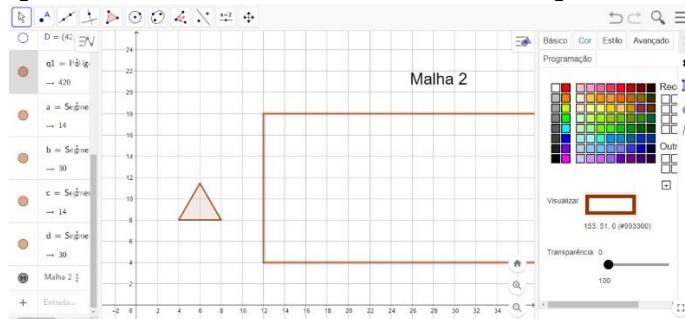
**Figura 13** – Representação de como adicionar um texto



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Malha 2 – Passo 6: No polígono da malha 2 clique no botão direito do seu mouse e selecione “configurações”. Irá Aparecer uma nova janela no lado direito, então selecione a opção “cor” e diminua a transparência (Figura 14).

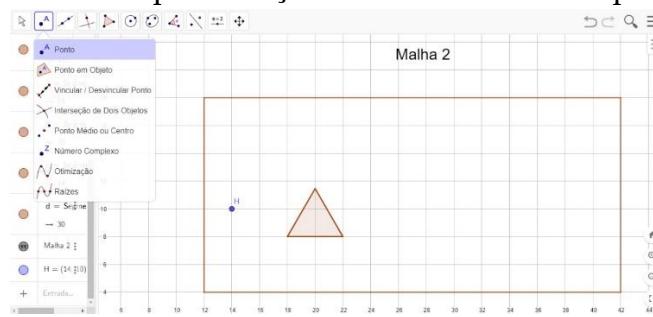
**Figura 14 – Representação de como diminuir a transparência do polígono**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Malha 2 – Passo 7: Arraste o triângulo feito para dentro da malha 2, em seguida procure na barra superior por “ponto”. Selecionado o ponto, adicione um ponto dentro da malha 2 (Figura 15).

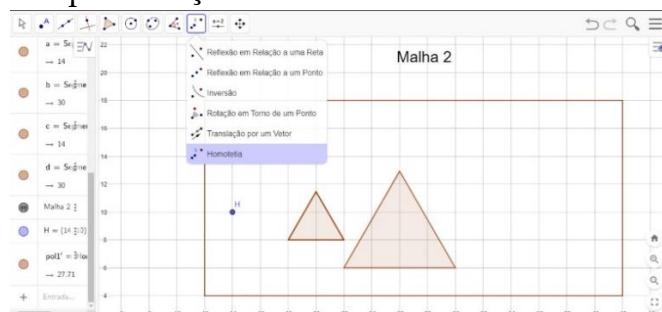
**Figura 15 – Representação de como inserir um ponto**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Malha 2 – Passo 8: Procure na barra superior por “homotetia” e selecione. Em seguida clique no triângulo que está na malha 2 e depois no ponto que você colocou. Aparecerá um pop-up solicitando um fator, então você deve colocar o número dois (Figura 16).

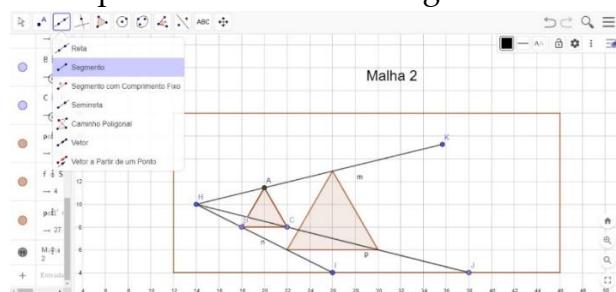
**Figura 16 – Representação de como inserir o comando homotetia**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Malha 2 – Passo 9: Procure na barra superior por “seguimento de reta” e selecione. Feito isso clique no ponto que você criou e passe o seguimento pelos vértices dos dois triângulos. Para retirar os pontos nas extremidades dos segmentos de reta, pressione Ctrl e selecione as extremidades de cada segmento de reta, clique no botão direito do mouse e desmarque a opção “exibir objeto” (Figura 17). OBS: Caso queira renomear os segmentos de reta, selecione um deles, clique no botão direito do seu mouse e selecione “renomear”.

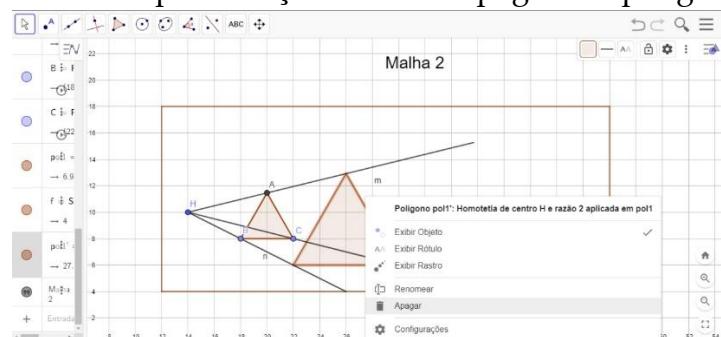
**Figura 17 – Representação de como inserir seguimentos de retas que passam pelos vértices dos triângulos**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Malha 2 – Passo 10: Leve o cursor para cima do triângulo maior, clique no botão direito do mouse e selecione “apagar” (Figura 18).

**Figura 18 – Representação de como apagar um polígono**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Com isso, você dividirá seus alunos em equipes com até quatro integrantes, e na sequência o professor irá explicar como funcionam as divisões das tarefas de cada um dentro do grupo.

**Cronos:** O aluno responsável por controlar o tempo e fazer com que as discussões ocorram dentro do prazo estipulado pelo professor.

**Hermes:** O aluno responsável por observar a participação de todos da equipe, caso alguém não esteja participando, este aluno lembrará ao grupo que devem ser ouvidas as opiniões de todos, para que assim as concepções estabelecidas sejam resolvidas em conjunto.

**Harmonia:** O aluno responsável por fazer com que o grupo siga o roteiro estabelecido pela folha do aluno, conduzindo assim as discussões e respondendo às perguntas propostas, certificando assim a participação de todos da equipe.

**Atena:** O aluno responsável por sintetizar as ideias discutidas e relatá-las para toda a sala de aula.

Após as divisões em equipe e a leitura das informações úteis, contidas na folha do aluno, os estudantes seguirão os passos para o desenvolvimento da prática.

*PASSO 1:* Com a folha da Malha 1 em mãos, seus alunos devem recortar as figuras que constam na malha, observando que devem manter separados a figura de referência e as outras demais figuras;

Com isso, a equipe deve responder os seguintes questionamentos:

- Que tipo de figuras são essas? *Resposta:* Todas são triângulos.

- Alguma das demais figuras é igual a figura de referência? Alguma das demais figuras planas é semelhante à figura de referência? Comprove a resposta dada.

*Resposta:* Não ou Sim. Ao sobrepor uma figura na outra é possível perceber que a figura semelhante possui os ângulos congruentes a figura de referência, ou seja, suas bordas se encaixam. Além disso, com o auxílio da régua o aluno pode constatar a proporcionalidade entre os lados.

De acordo com a resposta do questionamento anterior, o aluno irá prosseguir para realizar as etapas abaixo:

*PASSO 2:* O aluno deve levar a figura semelhante até a malha 2 e posicionar a figura de modo que esteja na mesma direção da figura de referência e que cada um de seus vértices toque apenas uma das retas, desse modo haverá a formação de novos pontos, que poderão ser nomeados por E na reta m, F na reta n e G na reta p.

*PASSO 3:* Com a figura posicionada, devem localizar os pontos O, A, B, C e medir com a régua a distância entre os pontos O e A, a distância de A até E, e em seguida de O até E.

Com isso, a equipe deve responder os seguintes questionamentos:

- Existe alguma relação entre esses pontos? Meça com a régua a distância entre os outros pontos e verifique se há também algum tipo de relação entre eles.

*Resposta:* Como a segunda malha representa o processo homotético, você deseja que os alunos reparem que a figura colocada sobre as retas é duas vezes maior do que a figura de referência e constatar que a semelhança que foi retratada no momento 2 também é válida nesse momento.

*Etapa 2 (25 minutos)*

Ao final as equipes retornam para a sala de aula principal, onde serão discutidas as conclusões obtidas pelos grupos. Com o retorno dos alunos para a

sala de aula, você deve perguntar a cada equipe as conclusões obtidas sobre a *Etapa 1*, nesse momento os alunos responsáveis pelas funções de *Atena* devem explicitar as respostas de seu respectivo grupo.

### **Fechamento**

Após você escutar as ideias obtidas pelas equipes, deve direcionar a fala dos alunos com algumas perguntas: sabendo que a malha 2 representa o processo homotético, de acordo com a sua percepção, o que seria o processo da homotetia?

*Comentário:* Com essa pergunta, você busca formalizar o conceito de homotetia, com base nas experiências dos próprios alunos. Nesse momento os alunos provavelmente citarão os pontos que mais chamaram atenção, então cabe a você, professor, conduzi-los para que cheguem em uma definição formalizada, como sendo um tipo de transformação geométrica que altera o tamanho de uma figura, mas mantém as características principais, como a forma e os ângulos.

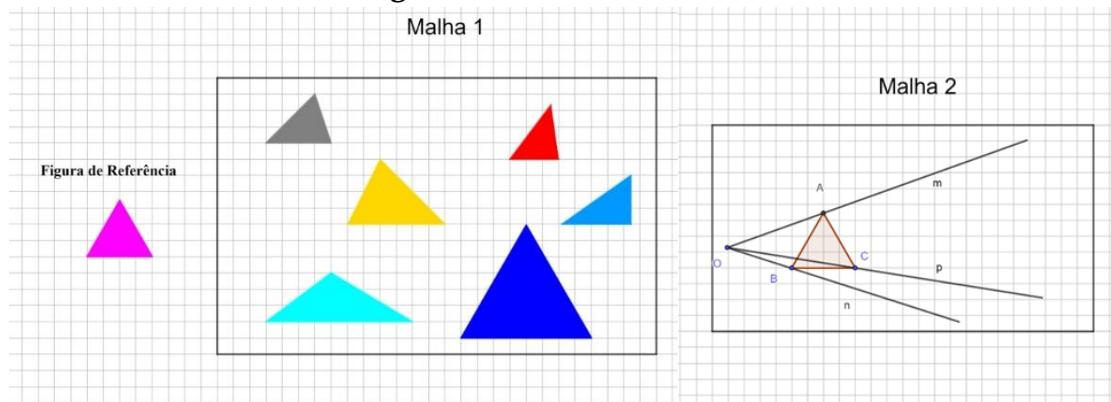
### **Referências**

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular:** educação é a base. Brasília: MEC, 2018.

## FOLHA DO ALUNO

### Reconhecendo o processo homotético por meio de triângulos

**Figura 1 – Malha homotética**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

#### Comentários iniciais

Querido aluno, a aula de hoje consistirá em uma prática laboratorial, cujo objetivo principal é entender o procedimento da homotetia. Para isso, utilizaremos alguns assuntos abordados em nossas aulas no decorrer do bimestre, como segmentos proporcionais, semelhança entre figuras planas, congruência entre ângulos e semelhança entre triângulos. A partir das instruções dessa folha responda, os questionamentos pedidos e compartilhe-os com a sala ao final da aula.

#### Procedimento

##### *Etapa 1 (25 minutos)*

Antes de você começar a realizar os passos indicados, observe algumas informações que podem ser úteis no momento de responder os questionamentos:

- Na malha quadriculada 2 ao fundo da figura, cada lado dos quadrinhos vale uma unidade;
- Os ângulos das figuras planas podem ser verificados através da sobreposição de uma figura sobre a outra;
- Vale lembrar do que é necessário para uma figura ser semelhante a outra: terem os mesmos números de lados, seus ângulos serem congruentes e seus lados serem proporcionais.

**PASSO 1:** Com a folha da Malha 1 em mãos, você deve recortar as figuras que constam na malha, observando que deve manter separados a figura de referência e as outras demais figuras;

Com isso, você e sua equipe devem responder os seguintes questionamentos:

- Que tipo de figuras são essas?
- Qual(ais) das figuras planas é igual a figura de referência? Qual(ais) figuras planas são semelhantes à figura de referência? Comprove a resposta dada.

De acordo com a resposta do questionamento anterior, prossiga realizando as etapas abaixo:

*PASSO 2:* Leve a figura semelhante até a malha 2 e posicione a figura de modo que esteja na mesma direção da figura de referência e que cada um de seus vértices toque apenas uma das retas, desse modo haverá a formação de novos pontos, que você poderá nomear por E na reta m, F na reta n e G na reta p.

*PASSO 3:* Com a figura posicionada, localize os pontos O, A, B, C e meça com a régua a distância entre os pontos O e A, a distância de A até E, e em seguida de O até E.

Com isso, você e sua equipe devem responder os seguintes questionamentos:

- Existe alguma relação entre esses pontos? Meça com a régua a distância entre os outros pontos e verifique se há também algum tipo de relação entre eles.

*Etapa 2 (25 minutos)*

Com o término da etapa 1, sua equipe deve voltar para a sala de aula na qual o aluno responsável pela função de *Atena* deve explicitar as respostas dos questionamentos para os demais colegas de classe.

# CAPÍTULO 3

Quebra-cabeça: usando  
Polígonos Regulares

## CAPÍTULO 3

### Quebra-cabeça: Usando polígonos regulares

Dailson Silva Santos

Werther Xisto da Silva Cardoso

#### INTRODUÇÃO

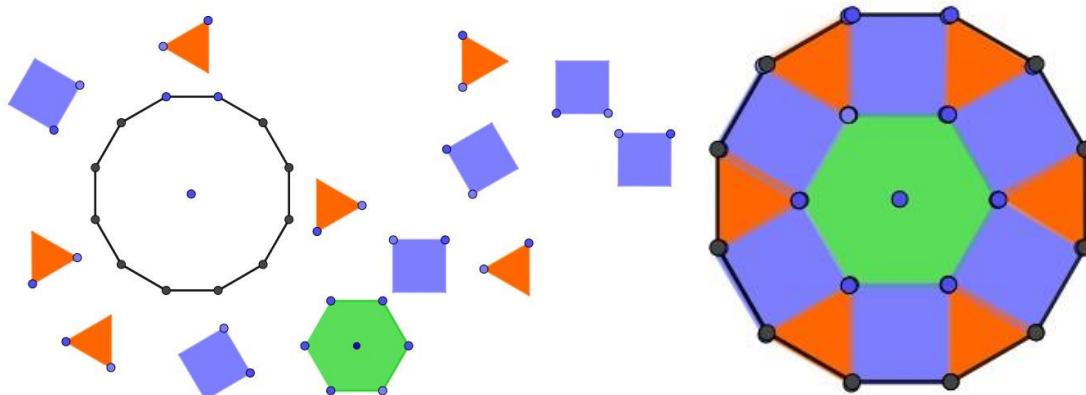
Os polígonos são linhas fechadas formadas apenas por segmentos de reta que não se cruzam, a não ser em suas extremidades. Esses seguimentos de retas nos polígonos são chamados de lados, assim, outra definição, mais comum que a primeira, é a seguinte: polígonos são figuras geométricas inteiramente formadas por lados. A palavra polígono tem origem grega *poli* significa muitos e *gono* significa ângulo. O polígono é regular quando seus ângulos internos são iguais e os lados possuem mesma medida. Partindo desse conceito iremos realizar um quebra-cabeça usando polígonos já criado no GeoGebra.

Essa atividade consiste numa construção de quebra-cabeça, onde será disponibilizado um link de acesso, todos serão direcionados para uma tela do GeoGebra onde consta os polígonos regulares (quadrados, triângulos e hexágono), o aluno deverá encaixar todos os polígonos regulares dentro da figura plana (dodecaedro), seguindo 04 regras: 1) não pode ter espaço entre os polígonos; 2) não pode sobrepor; 3) os polígonos devem ser regulares; e 4) é preciso que os ângulos com vértice em comum tenham a soma igual a  $360^\circ$ . Devido ao atual cenário pandêmico da covid-19, esse planejamento ocorreu para uso em uma aula de forma remota usando a plataforma ZOOM e software GeoGebra.

#### GUIA DO PROFESSOR

#### Material Didático Manipulável

**Figura 1 – Construção dinâmica do Quebra-cabeça no GeoGebra**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

## Elementos que norteiam a prática

**Quadro 1 – Resumo da prática**

Série/Ano	7º ano	
Unidade temática	Geometria	
Objeto de conhecimento	Ângulos internos e polígonos regulares	
Habilidade	(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos (BRASIL, 2018, p. 309).	
Objetivos	Docente	<ul style="list-style-type: none"> <li>O objetivo da prática é construir conhecimento matemático sobre ângulos internos de polígonos regulares com os alunos do 7º ano.</li> </ul>
	Aluno	<ul style="list-style-type: none"> <li>Compreender os conceitos que envolvem os ângulos internos de polígonos regulares.</li> </ul>
Materiais necessários	Para a realização do experimento é necessário que o professor esteja com os seguintes materiais disponíveis aos alunos: internet; notebook, computador, tablet ou celular; material escolar (Lápis, borracha, caderno) e o software GeoGebra.	
Conhecimentos prévios	Conceitos de polígono regular, ângulos internos, calcular os ângulos internos de um polígono regular e saber que a soma dos ângulos da circunferência mede $360^\circ$ .	
Duração	40 min	

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

## Aspectos gerais

*Sinopse:*

Caro docente, esse experimento tem como objetivo ensinar os conceitos para montar um quebra-cabeça, utilizando os polígonos regulares já criados no GeoGebra, conforme as regras: 1) Não pode ter espaço entre os polígonos; 2) Não pode sobrepor; 3) Os polígonos devem ser regulares; 4) É preciso que os ângulos com vértice em comum tenham a soma igual a  $360^\circ$ . Através dessa prática o aluno irá trabalhar a noção de ângulos internos, polígonos regulares, visão espacial.

## O experimento

O aluno terá que montar o quebra-cabeça juntando as peças sem sobrepor, ou seja, uma não pode ficar sobre a outra, os polígonos são regulares. O vértice comum entre dois polígonos forma vários ângulos e a soma desses ângulos é

igual a  $360^\circ$ . O quebra-cabeça pode ser formado por vários polígonos regulares, mas seguindo as regras acima.

## **Preparação**

Caro professor, a prática será composta por um experimento/atividade que será desenvolvido em equipes, cada uma com quatro alunos e conduzido pelos docentes. Quebra-cabeça: Usando Polígonos Regulares (40 minutos). Acesse o link a seguir e siga as etapas do experimento. Link: <https://www.geogebra.org/classic/pwbz2j6b>.

## **Etapas para o desenvolvimento do experimento**

*Etapa 1 (3 minutos)* - Apresentação dos professores e introdução do experimento.

*Etapa 2 (2 minutos)* - Divisão das equipes e criação das salas.

*Etapa 3 (20 minutos)*

a. Imagine que você quer montar um circo no formato de um polígono regular de 12 lados. Para iniciar esse quebra-cabeça, escolha uma peça (polígono) e arraste para dentro da circunferência onde seguindo as regras abaixo será formado o quebra-cabeça. 1) Não pode ter espaço entre os polígonos; 2) Não pode sobrepor; 3) Os polígonos devem ser regulares; e 4) É preciso que os ângulos com vértice em comum tenham a soma igual a  $360^\circ$ .

b. O quebra-cabeça sempre dará certo usando apenas polígono regular? Não, porque vai depender da soma dos ângulos de um vértice comum a dois polígonos regulares.

c. Qual foi a observação principal do quebra-cabeça usando as regras? Nem sempre será possível montar o quebra-cabeça usando polígonos regulares.

d. Todos os componentes entenderam o objetivo proposto da prática?  
Resposta pessoal.

e. Qual a principal dificuldade encontrada no decorrer da construção?  
Resposta pessoal.

*Etapa 4 (15 minutos)* - Tendo finalizado a prática todos retornaram para mesma sala e um integrante de cada grupo irá explanar o desempenho durante a construção.

## **Fechamento**

O polígono regular as retas e os ângulos são congruentes. O ângulo interno de um polígono regular é calculado:  $A = \frac{(n-2)180^\circ}{n}$ . **A** é o ângulo do polígono regular e **n** é o número de lados do polígono regular. O vértice comum entre dois

polígonos regulares: a soma é igual a  $360^\circ$ . Podemos concluir o quebra-cabeça com os conhecimentos acima.

### **Referências**

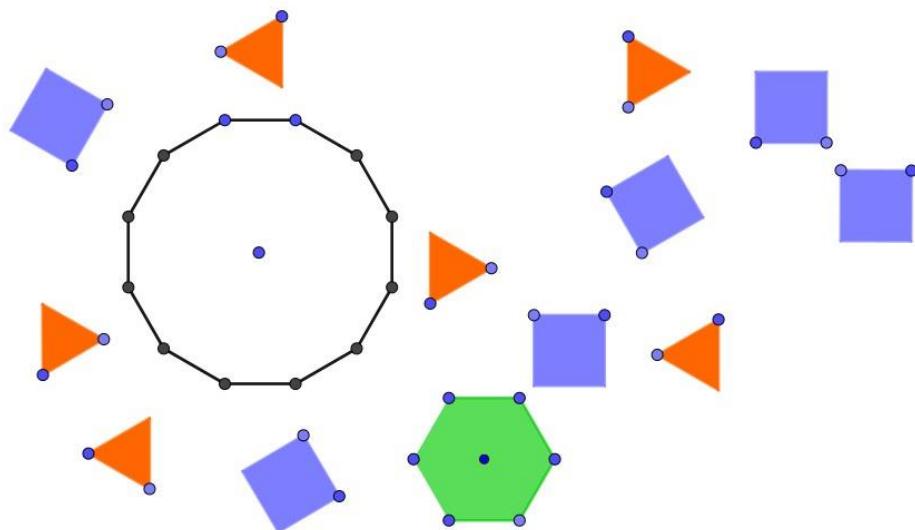
BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular:** educação é a base. Brasília: MEC, 2018.

## FOLHA DO ALUNO

### Quebra-cabeça: Usando Polígonos Regulares

#### Material Didático Manipulável

**Figura 1 – Construção dinâmica do Quebra-cabeça no GeoGebra**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

#### Comentários iniciais

Prezado Aluno, os polígonos são linhas fechadas formadas apenas por segmentos de reta que não se cruzam a não ser em suas extremidades. Esses seguimentos de retas nos polígonos são chamados de lados, assim, outra definição, mais comum que a primeira, é a seguinte: polígonos são figuras geométricas inteiramente formadas por lados. A palavra polígono tem origem grega *poli* significa muitos e *gono* significa ângulo. O polígono é regular quando seus ângulos internos são iguais e os lados possuem mesma medida.

