Programa de Mestrado Profissional

em Ensino de Ciências e Matemática

PRODUTO EDUCACIONAL

Proposta de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem

que recorre a experimentos de Física para atividades de ensino

de funções polinomiais de 1º e 2º graus

Winderson Ribeiro Cavalcanti

Rebeca Vilas Boas Cardoso de Oliveira

São Paulo

2021

Catalogação na fonte
Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo
Dados fornecidos pelo(a) autor(a)

c376t Cavalcanti, Winderson Ribeiro
Tha: análise de uma proposta de ensino de funções polinomiais de 1º e 2º graus a partir de experimentos de física no ensino fundamental / Winderson Ribeiro Cavalcanti. São Paulo: [s.n.], 2021.
303 f.

Orientador: Rebeca Vilas Boas Cardoso de Oliveira

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2021.

1. Teoria da Aprendizagem Significativa. 2. Interdisciplinaridade. 3. Ensino de Matemática. 4. Perspectiva Construtivista. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título.

CDD 510

Produto Educacional apresentado como requisito à obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP), campus São Paulo. Defesa realizada em 26 – 03 – 2021.

AUTORES

Winderson Ribeiro Cavalcanti: Licenciado em Matemática pela Universidade Camilo Castelo Branco (2010); Licenciado em Física pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (2016); Licenciado em Pedagogia pela Universidade Nove de Julho (2019). Atualmente docente das Redes Públicas de Ensino do Município e do Estado de São Paulo.

Rebeca Vilas Boas Cardoso de Oliveira: Licenciada em Física pela Universidade de São Paulo (1995); Bacharel em Física pela Universidade de São Paulo (1992); Mestre em Ensino de Ciências (Modalidades Física, Química e Biologia) pela Universidade de São Paulo (1999); Doutora em Educação pela Universidade de São Paulo (2006). Atualmente é professora efetiva do Instituto Federal de São Paulo. Tem experiência na área de Educação e de Ensino de Física, atuando principalmente nos seguintes temas: formação de professores, educação de jovens e adultos, estrutura de conhecimento e PIBID.

Sumário

Apresentação

O material produzido, como produto educacional, é parte constituinte de nossa pesquisa intitulada “THA: Análise de uma proposta de ensino de funções polinomiais de 1º e 2º graus a partir de experimentos de Física no ensino fundamental”, desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP), sob orientação da Profª Drª Rebeca Vilas Boas Cardoso de Oliveira.

Nosso Produto Educacional busca dialogar com os professores sobre a intencionalidade na escolha e seleção das atividades propostas pela Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) para o ensino de funções polinomiais de 1º e 2º graus, preferencialmente para estudantes do Ensino Fundamental; se dispõe a apresentar um material de referência que possa ser utilizado por docentes na proposição de temas da área da Matemática articulados à Física, com sugestão de propostas experimentais que possibilitem adaptações necessárias a contextos específicos de diferentes comunidades escolares.

A THA é constituída por quatro atividades destinadas ao reconhecimento da estrutura cognitiva dos estudantes e seus conhecimentos prévios, propondo em seguida a primeira atividade experimental intitulada ***Esticando a Mola*** com objetivo de introduzir o tema de estudo, contextualizar e demonstrar uma aplicação do conhecimento matemático em discussão, para além da exercitação com manipulação do algoritmo. Sugere-se que após a realização da primeira atividade experimental o docente desenvolva uma sequência de aulas, que discutam os diversos conceitos referentes às funções polinomiais de 1º e 2º graus e seus respectivos gráficos. Na sequência, recomenda-se a aplicação de duas atividades que buscam compreender o entendimento dos estudantes sobre o tema em estudo, e, logo após, aconselhamos o desenvolvimento da segunda atividade experimental denominada ***Queda Livre,*** com objetivos de contextualizar a função polinomial de 2º grau, finalizando a THA com a avaliação final realizada pelos estudantes.

Apresentaremos, ainda, neste material, uma breve discussão sobre os pressupostos teóricos que orientaram a elaboração, desenvolvimento e avaliação da trajetória hipotética de aprendizagem, que é parte integrante de um ciclo de ensino, em que a aprendizagem também é do professor, que poderá, subsidiado pelas aprendizagens promovidas, reelaborar sua prática e favorecer aprendizagens significativas.

Introdução

A investigação realizada envolveu o planejamento, a realização e a avaliação de uma trajetória hipotética de aprendizagem que utiliza experimentos de Física para ensinar funções polinomiais de 1º e 2º graus para estudantes do ensino fundamental, e, assim, possibilitou a proposição deste produto educacional e um diálogo com os educadores com a intenção explícita de articular o ensino de funções polinomiais a uma outra área de conhecimento, no caso a Física, oferecendo um contexto significativo deste conhecimento matemático aos estudantes, assim como aplicabilidades destes temas de ensino.

De acordo com Vázquez (2011), a atividade teórica só existe por e em relação com a prática, destinada à produção de fins (antecipação ideal do que ainda não existe, mas que se deseja que exista) como de conhecimentos. Distingue-se da atividade prática uma vez que seu objeto e matéria-prima são as sensações ou percepções, conceitos, teorias, representações ou hipóteses que possuem uma existência ideal (objeto psíquico). Assim sendo, o fim imediato da atividade teórica é elaborar ou transformar idealmente – e não realmente – essa matéria-prima.

Por outro lado, "a atividade prática que se manifesta no trabalho humano, na criação artística ou na práxis revolucionária é uma atividade adequada a fins, cujo comprimento exige – como mostramos – certa atividade cognoscitiva." (VÁZQUEZ, 2011, p.227). Assim sendo, consideramos que "[...] práxis nessa filosofia é em si educativa, pois ela é operada por sujeitos que na prática refletem teoricamente para sempre transformar" (SOARES; JUNIOR, 2012, p.9).

Diante disso, escolhemos a Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) e a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) para fundamentação teórica (atividade teórica do professor) para orientar a construção do percurso e das estratégias de ensino e aprendizagem dos estudantes (atividade prática do professor).

Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA)

A THA é parte constituinte do que Simon (1993) intitulou de Ciclo de Ensino de Matemática. Este foi desenvolvido por meio de análises de um experimento de ensino construtivista, que possuía como uma de suas finalidades “analisar situações em que uma perspectiva construtivista se depara com as realidades de alunos em uma sala de aula real.” (SIMON, 1993, p.13, tradução nossa).

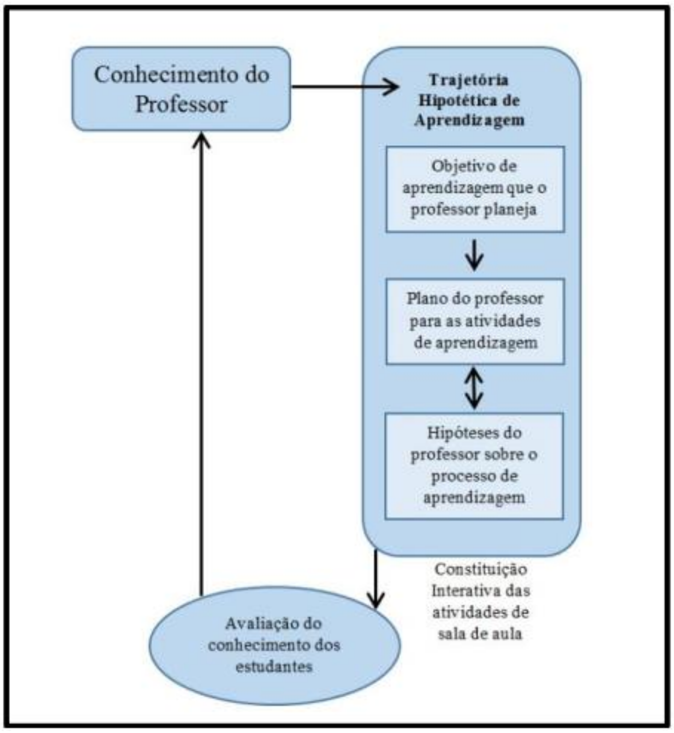
Portanto, buscando uma mudança no ensino de matemática em uma concepção construtivista, a THA é entendida como uma ferramenta de investigação e planejamento. Possui alguns elementos fundamentais, tais como: objetivos de aprendizagem estabelecidos pelo professor que orientarão a THA; as atividades matemáticas de aprendizagens; e o processamento hipotético de aprendizagem dos estudantes. Permite ao professor elaborar seu próprio projeto de decisões para a aprendizagem dos alunos, recorrendo as suas melhores suposições sobre como ocorre a aprendizagem dos mesmos.

> Uso o termo "trajetória hipotética de aprendizagem" para me referir à previsão do professor sobre o caminho pelo qual o aprendizado pode prosseguir. É hipotético, porque a trajetória de aprendizado real não é conhecida com antecedência. Caracteriza uma tendência esperada. A aprendizagem de cada aluno prossegue ao longo de caminhos idiossincráticos, embora muitas vezes semelhantes. Isso pressupõe que a aprendizagem dos indivíduos tenha alguma regularidade (cf.Steffe, Von Glasserfiel, Richards e Cobb, 1983), a comunidade da sala de aula restringe a atividade matemática, com frequência, de maneiras previsíveis, em que muitos dos alunos de uma mesma classe possam beneficiar-se da mesma tarefa matemática. Uma trajetória hipotética de aprendizagem fornece ao professor uma justificativa para a escolha de um projeto instrucional específico. Tomo minhas decisões com base na minha melhor suposição de como o aprendizado pode ocorrer. (SIMON, 1993, p. 35, tradução nossa)

O Ciclo de Ensino de Matemática é uma articulação entre as tomadas de decisões feitas pelo professor, que decorre muitas vezes de seus conhecimentos e de suas hipóteses sobre a aprendizagem dos alunos, com as atividades matemáticas que são projetadas de acordo com determinados objetivos de aprendizagem em uma perspectiva de ensino construtivista. O processo chamado de constituição interativa das atividades em sala de aula, permite alterações e revisões constantes sobre a compreensão dos estudantes diante do tema de ensino investigado, possibilitando modificações significativas nos conhecimentos do professor.

A Figura 1 ilustra esta proposta de ensino, que “enfatiza a importante interação entre os planos do professor e a constituição de atividades da sala de aula pelos professores/alunos.” (SIMON, 1993, p. 41-42, tradução nossa).

Figura 1 - Ciclo de Ensino de Matemática (Abreviado)



Fonte: (SIMON, 1993, p. 55)[1]

Assim, um dos componentes estruturantes do ciclo de ensino é o "conhecimento do professor", que se reorganiza e se reelabora ao pensar sobre as atividades de ensino desenvolvidas e a avaliação possível das aprendizagens promovidas (ou não), implicando em possíveis alterações na THA. Com isso, o professor não é considerado apenas um especialista técnico (CONTRERAS, 2002), e nem um resolvedor de exercícios em sala de aula com aplicação de algoritmos. O professor conhece sua ciência de referência e conhece elementos de suas práticas, podendo, assim, estabelecer um círculo virtuoso no ciclo de ensino.

