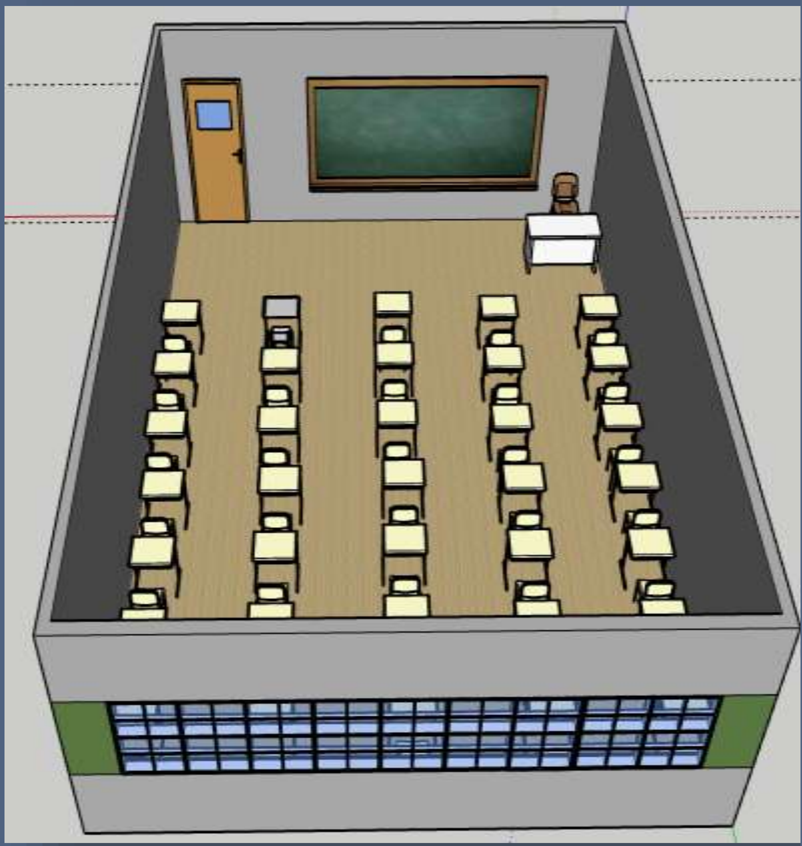


Modelagem Matemática e Ambientes Virtuais:

Modelando no SketchUp

Edivan Mendes
Jetro Ialen Moreira Bento
José Henrique Pereira
Fábio José da Costa Alves
Roberto Paulo Bibas Fialho
Eliza Souza da Silva
Ana Kely Martins da Silva

MENDES, Edivan; BENTO, Jetro Ialen Moreira; PEREIRA, José Henrique; ALVES Fábio José da Costa; FIALHO, Roberto Paulo Bibas; SILVA, Eliza Souza da; SILVA Ana Kely Martins da. Modelagem Matemática e Ambientes Virtuais: Modelando no SketchUp. Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2022.

ISBN: 978-65-00-38835-0

Modelagem Matemática. Ensino de Matemática. Software SkatchUp. Acessibilidade. Geometria Plana e Espacial

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO

O ensino de matemática tem passado por muitas transformações, movidas pelo desejo de melhorar a aprendizagem dos alunos em relação a essa disciplina. Não são poucas as pesquisas e estudos realizados a fim de encontrar meios que favoreçam o ensino de matemática.

Conforme Almeida (2018, p.9) as discussões em torno do ensino de matemática, realizadas no século XIX, fez surgir a Educação Matemática, interligada com a filosofia, a matemática, a psicologia, a sociologia, dentre outros campos científicos. Desde então, a Educação Matemática tem procurado aperfeiçoar o processo de ensino e aprendizagem de matemática. Nesse contexto, surgem as Tendências em Educação Matemática: Modelagem Matemática, Etnomatemática, Resolução de Problemas, Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), Jogos e Materiais Manipulativos e História da Matemática.

As Tendências em Educação Matemática, ampliaram o leque de opções de metodologias para o ensino de matemática, possibilitando aos professores diversas formas de desenvolver o ensino em sala de aula. Dentre essas Tendências, destacamos neste trabalho a Modelagem Matemática, que surge com o objetivo de aproximar situações reais e o cotidiano, da sala de aula.

No entanto para que seja possível o uso da Modelagem Matemática em sala de aula, é preciso que o professor saiba o que é Modelagem Matemática, como se dar a sua aplicação e desenvolvimento em sala de aula, além de, entender os aspectos relacionados a essa metodologia de ensino.

Tendo em vista, apresentar aos professores de Matemática uma proposta de ensino com uso da Modelagem. Produzimos um trabalho que faz uso do *SketchUp*, software que possibilita a criação de ambientes e objetos em 3D, muito utilizado na engenharia e arquitetura para criação de maquetes virtuais. Por meio deste software, propomos a construção de um modelo de sala de aula para 35 alunos de uma escola do Ensino Fundamental, seguindo as normas de regulamentadoras e que possua acessibilidade para um aluno cadeirante.

O objetivo desta proposta é explorar a Modelagem na construção da sala de aula, relacionando a quantidade de alunos com as dimensões da sala, além de estudar os elementos da geometria presentes na construção. Assim, este trabalho traz uma alternativa de ensino que faz uso da Modelagem Matemática.

Para facilitar o entendimento dos professores sobre Modelagem Matemática apresentamos as concepções de alguns autores e os aspectos relacionados a essa Tendência em Educação Matemática, abordamos um pouco sobre o histórico do surgimento da Modelagem, destacamos os precursores da Modelagem no ensino no Brasil, os ciclos ou etapas da Modelagem Matemática e apresentamos uma proposta de ensino de por meio da Modelagem no *SketchUp*.

