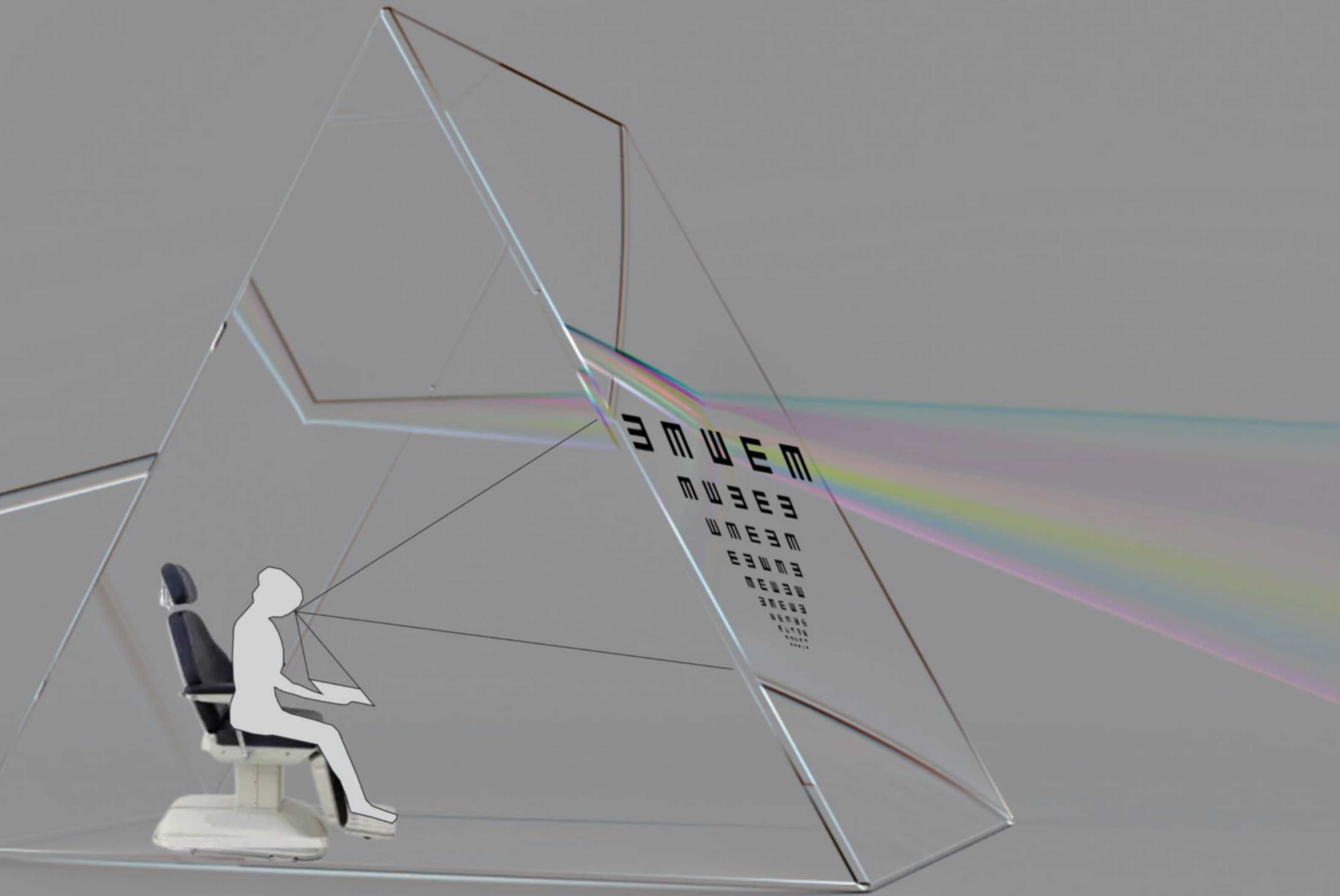
MODELAGEM MATEMÁTICA PARA UM PROJETO DE CONSULTÓRIO OFTALMOLÓGICO UTILIZANDO O SKETCHUP A PARTIR DOS PADRÕES MÉTRICOS PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO



Alexandre Ferreira da Silva

Denis Heitor Damasceno da Silva

Lourival dos Santos Nascimento Júnior

Fábio José da Costa Alves

Roberto Paulo Bibas Fialho

Eliza Souza da Silva

UEPA UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MTEMÁTICA

SILVA, Alexandre Ferreira da; SILVA, Denis Heitor Damasceno da; NASCIMENTO JÚNIOR, Lourival dos Santos; ALVES, Fábio José da Costa; FIALHO, Roberto Paulo Bibas; SILVA, Eliza Souza da. Modelagem Matemática para um projeto de consultório oftalmológico utilizando o Sketchup a partir de padrões métricos para o ensino de trigonometria no triângulo retângulo. Produto Educacional da Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (PPGEM/UEPA), 2022.

ISBN: 978-65-00-40241-4

Ensino de Matemática; Modelagem Matemática; Software SketchUp; Trigonometria; Triângulo Retângulo.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Este trabalho apresenta como proposta o ensino da trigonometria no triângulo retângulo através do aplicativo gratuito SketchUp. O software é usado nas áreas da arquitetura e da engenharia para criar maquetes 3D virtuais de ambientes, o que possibilitará a construção da maquete de um consultório oftalmológico, com medidas e distanciamentos adequados para a melhor acuidade visual, a partir dos estudos trigonométricos da tabela de optotipos de Snellen em conjunto com outros conteúdos matemáticos.

1 INTRODUÇÃO

A Trigonometria é um assunto que, apesar de estar presente em diversas situações do cotidiano dos alunos e da sociedade em geral, desperta muitas dificuldades quando inserido em seu processo de ensino e aprendizagem na educação básica. Portanto, é sempre importante que os professores forneçam aos seus alunos novos olhares acerca deste conteúdo, criando possibilidades de maior compreensão e aplicação desses conhecimentos.

Para tanto consideramos importantes as ideias oriundas da Modelagem Matemática, que Bassanezi (2002, p. 24) define como:

> Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2002, p. 24)

Portanto, como sugestão de alternativa metodológica para o ensino da Trigonometria (em especial nos triângulos retângulos) propomos o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação – TICs, a partir do uso do computador como ferramenta de trabalho educativo, mais especificamente do programa de desenho SketchUp, a qual dispõe-se como uma ferramenta bastante utilizada por desenhistas, técnicos, arquitetos e engenheiros durante os estudos de projetos propostos para a construção de edificações e mobiliários. Uma das grandes vantagens desse programa é sua disponibilidade em poder ser utilizado no modo *online*, dando possiblidades de acesso a um número maior de pessoas, seja em suas casas, no trabalho ou na escola, facilitando àqueles com dificuldades na aquisição de computadores ou softwares voltados a este fim.

Outra dificuldade que rotineiramente surge com uma proposta de uso de TICs é a do uso em si da tecnologia. Muitos alunos e estudantes não possuem costume ou desenvoltura para a utilização de softwares avançados. Não é o caso do SketchUp: seu acesso, sua praticidade e simplicidade de manuseio proporcionam aos alunos e professores, de todos os níveis de ensino, facilidades operacionais de utilização.

No presente trabalho apresentamos a proposta de um consultório oftalmológico que atenda às exigências das normas de acessibilidade, bem como todos os requisitos geométricos necessários que permitam a realização de exames de vista com maior precisão. O modelo foi pensado considerando sua localização na região central de grandes cidades, onde em geral o metro quadrado dos terrenos é mais caro e, portanto, não dispõe de grandes áreas para a construção, bem como não prevê estacionamento para clientes ou outras comodidades.

Para que todas estas demandas pudessem ser atendidas, foi preciso otimizar o espaço disponível e adaptá-lo para que pudesse incluir de maneira aconchegante as pessoas com deficiência, utilizando medidas padrões de distanciamento, tamanho e espaço para a realização dos exames oftalmológicos, obedecendo as normas técnicas visuais do Conselho Brasileiro de Oftalmologia - CBO. Portanto, este projeto se mostra relevante devido ao grande uso que faremos da geometria como um todo, e, mais especificamente, da trigonometria no triângulo retângulo, a qual será utilizada como componente essencial dos exames visuais, assim como outros conteúdos relacionados, regra de três, equações, dentre outros.

2. UM PANORAMA SOBRE ENSINO E ORIGENS DA TRIGONOMETRIA

Na obra de Raiol (2014), o autor procura apresentar um estudo metódico que aborda a história da trigonometria plana e esférica buscando compreender como as mesmas surgiram em diferentes civilizações. A palavra trigonometria vem da junção de três palavras do grego “tri”, “gonos” e “metron” que significam “três”, “ângulos” e “medida”.

A trigonometria, elemento da matemática incluído aos estudos da astronomia, passa a existir com a obrigação de relacionar as medidas dos lados com as medidas dos ângulos de um triangulo retângulo. Raiol (2014) acredita que o desenvolvimento da trigonometria ao longo da história da humanidade é notável pelas grandes contribuições em variadas ciências.

As origens da trigonometria, assim como da geometria, remontam à antiguidade, e sua origem exata não pode ser catalogada. Os babilônios e os egípcios já examinavam a trigonometria, no entanto, foi no período helênico que o estudo conexo a essa extensão dos conhecimentos exatos granjeou popularidade. De acordo com Raiol (2014) os povos egípcios e os babilônicos, proporcionaram importantes contribuições para o aperfeiçoamento da área gerando incontáveis subsídios que ajudaram a astronomia progredir.

Em meio as mais admiráveis estão as dos Gregos nas determinações das constâncias das estações. Sob a ótica de Raiol (2014) os pensamentos gregos consistiam nos estudos estruturais do cosmos. Hiparco ficou conhecido como o pai da trigonometria, pois no século II a.C., porquanto perpetrou um combinado introduzindo uma dúzia de livros que representa a edificação da primeira tabela trigonométrica.

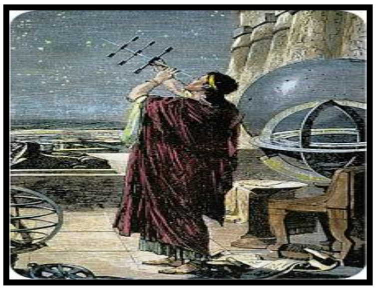


Figura 01 – Hiparco de Nicéia, pai da trigonometria. Fonte: https://www.astromia.com/biografias/hiparco.htm

Sobre a duração do ano determinada pelas estações, os cálculos de Hiparco tinham um declive de erro mínimo e irrelevante em relação às medidas modernas. Ele morreu em Rodes, Grécia, em 120 a.C.

Um evento importante que a trigonometria ofertou para os árabes foi a aplicação à astronomia, para os árabes a trigonometria esférica solucionava um problema sagrado. De acordo com Raiol (2014), determinar a direção de Meca em qualquer lugar do mundo favorece os devotos islâmicos uma vez que o Alcorão, pelas leis sacras, ordena que seus fiéis se voltem em oração para cidade sagrada.

Figura 02 – Fiel islâmico fazendo orações durante o dia em direção a Meca. Fonte: https://www.melhoresdestinos.com.br/paises-muculmanos.html

Os matemáticos islâmicos e mulçumanos revelam que a trigonometria, nesse sentido, assume um papel fundamental para aperfeiçoar a localização de direções. A tradução do Siddhantas hindus por Ibrahin Al-fazari é o marco inicial das atividades matemáticas árabes. Segundo Raiol (2014), esse episódio resulta em vários tratados sobre matemática escritos por Muhammad Ibn Musa.

A Europa conheceu esse princípio sistemático de numeração graças a uma cópia latina desse tratado do século XII, visto que o documento original árabe se perdeu. O estudo dos logaritmos e do cálculo diferencial e integral foi um passo excepcional no desenvolvimento dos cálculos trigonométricos, o mesmo estudo empregado na astronomia. Segundo Raiol (2014) há diversas aplicações que estudam a separação das estrelas próximas na geografia para estimar alcances.

A trigonometria, aos olhares de Raiol (2014), apresenta uma aplicação essencial para perceber fenômenos ligados à acústica e à óptica. As funções seno e cosseno são basais para a doutrina das funções recursivas, as quais expõem as ondas sonoras e luminosas.

2.1 O Ensino de Trigonometria no Brasil

Vários educadores matemáticos no século XX colocaram em discussão a importância do ensino de trigonometria e as relações dela com a geometria e a álgebra. Estudiosos ponderavam que a separação certamente ocasionaria o surgimento de barreiras que dificultariam o conhecimento de métodos da própria trigonometria. De acordo com Silva (2013) os mesmos buscaram apoio no evento de que diversas questões de geometria se decidem de modo simples e célere graças aos rudimentos fundamentais da trigonometria.

Também na obra de Silva (2013) é relatado que os docentes debateram se o ensino disjunto desse conteúdo era viável, tendo em vista de que havia uma corrente ideológica que garantia ser um erro grave afastar a trigonometria da geometria, e outros que afirmavam que a trigonometria era um conteúdo específico que deveria ser abordado de forma isolada.

A importância da fundição de assuntos nos programas de ensino era amparada por esses matemáticos, e Silva (2013) acredita que tal união pode levar o educando a compreender alguma analogia intradisciplinar de tópicos para solucionar ou reverter problemas tanto da Matemática quanto de distintas disciplinas.

A dicotomia disciplinar conduziu a diferentes interpretações que influenciaram diretamente a produção didática da época que se submerge até os dias presentes. No princípio, Silva (2013) apresenta em sua obra que os livros abordavam a trigonometria elementar e noções de trigonometria esférica, propondo tratamento da trigonometria como conteúdo independente dos segmentos matemáticos e das demais áreas, extinguindo uma inquietação com o alargamento conceitual das noções básicas da trigonometria.

De acordo com Silva (2013) o resultado consequente foi que a trigonometria não era relacionada com os fatos históricos do desenvolvimento da Matemática, o que poderia facilitar a compreensão do aluno. O "legado" de definição seguido de exemplos, obtido desse contexto de desenvolvimento do ensino de trigonometria no Brasil ainda é muito comum nos livros didáticos. Quando o conteúdo é apresentado de formato supracitado, tal abordagem didática é semelhante ao do início do século XX, assim acredita Silva (2013), onde os alunos eram meros reprodutores de técnicas, uma vez que a necessidade da sociedade era ter pessoas qualificadas para trabalhar de forma mecânica na indústria.