O entendimento sobre este ciclo de ensino de matemática, no que se refere a avaliação dos conhecimentos dos estudantes, de caráter processual, não necessariamente ocorre ao final da trajetória hipotética de aprendizagem, ou seja, pode ocorrer ao longo da realização do plano de ensino do professor. As possíveis mudanças que podem ocorrer durante a constituição interativa das atividades em sala de aula, permitem uma reflexão por parte do docente, culminando em novas concepções e criações de THA ou até mesmo alterações na que está em análise, pois

> [...] as ideias do professor sobre como os estudantes agiriam hipoteticamente na THA se transformam ao passo que ele nota como os estudantes estão desenvolvendo a atividade, o que pode fazer com que o professor recrie sua THA, com novas perspectivas para uma próxima atividade. (OLIVEIRA; FRIAS; OMODEI, 2014, p. 5)

[1] Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=ED364406> Acesso em: 07 jan. 2020.

Assim sendo, a THA foi escolhida para ser o instrumento de planejamento de uma proposta de ensino de Matemática do tema funções polinomiais de 1º e 2º graus, pois permite ao professor autonomia no planejamento, desenvolvimento e avaliação ações pautadas em suas melhores hipóteses sobre como os estudantes aprendem.

Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS)

A Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) possui uma abordagem cognitivista–construtivista valorizando o que os alunos já sabem e com ênfase na interação cognitiva, isto é, em como os conhecimentos novos relacionam-se com os conhecimentos prévios na estrutura cognitiva. Essa relação entre os conhecimentos prévios e novos deve acontecer de forma não arbitrária (saberes quaisquer) e não literal (ao pé da letra), com aquilo que o aprendiz já sabe:

> Se eu tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, diria isto: O fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra o que ele sabe e baseie nisso os seus ensinamentos. (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1978, p. viii)

Na perspectiva de Ausubel, portanto, existem duas condições necessárias, que devem ser atendidas, para que ocorra uma aprendizagem significativa.

> A aprendizagem significativa pressupõe que:
> a) o material a ser aprendido seja potencialmente significativo para o aprendiz, ou seja, relacionável a sua estrutura de conhecimento de forma não-arbitrária e não-literal (substantiva);
> b) o aprendiz manifeste uma disposição para relacionar o novo material de maneira substantiva e não-arbitrária a sua estrutura cognitiva. (MOREIRA, 2001, p. 23)

É importante identificar os conhecimentos prévios (conceitos subsunçores) dos aprendizes, pois é o resultado da interação entre o novo conhecimento e o conhecimento prévio que pode assegurar uma aprendizagem significativa.

Diante das condições necessárias para ocorrência de uma aprendizagem significativa, como acima exposto, observamos que uma delas se refere ao material instrucional utilizado para o ensino de determinado tema/conteúdo. Este deve ser cuidadosamente estruturado para que possa garantir que a nova informação potencialmente significativa, relacionada e assimilada pelos conceitos subsunçores existentes na estrutura cognitiva do aprendiz, resulte em um produto interacional, ou seja, resulte em uma aprendizagem significativa.

Mas, qual seria a alternativa caso o professor reconheça que os estudantes não possuem subsunçores que sirvam de ancoradouro para as futuras aprendizagens? Ausubel propõe o uso de Organizadores Prévios, uma estratégia que tem por finalidade manipular a estrutura cognitiva, preenchendo esse vazio existente entre os conhecimentos prévios e os novos. “Organizadores prévios são materiais introdutórios, apresentados antes do próprio material a ser aprendido, porém, em um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade do que esse material” (MOREIRA, 2006, p. 23).

Os subsunçores não possuem uma natureza estática, sendo assim sofrem modificações, ganham novos significados e oferecem novas condições de ancoradouro para as novas informações, efetivando um processo cíclico de ancoragem, retenção e assimilação de novos conhecimentos.

Por fim, segundo Moreira (2006), para Ausubel o “processo de assimilação, mesmo após o aparecimento dos novos significados, a relação entre as ideias-âncoras e as assimiladas permanece na estrutura cognitiva” (MOREIRA, 2006, p.28-29). Para este processo de assimilação, há necessidade de destacar a diferenciação progressiva e reconciliação integrativa ou integradora. Segundo Moreira (2001),

> a) diferenciação progressiva é o princípio pelo qual o assunto deve ser programado de forma que as ideias mais gerais e inclusivas da disciplina sejam apresentadas antes e, progressivamente diferenciadas, introduzindo os detalhes específicos necessários [...];
> b) reconciliação integrativa é o princípio pelo qual a programação do material instrucional deve ser feita para esporar relações entre ideias, apontar similaridades e diferenças significativas, reconciliando discrepâncias reais ou aparentes. (MOREIRA, 2001, p. 30)

Assim sendo, a concepção ausubeliana sobre a aprendizagem dos indivíduos perpassam por esses conceitos que estruturam a Teoria da Aprendizagem Significativa, que em sua perspectiva cognitivista, discute como é o processo de aquisição de novos conhecimentos pelos aprendizes.

A THA como uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa

Como uma das condições para ocorrência de uma aprendizagem significativa é que o material a ser aprendido seja potencialmente significativo, Moreira (2011) acrescenta que

> [...] o significado está nas pessoas, não nas coisas. Então, não há, por exemplo, livro significativo ou aula significativa; no entanto, livros, aulas, materiais instrucionais de um modo geral, podem ser potencialmente significativos e para isso devem ter significado lógico (ter estrutura, organização, exemplos, linguagem adequada, enfim, serem aprendíveis) e os sujeitos devem ter conhecimentos prévios adequados para dar significado aos conhecimentos veiculados por esses materiais. (MOREIRA, 2011, p. 10)

Neste momento, nos dedicaremos a fazer aproximações entre uma unidade de ensino potencialmente significativa (UEPS) e a trajetória hipotética de aprendizagem (THA). As UEPS são sequências de ensino fundamentadas na teoria da aprendizagem significativa (TAS), portanto, é importante que a THA proposta, em que os levantamentos de hipóteses sobre as aprendizagens dos estudantes se alicerçam na TAS, possuam características de uma UEPS.

Moreira (2011) apresenta alguns aspectos sequenciais (passos), ou seja, procedimentos que devem ser adotados ao se construir uma UEPS, que entendemos se organizarem como segue:

> 1. Definição do tópico específico a ser abordado;
> 2. Criação/proposição de situações que levem o estudante a externar seus conhecimentos prévios relevantes para a aprendizagem significativa;
> 3. Proposição de situações-problema, em nível introdutório;
> 4. Apresentação do conhecimento a ser ensinado/aprendido;
> 5. Retomada de aspectos gerais e estruturantes;
> 6. Proposição de situação problema, em nível mais alto de complexidade;
> 7. Discussão do tema ensinado considerando a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa;
> 8. Avaliação da aprendizagem da UEPS (avaliação somativa individual);
> 9. Avaliação da UEPS. (Adaptação de MOREIRA, 2011, p. 3-4)

Sendo assim, a THA proposta neste material buscou estruturar-se de forma a atender estes nove aspectos sequenciais. Na Figura 2, é possível observar que, ao definir um tema de ensino específico, podemos ver a estrutura de uma unidade de ensino potencialmente significativa, ou seja, nos atentamos aos seus momentos de desenvolvimento, aos recursos instrucionais utilizados e as estratégias pedagógicas que a integram.

Figura 2 - Modelo de unidade de ensino potencialmente significativa

Fonte: BRUM; DA SILVA, 2015, p. 7.

No primeiro momento prevalece a definição do tópico específico a ser abordado e proposição de situações que façam os alunos revelarem seus conhecimentos prévios sobre o tópico de estudo.

No segundo momento, considerando a diferenciação progressiva e reconciliação integradora, o tema é apresentado desde um nível mais introdutório até alcançar um nível mais alto de complexidade.

O terceiro momento compreende a avaliação das aprendizagens dos estudantes, considerando buscar evidências de aprendizagens significativas seja por atividades individuais, como por meio de atividades coletivas, privilegiando questões abertas para que os estudantes possam mostrar suas compreensões acerca do tema discutido.

Finalizando com o quarto momento, que se respalda na avaliação por parte do professor e alunos da unidade de ensino, dos recursos e estratégias adotadas ao longo da unidade de ensino. “A unidade de ensino não é uma metodologia estanque, engessada, mas passível de reformulações e compete ao professor mudar, quando necessário, na apresentação de um tema em sala de aula” (BRUM; DA SILVA, 2015, p. 7-8).

Proposta de THA para o ensino de funções

A trajetória hipotética de aprendizagem aqui proposta, considera os momentos de uma UEPS (coluna 1) durante seu processo de planejamento e realização, assim como destaca quais as finalidades das atividades na perspectiva da THA (coluna 2). A **Tabela 1** abaixo complementa na coluna *Intervenção*, quantas mediações seriam necessárias que o professor disponibilizasse em seu planejamento para a realização da THA, sendo complementada pela coluna *Tempo*. Por fim, as colunas *Atividades* e *Objetivos* evidenciam o tema a ser discutido em aula e seus objetivos específicos.

Tabela 1 – Quadro de atividades e objetivos da THA proposta.

UEPS	THA	Intervenção	Atividade	Objetivos	Tempo
1º Momento	Reconhecimento da estrutura	1 e 2	1 – Equação 1º Grau	Realizar, discutir e identificar os conceitos subsunçores.	4 aulas
		3 e 4	2 – Equação do 2º Grau		4 aulas
		5	3 – Plano Cartesiano		2 aulas

		6	4 – Ideia de Função	Realizar e discutir a tarefa, identificar subsunçores, propor situações-problema em nível introdutório e apresentar o tema de estudo.	2 aulas
2º Momento	Introdução ao tema de ensino	7, 8, 9 e 10	Experimento 1 – Esticando a Mola	Introduzir o tema de estudo em um nível maior de complexidade, apresentar contexto e aplicação do tema Função polinomial de 1º grau.	8 aulas
	Processo de aprendizagens	11 e 12	5 – Relações de Proporcionalidade	Realizar e discutir a tarefa, perceber a qualidade das aprendizagens dos estudantes (diferenciação progressiva e reconciliação integradora)	4 aulas
		13	6 – Gráficos de Funções		2 aulas
		14	Experimento 2 – Queda Livre	Discutir aspectos da Física, possibilitar contexto e aplicação para o tema Função polinomial de 2º grau.	3 aulas
3º Momento	Avaliação	15	Avaliação final	Avaliação das aprendizagens dos estudantes.	2 aulas
4º Momento	Avaliação da Trajetória Hipotética de Aprendizagem / UEPS.				

Fonte: Autores

Como parte integrante do primeiro momento da UEPS, a THA contará com quatro atividades matemáticas que objetivam mapear a estrutura cognitiva e os conhecimentos prévios dos estudantes. Sugerimos ao professor que oportunize agrupamentos de estudantes, preferencialmente de dois alunos, dependendo do seu contexto de atuação, para realização das atividades iniciais da THA.

A primeira atividade permite ao professor compreender se os estudantes reconhecem a ideia de equação; se representam situações-problema por meio de equações do 1º grau; e se resolvem equações do 1º grau. Assim, pode possibilitar ao docente verificar os conhecimentos prévios (subsunçores) considerados relevantes para ancorar as novas aprendizagens de função polinomial do 1º grau. Caso o professor perceba que os estudantes não possuem conceitos subsunçores que favoreçam a aprendizagem significativa do tema a ser ensinado, o docente pode desenvolver atividades que atuem como organizadores prévios.

