

PRODUTO EDUCACIONAL

Atividades dinâmicas para o ensino de vetores na plataforma GeoGebra.

KARINA DO NASCIMENTO ARENA

JOINVILLE, SC
2021

Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA
Programa: ENSINO DE CIÊNCIAS, MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS
Nível: MESTRADO PROFISSIONAL
Área de Concentração: Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias.
Linha de Pesquisa: Práticas Educativas e Processos de Aprendizagem no Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias.
Título: Atividades dinâmicas para o ensino de vetores na plataforma GeoGebra
Autor: Karina do Nascimento Arena
Orientador: Rogério de Aguiar
Coorientador: Ivanete Zuchi Siple
Data: 17/12/2021

Produto Educacional: Livro Digital
Nível de ensino: Ensino Superior.
Área de Conhecimento: Matemática
Tema: Ensino de vetores

Descrição do Produto Educacional:

O produto educacional é um livro dinâmico construído no site do GeoGebra, na opção do Geogebra Book. Aborda os conteúdos de coordenadas no plano e no espaço, igualdade de vetores, vetores paralelos, soma de vetores, multiplicação de um vetor por um escalar, ângulo entre vetores no plano, projeção de um vetor, área e volume.

Biblioteca Universitária UDESC: <http://www.udesc.br/bibliotecauniversitaria>

Publicação Associada: [Práticas Matemáticas no Ensino de Vetores: A conversão de registros de representação semiótica com apoio de um livro dinâmico]

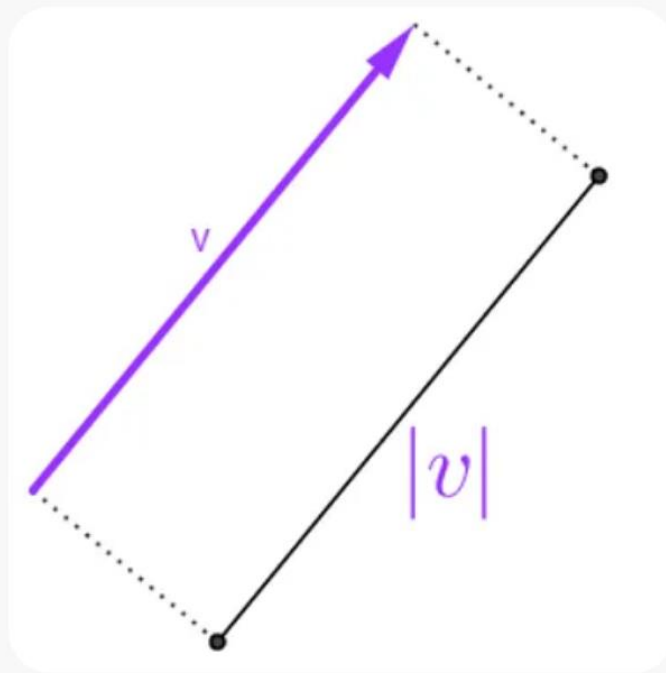
URL: <http://www.udesc.br/cct/ppgecmt>

Arquivo	*Descrição	Formato
Registrar tamanho, ex. 38kb	Texto completo	Adobe PDF

Este item está licenciado sob uma [Licença Creative Commons](#)

Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual CC BY-NC-SA

Atividades dinâmicas para o ensino de vetores na plataforma GeoGebra



Caro (a) professor (a),

Este Produto Educacional¹ é resultado do desenvolvimento da pesquisa intitulada “Práticas Matemáticas no Ensino de Vetores: a conversão de registros de representação semiótica com apoio de um livro dinâmico²” realizada no âmbito do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), sob a orientação do Prof. Dr. Rogério de Aguiar e Coorientação da Profa. Dra. Ivanete Zuchi Siple.

O objetivo desse produto educacional é proporcionar atividades de vetores numa abordagem dinâmica, podendo auxiliar tanto os professores quanto os alunos nos processos de ensino e aprendizagem de Geometria Analítica.

O produto educacional é um livro dinâmico criado na plataforma do Geogebra, trata-se de um recurso on-line que permite ao usuário que tenha uma conta criar uma espécie de livro na plataforma do *GeoGebra*. (LEMKE, 2017.)

Neste recurso podemos inserir capítulos ou seções, podendo criar atividades com o uso de diferentes recursos da plataforma, tais como *applets*, textos, questões com respostas curtas, descritivas e alternativas de múltipla escolha com *feedback* rápido. Também é possível inserir vídeos, sendo esses enviados para plataformas do tipo Youtube e Vimeo, arquivos de som, imagens, arquivos em pdf e disponibilizar links de sites, acessível para ser trabalhar na Educação Básica ou Superior. Segundo Kristinsdóttir (2016) o *Geogebra Book* é um recurso intuitivo, por isso fácil de usar, compartilhável e disponível para ser utilizado em todos os aplicativos.

Esse tipo de livro se diferencia de outros formatos online por promover, segundo Nobriga e Siple (2020), uma interação dinâmica entre mais de um tipo de representação do mesmo objeto de forma que essas representações se conectem, de modo que quando o estudante vai explorar uma representação A, a representação B também vai se modificando, levando o aluno a construção do conhecimento acerca do que está sendo trabalhado.

O livro dinâmico intitulado “Atividades dinâmicas para o ensino de vetores na plataforma GeoGebra” aborda conteúdos no ensino de vetores no plano e no espaço indo ao encontro dos temas abordados na disciplina de Geometria Analítica, como por exemplo operações com vetores no plano. Está disponível de forma online e gratuita, por meio do link

1 <https://www.geogebra.org/m/y8mep7qp>

2 <http://www.udesc.br/cct/ppgecmt>

do produto educacional ou pesquise no site³ do GeoGebra pelo nome do produto educacional, ou palavras-chave como produto educacional Karina. O acesso pode ser feito por smartphones, mas indicamos que o acesso seja realizado por desktop e/ou tablet para que possa ter uma melhor visualização dos *applets*.

O professor/usuário ao acessar o livro dinâmico, encontrará uma página inicial e poderá compartilhar todo o e-book com seus alunos em uma sala de aula, o Geogebra Classroom. Poderá também navegar por todos os capítulos, tendo acesso às atividades que o compõe, podendo salvar as atividades em seus favoritos e fazer edições sendo possível fazer o download do *applet* para que possa utilizá-los de modo offline. O usuário pode escolher a melhor forma de utilizar o livro dinâmico.

Esse produto educacional já foi utilizado por professores em suas aulas de Geometria Analítica de forma online síncronas e assíncronas, possibilitando ao aluno, por meio da exploração dos *applets*, a percepção das diferentes representações do vetor e a assimilação das suas propriedades e operações antes da formalização do conteúdo pelo professor. Os resultados dessas experimentações estão descritos na dissertação Práticas Matemáticas no Ensino de Vetores: a conversão de registros de representação semiótica com apoio de um livro dinâmico - vinculada a esse produto educacional.

Em termos de implementação, o produto foi dividido em 6 capítulos.

1. Apresentação
2. Coordenadas no plano e no espaço
3. Igualdade de vetores
4. Operação com vetores no plano
5. Produto escalar
6. Área e volume

Esperamos que esse material contribua para a prática docente e para a aprendizagem dos alunos.

³ <https://www.geogebra.org/>

Figuras

Figura 1: Tela inicial do produto educacional	8
Figura 2: Tela de apresentação do livro dinâmico.....	9
Figura 3: Conexão entre as representações por meio das cores	10
Figura 4: Tela inicial do capítulo coordenadas no plano e no espaço	11
Figura 5: Atividade coordenadas do ponto no plano	12
Figura 6: Atividade coordenadas do vetor no plano cartesiano.....	13
Figura 7: Atividade coordenadas do vetor no espaço.....	15
Figura 8: Atividade de Representação de Vetor no Espaço	16
Figura 9: Atividade desenhando o vetor no espaço	17
Figura 10: Atividade vetor dado por dois pontos	18
Figura 11: Tela inicial do capítulo igualdade de vetores.....	19
Figura 12: Atividade vetor paralelo.....	20
Figura 13: Atividade igualdade de vetor	21
Figura 14: Atividade igualdade de vetores no plano na prática(1).....	23
Figura 15: Atividade igualdade de vetor na prática (2).....	24
Figura 16: Tela inicial do capítulo operações com vetores	25
Figura 17: Atividade soma de vetores	26
Figura 18: Atividade multiplicação de um vetor por um escalar	27
Figura 19: Tela inicial do capítulo produto escalar	29
Figura 20: Atividade ângulo entre vetores no plano.....	30
Figura 21: Atividade projeção de um vetor	31
Figura 22: Tela inicial do sexto capítulo: área e volume.....	33
Figura 23: Atividade área do triângulo e paralelogramo	34
Figura 24: Atividade volume do paralelepípedo	35
Figura 25: Tela inicial do GeoGebraBook: atividades dinâmicas para o ensino de vetores	36
Figura 26: Tela para acessar o GeoGebra Classroom caso não esteja logado na plataforma GeoGebra ou não tenha conta.....	37
Figura 27: Página para nomear sua sala de aula virtual	38
Figura 28: Interface da sala de aula virtual.....	38
Figura 29: Tela para compartilhar a sala com outro professor	39
Figura 30: Criar sala de uma atividade do livro dinâmico	40

Tabela

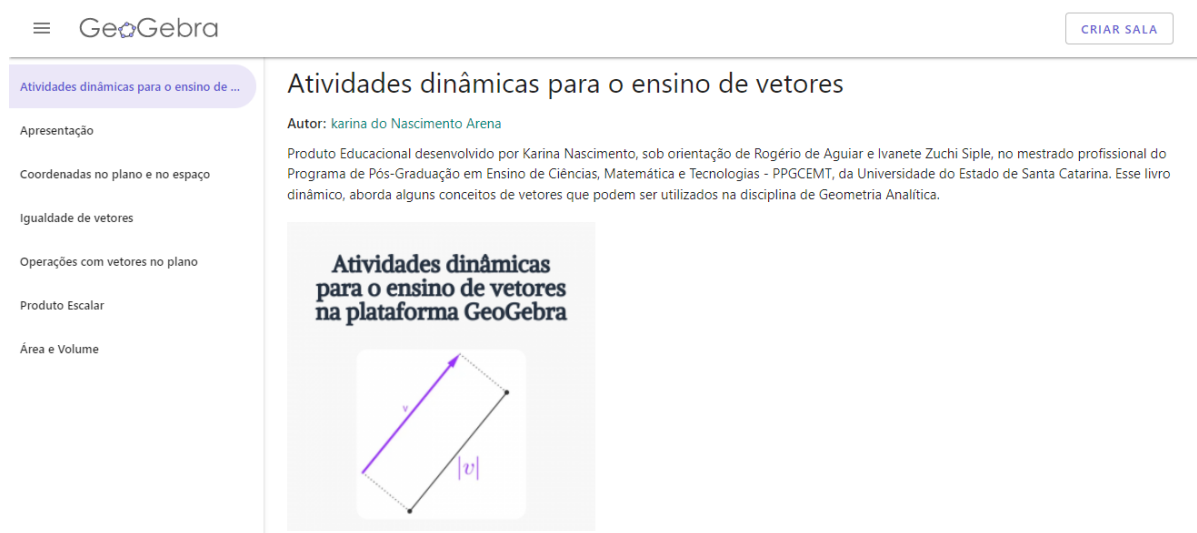
Quadro 1:Ícones do Livro dinâmico.....	36
--	----

PRODUTO EDUCACIONAL

Ao acessar o produto educacional⁴, na tela inicial, aparecerá o título, uma breve descrição, lista de conteúdos que se comporta como um índice, apresentando todas as temáticas que o livro contém, do lado esquerdo da tela, conforme ilustra a Figura 1.

Ao acessar a aba a esquerda você pode clicar no capítulo que desejar seguindo ou não a sequência estabelecida. Ao ser direcionado para o capítulo escolhido terá acesso aos objetivos, contextos de aplicação das atividades e as atividades propostas.

Figura 1: Tela inicial do produto educacional



Fonte: Produção da Autora, 2021.

CAPÍTULO 1: APRESENTAÇÃO

No primeiro capítulo (Figura 2), realizamos uma breve apresentação do produto educacional, trazemos informações sobre os autores que fazem parte da construção dessa pesquisa e a descrição do produto educacional.