Partindo desse conceito iremos realizar um quebra-cabeça usando polígonos já criado no GeoGebra. Essa atividade consiste numa construção de quebra-cabeça, onde será disponibilizado um link de acesso, todos serão direcionados pra uma tela do GeoGebra onde consta os polígonos regulares (quadrados, triângulos e hexágono), o aluno deverá encaixar todos os polígonos regulares dentro da figura plana (dodecaedro), seguindo 04 regras: 1) Não pode ter espaço entre os polígonos; 2) Não pode sobrepor; 3) Os polígonos devem ser regulares; e 4) É preciso que os ângulos com vértice em comum tenham a soma igual a  $360^\circ$ . Devido ao atual cenário pandêmico da covid-19, nossa aula acontecerá de forma remota usando a plataforma ZOOM e software GeoGebra.

#### Procedimento

*Etapa 1 (3 minutos)*

Apresentação dos professores e introdução do experimento.

*Etapa 2 (2 minutos)*

Divisão das equipes e criação das salas.

*Etapa 3 (20 minutos)*

A) Quebra-cabeça: Ladrilhando com Polígonos Regulares. Acesse o link a seguir e siga os passos do experimento. Link: <https://www.geogebra.org/classic/pwbz2j6b>. Imagine que você quer montar um circo no formato de um polígono regular de 12 lados. Para iniciar esse quebra-cabeça, escolha uma peça (polígono) e arraste para dentro da circunferência onde seguindo as regras abaixo será formado o quebra-cabeça. 1) Não pode ter espaço entre os polígonos; 2) Não pode sobrepor; 3) Os polígonos devem ser regulares; e 4) É preciso que os ângulos com vértice em comum tenham a soma igual a  $360^\circ$ . Em seguida, vamos discutir com base nas respostas dos seguintes questionamentos:

- B) O quebra-cabeça sempre dará certo usando apenas polígonos regulares?
- C) Qual foi a observação principal do quebra-cabeça usando as regras?
- D) Todos os componentes entenderam o objetivo proposto da prática?
- E) Qual a principal dificuldade encontrada no decorrer da construção?

*Etapa 4 (15 minutos)*

Tendo finalizado a prática todos retornaram para mesma sala e um integrante de cada grupo irá explanar o desempenho durante a construção.

# CAPÍTULO 4

Descobrindo o valor de PI

## CAPÍTULO 4

### Descobrindo o valor de PI

*José Sandes da Fonseca Neto*

*Joana Paula Silva Mano*

#### INTRODUÇÃO

Deveremos medir o comprimento da circunferência que corresponde a parte superior de uma xícara usando um cordão. Em seguida, esticaremos o cordão e mediremos com auxílio de uma régua seu comprimento, e anotaremos o valor em um caderno. Na sequência, colocaremos o barbante em um determinado ponto da circunferência escolhido aleatoriamente pelo aluno, e esticaremos o mesmo barbante até outro ponto da circunferência diametralmente oposto, lembrando que neste caso, deve-se passar pelo centro da xícara, e então tomaremos a medida com auxílio da régua e anotaremos. Agora de posse das duas medidas, podemos dividir o comprimento da circunferência pelo seu diâmetro, de modo a encontrar um valor constante que chamaremos de  $\pi$ .

#### GUIA DO PROFESSOR

##### Material Didático Manipulável

**Figura 1** – Materiais necessários, xícaras, barbante, tesoura, caderno e caneta



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

#### Elementos que norteiam a prática

**Quadro 1** – Resumo da prática

<b>Série/Ano</b>	8º ano	
<b>Unidade temática</b>	Geometria	
<b>Objeto de conhecimento</b>	Área de figuras planas e área do círculo e comprimento de sua circunferência.	
<b>Habilidade</b>	(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos (BRASIL, 2018, p. 315).	
<b>Objetivos</b>	Docente	<ul style="list-style-type: none"> <li>Demonstrar a relação entre a circunferência e o valor de pi.</li> </ul>
	Aluno	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar valor aproximado de uma constante, que chamaremos de pi, em construções circulares independente de suas dimensões.</li> </ul>
<b>Materiais necessários</b>	Para a realização do experimento é necessário que o professor esteja com os seguintes material disponíveis aos alunos: 1) Xícara ou copo (de preferência de plástico para não ter risco); 2) Barbante; 3) Régua; 4) Caderno ou folha; 5) Celular (calculadora); e 6) Lápis ou caneta.	
<b>Conhecimentos prévios</b>	Os alunos devem ter conhecimentos prévios dos conceitos de geometria plana como: circunferência, círculo, raio, diâmetro, corda, perímetros de figuras planas e de prática com calculadoras de celulares para calcular o valor de pi.	
<b>Duração</b>	40 min	

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

### Aspectos gerais

*Sinopse:*

Tendo em mãos os materiais necessários, como uma xícara, um barbante, uma régua e um celular, envolva a parte superior da xícara com um barbante, depois encontre seu comprimento. Em seguida, com o mesmo barbante pegue um ponto da circunferência, estique o barbante até o outro lado, de modo que passe pelo centro da circunferência da xícara, depois encontre o comprimento do diâmetro. Sabendo que a partir de uma circunferência dada, podemos obter seu comprimento e seu diâmetro, de modo a estabelecer uma relação na qual a divisão do perímetro da circunferência pelo comprimento do diâmetro, obtém-se um valor constante, que denominaremos de  $\pi$ .

### O experimento

Será que quando falamos de figuras planas como círculo ou circunferência, independentemente de seu comprimento existem relações entre elas que se

mantém constantes? Será que blocos sólidos com formas circulares independente de seu volume guardam algumas informações constantes?

Essa prática tem por finalidade mostrar aos alunos que mesmo sem ser notado sensivelmente todas as formas que têm em sua composição o formato circular guardam entre si uma informação constante do número irracional  $\pi$ .

### **Preparação**

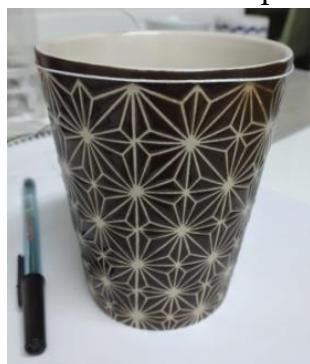
Reserve um local plano, como uma mesa e com espaço suficiente para colocar todo material ao alcance dos alunos. Use uma xícara (de preferência de plástico para não ter risco de acidente).

### **Etapas para o desenvolvimento do experimento**

#### *Etapa 1 (7 minutos)*

Separar uma xícara ou o copo e utilizando o cordão dê uma volta envolvendo toda parte superior da xícara marque o comprimento de uma volta inteira (Figura 2). Em seguida, estique o barbante e tome sua medida com a régua e anote no caderno o comprimento.

**Figura 2 –** xícara envolvida pelo barbante



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

#### *Etapa 2 (7 minutos)*

Novamente com o barbante em mãos, o aluno deve medir de um ponto na circunferência a outro diametralmente oposto, passando pelo centro da circunferência, ou seja, tomar o diâmetro. Na sequência deve medir o barbante com a régua (Figura 3).

**Figura 3 –** medindo o comprimento do barbante com uma régua



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

### *Etapa 3 (6 minutos)*

Em posse das duas medidas, o aluno deverá dividir o valor da medida da circunferência, que ele tomou, pelo valor da medida do diâmetro e descobrir um resultado. Na figura 4 tem-se uma mostra de como tirar a medida do diâmetro da xícara diametralmente de um ponto a outro, passando pelo centro da circunferência.

**Figura 4 – Medindo o diâmetro da xícara**

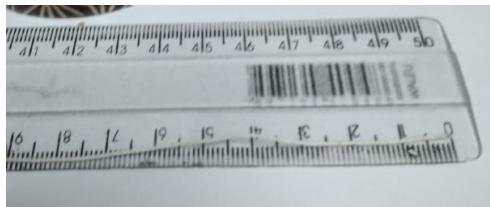


**Fonte:** Elaborado pelos autores.

### *Etapa 4 (10 minutos)*

O professor deverá usar os resultados encontrados pelos alunos como exemplos, sendo os valores descobertos de quatro integrantes de cada grupo. Integrante 1 (grupo 1), Integrante 2 (grupo 2), Integrante 3 (grupo 3) e Integrante 4 (grupo 4) (Figura 5).

**Figura 5 – Medindo o diâmetro da xícara marcado no barbante com a régua**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

O professor pedirá para alguns alunos mostrarem como faz o cálculo da divisão do comprimento da circunferência pelo diâmetro para achar um valor que independentemente do tamanho da xícara sempre encontraremos um valor constante que chamaremos de pi ( $\pi$ ).

### **Fechamento (10 minutos)**

Trazer as considerações finais, tendo em vista que o objetivo nessa prática é mostrar para os alunos que ao relacionar o perímetro da circunferência e o comprimento do diâmetro, estabelecendo um resultado sempre constante que chamaremos de  $\pi$ , e que será utilizada em todas as construções na qual houver formas circulares.

### **Referências**

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular:** educação é a base. Brasília: MEC, 2018.

## FOLHA DO ALUNO

### Descobrindo o valor de PI

#### Material Didático Manipulável

**Figura 1** – Materiais necessários, xícaras, barbante, tesoura, caderno e caneta



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

#### Comentários iniciais

Queridos alunos do ensino fundamental, anos finais, do 8º ano. Nessa prática iremos trabalhar conceitos sobre a relação entre o perímetro da circunferência e valor de PI. Tendo por objetivo fazer com que o aluno com suas próprias mãos, munidos de instruções e materiais próprios, encontrado em casa, possa agir e descobrir o valor da constante  $\pi$ , com os conteúdos ministrados nas aulas de geometria plana no 8º ano, por meio de situações, apresentadas em uma determinada perspectiva. A prática será feita manualmente, e consiste na elaboração de algumas determinadas situações, que é medir o valor da circunferência e do seu diâmetro para descobrir o valor de PI, todos juntos de forma dinâmica e divertida. Tenham atenção aos procedimentos na prática, anotem seus questionamentos, pois eles nos ajudarão no entendimento e no sucesso da prática. Vamos lá.

#### Procedimento

Iniciaremos a aula com uma breve explicação sobre os procedimentos a serem realizados na nossa atividade. Prestem bastante atenção, pois nesse momento explicaremos alguns passos que vocês deverão realizar. Para a realização da prática utilizaremos alguns objetos encontrados em sua casa como: 1) Copo ou xícara; 2) Cordão, linha ou barbante; 3) Régua; 4) Tesoura (não pontiaguda para que ninguém se machuque); 5) Caneta ou lápis; 6) Caderno; e 7)

Celular para fazer cálculo. Tendo tudo que precisaremos na prática podemos começar.

*Etapa 1 (7 minutos)*

Separe a xícara ou o copo e utilizando o cordão dê uma volta envolvendo toda parte superior do objeto. Então marque o comprimento de uma volta inteira. Em seguida, estique o barbante e tome sua medida com a régua e anote no caderno o comprimento.

*Etapa 2 (7 minutos)*

Novamente com o barbante em mãos, o aluno deve medir de um ponto na circunferência a outro diametralmente oposto, passando pelo centro da circunferência, ou seja, tomar o diâmetro, em seguida medir o barbante com a régua e anotar no seu caderno.

*Etapa 3 (6 minutos)*

Em posse das duas medidas, o aluno deverá dividir o valor do perímetro da circunferência, que ele tomou, pelo comprimento do diâmetro e descobrir um resultado.

*Etapa 4 (10 minutos)*

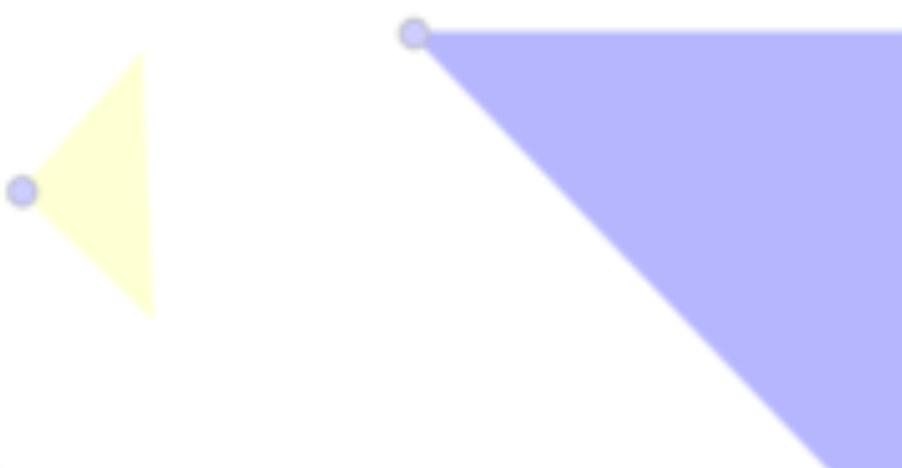
Vamos falar sobre os valores encontrados e usar como exemplos, valores descobertos de quatro integrantes do grupo. Integrante 1 (grupo 1), Integrante 2 (grupo 2), Integrante 3 (grupo 3) e Integrante 4 (grupo 4)

*Etapa 5 (10 minutos)*

Considerações finais do professor em relação aos resultados encontrados pelos estudantes.

# CAPÍTULO 5

Estudar a área de figuras mais complexas através da decomposição em figuras mais simples



## CAPÍTULO 5

### Estudar a área de figuras mais complexas através da decomposição em figuras mais simples

*Francisco Luís Felipe Gomes de oliveira*

*Ricardo Sousa Alves*

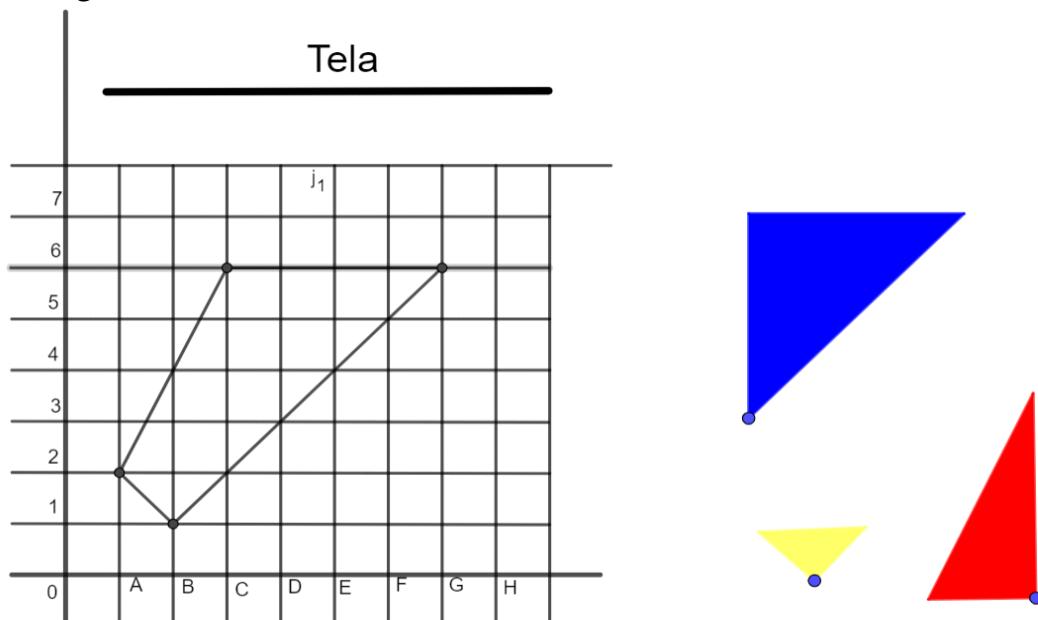
#### INTRODUÇÃO

Nesta prática foi escolhido o software de geometria dinâmica, GeoGebra. Pelo fato desse software disponibilizar uma variedade de recursos que permite ao aluno realizar manipulações, de modo a construir os conceitos matemáticos, que muitas vezes se tornam abstratos, caso fossem trabalhados somente com o lápis e papel. Através da sua utilização é possível tornar o ensino da Matemática mais dinâmico, dando possibilidades de interação e condições de movimento ao que foi construído, estimulando o aluno a questionar, prever situações, a formular hipóteses, fazer análises e experimentar. O experimento baseia-se na decomposição de áreas mais complexas em áreas mais simples, facilitando o cálculo. A duração da aula é de 50 minutos.

#### GUIA DO PROFESSOR

##### Material Didático Manipulável

**Figura 1** – Construção dinâmica dos acentos no teatro feita no GeoGebra



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

## Elementos que norteiam a prática

**Quadro 1 – Resumo da prática**

Série/Ano	3º ano do Ensino Médio	
Unidade temática	Geometria	
Objeto de conhecimento	Cálculo de áreas de figuras geométricas mais complexas através de uma decomposição, isto é, cortar a figura a fim de obter outras que possuam fórmulas de área bem definidas.	
Habilidade	(EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas (BRASIL, 2018, p. 533).	
Objetivos	Docente	<ul style="list-style-type: none"> <li>Trabalhar a importância das decomposições de figuras planas no cálculo de medidas de superfície (área).</li> </ul>
	Aluno	<ul style="list-style-type: none"> <li>Compreender como a composição e decomposição podem nos ajudar a calcular áreas de superfícies de figuras planas com vários tamanhos e formatos.</li> </ul>
Materiais necessários	Para a realização do experimento é necessário que o professor esteja com os seguintes material disponíveis aos alunos: celular/computador; uma folha de papel-ofício A4; e caneta.	
Conhecimentos prévios	Representar graficamente figuras no plano cartesiano; fazer o cálculo de áreas de figuras mais simples, como: quadrados, triângulos, trapézios, retângulos e etc.	
Duração	50 min	

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

## Aspectos gerais

### *Sinopse*

Através de conhecimento de áreas de figuras planas mais simples (já conhecidas pelo aluno) e utilizando da observação e fazendo a comparação entre figuras planas, o aluno deve ser capaz de determinar a área de figuras planas mais complexas. Para tal atividade ele deve decompor uma figura de formas desconhecidas em formas mais simples já conhecidas por ele. Essa prática se dará com a utilização do GeoGebra.

## Preparação

Os alunos devem ser divididos em grupos de 3 ou 4 integrantes com objetivo de juntos fazerem a leitura da situação-problema proposta no material,

identificando a situação-problema, deverão acessar o software do GeoGebra através do link: <HTTP://www.geogebra.org/classic/cxqspuyu>.

De posse do acesso do software, os alunos deverão montar a figura manipulando o objeto proposto. Deverão debater entre si o que foi proposto na atividade, no qual um membro da equipe deverá anotar os resultados e confrontar com os membros das demais equipes em uma roda de conversa.

### **Etapas para o desenvolvimento do experimento**

Observar a situação-problema: Álvaro e seus 3 amigos se organizaram para juntos irem assistir Homem-Aranha, na estreia do filme. Ao se depararem com a imensidão da fila que tinham que enfrentar para comprar o ingresso fizeram o combinado que mesmo com lugares separados assistiram ao filme. Por sorte tinham 4 lugares que ainda podiam ser ocupados, então ao aderirem os ingressos se dirigiram para a sala 6 do cinema. Não se tinham percebido, mas Álvaro ficou na A2 e os outros ficaram na B1, C6 e G6. Antes de começar o filme com a sala lotada todos ansiosos para o começo do filme Álvaro sendo um ótimo aluno em matemática para passar o tempo elaborou alguns problemas matemáticos. Para se ter uma vaga ideia das posições de Álvaro e seus colegas segue o link da atividade. Link da atividade: <https://www.geogebra.org/classic/cxqspuyu>.

#### *Etapa 1 (5 minutos)*

No primeiro momento os alunos deverão ser divididos em grupos de 4 integrantes com o objetivo de tornar o acompanhamento da prática mais acessível e que possam trocar ideias sobre o tema abordado. Neste momento será delegadas funções para cada participante.

A escolha dos integrantes e de suas respectivas funções obedecerá os seguintes padrões: 1) Leitor (Função de ler a folha do aluno para os demais colegas); 2) Manipulador (Função de abrir o GeoGebra e compartilhar a tela com os colegas); 3) Escritor (Função de anotar os dados e as resoluções da equipe); e 4) Orador (Função responsável por sintetizar as ideias e explicar a resolução da equipe).

#### *Etapa 2 (20 minutos)*

Feita as escolhas de cada membro e suas funções, assim como o entendimento do problema proposto, os alunos deverão acessar o link e montar o experimento.

Após a montagem do experimento deverão responder aos seguintes questionamentos:

1. Se cada um de seus amigos fosse um vértice de um polígono, qual polígono seria formado? Quadrilátero
2. Esse polígono é regular ou irregular, justifique sua resposta?

Os alunos devem ter esse momento para descrever quais as características de um polígono regular (tem lados e ângulos congruentes) e determinar se o exercício proposto trata se de um polígono regular.

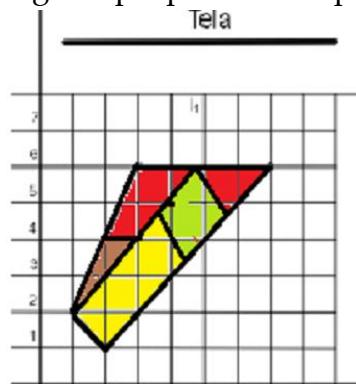
3. O que caracteriza um polígono regular, no exercício proposto quantos polígonos são regulares, justifique.

O aluno deve verificar que tanto o quadrilátero para montagem como os polígonos que o formam não são regulares, pois conforme discutido no item anterior para que sejam regulares deverão ter lados e ângulos congruentes (isto é, de mesma medida).

4. Em que tipos de figuras o polígono foi decomposto, poderíamos decompor esse polígono em outras formas conhecidas, se sim esboce uma possível decomposição para figura.

Uma resposta de cunho pessoal, mais uma sugestão encontra-se na Figura 2: Trapézios, retângulos, triângulos e quadrados.

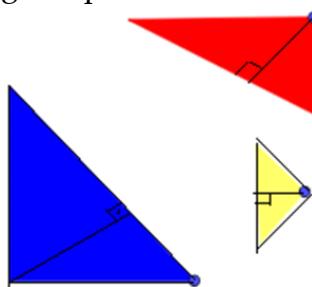
**Figura 2 – Imagens que podem compor o polígono**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

5. Você sabe calcular a área de cada figura utilizada para preencher o polígono, se sua resposta seja sim, digite as fórmulas? (Figura 3).