As questões da Atividade 1 foram selecionadas considerando os níveis de pensamento e raciocínio lógico e procedimental associados às equações do 1º grau. As perguntas versam desde um nível elementar em que os símbolos representam as incógnitas, isto é, os valores desconhecidos, perpassam pela igualdade e equivalência com a proposta de uma questão que envolve uma balança de equilíbrio, finalizando com uma pergunta que pretende perceber se os estudantes realizam os procedimentos algébricos necessários para a resolução das equações.

A segunda atividade busca por subsunçores que sirvam de ancoradouro para as aprendizagens referentes à função polinomial de 2º grau, com a preocupação de diagnosticar se os alunos resolvem corretamente equações incompletas e completas do 2º grau.

Na Atividade 2 a preocupação com as questões selecionadas refere-se à compreensão dos estudantes no tocante às letras que representam as incógnitas, sendo propostas equações incompletas do 2ºgrau em que as incógnitas presentes não são expressas somente pela letra *x*. Buscam compreender os procedimentos algébricos adotados pelos estudantes para resolver equações completas e incompletas do 2º grau, inclusive se aplicam corretamente a Fórmula de Bhaskara em suas soluções.

Em seguida, a terceira atividade da THA possibilita ao professor verificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o plano cartesiano, investigando se os alunos localizam pontos no sistema de coordenadas cartesianas, reconhecem os eixos das abscissas e ordenadas e identificam corretamente pares ordenados de pontos no plano cartesiano.

As perguntas selecionadas para a Atividade 3 pretendem perceber se os estudantes reconhecem os eixos das abscissas e ordenadas corretamente, assim como se expressam assertivamente os valores dos pares ordenados de pontos dispostos no plano cartesiano em seus quatro quadrantes.

Por fim, a quarta atividade matemática explora dois aspectos: primeiramente o conhecimento prévio dos estudantes acerca do tema funções; e concomitantemente irá expor o tema de estudo em nível introdutório.

A observação da quarta atividade permite ao docente verificar se os estudantes conseguem analisar as situações apresentadas e compreendem que expressam ou não, funções; e se representam corretamente a lei de formação de funções a partir de situações-problema, assim como, simultaneamente, propõe uma introdução ao tema a ser ensinado em um nível mais elementar.

Para compor a Atividade 4 foram escolhidas questões com situações-problema próximas das vivências dos estudantes, que permitiriam aos mesmos responder utilizando o raciocínio lógico e matemático. No entanto são apresentados alguns conceitos específicos do ensino de funções nestas perguntas, como o termo *lei de formação*. Foram selecionadas ainda questões bem específicas sobre funções, expressas por meio de diagramas, com a finalidade de apresentar o tema de ensino em nível introdutório e que permitissem também discutir termos específicos utilizados no ensino de funções como, por exemplo: *"para que seja uma função de M em N"; "ilustra uma função de A em B?"*.

Ao término de cada atividade proposta até aqui, orientamos o professor a retomar nas aulas subsequentes à realização de cada uma das atividades, o assunto explorado. É possível utilizar uma estratégia expositivo-dialogada, discutindo os objetivos de cada tarefa matemática disponibilizada, bem como as estratégias que os estudantes poderiam ter adotado ou adotaram para encontrar a solução. Sugerimos que o docente apresente a resolução esperada para cada questão aos alunos e retire as dúvidas remanescentes dos temas.

No segundo momento da UEPS, já iniciado pela atividade quatro da THA, temos a proposta de utilização do primeiro experimento de Física, denominado ***Esticando a Mola***, em que consiste apresentar aos estudantes, por meio de outra área de conhecimento, um contexto para aquele tópico de estudo, em um nível de maior complexidade.

> O ensino da Matemática que viabiliza a contextualização pode retirar o aluno da passividade no processo educativo e levá-lo a descobrir a importância da sua formação para sua vida e para o mundo. [...] A saber, a contextualização dos conteúdos de ensino pode provocar aprendizagens significantes e mobilizar o aluno a estabelecer relações de reciprocidade entre ele e o conhecimento em construção. (ALVES, TATSCH, 2017, p. 90)

O roteiro experimental que poderá ser utilizado, apresenta um nível crescente de complexidade, em que os estudantes podem captar os significados, pois estarão em permanente interação com seus colegas e professor. Após a realização da atividade experimental pelos estudantes, sugerimos uma discussão coletiva mediada pelo docente, utilizando a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora para orientar os diálogos.

Sugerimos que o professor possibilite agrupamentos de até cinco estudantes para a realização da atividade experimental, que na proposta apresentada neste material, poderá tomar um conjunto de até oito aulas entre a coleta de dados, resolução das propostas do roteiro experimental e discussão do mesmo. Ressaltamos a importância do professor em destacar os conceitos de funções polinomiais do 1º grau explorados na atividade, contextualizados e aplicados à outra área do conhecimento, neste caso, a Física.

Após a discussão da atividade experimental, propomos ao professor que realize um conjunto de aulas que considere adequadas ao tema, sugerimos que envolva: o conceito de função; lei de formação; as relações de proporcionalidade direta e inversa e a não proporcionalidade; o zero das funções polinomiais de 1º e 2º graus; comportamento e construção de gráficos de funções polinomiais do 1º e 2º graus; vértice da parábola; discriminante (Δ) e coeficientes ***a***, ***b*** e ***c*** da função polinomial de 2º grau e suas implicações nos gráficos.

Privilegiando ainda este segundo momento da UEPS, a THA apresenta a quinta atividade que discute o tema de ensino grandezas direta e inversamente proporcionais e a sexta atividade que aborda os gráficos de funções polinomiais do 1º e 2º graus. O professor pode recorrer, como proposto anteriormente, a agrupamentos preferencialmente de dois estudantes para realização das tarefas.

As questões selecionadas na Atividade 5 buscam compreender se os alunos preenchem e reconhecem tabelas com relações de proporcionalidade direta, inversa e não proporcionalidade e a lei de formação associada a cada uma. Permite ao professor aferir se os estudantes reconhecem situações e identificam corretamente a proporcionalidade direta envolvida em situações-problema expostas, assim como se apresentam o valor da constante de proporcionalidade.

Na Atividade 6 as perguntas utilizam gráficos de funções polinomiais de 1º e 2º graus, contextualizadas a algumas situações-problema, com objetivos de extrair conceitos já estudados. Assim, essa atividade exige que o estudante mobilize conhecimentos já discutidos como proporcionalidade direta e inversa, lei de formação e constante de proporcionalidade. As questões procuram perceber se os alunos compreendem a correspondência entre os valores das tabelas e gráficos correlacionados, e também possibilitam uma discussão dos zeros da função polinomial de 2º grau e vértice da parábola, contextualizados em outra situação-problema.

Sugerimos ao professor que após a aplicação das atividades 5 e 6, faça discussões dos objetivos e das questões propostas, esclarecendo dúvidas e articulando, sempre que possível, com as aulas já ministradas sobre o tema, e até mesmo com a primeira atividade experimental, em uma perspectiva expositivo-dialogada com os alunos, recorrendo à diferenciação progressiva e reconciliação integradora, se necessário.

Recomendamos que após essas discussões seja proposto o segundo experimento de Física, intitulado **Queda Livre**, que pode permitir ao professor junto aos alunos: discutir aspectos de natureza da ciência sobre a experimentação, reconhecer seus conhecimentos prévios sobre o experimento de queda livre e os conceitos físicos envolvidos como gravidade e força e discutir o “comportamento” gráfico de um movimento de queda livre e o significado do parâmetro ***a*** da função polinomial de 2º grau associada ao movimento.

Na proposta de THA deste material, propomos uma discussão do movimento de queda livre por meio de um *software* chamado *Tracker*[2], em que é possível fazer um tratamento de dados experimentais, com filmagem e análise em vídeo do movimento de queda livre. Sugerimos que complemente a discussão com vídeos disponíveis na *Internet*, que abordam a queda dos corpos em condições com e sem a presença de ar, discorrendo sobre os temas, esclarecendo dúvidas e apontamentos pertinentes dos estudantes. Ressaltamos a importância deste momento para contextualizar (movimento de queda livre) e mostrar uma aplicabilidade (determinação da gravidade local) da função polinomial de 2ºgrau, novamente advindo da área da Física.

O terceiro momento da UEPS, destinado à avaliação formativa (durante o percurso realizado pelos estudantes, sobre o tópico estudado) e avaliação somativa individual (previamente avisada aos estudantes, individual e que permite ao estudante expor sua compreensão e organização hierárquica do assunto estudado) na THA, é o momento em que propomos ao professor que faça a avaliação dos conhecimentos dos estudantes por meio da aplicação da última atividade da THA designada avaliação final.

Na avaliação final, os estudantes são organizados a critério do professor, aconselhamos que sejam avaliados individualmente e que a decisão de utilização ou não de registros para consulta dos alunos, seja facultativa ao docente. Busca-se, nesta etapa, identificar se os estudantes demostram clareza ou não dos tópicos de ensino discutidos durante toda a trajetória desenvolvida, bem como as compreensões e fragilidades remanescentes dos temas ensinados.

As questões selecionadas para esta tarefa possuem perguntas dissertativas e objetivas que contemplam os tópicos de ensino sobre funções polinomiais de 1º e 2º graus e seus gráficos. Foram escolhidas questões que: buscam reconhecimento, por parte dos estudantes, das leis de formação da função e constante de proporcionalidade; possibilitam o preenchimento de uma tabela de valores e construção de gráficos de funções polinomiais de 1º e 2º graus; extraia informações e compreenda os significados presentes em gráficos de funções polinomiais de 1º e 2º graus.

Assim sendo, conjuntamente com o quarto momento da UEPS, encerra-se o ciclo de ensino de Matemática da THA aqui proposta, em que sugerimos ao professor que juntamente com seus estudantes faça a correção da avaliação final. É possível que ao término de toda THA o professor possa fazer uma reflexão da trajetória de ensino aqui exposta, analisando quais poderiam ser as alterações possíveis e necessárias para que a THA recomendada neste material

[2] *Tracker* é um *software* gratuito de vídeo-análise e modelagem utilizado no ensino de Física, criado em parceria com a *Open Source Physics.*

possa ter seu potencial de ensino elevado, e também se é possível verificar evidências de aprendizagens significativas nos estudantes beneficiados por tal proposição.

Ao lidar com o ciclo de ensino de Matemática, o professor poderá perceber elementos que potencialmente podem provocar modificação de sua prática, permitindo reflexões sobre as aprendizagens que pretendiam e que foram possíveis promover e como avançar nestas análises sobre o processo de ensino e aprendizagem de funções polinomiais de 1º e 2º graus. Poderá também compreender possibilidades de modificação da THA apresentada neste produto, seja na forma ou conteúdo, e assim, conquistará importante elemento para sua autonomia docente, refletindo sobre sua prática.