O ensino precisa auxiliar no desenvolvimento do indivíduo para que saiba discutir, incluir, sobrepor, sistematizar, avaliar, inovar e, principalmente, produzir novos conceitos e soluções, de forma breve, para ocasiões cotidianas que abranjam artifícios industriais, sociais e políticos. Sob a ótica de Silva (2013) pode-se afirmar que essa abordagem mecanicista não colabora de modo aceitável para essa concepção dos cidadãos determinada pelo mercado de trabalho e pela sociedade, logo o mesmo propõe que o ensino de trigonometria seja abordado com fundamento em argumentos históricos coligados a questões socioeconômicas e culturais sobre o assunto, tendo ingresso por meio da edificação dos conceitos das razões trigonométricas enfocando a manipulação e apreciação das legalidades no triângulo retângulo.

Assim, o aluno permanecerá ativo em todo o processo de formação e desenvolvimento do conteúdo, respeitando sua maturidade ao longo dos anos. Essa proposta, segundo Silva (2013), indica alvos que vem sendo indagados e tratados amplamente, tendo um panorama relacionado à organização de um corpo de sugestões metodológicas capaz de nortear, não só o ensino de trigonometria, mas o ensino de Matemática como um todo na educação brasileira.

3. ORIGEM E CONSTRUÇÃO DA TABELA DE OPTOTIPO DE SNELLEN.

A história das escalas teve apoio na lei de refração de Snell e Descartes, no século XVII. Snell (1580 – 1626) nasceu em Leiden na Holanda. Estudou na universidade de Leiden e foi professor de matemática, como seu pai, na mesma universidade. Publicou em 1627 o Eratothenes Batavus, tratado sobre o método da triangulação utilizado para medir a Terra, trabalho fundamental para a Geodésia. Em 1621, descobriu a lei do seno e da refração, mas não divulgou o resultado em dióptrica. Este só veio à tona em 1703, por Huygens, ao modelar a luz como onda (DANTAS, 2006).

René Descartes (1596-1650) nasceu em Ilayie, Touraisse (França). Foi filósofo, cientista e matemático. Chegou a ser considerado "o pai da filosofia moderna". Como cientista desenvolveu trabalhos no campo da fisiologia e óptica. Em matemática, foi o primeiro a classificar as curvas de acordo com as equações que elas produzem e sistematizou a geometria analítica.

Figura 03 – Willebrord Snell e René Descartes. Fonte: http://grupo1defisica.blogspot.com/2010/10/2-lei-ou-lei-de-snell-descartes.html

A lei Snell-Descartes relaciona os ângulos de incidência e refração com os índices de refração. Seu enunciado afirma: "A razão entre o seno do ângulo de incidência e o seno do ângulo de refração é constante, e esta constante é igual ao índice de refração relativo para um dado comprimento de onda." (UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, 2003, p. 04).

A partir desta descoberta, surgiram tecnologias fundamentadas neste pressuposto, como as fibras ópticas usadas na área das telecomunicações e a optometria. A optometria originou-se da óptica e durante muito tempo baseou-se em suas leis. É considerada a ciência da visão, pois determina e mensura os defeitos de refração, acomodação e mobilidade do olho humano (MONDADORI, 2003).

Historicamente, as tentativas de mensuração da acuidade visual (A.V.) remontam à Idade Média, mas as primeiras escalas de optotipos só foram aparecer no século XIX, sendo as propostas por Jacgger as mais usadas inicialmente (MATEOS, 1993). Tais escalas consistiam em vinte textos com tipos crescentes que deveriam ser lidos de perto. Todavia, o caráter avaliação era arbitrário, pois não havia uma distância fixa de leitura.

Outra escala surgiu em 1835, de autoria de Henri Kuchler. Era formada por imagens de animais e objetos musicais, substituídas depois por caracteres tipográficos de dez graduações diferentes. Apesar de suas imperfeições, já foi considerada como uma escala decimal. No entanto, somente no começo do século XIX as medições visuais foram empregadas para a percepção de objetos à distância. Em Viena (1854) Jacgger publicou uma coleção de vinte textos nos quais os optotipos tinham tamanhos diferentes de impressão. Paralelamente o problema foi estudado pelo oftalmologista holandês Herman Snellen, que em 1862 (nesta época assistente de Donders e com 28 anos de idade) publicou sua famosa escala de optotipos, formada por letras, inaugurando uma nova era na quantificação da acuidade visual, apresentada no congresso de Paris do mesmo ano (MATEOS, 1993), tornando-se o primeiro a introduzir uma padronização científica na medida da acuidade visual com a publicação de seus optotipos, "Scala tipográfica per mesurare il visus", para a determinação da acuidade visual de longe (REIS, 2016).

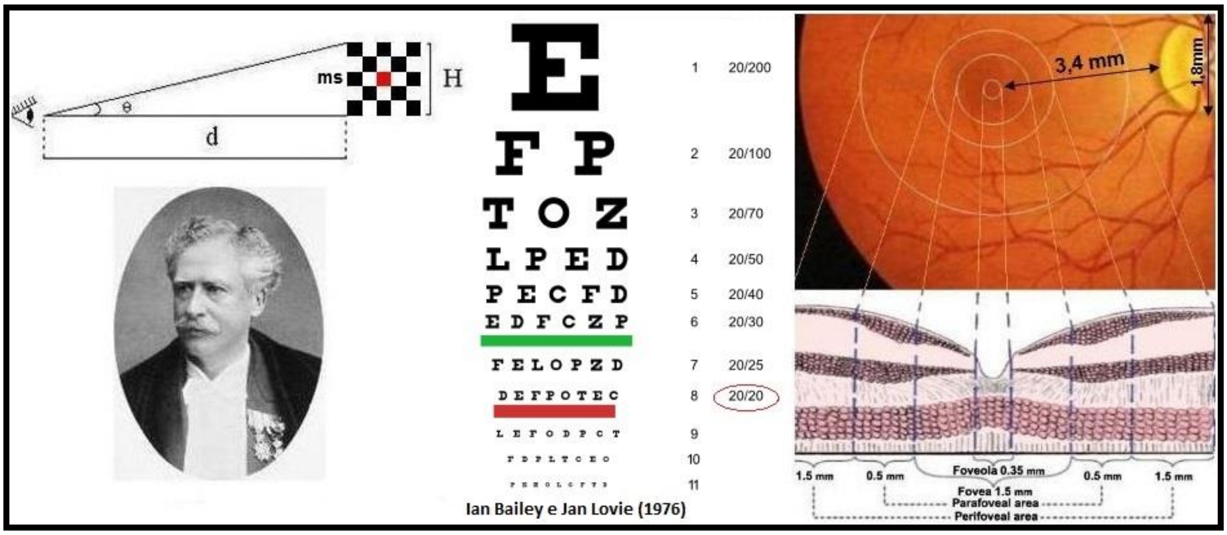


Figura 04 – Escalas de Snellen. Fonte: http://www.bioinfo.ufc.br/obj/gal/snellen.php

Snellen tomou como base para a construção de sua escala o ângulo visual limiar de 1 minuto de arco, e como seu trabalho teve aceitação imediata e universal, o conceito de limiar de resolução visual igual a 1 cristalizou-se na literatura oftalmológica (CRUZ,1998). A partir de então, surgiram várias escalas, cada uma com um objetivo.

3.1 Medida da Acuidade Visual (A.V.)

A avaliação da acuidade visual depende do tamanho do ângulo visual, que é formada pelas linhas traçadas das extremidades do objeto até a retina, passando pelo ponto nodal do olho, logo, ângulo visual é o ângulo formado pelo objeto, no ponto nodal do olho que é o ponto através do qual os raios passam sem sofrer desvio e está à aproximadamente 17,20mm a frente da retina (REIS, 2016).

O ângulo visual, que permite distinguir números e letras, em termos práticos, é igual ao mínimo separável. Helmholtz pesquisou e mediu esses ângulos e encontrou os valores de 55” a 90” de arco e escolheu o ângulo de 1’ de arco para o valor normal da acuidade visual. Logo, para produzir-se uma imagem do tamanho mínimo, o objeto deve ter um ângulo visual mínimo de 1’ de arco (REIS, 2016, p. 15).

Segundo Reis (2016, p. 16) o olho humano poderá perceber dois pontos como distintos se estes estiverem separados por um ângulo de 1 minuto de arco e sendo este o limite de resolução do olho humano, isto é, dois pontos localizados a 6 metros de distância somente serão identificados como pontos distintos se estiverem separados por uma distância de, no mínimo, 1,74mm (1’ de arco) e os referidos pontos devem ter no mínimo este diâmetro.

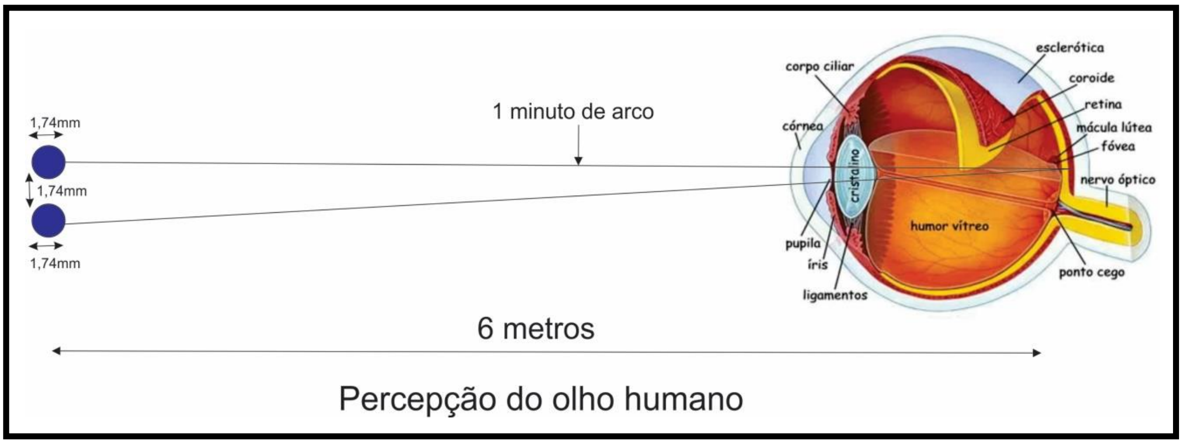


Figura 05 – Percepção do olho humano. **Fonte:** Acervo pessoal.

Com o objetivo de evitar certos erros em virtude das anomalias de refração, Snellen adotou que os optotipos fossem colocados a uma distância de 5 metros a 6m do sujeito para os raios procedentes destes chegarem ao olho de maneira paralela.

> Verificamos que quanto mais afastado se encontrar o objeto do olho, menor será a imagem formada na retina, ou seja, o tamanho da última é a função não só do tamanho do objeto como também da distância deste olho. Consequentemente, associando-se estes dois fatores, um padrão mais conveniente a se adotar na avaliação da acuidade visual é o tamanho do ângulo visual, ou seja, o tamanho do ângulo formado por duas linhas traçadas das extremidades do objeto através do ponto nodal do olho. Verifica-se que para se produzir uma imagem do tamanho mínimo de 0,004 mm, o objeto deve subentender um ângulo visual de 1 minuto. Isto, então, é tomado como padrão da acuidade visual normal (DUKE-ELDER`S, 1997, p. 157).

A acuidade visual é determinada pela menor imagem retiniana cuja forma pode ser percebida e é medida pelo menor objeto que pode ser claramente visto a certa distância.

3.2 Intervalos e Números dos Optotipos na mesma linha e entre linhas.

Na opinião da maioria dos pesquisadores do assunto, a distância entre os optotipos em cada linha deverá ser sempre igual à largura destes e o espaço vertical entre as fileiras deverá ter o mesmo valor da altura do optotipo da fileira superior. Na prática, é muito importante conhecer a distância a separar as letras de uma linha de optotipos. A superfície ao redor da letra deve ser pelo menos duas vezes igual à superfície coberta por esta, pois a separação supõe um espaço aproximadamente igual a 1,4 vez a altura da letra ou número. De acordo com recomendação do Conselho Internacional de Oftalmologia deve-se adotar as normas alemãs, que valorizam a separação do tamanho da altura do optotipo, tanto para letras como para números ou signos (DELRÍO, 1976).

Para determinada linha, deve-se estabelecer critério de visibilidade, feito em geral em termos percentuais. Cruz (1988), por exemplo, usou dez optotipos por linha em todos os níveis angulares. Já Snellen aumenta o número de optotipos conforme a diminuição dos coeficientes visuais. Como observado, muitos optotipos em uma mesma linha podem dificultar sua identificação, principalmente quando o examinado for uma criança, em virtude da pouca capacidade de concentração.

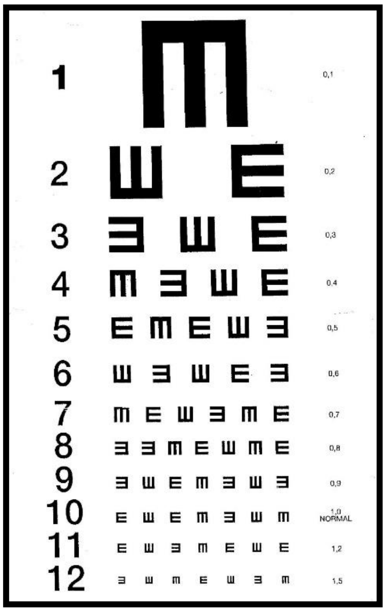
3.3 Optotipo.