**Figura 3 – Imagens que devem ser indicadas as áreas**



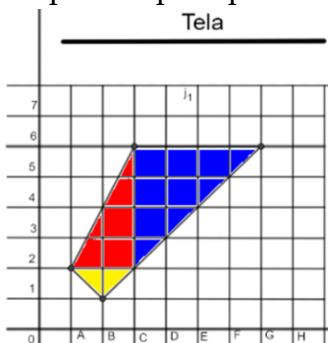
**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Resposta pessoal, o aluno deve ter o conhecimento prévio do cálculo de áreas de figuras planas.

$$\text{Área do triângulo: } A = \frac{b \cdot h}{2} \quad (b \rightarrow \text{base}, h \rightarrow \text{Altura relativa à base}).$$

Baseado na montagem do experimento, como faria para calcular a área desse polígono? Pela observação da montagem o aluno dever perceber que basta fazer a soma das áreas de todos os polígonos componentes, as áreas dos triângulos (resposta esperada na Figura 4):

**Figura 4 – Configuração esperada para posicionamento dos triângulos**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

6. Sabendo que o triângulo azul mede  $9 \text{ m}^2$ , o vermelho mede  $5 \text{ m}^2$ , o amarelo mede  $4 \text{ m}^2$ , qual a área total da figura?  $A = 9 \text{ m}^2 + 5 \text{ m}^2 + 4 \text{ m}^2 = 18 \text{ m}^2$ .
7. Se uma pessoa ocupa  $1,5 \text{ m}^2$  de área, quantas pessoas estão entre os 4 amigos?

(Divide-se a área total pela área ocupada por pessoa).

$$n = \frac{18 \text{ m}^2}{1,5 \text{ m}^2}$$

### *Etapa 3 (25 minutos)*

O orador de cada equipe apresentará seus resultados, suas conclusões e seus questionamentos que ocorreram no decorrer da prática. E por fim, as considerações finais do professor que ministrou a prática a respeito das conclusões e questionamento dos alunos.

### **Fechamento**

O professor pode fazer o fechamento levantando questionamentos em situações cotidianas, em que os alunos reconhecem onde se poderia aplicar o conhecimento adquirido na prática. Como por exemplo, poderia citar a necessidade de um pedreiro ao comprar cerâmica para o piso de um compartimento em que tem a forma geométrica irregular.

### **Referências**

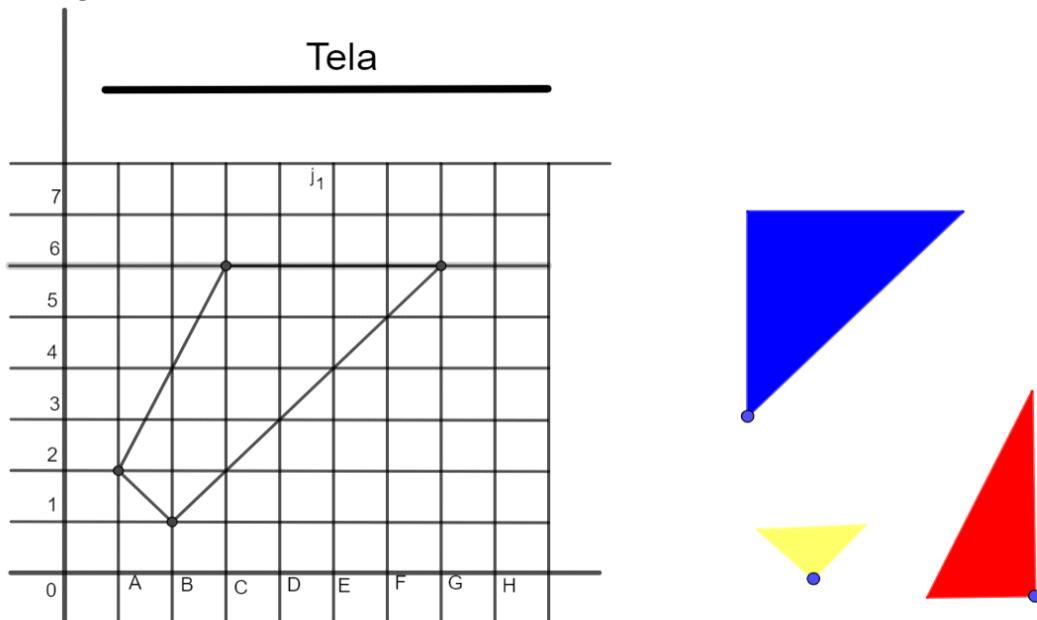
BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular:** educação é a base. Brasília: MEC, 2018.

## FOLHA DO ALUNO

**Estudar a área de figuras mais complexas através da decomposição em figuras mais simples**

### Material Didático Manipulável

**Figura 1 – Construção dinâmica dos acentos no teatro feita no GeoGebra**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

### Comentários iniciais

Caro aluno, a aula de hoje se dará em uma situação problema, usando a ideia de geometria analítica fazendo a transposições de figuras no GeoGebra como material manipulativo. No qual terá como tema: Geometria Analítica na Prática. Logo, será necessário que você utilizando os seus conhecimentos matemáticos de geometria analítica e raciocínio lógico, resolva as questões propostas. No entanto, é importante que a turma seja dividida em equipes de 4 pessoas para que cada um com sua função possa de maneira efetiva desenvolver melhor a atividade. O tempo da prática é de 50min.

### Procedimento

Situação problema: Álvaro e seus 3 amigos se organizaram para juntos irem assistir Homem-Aranha na estreia do filme. Ao se depararem com a imensidão da fila que tinham que enfrentar para comprar o ingresso fizeram o combinado que mesmo com lugares separados assistiriam ao filme. Por sorte tinham 4 lugares que ainda podiam ser ocupados, então ao aderirem os ingressos se dirigiram para a sala 6 do cinema. Não se tinham percebido mais Álvaro ficou na A2 e os outros ficaram na B1, C6 e G6. Antes de começar o filme com a sala

lotada todos ansiosos para o começo do filme Álvaro sendo um ótimo aluno em matemática para passar o tempo elaborou alguns problemas matemáticos. Para se ter uma vaga ideia das posições de Álvaro e seus colegas segue o link da atividade. Link da atividade: <https://www.geogebra.org/classic/cxqspuyu>. Para que se tenha êxito nos cálculos, dividida em equipes de 4 integrantes com cada função. E em seguida resolva os problemas e anote os resultados.

*Etapa 1 (5 minutos)*

No primeiro momento os alunos deverão ser divididos em grupos de 4 integrantes, com o objetivo de tornar o acompanhamento da prática mais acessível e que possam trocar ideias sobre o tema abordado. Neste momento será delegadas funções para cada participante. A escolha dos integrantes e de suas respectivas funções obedecerá os seguintes padrões: 1) Leitor (Função de ler a folha do aluno para os demais colegas); 2) Manipulador (Função de abrir o GeoGebra e compartilhar a tela com os colegas); 3) Escritor (Função de anotar os dados e as resoluções da equipe); e 4) Orador (Função responsável por sintetizar as ideias e explicar a resolução da equipe).

*Etapa 2 (20 minutos)*

Feita as escolhas de cada membro e suas funções, assim como o entendimento do problema proposto, os alunos deverão acessar o link e montar o experimento. Após a montagem do experimento deverão responder aos seguintes questionamentos:

**8.** Se cada um de seus amigos fosse um vértice de um polígono, qual polígono seria formado?

**9.** Esse polígono é regular ou irregular? Justifique sua resposta!

**10.** O que caracteriza um polígono regular, no exercício proposto quantos polígonos são regulares, justifique.

**11.** Em que tipos de figuras o polígono foi decomposto, poderíamos decompor esse polígono em outras formas conhecidas, se sim esboce uma possível decomposição para figura!

**12.** Você sabe calcular a área de cada figura utilizada para preencher o polígono, se sua resposta seja sim, digite as fórmulas.

**13.** Baseado na montagem do experimento, como faria para calcular a área desse polígono?

**14.** Sabendo que o triângulo azul mede  $9 \text{ m}^2$ , o vermelho mede  $5 \text{ m}^2$ , o amarelo mede  $4 \text{ m}^2$ , qual a área total da figura?

**15.** Se uma pessoa ocupa  $1,5 \text{ m}^2$  de área, quantas pessoas estão entre os 4 amigos?

*Etapa 3 (25 minutos)*

Tendo finalizado o experimento todos retornaram para mesma sala e um integrante de cada grupo irá explanar o desempenho durante a construção. O orador de cada equipe apresentará retornando a turma, seus resultados, suas conclusões e seus questionamentos que ocorreram no decorrer da prática. E por fim as considerações finais do professor que ministrou a prática a respeito das conclusões e questionamento dos alunos.

# CAPÍTULO 6

Descobrindo a semelhança  
entre triângulos

## CAPÍTULO 6

### Descobrindo a semelhança entre triângulos

Maria Meirilene Rocha Moura

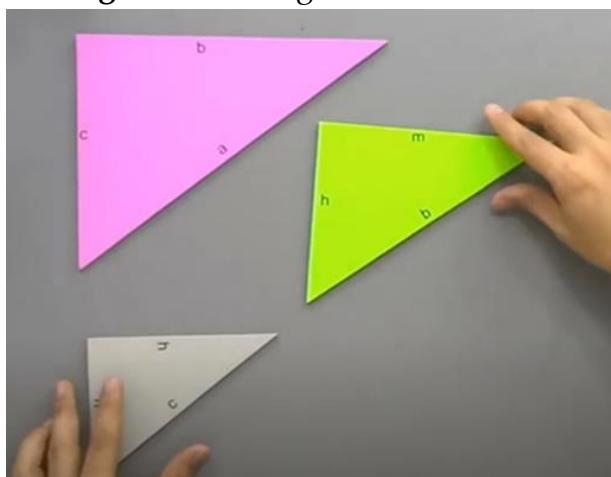
#### INTRODUÇÃO

A semelhança de triângulos que é o conteúdo abordado no material manipulativo desta prática, é a comparação entre lados proporcionais e ângulos congruentes de triângulos. Assim, dois polígonos são semelhantes quando existe proporcionalidade entre seus lados e seus ângulos correspondentes são todos iguais.

#### GUIA DO PROFESSOR

##### Material Didático Manipulável

**Figura 1 – Triângulos semelhantes**



**Fonte:** Elaborado pela autora.

#### Elementos que norteiam a prática

**Quadro 1 – Resumo da prática**

Série/Ano	9º ano do Ensino Fundamental	
Unidade temática	Geometria	
Objeto de conhecimento	Semelhança de triângulos.	
Habilidade	(EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes. (BRASIL, 2018, p. 317).	
Objetivos	Docente	<ul style="list-style-type: none"><li>Ensinar de forma didática e satisfatória uma aula de semelhança de triângulos usando um material físico manipulativo de forma que os alunos entendam e se questionem de forma clara sobre o assunto.</li></ul>

	Aluno	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer de forma simples as condições necessárias para que os triângulos sejam semelhantes.</li> </ul>
<b>Materiais necessários</b>		Para a realização do experimento é necessário que o professor esteja com os seguintes materiais disponíveis: 1) Computador ou notebook com câmera e acesso à internet; 2) Ferramenta de videoconferência, exemplo, Google Meet; 3) Papel; 4) Caneta; 5) Régua e transferidor; e 6) Tesoura
<b>Conhecimentos prévios</b>		Conhecer bem as figuras planas, saber identificar os vértices e arestas de figuras, saber as condições para que um triângulo seja retângulo e saber também manipular régua e transferidor além de saber dividir.
<b>Duração</b>		1 hora/aula

**Fonte:** Elaborado pela autora.

## Aspectos gerais

*Sinopse:*

Neste experimento os alunos primeiramente serão questionados pelo professor sobre quais são as condições necessárias para que dois objetos, pessoas ou até mesmo situações possam ser semelhantes. Após um breve diálogo sobre tal assunto o professor pode pedir aos alunos que deem início a prática mencionada na folha do aluno, na qual consiste em chegar à conclusão de descobrir as condições e características para os triângulos serem semelhantes.

## Experimento

Prezado professor, para que o material manipulativo realmente cumpra o seu papel é necessário ter a consciência de que é o próprio aluno que tem que chegar na conclusão final do conhecimento que queremos que ele alcance através da manipulação do material utilizado. Levando em consideração o tema abordado nessa aula, se faz necessário que o professor fale de forma bem breve sobre o que seria semelhança (não necessariamente de triângulos, devendo assim levar mais em consideração semelhanças no dia a dia). Depois desse momento, pode-se partir para a prática e continuar fazendo questionamentos para os alunos, agora já levando em consideração os triângulos que serão utilizados na aula.

## Preparação

Antes da aplicação da atividade se faz necessário rever e verificar uma boa qualidade de internet e avisar a turma da importância de chegarem na aula no horário correto.

## **Etapas para o desenvolvimento do experimento**

### *Etapa 1*

Primeiramente todos devem ter em mãos o triangulo original que será mandado com antecedência para os alunos, ao iniciar a aula o professor irá abordar de forma bem breve o conteúdo relativo ao material manipulativo. Logo em seguida, a turma será dividida em salas na qual cada uma terá equipes de até quatro participantes que juntos realizarão a prática. Na qual todos terão que seguir o seguinte passo a passo.

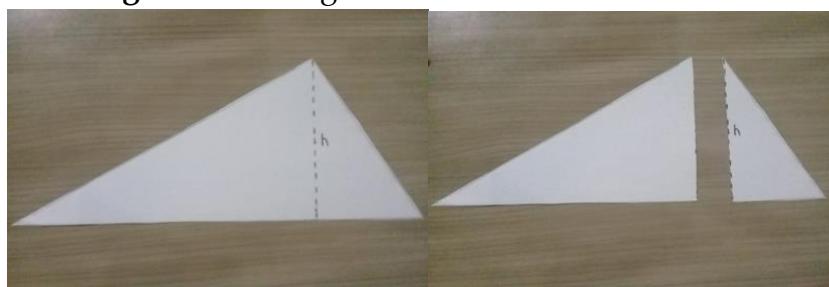
### *Etapa 2*

Utilizando a figura geométrica da folha guia (triangulo retângulo) e com o auxílio de uma régua e de um transferidor desenhe um outro triangulo retângulo em uma folha na qual seja o mais parecido possível com a figura inicial, desenhando assim um novo triangulo com as mesmas medidas e ângulos do triangulo original. Na sequência, recorte o triangulo que você acabou de desenhar.

### *Etapa 3*

Após recortá-lo trace a altura do triângulo que você acabou de construir sendo que a base do triangulo é a hipotenusa. Agora recorte novamente o novo triângulo bem na altura que você tracejou, dividindo-o em dois triângulos (Figura 2).

**Figura 2 – Triângulo recortado em outros dois**



**Fonte:** Elaborado pela autora.

### *Etapa 4*

Agora sim podemos dizer que temos três triângulos semelhantes, com o auxílio de uma régua e um compasso. Por meio da manipulação desses triângulos podemos perceber as condições que os fazem semelhantes (basta posicionar um triângulo sobre o outro triângulo para identificar que os seus três ângulos internos são comuns nas três figuras e, também com o auxílio de uma régua se pode perceber também a proporcionalidade de todos os seus lados).

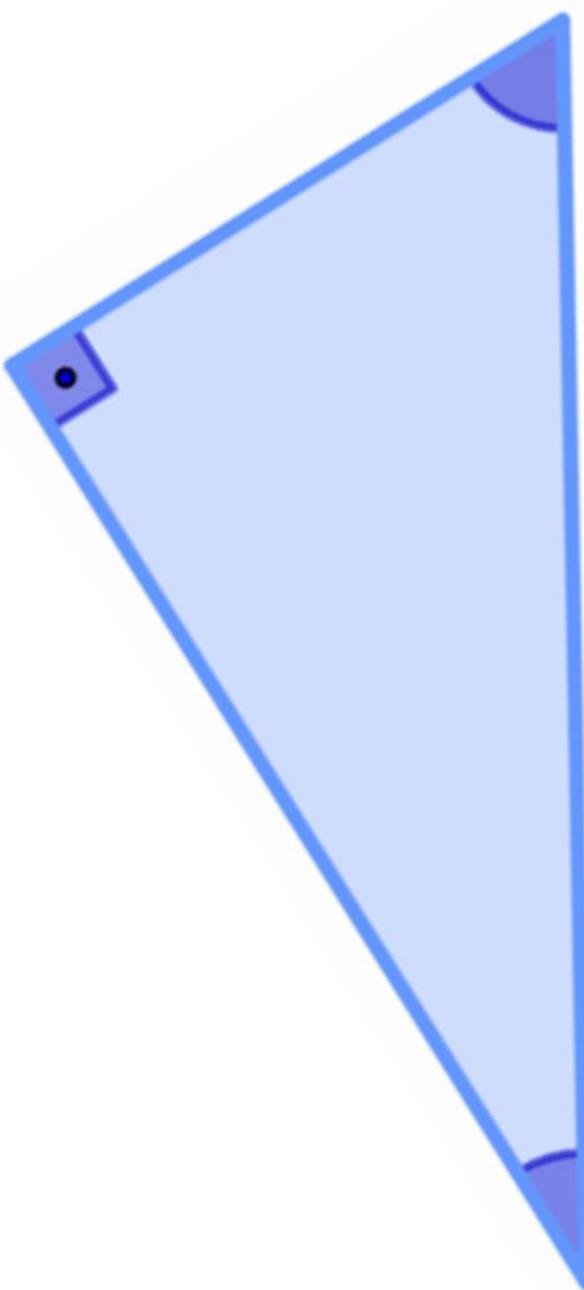
## **Fechamento**

Após percorrer o tempo estipulado o aplicador deverá orientar os alunos para que todos retornem à sala original e solicite que um integrante de cada equipe se posicione sobre o resultado obtido durante a manipulação.

## Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular: educação é a base.** Brasília: MEC, 2018.

## Anexo

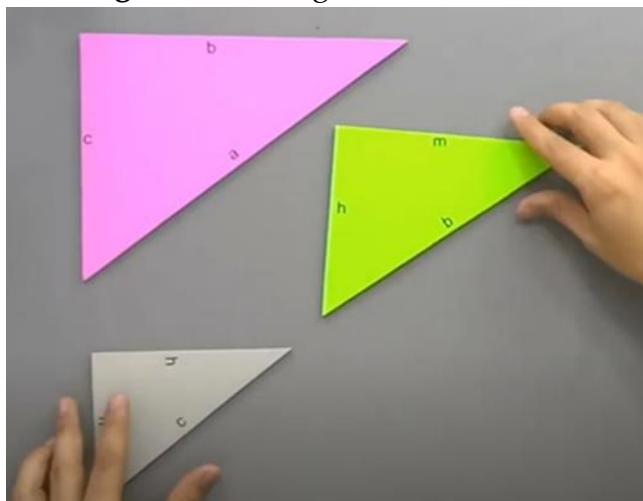


## FOLHA DO ALUNO

### Descobrindo a semelhança entre triângulos

#### Material Didático Manipulável

**Figura 1 – Triângulos semelhantes**



**Fonte:** Elaborado pela autora.

#### Comentários iniciais

Caro aluno, uma parte da aula de hoje se dará em uma prática laboratorial de um material manipulativo na qual terá como o tema semelhanças de triângulos, de forma que será necessário que você (aluno) inicialmente saiba manipular o material de maneira inteligente para que o objetivo final seja alcançado com sucesso.

#### Procedimento

##### *Etapa 1*

Utilizando a figura geométrica da folha guia (triângulo retângulo) e com o auxílio de uma régua e de um transferidor desenhe um outro triângulo retângulo em uma outra folha, na qual seja o mais parecido possível com a figura inicial, desenhando assim um novo triângulo com as mesmas medidas e ângulos do triângulo original. Em seguida, recorte o triângulo que você acabou de desenhar.

##### *Etapa 2*

Após recortá-lo trace a altura do triângulo que você acabou de construir sendo que a base do triângulo é a hipotenusa. Agora recorte novamente o novo triângulo bem na altura que você tracejou, dividindo-o em dois triângulos.

##### *Etapa 3*

Agora sim temos três triângulos semelhantes na qual você deverá manipulá-los de maneira lógica para descobrir quais as características que os

tornam semelhantes. Dica: coloque triângulo sobre triângulo, vire para o lado vire para o outro, com a régua meça as arestas dos triângulos e use sua criatividade.

*Etapa 4*

Após percorrer o tempo estipulado pelo professor todos deverão retornar à sala de origem e um aluno de cada equipe deverá compartilhar a experiência vivida durante a manipulação do objeto e explicar de que maneira chegou nesse resultado.

# CAPÍTULO 7

Jogando com Acess

## CAPÍTULO 7

### Jogando com Acess

*Daniel da Silva Rocha  
Pedro Henrique Sales Ribeiro*

#### INTRODUÇÃO

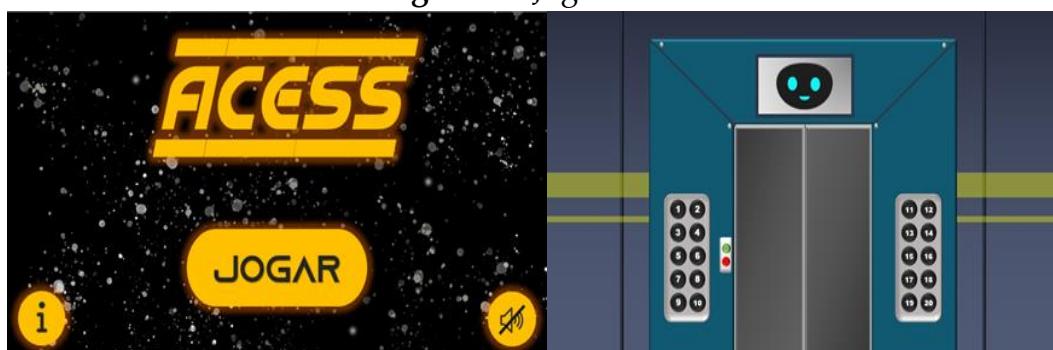
Dentre os diversos temas que são abrangidos pela área do conhecimento denominada geometria, podemos encontrar a geometria espacial, que aborda os sólidos e construções geométricas que são realizadas no espaço, isto é, no  $\mathbb{R}^3$ . Uma classe especial de sólidos que pertencem ao  $\mathbb{R}^3$  são os corpos redondos, que engloba os Cilindros, Cones e Esferas. Nesta perspectiva, está prática contém questionamentos abertos, isto é, sem alternativas de múltipla escolha, que envolve área lateral, área total e volume destes sólidos mencionados, bem como as relações existentes entre eles, em especial, a relação entre os cilindros e os cones.

A construção de conhecimentos geométricos é por muitas vezes negligenciada, e assim, o ensino desta área se faz apenas pela mera apresentação de fórmulas para o cálculo de áreas e volumes. Por conta disso, há uma defasagem na aprendizagem, por parte dos alunos, dos conceitos geométricos presentes na Base Nacional Comum Curricular. Dessa forma, esta prática tem como motivação uma tentativa de superar o déficit mencionado, valendo-se para isso, de um jogo que permite, intuitivamente, a dedução das fórmulas utilizadas na geometria espacial, com ênfase nos corpos redondos, a partir dos conhecimentos já construídos em geometria plana.