Assim esperamos que este trabalho contribua para os professores introduzirem e utilizarem a Modelagem Matemática em sala de aula, além de possibilitar uma visão mais ampla dos benefícios que essa metodologia de ensino possui.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA: BREVE HISTÓRICO

Desde a antiguidade o homem vivia na busca por conhecer e compreender o seu meio. Nesse processo descreviam os fenômenos naturais por meio de modelos, matemáticos ou não (MAGNUS, 2018, p.46). Os modelos matemáticos constituíam uma forma de o homem estudar o mundo em que vive, estabelecendo padrões matemáticos para representá-los.

Assim, percebemos que a Modelagem Matemática está presente no cotidiano desde os tempos primitivos, sendo tão antiga como a própria matemática, aparecendo em muitas aplicações dos povos antigos (ALMEIDA, 2018, p.9 -10). Nesse sentido, podemos “concluir que a modelagem é um método natural de estudo, visto que em sua essência, nada mais é que buscar soluções para problemas reais” (BORGES, 2020, p. 41).

Um exemplo desse uso, foi apresentado por Santos e Santos (2016, p. 49) ao tratarem sobre a música. Segundo esses autores, provavelmente Pitágoras tenha sido o primeiro a relacionar a matemática e a música, por meio da criação da escala musical pitagórica. Ressaltam ainda que “a articulação da matemática e da música, encontra-se nos anos 570-500 A.C., período em que se acredita que tenha vivido o filósofo e matemático Pitágoras”(p.49).

Biembengut e Hein (2014, apud SANTOS & SANTOS, 2016, p.49), destacam que Pitágoras descobriu que os sons musicais têm durações diferentes. Segundo esses autores, Pitágoras realizou um experimento com um fio e descobriu que à medida que fixava o fio começando pelo meio, obtinha um som (nota) diferente, desenvolvendo um modelo matemático padrão para os sons emitidos pelo fio.

Segundo Santos e Santos (2016, p.50) existiam outros modelos matemáticos para a música, mas o de Pitágoras foi o mais aceito pela comunidade musical do Ocidente até a Idade Média. No entanto, destacam que esse modelo "apresentava "falhas" em relação ao intervalo entre duas notas da escala, que não poderia ser sempre o mesmo", e isso era resultado da não aceitação dos pitagóricos aos números irracionais, pelo fato de não ser possível escrevê-los como a razão entre dois inteiros. Isso criava um "entrave para a possibilidade de "corrigir os erros" inerentes à escala pitagórica".

Em 1691 foi resolvido o problema por Andréas Weckmeister, através de um processo chamado de Escala Temperada. Nesse momento foi feito o acréscimo de cinco notas as sete já existentes, ocorrendo uma mudança de paradigma, onde a escala temperada deveria ter 12 sons sendo que o intervalo entre esses, por sua vez, deveria ser o mesmo. Tal situação gerou um problema matemático interessante: como encaixar 12 sons, com o mesmo espaçamento, entre os valores 1 e 2, que seriam os valores de referência estipulados entre duas oitavas consecutivas? (SANTOS E SANTOS, 2016, p.50)

De acordo com os autores Santos e Santos (2016, p.50) O problema foi resolvido no século XVII, utilizando-se a Progressão Geométrica. Em que se verificou que o temperamento era a interpolação de 11 meios geométricos entre 1 e 2. E a partir da fórmula do termo geral da P.G., ficou mais simples determinar a relação numérica entre os sons.

A situação expressa nesse exemplo histórico, remete ao uso da Modelagem Matemática para resolver determinado problema de outra área do conhecimento, no caso a música, que também retrata uma situação do mundo real. Dessa forma, por meio do conceito de Progressão Geométrica, modelou-se a organização dos sons (SANTOS; SANTOS, 2016, p 50).

Biembengut (2015, p.2) afirma que "o termo 'modelagem matemática' como processo para descrever, formular, modelar e resolver uma situação problema de alguma área do conhecimento encontra-se já no início do século XX na literatura de Engenharia e Ciências Econômicas". Nesse contexto, segundo essa autora (p.3) ocorre na década de 1960 um debate internacional promovido movimento chamado “utilitarista” sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática. Esse movimento impulsionou a formação de grupos de pesquisadores sobre esse tema, visto que, tinham como visão a aplicação prática dos conhecimentos matemáticos para a ciência e a sociedade.

Em 1968 ocorreu na Suiça o evento chamado Lausanne Symposium, cujo tema era “como ensinar matemática de modo que seja útil, com situações do cotidiano do estudante e não aplicações 'padronizadas', mas que favorecessem a habilidade para matematizar e modelar problemas e situações da realidade” (BIEMBENGUT, 2015, p.3). Esse evento fortaleceu a Modelagem Matemática na Educação, pois as discussões giraram em torno do uso das situações reais na sala de aula e a Modelagem Matemática era uma boa opção para alcançar esse objetivo.

Com esse propósito na Europa surge o grupo liderado por Hans Freudenthall, denominado IOWO (Holanda), e outro, coordenado por Bernhelm Booss e Mogens Niss (Dinamarca). Em 1978, em Roskilde, ocorreu um congresso sobre o tema Matemática e Realidade, o qual teve importante contribuição para a consolidação em 1983 do Grupo Internacional de Modelagem Matemática e Aplicações – ICTMA, (BIEMBENGUT, 2015, p.3). A partir da criação e consolidação do ICTMA, houve um crescimento significativo do interesse pelas Conferências Internacionais de Modelagem e Aplicações, dando origem a uma comunidade organizada, com a mesma sigla ICTMA – *International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications* – que além de promover as Conferências faz parte do *International Congress on Mathematical Education* – ICME (BIEMBENGUT, 2015, p.5).

Conforme Ferreira, Silveira e Silva (2013) no Brasil surge os primeiros trabalhos de Modelagem Matemática no ensino na década de 1970, promovidos pelos professores Aristides Camargo Barreto, Ubiratan D’Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi. Segundo esses autores, na década de 1980 surgem os primeiros Cursos de Pós-graduação em Modelagem Matemática, momento em que a Modelagem Matemática se torna mais forte como estratégia de ensino aprendizagem. Assim 2001 é criado o Grupo de Trabalho (GT) de Modelagem Matemática pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM e em 2006 surge em Blumenau, Santa Catarina o Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino, CREMM.