4 <https://www.geogebra.org/m/y8mep7qp>

Figura 2: Tela de apresentação do livro dinâmico

Apresentação

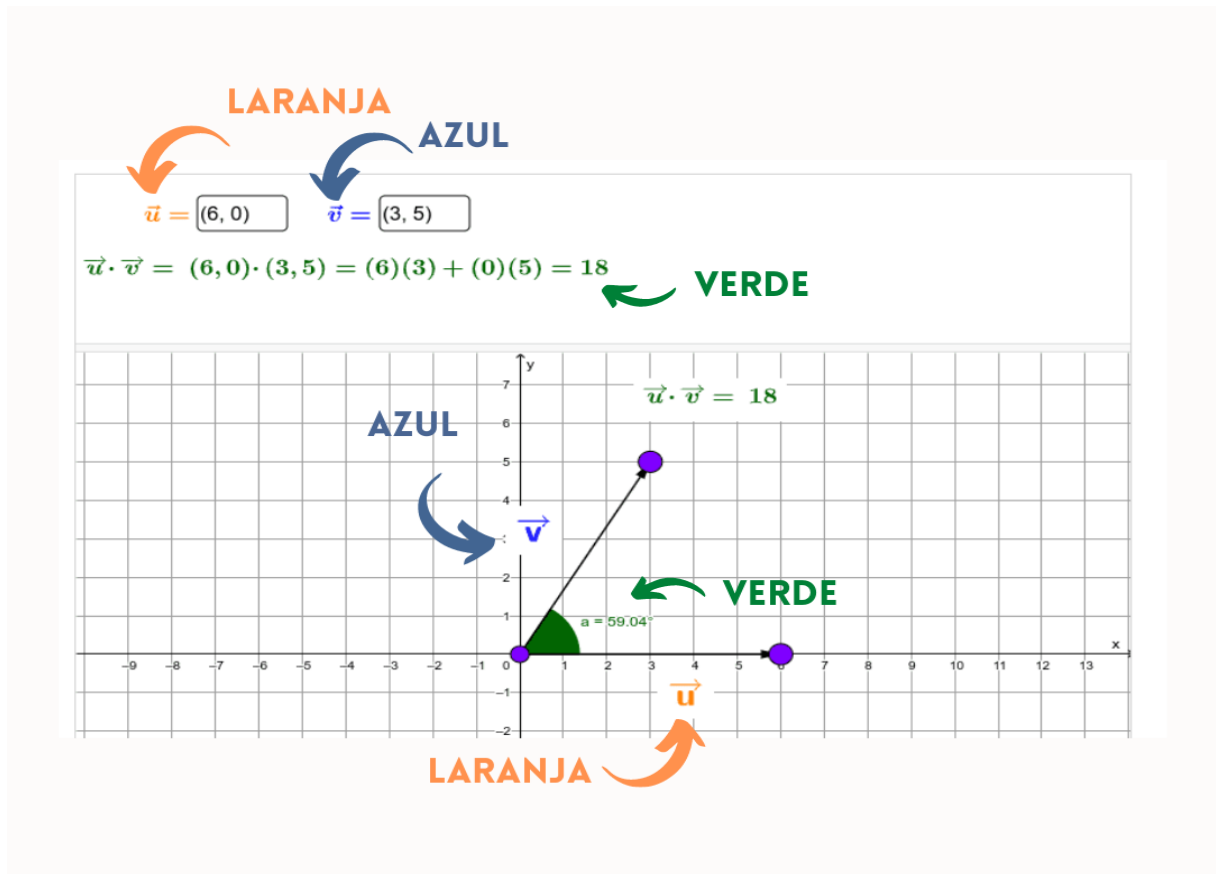


Fonte: Produção da Autora, 2021.

Quanto ao uso das atividades que compõem o livro dinâmico, entendemos que não basta proporcionar somente um livro dinâmico com alguns recursos para serem desenvolvidos em sala de aula. Para que esse livro possa auxiliar a prática do professor, os *applets* foram pensados à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1993). Segundo Duval (2013) nas atividades que envolvem o estudo de matemática é importante para os estudantes o uso da diversidade de registros de representação semiótica. Transitar entre dois ou mais registros é condição para a aprendizagem em matemática e quanto maior a naturalidade em transitar entre vários registros maior será a aprendizagem. Portanto, observar as atividades cognitivas de tratamento e conversão são passos fundamentais para analisar as dificuldades dos estudantes em matemática. Também é preciso levar em conta, conforme ressalta Duval (2013), que os diversos registros de representação de um mesmo objeto não contêm igual conteúdo, isto é, uma simples mudança de registro, pode trazer novas propriedades, mesmo que o objeto seja o mesmo, fator que muitas vezes acaba não sendo levado em conta e isso contribui para a não compreensão do conceito.

Fundamentado nessa Teoria os *applets* foram pensados, adaptados e elaborados para compor as atividades desse produto. No intuito de auxiliar a visualização do objeto matemático, as suas diversas representações são conectadas pelas mesmas cores, conforme Figura 3.

Figura 3: Conexão entre as representações por meio das cores



Fonte: Produção da Autora, 2021.

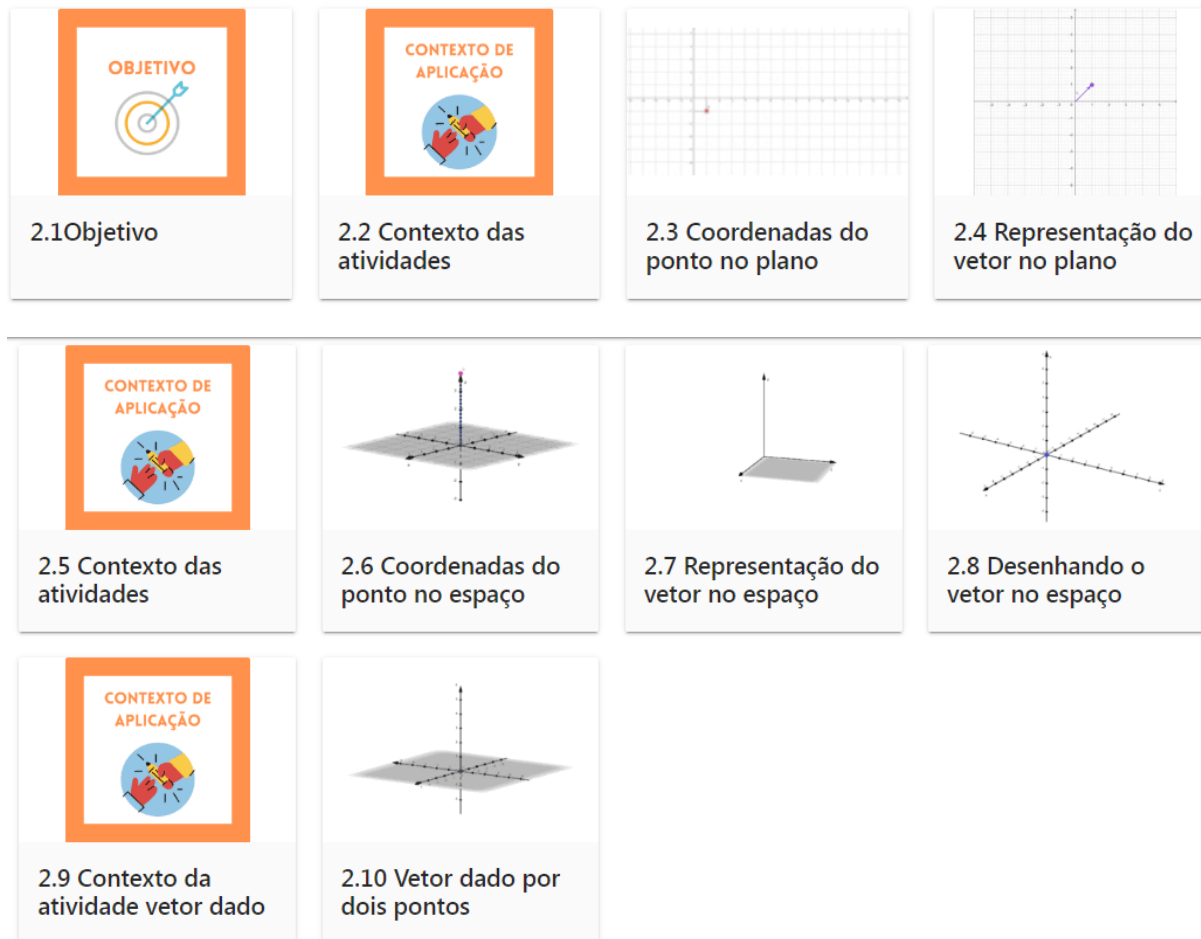
As atividades propostas não contemplam apenas o uso de *applets*, mas questões nas formas discursiva e objetiva com *feedback* automático, propiciando aos alunos interagirem com o *applet* e refletirem sobre as simulações de modo a interiorizarem os conceitos propostos por cada *applet*.

CAPÍTULO 2: COORDENADAS NO PLANO E NO ESPAÇO

Com o objetivo de introduzir as ideias iniciais de vetores, o Capítulo 1, explora as coordenadas de um ponto no plano e no espaço, bem como as representações do objeto matemático vetor. A Figura 4 ilustra sua tela inicial. O objetivo deste capítulo é trabalhar a representação do ponto e vetor no plano e no espaço.

Figura 4: Tela inicial do capítulo coordenadas no plano e no espaço

Coordenadas no plano e no espaço



Fonte: Produção da Autora, 2021.

Contexto das atividades de coordenadas e de vetores no plano: o professor pode utilizar esse recurso na introdução da disciplina para relembrar a identificação e localização dos pontos no plano (atividade 1) e para auxiliar o estudante a compreender como é representado o objeto vetor no plano (atividade 2), já que é possível por meio desse conceito, resolver algebricamente diversos problemas geométricos.

2.1 ATIVIDADE 1

Coordenadas do ponto no plano: A atividade 1 (Figura 5) possui inicialmente uma instrução de como utilizar o *applet*. O que nós queremos propor ao estudante com esse aplicativo é que ele consiga representar geometricamente, no plano cartesiano dado, os pontos dados na sua representação algébrica. Para que o estudante consiga se familiarizar com as coordenadas que representam os valores do eixo x (abscissas) e y (ordenadas), atribuímos cores diferentes para

cada uma das três representações presentes: língua natural, representação algébrica e representação geométrica. O *applet* proporciona por meio da opção conferir o *feedback* rápido sinalizando se o aluno representou corretamente o ponto ou não.

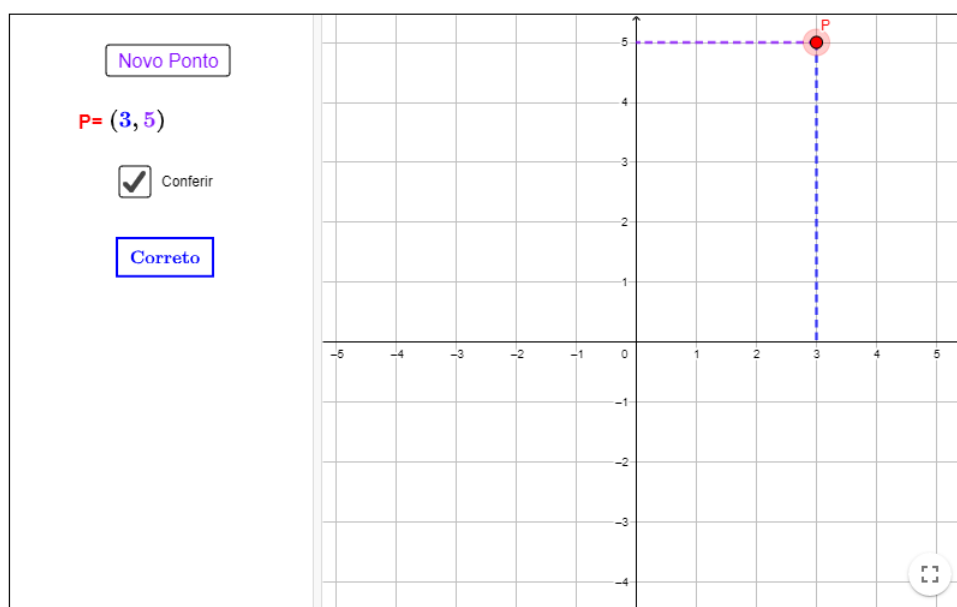
Figura 5: Atividade coordenadas do ponto no plano

2.3 Coordenadas do ponto no plano

Autor: karina do Nascimento Arena

Instruções:

1. Clique no Botão "Novo Ponto" para determinar novas coordenadas;
2. Movimente o ponto dado $P(x, y)$ no plano cartesiano, para representar geometricamente o ponto dado pelo Botão;
3. Após ter determinado o ponto no plano cartesiano, clique na caixa "conferir" para verificar se você representou os ponto de acordo com o que foi solicitado.