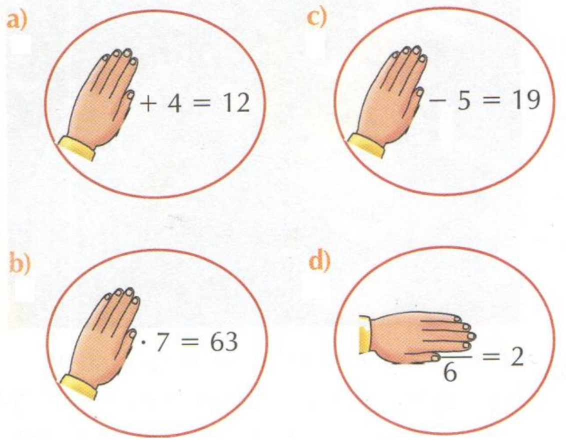
Atividades da THA

ATIVIDADE 1 – EQUAÇÕES DO 1º GRAU

Objetivo Específico: Representar situações por meio de equações de 1º grau; compreender a ideia de equação; resolver equações do 1º grau.

QUESTÃO 1

Descubra os números “escondidos” pelas mãos.



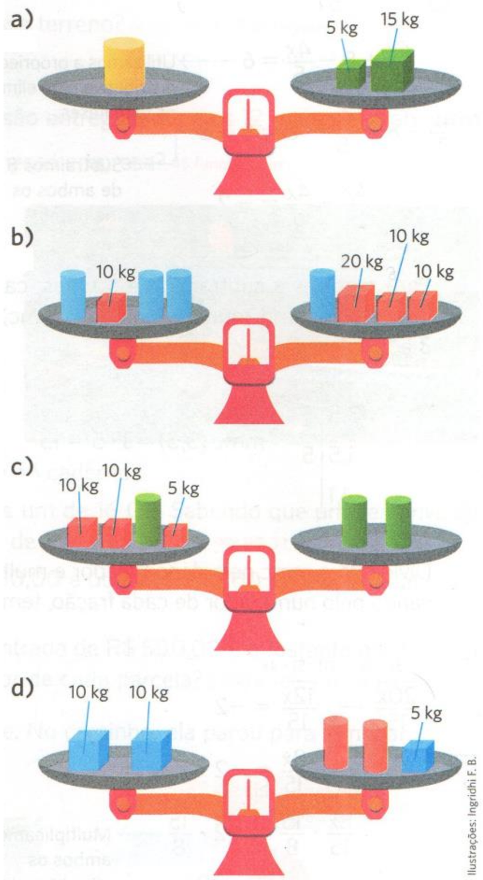
QUESTÃO 2

(CPII-RJ) Observe as expressões abaixo:

Quanto vale cada um dos desenhos dessas somas?

QUESTÃO 3

As balanças a seguir estão em equilíbrio. Determine a massa do cilindro de cada item escrevendo e resolvendo no caderno uma equação na qual x represente a massa de cada cilindro.



QUESTÃO 4

Resolva as equações.

a) $x + 2 = 10$

b) $x - 6 = -8$

c) $3x - 21 = 0$

d) $6 + x = 6{,}4$

e) $0{,}5x - 9 = 1{,}5$

f) $4x + 3 = -19$

g) $5x + 2 = 2x - 1$

h) $6 - 3x = -10 - 4x$

i) $2(3x - 5) = 14$

j) $\frac{2x - 1}{5} = 3$

ATIVIDADE 2 – EQUAÇÕES DO 2º GRAU

Objetivo Específico: Resolver equações incompletas do 2º grau; Utilizar a fórmula de Bhaskara na resolução de equações completas do 2º grau.

QUESTÃO 1

Encontre os valores reais de *z* tais que:

a) $z^2 - 7z = 0$

b) $2z^2 - 16z = 0$

c) $5z^2 + 20z = 0$

d) $-2z^2 - 42z = 0$

QUESTÃO 2

Encontre os valores reais de *x* tais que:

a) $x^2 - 3x = 0$

b) $x^2 + 13x = 0$

c) $6x^2 - 54x = 0$

d) $8x^2 + 8x = 0$

QUESTÃO 3

Resolva estas equações ($y \in \mathbb{R}$):

a) $y^2 - 121 = 0$

b) $2y^2 - 98 = 0$

c) $2y^2 = -8$

d) $4y^2 + 100 = 0$

QUESTÃO 4

Resolva mentalmente ou usando a fórmula de Bhaskara:

a) $x^2 - 20x + 75 = 0$

b) $x^2 - 2x + 2 = 0$

c) $3x^2 - 10x + 3 = 0$

d) $x^2 - 15x + 26 = 0$

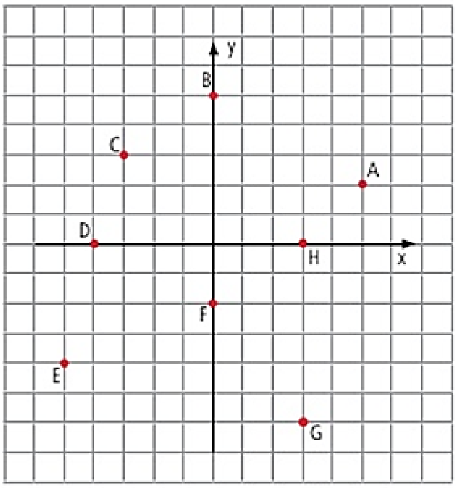
e) $x^2 + 8x - 33 = 0$

ATIVIDADE 3 – PLANO CARTESIANO

Objetivo Específico: Localizar pontos no plano cartesiano; Identificar corretamente os pares ordenados de pontos no plano cartesiano;

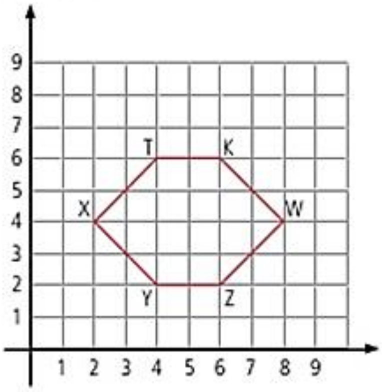
QUESTÃO 1

Dê as coordenadas de cada ponto do plano cartesiano.



QUESTÃO 2

O hexágono representado no plano cartesiano possui seus vértices denominados por: X, Y, Z, W, K e T.

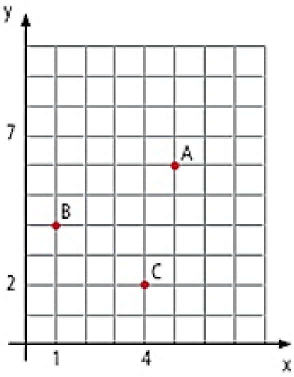


Quais são as coordenadas do vértice W desse hexágono?

a) (8, 4)
b) (3, 2)
c) (6, 0)
d) (0, 4)

QUESTÃO 3

(Prova Brasil) Observe a figura:

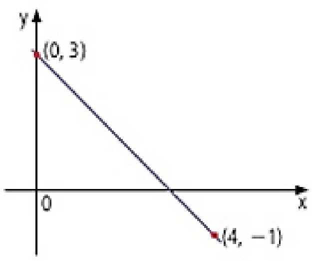


As coordenadas de A, B e C, respectivamente, no gráfico?

a) (1, 4), (5, 6) e (4, 2)
b) (4, 1), (6, 5) e (2, 4)
c) (5, 6), (1, 4) e (4, 2)
d) (6, 5), (4, 1) e (2, 4)

QUESTÃO 4

Observe o gráfico abaixo:



As coordenadas do ponto que intercepta o eixo das ordenadas é:

a) (4, −1)
b) (0, 4)
c) (0, 3)
d) (3, 4)

ATIVIDADE 4 – IDEIA DE FUNÇÃO, LEI DE FORMAÇÃO DA FUNÇÃO, VARIÁVEIS

Objetivo Específico: Analisar as situações apresentadas e verificar se expressam funções; Representar a lei de formação de funções;

QUESTÃO 1

Alessandra, técnica em informática, presta serviço para uma empresa. Ela recebe R$ 50,00 por hora trabalhada.

A tabela abaixo expressa o valor que Alessandra receberá em função da quantidade de horas trabalhadas.

Quantidade de horas trabalhadas	1	2	3	4
Valor recebido (em R$)	50	100		

a) Calcule quanto Alessandra receberá se trabalhar 14 horas para essa empresa.
b) Calcule a quantidade de horas que ela trabalhou se recebeu da empresa R$ 1.500,00.
c) Podemos dizer que o ganho de Alessandra é função do número de horas trabalhadas?
d) Escreva a lei dessa função.

QUESTÃO 2

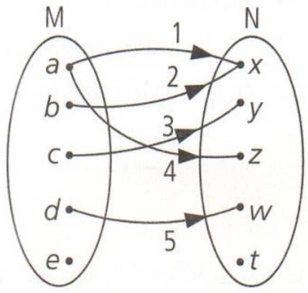
Renato comprou uma impressora a jato de tinta para imprimir panfletos de propaganda. Veja, na tabela a seguir, o número de panfletos que esse equipamento imprime de acordo com o tempo.

Intervalo de tempo (em minuto)	Número de panfletos impressos
2	36
4	72
6	108
8	144
10	180

a) Quantos panfletos o equipamento de Renato imprime por minuto?
b) O número de panfletos impressos (*n*) é função do tempo (*t*) em minutos?
c) Escreva uma lei que relacione *n* com *t*.
d) Em meia hora, quantos panfletos são impressos?

QUESTÃO 3

Considere o diagrama abaixo:



Para que seja uma função de M em N, basta:

a) apagar a seta **1** e retirar o elemento *t*.

b) apagar as setas **1** e **4** e retirar o elemento *e*.

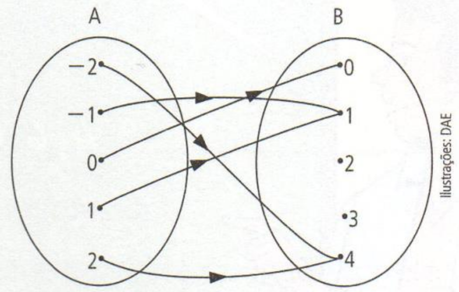
c) retirar os elementos *e* e *t*.

d) apagar a seta **4** e retirar o elemento *e*.

e) apagar a seta **2** e retirar o elemento *e*.

QUESTÃO 4

Observe o diagrama e responda às questões no caderno.



a) A todo número *x* tomado em A corresponde um único número *y* em B?

b) Esse diagrama ilustra uma função de A em B?

c) Escreva a expressão algébrica que liga as variáveis *x* e *y*.

d) Escreva os pares ordenados (*x*; *y*) dessa função.

ATIVIDADE EXPERIMENTAL 1 – ESTICANDO A MOLA

Objetivo Específico: Estabelecer critérios coletivamente, para compreender a ideia de proporcionalidade; utilizar diferentes estratégias para explorar as relações entre grandezas; calcular a constante de proporcionalidade K (constante elástica da mola); relacionar o comportamento gráfico (reta) a uma situação de relação de proporcionalidade direta entre grandezas; compreender as variáveis e os erros experimentais como integrantes do processo de construção do conhecimento científico;

INTRODUÇÃO[3]

O que é uma mola?

Uma mola é um objeto que pode ser deformado por uma força e que volta a sua forma original quando essa força é removida.

Existem molas de todos os tipos, mas provavelmente a mais familiar é a mola de metal helicoidal. Molas são partes essenciais de quase todos dispositivos mecânicos moderadamente complexos; da caneta esferográfica aos motores de carros de corrida.