#### GUIA DO PROFESSOR

#### Material Didático Manipulável

**Figura 1 – Jogo Acess**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

#### Elementos que norteiam a prática

**Quadro 1 – Resumo da prática**

<b>Série/Ano</b>	9º ano do Ensino Fundamental	
<b>Unidade temática</b>	Geometria	
<b>Objeto de conhecimento</b>	Área de figuras planas e volume.	
<b>Habilidade</b>	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais (BRASIL, 2018, p. 537)	
<b>Objetivos</b>	Docente	<ul style="list-style-type: none"> <li>Trabalhar noções de área de cilindros e cones retos, assim como a dedução de métodos de obtenção dos volumes de cilindros e cones retos.</li> </ul>
	Aluno	<ul style="list-style-type: none"> <li>Inferir, intuitivamente, a área de cilindros e cones retos</li> <li>Deduzir e formular métodos de obtenção dos volumes de cilindros e cones retos.</li> <li>Realizar a relação entre corpos redondos.</li> </ul>
<b>Materiais necessários</b>	Para a realização do experimento é necessário que o professor esteja com os seguintes materiais disponíveis: 1) Celular; 2) tablet ou computador com acesso à internet; 3) Projetor; 4) Papel; 5) Lápis; e 6) Borracha.	
<b>Conhecimentos prévios</b>	Noções de áreas de figuras planas, comprimento e arcos de circunferência, poliedros: secções meridianas e volume de prismas e pirâmides.	
<b>Duração</b>	1 hora/aula	

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

## Aspectos gerais

*Sinopse:*

Divididos em grupos, os alunos irão construir conhecimentos relacionados aos corpos redondos (cilindro, cone e esfera) a partir da utilização de um material concreto digital, desenvolvido na plataforma *Power Point*.

## Experimento

Prezado professor, este experimento trata-se de um jogo de perguntas, desenvolvido na plataforma virtual *PowerPoint* (Anexo I). O material necessário, a preparação e as etapas a serem seguidas por você, para que a aplicação ocorra corretamente, estão dispostas a seguir.

## **Preparação**

Antes do início da aula, você deve expor o arquivo de *Power Point* contendo o jogo, com um projetor, caso seja presencial, e em seguida é necessário que se faça a divisão da turma em duas equipes, de forma a organizar as discussões e permitir a participação de todos na experimentação.

## **Etapas para o desenvolvimento do experimento**

### *Etapa 1*

Na primeira etapa você deverá ler as seguintes regras:

1. Deverão ser respondidas corretamente dez questionamentos;
2. Em todas as perguntas é necessária uma resposta satisfatória, assim podendo os alunos avançarem para a próxima sala;
3. O tempo geral para finalizar o jogo é de 45 minutos, contados a partir da finalização da fala da inteligência artificial; e
4. Caso não seja possível cumprir com as regras 1 e/ou 3, o resultado será de derrota.

### *Etapa 2*

Esta etapa inicia-se com a história criada para a contextualização do jogo desenvolvido. Em seguida, os alunos estarão na primeira tela após a história, escutando as orientações, em áudio, que estão presentes na aplicação, e após terminado a execução deste áudio, é necessário que eles escolham a palavra-chave e a ordem adotada para as respostas que serão dadas.

Estando decididas a ordem e a palavra-chave, você deverá clicar no fundo do *Slide*, que contém um *Hyperlink* para uma outra tela, idêntica à anterior, mas que possui os vinte botões também com *Hyperlinks* designados para cada questão. Após isso, deverá ser indagado ao primeiro aluno da ordenação acordada, qual botão ele escolherá, tendo como opções o botão 1 e 2. Em seguida, repete-se o procedimento com o próximo aluno da ordem, que deve decidir entre os botões 3 e 4. O mesmo vale para o terceiro com os botões 5 e 6, o quarto com os botões 7 e 8, o quinto com os botões 9 e 10, o sexto com os botões 11 e 12, o sétimo com os botões 13 e 14, o oitavo com os botões 15 e 16, o nono com os botões 17 e 18, e por último, o décimo com os botões 19 e 20. Vale destacar, que caso a equipe tenha menos de dez alunos, a ordenação será repetida após o último aluno responder a sua pergunta. Você julgará se a resposta está satisfatória, com base na relação das perguntas presentes no jogo, e suas respectivas respostas que estão apresentadas no anexo II.

Caso esteja satisfatória, os alunos irão para próxima sala, e o próximo da sequência irá responder outro questionamento, nesse caso, deverá ser apertado o botão verde que está ao lado esquerdo da porta, e então após 5 segundos a porta irá abrir, você então deverá clicar na imagem da sala aberta, para se direcionar

para próxima sala. No caso de não estar satisfatória, deverá ser apertado o botão vermelho, e o aluno terá que responder novamente à pergunta.

Na resolução do último questionamento, ao apertar o botão verde, caso a resposta esteja satisfatória, a porta para a sala de comando irá se abrir, e ao clicar na imagem dela, os alunos estarão de frente para o painel de controle da nave, bastando apenas apertar, primeiro o botão vermelho para cancelar o modo de proteção, e em seguida o verde para concluir o jogo com vitória. Caso os alunos não consigam responder todas as perguntas no tempo de 45 minutos, você deverá clicar na faixa amarela menor, e clicar em um botão secreto, logo acima do painel de questões direito, que encerra o jogo com a tela de derrota.

### **Fechamento**

Ao encerrar esta atividade, caso haja tempo, pode-se mostrar as questões que não foram escolhidas pelos alunos. No caso de um resultado positivo, a tela de conclusão mostrará o texto com um bom final, o contrário ocorre caso os alunos não consigam completar no tempo determinado. Além disso, você pode também encerrar a aula expondo algumas curiosidades que fazem parte da construção do jogo, bem como as características que envolvem esferas, cones e cilindros na natureza.

### **Variações**

Ao determinar outros objetivos, este mesmo jogo pode ser utilizado também como uma revisão de conteúdo, neste modelo, os alunos podem ficar livres para escolherem quaisquer dos vinte números, independentes de restrições quanto a ordem de escolha das perguntas.

### **Referências**

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular:** educação é a base. Brasília: MEC, 2018.

## Anexos

Anexo I – Arquivo em *Power Point* contendo o jogo:



Anexo II – Perguntas do jogo e suas respectivas respostas:



## FOLHA DO ALUNO

### Jogando com Acess

#### Material Didático Manipulável

**Figura 1 – Jogo Acess**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

#### Comentários iniciais

Prezado aluno, está prática visa construir, a partir do jogo desenvolvido na plataforma virtual *PowerPoint*, denominado *Acess*, alguns dos conhecimentos de Geometria Espacial, com ênfase nos três principais corpos redondos, cilindro, cone e esfera. Dessa forma, os questionamentos elaborados, e que estão dispostos nos diversos níveis da aplicação desenvolvida, contém uma ordenação que permite a compreensão dos conceitos. Este jogo é composto de vinte perguntas, divididas em 10 etapas, de forma a favorecer a organização da prática.

#### Procedimento

Ao início do jogo, vocês estarão trancados em uma sala virtual, na qual receberão as instruções da inteligência artificial da nave, após este momento, será necessário que seja estabelecido uma ordem dos alunos que irão responder a cada questionamento. Além disso, é preciso também que uma palavra-chave seja escolhida para acionar o mecanismo de reconhecimento de respostas da inteligência artificial. Tendo cumprido as etapas apresentadas, as perguntas irão iniciar.

No painel, estará visível vinte botões, cada um correspondendo a um questionamento distinto. As escolhas de qual botão apertar, e consecutivamente, de qual pergunta responder, ficará a cargo de vocês, desde que sigam os seguintes critérios:

- O primeiro deverá escolher entre os botões 1 e 2;
- O segundo deverá escolher entre os botões 3 e 4;
- O terceiro deverá escolher entre os botões 5 e 6;
- O quarto deverá escolher entre os botões 7 e 8;

- O quinto deverá escolher entre os botões 9 e 10;
- O sexto deverá escolher entre os botões 11 e 12;
- O sétimo deverá escolher entre os botões 13 e 14;
- O oitavo deverá escolher entre os botões 15 a 16;
- O nono deverá escolher entre os botões 17 e 18; e
- O décimo deverá escolher entre os botões 19 e 20.

Caso haja menos de dez participantes, a ordenação poderá se repetir, de forma que, tendo todos vocês já respondido a uma pergunta, a sequência e a possibilidade de resposta, retornará para o primeiro da ordenação.

Estando finalizado todos os dez questionamentos, vocês poderão ter acesso a sala de controle da nave, e assim será possível apertar o último botão, que desativa o modo de proteção, e salva a nave da destruição, concluindo a prática proposta.

Em todos os momentos do jogo, o professor irá conduzir a aplicação, e julgar se a resposta dada para cada questionamento é satisfatória para que haja o avanço no jogo, caso contrário, vocês deverão responder novamente à pergunta.

A seguir estão listadas as regras necessárias:

- 1 Deverão ser respondidas corretamente dez questionamentos;
- 2 Em todas as perguntas é necessária uma resposta satisfatória para que vocês possam avançar;
- 3 O tempo geral para finalizar o jogo é de 45 minutos, contados a partir da finalização da fala da inteligência artificial; e
- 4 Caso não seja possível cumprir com as regras 1 e/ou 3, o resultado será de derrota.



# CAPÍTULO 8

## Cinema cartesiano



## CAPÍTULO 8

### Cinema cartesiano

*Anna Letícia de Araújo Silva  
Maria Larissa da Silva Sales*

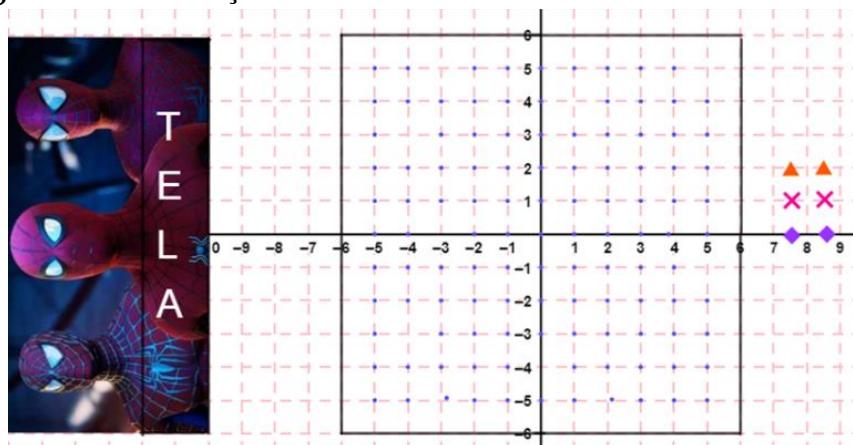
#### INTRODUÇÃO

Quando observamos o plano cartesiano, podem surgir algumas dúvidas e dificuldades sobre como e onde usar esse conceito na prática, como posicionar os pontos, por exemplo. Ele é um objeto matemático plano composto por duas retas numéricas perpendiculares, ou seja, retas que possuem apenas um ponto em comum, formando um ângulo de  $90^\circ$ . Esse ponto comum é conhecido como origem e é nele que é marcado o número zero de ambas as retas. As duas retas que originam o plano cartesiano precisam ser numéricas, para que seja possível encontrar a localização de pontos quaisquer no plano, ela é a base fundamental de muitos conhecimentos comuns no cotidiano. Mas o que é o sistema de coordenadas cartesianas? Sistema de coordenadas é o nome do esquema de identificação de pontos no plano cartesiano, como há 2 eixos, sempre precisamos dar a posição de um ponto em relação às duas retas. Por isso, o que caracteriza o sistema de coordenadas é o par ordenado, onde segue-se uma sequência de identificação para cada “x” e “y”, no caso a sequência escrita é de formato:  $(x, y)$ . Neste experimento utilizamos os conhecimentos primitivos de coordenadas e plano cartesiano para trabalharmos o assunto juntamente com o teorema de Pitágoras, assunto que os alunos precisam ter visto previamente à prática, para que partindo daí possamos construir os conceitos relacionados à distância de dois pontos em um plano cartesiano.

#### GUIA DO PROFESSOR

##### Material Didático Manipulável

**Figura 1 – Construção dinâmica do cinema cartesiano no GeoGebra**



**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

## Elementos que norteiam a prática

**Quadro 1 – Resumo da prática**

Série/Ano	3º ano do Ensino Médio	
Unidade temática	Geometria	
Objeto de conhecimento	Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados. Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração. Distância entre pontos no plano cartesiano.	
Habilidade	(EM13MAT203) Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de aplicativos, jogos (digitais ou não), planilhas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros compostos, dentre outros, para aplicar conceitos matemáticos e tomar decisões (BRASIL, 2018, p. 526).  (EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, incluindo ou não tecnologias digitais (BRASIL, 2018, p. 528).	
Objetivos	Docente	Alcançar a compreensão dos conceitos de distância de dois pontos no plano cartesiano utilizando conhecimentos já obtidos anteriormente de coordenada e teorema de Pitágoras.
	Aluno	Entender com êxito o conceito de distância de dois pontos no plano cartesiano aplicando conhecimentos prévios.
Materiais necessários	Para a realização do experimento é necessário que o professor esteja com os seguintes materiais disponíveis: 1) Computador, para utilizar o GeoGebra; 2) Folha do aluno; 3) Lápis e borracha; e 4) Construção dinâmica no software GeoGebra - link ( <a href="https://www.geogebra.org/m/myjtuuhwd">https://www.geogebra.org/m/myjtuuhwd</a> ).	
Conhecimentos prévios	Coordenadas no plano cartesiano e teorema de Pitágoras.	
Duração	1 hora/aula	

**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

## Aspectos gerais

*Sinopse:*

No primeiro momento o professor introduz a prática, com a leitura dos comentários iniciais da folha do aluno, após os alunos serão divididos em

equipes, de até 4 integrantes, seguindo eles iniciarão a prática. Já em equipe eles irão designar de acordo com a folha do aluno as funções de cada um, sendo três combos para análise, eles darão continuidade observando o plano cartesiano e manipulando o software GeoGebra para auxílio da visualização. Finalizando o período em equipe eles discutirão os resultados e a experiência, para que por fim, voltando ao coletivo da turma tenha a troca de soluções da experiência.

## **Experimento**

Prezado, professor(a) a prática “Cinema Cartesiano” irá auxiliar a construir com os alunos os conceitos referentes à distância de dois pontos em um plano cartesiano, utilizando seus conhecimentos de coordenadas e teorema de Pitágoras. De forma mais lúdica, a prática tem a intenção de atrair a atenção dos alunos para que eles observem as coordenadas das cadeiras do cinema, a distância entre elas e quais conhecimentos matemáticos eles utilizam, tudo isso de forma analítica dos procedimentos praticados.

## **Preparação**

É sugerido que o professor leia os comentários iniciais com os alunos para que tenha certeza que não restará dúvidas quanto ao funcionamento do experimento. O professor enviará o link do software para que os alunos acessem<sup>8</sup>. Em seguida ele poderá separar os alunos em equipes, com quatro alunos cada. Assim, eles iniciarão o experimento.

## **Etapas para o desenvolvimento do experimento**

### *Etapa 1*

O professor deverá dividir a turma em equipes de quatro pessoas e explicar as funções (seguem numeradas abaixo) de cada membro da equipe de acordo com a ordem alfabética (levando em consideração para a ordenação a letra que inicia o nome de cada estudante):

1º será quem lerá a folha do aluno e assim guiará a prática a partir da leitura.

2º compartilhará a tela para que todos da equipe visualizem bem o material dinâmico digital.

3º será responsável por controlar o tempo, para que a prática seja corretamente dividida em suas fases e assim não falte ou sobre muito tempo.

4º anotará as conclusões e respostas discutidas em equipe, para que ao voltarmos a sala principal ele possa explanar, junto aos outros colegas, como foi a experiência.

---

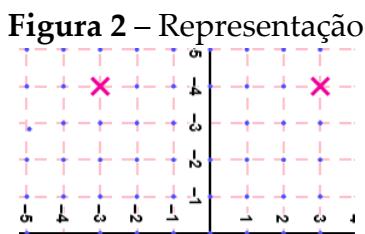
<sup>8</sup> Link da construção dinâmica no software: <https://www.geogebra.org/m/myjtuhw>

### Etapa 2

Os alunos deverão acessar o link e fazer as seguintes observações de acordo com cada combo, os quais são especificados a seguir.

**COMBO 1:** o primeiro combo deve ser marcado como x rosa, mas no software só mostra a imagem deslocada, porém temos as coordenadas a primeira cadeira está  $(-4, 3)$  e a segunda  $(-4, -3)$  nós precisamos colocar elas em seus devidos lugares e depois fazer algumas observações:

Quantas cadeiras de distância terão entre elas nesse combo? Resposta: contando, os alunos devem chegar à conclusão que são 5 cadeiras de distância. Para visualização no GeoGebra, tem-se Figura 2:



**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

Matematicamente, como podemos achar essa distância? Neste item queremos que os alunos observem que podemos calcular tal distância observando a reta numérica paralela aos dois pontos, no caso seria o eixo y, assim um lugar estando em 3 positivo e 3 negativo, calculando isso como distância chegamos que é de 6 unidades de medida, tal conclusão pode ser adquirida contando os espaços entre as cadeiras de uma à outra.

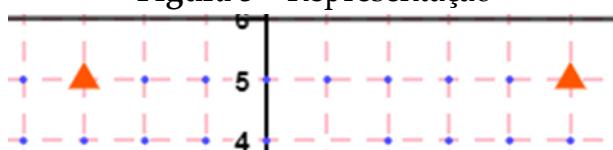
Após esse momento, o aluno responsável por marcar o tempo deve estar atento, para que assim a discussão não venha a atrapalhar o restante da prática.

### COMBO 2:

Está marcado como laranja, mas na construção dinâmica no software só mostra a imagem deslocada, porém temos as coordenadas a primeira cadeira está  $(-3,5)$  e a segunda  $(5,5)$ , nós precisamos colocar elas em seus devidos lugares e depois fazer algumas observações:

Quantas cadeiras de distância terão entre elas nesse combo? Resposta: contando, eles verão que são 7 cadeiras de distância. Sobre isso, tem-se a Figura 3 retirada da tela do GeoGebra:

**Figura 3 – Representação**



**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

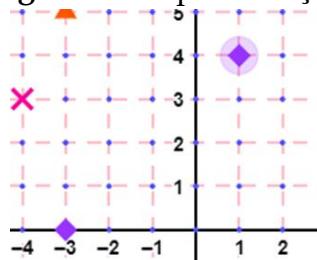
Matematicamente, como podemos achar essa distância? Agora, eles deverão analisar a posição em relação ao eixo x, o qual é paralelo ao segmento de reta formado pelos pontos em questão, onde um está em 5 positivos e o outro 3 negativos, sendo assim são 8 unidades de medida de distância.

### COMBO 3

Está marcado como ♦ roxo, mas na construção dinâmica do GeoGebra só mostra a imagem deslocada, porém temos as coordenadas a primeira cadeira está (-3,0) e a segunda (1,4). Nós precisamos colocar elas em seus devidos lugares e depois fazer algumas observações:

Quantas cadeiras de distância terão entre elas nesse combo? Contando na diagonal serão 3 de distância, como se tem na Figura 4.

**Figura 4 – Representação**



**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

Matematicamente, como podemos achar essa distância? Resposta: neste caso espera-se que eles observem que o método a ser utilizado é o teorema de Pitágoras, onde será  $4^2+4^2 = (\text{hipotenusa})^2$ , sendo assim  $16+16 = h^2$ , segue  $h=\sqrt{32}$ .

### Etapa 3

Após os alunos concluírem o momento em equipe, retornaremos à sala principal, para que juntos possamos analisar nossos resultados e trocar experiências de como foi o processo do experimento. O professor poderá utilizar os questionamentos orientadores (que seguem abaixo) para concluir a prática, além de retomar o questionamento inicial de qual dos combos tem a menor distância entre si, no caso, a resposta é o combo três ( $\sqrt{32} \approx 5,6$ ).

Questionamentos orientadores:

i) Qual dos combos tem a menor distância se contarmos as cadeiras?  
Resposta: Combo 3;

ii) Qual dos combos tem a menor distância matematicamente falando?  
Resposta: Combo 3; e

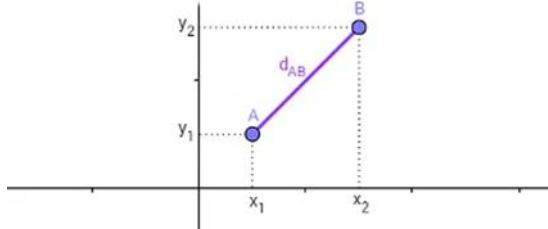
iii) Que recursos matemáticos vocês utilizaram neste experimento? Aqui espera-se que o aluno além de contar os espaços e calcular a distância observando a reta numérica, no combo 3 ele utilize o teorema de Pitágoras.

## Fechamento

Após o cumprimento das etapas do experimento e com base nos resultados das discussões o professor deverá explanar para toda a turma o conteúdo qual ele esperava que os alunos chegassem, tal como formalizar a distância entre dois pontos no plano cartesiano, mostrando aos alunos a fórmula, da forma como se segue na Figura 5:

**Figura 5 – Fórmula**

$$d_{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

## Variação

Uma ótima adaptação seria caso as aulas presenciais estivessem de volta, moldar o experimento para que os alunos tivessem mais interações, levando-os para o laboratório de informática, para que assim os alunos possam olhar e manipular juntos o material dinâmico construído no software GeoGebra.

## Referência

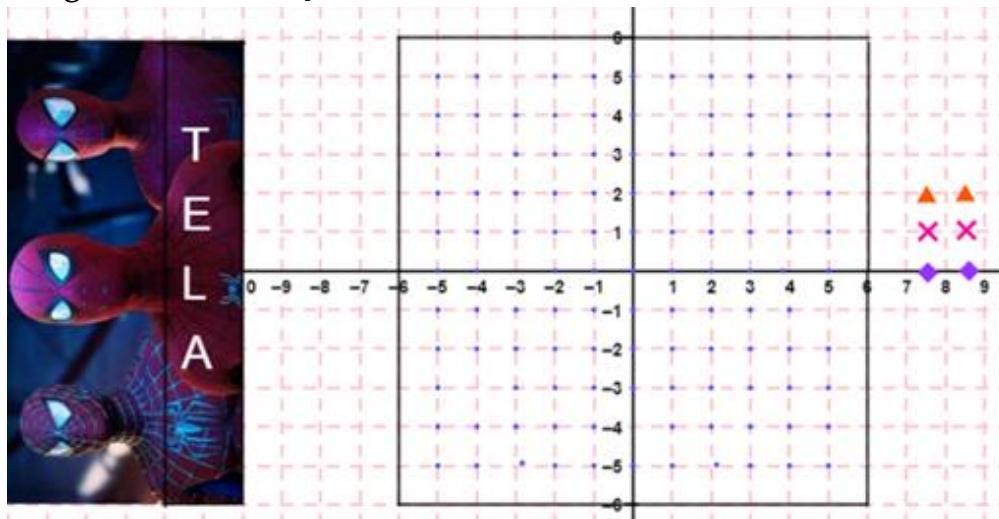
BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular: educação é a base.** Brasília: MEC, 2018.