Fonte: Produção da Autora, 2021

2.2 ATIVIDADE 2

Representação do vetor no plano cartesiano: A atividade 2 (Figura 6) possui a instrução como manipular o *applet* e possui a representação do vetor no plano nas representações algébrica e geométrica. Nosso objetivo com o aplicativo é que o estudante consiga representar geometricamente, no plano cartesiano, o vetor dado na sua representação algébrica. Esse *applet* conecta os mesmos objetos matemáticos por meio das mesmas cores, auxiliando o estudante a visualizar e fazer conexões entre os diferentes registros do mesmo objeto e possibilita o *feedback* rápido por meio da opção conferir. Esse aplicativo ainda possui 4 perguntas que instigam o estudante a refletir sobre os conceitos por meio da exploração do *applet*.

Figura 6: Atividade coordenadas do vetor no plano cartesiano

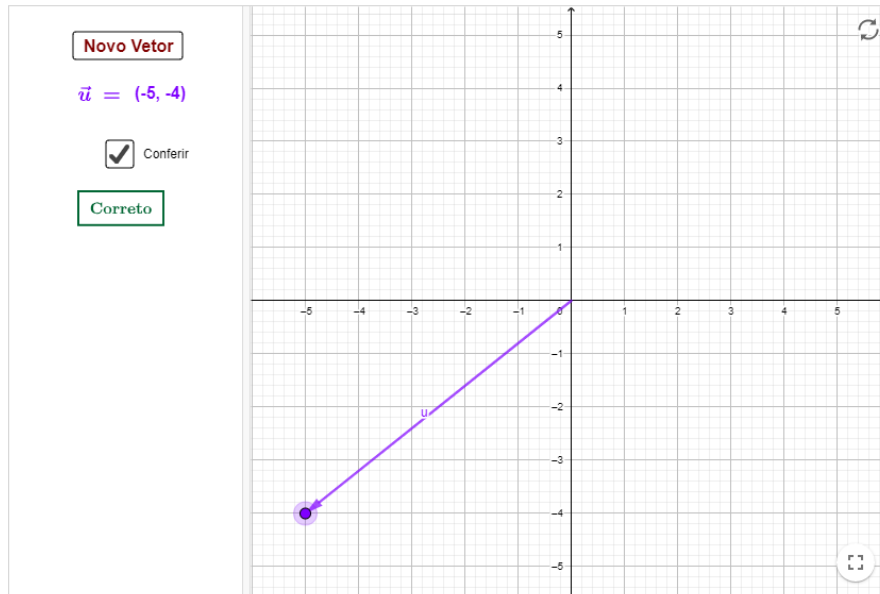
2.4 Representação do vetor no plano cartesiano

Autor: karina do Nascimento Arena

Instruções:

1. Clique no Botão "Novo Vetor" para determinar as coordenadas do vetor;
2. Movimente o vetor \vec{u} no plano cartesiano, para representar geometricamente o vetor dado pelo Botão;
3. Após ter determinado o vetor no plano cartesiano, clique na caixa "conferir" para verificar se você representou o vetor de acordo com o que foi solicitado.

Em seguida responda as perguntas abaixo:



1. Quais são as coordenadas genéricas de um vetor cujo ponto esteja no eixo x?

Digite sua resposta aqui...

2. Quais são as coordenadas genéricas de um vetor cujo ponto esteja no eixo y ?

Digite sua resposta aqui...

3. Quais as coordenadas genéricas de um vetor cujo ponto esteja na reta que passa nos pontos P(0,0) e P(100,100) ?

Digite sua resposta aqui...

4. Seja P(x,y) um ponto tal que $x > 0$, $y < 0$, este vetor localiza-se em qual quadrante do plano cartesiano ?

Digite sua resposta aqui...

Fonte: Produção da Autora, 2021

Contexto das atividades de coordenadas e de vetores no espaço: Representar os pontos no espaço, possibilitando ao estudante revisar ou ter contato (pela primeira vez) com esse conceito (atividade 3) e assim oferecer condições para o entendimento da construção do vetor no espaço (atividade 4), a partir das suas representações geométrica e algébrica. Proporcionar por meio da atividade 5 a ampliação da noção de vetores no espaço, levando o aluno a compreender que os vetores são representados por meio de coordenadas em relação ao sistema de coordenadas cartesianas.

2.3 ATIVIDADE 3

Coordenadas do vetor no espaço: A atividade 3 (Figura 7) possui as instruções de como utilizar o *applet* na sua língua natural. Ele dá os pontos por meio do botão “Novo ponto”, portanto pode ser gerado diversos novos pontos na representação geométrica representado pela cor rosa, levando o aluno a identificar as coordenadas desse ponto no registro numérico. O *applet* possui a opção de conferir, possibilitando o aluno verificar se representou algebricamente de maneira correta o ponto representado geometricamente. O aplicativo ainda possui quatro questões com o intuito de propiciar ao aluno a compreensão das coordenadas do vetor representado no espaço

2.4 ATIVIDADE 4

Representação do vetor no espaço: A proposta da atividade 4 (Figura 8) é que o aluno entre com as coordenadas do vetor na sua representação algébrica, e ao clicar na opção “vetor” leve-o a visualizar o vetor na sua representação geométrica e, escolhendo a opção “paralelepípedo” também reconheça esse mesmo vetor representado no paralelepípedo. As instruções informam na língua natural como utilizar o *applet* e orientam que depois de ter explorado o aplicativo o aluno responda as três perguntas que visam desenvolver a compreensão do conceito de vetor no espaço por meio da sua representação geométrica.

Figura 7: Atividade coordenadas do vetor no espaço

2.6 Coordenadas do ponto no espaço

Autor: karina do Nascimento Arena

1. Clique no Botão "Novo Ponto" para determinar o novo ponto A;
2. Observe o ponto A no registro criado no gráfico e determine suas coordenadas x_0 , y_0 , z_0 .
3. Após ter determinado os pontos que estão representados no espaço, clique na caixa "conferir" para verificar se você identificou os pontos de acordo com sua representação geométrica.

Em seguida responda as perguntas abaixo:

Coordenadas do ponto A Novo Ponto

$x_0 = -3$ $y_0 = 4$ $z_0 = 2$

Conferir

Você foi muito bem!

1. Quais as coordenadas genéricas de um ponto um ponto que está no eixo x ?

Digite sua resposta aqui...

2. Quais as coordenadas genéricas de um ponto um ponto que está no eixo y ?

Digite sua resposta aqui...

3. Quais as coordenadas genéricas de um ponto um ponto que está no eixo z ?

Digite sua resposta aqui...

4. Um $P(x,y,z)$ é tal que $x > 0$, $y < 0$ e $z > 0$, em que octante este ponto se encontra?

Digite sua resposta aqui...

Fonte: Produção da Autora, 2021.

Figura 8: Atividade de representação de vetor no espaço

Entre com as coordenadas do vetor ↻

$\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$

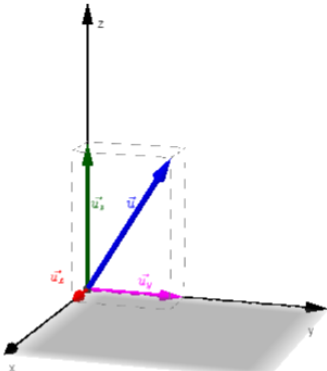
$x_1 =$ $y_1 =$ $z_1 =$

Visualizar:

vetor

$\vec{u} = (1, 2, 3)$

paralelepípedo



The image shows a 3D coordinate system with x, y, and z axes. A blue vector \vec{u} originates from the origin and points to the point (1, 2, 3). A dashed wireframe parallelepiped is drawn with the vector as its diagonal. The projections of the vector onto the axes are shown as smaller vectors: \vec{u}_x (red) along the x-axis, \vec{u}_y (magenta) along the y-axis, and \vec{u}_z (green) along the z-axis. The vector \vec{u} is the sum of these three component vectors.

Fonte: Adaptado de [Ivanete Zuchi Siple](#)

1. Sendo $x = 0$, y e $z \neq 0$, o que se pode concluir da representação geométrica do vetor \vec{u} .

Digite sua resposta aqui...

2. Sendo $y=0$, x e $z \neq 0$, o que se pode concluir da representação geométrica do vetor \vec{u} .

Digite sua resposta aqui...

3. Sendo $z=0$, x e $y \neq 0$, o que se pode concluir da representação geométrica do vetor \vec{u} .

Digite sua resposta aqui...

Fonte: Produção da Autora, 2021.

2.5 ATIVIDADE 5

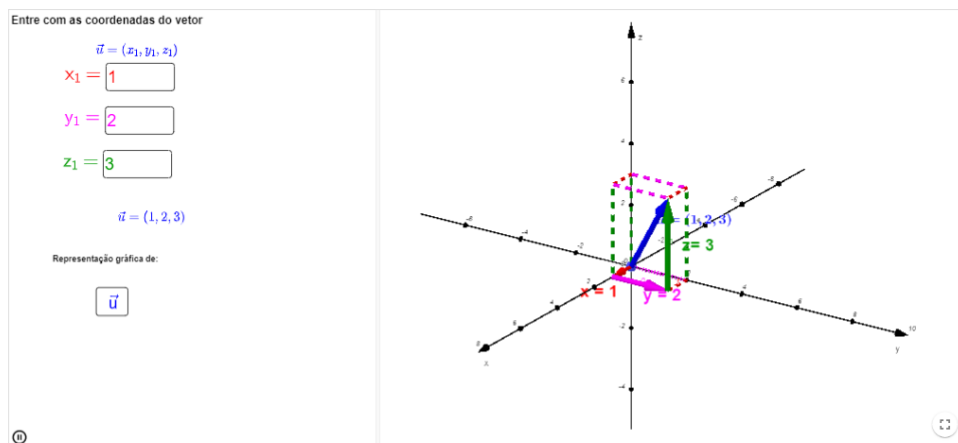
Desenhando o vetor no espaço: A atividade 5 (Figura 9) possui como proposta mostrar de forma dinâmica como o vetor \vec{u} na sua representação geométrica é formado por meio das coordenadas x_1 , y_1 e z_1 , levando o aluno a fazer conexões entre as representações do vetor \vec{u} nas suas representações algébrica e geométrica. O aluno é instruído, por meio da representação da linguagem algébrica de um vetor qualquer, a verificar a sua representação geométrica, sendo confrontado a representar, no ambiente lápis e papel, os vetores $\vec{u} = (2,4,5)$, $\vec{v} = (1, -2, -3)$, $\vec{w} = (-1,3,4)$, $\vec{t} = (3, -5, -3)$, verificando por meio do *applet* se representou geometricamente de forma correta.

Figura 9: Atividade desenhando o vetor no espaço

2.9 Desenhando o vetor no espaço

Autor: Karina do Nascimento Arena

Entre com as coordenadas do vetor \vec{u} , atribuindo valores para x_1 , y_1 , z_1 , verificando sua representação gráfica e depois responda as perguntas a seguir.



Fonte: adaptado de Ivanete Zuchi Siple

Represente geometricamente, no papel, os vetores $u=(2,4,5)$, $v=(1,-2,3)$; $w=(-1,3,4)$; $t=(3,-5,-3)$, e após utilize o applet para verificar se sua representação está correta.

Digite sua resposta aqui...

Fonte: Produção da Autora, 2021.

Contexto da atividade vetor dado por dois pontos: Possibilitar por meio da atividade 6 a ampliação da noção de distância entre dois pontos e como podemos utilizar esse conhecimento para a construção de um vetor dado dois pontos.