Ao estudar molas e elasticidade, o físico do século XVII Robert Hooke, notou que a curva de tensão *vs* deformação para muitos materiais tinha uma região de comportamento. A partir de agora vocês farão alguns procedimentos e responderá algumas questões para discussão deste comportamento de uma mola. *(Professor, selecionamos alguns vídeos[4] auxiliares que discutem a Lei de Hooke, caso considere necessário retomar ou aprofundar alguns conhecimentos).*

MATERIAIS

- Suporte;
- Régua;
- Mola metálica;
- Arruelas;
- Calculadora.

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Inicie separando as arruelas por tamanho e preencha as colunas da tabela de massas. (Dica: para encontrar o valor da massa em quilogramas, divida o valor medido em gramas, por 1000).

TABELA DE MASSAS		
	Gramas (g)	Quilogramas (Kg)
ARRUELA **GG**		
ARRUELA **G**		
ARRUELA **M**		
ARRUELA **P**		

[3] FONTE: <https://pt.khanacademy.org/science/physics/work-and-energy/hookes-law/a/what-is-hookes-law> Acesso: 12 set. 2018.

[4] DICA PARA OS PROFESSORES: <https://www.youtube.com/watch?v=ZuHrXwbqTcw>; <https://www.youtube.com/watch?v=5fG8GE_PmfQ>; <https://www.youtube.com/watch?v=5pb08NokxGM>; <https://www.youtube.com/watch?v=YgpyJe8NUZs>; Acesso em: 27 jul. 2021

Agora, monte o suporte e pendure a régua e a mola do seu kit experimental, como na ilustração. *(Professor, aqui demonstramos uma possibilidade de kit experimental que pode ser utilizado nesta atividade experimental. Você possui liberdade para realizar a montagem experimental utilizando os recursos disponíveis).*

Vamos preencher a tabela de distensões da mola. Primeiramente, meça a distensão da mola sem massa (x_0) e coloque na tabela abaixo.

TABELA DE DISTENSÕES DA MOLA METÁLICA			
	Centímetro (cm)	Metros (m)	Notação Científica / Potência de Base 10 (10^{-2})
x_0			
x_1			
x_2			
x_3			
x_4			
x_5			

Em seguida, coloque a arruela GG e anote o novo valor de distensão da mola (x_1) na tabela. Coloque a arruela G e anote novamente o valor distendido pela mola metálica (x_2). Repita esse procedimento com todas as arruelas. (Dica: para encontrar o valor da distensão da mola em metros, divida o valor medido em centímetros, por 100).

QUESTÕES

1. O grupo percebeu uma relação de dependência entre os valores da massa e da distensão da mola? Se sim, qual?

2. Se há uma relação de dependência entre os valores de massa e distensões da mola, essa relação o grupo considera direta ou inversamente proporcional?

3. Preencha a tabela abaixo e encontre o par ordenado, distensão da mola (x_0 , x_1 , x_2 , ...) e força elástica ($m_0 \cdot g$, $m_1 \cdot g$, $m_2 \cdot g$, ...). Use $g \cong 9{,}8 m/s^2$

	Distensões da mola (x) (em metros)	Força Elástica (y) (em Newton)	Par Ordenado (x , y) (em notação científica)
MEDIDA 0 (SEM MASSA)			
MEDIDA 1 (Massa 1)			
MEDIDA 2 (Massas 1 e 2)			
MEDIDA 3 (Massas 1, 2 e 3)			
MEDIDA 4 (Massas 1, 2, 3 e 4)			

4. Construam um plano cartesiano, com os eixos das abscissas e ordenadas, localize os pontos da tabela do item anterior, e responda:

a. É possível traçar uma reta por todos os pontos neste gráfico?

b. A reta seria a melhor representação funcional destes pontos? Por quê?

5. Utilizando a expressão $K_n = \dfrac{m_n \cdot g}{x_n}$, calcule o valor da constante elástica da mola metálica de seu grupo e discuta os resultados com seus colegas e professor.

6. Deixem suas impressões sobre a atividade proposta, dificuldades, elogios e críticas são bem vindos.

ATIVIDADE 5 – RELAÇÕES DE PROPORCIONALIDADE DIRETA E INVERSA

Objetivo Específico: Compreender a ideia de proporcionalidade; expressar situações e problemas em linguagem algébrica; aplicar as noções de proporcionalidade em diferentes contextos.

QUESTÃO 1

Discuta com seus colegas a seguinte situação: Paulo foi à feira e encontrou ofertas de maçãs:

Em sua opinião, a oferta das 10 maçãs é vantajosa para Paulo? Justifique sua resposta.

QUESTÃO 2

A tabela a seguir indica como varia a grandeza **y** em função da grandeza **x**. Analise-a e, levando em conta os valores apresentados, diga se as grandezas envolvidas são diretamente ou inversamente proporcionais, ou se não são nem direta nem inversamente proporcionais. Em cada caso, escreva a expressão algébrica que relaciona **x** e **y**.

a)

x	1	2	3	4	5	6	7
y	10	20	30	40	50	60	70

b)

x	1	2	3	4	5	6	10
y	48	24	16	12	9,6	8	4,8

c)

x	1	2	3	4	5	6	7
y	3	5	7	9	11	13	15

d)

x	1	2	3	4	5	6	7
y	2	8	18	32	50	72	98

QUESTÃO 3

Refaça a tabela apresentada na atividade 2, item **c** da seção Você aprendeu?, e verifique se há proporcionalidade entre **x** e **y – 1**. Justifique sua resposta.

x	1	2	3	4	5	6	7
y	3	5	7	9	11	13	15
y – 1							

QUESTÃO 4

Faça a mesma análise com o item d da atividade 2 apresentado na seção Você aprendeu?, verificando se há proporcionalidade entre os valores de **y** e os de $\mathbf{x^2}$. Justifique sua resposta.

x	1	2	3	4	5	6	7
x^2							
y	2	8	18	32	50	72	98

QUESTÃO 5

Em cada um dos casos apresentados a seguir, verifique se há ou não proporcionalidade direta entre as medidas das grandezas correspondentes. Se houver, expresse tal fato algebricamente, indicando o valor da constante de proporcionalidade, quando possível.

a) A massa **m** de uma pessoa é diretamente proporcional a sua idade **t**?

b) Quando compramos **x** metros de determinado fio, o preço **p** a pagar é diretamente proporcional a **x**?

c) O preço a ser pago por uma fotocópia é diretamente proporcional ao número de cópias?

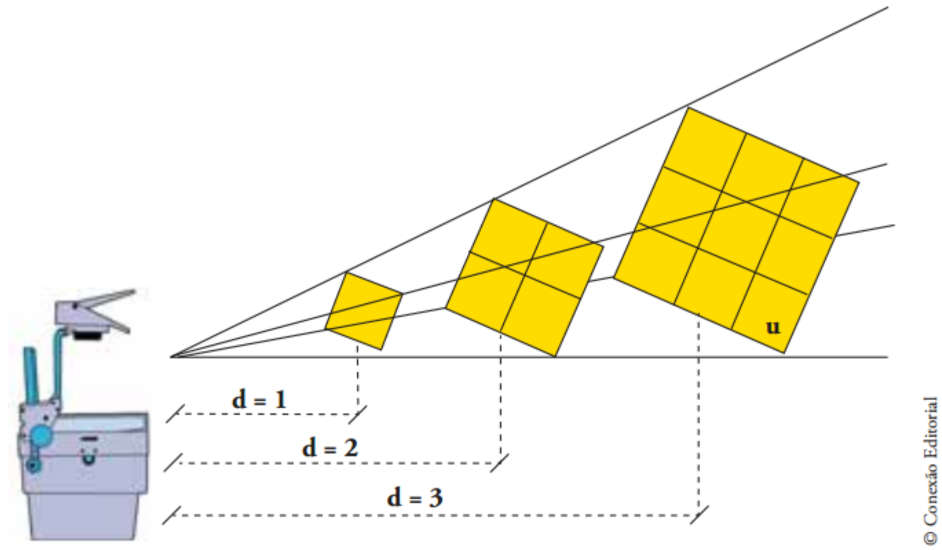
QUESTÃO 6

Para produzir **x** unidades de um produto **A**, o custo total **C** é composto por uma parcela fixa de mil reais e uma parcela variável, que é diretamente proporcional a **x**. O custo total da produção de **x** produtos é, então, C = 1 000 + kx, sendo **C** em reais. A constante **k** representa o aumento no custo total **C** quando a quantidade produzida aumenta uma unidade. Dado que, para produzir 100 unidades do produto **A**, o custo total é igual a R$ 1 500,00, responda às seguintes questões:

a) Qual é o valor de **k** na expressão C = 1000 + kx?

QUESTÃO 7

A área **A** de uma imagem projetada é dada em função da distância **d** entre o projetor e a tela.



a) Observe a figura e complete a tabela a seguir, que relaciona a área **A** da imagem com a distância **d** do projetor:

Distância (d)	1	2	3	4	5	6	7
Área (A) (u)	1						

b) Qual das expressões a seguir representa a relação entre **A** e **d**?

A = 2d (   )   A = d + 4 (   )   A = d^2 (   )   A = d + 1 (   )

ATIVIDADE 6 – GRÁFICOS DE FUNÇÕES

Objetivo Específico: Compreender situações que envolvem proporcionalidade direta, inversa e não proporcionalidade; expressar graficamente situações de interdependência entre grandezas.

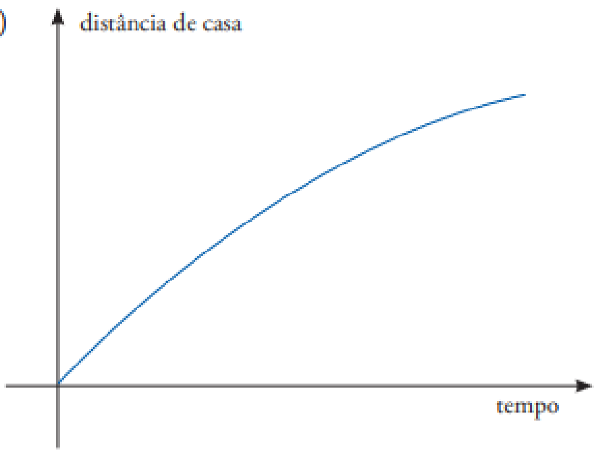
QUESTÃO 1

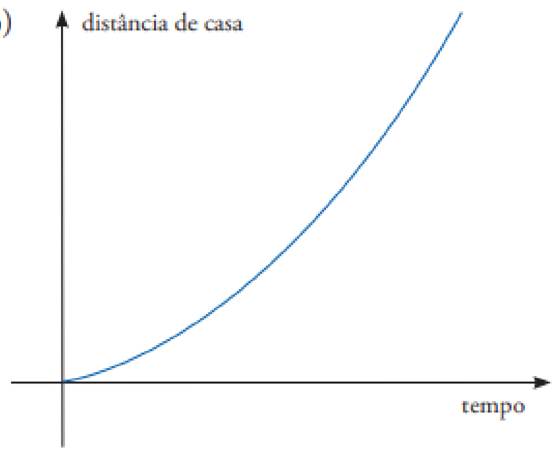
Considere as grandezas “distância de casa” e “tempo decorrido” nas situações a seguir e indique o gráfico que melhor corresponde a cada uma.