## FOLHA DO ALUNO

### Cinema cartesiano

#### Material Didático Manipulável

Figura 1 – Construção dinâmica do cinema cartesiano no GeoGebra



Fonte: Elaborado pelas autoras.

#### Comentários iniciais

Figura 2 – Representação



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Sobre a Figura 2, cabe destacar que nela Maria e Júlia estão combinando de ir assistir o novo homem aranha no cinema, mas os lugares estão quase acabando, e os únicos combos que elas encontraram estão no site (<https://www.geogebra.org/m/myjtuuhwd>) e estão marcados com os mesmos símbolos e mesma cor, onde cada pontinho azul representa uma cadeira ocupada, e elas precisam da ajuda de vocês pra observar a sala de cinema e responder: qual o combo com a menor distância?

## Procedimento

Vocês devem se reunir em equipes com quatro alunos cada. Com as equipes já divididas, agora devem separar as funções, que serão designadas em ordem alfabética (levando em consideração para a ordenação a letra que inicia o nome de cada estudante):

1º será quem lerá a folha do aluno e assim guiará a prática a partir da leitura.

2º compartilhará a tela para que a equipe visualize bem o recurso digital.

3º será responsável por controlar o tempo, para que a prática seja corretamente dividida em suas fases e assim não falte ou sobre muito tempo.

4º anotará as conclusões e respostas discutidas em equipe, para que ao voltarmos a sala principal ele possa explanar, junto aos outros colegas, como foi a experiência.

Combo 1 (4 min)

O primeiro combo deve ser marcado como  rosa, mas no site só mostra a imagem deslocada, porém temos as coordenadas a primeira cadeira está (-4,3) e a segunda (-4,-3) nós precisamos colocar elas em seus devidos lugares e depois fazer algumas observações:

- i) Quantas cadeiras de distância terão entre elas nesse combo?
- ii) Matematicamente, como podemos achar essa distância?

Combo 2 (4 min)

Está marcado como  laranja, mas na construção dinâmica no software GeoGebra só mostra a imagem deslocada, porém temos as coordenadas da primeira cadeira está (-3,5) e a segunda (5,5), nós precisamos colocar elas em seus devidos lugares e depois fazer algumas observações:

- i) Quantas cadeiras de distância terão entre elas nesse combo?
- ii) Matematicamente, como podemos achar essa distância?

Combo 3 (4 min)

Está marcado como  roxo, mas no site só mostra a imagem deslocada, porém temos as coordenadas a primeira cadeira está (-3,0) e a segunda (1,4), nós precisamos colocar elas em seus devidos lugares e depois fazer algumas observações:

- i) Quantas cadeiras de distância terão entre elas nesse combo?
- ii) Matematicamente, como podemos achar essa distância?
- iii) Qual dos combos tem a menor distância se contarmos as cadeiras?
- iv) Qual dos combos tem a menor distância matematicamente falando?
- v) Que recursos matemáticos vocês utilizaram neste experimento?

Após o momento em equipe, retornaremos à sala principal, para que juntos possamos analisar nossos resultados e trocar experiências de como foi o processo durante o experimento.

# CAPÍTULO 9

Desafio cartesiano

**JOGAR**

DESAFIO CARTESIANO



## CAPÍTULO 9

### Desafio cartesiano

*Kawoana da Costa Soares*

*Lívia Bezerra de Alencar*

#### INTRODUÇÃO

Na execução do “Desafio Cartesiano”, o jogo concretiza, por meio da ludicidade e interação, o processo de apreensão, construção e fixação do conhecimento proposto de coordenadas cartesianas no plano (desde relações de noções básicas, posições de um ponto em relação ao sistema e a distância entre dois pontos).

Com a exploração de um jogo lúdico que trabalha a cooperatividade, o raciocínio e a construção de conhecimento, o jogo “Desafio Cartesiano” visa quebrar barreiras estipuladas ao longo da educação básica em relação à geometria analítica, especificamente sobre coordenadas cartesianas no plano. Ademais, visto que são conteúdos imprescindíveis para a construção do desenvolvimento matemático, o jogo busca trabalhar os déficits existentes dentro da aprendizagem das coordenadas cartesianas no plano, da geometria analítica e da matemática em geral.

#### GUIA DO PROFESSOR

#### Material Didático Manipulável

**Figura 1 – Desafio cartesiano**



**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

## Elementos que norteiam a prática

**Quadro 01 – Resumo da prática**

Série/Ano	9º ano do Ensino Fundamental	
Unidade temática	Geometria	
Objeto de conhecimento	Distância entre pontos no plano cartesiano.	
Habilidade	(EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano (BRASIL, 2018, p. 319).	
Objetivos	Docente	Desenvolver o raciocínio lógico, a resolução de problemas, a construção dos conhecimentos primordiais da geometria analítica (como definição de coordenadas, conceito de plano cartesiano e distância entre dois pontos) através da cooperação, agilidade e participação entre os alunos.
	Aluno	Compreender elementos primordiais da geometria analítica (como definição de coordenadas, conceito de plano cartesiano e distância entre dois pontos) através da cooperação, agilidade e participação entre os alunos.
Materiais necessários	É necessário ter acesso ao programa PowerPoint, para construir e dispor o jogo, celular ou computador, acesso à internet e acesso a alguma plataforma de videoconferência (caso o experimento seja de forma remota).	
Conhecimentos prévios	Noção de ponto, reta e plano, representação dos números inteiros na reta numérica, noções básicas sobre plano cartesiano, definição de retas, semirretas e segmentos de retas, paralelismo e perpendicularidade entre retas, definição de plano, definição de perímetro, tipos de ângulos, tipos de triângulos, definição de mediatrix em um triângulo isósceles e teorema de Pitágoras.	
Duração	1 hora/aula	

**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

## Aspectos gerais

### *Sinopse:*

Nesta experiência, desenvolvida a partir das relações básicas da geometria analítica, haverá desafios nos quais os alunos, trabalhando em grupos, deverão responder as perguntas o mais rápido possível, indicando a resposta correta disposta no jogo. Esse jogo é para quem quer se divertir e testar as suas habilidades em relação as coordenadas cartesianas no plano. O jogo de desafio é um jogo clássico, em que nessa nova roupagem irá animar a todos os jogadores por meio da competição entre os grupos e cooperação entre os alunos.

## Experimento

Para executar o jogo “Desafio Cartesiano” precisaremos de perguntas que construam conhecimento sobre coordenadas cartesianas no plano, onde as mesmas possuem pontuações diferenciadas de acordo com o nível de dificuldade, divididos em três etapas: noções básicas, posições de um ponto em relação ao sistema e a distância entre dois pontos (as perguntas propostas, os três níveis e o gabarito das perguntas encontram-se nos quadros de 1 à Quadro 4). Além disso, é necessário ter acesso ao programa PowerPoint contendo todas as perguntas, os três níveis, uma roleta e as respostas. A partir do momento que o discente lê um desafio sorteado pela roleta, o grupo deve discutir e articular uma resposta com justificativa (no Quadro 5 à Quadro 8 propomos uma justificativa para cada desafio) e eleger um representante para enunciar a resposta final.

## Preparação

Caro professor, é escolha sua desenvolver a confecção do jogo ou propor para os alunos o jogo a seguir.

- Jogo remoto:

1. Acesso ao jogo “Desafio Cartesiano”:

<https://www.dropbox.com/scl/fi/gk71k82fb8vknz9f7sr1v/Desafio-Cartesiano.pptx?dl=0&rlkey=zgbywy692yv1txe7pjrt60vju>.

2. Design do jogo: para a confecção do jogo na plataforma de apresentação Power Point, deve-se dispor de slides que envolvam uma roleta com os números de 1 à 8 (feita a partir de um gráfico de fatias, na opção “inserir” e em seguida “gráficos”), 3 slides, com a mesma disposição de botões e organização, que envolvam os 3 níveis e em cada nível, 8 desafios diferentes. A esse respeito, seguem-se as Figuras 2 e Figura 3.

**Figura 2 – Slide contendo a roleta**



Fonte: Elaborado pelas autoras.

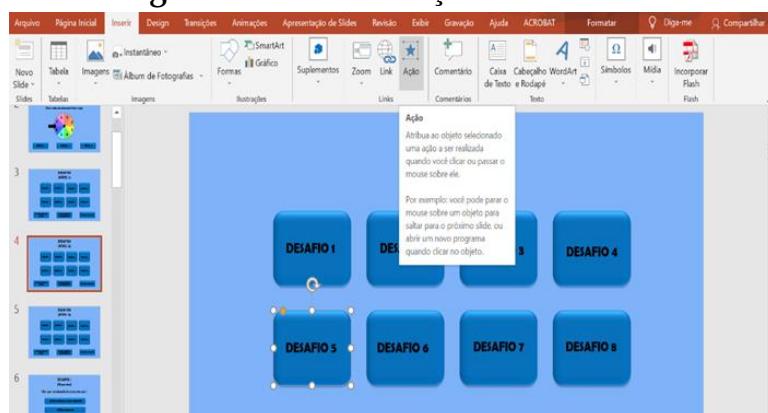
**Figura 3** – Slide contendo o nível 1



Fonte: Elaborado pelas autoras.

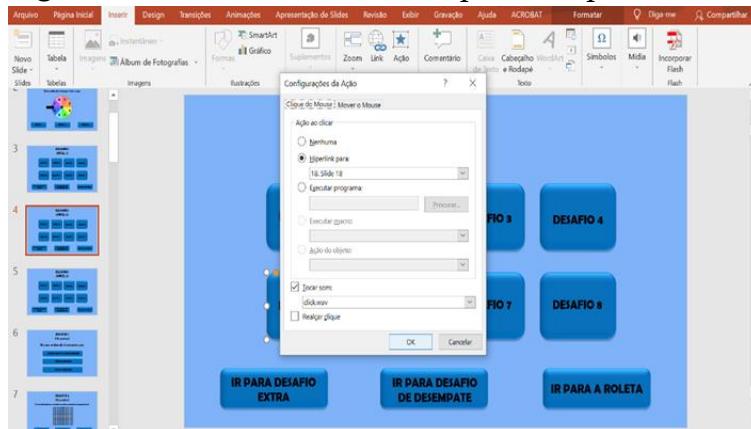
3. Botões: os botões disponíveis ao longo dos slides (para conectar um slide ao outro) deverão ser feitos por meio da construção de “formas”, com os comandos através de “hiperlinks” (dispostos em “inserir” e em seguida, em “ação”), para assim, conectar uma ação de um botão à um slide desejado. Sobre esses passos, tem-se a seguir a Figura 4 e a Figura 5.

**Figura 4** – Inserindo ação à uma forma



Fonte: Elaborado pelas autoras.

**Figura 5 – Inserindo ação de “hiperlink” para o botão**



**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

4. Desafios: os desafios (contidos do Quadro 1 à Quadro 3) deverão ser dispostos nos 3 níveis distintos (8 para os conceitos básicos sobre as noções de geometria analítica, 8 para posições de um ponto em relação ao sistema e 8 para a distância entre dois pontos), em que, cada nível terá 8 desafios (com mais um desafio extra e um desafio de desempate, disponíveis em cada nível). Assim, deverão ser construídos 24 desafios e mais dois desafios, caso haja a necessidade de um desafio extra e/ou de desempate. Cada botão de desafio, dispostos nos slides dos níveis, deverão ser conectados por meio de “hiperlinks” para o slide do desafio desejado.

5. Desafio extra e/ou de desempate: (contidos no Quadro 4) Fica a cargo do professor escolher um desafio extra e/ou de desempate, para caso haja excesso de tempo para a prática e/ou tenha que haver desempate entre as equipes.

6. Pontuação: Dentro de cada nível existe também um nível de dificuldade para cada desafio disposto. Logo, fica à disposição do professor, escolher a pontuação desejada para cada desafio, em que deve ser proporcional ao nível de dificuldade escolhido.

7. Acerto ou erro de desafio: cada slide contendo os desafios, deve ter um botão com a resposta correta e outros dois para as respostas erradas. Esses botões, ao serem clicados, deverão levar o slide do desafio à um slide de ganho ou perca. Esses slides devem ser habilitados por meio dos botões e seus “hiperlinks”. Nos slides de perca ou ganho, devem conter botões, também acionados por “hiperlinks”, que possam levar ao final do jogo ou à roleta. Vide a Figura 6 e a Figura 7.

**Figura 6 – Slide de resposta acertada**



**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

**Figura 7 – Slide de resposta errada**



**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

### **Etapas para o desenvolvimento do experimento**

Caro professor, para melhor entendimento, dividimos a execução do jogo em 3 etapas:

#### *Etapa 1*

Exposição do Jogo – Essa etapa consiste na apresentação do jogo, comunicação das instruções, para que no momento da experimentação não haja dúvidas, explicação da grande relevância que esta experiência irá agregar na construção do conhecimento e a exposição do domínio matemático que está em destaque neste experimento.

#### *Etapa 2*

Iniciando o jogo - Nessa etapa os alunos irão formar grupos e em seguida esses grupos serão separados de forma que cada grupo tenha acesso ao jogo “Desafio Cartesiano”. Logo após, é dado início ao jogo, girando a roleta para saber qual desafio do nível 1, primeiramente, será questionada. Por conseguinte, o professor lê o desafio e depois é necessário que o grupo inicie um debate para chegar à resposta correta e justifica-la (esse processo será repetido para haver o sorteio de 3 desafios do nível 1, 4 desafios do nível 2 e 3 desafios do nível 3).

Prontamente, o grupo deve eleger um integrante para enunciar a resposta final juntamente com a justificativa, estando correta o professor dispõe a pontuação obtida pelo grupo, caso contrário, o professor realiza uma intervenção com o intuito de construir o conhecimento que o desafio propõe. E, logo após, a roleta é girada novamente para os alunos terem acesso ao próximo desafio, sendo que o intuito é o relator responsável pela resposta final do desafio ser sempre um aluno que não tenha respondido nenhum desafio ainda.

### *Etapa 3*

Finalizando o jogo – Após o término de todos os desafios respondidos e/ou todos os alunos terem sido o relator da resposta final de pelo menos por um desafio, o professor deve enunciar a pontuação acumulada de cada equipe. No caso de empate, deve acontecer a “Rodada Desempate”, onde os grupos duelam entre si, ganhando o grupo que primeiro responder e justificar corretamente o desafio da “Rodada Desempate”. Em caso do término de todos os 10 desafios antes do tempo previsto de término do jogo, deve ocorrer a seleção do “Desafio Extra”. E, assim, permanece como ganhador do jogo o grupo que obtiver a maior pontuação.

### **Fechamento**

Neste experimento, o aluno é convidado a compreender a prática em diversos níveis. Assim, há a oportunidade de se desenvolver uma atividade de ensino contextualizada, na qual o aluno poderá demonstrar ou adquirir diferentes habilidades pessoais que poderão, ainda ser compartilhadas com seus colegas.

Com isso, é de suma importância que ao longo de todo o experimento, o professor analise como os alunos reagem a cada desafio, e quais eventuais dúvidas podem surgir dentro de cada rodada e, ao final de todas as etapas, o professor(a) deve sanar tais dúvidas e dificuldades, para que dessa forma, seja possível alcançar o objetivo inicial desta experiência.

### **Variações**

O jogo pode ser confeccionado na forma física, em que poderá ser feito por meio de cartolina, papel e canetinha. A cartolina servirá para fazer a roleta circular e os desafios poderão ser impressos em papel (em que cada desafio terá sua pontuação referente à pergunta).

### **Referência**

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular:** educação é a base. Brasília: MEC, 2018.

## Anexos

**Quadro 1 – Desafios**

DESAFIOS	
NÍVEL 1	GABARITO
Um par ordenado é composto por:	a) Uma abscissa e uma ordenada b) Duas abscissas c) Duas ordenadas
O eixo destacado em vermelho no plano cartesiano corresponde à: (figura do plano cartesiano com o eixo das abscissas destacado)	a) O eixo das abscissas b) O eixo das ordenadas c) Nenhum dos itens anteriores
O eixo destacado em vermelho no plano cartesiano corresponde à: (figura do plano cartesiano com o eixo das ordenadas destacado)	a) O eixo das abscissas b) O eixo das ordenadas c) Nenhum dos itens anteriores
O sistema de eixos cartesianos é:	a) Obtuso b) Agudo c) Retangular
Encontre a abscissa do ponto E: (figura do plano cartesiano com um ponto E de abscissa 3 marcado)	a) 3 b) -3 c) 2
A ordenada do ponto D é: (figura do plano cartesiano com um ponto D de ordenada -4 marcado)	a) 5 b) -4 c) 4
O ponto A localiza-se nas coordenadas: (figura do plano cartesiano com o ponto A destacado nas coordenadas (2,3))	a) (3,2) b) (-2,3) c) (2, 3)
O ponto B localiza-se nas coordenadas: figura do plano cartesiano com o ponto B destacado nas coordenadas (-4,6))	a) (4,6) b) (6,4) c) (-4,6)

Fonte: Elaborado pelas autoras.

**Quadro 2 – Desafios**

DESAFIOS	
NÍVEL 2	GABARITO
Em quantos quadrantes o plano cartesiano é dividido?	a) 2 regiões angulares b) 3 regiões angulares c) 4 regiões angulares
O ponto P está localizado em qual quadrante? (figura do plano cartesiano com um ponto P destacado no segundo quadrante)	a) 1º quadrante b) 2º quadrante c) 3º quadrante

O ponto O está localizado em qual quadrante? (figura do plano cartesiano com um ponto O destacado no quarto quadrante)	a) 3º quadrante b) 1º quadrante <b>c) 4º quadrante</b>
Um ponto pertence ao eixo das abscissas se:	a) Sua ordenada vale 1 <b>b) Sua ordenada é nula</b> c) Sua abscissa é nula
Um ponto pertence ao eixo das ordenadas se:	<b>a) Sua abscissa é nula</b> b) Sua abscissa vale 1 c) Sua ordenada é nula
Se uma reta é paralela ao eixo das abscissas:	a) Todos os seus pontos possuem a mesma abscissa <b>b) Todos os seus pontos possuem a mesma ordenada</b> c) Todos os seus pontos possuem abscissas simétricas às suas ordenadas
Um ponto pertence à bissetriz dos quadrantes ímpares se:	<b>a) Sua abscissa é igual à sua ordenada</b> b) Sua abscissa é simétrica à sua ordenada c) Sua abscissa é o dobro de sua ordenada
Um ponto pertence à bissetriz dos quadrantes pares se:	a) Sua abscissa é metade da sua ordenada b) Sua abscissa é igual à sua ordenada <b>c) Sua ordenada é simétrica à sua abscissa</b>

Fonte: Elaborado pelas autoras.

**Quadro 3 – Desafios**

DESAFIOS	
NÍVEL 3	GABARITO
Encontre a distância entre os pontos A e B, sabendo que o segmento AB é paralelo ao eixo das abscissas: (plano cartesiano com distância do segmento AB paralelo ao eixo das abscissas destacado)	<b>a) 4</b> b) 5 c) 3
Encontre a distância entre os pontos D e E, segmento DE é paralelo ao eixo das abscissas: (plano cartesiano com distância do segmento DE paralelo ao eixo das abscissas destacado)	a) 5 <b>b) 6</b> c) 7
Encontre a distância entre os pontos H e B, sabendo que o segmento HB é paralelo ao eixo das ordenadas: (plano cartesiano com distância do segmento HB paralela ao eixo das ordenadas)	a) 2 b) 4 <b>c) 5</b>
Encontre a distância entre os pontos F e G, sabendo que o segmento FG é paralelo ao eixo das ordenadas: (plano cartesiano com distância do segmento FG paralelo ao eixo das ordenadas)	a) 7 <b>b) 8</b> c) 6

Qual a medida do lado AB, no triângulo ABC pertencente ao plano cartesiano com a medida de BC e AC paralelas ao eixo das ordenadas e abscissas, respectivamente: (figura do plano cartesiano com um triângulo ABC destacado)	a) 4 b) 3 <b>c) 5</b>
Qual a medida da hipotenusa EF, no triângulo EFG pertencente ao plano cartesiano com a medida FG e EG paralelas ao eixo das ordenadas e abscissas, respectivamente: (figura do plano cartesiano com um triângulo EFG destacado)	a) $2\sqrt{5}$ <b>b) <math>5\sqrt{2}</math></b> c) $\sqrt{5}$
Encontre a distância entre os pontos H e J, sabendo que o triângulo HIJ é retângulo em I.	<b>a) <math>2\sqrt{5}</math></b> b) 5 c) $5\sqrt{2}$
Encontre a distância entre os pontos A e C, sabendo que o triângulo ABC é retângulo em B.	a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$ <b>c) <math>\sqrt{5}</math></b>

**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

**Quadro 4 – Desafios**

DESAFIOS	
DESAFIO EXTRA	GABERITO
Encontre a distância do ponto A ao ponto B, sabendo que o triângulo ABC é retângulo em B.	a) 12 <b>b) 13</b> c) 14
DESAFIO DE DESEMPATE	GABERITO
Encontre o perímetro do triângulo ABC, sabendo B é equidistante de A e C:	<b>a) 16</b> b) 15 c) 14

**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

**Quadro 5 – Desafios**

DESAFIOS	
NÍVEL 1	RESOLUÇÃO
Um par ordenado é composto por:	Um par ordenado é formado por um valor representante do eixo das abscissas e um valor representante do eixo das ordenadas, que são os eixos geradores do plano cartesiano.
O eixo destacado em vermelho no plano cartesiano corresponde à: (figura do plano cartesiano com o eixo das abscissas destacado)	O eixo das abscissas encontra-se representado por um eixo horizontal.

O eixo destacado em vermelho no plano cartesiano corresponde à: (figura do plano cartesiano com o eixo das ordenadas destacado)	O eixo das abscissas encontra-se representado por um eixo vertical.
O sistema de eixos cartesianos é:	Como o eixo das abscissas é perpendicular ao eixo das ordenadas, entre eles, existem ângulos retangulares. Logo, o sistema de eixos cartesianos é retangular
Encontre a abscissa do ponto E: (figura do plano cartesiano com um ponto E de abscissa 3 marcado)	Em relação ao eixo das abscissas, o ponto E é representado pelo número 3. Logo, sua abscissa é 3.
A ordenada do ponto D é: (figura do plano cartesiano com um ponto D de ordenada -4 marcado)	Em relação ao eixo das ordenadas, o ponto D é representado pelo número -4. Logo, sua ordenada é -4.
O ponto A localiza-se nas coordenadas: (figura do plano cartesiano com o ponto A destacado nas coordenadas (2,3))	Em relação ao eixo das abscissas e das ordenadas, o ponto A está sendo relacionado aos números 2 e 3, respectivamente. Logo, sua coordenada é (2,3).
O ponto B localiza-se nas coordenadas: figura do plano cartesiano com o ponto B destacado nas coordenadas (-4,6))	Em relação ao eixo das abscissas e das ordenadas, o ponto B está sendo relacionado aos números -4 e 6, respectivamente. Logo, sua coordenada é (-4,6).