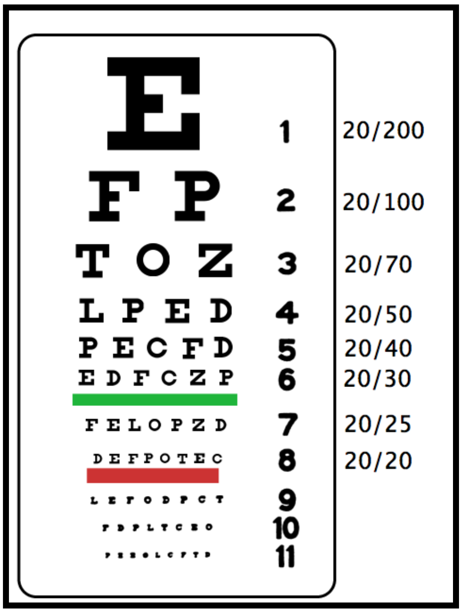
Denomina-se optotipo o objeto ou figura destinada à determinação da acuidade visual (A.V.). Embora varie conforme a clientela segue os mesmos princípios de tamanhos baseados no ângulo visual determinado. Para Delrío (1976), os optotipos são as figuras geométricas utilizadas para determinar a A.V., e podem estar impressas ou ser projetadas sobre uma tela.

Para Reis (2016), uma tabela de optotipos é construída para acuidade visual (A.V.) igual a 20/20, tendo a espessura dos traços da letra igual ao valor da largura branca que separam os traços negros e deve ser utilizada a uma distância de 6,10 metros para que sejam vistos pelos examinados em um ângulo de 1’ de arco.

O conjunto dos optotipos insere-se em um quadro visto de um ângulo de 5’ de arco, com as linhas de optotipos apresentados horizontalmente, com o intervalo entre os optotipos semelhantes aos seus tamanhos (REIS, 2016, p.23).

Por seguir o princípio segundo o qual o contraste entre o preto e o branco facilita a visualização, os optotipos possuem a cor preta. Os optotipos impressos colocados a 6,10 metros requerem iluminação ambiental adequada e constante. Quanto ao tamanho do optotipo, é baseado no ângulo visual padronizado para a tabela. Este varia por linha, de acordo com o coeficiente de visão.





Figuras 06 e 07 – Tabelas de Optotipos. Fonte: https://olhardigital.com.br/2020/06/04/noticias/inteligencia-artificial-melhora-precisao-de-exame-oftalmologico/

3.4 A Escala Optométrica de Snellen

Snellen definiu a “visão padrão” como a habilidade de reconhecer um de seus optotipos com tamanho angular de 5’, sendo o optotipo formado por linhas de espessura e espaçamento de 1’ de arco.

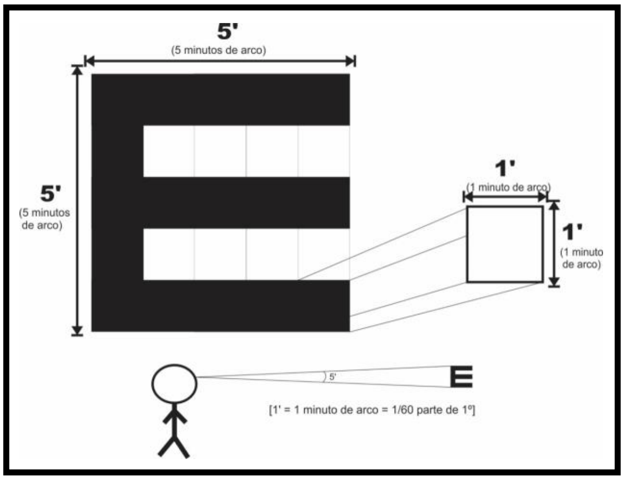


Figura 08 – Visão padrão de Snellen. Fonte: Acervo pessoal.

3.5 Notação de Snellen

A unidade de A.V. mais comum é a notação de Snellen, que define a acuidade adulta normal como 20/20, a qual significa que o paciente consegue ver linhas de letras pretas com fundo branco a uma distância de 20 pés (6,1 metros) à frente quando o campo de cada letra é de 1 minuto de arco na retina. A notação 20/40 corresponde a 2 minutos de arco.

Ocasionalmente, a notação de Snellen em frações decimais, como 20/20 é igual a 1, 20/40 igual a 0,5, e assim sucessivamente. Quando a notação Snellen estiver expressa em pés ou metros, quanto maior o denominador pior será a qualidade visual do paciente, ou ainda, no caso de frações decimais, quanto menor a fração pior a qualidade visual (REIS, 2016). Exemplo:

A acuidade visual de 20/40 quer dizer que o examinado está conseguindo observar com clareza, a uma distância de 6 metros (20 pés) as letras que foram construídas para serem observadas a 12 metros (40 pés).

- 20 pés (6,1m): Distância entre o paciente e o optotipo.
- 40 pés (12,2m): Distância que o optotipo deveria estar do paciente se ele fosse emetrope.

3.5.1 Cálculo da Distância de Avaliação.

Mede-se a acuidade visual de longe (AV VL) com os optotipos posicionados a 20ft ou 20 pés (feet – pés), pois a essa distância a acomodação do cristalino é de poder muito baixo (0,16 D) (REIS, 2016). Snellen utilizou a unidade de medida inglesa “feet”, onde 1ft corresponde a 30,5cm ou 0,305m.

Assim, utilizando a **<u>Regra de Três Simples</u>** teremos:

1ft ------------ 0,305m

20ft ---------- x

$$x = 20 \times 0{,}305 \rightarrow x = 6{,}10$$

Logo 20ft é o mesmo que 6,10m.

3.5.2 Construção do Optotipo de Snellen.

Considere um triângulo retângulo onde o ângulo visual é 5’, o cateto oposto é o tamanho da letra e o cateto adjacente é a distância entre o observador e a letra.

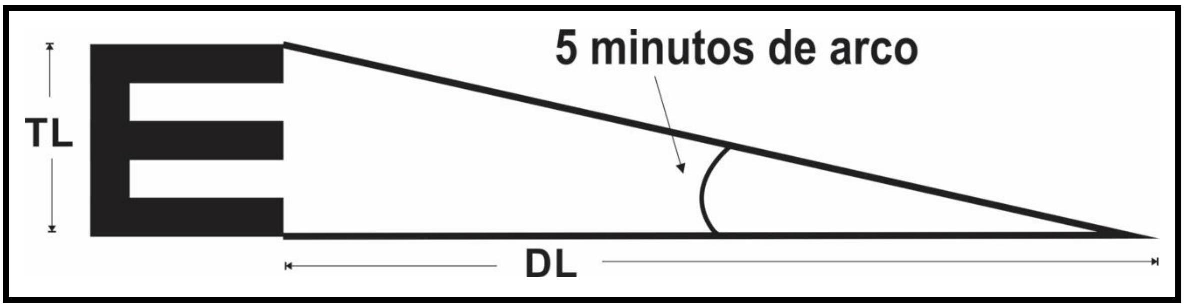


Figura 09 – Optotipo de Snellen. Fonte: Acervo pessoal.

A relação trigonométrica entre o cateto oposto e o cateto adjacente é a tangente:

$$tg = \frac{C.O.}{C.A.}.$$

Logo, encontra-se o tamanho do optotipo aplicando essa relação.

$$tg(5') = \frac{T.L.}{D.L.}$$

T.L. = Tamanho da Letra observada

D.L. = Distância da Letra até o observador

Para todos os cálculos aplica-se a constante desenvolvida como segue:

Passaremos o arco de 5’ para graus, aplicando a **Regra de Três Simples**.

1° ------------- 60’

x°-------------- 1’

$$x = \frac{1}{60} \to x = 0{,}016666°$$

Logo 1’ = 0,016666° e, portanto,

5’ = 5$\times\ 1' = 5 \times 0{,}016666$

5’ = 0,083333°

Desta forma a $tg\ 5' = tg\ 0{,}08333° = \mathbf{0{,}0014544}$

Exemplo: Qual deve ser o tamanho do optotipo construído sob o ângulo de 5’ de arco e que deve ser visto nitidamente a 200ft do observador?

1 – Transformam-se pés em centímetros.

200ft x 30,5cm = 6100cm

2 – Aplica-se a relação trigonométrica.

$$tg\ \ (5') = \frac{T.L.}{D.L.}$$
$$0{,}0014544 = \frac{T.L}{6100}$$
$$T.L. = 0{,}0014544 \times 6100$$
$$T.L. = 8{,}87cm$$

O optotipo E Direcional é construído sob o ângulo de 5’ de arco, onde cada parte da letra possui 1’.

Para encontrar o valor de cada parte da letra, basta dividir o tamanho total por cinco. Como o tamanho total da letra é de 8,87cm, logo, cada parte dela (mínimo visível e mínimo separável) é de 1,774cm (8,87/5 = 1,774).

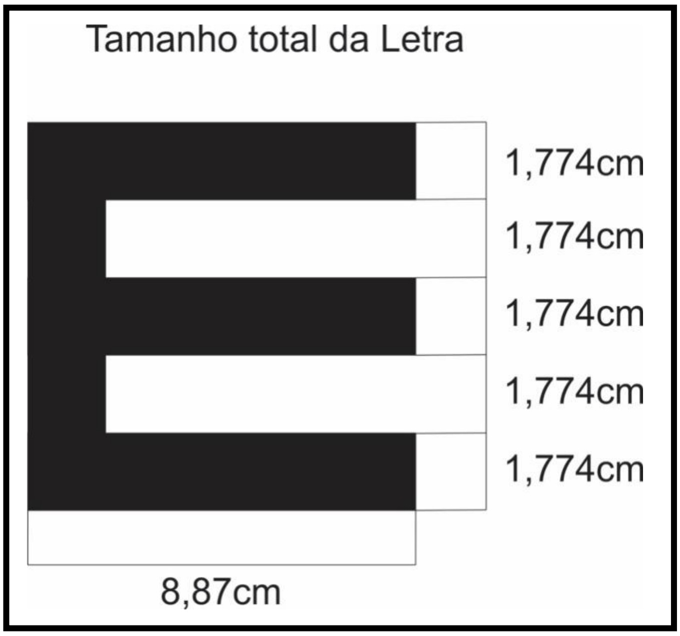


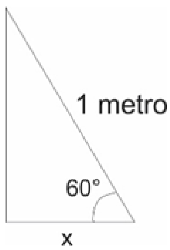
Figura 10 – Optotipo E Direcional. Fonte: Acervo pessoal

3.6 Aplicação

01 – Considerando a distância máxima de trabalho para um exame de vista, para visão 20/20, da tabela de optotipos igual a 6,10m, e que o comprimento do encosto da cadeira do paciente seja igual a 1 metro, conforme a figura. Determine qual deve ser o comprimento máximo de um consultório, se a cadeira de exame deverá ter a possibilidade de reclinar para trás em até 30°.

Figura 11 – Fonte: http://www.klinictecnologia.com.br/produto.aspx?id=51

R = como o complemento de 30° é 60°, temos:



$$\cos 60° = \frac{x}{1} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{1}$$

Logo x = 0,5 m

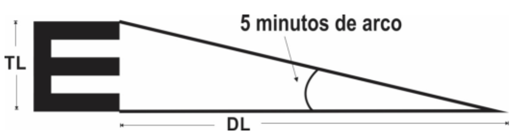
02 – Considerando que a altura dos olhos do paciente deverá estar da mesma altura da linha correspondente a notação de Snellen 0,8. Determine:

a) Qual a notação em pés corresponde a essa medida?
b) Qual o tamanho do optotipo correspondente a essa notação?

R:

a) $\frac{20}{x} = 0{,}8 \rightarrow x$ = 25pés. Logo a notação será: 20/25

b)



TL = x
DL = 25 pés ≅ 7,6m = 7600mm

20 pés ------------ 6,1m

25 pés ---------- x

$$x = \frac{25 \times 6{,}1}{20}$$

Logo 25pés é o mesmo que 7,625 m.

$$tg\ \ (5') = \frac{T.L.}{D.L.}$$

$$0{,}0014544 = \frac{TL}{7600}$$

$$TL = 0{,}0014544 \times 7600$$

$$x \cong 11{,}05mm$$

03 – Uma pessoa, emetrope, que esteja distante 5 metros da tabela de optotipos, deverá ser capaz de enxerga-los a partir de que medidas do optotipo?

R: Como 5m = 5000mm, temos:

$$tg\ \ (5') = \frac{T.L.}{D.L.}$$

$$0{,}0014544 = \frac{TL}{5000}$$

$$TL = 0{,}0014544 \times 5000$$

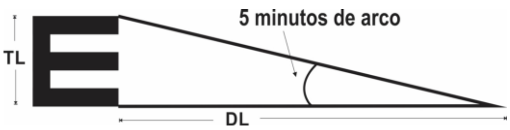
$$x \cong 7{,}3mm$$

Logo a medida do optotipo será a partir de 7,3mm x 7,3mm.

04 – Á respeito de um paciente que conseguiu enxergar um optotipo de medidas 17,50mm x 17,50mm, podemos afirmar:

a) É uma pessoa emetrope.
b) Está enxergando 20/20
c) Para ter visão 100% deveria enxergar este optotipo a uma distância de pelo menos 15m.
d) Essa medida corresponde a um paciente com visão 20/40.

R:



TL = 17,5mm
DL = x

$$tg\ \ (5') = \frac{T.L.}{D.L.}$$

$$0{,}0014544 = \frac{17{,}5}{x}$$

$$x = \frac{17{,}5}{0{,}0014544}$$

$$x = 12032{,}45mm$$

Logo, como $x \cong 12\ metros \cong 40pé$, ou seja, correspondente a 20/40.

Alternativa **d.**

4. O USO DO PROGRAMA SKETCHUP COMO PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Ao entrar no site oficial do programa SketchUp (https://www.sketchup.com/) nos deparamos com diversas opções para forma de uso do mesmo, desde versões avançadas e profissionais até as mais simples. A maioria delas é paga, porém, a destinada para uso pessoal é gratuita e deve ser usada de forma online. Ao clicar nesta opção o usuário é redirecionado para a criação de uma conta, que pode estar vinculada a um e-mail qualquer ou a contas já existentes das empresas Google ou Apple.