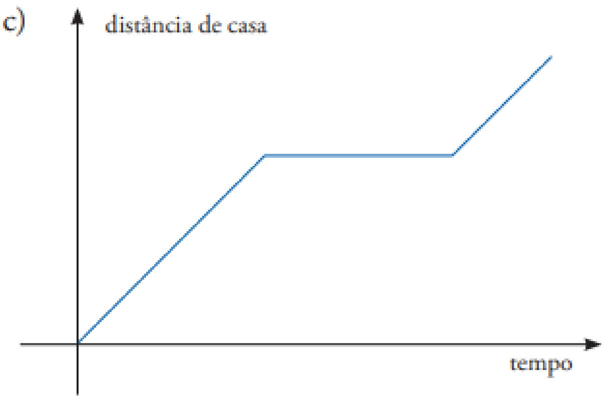
I. Paulo saiu de sua casa de automóvel para ir ao trabalho, mas o pneu furou. Depois de trocá-lo, ele continuou o trajeto. Gráfico ________________________

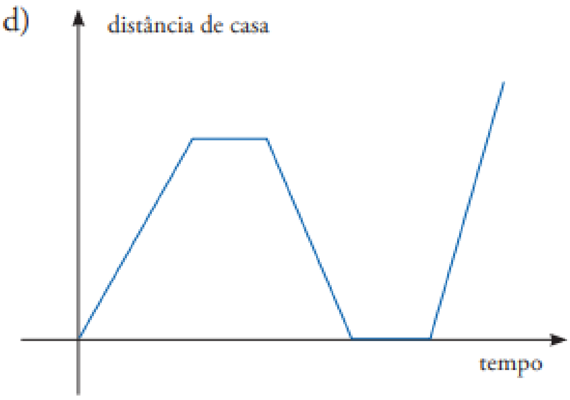
II. Ana saiu de casa para ir ao banco, mas precisou retornar para pegar sua bolsa. Em seguida, ela foi ao banco. Gráfico ___________________

III. Pedro saiu de casa devagar, mas aumentou cada vez mais sua velocidade para chegar mais rápido ao seu destino. Gráfico _______________________

a)


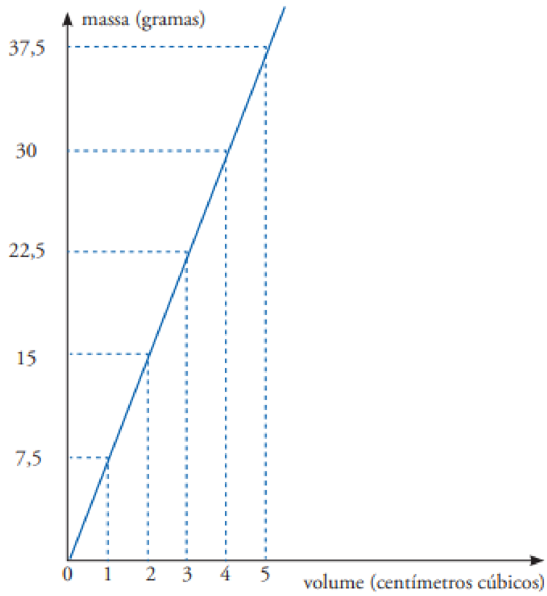
b)


c)


d)


QUESTÃO 2

Mediram-se as massas de pequenas amostras de ferro de diversos volumes. A unidade de medida de massa foi o grama (g) e a de volume foi expressa em centímetros cúbicos (cm^3). Com os dados encontrados, construiu-se o gráfico a seguir:



a) Qual é a massa de uma amostra de ferro cujo volume é 4 cm^3?

b) Qual é o volume de uma amostra de ferro de 15 g de massa?

c) Explique por que as grandezas volume e massa de amostras de ferro representadas no gráfico são grandezas diretamente proporcionais.

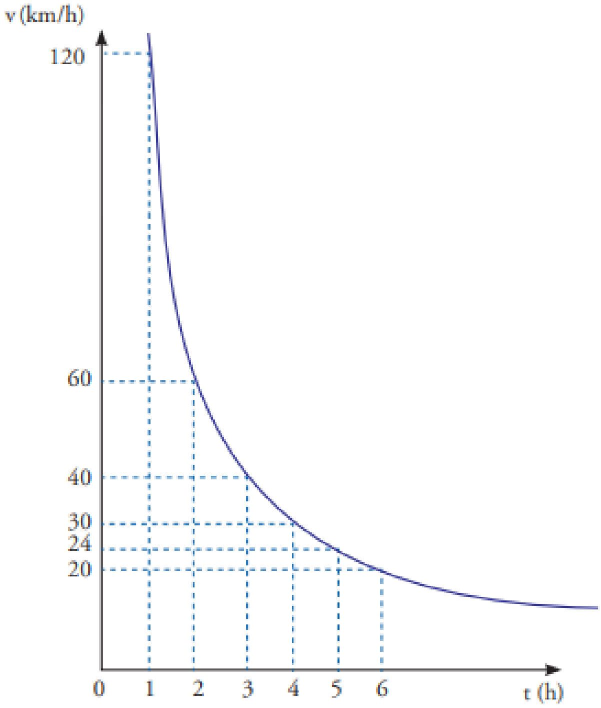
---

d) Qual é a constante de proporcionalidade?

e) Escreva a relação entre a massa, **m**, e o volume, **V**, por meio de uma expressão.

QUESTÃO 3

O gráfico a seguir indica a velocidade que um automóvel precisa alcançar em função do tempo para percorrer uma distância de 120 km.



a) Com base no gráfico, complete a tabela a seguir:

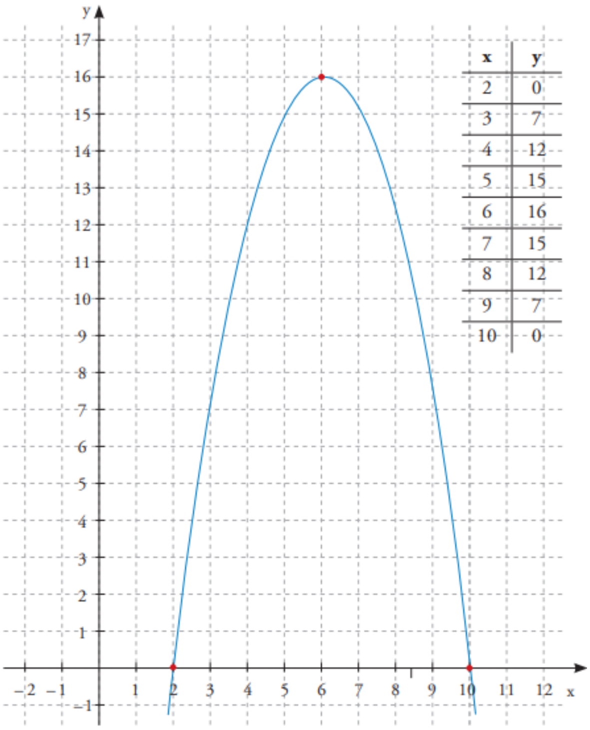
t (h)	1	1,5	2	3	4	5	6	8	12
v (km/h)	120		60						

b) Explique por que as grandezas "velocidade" e "tempo" representadas no gráfico são inversamente proporcionais.

c) Escreva a sentença que relaciona **v** e **t**.

QUESTÃO 4

Um grupo de alunos da 8ª série/9º ano formou uma banda e precisa determinar o preço **x**, em reais, do ingresso para um *show* de apresentação. Eles imaginaram que, se o valor do ingresso for muito alto, não conseguirão vendê-lo e, se for muito baixo, não obterão lucro, que seria investido na banda. Com base nos valores cobrados por outras bandas, os alunos concluíram que o lucro **L** de cada espetáculo, em reais, poderia ser dado pela expressão $L = -x^2 + 12x - 20$. (**Observação**: $L > 0$ significa lucro e $L < 0$, prejuízo).



x	y
2	0
3	7
4	12
5	15
6	16
7	15
8	12
9	7
10	0

Observe o gráfico e a tabela e, em seguida, responda:

a) Qual será o lucro caso eles decidam cobrar 4 reais por ingresso?

b) Se o preço do ingresso for superior a 6 reais, podemos afirmar que o grupo terá prejuízo? Justifique.

c) Para que intervalo de valores de **x** o lucro aumenta? E para qual ele diminui?

d) Qual é o valor do ingresso para que o grupo obtenha o maior lucro possível? Qual é o valor do lucro máximo?

e) O que acontece quando o valor dos ingressos é inferior a 2 reais ou superior a 10 reais?

f) O que ocorre com o lucro quando os ingressos são vendidos a 3 reais ou a 9 reais?

ATIVIDADE EXPERIMENTAL 2 – QUEDA LIVRE

Objetivo específico: Discutir aspectos da natureza da ciência e da atividade experimental; estabelecer diálogos sobre conceitos físicos presentes no experimento de queda livre (gravidade, força peso) e sondagem dos conhecimentos prévios dos alunos sobre o tema; apresentar as relações entre o comportamento gráfico do movimento de queda livre e a função quadrática; e contextualizar o tema função de 2º grau à outra área de conhecimento (Física).

A proposta desta atividade experimental recorre ao uso do *Software Tracker*, com vídeos amadores que reproduzem o experimento de queda livre, com o objetivo de subsidiar discussões que articulem os conceitos de funções polinomiais do 2º grau e seu gráfico, e a relação entre o parâmetro ***a*** da função quadrática com a aceleração da gravidade local.

É necessário que alunos e professor tenham acesso a equipamentos eletrônicos como computadores, smartphones, projetor e acesso à rede de internet.

Sugerimos que seja discutido com os estudantes aspectos da área da Física, no que se refere à natureza da ciência (NdC) e da atividade experimental (imprecisão e erros experimentais), a força peso e a aceleração da gravidade, e também a relação existente entre massa e gravidade.

Iniciaremos, disponibilizando o link[5] da plataforma de vídeos *Youtube*, que permite ao professor entender como poderá baixar e utilizar as ferramentas básicas do *Software Tracker* para as discussões que serão recomendadas nesta atividade. Se o docente julgar necessário, pode aprofundar os conhecimentos do programa *Tracker* com vídeos tutoriais mais específicos, na mesma plataforma de vídeos.

Para iniciar a aula com os estudantes, recomendamos que o professor disponibilize um tempo para fazer a gravação dos vídeos do movimento de queda livre com os alunos, preferencialmente em grupos pequenos, com os recursos disponíveis e sem oferecer detalhes do movimento que gravarão. É importante que o professor dê instruções de como devem gravar o vídeo, isto é, se possível um fundo neutro, um objeto que se destaca no vídeo, marcação aparente na gravação com uma medida conhecida. Após a realização desta etapa, é interessante que o docente colete os vídeos produzidos pelos estudantes em um pen drive, e selecione pelo menos um deles que possa assegurar uma boa discussão em aula com os estudantes.