**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

**Quadro 6 – Desafios**

DESAFIOS	
NÍVEL 2	RESOLUÇÃO
Em quantos quadrantes o plano cartesiano é dividido?	Como um plano pode ser definido por duas retas concorrentes, temos no plano cartesiano (definido pelo eixo das abscissas e o eixo das ordenadas), que essa concorrência entre os dois eixos irá gerar 4 regiões angulares.
O ponto P está localizado em qual quadrante? (figura do plano cartesiano com um ponto P destacado no segundo quadrante)	Pelas definições de quadrantes, temos que o quadrante em que o ponto P está localizado é o 2º.
O ponto O está localizado em qual quadrante? (figura do plano cartesiano com um ponto O destacado no quarto quadrante)	Pelas definições de quadrantes, temos que o quadrante em que o ponto O está localizado é o 4º.

Um ponto pertence ao eixo das abscissas se:	Por definição, quando o ponto pertence ao eixo das abscissas, sua ordenada é nula.
Um ponto pertence ao eixo das ordenadas se:	Por definição, quando um ponto pertence ao eixo das ordenadas, sua abscissa é nula.
Se uma reta é paralela ao eixo das abscissas:	Se uma reta for paralela ao eixo das abscissas, todos os pontos terão a mesma ordenada, pois, independente da variação de x, o y não terá variação, já que todos os pontos terão o mesmo valor para representar suas ordenadas.
Um ponto pertence à bissetriz dos quadrantes ímpares se:	Nos quadrantes ímpares, temos que os pontos terão abscissas e ordenadas com o mesmo sinal e, além disso, pela bissetriz dividir o plano em duas partes iguais, os representantes das abscissas serão iguais ao das ordenadas, em todos os pontos dessa reta.
Um ponto pertence à bissetriz dos quadrantes pares se:	Nos quadrantes pares, as abscissas terão sinais simétricos ou opostos ao das ordenadas e, além disso, como a bissetriz dividirá o plano em duas partes iguais, a distância entre os pontos pertencentes à essa reta ao eixo das ordenadas ou ao eixo das abscissas, serão as mesmas. Logo, temos que, qualquer que seja o ponto pertencente à bissetriz dos quadrantes pares, eles terão ordenadas simétricas às abscissas.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Quadro 7 – Desafios

DESAFIOS	
NÍVEL 3	RESOLUÇÃO
Encontre a distância entre os pontos A e B, sabendo que o segmento AB é paralelo ao eixo das abscissas: (plano cartesiano com distância do segmento AB paralelo ao eixo das abscissas destacado)	Calcula-se a distância entre dois pontos, em que essa distância é paralela ao eixo das abscissas, por meio de uma subtração simples entre a abscissa do ponto B, menos a abscissa do ponto A (por B ter abscissa maior que A).
Encontre a distância entre os pontos D e E, segmento DE é paralelo ao eixo das abscissas: (plano cartesiano com distância do segmento DE paralelo ao eixo das abscissas destacado)	Calcula-se a distância entre dois pontos, em que essa distância é paralela ao eixo das abscissas, por meio do módulo (já que os pontos estão no 3º quadrante, em que as abscissas são negativas) de uma subtração simples entre a abscissa do ponto E, menos a abscissa do ponto D (por E ter abscissa maior que D).

<p>Encontre a distância entre os pontos H e B, sabendo que o segmento HB é paralelo ao eixo das ordenadas: (plano cartesiano com distância do segmento HB paralela ao eixo das ordenadas)</p>	<p>Calcula-se a distância entre dois pontos, em que essa distância é paralela ao eixo das ordenadas, por meio de uma subtração simples entre a ordenada do ponto B, menos a ordenada do ponto H (por B ter abscissa maior que H).</p>
<p>Encontre a distância entre os pontos F e G, sabendo que o segmento FG é paralelo ao eixo das ordenadas: (plano cartesiano com distância do segmento FG paralela ao eixo das ordenadas)</p>	<p>Calcula-se a distância entre dois pontos, em que essa distância é paralela ao eixo das ordenadas, por meio de uma subtração simples entre a ordenada do ponto F, menos a ordenada do ponto G (por F ter abscissa maior que G).</p>
<p>Qual a medida do lado AB, no triângulo ABC pertencente ao plano cartesiano com a medida de BC e AC paralelas ao eixo das ordenadas e abscissas, respectivamente: (figura do plano cartesiano com um triângulo ABC destacado)</p>	<p>Com CB e AC sendo paralelas ao eixo das ordenadas e abscissas, respectivamente, temos que o triângulo ABC será retângulo em C. Logo, para encontrar o lado AB, basta encontrar as distâncias paralelas ao eixo das ordenadas e das abscissas e em seguida calcular por teoremas de Pitágoras.</p>
<p>Qual a medida da hipotenusa EF, no triângulo EFG pertencente ao plano cartesiano com a medida FG e EG paralelas ao eixo das ordenadas e abscissas, respectivamente: (figura do plano cartesiano com um triângulo EFG destacado)</p>	<p>Com FG e GE sendo paralelas ao eixo das abscissas e ordenadas, respectivamente, temos que o triângulo EFG será retângulo em G. Logo, para encontrar o lado EF, basta encontrar as distâncias paralelas ao eixo das ordenadas e das abscissas e em seguida calcular por teoremas de Pitágoras.</p>
<p>Encontre a distância entre os pontos H e J, sabendo que o triângulo HIJ é retângulo em I.</p>	<p>Sendo o triângulo HIJ retângulo em I, para encontrar a distância entre H e J, basta encontrar as distâncias paralelas ao eixo das ordenadas e das abscissas e em seguida calcular por teorema de Pitágoras.</p>
<p>Encontre a distância entre os pontos A e C, sabendo que o triângulo ABC é retângulo em B.</p>	<p>Sendo o triângulo ABC retângulo em B, para encontrar a distância entre A e C, basta encontrar as distâncias paralelas ao eixo das ordenadas e das abscissas e em seguida calcular por teorema de Pitágoras.</p>

**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

**Quadro 8 – Desafios**

DESAFIOS	
DESAFIO EXTRA	RESOLUÇÃO
DESAFIO DE DESEMPATE	RESOLUÇÃO
Encontre a distância do ponto A ao ponto B, sabendo que o triângulo ABC é retângulo em B.	Sendo o triângulo ABC retângulo em B, para encontrar a distância entre A e C, basta encontrar as distâncias paralelas ao eixo das ordenadas e das abscissas e em seguida calcular por teorema de Pitágoras.
Encontre o perímetro do triângulo ABC, sabendo B é equidistante de A e C:	Com a condição de B ser equidistante de A e C, temos que o triângulo ABC será isósceles. Traçando uma mediatrix de B ao lado AC, teremos agora, dois triângulos retângulos iguais. Para descobrir o Lado AB, basta encontrar a medida dos catetos desse novo triângulo e em seguida calcular pelo teorema de Pitágoras, e assim, encontrar o valor desse lado. Como AB é igual à BC, teremos apenas que calcular a distância entre AC, que é perpendicular ao eixo das abscissas, e assim, para calcular o perímetro, teremos a expressão $2AB+AC$ . Como os valores já foram encontrados anteriormente, basta substituir e teremos o resultado.

**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

## FOLHA DO ALUNO

### Desafio cartesiano

#### Material Didático Manipulável

Figura 1 – Desafio cartesiano



Fonte: Elaborado pelas autoras.

#### Comentários iniciais

Prezado aluno, esse experimento consiste em estudarmos as relações que envolvem as coordenadas cartesianas no plano, especificamente: noções básicas, posições de um ponto em relação ao sistema e a distância entre dois pontos.

A atividade consiste numa construção geométrica, das noções básicas, dos pares ordenados, do par de ordenadas, dos eixos das abscissas e das ordenadas em um determinado plano, sistema de eixos cartesiano ortogonal, quadrantes de um plano cartesiano.

Devido ao atual ensino que utiliza as ferramentas tecnológicas, para esse experimento utilizaremos o programa PowerPoint como interface de aprendizagem e a plataforma de videoconferência Zoom Meetings para interação e comunicação.

#### Procedimento

A nossa aula será composta por três níveis que serão desenvolvidos em grupo e conduzidos pelo(a) docente. Para a sua realização é necessário que você tenha acesso a um computador ou a um celular e material escolar (folha de papel offício ou almaço, lápis ou caneta e borracha).

Vocês serão divididos em grupos, onde receberão as instruções para iniciar o jogo, após este momento, será necessário que seja estabelecido uma ordem dos alunos que irão responder a cada questionamento. Além disso, é preciso também memorizar o nome da sua equipe para formalizar a resposta da charada exposta pela professora.

Na roleta, estará visível os algarismos de 1 a 8, cada um correspondendo a um questionamento distinto, onde a escolha de qual charada responder será decidido ao girar a roleta. Caso haja menos de dez participantes, a ordenação poderá se repetir, de forma que, tendo todos vocês já respondido à uma pergunta, retornará para o primeiro da ordenação.

*Regras do jogo*

1. Cada integrante da equipe deve anunciar a resposta final de pelo menos uma charada.

2. O grupo deve ajudar, durante a construção do argumento da resposta final, o integrante relator escolhido para enunciar a resposta final.

3. Antes de relatar a resposta final da charada o aluno deve primeiramente anunciar o nome da equipe, caso contrário, não será considerada sua resposta final da charada em questão.

4. Ganha a equipe que possuir a maior pontuação acumulada durante o jogo.

5. Em caso de empate, haverá uma “Rodada Desempate”, ou seja, um duelo “mano a mano”, onde ganha a equipe que responder mais rápido e corretamente.

**CORRIDA POLIÉDRICA**

# **CAPÍTULO 10**

Estudando as relações  
entre os elementos de  
prismas e pirâmides a  
partir da Corrida  
Poliédrica

**DOMINÓ  
GEOMÉTRICO**

## CAPÍTULO 10

### Estudando as relações entre os elementos de prismas e pirâmides a partir da Corrida Poliédrica

Milena Carneiro Almeida  
Sabrina de Sousa Paulino

#### INTRODUÇÃO

A utilização de jogos em sala de aula como materiais pedagógicos, vem se desenvolvendo no Brasil a algumas décadas. Visto isso, pretendemos introduzir conhecimentos prévios do conteúdo de primas e pirâmides, utilizando um jogo construído a partir da ferramenta PowerPoint, o jogo é composto por três módulos e adaptado com conceitos de elementos relacionados ao conteúdo matemático em questão. Trabalhando assim com o uso de jogos e tecnologias no ensino de matemática.

A utilização de tecnologias em sala de aula para a concretização do ensino é um fator motivador para os alunos, pois desperta seu interesse e atenção. Além disso, realizar o uso desses materiais (jogos, instrumentos, software entre outros), em conjunto com a competitividade e o trabalho em equipe, muda as expectativas dos alunos em relação aos conteúdos matemáticos estudados em sala de aula, contribuindo para que os estudantes construam seu próprio conhecimento.

#### GUIA DO PROFESSOR

##### Material Didático Manipulável

**Figura 1 – Corrida Poliédrica**



Fonte: Elaborado pelas autoras.

#### Elementos que norteiam a prática

**Quadro 1 – Resumo da prática**

Série/Ano	6º ano do Ensino Fundamental
Unidade temática	Geometria
Objeto de conhecimento	Primas e pirâmides com foco na planificação e na relação entre seus elementos (vértices, faces e arestas).

<b>Habilidade</b>		(EF06MA17) quantificar e estabelecer relações entre números de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função de seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial (BRASIL, 2018, p.303).
<b>Objetivos</b>	Docente	<ul style="list-style-type: none"> <li>Trabalhar a diferença entre prismas e pirâmides, assim como também seus elementos (faces, vértices e arestas).</li> </ul>
	Aluno	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconhecer e descrever as diferenças entre prismas e pirâmides;</li> <li>Reconhecer os elementos (faces, vértices e arestas) de prismas e pirâmides; e</li> <li>Utilizar as propriedades de faces, vértices e arestas de prismas e pirâmides.</li> </ul>
<b>Materiais necessários</b>		Para a realização do experimento é necessário que o professor esteja com os seguintes materiais disponíveis: 1) Acesso a um celular ou computador; 2) PowerPoint ( <a href="https://drive.google.com/drive/folders/1CxBajL8I0Vs4UfHi2t9aaAZ0YSKZjAO-">https://drive.google.com/drive/folders/1CxBajL8I0Vs4UfHi2t9aaAZ0YSKZjAO-</a> ); 3) Folhas de papel; e 4) Lápis e canetas.
<b>Conhecimentos prévios</b>		Para obter resultados positivos, com o experimento, é necessário que os alunos tenham conhecimentos prévios sobre: classificação de polígonos e elementos de um polígono.
<b>Duração</b>		1 hora/aula

**Fonte:** Elaborado pelas autoras.

## Aspectos gerais

*Sinopse:*

Este experimento consiste em um jogo (anexo I) formado por três módulos, são eles: “definindo conceitos”, “quem sou eu?” e “dominó geométrico”, que envolvem conceitos de prismas e pirâmides e a relação entre seus elementos (vértices, faces e arestas). Segundo Teixeira e Apresentação (2014, p. 304):

Por meio da utilização de jogos, o aluno constrói seu conhecimento de maneira ativa e dinâmica e os sujeitos envolvidos estão geralmente mais propícios à ajuda mútua e à análise dos erros e dos acertos, proporcionando uma reflexão em profundidade sobre os conceitos que estão sendo discutidos. Isto proporciona ao professor condições de analisar e de compreender o desenvolvimento do raciocínio do aluno e de dinamizar a relação entre o ensino e a aprendizagem, por meio de reflexões sobre as jogadas realizadas pelos jogadores.

Dessa forma, os alunos terão acesso ao arquivo que será disponibilizado no software PowerPoint e será conduzido pelo professor. Após isso, serão informados sobre as regras do jogo podendo dar início ao mesmo. No decorrer de toda a prática os alunos irão se deparar com conceitos matemáticos, que estão espalhados por toda atividade, e devem responder e justificar as questões presentes no experimento, a qual tem a finalidade de favorecer a compreensão e significado dos conceitos mobilizados.

## **Experimento**

Prezado(a) professor(a), para a realização dessa prática, foi escolhido iniciar a trabalhar os conceitos de primas e pirâmides a partir da utilização de um jogo, o qual foi criado com o auxílio da ferramenta PowerPoint. Nesse sentido, o intuito deste guia é de apresentar os passos e materiais necessários para o desenvolvimento dessa atividade.

## **Preparação**

Para alcançar o objetivo de desenvolver e fixar os conteúdos propostos, é necessário, que seja disponibilizado aos estudantes o arquivo de revisão de conteúdo (Anexo II).

## **Etapas para o desenvolvimento do experimento**

### *Etapa 1*

Prezado (a) professor (a), para a realização da prática, você deverá dividir a turma em grupos de até 6 alunos, com o intuito de favorecer as discussões da equipe, de modo que, todos consigam participar. Feito isso, deve ser realizada a leitura da folha do aluno com toda a sala, para que assim, os alunos estejam cientes das regras do jogo e cada equipe consiga esclarecer suas dúvidas antes do início da prática.

### *Etapa 2*

A segunda etapa da prática, consiste em iniciar o primeiro módulo do jogo "Definindo conceitos" que tem por objetivo introduzir de forma intuitiva os conceitos de poliedros, prismas e pirâmides. Nesse sentido, você deverá mediar uma discussão com a turma de forma a auxiliá-los no processo de construção do seu conhecimento sobre esse assunto. É importante destacar que nessa etapa, seu papel não é de definir tais conceitos, mas de introduzi-los de forma não mecânica e formal, guiado (a), pelas dúvidas, questionamentos e hipóteses de seus alunos.

### *Etapa 3*

Posteriormente, cada equipe deverá iniciar o segundo módulo do jogo "Quem sou eu?" e na sequência passar para o terceiro e último módulo "Dominó Geométrico". Nesta etapa, professor(a), o seu papel é de guiar as discussões da

equipe a respeito dos questionamentos presentes no jogo, de forma que a partir de questionamentos e hipóteses levantados pelos próprios estudantes, eles consigam chegar à resposta correta. Em caso de erros, você deve anotar as dúvidas a referida questão, para assim, voltar a discussão ao final da prática e esclarecer as dúvidas restantes.

#### *Etapa 4*

Por fim, cabe a você contabilizar os pontos de todas as equipes e definir um vencedor para o jogo. Em caso de empate, deve ser realizada a rodada bônus, de forma que ao final, se estabeleça uma equipe vencedora. Neste momento, reserve 10 minutos para que as dúvidas da turma sejam esclarecidas ou brevemente discutidas. Lembre-se de enfatizar que, os conceitos vistos no jogo, serão formalizados e definidos na próxima aula, de forma a suprir todas as possíveis lacunas e questionamentos dos alunos.

#### **Fechamento**

Em todas as etapas, o experimento tem como proposta convidar os alunos a se divertirem aprendendo matemática. Além disso, o jogo auxilia o aluno na construção do seu próprio conhecimento e apresenta que é possível ensinar e aprender matemática de forma lúdica.

Ao final de todas as etapas, espera-se que os alunos tenham conseguido assimilar os conceitos relacionados ao conteúdo matemático de prismas e pirâmides e consigam alcançar os objetivos do experimento.

Neste sentido, propõe-se que o professor tenha o desejo de incentivar e motivar seus alunos em sala de aula através de aulas mais leves e descontraídas que impulsionam o desenvolvimento e interesse de seus alunos, seja através de jogos ou outro material concreto e palpável que proporcione o ensino dos conteúdos estudados.

#### **Variações**

Segue em anexo uma variação do jogo que pode ser realizado presencialmente em sala de aula utilizando material concreto e palpável. No anexo III encontra-se o “Dominó geométrico” e no anexo IV encontra-se os cartões do “Quem sou eu?”, os quais o professor pode imprimir e recortar para utilizar em sala.

#### **Referência**

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular:** educação é a base. Brasília: MEC, 2018.

TEIXEIRA, Ricardo Roberto Plaza; APRESENTAÇÃO, Katia Regina dos Santos da. Jogos em sala de aula e seus benefícios para a aprendizagem da matemática. **Revista Linhas**, Florianópolis, v. 15, n. 28, p. 302-323, jan./jun. 2014.

## Anexos

### Anexo I

Prezado(a) professor(a), com acesso a um computador, clique neste link para ter acesso ao jogo:  
<https://drive.google.com/drive/folders/1CxBajL8I0Vs4UfHi2t9aaAZ0YSKZjAO->.



### Anexo II

# Vamos relembrar?

Para a aula, será necessário relembrar um conceito já estudado anteriormente. Dessa forma, você lembra:

## ○ O que são polígonos?

Polígonos são figuras geométricas planas e fechadas formadas por segmentos de reta. Os polígonos dividem-se em dois grupos, os convexos e os não convexos. Quando um polígono possui todos os seus lados iguais e, consequentemente, todos os ângulos internos iguais, trata-se de um polígono regular. Os polígonos regulares podem ser nomeados de acordo com a quantidade de seus lados.

## ○ Como realizar a nomenclatura de um polígono?

Podemos nomear os polígonos de acordo com seu número de lados. Veja no quadro a seguir o nome dos principais polígonos.

Número de lados (n)	Nomenclatura
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
11	Undecágono
12	Dodecágono
15	Pentadecágono
20	Icoságono

Note que não é necessário decorar o quadro e sim entendê-la. Com exceção do triângulo e do quadrilátero, a formação da palavra é:

### Número de lados + gono

Por exemplo, quando temos o polígono de cinco lados, automaticamente nos lembramos do prefixo penta mais o sufixo gono: pentágono.

Para compreender um pouco melhor e relembrar os assuntos estudados, clique no link a seguir e assista ao vídeo explicativo: <https://youtu.be/d7QGCD16A>.

**Até a próxima aula!**

### Anexo III

	<b>TODAS AS MINHAS FACES SÃO IGUAIS</b>		<b>POSSUO 5 FACES E 5 VÉRTICES</b>
	<b>TODAS AS MINHAS FACES SÃO IGUAIS</b>		<b>MINHAS BASES SÃO HEXAGONAIS</b>
	<b>MINHAS BASES SÃO PENTAGONAIS</b>		<b>SOU UM POLIEDRO DE 10 VÉRTICES</b>
	<b>MINHAS BASES SÃO HEXAGONAIS</b>		<b>MINHAS FACES SÃO TRIÂNGULOS</b>

### Anexo IV

<p>Sou uma pirâmide com 8 arestas, 16 ângulos e 5 faces. Qual é o formato da minha base?</p> <p>Quadrangular      Pentagonal Triangular      Hexagonal</p>	<p>Quantas faces possui um prisma de base hexagonal?</p> <p>8 faces      14 faces 5 faces      12 faces</p>
<p>Tenho 15 arestas, 10 vértices e 7 faces. Quem sou eu ?</p> <p>Tetraedro      Prisma de base pentagonal      Pirâmide de base pentagonal Prisma de base hexagonal</p>	<p>Sou um poliedro, tenho 6 arestas, 4 vértices e 4 faces. Quem sou eu?</p> <p>Prisma de base pentagonal Prisma de base triangular      Prisma de base retangular      Pirâmide de base triangular</p>

## FOLHA DO ALUNO

### Estudando as relações entre os elementos de prismas e pirâmides a partir da Corrida Poliédrica

#### Material Didático Manipulável

**Figura 1 – Corrida Poliédrica**



Fonte: Elaborado pelas autoras.

#### Comentários iniciais

Prezado(a) aluno(a), o jogo “Corrida poliédrica” tem como objetivo ajudá-los a compreender conceitos iniciais sobre prismas e pirâmides e a relação entre seus elementos (vértices, faces e arestas). Desse modo, esta prática foi criada com a intenção de introduzir o conteúdo sobre prismas e pirâmides, onde serão trabalhadas noções iniciais sobre: quantificar e estabelecer relações entre números de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função de seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.

Esse experimento consiste em um jogo construído e mobilizado dentro da plataforma PowerPoint e é dividido em três módulos, são eles: “Definindo conceitos”, “Quem sou eu?” e “Dominó Geométrico”. O jogo auxiliará na apresentação inicial de conceitos de prismas e pirâmides que serão formalizados e estudados em aulas posteriores.

#### Procedimento

Prezado(a) aluno(a), nossa aula será conduzida em torno do jogo “Corrida poliédrica”. Inicialmente, a turma será dividida em dois grupos, em seguida, devem ser feitas a leitura e explicação das regras do jogo em cada grupo e após esses procedimentos o jogo será iniciado.

Consequentemente, cada grupo deverá responder as perguntas apresentadas nos módulos do jogo, cuja pontuação dependerá da resposta correta. É importante lembrar que, o objetivo da equipe é de obter o maior número de pontos possível, portanto, cabe aos membros do grupo, auxiliar o representante escolhido para responder a cada etapa. Caso alguma pergunta apresentada no percurso não seja devidamente justificada pelas equipes os

alunos poderão recorrer ao professor que conduzirá argumentos matemáticos para auxiliar nessa justificativa.