Quadro 1. Precursores da Modelagem Matemática na Educação brasileira

PESSOA	BIOGRAFIA
Aristides Camargo Barreto	Aristides C. Barreto tomou conhecimento sobre modelagem matemática quando cursou Engenharia na década de 1960. A ideia de usar a modelagem em Educação Matemática começou na metade dos anos de 1970, na PUC-Rio ao passar atuar como professor nesta Instituição. Na PUC-Rio, Barreto sempre procurava utilizar-se de modelos como estratégia de ensino nas disciplinas de Fundamentos da Matemática, Prática de Ensino e Cálculo Diferencial Integral. Em 1976, realizou a primeira experiência pedagógica com 212 alunos de um Curso de Engenharia. Conjuntamente com os alunos, elaborou vários modelos em áreas específicas como Linguística, Ecologia, Biologia, dentre outras. Essas experiências realizadas levaram-no a crer que a modelagem no ensino tornava os estudantes mais motivados e interessados, descartando a constante e inquietante pergunta 'para que serve isto?' Diante das teorias, ele estimulava a criatividade e o espírito crítico. A partir de 1989, Barreto passou a interpretar e produzir textos literários em prosa e verso, com ênfase em letras de música. Muitos desses trabalhos ele divulgou por meio de artigos (em revistas e anais de congressos) e de eventos. Nesse ínterim, a convite do professor D' Ambrosio, faz palestra na UNICAMP, momento em que Bassanezi teve o primeiro contato com o tema e o termo modelagem matemática.
Ubiratan D'Ambrósio	Na década de 1960, D'Ambrosio, professor e pesquisador na Brown University, em Providence, Rhode Island; na University of Rhode Island, em Kingston - Rhode Island e na State University of New York, em Búfalo- New York, tomou ciência do movimento que vinha ocorrendo nos Estados Unidos em relação ao ensino e a aprendizagem de matemática. Formava-se nessa época o Undergraduate Mathematics Application Program – UMAP que objetivava preparar módulos de aprendizagem de matemática por temas. Isto é, elegia-se um tema matemático e, então, procurava-se preparar um material de apoio didático com aplicações desse tema nas mais diversas áreas do conhecimento, com o fim de melhorar a aprendizagem matemática de alunos da Educação Superior. Muito embora não se denominava de modelos matemáticos, os módulos apresentavam esta abordagem. Em 1972 D'Ambrósio retorna ao Brasil para atuar na UNICAMP. Com o apoio da UNESCO e da OEA, D'Ambrosio tem a oportunidade de implantar propostas de educação matemática no Brasil semelhantes às que ocorriam em alguns países da Europa e Estados Unidos. Dentre as propostas implantadas nesse período, destacam-se duas: a produção de materiais de apoio didático na forma de módulos e a criação do 1º Mestrado em Ensino de Ciência e Matemática na UNICAMP. Foram produzidos novos materiais de apoio didático sobre vários temas matemáticos, todos voltados ao Ensino Fundamental. O mestrado, projeto da OEA, teve 4 turmas, com ingressos nos anos de 1975, 1976, 1977 e 1978. Cada turma tinha em média 32 alunos. A maioria dos mestrandos era professores de Instituições de Educação Superior de diversos estados brasileiros e países das Américas do Sul e Central. O Curso tinha mais ou menos o modelo proposto na Universidade de Roskilde na Dinamarca, isto é, um modelo interdisciplinar, não linear. O modelo adotado nesse Mestrado deu origem a trabalhos em Modelagem e Etnomatemática.
	Na década de 1980, Rodney Carlos Bassanezi coordena um outro Curso, também com o apoio da OEA e promovido na IMECC-UNICAMP, para 30 professores de Cálculo Diferencial Integral, de diversas Instituições de Educação Superior da região sul do Brasil, com duração de uma semana. Nesse curso não havia método pré-estabelecido, ou melhor, não se pretendia fazer uso do método tradicional de ensino. Assim, em primeiro momento, após 'bate-papo' com os participantes, foi proposto a eles que se reunissem por 2h e apresentassem um problema que envolvesse o Cálculo Diferencial e Integral para a solução. Duas horas depois, a maioria dos problemas propostos era

Rodney Carlos Bassanezi	igual aos que se apresentava nos livros texto, sem criatividade. Esse momento foi crucial para Bassanezi propor a modelagem matemática, em particular, na resolução de problemas de biologia aplicados ao Cálculo Diferencial Integral (biomatemática). Em 1982, é organizado um Curso de Pós-Graduação na Universidade Estadual de Guarapuava- PR e convidados professores da UNICAMP para ministrar, dentre eles, Bassanezi como coordenador. Assim, Bassanezi propõe uma alteração no programa tradicional de pós-graduação, que é aceita pelos participantes: fazer uma visita a empresas da cidade e, a partir do primeiro contato com as questões da realidade, levantar problemas de interesse para serem investigados. Assim, questões relativas às abelhas, ao chimarrão, a fabricação de papel, a suinocultura, dentre outras, impulsionaram a realização do 1o Curso de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e, por conseqüência, a realização de dezenas de outros Cursos sob a coordenação de Bassanezi nas mais diversas instituições de Educação Superior do Brasil. Atualmente, ele contabiliza dezenas e dezenas destes cursos de pós-graduação e de formação continuada e palestras, em várias cidades de todas as regiões brasileiras, promovidos por Instituições de Ensino ou Secretarias Estaduais e Municipais de Educação. Os cursos realizados e as orientações de alunos de iniciação científica e de pós-graduação lato e stricto sensu, ao longo dos anos, levaram Bassanezi a (re)orientar o método, as estratégias, os instrumentos e a própria pesquisa, passando a atuar mais na Matemática Aplicada, em particular, na linha de pesquisa em biomatemática. Parte deste trabalho encontra-se no último livro que publicou - Modelagem no Ensino Aprendizagem (2002) que tem sido adotado em vários programas de graduação e pós-graduação no país.