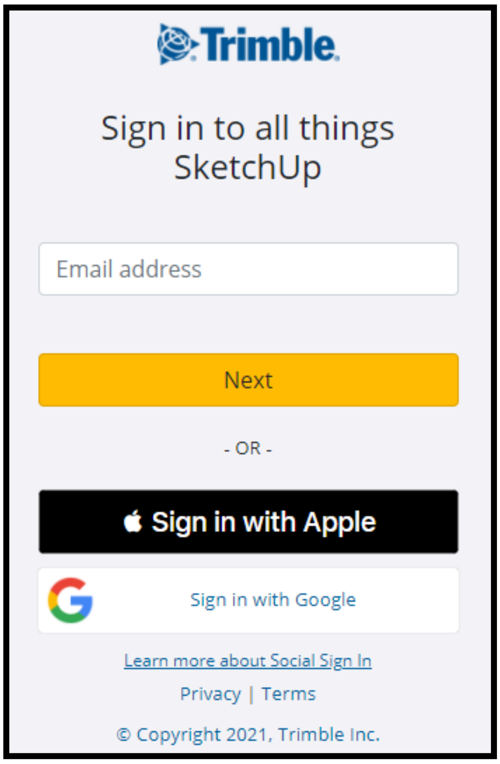


Figura 12 – Possibilidades para a criação de uma conta no Sketch Up. Fonte: Acervo pessoal.

Uma vez realizado o cadastro, o usuário já pode começar a utilizar a versão online do programa. A interface é bastante intuitiva (principalmente se em algum momento da vida o usuário já utilizou jogos como The Sims, da Eletronic Arts, em que é possível construir casas para os habitantes de uma cidade, e que possui design bastante semelhante ao SketchUp).

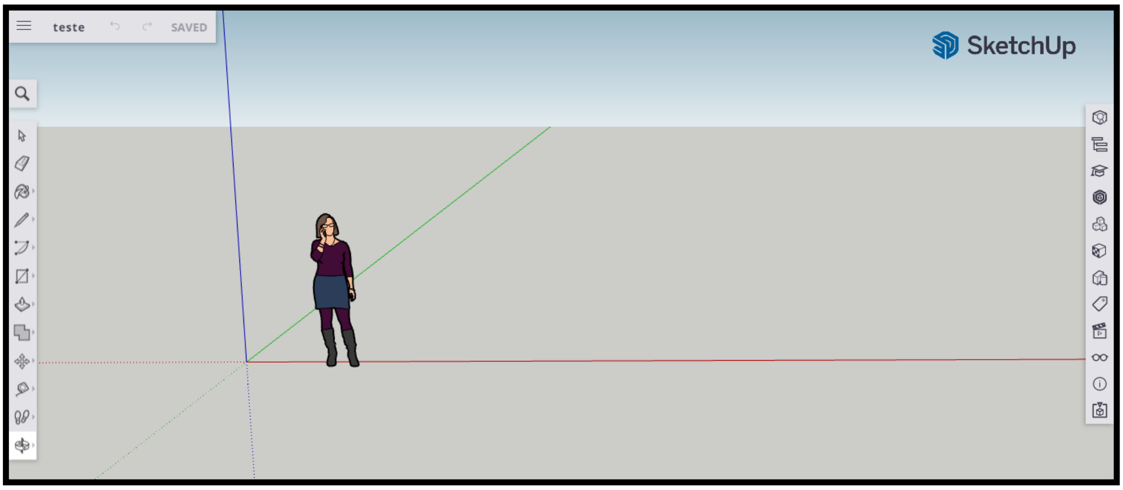


Figura 13 – Tela inicial de um projeto no SketchUp. Fonte: Acervo pessoal.

Note que a tela inicial traz uma imagem tridimensional, com uma pessoa adulta como referência para as construções a serem feitas. Há também duas barras repletas de opções que se especializam ao clicar em cada uma delas. A da esquerda (que pode ser melhor observada na figura abaixo) possui opções como “Selecionar”, “Borracha”, “Pintar”, “Fazer uma linha”, “Fazer um arco”, “Fazer um retângulo”, “Puxar ou empurrar”, “Rotacionar”, “Mover”, entre outros.

Figura 14 – Opções da barra esquerda da tela inicial. Fonte: Acervo pessoal.

Com essas simples ferramentas do programa SketchUp vários trabalhos de modelagem matemática foram elaborados, como, por exemplo, Souza, Nascimento e Benutti (2015) que falam sobre o ensino de geometria descritiva e Silva (2021) que aborda o ensino remoto de geometria para alunos de 8º ano.

No caso deste trabalho, sua produção teve o intuito de atender a questões como: **quais os conhecimentos de trigonometria são necessários para a construção de um consultório que realize exames oftalmológicos com maior exatidão?** Além disso, haviam outras subquestões relacionadas que também pretendíamos responder: **Como a utilização do programa SketchUp poderia ser a base de um projeto de modelagem matemática para o ensino de trigonometria?** E **Como otimizar geometricamente um espaço limitado para a construção de um consultório oftalmológico de modo a atender satisfatoriamente os pacientes, incluindo os de necessidades especiais?**

A nossa motivação em responder a estes questionamentos surgiu de um problema enfrentado por um dos autores deste trabalho em sua tentativa de adquirir o seu documento de habilitação de trânsito, no qual ele e outros candidatos foram reprovados no exame oftalmológico realizado num determinado dia, e depois, o mesmo, descobriu que os padrões trigonométricos do consultório estavam fora do padrão técnico recomendado. Além disso, o desafio de encontrar um terreno de grande área na parte central das cidades é cada vez maior, bem como a necessidade de construir prédios com maior acessibilidade para todos os públicos. Portanto, decidimos incluir essas demandas no projeto, colocando em discussão a matemática utilizada por trás de cada construção.

5. PROBLEMA DA PESQUISA E CONSTRUÇÃO NO SKETCHUP

A Construção da maquete de um consultório oftalmológico que atenda às seguintes recomendações:

1 – Teste de Acuidade Visual:

- ✓ O exame de acuidade visual será com tabela Snellen Fixa.
- ✓ A Distância entre a face do paciente e a tabela de optotipo deverá medir 6,10 metros.

- ✓ A tabela deverá estar fixada a 1,5m do solo, com optotipo de 0,8 na mesma direção da visão do paciente.
- ✓ A Distância do examinado deverá ser flexível até a distância mínima de 3,50 metros da tabela.

2 – Sala de exames:

- ✓ A sala de exames deverá conter um espaço de 1,2m² à frente do paciente com o refrator de Greens (aparelho de medir a acuidade visual) para a realização da retinoscopia Dinâmica e Estática.
- ✓ Deverá conter três espaços de 1,5m², cada, para a medição da retinoscopia computadorizada, Campimetria e Tonometria computadorizada.
- ✓ Deverá conter uma pia interna.
- ✓ Espaço para uma mesa de atendimento, com medidas mínimas de 1,20m por 0,50m, com três cadeiras.
- ✓ Espaço para o Greens ao lado da cadeira de refração, de 1 m².

Obs.: A Cadeira de refração possui medidas 0,60 m por 0,60 m, com encosto de 1,0 metros de altura, reclinável em até 30°.

3 – Outros:

- ✓ Banheiro interno, de uso privativo.
- ✓ Porta do consultório com acessibilidade.
- ✓ Iluminação a 60 watts.
- ✓ 02 Janelas 0,40m x 0,60m com balancinhos na sala de exames.
- ✓ Sala de espera para o mínimo de 20 pessoas sentadas, com acessibilidade.
- ✓ Banheiro público com acessibilidade.
- ✓ Terreno com medidas 7,0 metros x 20,0 metros.
- ✓ Central de Ar na sala de espera e na sala de exame.
- ✓ Bebedouro na sala de espera
- ✓ Smart TV na sala de espera.

5.1 – Maquete

Para iniciar a Maquete, devemos definir a dimensão do consultório no aplicativo. Como nosso terreno já está determinado a ter 07 metros por 20 metros, devemos limitar isso com a ferramenta linha que fica localizada na quarta opção da barra de ferramentas, conforme figura 15.

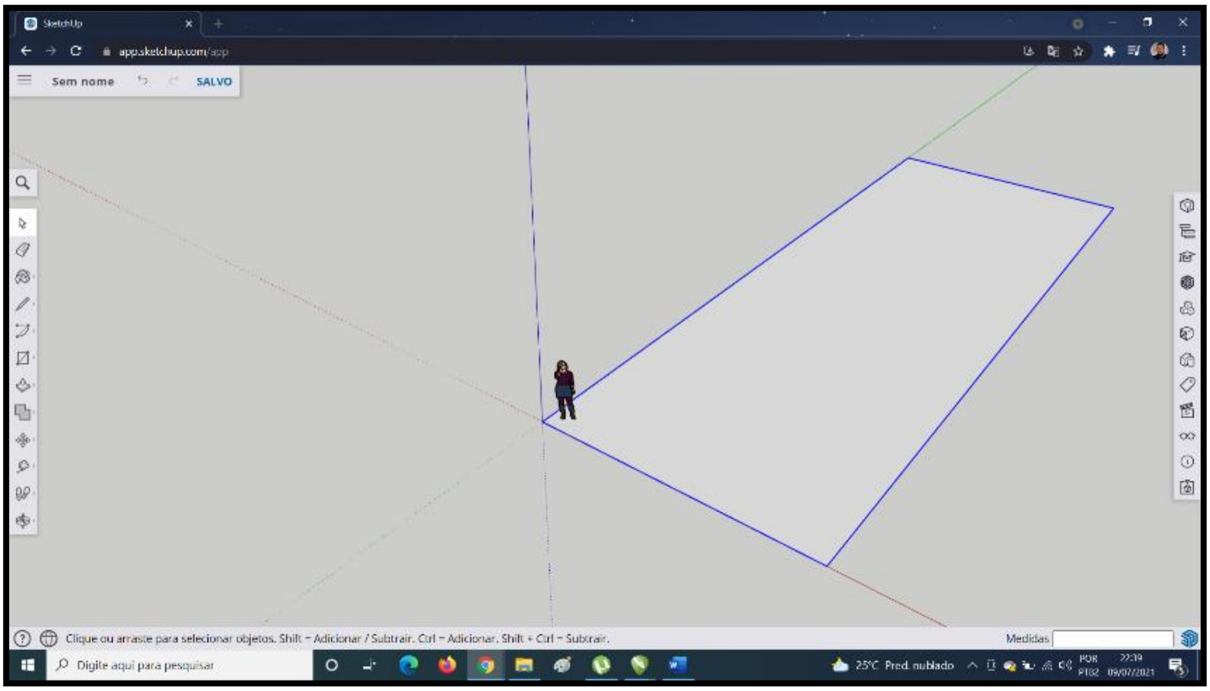


Figura 15 – Delimitação do terreno, 7,0 metros por 20,0 metros, conforme solicitado. Fonte: Acervo pessoal.

Para colocar o muro do terreno, utilizaremos a ferramenta deslocar, a qual será responsável pela espessura das paredes no projeto. Devemos clicar em alguma borda e arrastar para dentro ou para fora do projeto conforme a necessidade ou utilizar a barra de comprimento e colocar o comprimento padrão de uma parede – 15 cm ou 0.15 m, conforme figura 16.

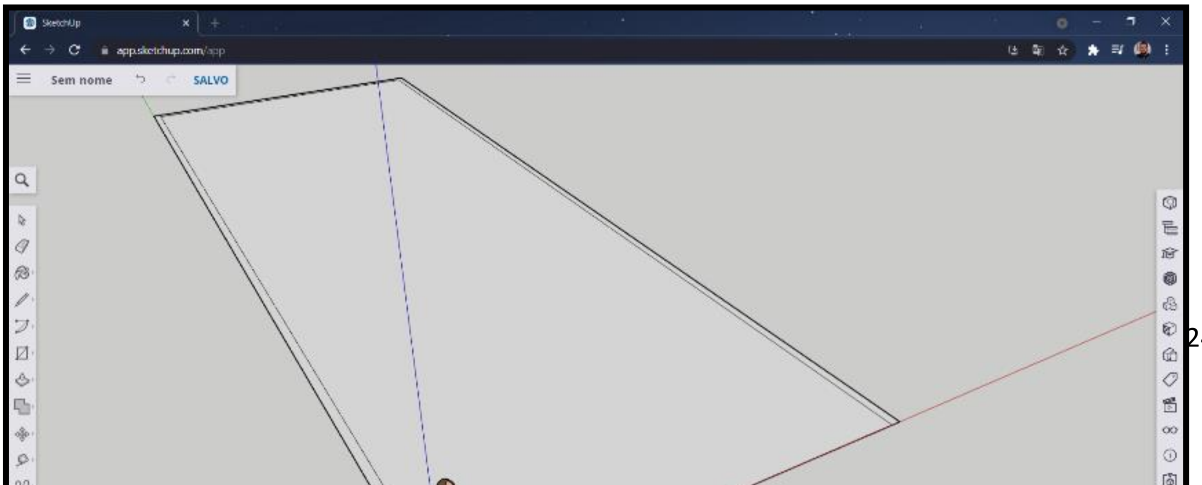


Figura 16 – Delimitação do muro, padrão 15cm, lateral e fundo. Fonte: Acervo pessoal.

Da mesma forma, fazemos a delimitação da área livre, utilizando 0,75m na lateral e 0,65 no fundo, respeitando a ocupação mínima, de 0,65m, de um indivíduo, conforme a figura 17.