De posse do vídeo selecionado, o qual permitirá discussão futura no programa *Tracker* com os estudantes sobre o experimento de queda livre realizado, o professor pode prosseguir com

---

[5] <https://www.youtube.com/watch?v=0XMyfrhAg3g>; <https://www.youtube.com/watch?v=A0HsElys-u8> – Acesso em: 07 set. 2020

a aula fazendo uma pergunta geradora: *"– O que é o experimento de Queda Livre?"*. A partir das interações, sem apresentar a definição, é interessante o professor estimule a interação e privilegie o diálogo na explanação dos conhecimentos prévios dos estudantes. Finalizando esta etapa de discussão e diálogos, sugerimos que o professor, ainda sem apresentação da definição do movimento de queda livre, solicite a atenção dos alunos para exibir o primeiro vídeo da aula, na plataforma *Youtube*.

Aconselhamos iniciar a discussão do movimento de queda livre por meio de um vídeo da BBC TWO que mostra o experimento de Galileu sobre a queda dos corpos em situações com e sem a presença de ar, disponível no link[6]. O docente pode levantar as hipóteses dos alunos antecipando a percepção dos mesmos sobre o comportamento das penas e da bola de boliche nos dois momentos de análise das quedas (com e sem a presença de ar), podendo fazer pausas no vídeo em momentos que julgar oportunos e promover discussões que forem válidas.

Figura 1 - Vídeo sobre o experimento de Queda Livre de Galileu

Fonte: Arquivo do autor.

Após a exibição completa do vídeo, o docente pode definir em conjunto com os alunos o entendimento do que é um movimento de queda livre permitindo debates remanescentes, se necessário. As hipóteses levantadas pelos estudantes sobre o comportamento dos corpos em queda, podem permitir ricas discussões sobre conceitos físicos decorrente das interações promovidas.

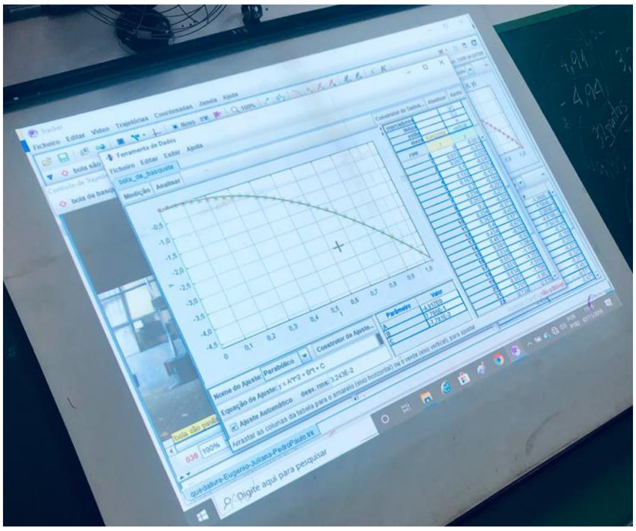
Encerrando estes debates e dando prosseguimento ao planejamento, o professor pode, então, abrir o programa *Tracker* e importar o vídeo que foi selecionado previamente e será o responsável em subsidiar uma discussão com elementos das funções quadráticas. Neste momento é importante priorizar o comportamento gráfico (parábola) dos pontos observados no movimento de queda livre, e sugerimos que seja feito o ajuste de uma curva do tipo parábola ao gráfico que o programa constrói.

---

[6] <https://www.youtube.com/watch?v=qSeW0f51QzY> – Acesso em: 07 set. 2020.

Se possível, o professor pode evidenciar aos estudantes que o valor do parâmetro ***a*** desta parábola se aproxima da metade do valor da gravidade local. Caso o número deste parâmetro não se aproxime da metade do valor da gravidade local, o professor tem a oportunidade de iniciar uma discussão de natureza da ciência e da natureza da atividade experimental, expondo os possíveis fatores que influenciaram para que este número não correspondesse ao esperado.

Figura 2 - Discussão do comportamento dos pontos experimentais no movimento de Queda Livre



Fonte: Arquivo do autor.

Se for do interesse do docente ele encerrar a aula discutindo os diferentes valores de gravidade no Sistema Solar, sua relação com a massa dos astros, e de forma sucinta, se interessar ao docente, a influência da gravidade na órbita dos astros. Há um vídeo no link (https://www.youtube.com/watch?v=cuSkhtzhwYY – Acesso em: 07 set. 2020) disponível na plataforma *Youtube*, em que um conjunto de cientistas faz simulações da gravidade local em diversas situações, sendo possível utilizar trechos para ilustrar aos estudantes essas variações no valor da gravidade.

Figura 3 - Vídeo sugerido pelo aluno do Grupo A que simula diversas gravidades

Fonte: Arquivo do autor.

AVALIAÇÃO FINAL – FUNÇÕES POLINOMIAIS DE 1º E 2º GRAUS

Objetivos específicos: Expressar situações e problemas em linguagem algébrica; expressar graficamente situações de interdependência entre grandezas; expressar proporcionalidade direta e inversa como função; identificar gráficos que representam proporcionalidade direta entre grandezas ou com o quadrado de outra.

QUESTÃO 1

Os professores de uma academia recebem a quantia de 15 reais por aula, mais uma quantia fixa de 200 reais como abono mensal. Então a quantia y que o professor recebe por mês é dada em função do número x de aulas que ele dá durante esse mês. Qual é a lei de formação da função que relaciona essas duas grandezas?

QUESTÃO 2

Um motorista, saindo de um ponto A, viaja por uma estrada e verifica que a distância percorrida, desde o ponto inicial, pode ser calculada por $y = 51x + 17$, em que y é dado em quilômetros, e x é dado em horas. Nessas condições, determine as distâncias percorridas, de hora em hora, desde $x = 1$ até $x = 4$.

QUESTÃO 3

Construa o gráfico da função polinomial do 1º grau, preenchendo convenientemente a tabela de valores dos pares ordenados, indique se ela é **crescente** ou **decrescente** e qual é o ponto correspondente ao **zero da função**.

a. $y = x + 1$

x	$y = x + 1$	y	(x, y)

QUESTÃO 4

Num movimento, o espaço percorrido é diretamente proporcional ao tempo, mantendo-se constante a velocidade. O professor Demóstenes deslocou-se no seu automóvel durante 4 horas, a uma velocidade média de 90 km/h. A função que representa corretamente a relação de proporcionalidade direta é

(A) "Velocidade média = $\frac{\text{Espaço}}{\text{Tempo}}$

(B) "Velocidade média = $\frac{\text{Espaço}+\text{Tempo}}{\text{Tempo}}$

(C) "Velocidade média = $\frac{\text{Espaço}-\text{Tempo}}{\text{Tempo}}$

(D) "Velocidade média = $\text{Espaço} \cdot \text{Tempo}$

(E) "Velocidade média = $\frac{\text{Tempo}}{\text{Espaço}}$

QUESTÃO 5

O comprimento **C** de uma circunferência é uma função do diâmetro **d**; no caso, **C** é diretamente proporcional a **d**, e temos **C = f(d) =** $\pi \cdot$ **d** . Então a constante de proporcionalidade (k) é:

(A) k = 2d

(B) k = π

(C) k = $\frac{2}{\pi}$

(D) k = 2π

(E) k = $\frac{\pi}{2}$

QUESTÃO 6

Construa o gráfico da função polinomial do 2º grau, preenchendo convenientemente a tabela de valores dos pares ordenados, calcule o **vértice da parábola** e quais são os pontos correspondentes ao **zeros da função**.

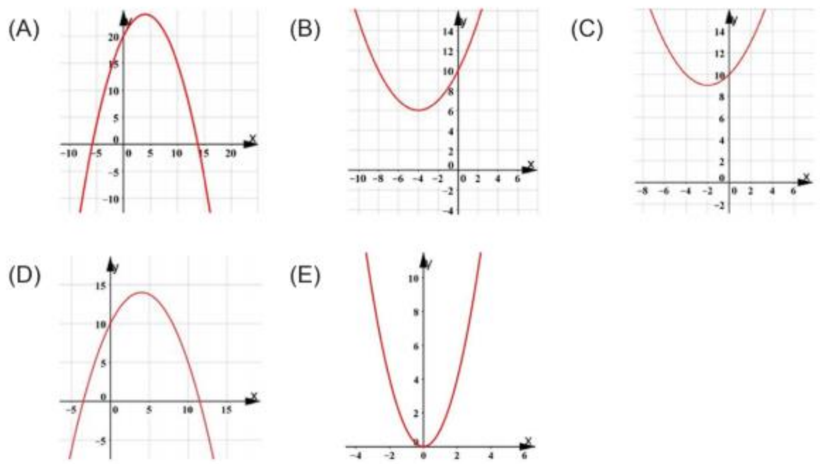
a. $y = x^2 + 6x + 5$

x	$y = x^2 + 6x + 5$	y	(x, y)

QUESTÃO 7

Dada a função: **$y = 0{,}25x^2 + 2x + 10$**.

O gráfico que representa corretamente a proporcionalidade direta entre as duas grandezas é:



Avaliando o desenvolvimento da THA

A análise da THA realizada no âmbito desta pesquisa, que resultou na proposta revisada da trajetória hipotética de aprendizagem aqui exposta, possibilitou algumas reflexões que podem vir a ser pertinentes ao professor que, por ventura, venha utilizá-la como recurso didático para ensinar funções polinomiais de 1º e 2º graus.

A possibilidade de articulação entre áreas distintas do conhecimento (Matemática e Física); a eventual parceria com professores com outras formações e que atuam em áreas diferentes da Matemática; a apresentação da aplicabilidade e de um contexto para conhecimentos específicos da Matemática; e o uso de experimentos no ensino da Matemática são algumas alternativas possíveis para os professores, com a prática de ensino aqui proposta.

Um dos resultados que vale a pena ser destacado é o fato de que em diversos momentos os estudantes puderam estabelecer conexões entre seus conhecimentos prévios (subsunçores) e a nova informação apresentada. As quatro primeiras atividades, assim como o primeiro experimento proposto permitiram, em maior profundidade, que os alunos pudessem discutir novamente conceitos estudados em bimestres anteriores com seus colegas e com o professor, este último oportunamente mediava os conhecimentos explorados nas aulas dedicadas aos debates e esclarecimentos do que havia sido proposto e do que era esperado como resolução para cada situação.

Ao desenvolver a trajetória percebemos a importância em pautar o ensino de novos conhecimentos nos conceitos subsunçores dos alunos, previamente averiguados em suas estruturas cognitivas. Identificamos muitos indícios de aprendizagens significativas com as análises das respostas dos alunos nas atividades propostas no decorrer da THA.

Ao proporcionar aos estudantes uma relação entre as ideias-âncoras e as já assimiladas na estrutura cognitiva, mesmo após o surgimento de novos significados, percebemos que muitas vezes um conhecimento já sabido estava mais elaborado e sofisticado evidenciando o que Moreira (2001) destaca que Ausubel classificou como assimilação obliteradora.

Os experimentos de Física puderam ser compreendidos como recursos positivos no que se refere a contextualização de temas da Matemática e permitiram uma aproximação entre áreas de conhecimentos distintas. Estimularam a curiosidade dos estudantes, assim como discutiu-se aplicações daquele conhecimento em situações separadas das situações-problema convencionais, aplicação de algoritmos e fórmulas matemáticas.