Fonte: https://www.furb.br/cremm/portugues/cremm.php?secao=Precursores

3. CICLOS OU ETAPAS DA MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem matemática é considerada um processo cíclico, dividido em etapas, fases ou estágios, em que se desenvolve uma atividade de modelagem. A correspondência entre essas etapas é chamada de ciclos de modelagem (ALMEIDA; SILVA, 2021).

Os ciclos da modelagem matemática estão relacionados ao processo de desenvolvimento das atividades de modelagem, indicando o que os alunos farão a cada etapa do processo de construção do modelo matemático (ALMEIDA; SILVA, 2015). Nessa perspectiva, para Almeida e Silva (2021, p. 5) “a finalidade do ciclo associa-se então à intenção de apresentar uma versão idealizada do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática no sentido de caracterizar um encaminhamento padrão para essas atividades”.

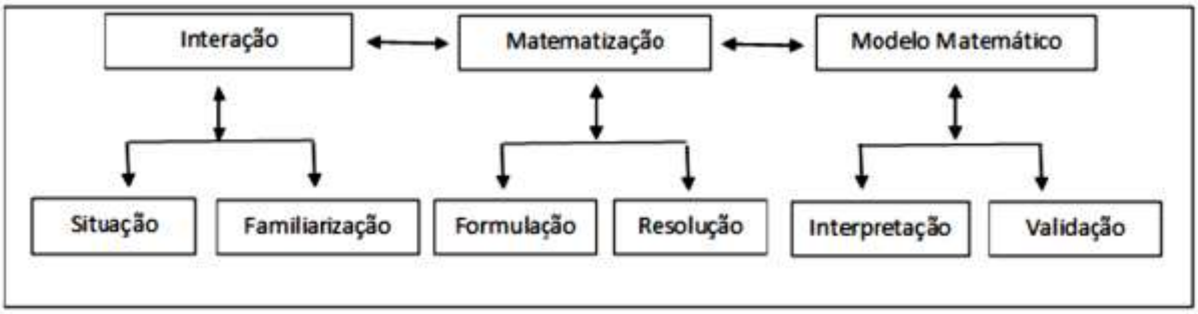
Ainda segundo Almeida e Silva (2021, p. 5) a estruturação dos ciclos de modelagem destaca que as ações dos modeladores não são lineares, ou seja, não seguem uma determinada linha, pois são recorrentes e relevantes as idas e vindas na atividade de modelagem.

Contudo, conforme Lima e Araújo (2021) ainda existe nas literaturas muitos debates sobre as formas de como deve ser desenvolvida uma atividade de modelagem, pois muitos autores trazem diferentes concepções a respeito das etapas do processo de modelagem. Machado Júnior (2005, p. 31-32) reforça essa questão dizendo que existe um consenso em relação a ideia da modelagem matemática que é transformar situações problemas em modelos matemáticos, porém, em relação as formas de condução das atividades de modelagem para o processo de ensino e aprendizagem ainda levantam muitas divergências. Para ele há diversas perspectivas da utilização da modelagem matemática na educação matemática.

A seguir destacamos os ciclos ou etapas da modelagem baseados nas concepções Biembengut (1999), Bassanezi (2002) e Almeida e Silva (2012).

A figura abaixo mostra o ciclo da Modelagem Matemática segundo Biembengut (1999).

Figura 1: Ciclo de modelagem segundo Biembengut



Fonte: Biembengut (1999, p 23 apud ALMEIDA; SILVA, 2015, p. 216)

Quadro 2. Etapas da modelagem matemática segundo Machado Júnior e Klüber; Burak

Etapas	Subetapas	Caracterização da etapa
1. Interação com o assunto	• Reconhecimento da situação problema; • Familiarização com o assunto a ser modelado.	Fase preliminar em que ocorre o envolvimento com o tema a ser estudado/problematizado. Nessa etapa a situação a ser estudada será delineada, e, para torná-la mais clara deverá ser feita uma pesquisa sobre o assunto escolhido através de livros, jornais, revistas especializadas e de dados obtidos junto a especialistas da área.
2. Matematização	• Formulação do problema; • Resolução do problema em termos	Etapa complexa e “desafiante”, pois é nessa fase que se faz a “tradução” da situação-problema para a linguagem matemática (*formulação do problema*), a partir da hipótese de que é fundamental no processo, pois permite identificar

	do modelo.	constantes envolvidas, generalizar e selecionar variáveis para descrever as relações em termos matemáticos. Elaborado o problema matemático, passa-se à sua análise com o "ferramental" matemático disponível, sempre buscando aproximações, que seria a resolução do problema em termos matemáticos.
3. Modelo Matemático	• Interpretação da solução; • Verificação ou validação.	Para a conclusão e utilização do modelo, nessa fase ocorre uma testagem ou validação do modelo obtido para verificar em que nível este se aproxima da situação-problema. Assim, sua interpretação deve ser feita através de análise das implicações da solução, derivada do modelo que está sendo investigado, para então, verificar-se sua adequabilidade, retornando à situação problema investigado e avaliando o grau de confiabilidade.