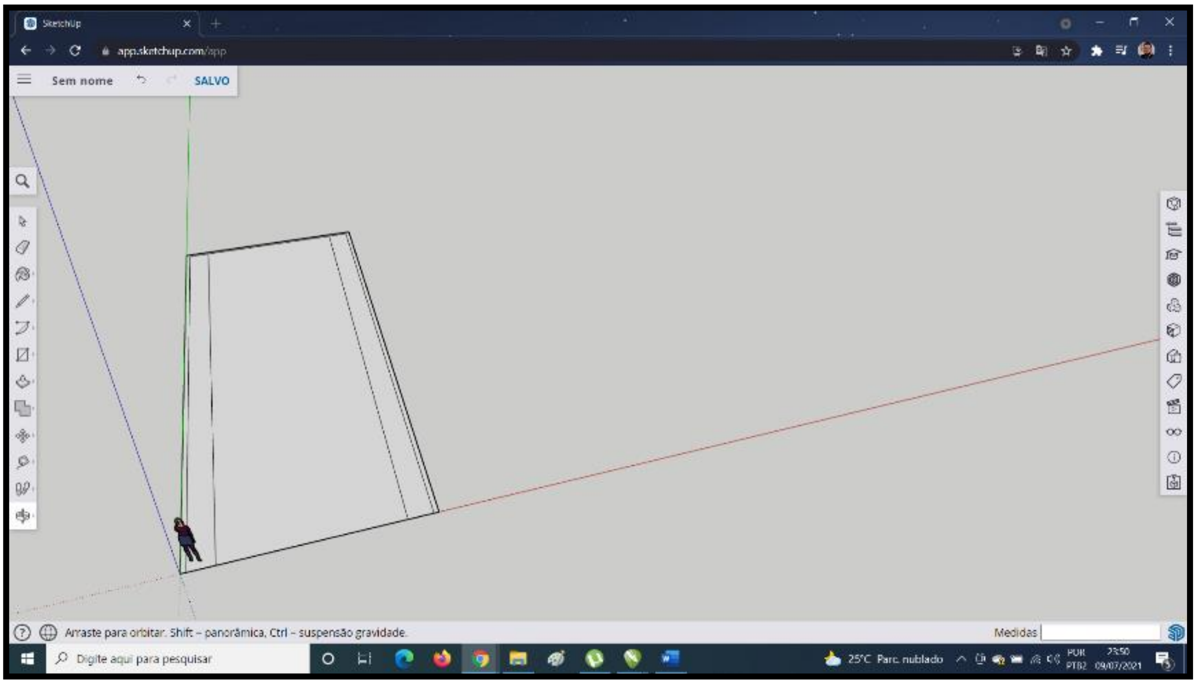


Figura 17 – Delimitação da área livre, valor mínimo utilizável de 0,75m, respeitando a ocupação mínima de um indivíduo, 0,65m. Fonte: Acervo pessoal.

Agora vamos colocar as paredes que representam os compartimentos do consultório projetado, obedecendo as especificações de distanciamento e acessibilidade. O consultório possui uma sala de espera para 20 pessoas sentadas, uma sala de atendimento e controle de prontuário, um banheiro público com acessibilidade, uma sala de exame de vista com banheiro privativo e uma área livre frontal de 2,0m. Vamos usar o comando de linha e a barra de comprimento para delimitar os tamanhos das paredes que representam os compartimentos, além disso, vamos usar a ferramenta fita métrica para fazermos a parede paralela ao limite do terreno, culminando na figura 18.

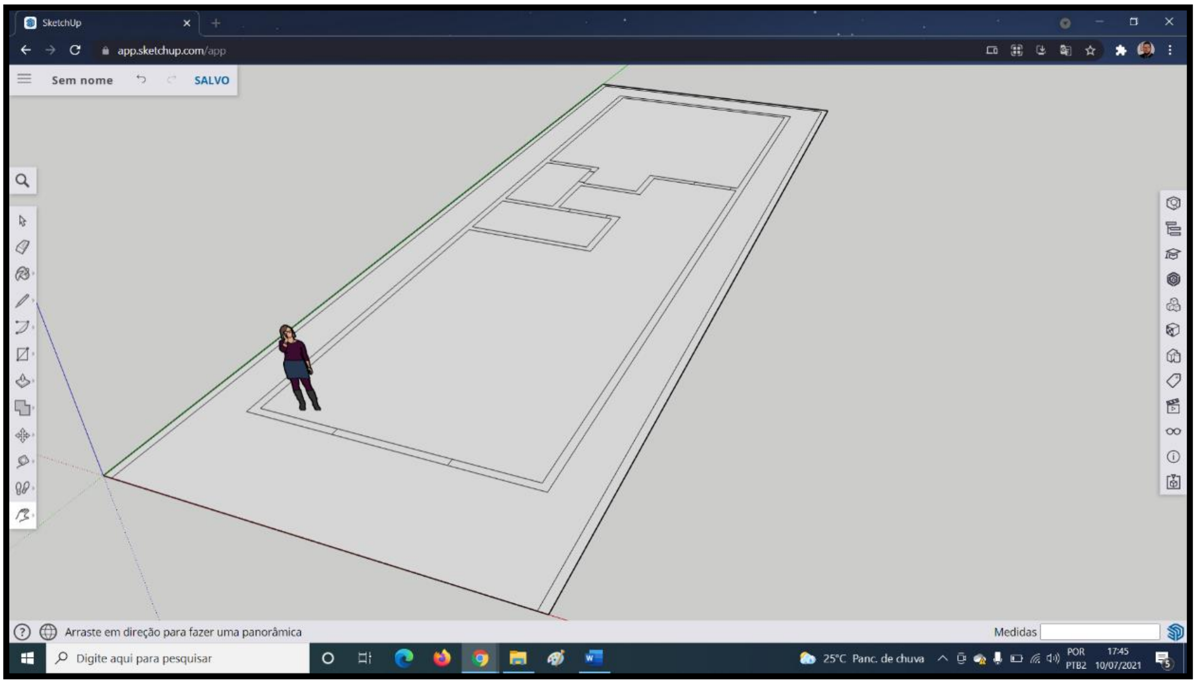


Figura 18 – Delimitação das divisórias e paredes da planta baixa, conforme descrição do problema e espaçamento frontal de 2,0 metros. Fonte: Acervo pessoal.

Agora, vamos utilizar a ferramenta puxe/empurre para levantar a estrutura que representam as paredes do consultório na altura de 3 metros conforme figura 19.

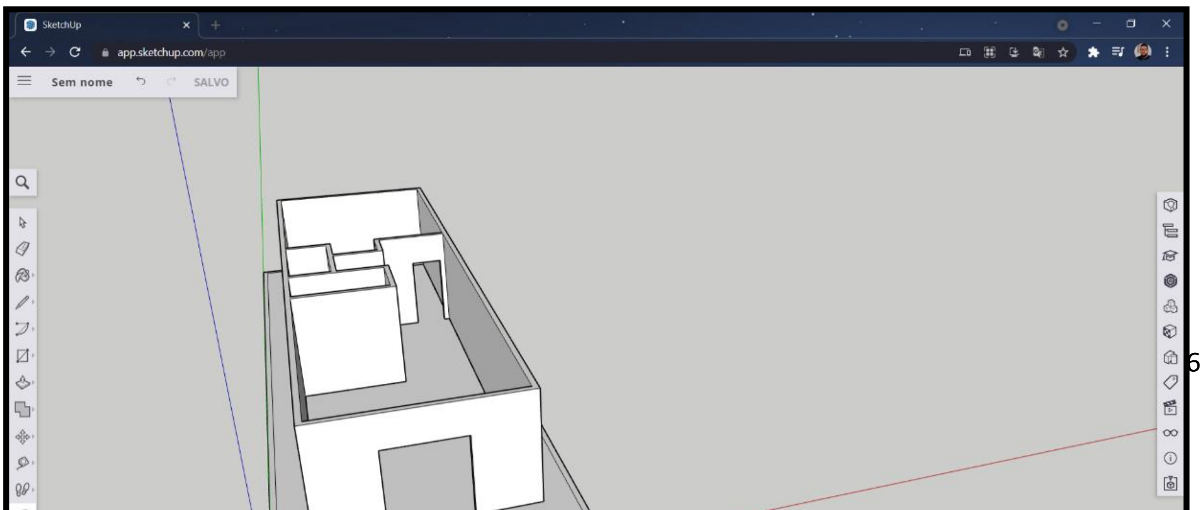


Figura 19 – Levantamento das paredes respeitando a altura mínima, de 3,0 metros, conforme problema. Fonte: Acervo pessoal.

O próximo passo é colocarmos os vãos que representarão as portas, janelas e balancinhos de cada ambiente do consultório. Vamos usar as ferramentas fita métrica, retângulo e empurre/puxe. O primeiro passo é delimitar com a ferramenta fita métrica a dimensão da porta, após isso vamos usar a ferramenta retângulo e por fim a ferramenta puxe/empurre para criar a passagem. A figura 20 mostra o resultado.

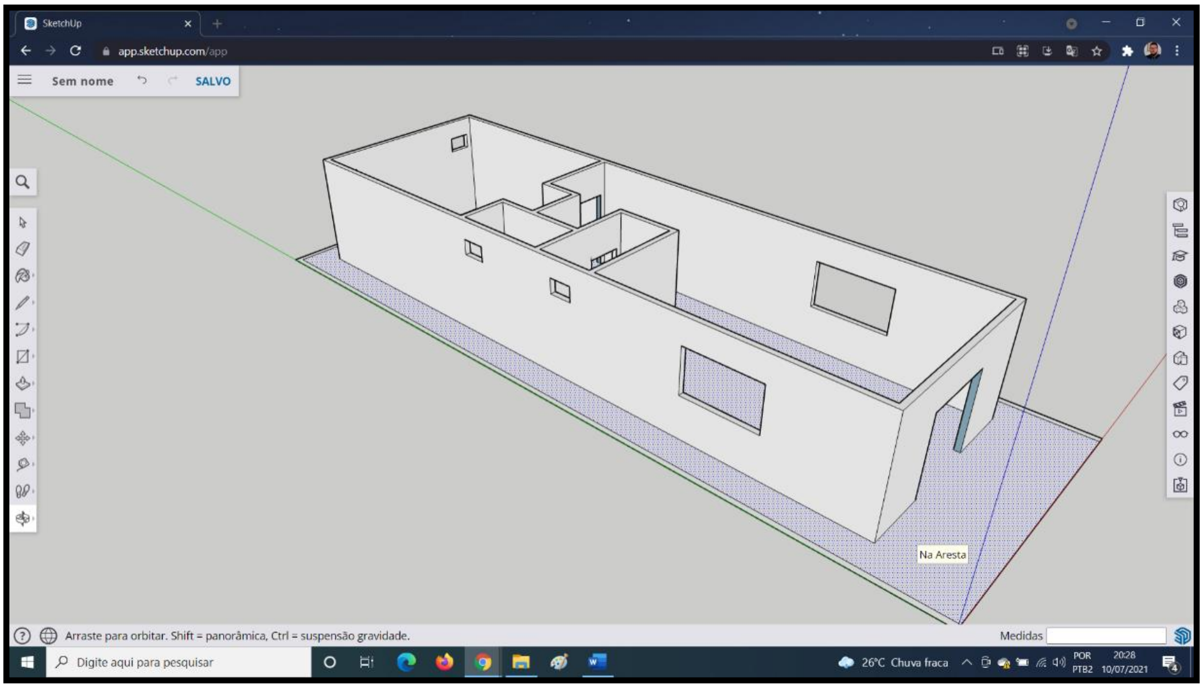


Figura 20 – Construção das portas, janelas e balancinhos, conforme a necessidade de cada ambiente. Fonte: Acervo pessoal.

Nas próximas etapas vamos colocar os detalhes de mobília e acabamento, como janelas de vidro, portas, pia, móveis, eletrodomésticos e eletroeletrônicos. Podemos encontrar objetos prontos na ferramenta 3D Warehouse ou modelar esses objetos.

A Sala de espera deverá comportar o mínimo de 20 pacientes sentados, respeitando a acessibilidade, com porta de entrada acessível, abertura mínima de 0,90m, e passagens laterais: 1,50m à direita e na frontal, 1,20m à esquerda e 1,80m na entrada, com passagem de 0,95m pela mesa de atendimento. Cada cadeira possui medidas de 0,50m por 0,50m. Daí sugerimos o problema.

P1 - Qual deverá ser o número máximo de cadeiras e a distância horizontal entre elas, que satisfaça as condições sugeridas acima, sabendo que a sala possui 4,9m de largura por 7,0m de comprimento e que a distácia mínima, vertical, entre as cadeiras deverá ser 0,30m?

R=

Na horizontal: Teremos: 4,9 - 1,2 - 1,5 = 2,2. Logo, calculando o número máximo de cadeiras com largura 0,50m que cabem no espaço de 2,2m, teremos: 2,2 / 0,5 = 4,4, ou seja, comporta apenas 04 cadeiras, restando 0,4 de outra, isto é, 40% de sua largura: 40% de 0,50m = 0,2m. Logo sobrarão 20cm. Dividindo por três vãos, teremos aproximadamente 7cm de distanciamento.

Na vertical: De forma análoga, teremos: 7 – 1,8 – 1,5 = 3,7. Logo, teremos que calcular o número máximo de cadeiras, com comprimento 0,50m, que cabem no espaço de 3,7m, porém, com 0,30m de espaçamento, vertical, entre cadeiras. Propomos equacionar o problema da seguinte forma:

I - x = número de cadeiras.

II - Cada cadeira terá um excedente de 0,30 a sua frente, menos a primeira fileira, logo:

$$(0{,}50 + 0{,}30) \times x - 0{,}30 = 3{,}70$$

$$0{,}80x = 3{,}70 + 0{,}30$$

$$x = \frac{4}{0{,}8}$$

$$x = 5$$

Portanto, espaço comportará 4 cadeiras na horizontal com espaçamento entre cadeiras, 7cm, e 5 cadeiras na vertical, totalizando 4 x 5 = 20 cadeiras, satisfazendo o mínimo necessário, conforme figura 21.

Figura 21 – Sala de espera, com 1,50m na lateral direita e 1,20m na lateral esquerda, respeitando a acessibiliade, visão de cima. Fonte: Acervo pessoal.

Para a construção da porta de entrada, optou-se pela porta de vidro, de correr, com 04 folhas. Porém, o seguinte problema foi gerado:

P2 - Considerando uma abertura mínima de 0,90m, para acessibilidade, e que cada folha, das portas de vidro centrais, devem disponibilizar 7cm de sua borda para o uso de fechadura e puxadores, bem como, as portas fixas e as centrais deverão ter uma sobra de 4cm quando fechadas (controle de passagem de ar). Calcular quanto deve ser a largura do vão da porta para que satisfaça as condições mínimas sugeridas? E a largura das 4 folhas da porta de vidro.

R =

Para uma abertura de 90cm, teremos 45cm de vão útil para cada porta central.