2.6 ATIVIDADE 6

Vetor dado por dois pontos: A atividade 6 (Figura 10) proporciona ao estudante a compreensão do conceito de vetor definido por dois pontos. Por meio da linguagem natural é dado as instruções de como utilizar o *applet*, o aluno deve escolher as coordenadas do **ponto inicial (A)** e as coordenadas do **ponto final (B)**. Após a escolha dos pontos, o aluno deve utilizar o ícone “deslize-me” para acompanhar a construção do vetor na sua representação geométrica. Na sequência são propostos questionamentos ao aluno com o intuito de sistematizar o conceito desenvolvido pelo aplicativo.

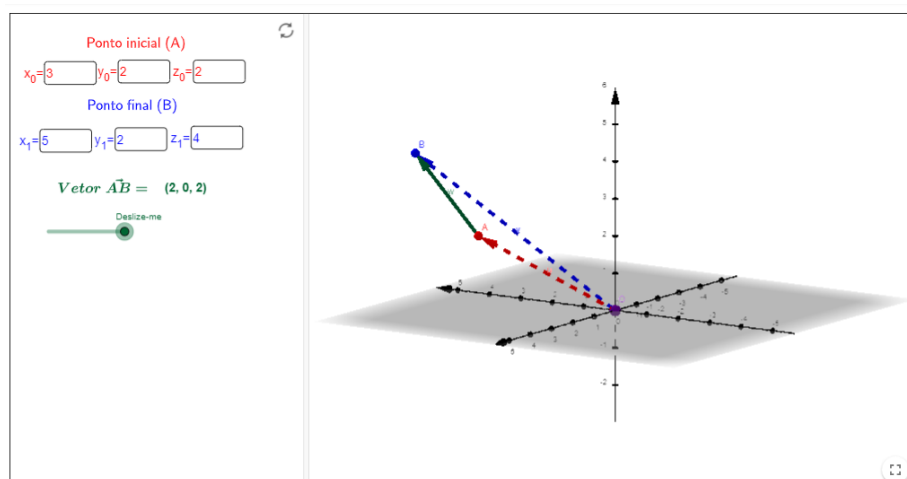
Figura 10: Atividade vetor dado por dois pontos

2.11 Vetor dado por dois pontos

Autor: karina do Nascimento Arena

Instruções:

1. Escolha o **ponto inicial A** e o **ponto final B**;
2. Utilize o controle deslizante “Deslize-me” e observe como o **vetor \vec{AB}** é formado;
3. Responda a pergunta a seguir.



1. As coordenadas de um vetor indicam que este vetor está com a origem no ponto $O(0,0,0)$. Faça um esboço deste vetor com origem no sistema tridimensional. Note que você tem um vetor ligado. Qual a relação deste vetor com o vetor representado no applet do Geogebra?

Digite sua resposta aqui...

2. Se A encontra no eixo z positivo e o ponto B encontra-se no eixo z negativo qual o sentido do vetor resultante? Analise as diversas possibilidades.

Digite sua resposta aqui...

3. Dados dois pontos A e B qual é a relação entre os vetores AB e BA ?

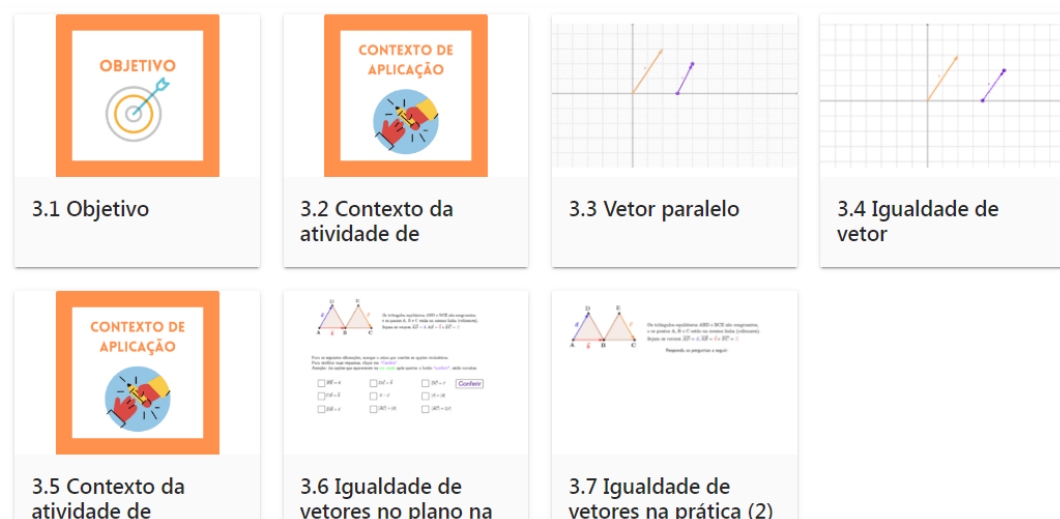
Digite sua resposta aqui...

Fonte: Produção da Autora, 2021.

CAPÍTULO 3: IGUALDADE DE VETORES

Esse capítulo explora a definição de vetor como um objeto matemático que possui módulo, direção e sentido e algumas características como igualdade de vetores e vetores paralelos. A Figura 11 ilustra sua tela inicial. O objetivo deste capítulo é proporcionar aos estudantes o reconhecimento do objeto vetor através da representação geométrica no plano. Espera-se que o aluno compreenda os conceitos de igualdade de vetores e vetores paralelos por meio da exploração das diferentes representações dos vetores e da manipulação dos vetores \vec{u} e \vec{v} . O aluno precisará coordenar as representações na sua forma linguística, geométrica e algébrica, para inferir corretamente as propriedades dos vetores.

Figura 11: Tela inicial do capítulo igualdade de vetores



Fonte: Produção da Autora, 2021.

Contexto da atividade de igualdade e vetor paralelo: utilizar a atividade para a compreensão das definições de sentido, direção e comprimento de um segmento e de equipolência entre os

segmentos orientados juntamente com a construção dos conceitos que define igualdade (atividade 7) de vetor e vetor paralelo (atividade 8).

3.1 ATIVIDADE 7

Vetor paralelo: A atividade 7 (Figura 12) tem como objetivo levar o aluno a percepção das propriedades necessárias para que o vetor \vec{v} seja paralelo ao vetor \vec{u} . Por meio das instruções o aluno é orientado como utilizar o *applet*. Num primeiro momento o aluno deve manipular o vetor \vec{u} , na sua representação geométrica, de tal forma que ele fique paralelo ao vetor \vec{v} . O *applet* mostra duas possíveis mensagens, se o vetor \vec{v} não estiver paralelo a \vec{u} ele informa “**vetor \vec{u} não é paralelo ao vetor \vec{v}** ” e se o vetor \vec{v} estiver paralelo ao vetor \vec{u} ele informa “**vetor \vec{u} paralelo ao vetor \vec{v}** ”. Depois da manipular o *applet*, o aluno deve responder as questões, no formato de múltipla escolha, as quais conduzem o aluno a compreender as propriedades necessárias para que um vetor seja paralelo a outro.

Figura 12: Atividade vetor paralelo

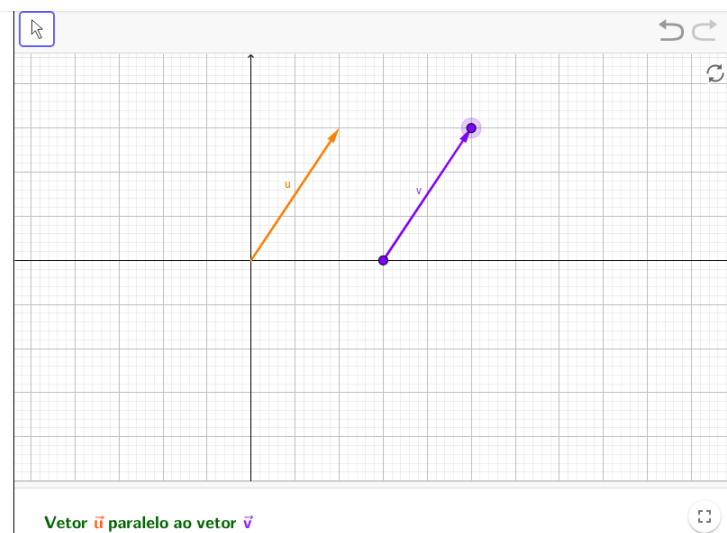
3.3 Vetor paralelo

Autor: karina do Nascimento Arena

Modifique o vetor \vec{v} de modo a torna-lo paralelo ao vetor \vec{u} .

Instruções:

Para movimentar o vetor \vec{v} , você pode clicar em cima dele ou clicar no ponto contido nesse vetor para definir sua direção, sentido e comprimento.



Para o **vetor** \vec{v} ser paralelo ao **vetor** \vec{u} , ele precisa ter a mesma direção que o **vetor** \vec{u} ?

Assinale a sua resposta aqui:

Sim
 Não

✓ VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Para o **vetor** \vec{v} ser paralelo ao **vetor** \vec{u} , ele precisa ter o mesmo sentido que o **vetor** \vec{u} ?

Assinale a sua resposta aqui:

Sim
 Não

✓ VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Para o **vetor** \vec{v} ser paralelo ao **vetor** \vec{u} , ele precisa ter o mesmo comprimento que o **vetor** \vec{u} ?

Assinale a sua resposta aqui:

Sim
 Não

✓ VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Para o **vetor** \vec{v} ser paralelo ao **vetor** \vec{u} , ele precisa ter a mesma direção, sentido e comprimento que o **vetor** \vec{u} ?

Assinale a sua resposta aqui:

Sim
 Não

✓ VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Fonte: Produção da Autora, 2021

3.2 ATIVIDADE 8

Igualdade de vetor: A atividade 8 (Figura 13) igualdade de vetores possui a mesma estrutura da atividade vetor paralelo. Visa levar o aluno a reconhecer as propriedades que definem a igualdade de vetor, por meio da manipulação do vetor \vec{v} . A proposta é que o aluno manipule a representação geométrica do vetor \vec{v} para responder os questionamentos que os possibilite a reconhecer as propriedades da igualdade de vetor.

Figura 13: Atividade igualdade de vetor

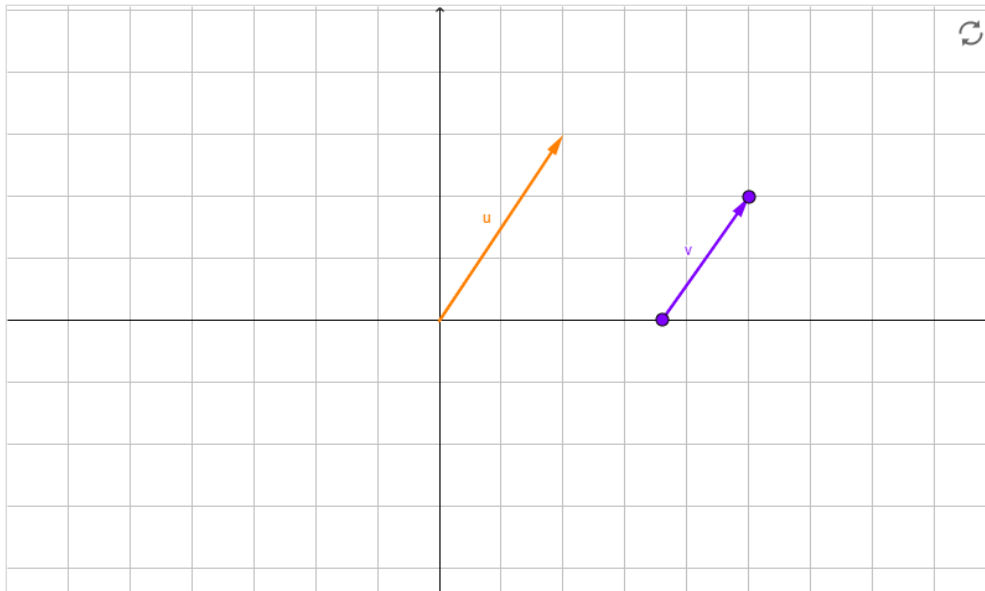
3.4 Igualdade de vetor

Autor: [karina do Nascimento Arena](#)

Modifique o **vetor** \vec{v} de modo que ele fique igual ao **vetor** \vec{u} .

Instruções:

Para movimentar o **vetor** \vec{v} , você pode arrasta-lo ou clicar nos **pontos** contidos nesse **vetor** em cima dele para definir sua direção, sentido e comprimento.