Fonte: Elaborado pelos autores a partir dos textos de Machado Júnior (2005, p.28-29) e Klüber; Burak (2008, p.24)

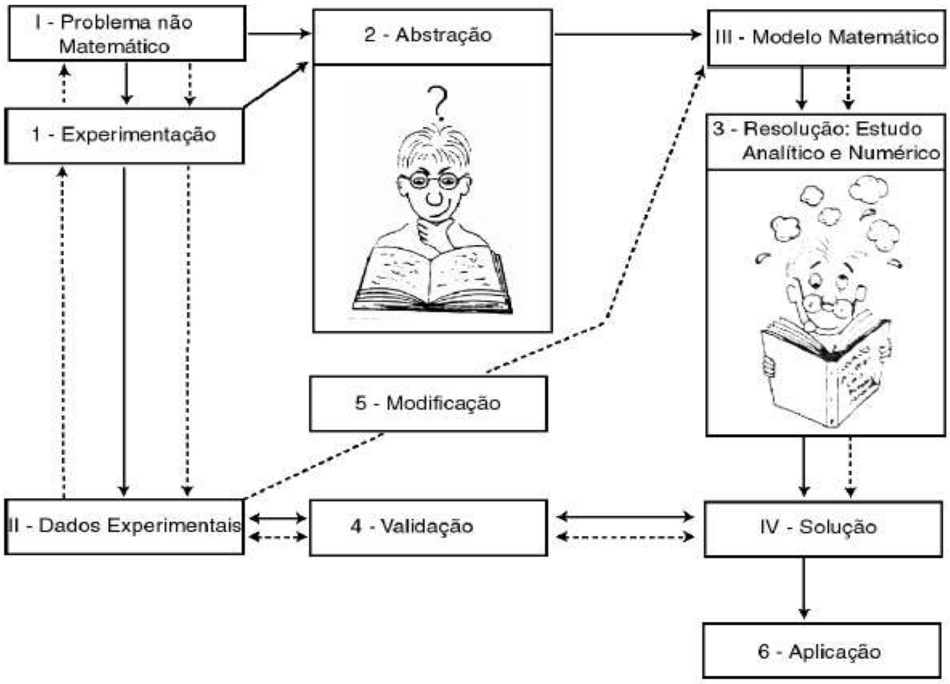
De acordo com Klüber e Burak (2008, p.24) a proposição apresentada nesse modelo são contrárias aos ideais das tendências em educação matemática, visto que, seus pressupostos estão relacionados a matematização da matemática aplicada. Segundo eles, a essência da modelagem matemática apresentada no quadro tem origem nas ciências naturais, em que o objetivo dos pesquisadores é modelar situações empíricas, a fim de explicar fenômenos mensuráveis. Porém ressaltam que não significa que isso seja ruim, contudo, é preciso deixar claro as finalidades da modelagem na educação matemática e na matemática aplicada.

> A modelagem na escola não deve ter os mesmos parâmetros da modelagem experimental; nesta, os pesquisadores possuem um grande ferramental matemático para a resolução dos mais diferentes problemas. Os problemas que surgem na escola nem sempre ensejam problemas que possam ser modelados com a mesma intensidade das ciências naturais ou modelados matematicamente no sentido literal, muitas vezes, os primeiros problemas requerem interpretações bem mais simples, contudo, não menos significativas, pois essas podem conferir um outro significado e ordem aos conteúdos programáticos do currículo (KLÜBER; BURAK, 2008, p.25).

No pensamento desses autores a Modelagem em sala de aula deve ser mais simples e deve ser realizado em consonância com os conteúdos que estão sendo estudados, possibilitando uma aprendizagem mais interessante aos alunos. Klüber e Burak (2008, p.25) ainda destacam que nesse viés, o professor já "sabe" onde tem de chegar, e isso não permite o surgimento de muitos desafios, nem para ele, nem para os alunos. Esses autores enfatizam ainda, que os níveis de ensino devem ser considerados para alcance dessa proposta, uma vez que, parece ser voltado mais para o ensino superior, onde os alunos teriam menos dificuldades de desenvolver os modelos matemáticos propostos nessa linha.

A figura abaixo mostra um esquema de modelagem de acordo com a concepção de Bassanezi (2002, p.27).

Figura 2. Esquema de modelagem segundo Bassanezi



Fonte: Bassanezi (2002, p.27).

Nesse esquema segundo Bassanezi (2002, p.27) “as setas contínuas indicam a primeira aproximação. A busca de um modelo matemático que melhor descreva o problema estudado torna o processo dinâmico, indicado pelas setas pontilhadas”.

O quadro a seguir descreve as etapas do processo de modelagem na visão de Bassanezi (2002).

Quadro 3. Etapas da modelagem matemática elaborado de acordo com Bassanezi

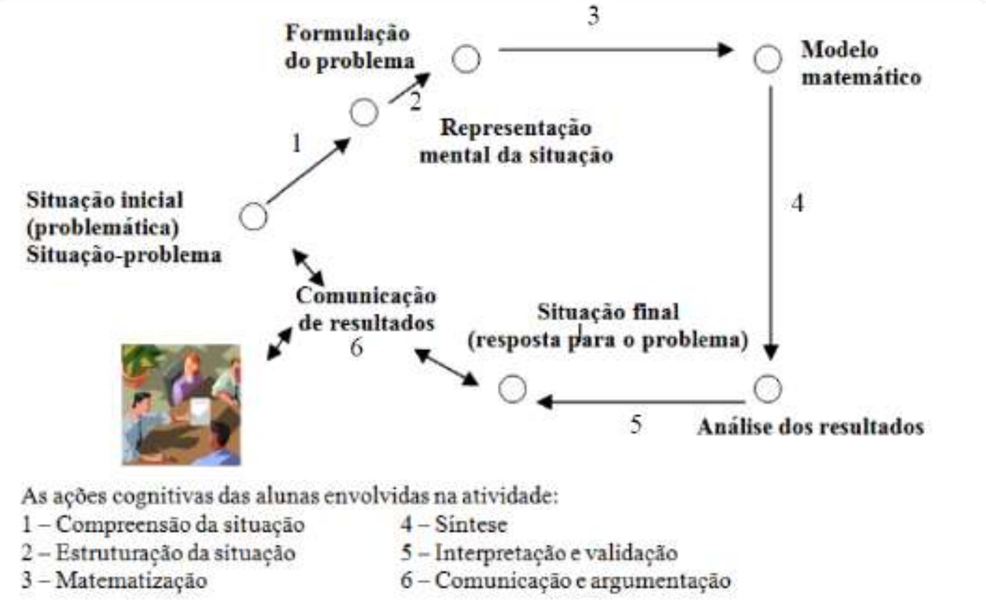
Etapas	Caracterização da etapa
1. Experimentação	É uma atividade essencialmente laboratorial onde se processa a obtenção de dados. Os métodos experimentais, quase sempre são ditados pela própria natureza do experimento e objetivo da pesquisa.
2. Abstração	É o procedimento que deve levar à formulação dos Modelos Matemáticos. Nesta fase procura-se estabelecer: Seleção das variáveis; Problematização ou formulação aos problemas teóricos numa linguagem própria da área em que se está trabalhando; Formulação de hipóteses; Simplificação.
3. Resolução	O modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente – e como num dicionário, a linguagem matemática admite "sinônimos" que traduzem os diferentes graus de sofisticação da linguagem natural.
4. Validação	É o processo de aceitação ou não do modelo proposto – Nesta etapa, os modelos, juntamente com as hipóteses que lhes são atribuídas, devem ser testados em confronto com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real – O grau de aproximação desejado destas previsões será o fator preponderante para sua validação.
5. Modificação	Alguns fatores ligados ao problema original podem provocar a rejeição ou aceitação dos modelos. Quando os modelos são obtidos considerando simplificações e idealizações da realidade, suas soluções geralmente não conduzem as previsões corretas e definitivas. Nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado, e agora poderíamos dizer que um bom modelo é aquele que propicia a formulação de novos modelos. A reformulação de modelos é uma das partes fundamentais do processo de modelagem.