Como cada porta central terá uma perda de 7cm. Denominamos de x cada largura, e calculamos:

$$x - 7 = 45$$

$$x = 52cm$$

Assim as duas portas centrais com 52 cm totalizarão 1,04m quando fechadas e 90cm quando abertas. Restando para cada porta de vidro fixo, y cm de largura.

$$y + 7 = 55$$

$$y = 48cm$$

Como as portas, centrais e fixas, deverão ter 4cm de sobra quando fechadas, então cada porta fixa deverá sofrer um aumento de 4cm e, portanto, ficarão com 52cm cada.

Conclui-se que, para que tenhamos uma abertura mínima central de 0,90m:

1 – A largura do vão deverá ter 2,08m de largura.

2 – As 04 folhas da porta de vidro deverão ter 0,52m cada.

Assim, para satisfazer as condições mínimas de acessibilidade, construimos a porta central com 2,08m de largura por 2,10m de altura, conforme figura 22.

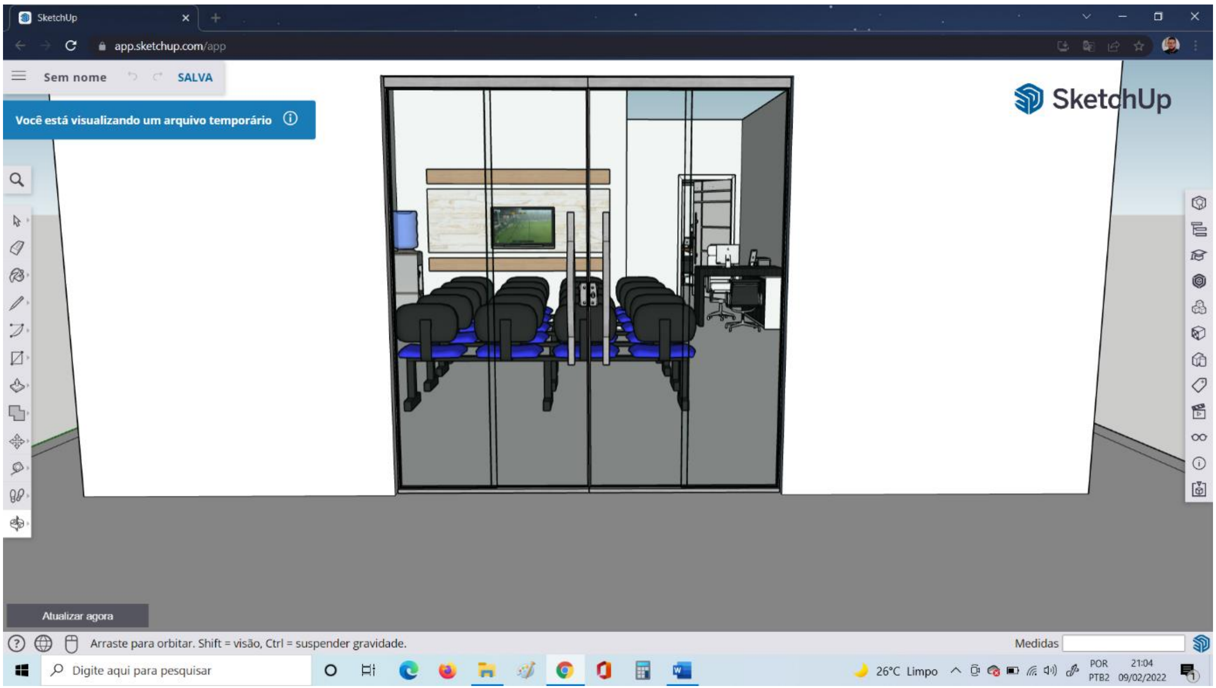


Figura 22 – Porta de vidro com medidas 0,52m cada e vão 2,08m por 2,10m.

Para a construção da sala de exames oftalmológicos, levou-se em consideração cada espaço e para que seriam utilizados. Sendo previamente calculados de acordo com as recomendações técnicas. Considerando o espaço útil da sala 4,9m de largura por 5,55m de comprimento com uma pequena abertura de 1,35m por 1,05, conforme figura 23. Perguntamos:

P3 - Qual deve ser o tamanho do optotipo construído sob o ângulo de 5’ de arco e que deve ser visto nitidamente a 6,10m do observador? Dados (1ft = 30,5cm; $tg\ (5') = 0{,}0014544$).

R =

Como 6,10m = 6100mm, Aplicamos a relação trigonométrica.

T.L. = Tamanho da Letra observada

D.L. = Distância da Letra até o observador

$$tg\ (5') = \frac{T.L.}{D.L.}$$

$$0{,}0014544 = \frac{T.L}{6100}$$

$$T.L. = 0{,}0014544 \times 6100$$

$$T.L. = 8{,}87mm$$

Logo para essa distância o paciente emetrope deverá ser capaz de enxergar um optotipo de 8,87mm, conforme figura 23.

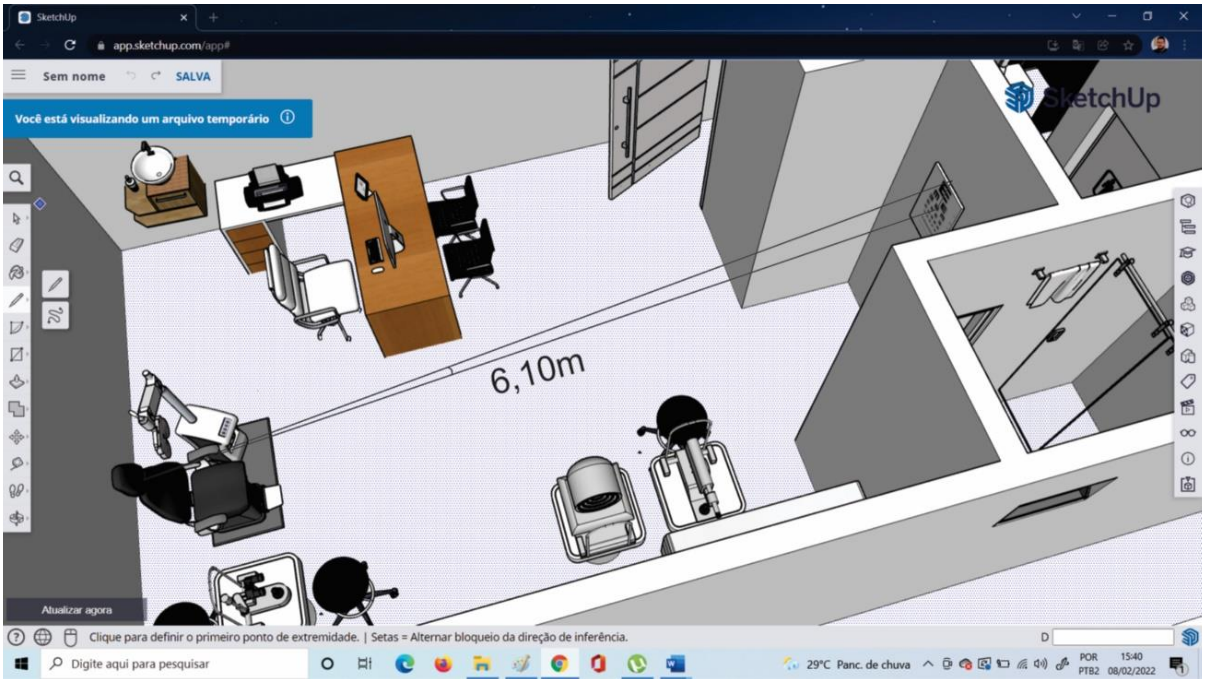


Figura 23 – Consultório dimensionado de acordo com as especificações do problema: Distância de atendimento a 6,10m da tabela de optotipos, indicando o ângulo visual direcionado a um dado optotipo. Fonte: Acervo pessoal.

P4 – Se um paciente estivesse a uma distância 5 metros da tabela de optotipos, qual seria as medidas do optotipo para uma visão 100%?

R=

Aplica-se a relação trigonométrica.

T.L. = Tamanho da Letra observada

D.L. = Distância da Letra até o observador

$$tg\ (5') = \frac{T.L.}{D.L.}$$

$$0{,}0014544 = \frac{T.L}{5000}$$

$$T.L. = 0{,}0014544 \times 5000$$

$$T.L. = 7{,}3mm$$

Assim, para essa distância o paciente emetrope deverá ser capaz de enxergar um optotipo de 7,3 mm, conforme figura 24.

Concluímos que a tabela de optotipos poderá ser construída a partir das diversas distâncias do observador, respeitando o limite máximo de 6,10m (conforme literatura).

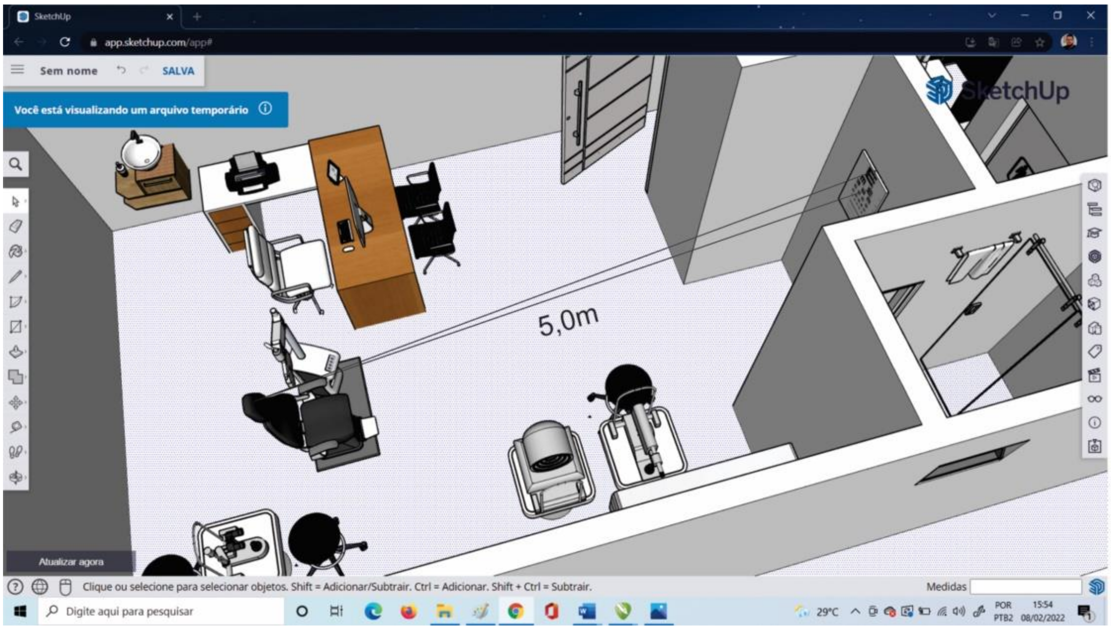
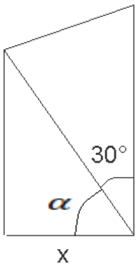


Figura 24 –Distância de atendimento com cadeira posicionada a 5m da tabela de optotipos, conforme flexibilidade de até 3,50m solicitada. Fonte: Acervo pessoal

P5 – Calcular quanto a mais seria necessário no comprimento do consultório, caso a cadeira do paciente fosse fixa, à 6,10m da tabela de optotipos com a possibilidade de reclinar para trás em até 30°, sabendo que o comprimento do encosto da cadeira do paciente é igual a 1 metro, conforme a figura 25.

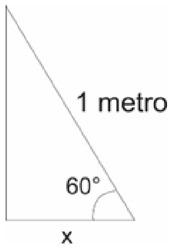
R =

Sendo x a medida requerida e considerando a altura da cabeceira da cadeira ao chão do consultório, teremos:



$\alpha + 30° = 90°$

$\alpha = 60°$



$$\cos 60° = \frac{x}{1} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{1}$$

Logo x = 0,5 m

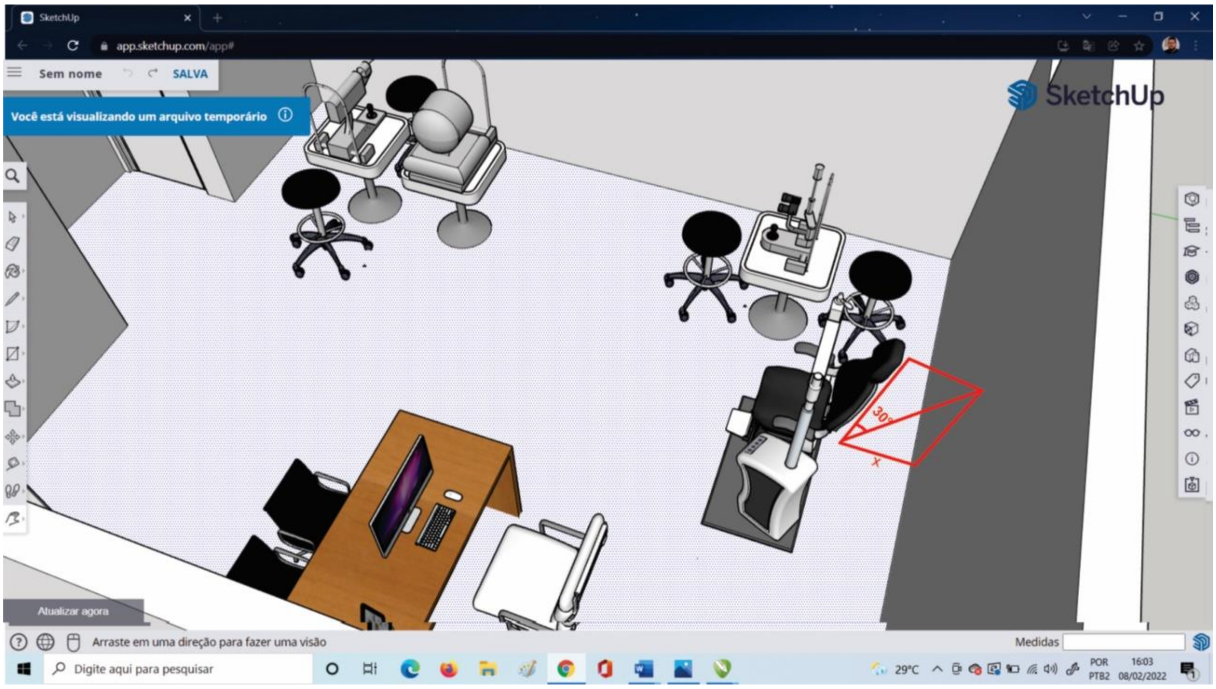
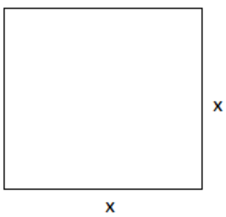


Figura 25 – Consultório dimensionado de acordo com as especificações do problema: Distância de atendimento a 6,10m da tabela de optotipos, com sobra de 0,50m para trás, reclinação de 30°, conforme solicitado. Fonte: Acervo pessoal

P6 – Calcular o espaço de 1,2m² a frente do paciente com o refrator de Greens.