Vetor u diferente do vetor v

Fonte: adaptado de Junior Dias

Para que o **vetor** \vec{v} seja igual o **vetor** \vec{u} , ele precisa ter a mesma direção do **vetor** \vec{u} ?

Assinale a sua resposta aqui

- Sim
 Não

✓ VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Para que o **vetor** \vec{v} seja igual o **vetor** \vec{u} , ele precisa ter o mesmo sentido que o **vetor** \vec{u} ?

Assinale a sua resposta aqui

- Sim
 Não

✓ VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Para que o **vetor** \vec{v} seja igual o **vetor** \vec{u} , ele precisa ter o mesmo comprimento que o **vetor** \vec{u} ?

Assinale a sua resposta aqui

- Sim
 Não

✓ VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Para que o **vetor** \vec{v} seja igual o **vetor** \vec{u} , ele precisa ter a mesma direção, sentido e comprimento que o **vetor** \vec{u} ?

Assinale a sua resposta aqui

- Sim
 Não

✓ VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Fonte: Produção da Autora , 2021

Contexto da atividade de igualdade de vetores: Reconhecer os vetores no contexto de aplicações geométricas estabelecendo a igualdade entre os vetores. As atividade 9 e 10 são bem introdutórias para iniciar o conceito de igualdade de vetor.

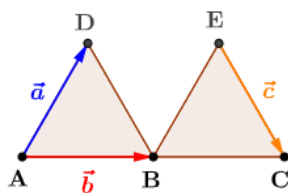
3.3 ATIVIDADE 9

Igualdade de vetores no plano na prática (1): Essa atividade 9 (Figura 14) tem um formato de um exercício, em que é dado dois triângulos equiláteros e congruentes, cujo os lados são representados por vetores. O *applet* convida ele a realizar comparações na representação algébrica em que é necessário que o aluno recorra à representação geométrica para que possa verificar e assinalar as alternativas verdadeiras. Essa atividade requer que o aluno e utilize os conceitos de igualdade de vetor e módulo. Esse *applet* foi programado para que dê *feedback* ao estudante de forma automática, portanto em caso de ter acertado parcialmente a atividade ele apresenta quais opções marcou corretamente e caso tenha marcado todas as opções corretas o *applet* sinaliza “acertou, ótimo trabalho”

Figura 14: Atividade igualdade de vetores no plano na prática(1)

3.6 Igualdade de vetores no plano na prática(1)

Autor: karina do Nascimento Arena



Os triângulos equiláteros ABD e BCE são congruentes, e os pontos A, B e C estão na mesma linha (colineares). Sejam os vetores $\vec{AD} = \vec{a}$, $\vec{AB} = \vec{b}$ e $\vec{EC} = \vec{c}$.

Para as seguintes afirmações, marque a caixa que contém as opções verdadeiras.

Para verificar suas respostas, clique em “Conferir”.

Atenção: As opções que aparecerem na cor verde após apertar o botão “conferir”, estão corretas.

$\vec{BE} = \vec{a}$

$\vec{DE} = \vec{b}$

$\vec{DC} = \vec{c}$

Conferir

$\vec{CB} = \vec{b}$

$\vec{a} = \vec{c}$

$|\vec{c}| = |\vec{a}|$

Acertou!
Ótimo Trabalho!

$\vec{DB} = \vec{c}$

$|\vec{AC}| = |\vec{a}|$

$|\vec{AC}| = 2|\vec{c}|$

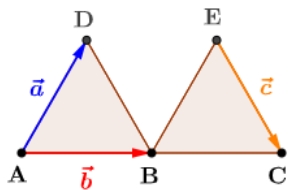
Fonte: Produção da Autora, 2021

Igualdade de vetor na prática (2): A atividade 10 (Figura 15) visa também trabalhar com igualdade de vetores. Porém, as perguntas nesse aplicativo são dissertativas levando o aluno a interpretar cada pergunta na linguagem natural, observar a representação geométrica fazendo conexões entre as duas representações para que possa responder as perguntas.

Figura 15: Atividade igualdade de vetor na prática (2)

3.7 Igualdade de vetores na prática (2)

Autor: [karina do Nascimento Arena](#)



Os triângulos equiláteros ABD e BCE são congruentes, e os pontos A, B e C estão na mesma linha (colineares). Sejam os vetores $\vec{AD} = \vec{a}$, $\vec{AB} = \vec{b}$ e $\vec{CE} = \vec{c}$.

Responda as perguntas a seguir:

Fonte: adaptador de [Peter Sassman](#)

O Vetor \vec{AB} é dobro do vetor \vec{b} ?

Digite sua resposta aqui...

Vetor \vec{AD} é igual ao vetor \vec{c} ?

Digite sua resposta aqui...

Vetor \vec{CB} é igual ao vetor \vec{b} ?

Digite sua resposta aqui...

Fonte: Produção da Autora, 2021.

CAPÍTULO 4: OPERAÇÕES COM VETORES NO PLANO

Faz parte do conteúdo de vetor trabalhar as operações entre vetores. Portanto, neste capítulo você encontra duas atividades que visam auxiliar o estudante na compreensão das operações de soma de vetores e o de multiplicação de um vetor por um escalar. Na Figura 16, você encontra a tela inicial deste capítulo. O objetivo deste capítulo é oferecer condições para que os estudantes compreendam as propriedades das operações com vetores a partir da coordenação da representação algébrica, representação geométrica no plano cartesiano e questionamentos que são levantados por meio de questões discursivas na língua natural.

Figura 16: Tela inicial do capítulo operações com vetores

Operações com vetores no plano



Fonte: Produção da Autora, 2021

Contexto da atividade de Operações com vetores: As atividades 11 e 12 podem ser utilizadas para introduzir os conceitos de soma de vetores e multiplicação de um vetor por um escalar. Os *applets* foram elaborados para servir de alicerce na compreensão das propriedades das operações com vetores, possibilitando ao aluno estabelecer conjecturas sobre as operações de adição de vetores e multiplicação de vetores por um escalar.

4.1 ATIVIDADE 11

Soma de vetores: A atividade 11 (Figura 17) realiza a instrução de como utilizar o aplicativo na sua língua natural. Os vetores estão conectados por uma mesma origem, podendo o estudante movimentar essa origem e também a outra extremidade dos vetores \vec{v} e \vec{u} de forma independente. Depois de escolher a posição do vetor o aluno tem a opção de clicar nos botões “ $\vec{u} + \vec{v}$ ” e “ $\vec{v} + \vec{u}$ ” para observar a construção do vetor resultante da soma por meio da regra do triângulo. O *applet* possibilita também o estudante a visualizar a construção do vetor por meio da soma pela regra do paralelogramo por meio do botão “**regra do paralelogramo**”. As perguntas posteriores ao aplicativo conduzem os alunos a realizarem algumas simulações,

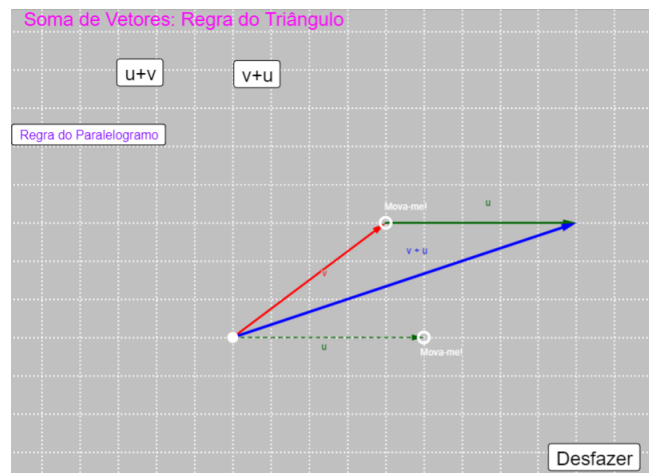
auxiliando o estudante a sistematizar os conceitos que envolvem definir a operação de soma de vetores no plano

Figura 17: Atividade soma de vetores

4.3 Soma de vetores

Autor: karina do Nascimento Arena, Ivanete Zuchi Siple

Altere os vetores u e v (para isso basta movimentar os pontos brancos)



1. Selecione dois vetores u e v quaisquer no plano cartesiano acima. Clique no ícone $u+v$ para realizar a soma vetorial de u com v pela regra do triângulo. Idem para $v+u$. Observe no aplicativo como foi efetuada as somas de u com v e de v com u . O que acontece com essas somas? Qual a relação de $u+v$ com $v+u$?

Digite sua resposta aqui...

2. Clique no ícone "regra do paralelogramo" para observar como é feita a soma dos vetores u com v por essa regra. Compare a soma de vetores pelas regra do triângulo com a regra do paralelogramo. O que você pode inferir sobre essas somas? Altere os vetores u e v . Sua conjectura permanece a mesma?

Digite sua resposta aqui...

3. Tome um vetor u que tenha a mesma direção de v , mas sentido oposto de v . Some $u+v$ e some $v+u$. O que você conclui em relação a direção e sentido do vetor resultante?

Digite sua resposta aqui...

4. Selecione dois vetores u e v com mesma direção, sentidos opostos e mesmo módulo. O que ocorre com a resultante da soma desses dois vetores?

Digite sua resposta aqui...

Fonte: Produção da Autora, 2021

4.2 ATIVIDADE 12

Multiplicação de um vetor por um escalar: A atividade 12 (Figura 18) utiliza da língua natural para instruir o estudante como utilizar o aplicativo. No primeiro momento o estudante é orientado a explorar o aplicativo que possui o representante do **vetor** \vec{v} , o **k** representa o número real que está sendo multiplicado pelo representante de \vec{v} . Os valores de k variam entre $-5 < k < 5$. E para que o estudante visualize essa multiplicação na sua representação geométrica é necessário que escolha primeiro um valor para **k** e depois utilize a opção “deslize-me”. Após esse primeiro momento o aluno é levado a realizar algumas simulações, auxiliando o estudante a sistematizar os conceitos que envolvem definir a operação da multiplicação de um vetor por um escalar.

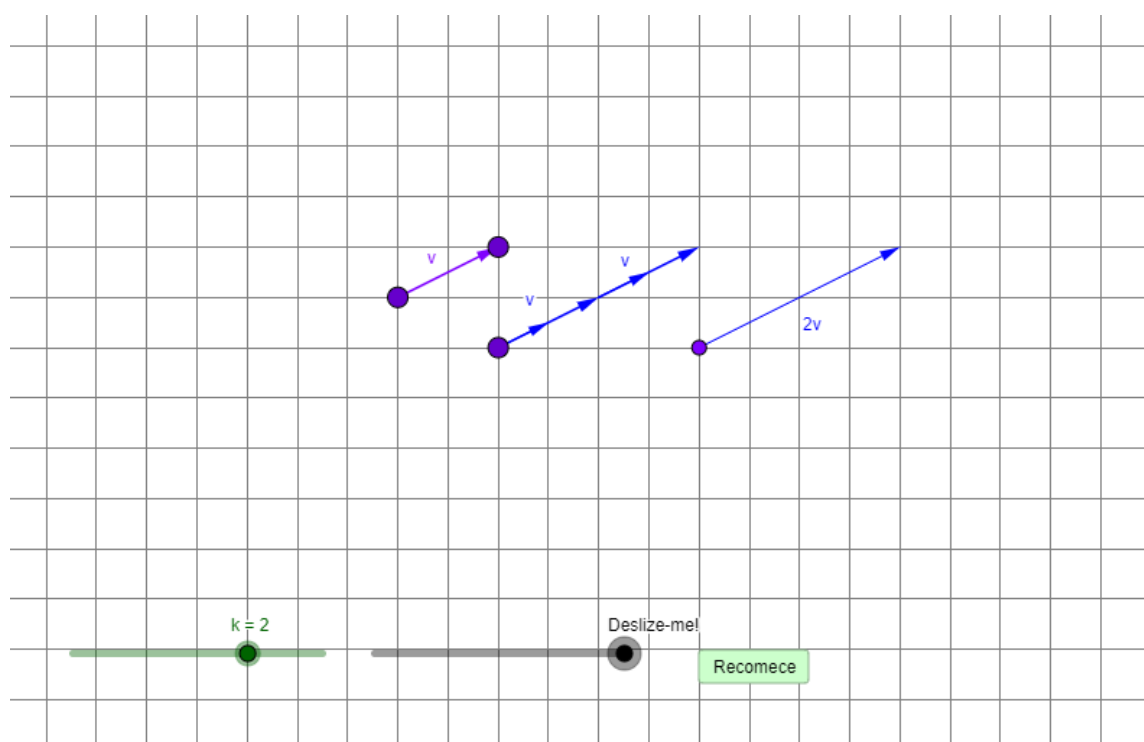
Figura 18: Atividade multiplicação de um vetor por um escalar

4.4 Multiplicação de um vetor por um escalar

Autor: karina do Nascimento Arena

Seja \mathbf{v} o vetor e \mathbf{k} o escalar, escolha o valor do escalar e arraste o controle deslizante (deslize-me) para mostrar o produto do vetor \mathbf{v} com o escalar \mathbf{k} .