Conceitos das ciências naturais como força, gravidade, aceleração, deformação e massa estiveram articulados à ideia de grandezas direta e inversamente proporcionais e função permitindo que os estudantes pudessem aprender significativamente os novos conhecimentos e possibilitando discussões acerca da Natureza da Ciência (NdC) como os erros experimentais, aproximação, arredondamento e incerteza. Permitiu apresentar um contexto de aplicação do conhecimento estudado e, com isso, o professor pode agregar ou reconhecer novos valores a esse aprendizado.

Os experimentos dispuseram de elementos para diálogos em sala que permitiram modificar, enriquecer e reelaborar os conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva, possibilitando a aquisição de novos significados. Os aprendizes indicaram o que para Moreira (2001) Ausubel chama de Princípio da Assimilação, que significa que a relação entre as ideias-âncora e as assimiladas permanecem na estrutura cognitiva, ou seja, é o subsunçor modificado.

Os alunos apresentaram, em sua maioria, uma disposição para aprender satisfatória durante toda a realização da THA, desenvolveram as atividades nos tempos estimados pelo docente e nas ocasiões em que apresentaram maior dificuldade de compreensão dos processos experimentais ou até mesmo do que era solicitado nas atividades, novamente o papel fundamental do professor em mediar as situações foram importantes.

A THA permite que o professor reflita sobre como os estudantes incorporam o novo conhecimento em sua estrutura cognitiva em suas melhores suposições de como a aprendizagem de determinado tema da Matemática ocorre. Possibilita constantes mudanças nos conhecimentos do professor, lhe permitindo que altere, se necessário, a THA inicialmente idealizada. Este Ciclo de Ensino de Matemática proposto por Simon (1993) garante uma autonomia ao professor que diante de sua realidade, recursos didáticos e público-alvo, faça as adaptações necessárias em seu planejamento de ensino.

Um outro aspecto relevante durante esta proposta de THA, é a importância da interação social entre os sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. Ela permite que o professor se certifique de que os significados captados pelos estudantes são os compartilhados socialmente para os signos em questão e possibilita que intervenha a fim de alcançar os objetivos previamente estabelecidos.

Associação correta entre as atividades experimentais e a representação gráfica de cada situação, compreensão do conceito lei de formação de uma função e da relação existente entre tabelas e gráficos são indicadores possíveis de se alcançar com esta proposta de trajetória. Vemos como um caminho metodológico possível para o professor discutir ideias e conceitos associados à funções polinomiais de 1º e 2º graus, sem definir sistematicamente tais conhecimentos, a priori.

Considerando que muitas vezes o trabalho docente se mostra solitário, esta proposta permite que professores de Matemática e Ciências ou Física desenvolvam uma parceria e de maneira interdisciplinar discutam temas que julgam importantes e pertinentes as duas áreas de conhecimento. Assim, o trabalho na disciplina ganha parceria, permitindo que o objeto de conhecimento seja ressignificado para docentes e seus estudantes.

Não se espera que esta proposta seja compreendida como a única possibilidade possível para uma articulação positiva entre as áreas da Física e da Matemática para ensinar funções polinomiais. Destacamos o papel fundamental e necessário do professor em compreender os principais conceitos e abordagens aqui expostos e caso seja necessário e viável, possa propor uma THA com alterações nas atividades para melhor atendimento de seus estudantes, assim como mudanças na abordagens experimentais, utilizando um simulador ou adaptando o experimento, com o objetivo estruturante de ensinar funções polinomiais de 1º e 2º graus, seja para estudantes do Ensino Fundamental – Anos Finais ou alunos do Ensino Médio.

Considerações Finais

Caro leitor, buscamos apresentar os pressupostos teóricos que subsidiaram a proposição do nosso Produto Educacional, sugerindo um percurso de aprendizagem para ensinar funções polinomiais de 1º e 2º graus, preferencialmente para estudantes do ensino fundamental, utilizando experimentos de Física.

Ressaltamos que, de acordo com Simon (1993) a Trajetória Hipotética de Aprendizagem permite uma autonomia para que o professor possa planejar e desenvolver sua proposta de ensino de um tema da área da Matemática, em suas melhores suposições de como ocorre as aprendizagens em seus estudantes. O Ciclo de Ensino de Matemática favorece a atuação docente amparada na filosofia da práxis, pois permite uma reflexão sobre sua atuação e sobre as estratégias de ensino adotadas, permite um espaço de avaliação da aprendizagem dos estudantes e da própria THA, em que é possível fazer alterações ao longo da trajetória, por não se tratar de um planejamento rígido e estanque, com a capacidade de poder causar alterações no conhecimento do professor.

Segundo Moreira (2011), a Teoria da Aprendizagem Significativa oportunizou ponderações sobre como acontece as aprendizagens nos estudantes, contribuindo para construção da THA. Considera que uma das condições necessárias para ocorrência de aprendizagem significativa é dispor de um material instrucional potencialmente significativo, nos permitindo fazer uma aproximação entre uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa e a THA.

Um aspecto igualmente relevante para a ocorrência de uma aprendizagem significativa é o conhecimento prévio dos aprendizes. Conhecimento prévio, na perspectiva da TAS, é o conhecimento que o estudante possui e é relevante para servir de ancoradouro para a nova informação a ser ensinada. Ainda que possa ser confundida com pré-requisito, estes conhecimentos prévios são as informações que se relacionam de maneira não arbitrária e não literal com a nova informação a ser ensinada. Caso seja identificado que os estudantes não possuem tais conhecimentos, Ausubel sugere que seja utilizado Organizadores Prévios, que são materiais introdutórios, apresentados antes do próprio material a ser aprendido, porém, em um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade.

Objetivamos disponibilizar uma sequência de ensino fundamentada na THA, TAS e UEPS, que articula conhecimentos da área da Física, para favorecer as aprendizagens de funções polinomiais de 1º e 2º graus. Recomendamos o uso de dois experimentos que possibilitam discussões benéficas e fluidez entre os temas em estudo e destacamos a necessidade do professor em avaliar o seu contexto de aplicação e recursos que dispõe para que faça, se necessário, possíveis adaptações na proposta, por exemplo: substituir a mola metálica por elásticos; permitir aos estudantes que façam as aferições das massas que utilizarão no experimento; utilize uma tabela com valores (espaço e tempo) já disponíveis para as discussões do movimento de queda livre, se não dispor de equipamentos tecnológicos.

Destacamos com esta proposta a importância do conhecimento do professor de Matemática, no que se refere ao conhecimento específico da disciplina, e como as modificações deste conhecimento matemático decorrentes da reflexão da THA realizada podem enriquecer o olhar dos professores sobre as aprendizagens matemáticas dos estudantes sobre o tema de ensino escolhido.

Esta proposta de ensino nos permitiu um diagnóstico constante, tanto no que se refere a aprendizagem dos alunos, quanto as possibilidades de interdisciplinaridade com outros docentes. Obtivemos uma colaboração construtiva da escola, professores e alunos envolvidos na pesquisa, de forma que foi possível desenvolver a THA sem ocorrências que prejudicassem sua execução.

As salas de aula foram adaptadas para realização das atividades experimentais e os alunos foram direcionados para a sala de multimídia da escola nas discussões que necessitavam de projeção, e apesar de um dos grupos analisados por esta pesquisa ter demonstrado maior dificuldade em algumas propostas da THA, é possível que tenha sido o grupo com maior ganho em aprendizagem significativa.

Esta proposta de ensino de funções de 1º e 2º graus favorece uma interlocução com outras disciplinas que compõem o currículo escolar, possibilita um trabalho interdisciplinar de qualidade em que os docentes de cada área, em conjunto, discutem o planejamento e realização da THA e modificam de acordo com as análises e reflexões que a sua realização permite.

Ensejamos que os professores que acessem esse material, possam compreender as concepções teóricas e a potencial prático de desenvolver a trajetória hipotética de aprendizagem sugerida, percebam a riqueza em ofertar aos estudantes aplicações e contextos significativos de temas da área da Matemática, assim como o papel engrandecedor da experimentação na aquisição de aprendizagens significativas.

Referências

ALVES, M. A.; TATSCH, K. J. S. Epistemologia, história e ensino da matemática: reflexões sobre formação e aprendizagem significativa. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 8, n. 3, p. 78-93, 2017.

ANDRINI, A.; VASCONCELOS. M. J. **Praticando a Matemática, 8.** Editora do Brasil. 3. ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

ANDRINI, A.; VASCONCELOS. M. J. **Praticando a Matemática, 9.** Editora do Brasil. 3. ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

ANDRINI, A.; VASCONCELOS. M. J. **Unidade 3: Sistema Cartesiano, Sugestões de atividades, Praticando a Matemática, 9.** Editora do Brasil. ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil. Disponível em: <http://editoradobrasil.com.br/praticandomatematica/pdf/exercicios-complementares/9ano/PMR9_Sug_atividades_unid_3.pdf>. Acesso em: 08 set. 2020.

ARARIBÁ, Projeto. **Matemática.** Editora Moderna. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2010.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. Trad. Eva Nick e outros. 2ª ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BRUM, W. P.; DA SILVA, S. D. C. R. Análise de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa no ensino de Matemática durante a apresentação do tema números reais. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 6, n. 3, p. 1-22, 2015.

CENTURIÓN, M.; JAKUBOVIC, J. **Matemática: teoria e contexto, 9ºAno.** Editora Saraiva. São Paulo: Saraiva, 2012.

CHAVANTE, E. R. **Convergência: matemática, 8º ano: anos finais: ensino fundamental.** Edições SM. 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2015.

CONTRERAS, J. **A autonomia de professores.** São Paulo, Cortez, 2002.

MOREIRA, M.A. **Aprendizagem significativa:** a teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro, 2001.

______. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula.** Editora Universidade de Brasília, 2006.

______. **Aprendizagem significativa:** a teoria e textos complementares. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

______. **Potentially meaningful teaching units-PMTU**. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2011.

OLIVEIRA, J. C. R.; FRIAS, R. T.; OMODEI, L. B. C. Uma trajetória hipotética de aprendizagem para o ensino de função afim em um curso de formação continuada. 2014. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2014, Campo Mourão – PR. **Anais eletrônicos XII EPREM**. Paraná: UNESPAR, 2014. Disponível em: <http://sbemparana.com.br/arquivos/anais/epremxii/index.htm>. Acesso em: 19 abr. 2019.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **Avaliação da Aprendizagem em Processo** – Prova do Aluno – 2ºBim./2017 – 16ªEdição – São Paulo: SEE, 2017.

SÃO PAULO (Estado) **Caderno do aluno: matemática, Ensino Fundamental Anos Finais – 8ªSérie/9ºAno, volume 1**. São Paulo: SEE, 2014.

SIMON, M. A. *Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective.* ***National Science Foundation***, Washington, DC, 1993. 56p. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED364406.pdf>. Acesso em: 04 set. 2020.

SOARES, J. R.; JÚNIOR, J. N. A. P. Filosofia, Práxis e Educação. 2012. In: Fórum Internacional de Pedagogia, 2012, Parnaíba – PI. **Anais eletrônicos IV FIPED**. Piauí: Realize editora, 2012. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/revistas/fiped/trabalhos/78b9cab19959e4af8ff46156ee460c74.pdf>. Acesso em: 08 jun. 2020.

VÁZQUEZ, A. S. **Filosofia da Práxis.** São Paulo: Expressão Popular, 2011.