R=

Optamos por deixar este espaço de formato quadrangular, conforme a figura 26. Desta forma:

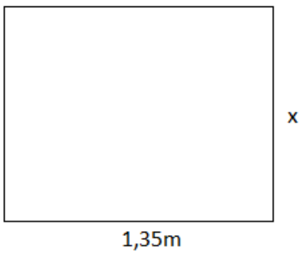


$$x \times x = 1{,}2$$
$$x^2 = 1{,}2$$
$$x = \sqrt{1{,}2}$$
$$x \cong 1{,}1m$$

P7 - Calcular o espaço de 1,5m² para os três aparelhos computadorizados, de modo a não atrapalhar uns aos outros.

R=

Para não ficar na frente da tabela de optotipos, utilizamos o mínimo de largura a partir da parede, ou seja, 1,35m. assim, para chegar a esta área utilizamos um espaço retangular conforme figura 26. Desta forma:



$$1{,}35 \times x = 1{,}5$$
$$x = \frac{1{,}5}{1{,}35}$$
$$x \cong 1{,}11m$$

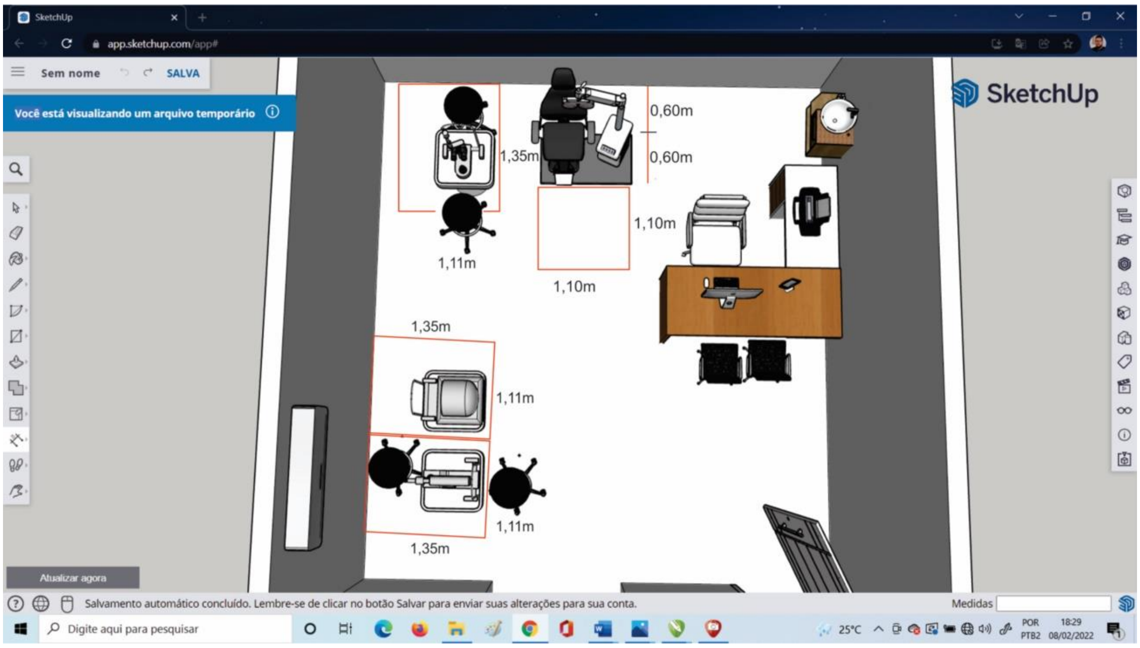


Figura 26 – Consultório dimensionado de acordo com as especificações do problema: Com as respectivas medidas conforme as superfícies estabelecidas no problema. Fonte: Acervo pessoal

P8 - Calcular um espaço para o posicionamento de uma mesa de atendimento, com medidas mínimas de 1,20m por 0,50m, com três cadeiras, e pia, considerando o espaço de 1m² ao lado da cadeira de refração.

R=

Para a utilização da mesa calculamos a sobra de largura e comprimento, após posicionamento dos aparelhos.

Na Horizontal: Como em frente a cadeira de refração já temos 1,10m, se retirarmos 0,60m da cadeira teremos 1,10 -0,60 =0,50m, logo para o manuseio do Greens precisaremos apenas de mais 0,50m (cumprindo com a solicitação de 1m² ao lado da cadeira, 1,0mx1,0m). Assim teremos: 4,9 – 1,11 – 1,10 – 0,50 = 2,19m de sobra.

Na vertical: No lado direito contamos com 1,20m distancia entre cadeira e parede e 1,10m em frente a cadeira, logo teremos: 5,55 - 1,20 – 1,10 = 3,25m de sobra.

Portanto, conseguiremos colocar uma mesa de 1,70m por 0,50m, com espaçamento vertical de 1,0m para as cadeiras, conforme figura 27. restando ainda: 2,19 -1,70 = 0,49m na largura e 3,25 - 1 - 0,50 – 1 = 0,75m no comprimento.

Obs: Como na largura da sala temos uma sobra de 0,49m, concluímos que a mesa poderá ter uma flexibilidade em seu posicionamento vertical de: 1,20 + 1,10 + 0,75 = 3,05m, possibilitando a instalação de uma pia e a abertura da porta sem perdas, conforme figura 27.

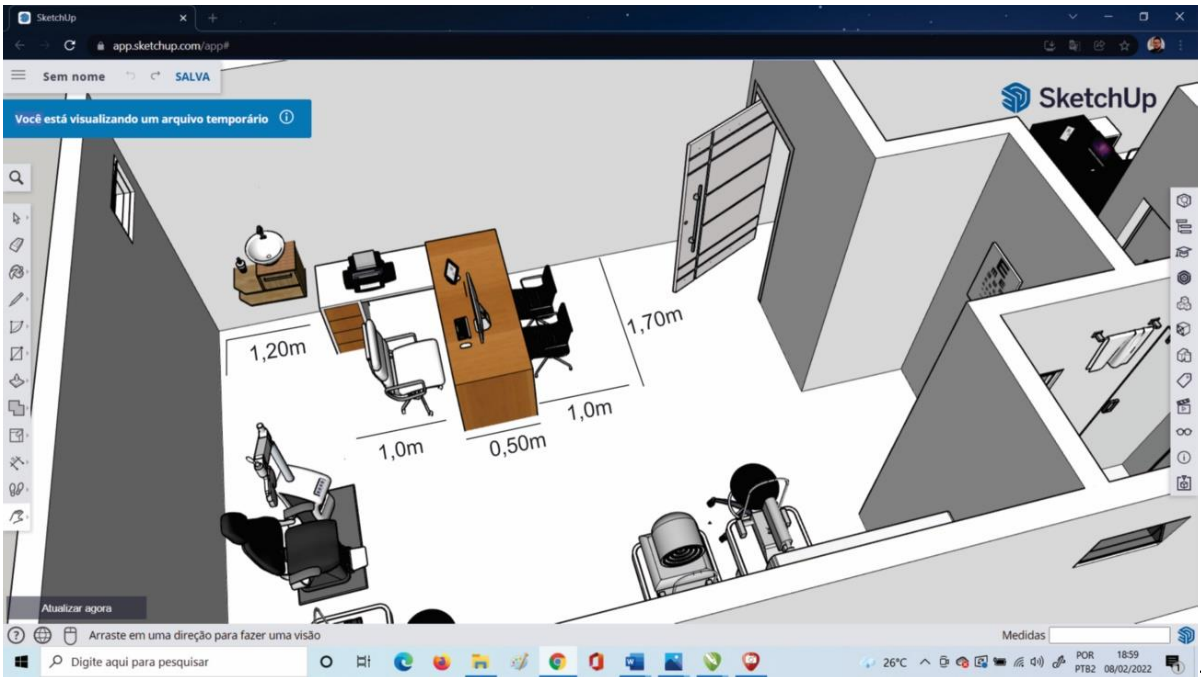


Figura 27 – Consultório dimensionado de acordo com as especificações do problema: Distanciamento e medidas, observando as sobras para pia e movimento de porta, conforme solicitado. Fonte: Acervo pessoal

Seguindo as prerrogativas do consultório, temos um banheiro público, com acessibilidade, com medidas: 1,50m por 2,70m e porta de 0,90m, conforme figura 28.

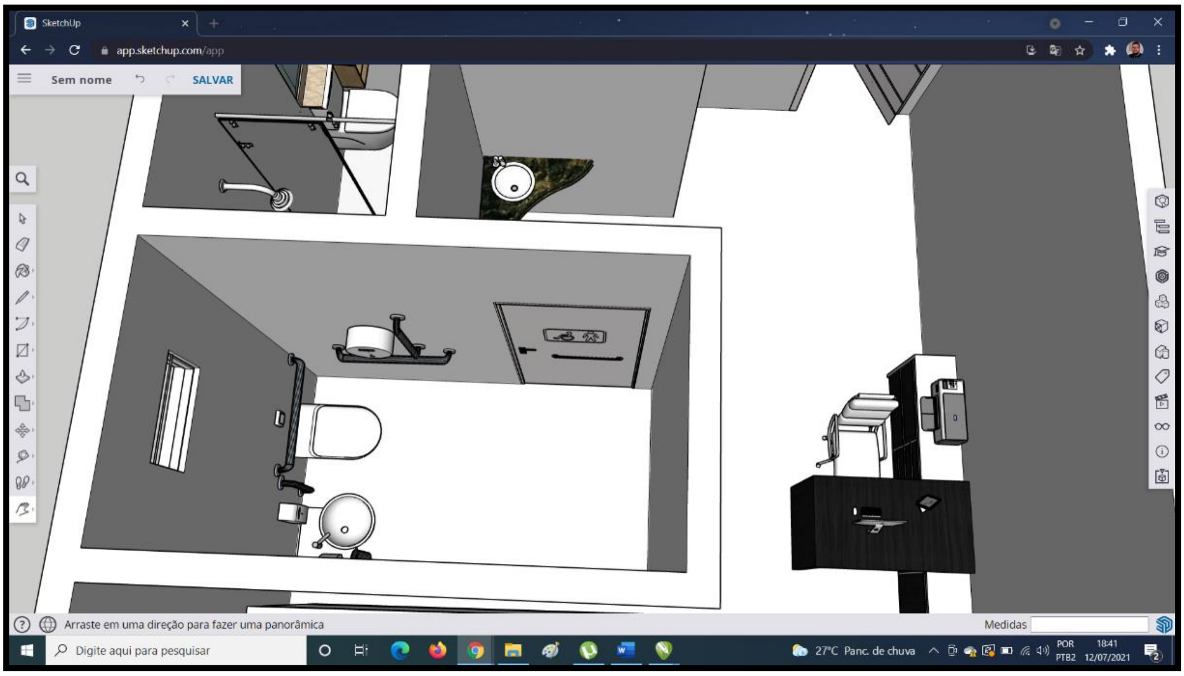


Figura 28 – Banheiro público com acessibilidade, com porta dimensionada a 0,90 m de largura. Fonte: Acervo pessoal.

Banheiro privativo da sala de exames, com medidas 1,20m por 2,40m

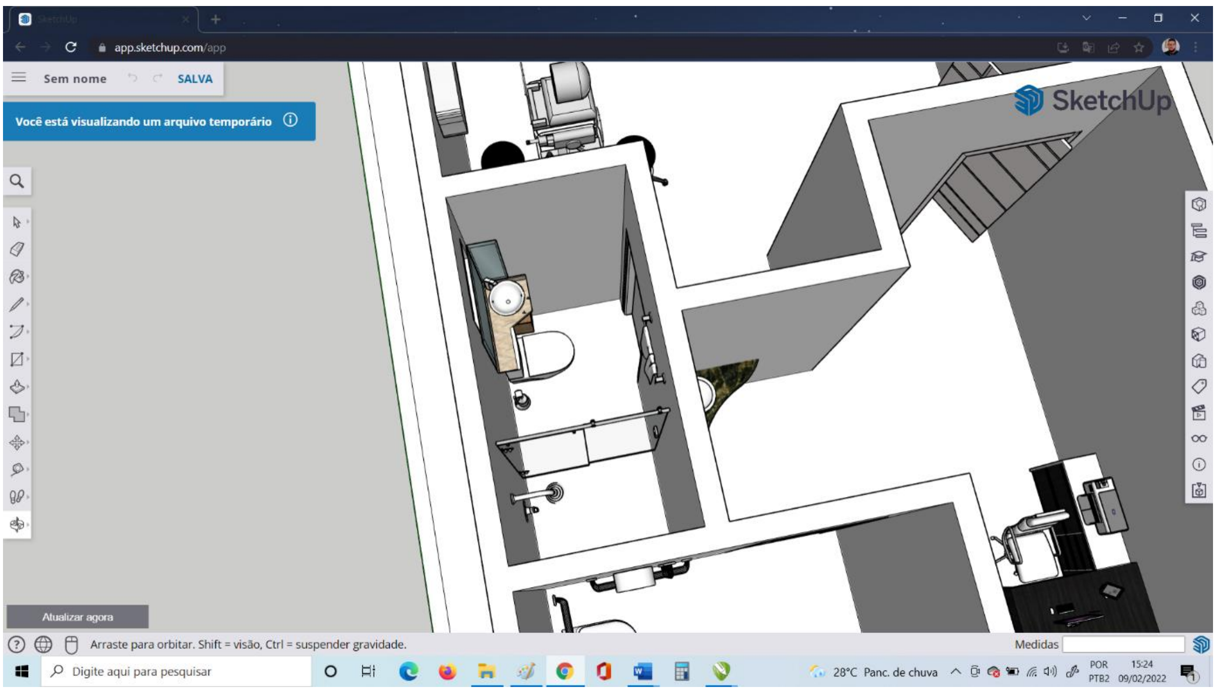


Figura 29 – Banheiro privativo. Fonte: Acervo pessoal.