Em seguida responda as perguntas abaixo.



Questão 1

Se $k > 0$, o que podemos inferir sobre o vetor $k \cdot v$?

Digite sua resposta aqui...

Questão 2

Se $k < 0$, o que podemos inferir sobre o vetor $k \cdot v$?

Digite sua resposta aqui...

Questão 3

O que acontece com $k \cdot v$ se $0 < k < 1$?

Digite sua resposta aqui...

Questão 4

O que acontece com $k \cdot v$ se $-1 < k < 0$?

Digite sua resposta aqui...

Questão 5

Se $k = 0$, o que podemos inferir sobre $k \cdot v$?

Digite sua resposta aqui...

Questão 6

Crie uma definição para multiplicação de um vetor por um escalar.

Digite sua resposta aqui...

CAPÍTULO 5: PRODUTO ESCALAR

Neste capítulo introduziremos outra operação com vetores, o produto escalar, levando o aluno a explorar a relação entre produto escalar e ângulo entre vetores no plano, por meio das conexões entre as diferentes representações do vetor na forma algébrica e geométrica. Como o produto escalar está intimamente relacionado ao conceito geométrico de projeção ortogonal, apresentamos também uma atividade para desenvolver esse conceito. Na Figura 19 você encontra a página inicial do capítulo. Temos como objetivo oferecer condições para os estudantes aprenderem o conceito de ângulo entre dois vetores e produto escalar. Compreender a relação entre o produto escalar e o conceito de ângulo através da representação algébrica e geométrica. Onde o produto interno está intimamente relacionado ao conceito geométrico de projeção ortogonal através da coordenação entre os Registros de Representação Semióticas.

Figura 19: Tela inicial do capítulo produto escalar

Produto Escalar



Fonte: Produção da Autora, 2021.

Contexto da atividade de ângulo entre vetores no plano: Utilizar esse recurso para introduzir o ângulo entre vetores no plano (atividade 13) e produto escalar (atividade 14), oferecendo ao aluno a oportunidade de visualizar esses conceitos e ressignificá-los após a manipulação e a coordenação dos registros de representação.

5.1 ATIVIDADE 13

Ângulo entre vetores no plano: A atividade 13 (Figura 20), traz na língua natural a instrução de como utilizá-la, solicitando que o aluno entre com a representação algébrica dos vetores e observe nas representação algébrica e geométrica as relações que são possíveis concluir entre o produto escalar e o ângulo entre vetores. O *applet* possibilita o estudante entrar com possíveis

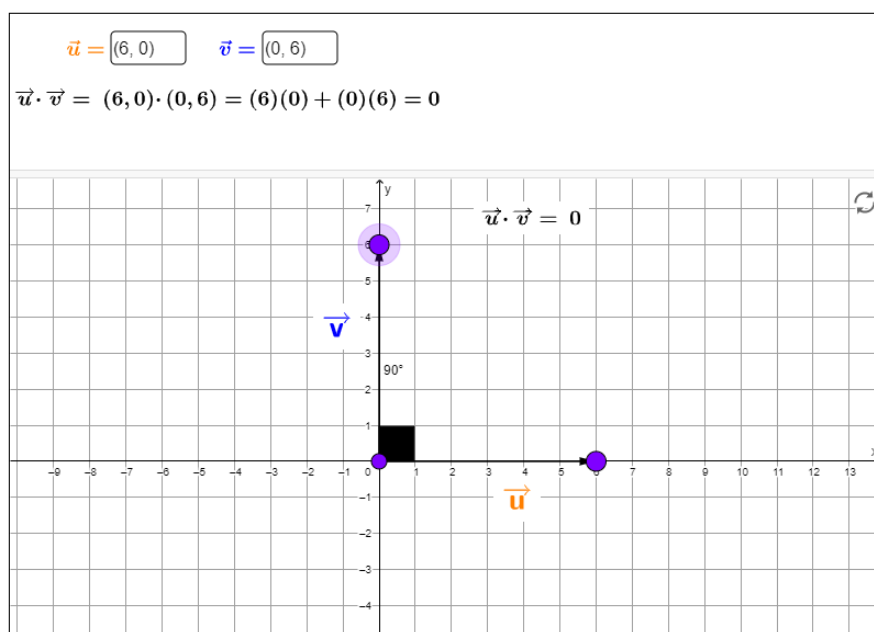
valores de \vec{u} e \vec{v} nos ícones indicados ou escolher os vetores manipulando o próprio *applet*. São disponibilizadas perguntas que visam conduzir o aluno nas simulações auxiliando o estudante a compreender as propriedades básicas do produto escalar e ângulo entre vetores e suas conexões.

Figura 20: Atividade ângulo entre vetores no plano

5.3 Ângulo entre vetores no plano

Autor: [karina do Nascimento Arena](#)

Escolha as coordenadas dos vetores \vec{u} e \vec{v} , analise o que acontece com o produto escalar desses vetores e com ângulo entre eles. A seguir responda as perguntas abaixo.



Fonte: adaptado de [Tim Brzezinski](#)

Responda:

1. Se o ângulo entre os vetores \vec{u} e \vec{v} está entre 0° e 90° o que ocorre com o produto escalar?

Digite sua resposta aqui...

2. Se o ângulo entre os vetores \vec{u} e \vec{v} está entre 90° e 180° o que ocorre com o produto escalar?

Digite sua resposta aqui...

3. Quando os vetores são perpendiculares, \vec{u} e $\vec{v} = 90^\circ$ o que ocorre com o produto escalar? Que conclusão você consegue chegar?

Digite sua resposta aqui...

4. Dados os vetores u e v selecionados no aplicativo acima e o ângulo \hat{a} entre eles, determine $|u|$, $|v|$ e $\cos(\hat{a})$. Faça o produto $|u||v|\cos(\hat{a})$, qual a relação deste valor com o produto escalar de u por v ?

Digite sua resposta aqui...

Fonte: Produção da Autora, 2021.

5.2 ATIVIDADE 14

Projeção de um vetor sobre o outro: A atividade 14 (Figura 21) proporciona ao aluno compreender a projeção de um vetor sobre o outro por meio da sua representação algébrica e da sua representação geométrica, sendo que ao estabelecer valores numéricos para \vec{u} e \vec{v} a representação geométrica vai se alterando, possibilitando o aluno construir os conceitos que estão sendo proposto pelo aplicativo. As instruções são dadas pela representação na língua natural e são utilizadas as diferentes cores para que o aluno possa identificar cada objeto em suas diferentes representações.

Figura 21: Atividade projeção de um vetor

5.4 Projeção de um vetor

Autor: karina do Nascimento Arena

Utilizando a janela a direita, é possível interagir com os vetores \vec{u} e \vec{v} e visualizar seus vetores projeções a partir do controlador a baixo

1) Definição dos vetores

$\vec{u} = (3, 3)$

$\vec{v} = (4, 0)$

2) Produto escalar

$\vec{u} \cdot \vec{v} = (3 \cdot 4) + (3 \cdot 0)$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 12$

3) Vetor projeção

$proj_{\vec{u}} \vec{v} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u}$

$\vec{u} \cdot \vec{u} = (3)^2 + (3)^2 = 18$

$proj_{\vec{u}} \vec{v} = \frac{12}{18} (3, 3)$

$proj_{\vec{u}} \vec{v} = (2, 2)$

4) Escolha das projeções

$proj_{\vec{u}} \vec{u}$

$proj_{\vec{u}} \vec{v}$

Fonte: adaptado de Renan Prado Ribeiro

1. Considere os vetores \vec{u} e \vec{v} ortogonais. O que pode-se dizer sobre a projeção do vetor \vec{u} e do vetor \vec{v} ?
Digite sua resposta aqui...

2. Considere os vetores \vec{u} e \vec{v} colineares. O que pode dizer sobre a projeção do vetor \vec{u} e do vetor \vec{v} ? E do vetor \vec{v} sobre o vetor \vec{u} ?
Digite sua resposta aqui...

3. Escolha um vetor \vec{u} e um vetor \vec{v} unitário. Qual a relação entre $|\vec{u} \cdot \vec{v}|$ e a $\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v}$?
Digite sua resposta aqui...

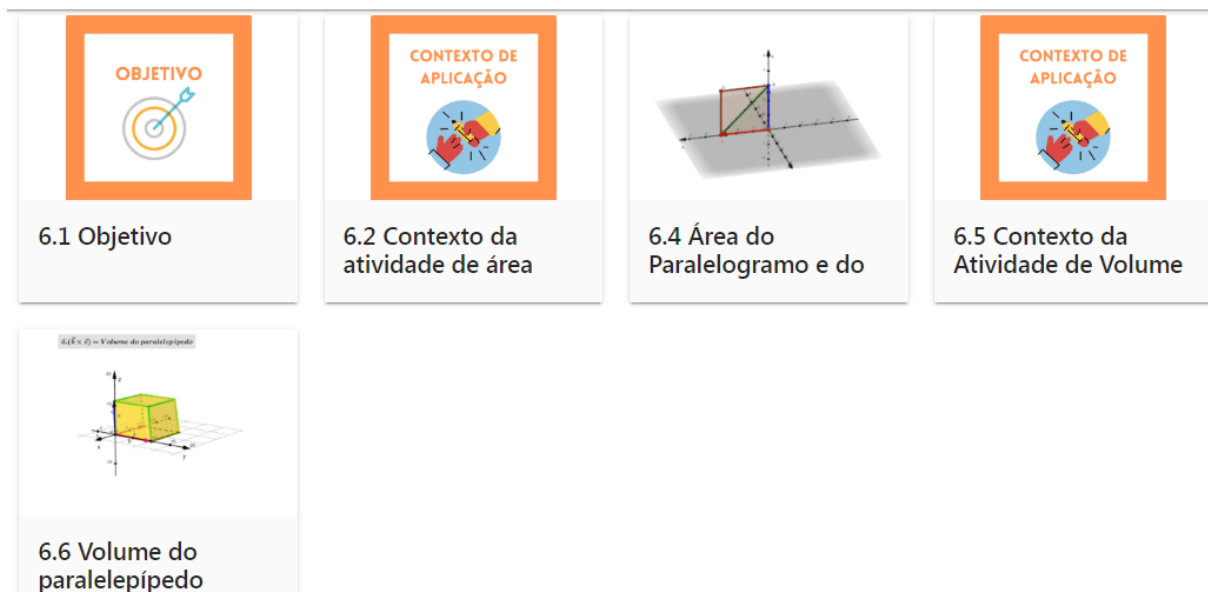
Fonte: Produção da Autora, 2021.

CAPÍTULO 6: ÁREA E VOLUME

Este capítulo visa mostrar a possibilidade de calcular as áreas do triângulo e paralelogramo utilizando os conceitos aprendidos sobre produto escalar. Também trazemos um *applet* com a proposta de calcular o volume de um paralelepípedo utilizando os conceitos desenvolvidos neste livro dinâmico. Na Figura 22 encontra-se a tela inicial do sexto capítulo. Aqui vamos apresentar como se resolve problemas de área de triângulos, paralelogramos e volume de paralelepípedo utilizando vetores. Identificar as coordenadas de cada ponto na representação simbólica e gráfica, podendo compreender uma operação realizada para encontrar a área e o valor do volume. A atividade visa possibilitar de forma visual e dinâmica a conexão de cada símbolo com sua representação gráfica e descobrir a área ou o volume considerando a representação algébrica e/ou geométrica.

Figura 22: Tela inicial do sexto capítulo: área e volume

Área e Volume



Fonte: Produção da Autora, 2021.