Fonte: Elaborado pelos autores a partir do texto de Bassanezi (2002, p 27-30)

Segundo Almeida e Silva (2015, p.215) embora Bassanezi não se refira à matematização, pode se admitir que ele indique nas etapas denominadas de experimentação e abstração o ato de matematizar apresentado por outros autores.

A próxima figura representa um ciclo de modelagem matemática na visão de Almeida e Silva (2012)

Figura 3. Etapas da modelagem matemática e as ações cognitivas dos alunos conforme Almeida e Silva (2012)



Fonte: Almeida e Silva (2012, p. 630)

No esquema de Almeida e Silva (2012), as etapas da modelagem foram organizadas de acordo com as ações cognitivas dos alunos. Assim nesse esquema, a primeira etapa é a de **compreensão da situação**, onde é apresentado a situação problema aos alunos e eles tentarão compreender a situação, podendo representá-la mentalmente, feito isso, passarão para a segunda etapa que é a **estruturação da situação**, que resultará na formulação do problema, a partir de então, iniciará a terceira etapa chamada de **matematização**, na qual os alunos tentarão obter o modelo matemático da situação. Na quarta etapa que denominada **síntese**, é apresentado o modelo obtido, que posteriormente é analisado, chegando à etapa da **interpretação e validação** dos resultados obtidos, em que se verificará se o modelo obtido é resposta para o problema. Nesse momento começa a sexta e última etapa denominada de **comunicação e argumentação**, em que os alunos voltarão a situação-problema e apresentarão as justificativas que fizeram chegar ao modelo obtido.

Observamos por meio do que foi exposto, que o ensino realizado com o uso da Modelagem Matemática deve ser executado, obedecendo as etapas ou ciclos da Modelagem. Pois servem para nortear todo o processo de obtenção do Modelo Matemático e, por conseguinte, garante que sejam executados os procedimentos adequados na construção do Modelo.

Considerando a compreensão obtida sobre Modelagem Matemática, apresentamos no tópico a seguir uma proposta de ensino com Modelagem, utilizando o *SketchUp*.

4. APRESENTAÇÃO DA PROPOSTA DE ENSINO COM MODELAGEM A PARTIR DA CONSTRUÇÃO DE UMA SALA DE AULA NO SKETCHUP

O *SketchUp* foi desenvolvido pela Startup Last D *Software*, Boulder, no Colorado em 1999 e em 2000 foi lançado como ferramenta para criação do 3D. Graças à sua manipulação simples a Google se interessou e comprou o programa. (FARIAS; CANDIDO, 2019).

O *SketchUp* é um *software* CAD (Computer Aided Design) ou em português, *Desenho Assistido por Computador.* É um termo utilizado para se referir a *softwares* que auxiliam na construção de desenhos e/ou projetos em ambiente virtual, por meio de gráficos gerados por computador (SPBIM CURSOS, 2021). O aplicativo é concomitantemente BIM "Building Information Modeling (Modelagem com Informação para Construção)" (FARIAS; RAYHANE, 2021), ou seja, existe o conceito de interoperabilidade[1], onde todos os responsáveis pela execução do empreendimento trabalham de forma colaborativa, integrada e síncrona, em um único modelo (FARIAS; DELARISCE, 2021).

Atualmente o *SketchUp* foi adquirido pela empresa Trimble, uma das muitas empresas oriundas do Vale do Silício[2]. A ferramenta possibilita a criação desde rafes (Projetos Gráficos – Croquis[3] de Design) até projetos com precisão de forma simples e tridimensionais como na Arquitetura e no Design (FARIAS; CANDIDO, 2019).

Ele está disponível hoje nas versões: *Free; Shop; Pro; Studio; for Students; for Educators e for Schools.* (TRIMBLE INC., 2020). Nesse trabalho vamos utilizar a versão *Free* para a *web*. Na figura 4 vemos a tela inicial dessa aplicação.