Sala de atendimento com arquivo e prontuários.

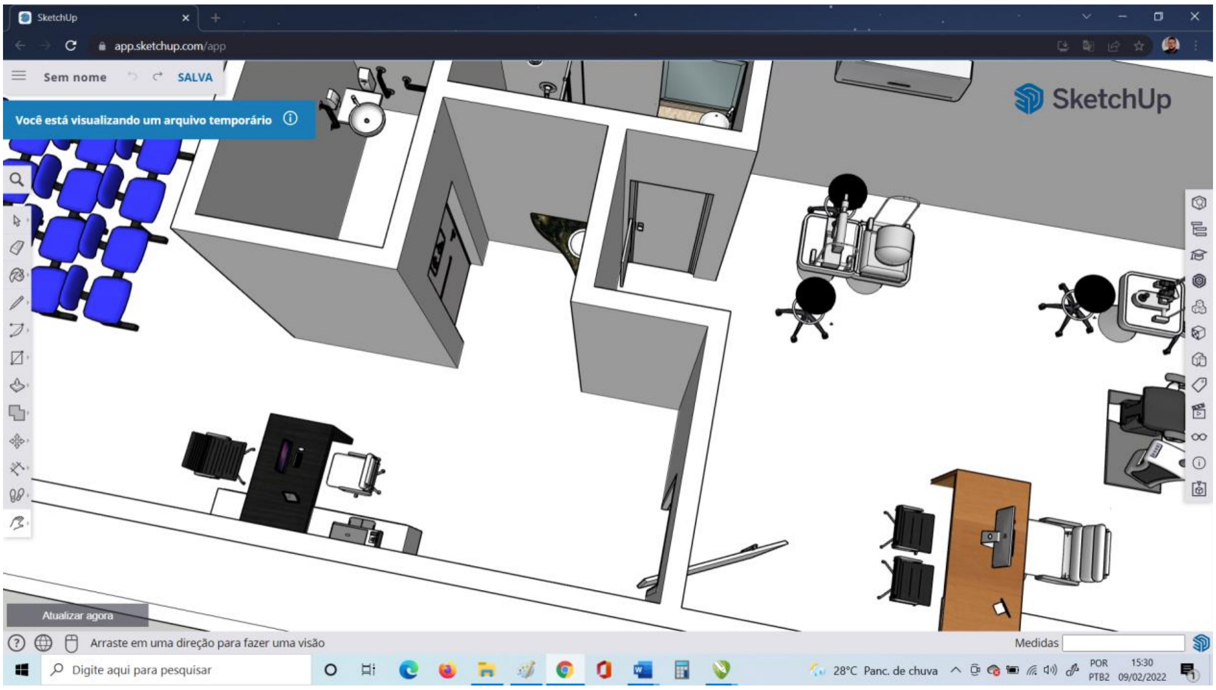


Figura 30 – Sala de atendimento e arquivo, com pia pública. Fonte: acervo pessoal.

Consultório completo conforme situação proposta.

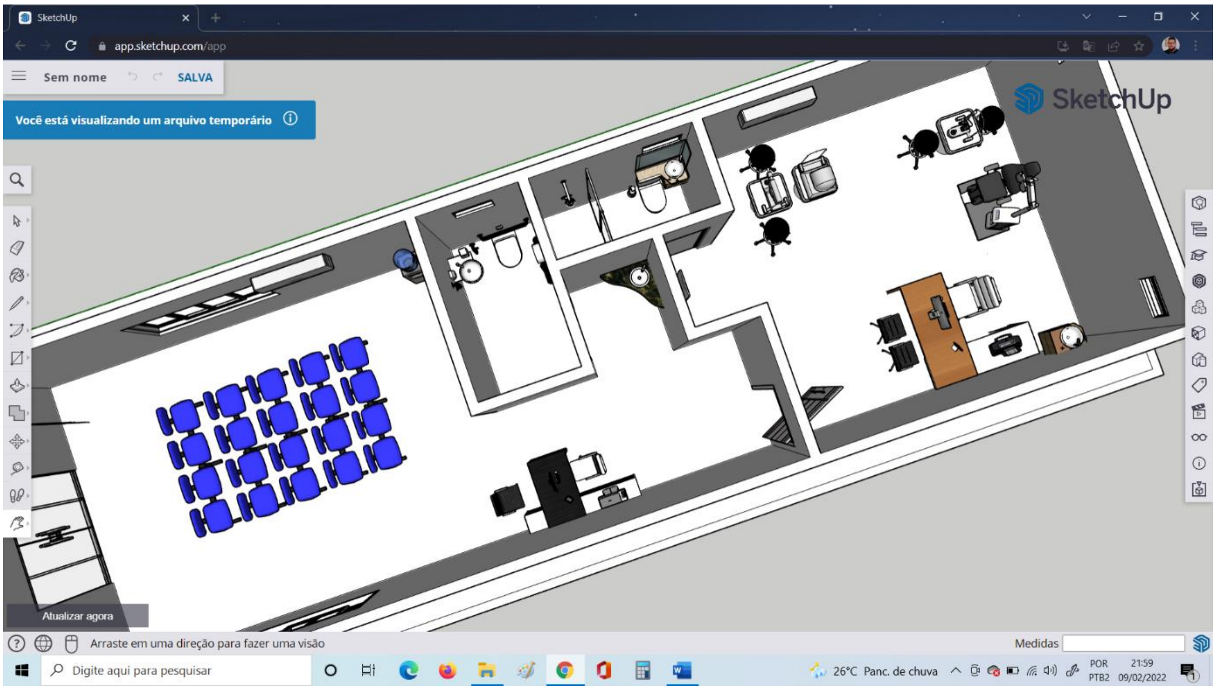


Figura 31 – Consultório com mobília completa, conforme especificações do problema. Fonte: Acervo pessoal.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A trigonometria muitas vezes é uma disciplina vista pelos alunos como muito complexa de ser compreendida. Em vista disso, metodologias principiaram experimentos durante o processo de ensino e aprendizagem, no qual o aluno estimulado passa a ter um papel ativo no processo do conhecimento e então fica instigado a apreender esta disciplina. Em meio a diversas metodologias que são empregadas pelos educadores em classe, temos o uso dos programas computacionais.

O alvo deste trabalho foi trazer à discussão do uso de Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) como uma metodologia capaz de melhorar o processo de ensino de matemática, tendo em evidencia o ensino e aprendizagem de trigonometria através do software SketchUp.

Buscaram-se nessa investigação as origens e características do ensino de trigonometria; o mapeamento conceitual e histórico da construção da tabela de optotipo de Snellen, recomendações para as TICs e a limitação: adequação, discordância e modelos de utilização de Softwares em sala de aula, durante as aulas de matemática.

Diante do levantamento bibliográfico feito, de estudos que colaboraram para a evolução deste trabalho, é possível observar que o uso de computador como ferramenta durante as aulas de matemática é uma metodologia capaz de aperfeiçoar o processo de ensino e aprendizagem. Ainda há algumas barreiras que bloqueiam o emprego desses recursos metodológicos em sala de aula, como é apontado no presente estudo, pois algumas aplicações mais avançadas do programa não são gratuitas.

O uso do Software SketchUp, sob um panorama otimista em sala de aula durante o ensino de matemática pode melhorar a relação do aluno com a disciplina de trigonometria e, além do que, pode abrir os horizontes do educando na medida em que o mesmo consegue, dentro de uma perspectiva matemática, observar e associar com outros contextos como, por exemplo, o Consultório Oftalmológico apresentado no presente estudo.

Sendo assim, o professor pode submergir os alunos em um contexto matemático tecnológico intradisciplinar e fazer com que eles desenvolvam estratégias para manipulação do aplicativo, fazendo-os refletir sobre os novos conhecimentos, o que conheciam e como o uso de tal ferramenta facilita o entendimento de trigonometria, bem como outros conteúdos matemáticos, no âmbito escolar.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R. C. **Ensino–aprendizagem com modelagem matemática**: Uma nova estratégia. São Paulo: Editora Contexto, 2002. Capítulos 2 e 3. Disponível em: https://igce.rc.unesp.br/Home/Departamentos47/matematica/renata-modelagemmatematica.pdf. Acesso em 13 Jul. 2021.

CRUZ, A. A. V. **Acuidade visual normal não é igual a 1**. Rev. Bras. Oftalmol., v. 47, n. 6, p. 31–37, 1998.

DANTAS, R. Arruda. **Validação de Escalas Optométricas de Figuras**. Fortaleza: UFC, 2006. Disponível em https://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/2146/1/2006_tese_radantas.pdf. Acesso em: 20 de Dezembro de 2021.

DELRÍO, E. G. **Óptica fisiológica clínica**. 3. ed. Barcelona: Toray, 1976. 1325p.

DUKE-ELDER'S, S. **Refração prática**. Rio de Janeiro: Rio Med Livros, 1997. 313p.

MATEOS**,** M. A. F. **Óptica fisiológica**. Espanha: Edita Servicio de Publicaciones, 1993.t.1.

MONDADORI, R. D. **Optometria comportamental como modelo de análise para reconhecimento de distúrbios.** Centro Integrado de Estudos e Pesquisas do Homem. Escola de Educação Profissional de Santa Clara. Disponível em: www.cieph.com.br/pesquisas.html. Acesso em: 20 set. 2003.

RAIOL, Everaldo da Silva. **O surgimento das trigonometrias em diferentes culturas e as relações estabelecidas entre elas.** Dissertação de Mestrado – UFPA. 2014.

REIS, C.S.C. de Miranda. **Verificação da Acuidade Visual**. Ed. Filadélfia. Curitiba-PR, 2016.

SILVA, Wellington da. **O ensino de trigonometria**: perspectivas do ensino fundamental ao médio. Dissertação de Mestrado. UNESP *Universidade Estadual Paulista* "*Júlio de Mesquita Filho*". 2013.

SILVA, J. A. L. **Modelagem Matemática e o ensino da geometria plana em atividades remotas para o 8° ano**. 2021. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2021.

SOUZA, M. S., NASCIMENTO, R. A, BENUTTI, M. A. **O uso do SketchUp como ferramenta no** ensino de geometria descritiva**.** XI Seminário do Programa de Pós-Graduação em Desenho, Cultura e Interatividade. São Paulo. 2015.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. **Ótica para alunos do ensino médio**. Programa Educar da USP. Disponível em: http://educar.se.usp.br/otica/refracao.htm. Acesso em: 20 de Julho de 2021.

DADOS REFERENTES AOS AUTORES:

Alexandre Ferreira da Silva – Bacharel em Economia, Licenciado em Matemática, Mestrando em Ensino da Matemática pela Universidade do Estado do Pará. Professor concursado de Matemática das Secretarias de Educação do Estado do Pará e do Município de Ananindeua (PA).

E-mail: alexandre.fdsilva@escola.seduc.pa.gov.br.

Denis Heitor Damasceno da Silva – Licenciado em Matemática pela Universidade do Estado do Pará – UEPA (2006), Especialista em Fundamentos da Matemática Elementar pela Universidade do Estado do Pará – UEPA (2008), Tecnólogo em Processamento de Dados pelo Centro de Ensino Superior do Pará – CESUPA (2001), Técnico em Óptica e Optometria pelo Instituto Filadélfia – Ribeirão Preto/SP, Mestrando em Ensino da Matemática pela Universidade do Estado do Pará - UEPA. Concursado da Secretaria do Estado de Educação do Estado do Pará e da Secretaria Municipal de Educação do Município de Concórdia do Pará. E-mail: profdenisheitor@gmail.com.

Lourival dos Santos Nascimento Júnior – Licenciado em Matemática, Mestrando em Matemática pela Universidade do Estado do Pará. Professor de instituições privadas de ensino do município de Belém do Pará. E-mails: lourival.junior@aluno.uepa.br;

nascimentoeduc@gmail.com.

Fábio José da Costa Alves - Possui Licenciatura em Matemática pela União das Escolas Superiores do Pará - UNESPa (1990), Licenciatura em Ciências de 1º Grau pela União das Escolas Superiores do Pará - UNESPa (1989), graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Pará – UFPA (1994), Mestrado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará - UFPA (1999), Doutorado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará - UFPA (2003) e Pós-Doutorado pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de

Ciências e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN (2017). Atualmente é Professor Adjunto IV da Universidade do Estado do Pará, Docente do Mestrado em Educação/UEPA e Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA. Líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias e Vice líder do Grupo de Pesquisa em Cognição e Educação Matemática da UEPA. Está atuando no desenvolvimento de software educativo para o ensino de matemática. Têm experiência em Educação Matemática e matemática aplicada. Tem experiência na área do ensino a distância. Tem experiência em Geociências, com ênfase em Geofísica Aplicada, nos temas: Deconvolução, Filtragem com Wiener, Atenuação e Supressão de múltiplas.

Roberto Paulo Bibas Fialho - É Graduado em Arquitetura e Urbanismo pela União das Escolas Superiores do Pará (1989), Mestre em Desenvolvimento Sustentável do Trópico Úmido pela Universidade Federal do Pará (1998). É artista plástico e Especialista em educação pela UNAMA (1994) e em design de móveis pela Universidade do Estado do Pará (2006). É também membro do Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, do CCSE/UEPA.

Eliza Souza da Silva - É Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1995), Mestre em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos (2006) e Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2015). É coordenadora de TCC do curso de matemática e de trabalho de conclusão da Universidade do Estado do Pará