O jogo ocorrerá mediante as seguintes regras:

1. A turma será dividida em dois grupos;
2. O jogo possui três módulos, são eles: “Definindo conceitos”, “Quem sou eu?” e “Dominó Geométrico”. As equipes devem estar atentas a todos os módulos.
3. No primeiro momento os alunos devem se atentar e participar da etapa de apresentação ao módulo “definindo conceitos” presente no jogo.
4. Após apresentação do módulo inicial o jogo continuará com o módulo “Quem sou eu?” e em seguida o módulo “Dominó geométrico”.
5. A cada pergunta do jogo a equipe terá um minuto para escolher um representante, diferente, para respondê-la.
6. Após a escolha do representante, o mesmo terá até dois minutos para pensar, responder e justificar sua resposta. Em caso de dúvida o participante poderá solicitar ajuda dos colegas. Essa ajuda não deve ser a resposta da pergunta, mas podem ser dicas que conduzam o representante a chegar na resposta.
7. No módulo “Quem sou eu”, em caso de erro, a equipe pode solicitar até duas vezes, durante a realização de todo o módulo, a opção tentar novamente tendo a oportunidade de responder novamente à pergunta.
8. Os dois grupos realizarão o jogo separadamente, porém a disputa será entre a maior pontuação. Ao final do jogo o grupo que tiver a maior pontuação será o vencedor.
9. Em caso de empate nos pontos entre as equipes, será realizado um desafio bônus (composto por questões onde cada uma terá uma determinada pontuação) em que as equipes terão até 5 minutos para responder as questões propostas. A equipe que terminar primeiro ou conseguir mais pontos que a outra no tempo estipulado, vence o jogo.

# CAPÍTULO 11

Desvende-me se for capaz

## CAPÍTULO 11

### Desvende-me se for capaz

*Francisco Ranieliton Ribeiro de Moraes*

*Thais Farias Fernandes*

#### INTRODUÇÃO

Os poliedros de Platão são poliedros em que todas as faces tem um mesmo número de arestas, os seus ângulos tem o mesmo número de arestas e é válida a relação de Euler:  $V - A + F = 2$ . Existem somente 5 poliedros de Platão, iremos mostra-los concretamente e posteriormente os alunos descreverão para os demais suas características. Faremos isso através da percepção que os próprios alunos têm acerca do poliedro que será mostrado e descrito a eles. De início o aluno verá somente o poliedro que está com sua equipe e cabe a ele desvendar os outros a partir dos passos presentes na folha do aluno que será entregue.

#### GUIA DO PROFESSOR

##### Material Didático Manipulável

**Figura 1 – Poliedros de Platão**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

#### Elementos que norteiam a prática

**Quadro 1 – Resumo da prática**

Série/Ano	2º ano do Ensino Médio
Unidade temática	Geometria
Objeto de conhecimento	Poliedros de Platão e Relação de Euler.
Habilidade	(EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que

		podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados (BRASIL, 2018, p 541). (EFO6MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono de base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial (BRASIL, 2018, p. 303).
<b>Objetivos</b>	Docente	Trabalhar a relação de Euler e os poliedros de Platão.
	Aluno	Entender o conceito de face, vértice e aresta. Identificar e entender a relação de Euler a partir do poliedro descrito. Aplicar a relação de Euler para identificar todos os poliedros que foram disponibilizados.
<b>Materiais necessários</b>		Para a realização do experimento é necessário que o aluno esteja com os seguintes materiais: 1) Poliedros confeccionados anteriormente e posteriormente entregue aos alunos para manipulação durante a prática; 2) Lápis ou caneta para anotar as conclusões da equipe; 3) Quadro para anotações enviada anteriormente; e 4) Folha de ofício para criar o quadro, conforme o modelo em anexo, caso não tenham feito a impressão.
<b>Conhecimentos prévios</b>		Noções de geometria plana e de polígonos convexo.
<b>Duração</b>		1 hora/aula

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

## Aspectos gerais

*Sinopse:*

Apresentar e desenvolver de modo concreto os conceitos de poliedro e a Relação de Euler. A saber, estes poliedros são: o tetraedro regular; o hexaedro (cubo); o octaedro; o dodecaedro e o icosaedro. A prática consiste em o aluno, de posse de um dos poliedros anotar no quadro o nome da forma, número de vértices, faces e arestas e depois descrever para o restante da turma sem revelar o número de faces do poliedro. De acordo com a descrição o restante da turma anotara os valores ditos no quadro, bem como o nome do poliedro descrito. Depois os alunos mostram seu quadro e observamos se os poliedros foram desvendados. Ao final o aluno com o poliedro irá revela-lo para a turma.

## Experimento

Presado professor, para a realização da prática é indicado que a turma seja dividida em 5 equipes, em que cada equipe ficará com um poliedro. Se possível é interessante que cada equipe tenha 3 alunos, e que para eles sejam designadas

as funções descritas a seguir. Se não for possível esse número, pode-se redistribuir mais de uma função para um aluno ou uma função para mais de um estudante:

- Aluno (chefe): deve ficar com o poliedro e mostrar para o restante da sua equipe.
- Aluno (colaborador): responsável por anotar os valores no quadro.
- Aluno (porta-voz): responsável por descrever seu poliedro para o restante da turma.

No experimento os alunos (chefe) deverão apresentar para os demais da equipe o poliedro com o qual ficou e usar conceitos de face, vértice e aresta. O aluno (colaborador) deve anotar em um quadro (Quadro 2) fornecido pelos professores da prática os valores obtidos. Depois com todos reunidos; o aluno porta-voz deve descrever seu poliedro para o restante da turma usando conceitos de vértice e aresta e esses alunos farão anotações a respeito dos valores descritos e colocaram no Quadro 2, bem como o “nome” do poliedro descrito, ao final deverão informar se é possível tirar alguma relação a partir disso e porquê.

### **Preparação**

Os poliedros foram confeccionados a partir de 3 moldes de polígonos. Esses moldes foram: 1 triângulo equilátero (10cm de lado), 1 quadrado (10cm de lado) e 1 pentágono (7,5cm de lado). Com esses moldes foram desenhados 32 triângulos equilátero, 6 quadrados e 12 pentágonos.

Material usado para a confecção dos poliedros:

- 5 cartolas duplex e de cores diferentes;
- Moldes com tamanhos citados a cima;
- 90 elásticos de dinheiro.

Para a confecção dos poliedros, indicamos que assistam o seguinte vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=wFFMEGXjphA&t=640s>. Durante a prática, já de posse dos poliedros construídos previamente pelo professor, serão escolhidos 5 estudantes, um de cada equipe para que fique responsável por um poliedro, e esses 5 alunos podem ser respectivamente os chefes de equipes. Essa pessoa não saberá com qual poliedro as outras 4 pessoas ficaram pois, também participará da atividade na etapa 2 do experimento. É vetado o aluno com o poliedro perguntar quem está com os outros e com qual estão, bem como revelar o seu para outrem.

### **Etapas para o desenvolvimento do experimento**

#### *Etapa 1*

O professor pode dar início informando como foi confeccionado o material utilizado, pode ainda dizer ao restante da turma que o material foi entregue a

determinados alunos (chefe), mas que não foi dito a eles com quem ficou determinado poliedro, o aluno em questão só sabe qual é o seu poliedro, com quem e qual poliedro estão os outros 4, o aluno não sabe. Serão passadas mais algumas Orientações e informações sobre a prática.

### *Etapa 2*

A proposta é que nesse momento, de posse da folha do aluno e com as equipes formadas e já reunidas, os alunos devem seguir as orientações da folha do aluno. O aluno (chefe) apresentará para sua equipe o poliedro com o qual ficou. Depois discutirão entre si acerca de quantas faces, vértices e arestas o poliedro tem. Nesta etapa poderão manusear o poliedro confeccionado e disponibilizado para a equipe. Durante as discussões, deve-se se certificar que o aluno (colaborador) está anotando no quadro os valores obtidos, bem como o nome do poliedro.

Deve-se cuidar para que o aluno (porta-voz) responsável por descrever o poliedro de sua equipe para o restante da turma, não revele em um primeiro momento o número de faces do poliedro. Será necessário que os alunos se atentem para a definição que diz: “o poliedro é nomeado conforme o número de faces que o sólido geométrico apresenta”. (CONEXÕES COM A MATEMÁTICA, 2016, p. 104). Nessa etapa será questionado aos alunos da equipe, se existe alguma relação que possa ser aplicada as informações anotadas por eles. Espera-se que os alunos consigam chegar à relação de Euler, a qual será de muita importância para as próximas etapas, isso se dará pelas informações obtidas por eles durante a manipulação do poliedro e por algumas informações que serão disponibilizadas na folha do aluno, como por exemplo, o fato de serem polígonos convexos.

- Os valores deveram ser anotados conforme o modelo de quadro abaixo.
- Os alunos (colaboradores) não informarão ao restante da turma o número de faces dos poliedros, pois os alunos deverão descobri-los com a relação de Euler e assim completar o quadro informando qual o poliedro desvendado.

**Quadro 2 – Modelo de quadro citado a cima**

Poliedros	Faces	Vértices	Arestas	Nome do Poliedro
1				
2				
3				
4				
5				

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

### *Etapa 3*

Depois de discutido e anotado os valores no Quadro 2 referente ao poliedro que foi designado para a sua equipe, os alunos de cada grupo voltarão a se reunir na sala de aula e então cada (colaborador) descreverá seu poliedro informando o número de vértice e arestas, (nesta etapa os alunos, possivelmente já terão chegado à relação de Euler) após isso os demais alunos iram anotar no quadro os valores descritos e utilizando a relação irão dizer qual poliedro corresponde essa descrição. Desvendando então.

### *Etapa 4*

Os alunos da equipe irão mostrar para a turma seu quadro com seus valores anotados bem como seus palpites acerca dos poliedros das demais equipes, comparando com os demais. Nesse mesmo momento o aluno que está com o poliedro apresentará o seu poliedro para todos revelando seu nome, de modo que todos possam visualizar e compreender a relação entre o número de vértices, arestas e faces.

Para finalizar, indicamos que sejam tecidas algumas considerações no sentido de sistematizar o conhecimento mobilizado pelos alunos durante a prática laboratorial. Possível quadro resposta a ser apresentado pelos alunos (Quadro 3).

**Quadro 3 – Relação de Euler e Poliedros de Platão**

Poliedros	Faces	Vértices	Arestas	Nome do Poliedro
1	8	6	12	Octaedro
2	20	12	30	icosaedro
3	6	8	12	Hexaedro
4	4	4	6	tetraedro
5	12	20	30	dodecaedro

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Caro professor(a), pode ser que nem todos alunos cheguem à resposta completa do quadro, visto que eles precisam entender o conteúdo abordado.

### **Fechamento**

O professor a partir das conclusões obtidas pelos alunos deve reforçar as observações deles e caso não tenham desvendado os poliedros, é necessário informa-los o nome dos poliedros, assim como os seus elementos, vértices, faces e arestas.

## Variações

Os poliedros podem ser feitos em meio digital com a utilização de aplicativos de computador, como por exemplo o software GeoGebra<sup>9</sup> o SketchUp<sup>10</sup> e o Corel Draw<sup>11</sup>. Os poliedros podem ser manipulados nesses aplicativos e observar se é válida a relação de Euler.

## Referência

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular:** educação é a base. Brasília: MEC, 2018.

LEONARDO, Fábio Martins de (ed.). **Conexões com a Matemática.** 3. ed, 2º ano do Ensino Médio. São Paulo: Moderna, 2016.

---

<sup>9</sup> [https://www.geogebra.org/classic?lang=pt\\_PT](https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT).

<sup>10</sup> <https://www.sketchup.com/pt-BR/products/sketchup-for-web>.

<sup>11</sup> <https://www.corel.com/br/>.

## FOLHA DO ALUNO

### **Desvende-me se for capaz**

#### **Material Didático Manipulável**

**Figura 1 – Poliedro de Platão**



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

#### **Comentários iniciais**

Queridos alunos, do 2º ano, como forma de trabalhar conceitos de forma prática, faremos uma atividade com os Poliedros de Platão como material didático manipulável.

Nessa prática iremos desvendar, o poliedro, utilizando os conceitos de faces, vértices e arestas. A intenção é trabalhar esses conceitos assim como também a curiosidade de vocês acerca do conteúdo abordado, relembrando de forma prática e interativa o que já foi possivelmente estudado durante o ensino fundamental II. Vocês terão que descobrir qual o poliedro descrito pelos seus colegas. Por isso, desvende-me se for capaz! Fiquem atentos as etapas do procedimento para a realização da atividade e anotem suas conclusões.

#### **Procedimento**

Iniciaremos a aula com uma breve explicação sobre os procedimentos a serem realizados na nossa atividade. Prestem bem a atenção pois nesse momento explicaremos alguns passos que vocês deverão realizar. Para a realização da prática utilizaremos:

- Os cinco Poliedros de Platão confeccionados e entregues um para cada equipe;
- Lápis ou caneta, borracha;
- Modelo de quadro presente na folha do aluno; e
- Folha de ofício para criar o quadro, conforme o modelo indicado pelo professor.

### *Etapa 1*

De posse desta folha do aluno e com as equipes formadas e já reunidas, vocês devem seguir as próximas orientações. Na equipe, além do aluno (chefe), deve ficar outro aluno encarregado de fazer as anotações e outro para ser o porta-voz da equipe. O aluno (chefe) apresentará para sua equipe o poliedro com o qual ficaram responsáveis para estudar. Depois, a partir da manipulação do poliedro devem discutir entre si acerca da quantidade de faces, vértices e de arestas do sólido.

- Passo 1: O aluno (colaborador) presente na equipe deverá anotar no quadro fornecido, os números de faces, vértices e arestas do seu poliedro e também o nome dele (caso saibam) se atentem para a definição que diz: “o poliedro é nomeado conforme o número de faces que o sólido geométrico apresenta”.

Nessa etapa vocês devem relembrar que existe uma relação capaz de fazê-los descobrir o número de faces dos poliedros descritos.

- Qual é essa relação?
- Mais à frente vocês deverão usar essa relação para desvendar quais os números de faces e o nome dos poliedros das outras equipes.

### *Etapa 2*

Depois de discutido e anotado os valores, vocês retornarão para o grupo geral formado por todos os alunos da turma e então cada porta-voz deverá descrever o poliedro de sua equipe informando o número vértices e arestas.

Todos os alunos das equipes devem anotar no quadro os valores descritos pelos alunos das outras equipes e se utilizando da relação encontrada anteriormente, determinar o número de faces. O número de faces e o nome do poliedro devem também ser anotados no Quadro 1.

**Quadro 1 – Modelo de quadro citado a cima**

Poliedros	Faces	Vértices	Arestas	Nome do Poliedro
1				
2				
3				
4				
5				

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

### *Etapa 3*

Vocês devem mostrar para a turma seu quadro com seus valores anotados bem como seus palpites acerca do nome dos poliedros. Comparando com os demais, após desvendado, o aluno que está com o poliedro em mãos, deve

mostrá-lo para a turma e revelar seu nome, de modo que todos visualizem e compreendam a quantidade de vértices, faces e arestas.

*Etapa 4*

Se atentem as considerações finais que serão feitas pelo professor a respeito da prática como um todo e principalmente sobre conteúdo abordado.

# CAPÍTULO 12

Descobrindo a soma dos  
ângulos internos de um  
triângulo e de outros  
polígonos

## CAPÍTULO 12

### Descobrindo a soma dos ângulos internos de um triângulo e de outros polígonos

*Felipe de Lima Silva*

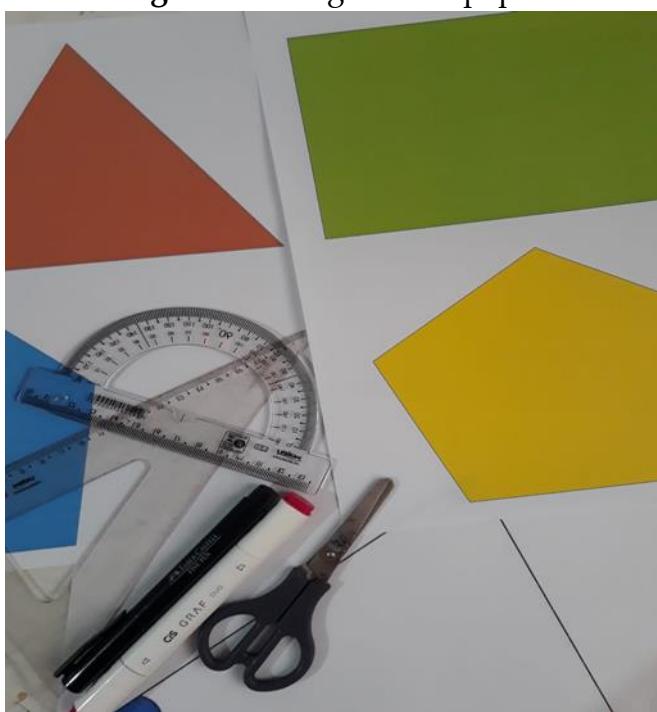
#### INTRODUÇÃO

Trabalharemos através do nosso experimento uma das ideias mais frequentes e utilizadas na geometria que é a soma dos ângulos internos de um triângulo e com esse conceito formular uma ideia para se determinar a soma dos ângulos internos de outros polígonos. Partiremos de casos específicos para uma situação geral onde poderemos generalizar o conceito.

#### GUIA DO PROFESSOR

##### Material Didático Manipulável

**Figura 1 – Polígonos de papel**



**Fonte:** Elaborado pelo autor.

#### Elementos que norteiam a prática

**Quadro 1 – Resumo da prática**

Série/Ano	8º ano do Ensino Fundamental
Unidade temática	Geometria
Objeto de conhecimento	Construções geométricas: ângulos de $90^\circ$ , $60^\circ$ , $45^\circ$ e $30^\circ$ e polígonos regulares (BRASIL, 2018, p. 314).

		Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação (BRASIL, 2018, p. 314).
<b>Habilidade</b>		(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatrix, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares (BRASIL, 2018, p. 315). (EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica (BRASIL, 2018, p. 315).
<b>Objetivos</b>	Docente	<ul style="list-style-type: none"> <li>Trabalhar a soma dos ângulos internos utilizando materiais como: régua, transferidor, caderno e etc.</li> <li>Construir um pensamento a partir dos triângulos para se poder calcular a medida da soma dos ângulos internos de um polígono qualquer.</li> </ul>
	Aluno	<ul style="list-style-type: none"> <li>Compreender a utilização de régua, transferidor e etc., no cálculo de comprimentos e medidas de ângulos em diversas figuras.</li> <li>Calcular as medidas dos ângulos internos de qualquer polígono com a utilização do transferidor.</li> <li>Entender e resolver situações que abordem a necessidade de determinar a soma dos ângulos internos de um triângulo.</li> </ul>
<b>Materiais necessários</b>		Para a realização do experimento é necessário que o professor esteja com os seguintes material disponíveis aos alunos: Notebook ou celular com acesso à internet, transferidor, régua, tesoura, caderno ou folhas de ofício, canetinhas ou caneta ou lápis, uma cópia da folha de figuras que você disponibilizará aos alunos.
<b>Conhecimentos prévios</b>		Elementos dos polígonos: Vértice, lados, diagonal e ângulos internos. Ideia do que é um polígono. Relacionar a nomenclatura com o número de lados do polígono. Operações básicas (Adição e multiplicação).
<b>Duração</b>		50 minutos

**Fonte:** Elaborado pelo autor.

## Aspectos gerais

*Sinopse:*

Nesse experimento os alunos terão o desafio de verificar qual é a soma dos ângulos internos de um triângulo e utilizar esse conceito para determinar a soma

dos ângulos de outros polígonos. Para isso os alunos usarão régua, transferidor, algumas figuras que serão disponibilizadas por você professor no grupo da sala de aula. O conceito obtido com essa prática poderá ser aplicado em outros conteúdos que serão trabalhados pelos alunos nas séries seguintes e dentro de conteúdos da geometria.

## **Experimento**

Colocaremos em prática ideias simples como a utilização do transferidor, mas que com certeza despertará no aluno a certeza dos processos realizados por ele.

### **Preparação**

Os alunos deverão receber com antecedência as folhas de figuras (Anexo I, Anexo II e Anexo III). O professor também deverá estar com a sua folha de figuras além dos materiais necessários. Organize o material com antecedência e se aproximando o dia da aula, lembre aos alunos que preparem os materiais necessários para que no momento da aula todos possam estar com eles em mãos.

### **Etapas para o desenvolvimento do experimento**

#### *Etapa 1 - Orientações (3 minutos)*

Faça uma breve explicação sobre a atividade, leia os passos da realização da atividade e cite os instrumentos que serão utilizados em cada etapa da aula. Peça aos alunos que estejam atentos para que todos entendam os procedimentos.

#### *Etapa 2 - Cálculo dos ângulos e soma dos ângulos (18 minutos)*

Agora serão utilizados os materiais solicitados. Dividiremos esse momento em alguns passos que devem ser realizados pelos alunos. Reforce o tempo destinado para a realização desse momento e no decorrer do tempo ajude com possíveis dificuldades.

##### **1º Passo: Calcular os ângulos dos triângulos (7 minutos).**

Solicite que com o transferidor meçam os ângulos dos triângulos da folha 1 - Triângulos. Instrua-os que com a canetinha (ou caneta, ou lápis) escrevam sobre a folha de figuras colocando os valores observados no transferidor.

##### **2º Passo: Somar os ângulos dos triângulos (4 minutos).**

Após os alunos terminarem de medir os ângulos, peça que eles somem os valores dos ângulos internos de cada triângulo e anotem no caderno o resultado obtido. Por exemplo:

Soma dos ângulos do triângulo 1:  $65^\circ + 88^\circ + 27^\circ =$

Soma dos ângulos do triângulo 2:  $60^\circ + 80^\circ + 40^\circ =$

##### **III Passo: Conclusão do segundo momento (7 minutos).**

Converse e debata os resultados obtidos por eles no primeiro e no segundo passo. Faça as seguintes perguntas:

- Os triângulos da folha 1 – Os triângulos, são iguais ou diferentes?

Espera-se que os alunos observem que os triângulos tem formato diferentes.

- Os ângulos dos dois triângulos são iguais ou diferentes?

Espera-se que eles respondam que os valores dos ângulos são diferentes.

- Qual resultado obtido com a soma dos ângulos internos dos triângulos?

A resposta deve ser  $180^\circ$ , mas é possível que os alunos obtenham resultados próximos a  $180^\circ$ . Pergunte o motivo de isso acontecer e verifique se chegarão à conclusão. Com isso você deverá explicar que essa variação pode ocorrer por conta de aproximações realizadas por eles no momento em que foram medir os ângulos com o transferidor.