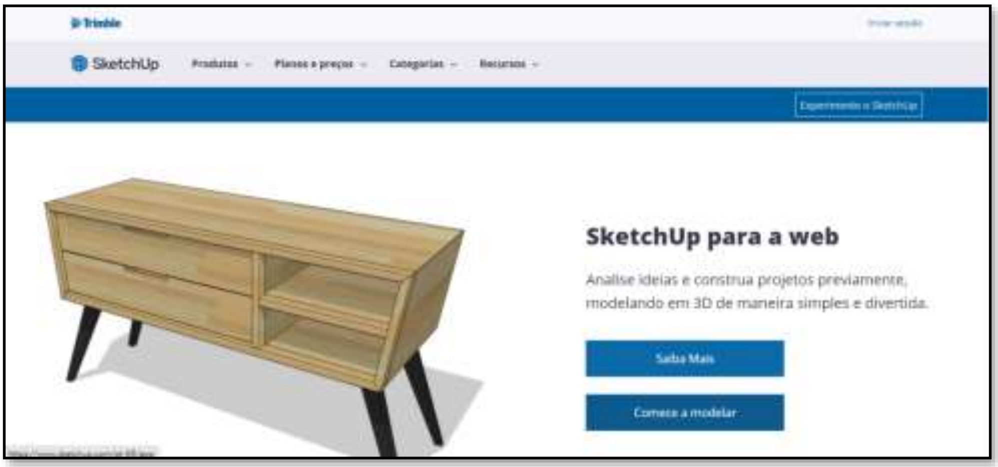
---

[1] A interoperabilidade pode ser entendida como uma característica que se refere à capacidade de diversos sistemas e organizações trabalharem em conjunto (interoperar) de modo a garantir que pessoas, organizações e sistemas computacionais interajam para trocar informações de maneira eficaz e eficiente. (BRASIL, 2020)

[2] O **Vale do Silício** está situado na Califórnia, Estados Unidos. A região é um polo industrial, uma das maiores aglomerações de empresas com domínio de tecnologia de ponta do mundo. Algumas das empresas que iniciaram seus negócios e possuem sedes na região são: Apple, Facebook, Google, HP, Intel e Microsoft. (ADAMI, 2021)

[3] Desenho feito ao vivo, em breves traços de lápis ou pincel, de modo que mostre o essencial do modelo. (DICIO,...2021)

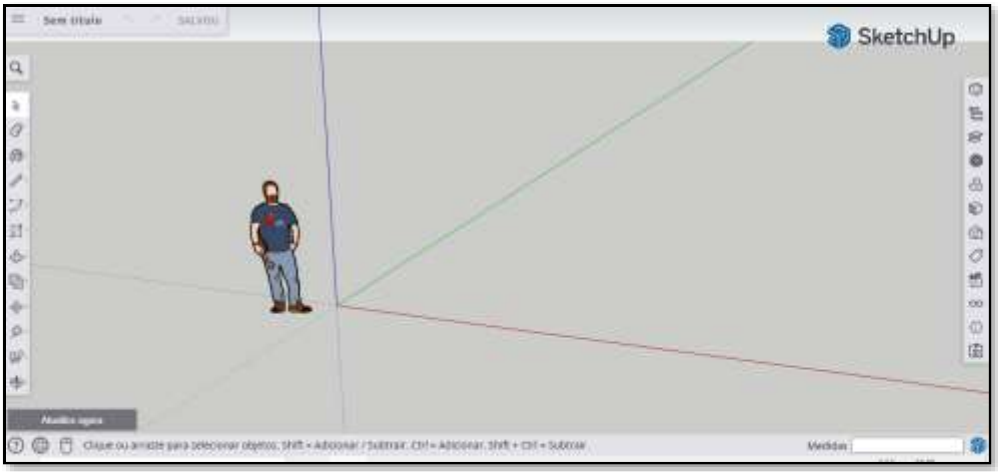
Figura 4 - Tela inicial *SketchUp* para a *web*



Fonte: Trimble Inc. (2020)

Após clicar no botão "Comece a modelar" somos encaminhados para fazer o *login* e em seguida podemos clicar em "Crie um novo", daí podemos visualizar a tela do *SketchUp* pronto para inicial um novo projeto. Na figura 2 vemos a tela do *software* pronto para começar o processo de modelação.

Figura 5 - *SketchUp* para *web* pronto para uso



Fonte: Trimble Inc. (2020)

Mas será que é possível trabalhar esse aplicativo em sala de aula, e ainda mais, será que é possível trabalhar Modelagem Matemática com este *software*? Muitos trabalhos acadêmicos já têm sido feitos com essa mesma proposta. Para Ramos (2021) "O *SketchUp* não é um *software* de geometria dinâmica para fins educativos, não foi projetado para esta finalidade, mas, [...] seu uso pode ser adaptado ao contexto do ensino e da aprendizagem". Segundo Wilges (2019) o *SketchUp* é utilizado no desenvolvimento de projetos de Engenharia Civil e

Arquitetura, mas também pode ser utilizado para potencializar o ensino de Geometria, isso se deve principalmente ao fato de ser este um aplicativo de fácil manuseio. Para Monzon (2010) o *SketchUp* é um aliado poderoso no ensino de matemática, pois quando utilizado no processo de modelagem exige dos alunos que retomem conceitos matemáticos e usem o pensamento lógico para manipular as ferramentas. Este novo programa altamente eficiente e interessante para professores de matemática, quando bem revisado, pode fornecer inúmeras possibilidades de uso.

A partir dessas perspectivas, apresentamos a seguir, os procedimentos que podem ser adotados para desenvolvimento de um ensino com o uso da Modelagem no *SketchUp.*

No processo de construção do Modelo, sugerimos discussões sobre o cálculo da área dos espaços construídos. Assim todo o processo contribuirá para os alunos assimilarem melhor o cálculo de área.

Estruturamos o processo de construção do Modelo, seguindo o ciclo da Modelagem, onde parte-se de um problema real, formula-se o problema a ser resolvido, apresenta-se aos alunos as ferramentas que utilizarão, os alunos constroem o Modelo e logo após apresentam o Modelo obtido, momento este, de discussões em torno do Modelo feito, verificando se atende às exigências do problema inicial. Feito isso, conclui-se o processo de Modelagem. Nos parágrafos abaixo descrevemos essa proposta de ensino com Modelagem.