Contexto da atividade de área: Utilizar os conceitos vistos anteriormente para a resolução de problemas de área (atividade 15) e de volume (Atividade16). Note que o tratamento vetorial permite o cálculo de áreas e de volume de figuras geométricas no espaço.

6.1 ATIVIDADE 15

Área do triângulo e do paralelogramo: Essa atividade 15 (Figura 23) visa estabelecer as relações entre a área do triângulo e do paralelogramo por meio das representações algébrica e geométrica. Por isso esse aplicativo possui a opção de visualizar algebricamente e geometricamente somente o triângulo ou o paralelogramo e as duas representações ao mesmo tempo, sobrepostas. A atividade ainda conta com duas perguntas para auxiliar o aluno a sistematizar os conceitos relacionados à temática desenvolvida na atividade.

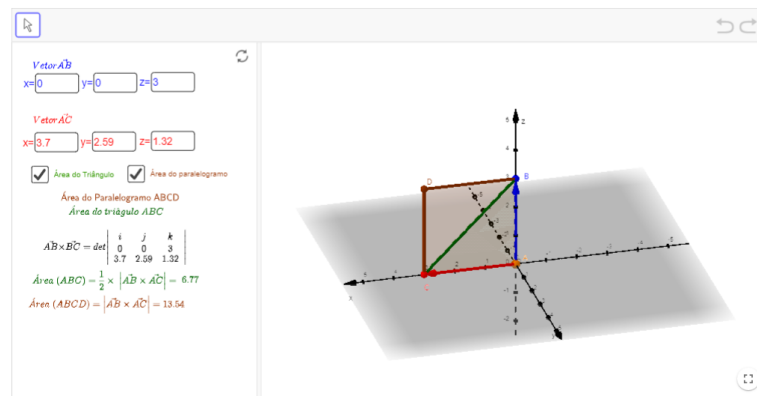
Figura 23: Atividade área do triângulo e paralelogramo

6.4 Área do Paralelogramo e do triângulo

Autor: karina do Nascimento Arena

Instruções:

1. Escolha as coordenadas do **vetor** \vec{AB} e do **vetor** \vec{AC} .
2. Para visualizar somente a área do triângulo ABC nas suas representações algébrica e geométrica, deixe o botão "Área do triângulo" marcado.
3. Para visualizar somente a área do **paralelogramo** ABCD nas suas representações algébrica e geométrica, deixe o botão "Área do paralelogramo" marcado.
4. Você também tem a opção de visualizar as duas áreas ao mesmo tempo, deixando o botão "Área do triângulo" e "Área do paralelogramo" marcados.



Fonte: adaptado de Kara Babcock, Wolfe Wall

1. Qual a relação que existe entre a área do paralelogramo ABCD e a área do triângulo ABC?

Digite sua resposta aqui...

2. Considere o polígono de vértices nos pontos A= (0,1,2), B=(0,2,1), C=(1,2,0), D= (2,0,1) e E= (1,0,2). Descreva como calcular a área deste polígono.

Digite sua resposta aqui...

Fonte: Produção da Autora, 2021.

6.2 ATIVIDADE 16

Volume do paralelepípedo: A atividade 16 (Figura 24), convida o aluno a explorar o aplicativo e compreender como encontrar o volume de um paralelepípedo a partir do produto escalar e produto misto. Foi utilizado no aplicativo as representações algébrica e geométrica, sendo identificado cada objeto matemático com as mesmas cores. São propostas três perguntas que podem possibilitar ao estudante a realização de conjecturas fundamentais para o conceito de volume, como as condições para que o volume seja diferente de zero.

Figura 24: Atividade volume do paralelepípedo

6.6 Volume do paralelepípedo

Autor: karina do Nascimento Arena

Seja as coordenadas de \mathbf{a} (a_1, a_2, a_3), \mathbf{b} (b_1, b_2, b_3), \mathbf{c} (c_1, c_2, c_3), explore o volume do paralelepípedo escolhendo as coordenadas de cada vetor e depois responda as perguntas a seguir.

Fonte: adaptado de D. Vasu Raj

1. Insira coordenadas para dois vetores, de tal forma que sejam paralelos e verifique que acontece com o volume do paralelepípedo.

Digite sua resposta aqui...

2. E se três vetores são paralelos, o que acontece com o volume do paralelepípedo?

Digite sua resposta aqui...

3. Quais são as condições para termos um volume $\neq 0$?

Digite sua resposta aqui...

Fonte: Produção da Autora, 2021.

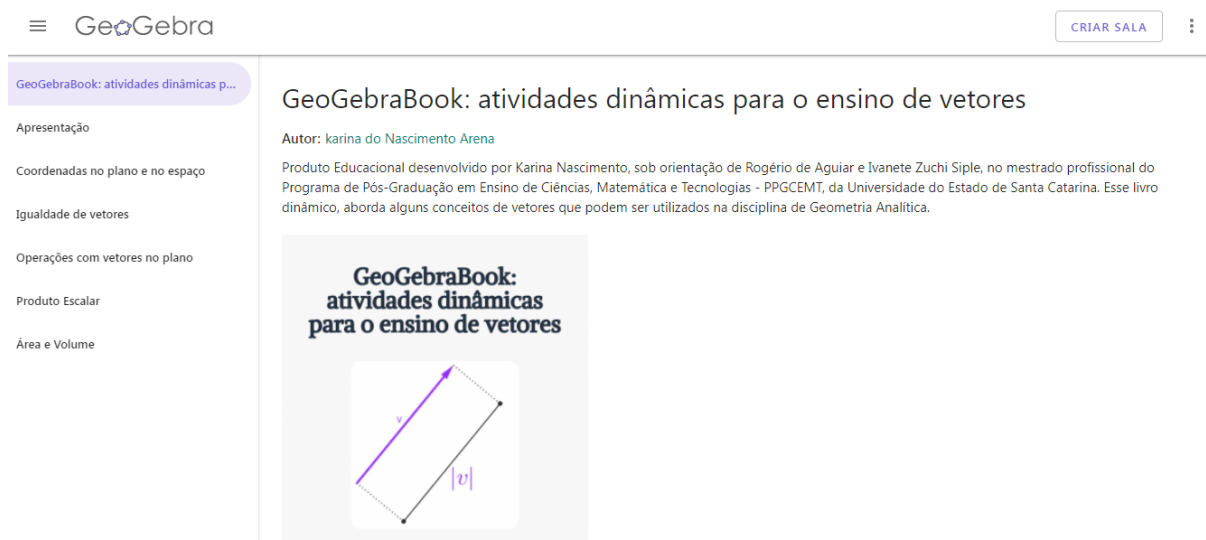
CAPÍTULO 7: GEOGEBRA CLASSROOM E A PERCEPÇÃO DE PROFESSORES

Apresentaremos neste capítulo uma breve descrição de como utilizar a ferramenta Geogebra Classroom para criar uma sala de aula virtual na qual o professor terá a visão geral da turma e onde estará disponível um código para que os alunos acessem a sala de aula digital (Figura 28). Para os alunos terem acesso às atividades da sala de aula o professor precisará fornecer o link ou o código da sala.

7.1 COMO USAR AS ATIVIDADES DO GEOGEBRA BOOK INTEGRADO AO GEOGEBRA CLASSROOM

Ao acessar o link: <https://www.geogebra.org/m/y8mep7qp>, aparecerá a tela inicial, conforme ilustra a Figura 25.




Figura 25: Tela inicial do GeoGebraBook: atividades dinâmicas para o ensino de vetores



Fonte: Produção da Autora, 2021.

Na parte superior da página no canto direito você pode encontrar três pontinhos, que ao clicá-lo abre uma página com vários ícones, descritos no quadro 1.

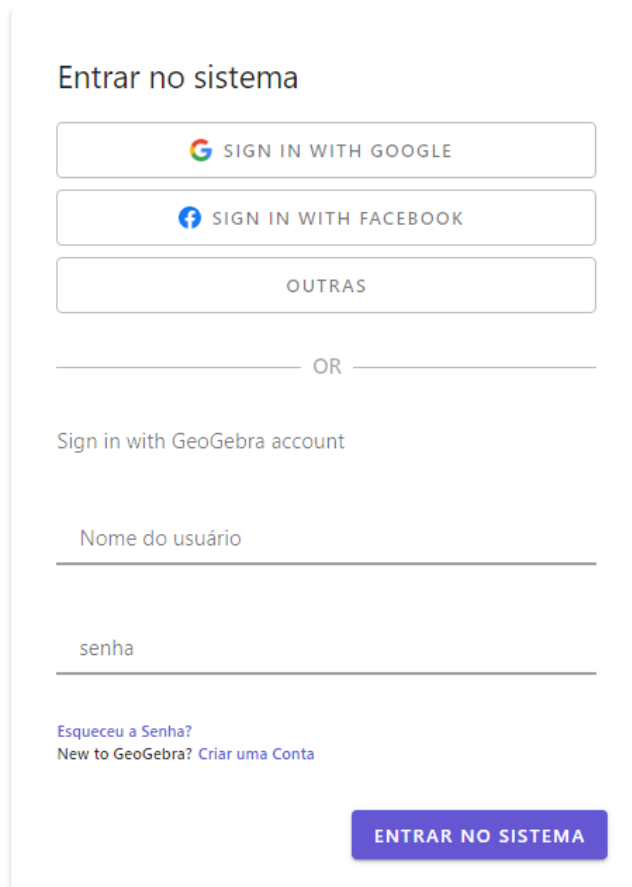
Quadro 1:Ícones do Livro dinâmico

 Incluir aos Favoritos	Para quem possui cadastro na plataforma do Geogebra, é possível incluir o livro em seus favoritos.
 Compartilhar	Compartilhar o livro por meio do link, em grupo do Geogebra (já existente e novo), Google Classroom, Geogebra Timeline e Onenote.
 Detalhes	Exibir mais detalhes do livro dinâmico e outras opções como compartilhar e baixar.

Fonte: Produção da Autora, 2021.

Ainda na parte superior do livro dinâmico você encontra a opção criar sala, ao clicar nessa opção, se você ainda não estiver logado na plataforma Geogebra será necessário que faça o login colocando usuário e senha conforme a figura 2. Caso não tenha cadastro na plataforma, clique na opção criar conta.

Figura 26: Tela para acessar o GeoGebra Classroom caso não esteja logado na plataforma GeoGebra ou não tenha conta.



Entrar no sistema

SIGN IN WITH GOOGLE

SIGN IN WITH FACEBOOK

OUTRAS

OR

Sign in with GeoGebra account

Nome do usuário

senha

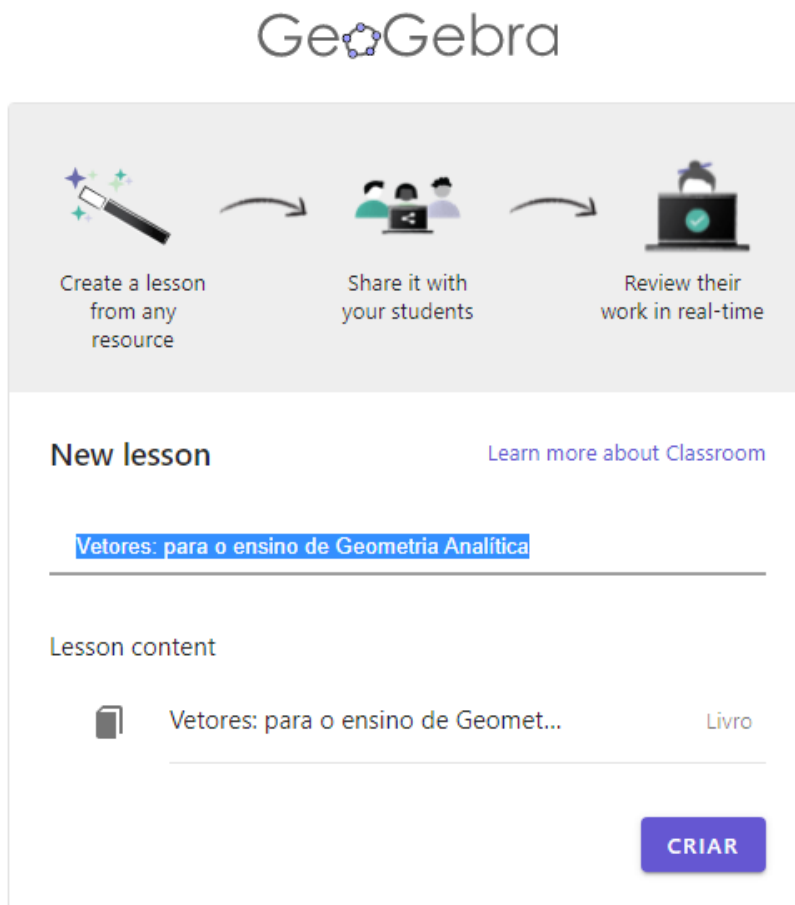
Esqueceu a Senha?
New to GeoGebra? [Criar uma Conta](#)

ENTRAR NO SISTEMA

Fonte: Produção da Autora, 2021.