- Será que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo sempre será  $180^\circ$ ?

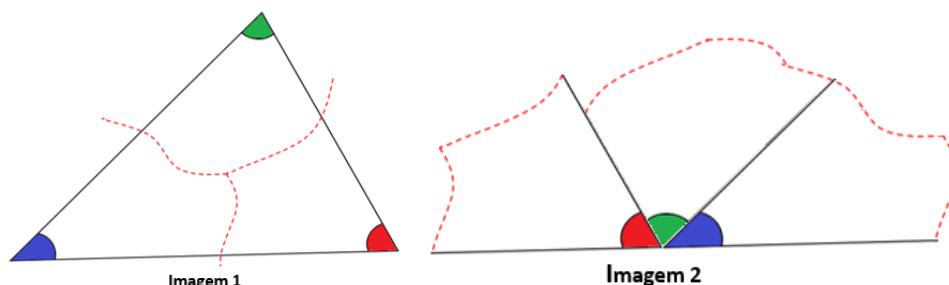
Espera-se que os alunos respondam que sim, que sempre será igual a  $180^\circ$ . Aproveite para conectar esse pensamento com o próximo momento onde você deverá conceituar essa conclusão.

#### *Etapa 3 – Criando uma regra (10 minutos)*

Agora iremos utilizar o triângulo da folha 2 – triângulo qualquer.

Debata com os alunos que mesmo sem medir os ângulos, eles podem saber o resultado da sua soma. Trabalhe com eles nesse momento e solicite que recortem o triângulo da folha 2 – triângulo qualquer, e separem as pontas do triângulo (Imagem 1) e depois unir os ângulos (imagem 2), da forma como ilustrado na Figura 2.

**Figura 2 – Representação**



**Fonte:** Elaborado pelo autor.

- Pergunte aos alunos qual o nome do ângulo formado após unir os ângulos internos do triângulo.

A resposta dada dever ser ângulo raso.

- Pergunte quanto mede um ângulo raso.

Eles devem responder que mede  $180^\circ$ .

Após essa demonstração você deverá fechar e concluir explicando aos alunos que independente do formato ou da medida dos ângulos internos de um triângulo, a soma dos ângulos internos de um triângulo será igual a  $180^\circ$ .

*Etapa 4 – Utilizando a regra formada em outros polígonos (14 minutos)*

Nessa última parte da aula, será utilizado os conhecimentos adquiridos nos momentos anteriores quando foi falado dos triângulos. Aproveite esses conceitos para aplicar a um polígono qualquer.

Com a folha 3 – Polígonos quaisquer, faça as seguintes perguntas:

- Um quadrilátero possui a soma dos ângulos internos igual à soma dos ângulos internos de um triângulo?

Espera-se que os alunos concluam que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero será maior que de um triângulo.

- E se for um pentágono, a soma dos ângulos internos é a mesma ou será maior que a soma dos ângulos internos do triângulo?

Os alunos também deverão concluir que a soma será maior do que de um triângulo.

- Como podemos pensar em uma forma simples, usando o conceito da soma dos ângulos internos de um triângulo em um quadrilátero ou em um pentágono ou em outra figura qualquer?

Os alunos deverão chegar à conclusão de que se dividir os polígonos em triângulos bastará contar a quantidade de triângulos obtidos e multiplicar por  $180^\circ$ .

Após realizar esses questionamentos com os alunos, construa o conceito da soma dos ângulos internos de um polígono. Para isso peça que os alunos façam os seguintes procedimentos utilizando a folha 3 – Polígonos quaisquer:

- Trace uma diagonal do retângulo e veja quantos triângulos são formados.
- Multiplique a quantidade de triângulos obtidos por  $180^\circ$ .
- Agora com o pentágono faça o mesmo procedimento: de um vértice trace diagonais dividindo o pentágono em triângulos e veja quantos triângulos são formados.
- Multiplique a quantidade de triângulos obtidos por  $180^\circ$ .

Instigue aos alunos a perceberem semelhanças no número de lados dos polígonos e o número de triângulos formados por eles. Espera-se que observem que a quantidade de triângulos formados é sempre duas unidades a menos do que o número de lados do polígono.

Dessa forma, explique que para determinar o número de triângulos que podem ser formados, basta subtrair o número de lados por 2 e depois multiplicar o resultado por  $180^\circ$ , assim será determinado a soma dos ângulos internos de um polígono qualquer.

Conclua formalizando esse procedimento através de uma regra  $S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$ .

*Etapa 5 – Fechamento da aula (5 minutos)*

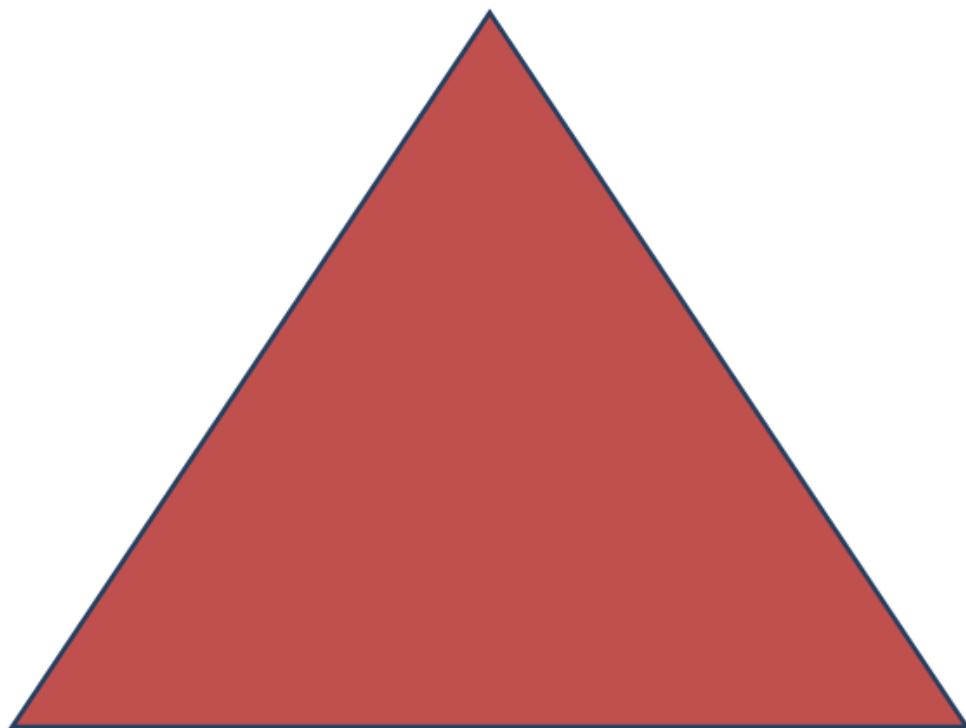
Finalize a prática sanando algumas dúvidas que possam ter surgido a partir de um debate sobre os conceitos trabalhados.

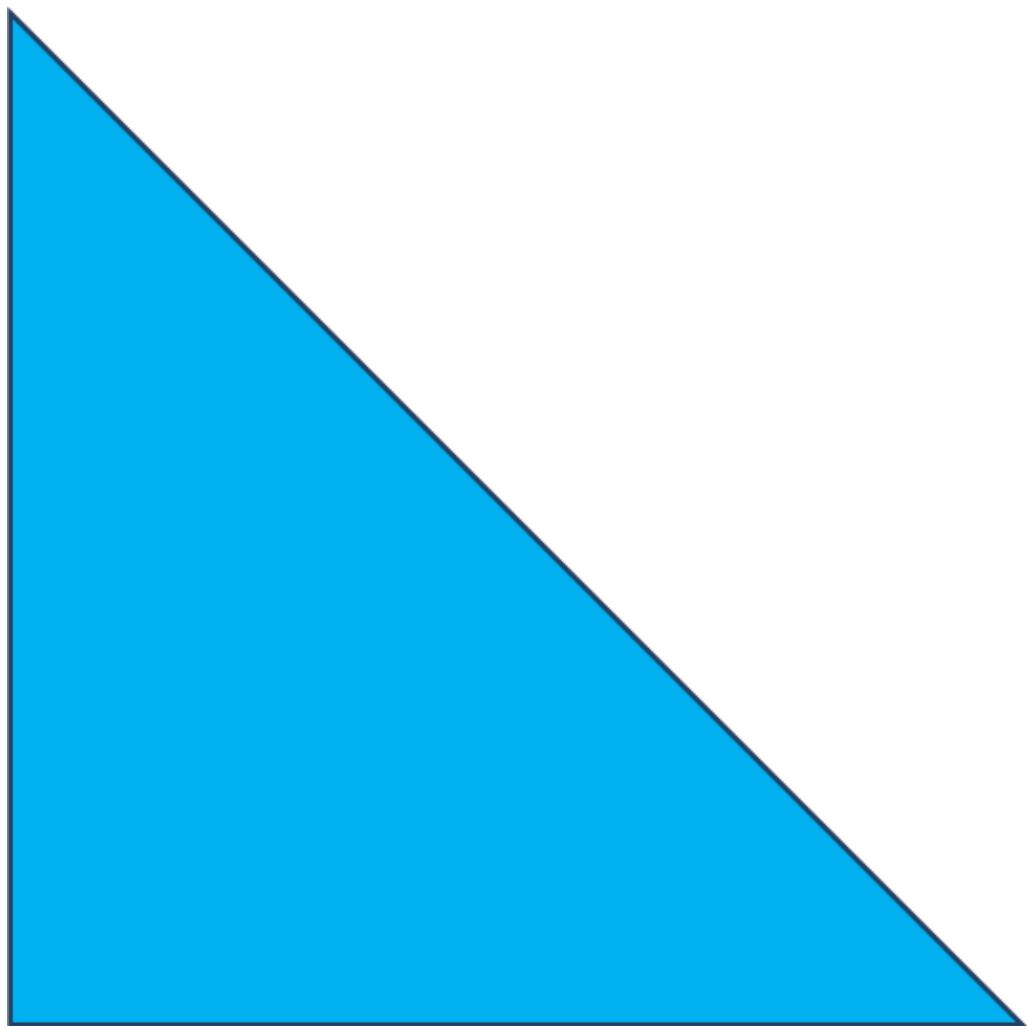
### **Referência**

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular: educação é a base**. Brasília: MEC, 2018.

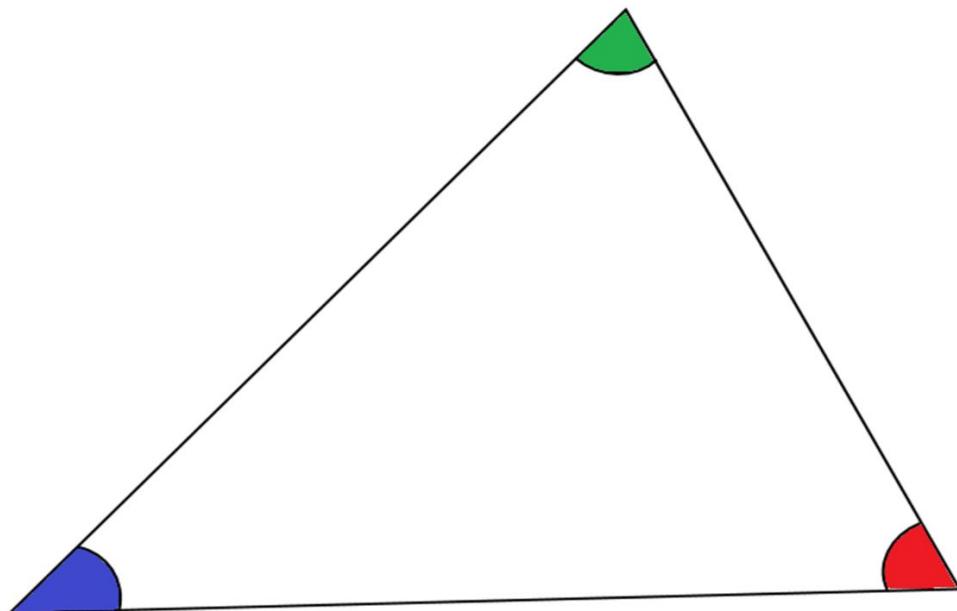
### **Anexos**

Folha 1 - Triângulos

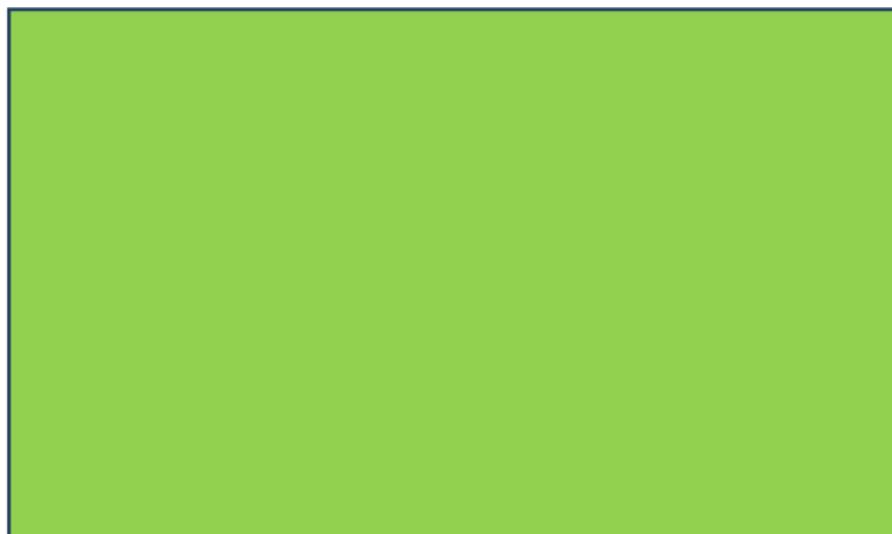


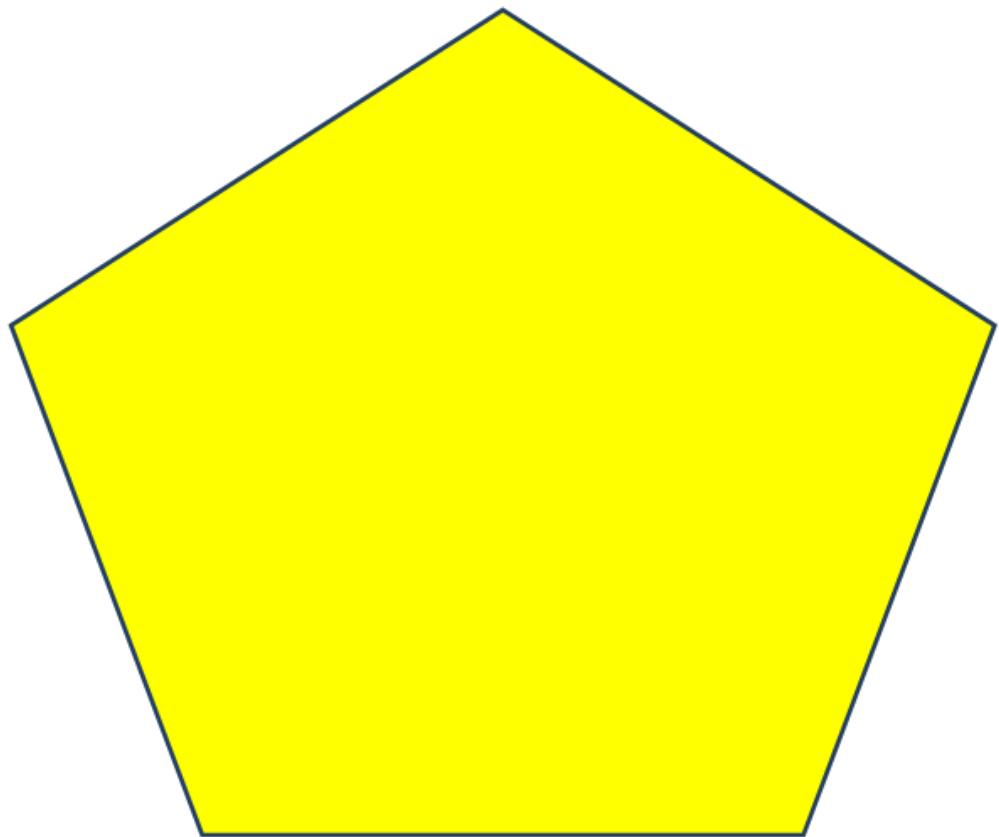


Folha 2 – Triângulo qualquer



Folha 3 - Polígonos quaisquer





## FOLHA DO ALUNO

### Descobrindo a soma dos ângulos internos de um triângulo e de outros polígonos

#### Material Didático Manipulável

**Figura 1 – Polígonos de papel**



**Fonte:** Elaborado pelo autor.

#### Comentários iniciais

Queridos alunos, nessa prática iremos trabalhar conceitos sobre a medidas de ângulos e a soma dos ângulos internos de um triângulo e de outros polígonos. Juntos, de uma forma dinâmica e divertida, determinaremos à medida que representa a soma dos ângulos internos de um triângulo e buscaremos determinar uma ideia geral para os demais polígonos.

Fiquem atentos aos procedimentos na realização da nossa dinâmica, respondam aos questionamentos, pois eles nos serão muito úteis e anotem as conclusões obtidas por vocês.

#### Procedimento

Iniciaremos a aula com uma breve explicação sobre os procedimentos a serem realizados na nossa atividade. Prestem bem a atenção pois nesse momento explicaremos alguns passos que vocês deverão realizar. Para a realização da prática utilizaremos algumas figuras que foram disponibilizadas no grupo da sala (folha 1 – triângulos, folha 2 – triângulo qualquer e folha 3 – polígonos

quaisquer), também utilizaremos régua, tesoura (não pontiaguda para que ninguém se machuque), transferidor, canetinha ou lápis e caderno.

*Etapas 1 - Orientações (3 minutos)*

O professor fará uma breve explicação sobre a nossa atividade. Estejam atentos para que todos entendam os procedimentos.

*Etapas 2 - Cálculo dos ângulos e soma dos ângulos (16 minutos)*

Agora utilizaremos os materiais solicitados. Dividiremos esse momento em alguns passos que devem ser realizados por vocês.

1º Passo: Calcular os ângulos dos triângulos (7 minutos).

Com o transferidor vocês devem medir os ângulos dos triângulos da folha 1 - Triângulos. Com a canetinha, podem riscar sobre a folha colocando os valores observados no transferidor.

2º Passo: Somar os ângulos dos triângulos (4 minutos)

Após medir os ângulos, no caderno vocês devem somar os ângulos internos de cada triângulo. Anotem no caderno o resultado obtido. Como por exemplo de soma, tem-se:

Soma dos ângulos do triângulo 1:  $65^\circ + 88^\circ + 27^\circ =$

Soma dos ângulos do triângulo 2:  $60^\circ + 80^\circ + 40^\circ =$

3º Passo: Conclusão do segundo momento (5 minutos)

Com base nos resultados que vocês obtiveram somando os ângulos dos dois triângulos da folha 1 - Triângulos, é possível pensar em uma regra geral para qualquer triângulo? Se sim, escreva em seu caderno.

*Etapas 3 - Criando uma regra (12 minutos)*

Agora iremos utilizar o triângulo da folha 2 – triângulo qualquer. Com ele debateremos a conclusão que vocês pensaram no passo 3 do momento anterior, e formularemos uma regra para a soma dos ângulos internos de um triângulo no qual não se sabe o valor de seus ângulos internos.

*Etapas 4 -*

Nessa última parte da aula, iremos usar os conhecimentos adquiridos nos momentos anteriores quando falamos dos triângulos e aplicaremos esses conceitos para as demais figuras.

Com a folha 3 – Polígonos quaisquer, vamos pensar nas seguintes perguntas:

- Um quadrilátero possui a soma dos ângulos internos igual à soma dos ângulos internos de um triângulo?
- E se for um pentágono, a soma dos ângulos internos é a mesma ou será maior que a soma dos ângulos internos do triângulo?
- Como podemos pensar em uma forma simples, usando o conceito da soma dos ângulos internos de um triângulo em um quadrilátero ou em um pentágono ou em outra figura qualquer?

**Etapa 5 - Fechamento da aula (5 minutos)**

Espero que todos tenham grande aproveitamento dos conceitos estudados na aula.

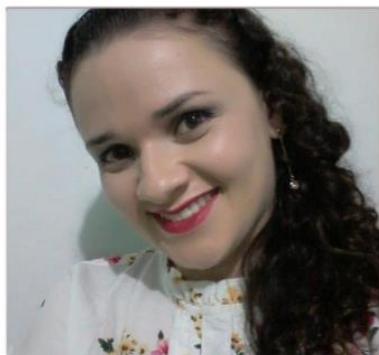
Excelente aula a todos!

# OS ORGANIZADORES



Francisco Wagner Soares Oliveira

Doutorando pelo Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) da Universidade Estadual do Ceará (UECE). Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (PGECM/IFCE) (2019), especialista em Metodologia do ensino de matemática e física pela Universidade Cândido Mendes (2018).



Antonia Naiara de Sousa Batista

É licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) e mestra em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE/2018). Atualmente, é doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) da Universidade Estadual do Ceará (UECE) e bolsista da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).



Ana Carolina Costa Pereira

Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará, mestrado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte e pós-doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

# OS AUTORES



Catarine Araújo de  
Carvalho



Geferson Bastos  
Alves



Amanda Cardoso  
Benicio de Lima



Vinicius de Sousa  
Paula



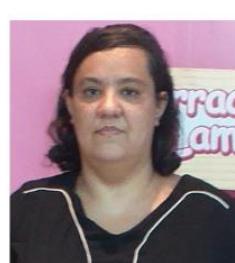
Dailson Silva Santos



Werther Xisto  
Cardoso



José Sandes da  
Fonseca Neto



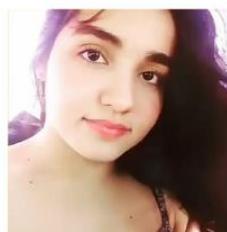
Joana Paula Silva  
Mano



Francisco Luís Felipe  
Gomes de Oliveira



Ricardo Sousa Alves



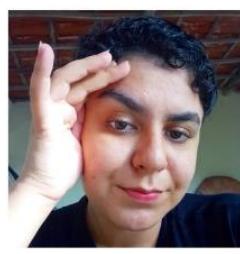
Maria Meirilene  
Rocha Moura



Daniel da Silva  
Rocha



Pedro Henrique  
Sales Ribeiro



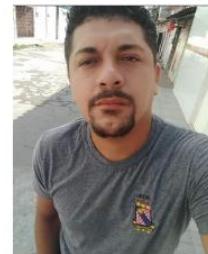
Anna Letícia de  
Araújo Silva



Maria Larissa da  
Silva Sales



Kwoana da Costa  
Soares



Francisco Ranielton  
Ribeiro de Moraes



Lívia Bezerra de  
Alencar



Milena Carneiro  
Almeida



Sabrina de Sousa  
Paulino



Thais Farias  
Fernandes



Felipe de Lima Silva