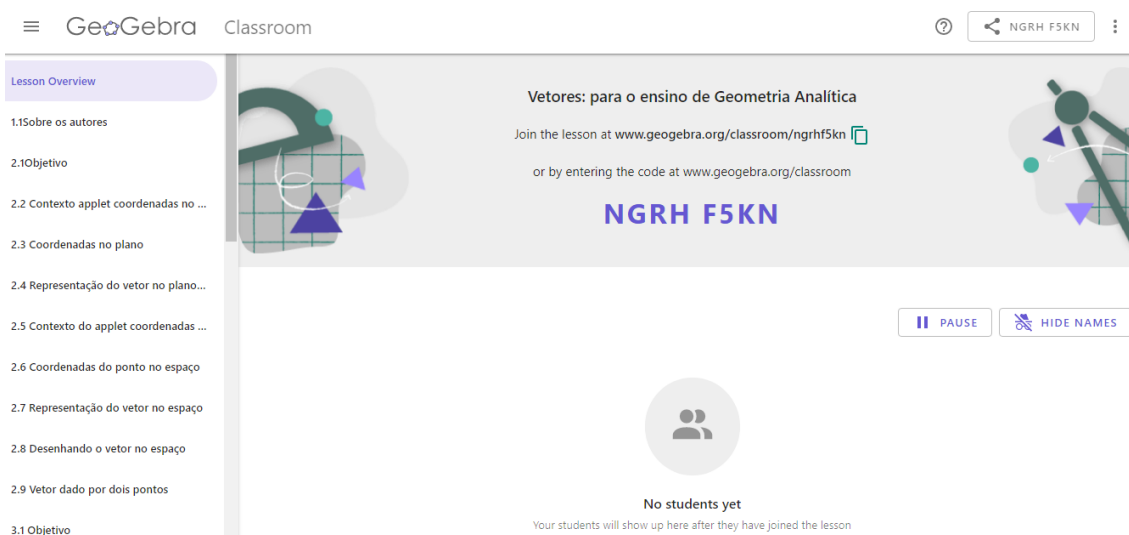
Após acessar a plataforma Geogebra Classroom aparecerá a tela (Figura 27) com o nome de sua aula a qual pode ser renomeada. Clicando na opção “criar”, será gerada uma sala de aula no qual você terá uma visão geral da turma como professor e automaticamente, na parte de cima da página, aparecerá um código para compartilhar com os alunos para que os mesmos conseguiram acessar a sala de aula digital (Figura 28). Para os sujeitos terem acesso às atividades da sala de aula o docente precisará fornecer o link ou o código da sala. Em caso da disponibilização do código os alunos precisam entrar no site <https://www.geogebra.org/classroom> ou a partir da home page do Geogebra, clicar em Classrome colocar o código da turma enviado pelo professor e seu nome. O aluno pode acessar a sala sem precisar logar na plataforma Geogebra Classroom.

Figura 27: Página para nomear sua sala de aula virtual



Fonte: Produção da Autora, 2021.

Figura 28: Interface da sala de aula virtual

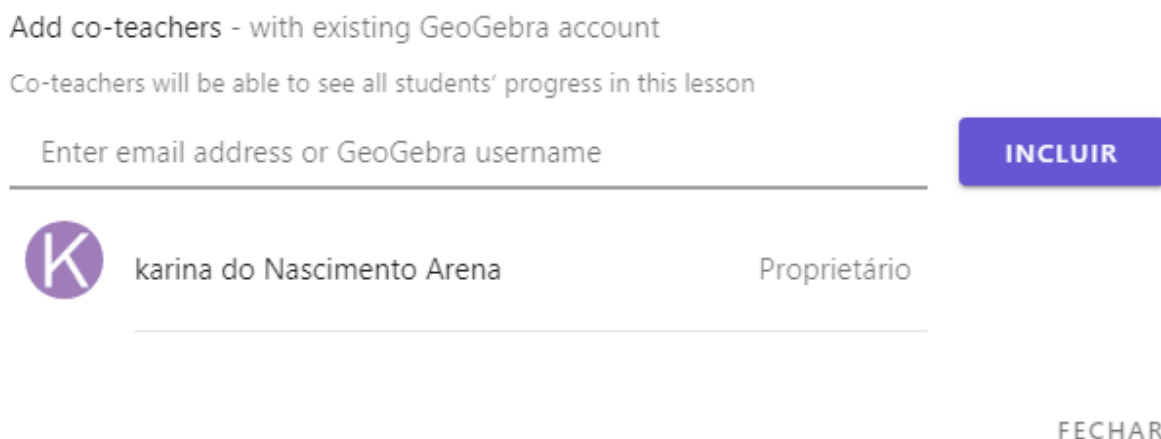


Fonte: Produção da Autora, 2021.

O ícone pause, “serve para o professor possa dar *feedback* e gerar discussões acerca da sua sala de aula ou da atividade, evitando que os alunos continuem trabalhando nela enquanto o professor fala, por exemplo” (LIMA e SIPLÉ, 2021, p.498) e a opção “anônimo” o professor pode ocultar os nomes dos alunos caso queira compartilhar a sua tela e discutir a respostas dos alunos, preservando suas identidades.

Você também pode adicionar um professor a sua sala de aula, para isso clique no ícone compartilhar no canto superior direito da página Geogebra Classroom. Para adicionar esses colaboradores digite o seu e-mail ou o nome do usuário cadastrado (Figura 29), para isso é necessário que esse professor seja cadastrado na plataforma. O coprofessor receberá um link para ter acesso a sala, tendo acesso às mesmas funcionalidades que o professor original, podendo agora acompanhar a turma a partir do seu perfil.

Figura 29: Tela para compartilhar a sala com outro professor



The screenshot shows the 'Add co-teachers' interface. At the top, it says 'Add co-teachers - with existing GeoGebra account' and 'Co-teachers will be able to see all students' progress in this lesson'. Below this is a text input field with the placeholder 'Enter email address or GeoGebra username' and a blue button labeled 'INCLUIR'. Underneath the input field, there is a list of users. The first user is 'karina do Nascimento Arena', represented by a purple circle with a white 'K' icon, and is labeled as 'Proprietário'. At the bottom right of the interface, there is a button labeled 'FECHAR'.

Fonte: Produção da Autora, 2021.

Além de criar uma sala de aula com todas as atividades, você pode também criar a sala de aula com apenas uma atividade do livro dinâmico. O caminho é o mesmo apresentado anteriormente, mas você deverá entrar na página da atividade que deseja e clicar na opção “criar sala”, que fica na parte superior da página da atividade (Figura 30).

Figura 30: Criar sala de uma atividade do livro dinâmico

[CRIAR SALA](#) ⋮

2.3 Coordenadas no plano

Autor: [karina do Nascimento Arena](#)

Instruções:

1. Clique no Botão "Novo Ponto" para determinar novas coordenadas;
2. Movimente o ponto dado $P(x, y)$ no plano cartesiano, para representar geometricamente o ponto dado pelo Botão;
3. Após ter determinado o ponto no plano cartesiano, clique na caixa "conferir" para verificar se você representou os ponto de acordo com o que foi solicitado.



Fonte: Produção da Autora , 2021.

7.2 A EXPERIMENTAÇÃO DO PRODUTO

Destacamos que esse produto educacional foi utilizado na prática docente de duas professoras de Geometria Analítica da Universidade Estadual de Santa Catarina *campus* Joinville, em tempo de ensino remoto. As atividades do livro foram utilizadas por estas professoras de forma síncrona e assíncrona com seus alunos, por meio da plataforma do Geogebra Classroom, com objetivo de introduzir o conteúdo de vetores. Os alunos foram conduzidos, num primeiro momento, a explorar os *applets* de forma livre, podendo explorar as diferentes representações do objeto matemático dado. Num segundo momento, os alunos responderam os questionamentos propostos nas atividades que visavam inferir as conjecturas observadas durante a exploração dos *applets*. Em um terceiro momento os professores, compartilhando as respostas dos alunos, realizaram uma discussão conjunta, com questionamentos e exploração dos *applets* de maneira a possibilitar aos alunos sanarem possíveis dúvidas e propiciar o reconhecimento das propriedades fundamentais dos conceitos e operações sobre vetores, explorados nas atividades propostas. Mais dados acerca da aplicação das atividades do livro dinâmico se encontram na dissertação que se refere esse Produto Educacional “**Práticas Matemáticas no Ensino de Vetores: A conversão de registros de**

representação semiótica com apoio de um livro dinâmico”, no capítulo “Sétimo Movimento – Aplicação na sala de aula”.

As professoras relataram que as atividades utilizadas em sala de aula contribuíram tanto no ensino como na aprendizagem de vetores. No ensino destacaram que as atividades foram recursos potenciais para a prática docente, pois as proporcionou mediar suas aulas de introdução ao ensino de vetores de forma dinâmica, possibilitando aos alunos a exploração, a visualização dos objetos em suas diversas representações, destacando a geométrica. Essa dinâmica possibilitou aos alunos transitarem entre as diversas representações de vetores, contribuindo para as aprendizagens dos estudantes.

CAPÍTULO 8: CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse livro dinâmico construímos atividades para o ensino de vetores no contexto da disciplina de Geometria Analítica, para serem utilizados por professores que ministram essa disciplina nos cursos de Ensino Superior e contém ainda atividades que podem ser utilizadas com alunos do Ensino Médio.

Esse material não teve a intenção de apresentar atividades com estruturas fixas para o processo de orientação, podendo o professor adaptar de acordo com a sua prática ou até mesmo se inspirar para a criação de novas atividades. Entretanto, os sete capítulos aqui apresentados possuem elementos que devem ser observados no processo de guia.

Dessa forma o livro dinâmico “GeoGebraBook: atividades dinâmicas para o ensino de vetores”, proporciona em suas atividades a possibilidade da integração dos diferentes registros de representação semiótica de acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval.

Ademais, o livro pretendeu contribuir com a prática docente e aprendizagem dos discentes. Explorar o Geogebra Classroom, em que uma de suas funções é o professor poder atribuir atividades para os alunos e acompanhar seu progresso seu progresso em tempo real, se constituiu uma ferramenta potencial para o ensino de matemática num contexto de ensino remoto

Vale ressaltar que esse livro não é um produto educacional fechado, podendo passar por melhorias, atualizações e modificações. Pretende-se também inspirar outros profissionais para criação de novas atividades e a utilização das ferramentas do GeoGebra.

Referências

DUVAL, R. Registres de representation sémiotique e fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**. Strasbourg: IREM-ULP, v. 5, p. 37-64, 1993.

DUVAL, R. **Registro de Representação semiótica e Funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. Trad. MACHADO. S.D.A. Aprendizagem em matemática: Registro de Representação Semiótica 8ed. Campinas SP: Papirus, p.11-31, 2013.

KRISTINSDÓTTIR, B. GeoGebra Books. 5 de outubro de 2016. Disponível em: geogebra.org/m/ztaQMAMx. Acesso dia: 16 de outubro do 2021.

LEMKE, Raiane. **Funções Reais de duas variáveis e geogebra: um livro dinâmico para o ensino de cálculo**. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em ensino de ciências, matemática e tecnologias) Universidade Estadual de Santa Catarina – 2017.

LIMA, J. ;SIPLE, I. GeoGebra Classroom: Uma plataforma virtual com ferramentas matemáticas interativas. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, 10 (22), 493 – 515, 2021.

NÓBRIGA, J.C; SIPLE, I,Z. Livros Dinâmicos de Matemática. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, 9(2), 78-102, 2020.