Problema: *Em uma escola do ensino fundamental da zona rural do município de Viana-MA, pretende-se construir em um terreno anexo da escola, uma sala de aula para 35 alunos. O terreno possui um formato retangular com 8,00 m de frente e 10,00 m de fundo. Na construção da sala deve-se atender as normas legais exigidas, além de possuir um espaço favorável para um aluno cadeirante.*

Procedimento 1. Apresentar o *SketchUp* aos alunos, mostrando as possibilidades de construções e ferramentas disponíveis no software. Após isso, o professor deve realizar um minicurso com os alunos.

Procedimento 2. Pedir aos alunos que construam uma planta baixa no *SketchUp* com base nas dimensões do terreno.

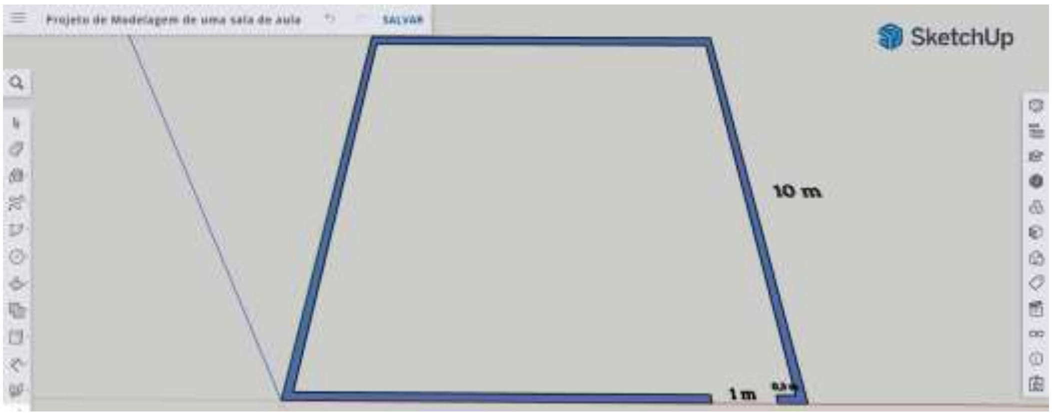
Quadro 4. Medidas que devem ser utilizadas na construção da planta baixa.

Medidas	
Frente	8,00 m
Fundo	10,00 m
Espessura da Parede	0,15 m
Distância da parede lateral direita para a porta	0,30 m
Vão livre da Porta	1 m

Fonte: Autores, 2021.

Visto que a sala de aula irá receber um cadeirante como aluno, levamos em consideração a NBR 9050, onde encontramos a informação que as cadeiras de rodas normais possuem cerca de 60 cm a 70 cm de largura e que no mínimo as portas devem possuir 90 cm de largura. Assim decidimos deixar o vão livre da porta com 1,00 m de largura, possibilitando um acesso mais tranquilo ao cadeirante.

Figura 6. Planta baixa da sala de aula



Fonte: Autores, 2021.

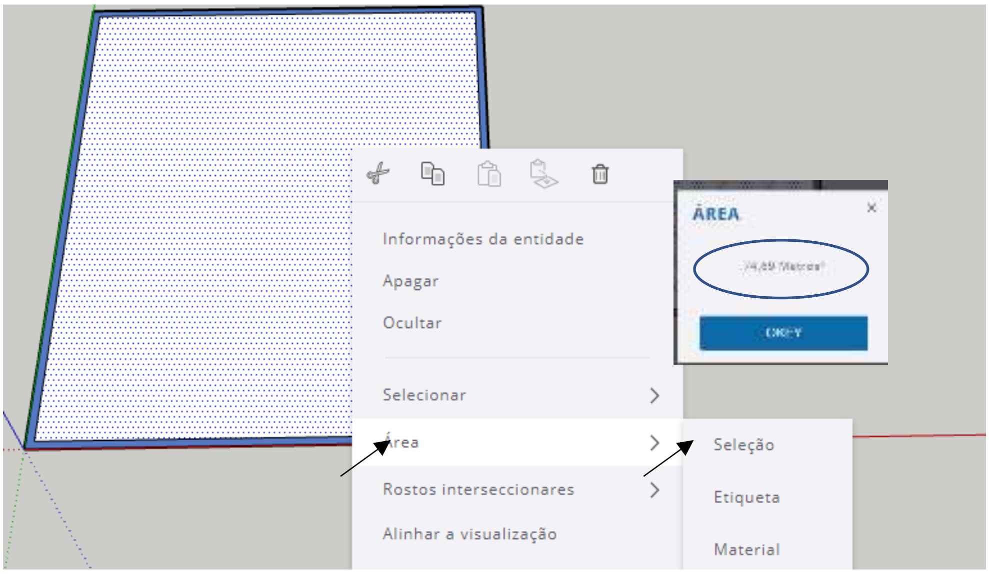
Sugestão de questões a serem discutidas com base na planta baixa da sala de aula:

1. Qual a área do piso dessa sala de aula?

Solução: Pela planta baixa temos que a área construída possui dimensões 8 m x 10 m = 80 m², porém para determinarmos a área do piso devemos subtrair dessas dimensões a espessura que terá as paredes, nesse caso a espessura das paredes mede 0,15 m. Assim, tanto na largura como no comprimento do fundo devemos subtrair a espessura de 2 paredes de 0,15 m de espessura, ou seja, a largura ficará 8 m – 2 x 0,15 m = 8 m – 0,30 m = 7,70 m e o comprimento do fundo ficará 10 m – 2 x 0,15 m = 10 m – 0,30 m = 9,70 m. Dessa forma, a área do piso da sala será obtida 7,70 m x 9,70 m = **74,69 m².**

O mesmo resultado pode ser obtido a plataforma do *SketchUp.* Para isso, devemos com o mouse selecionar o piso da sala e depois clicamos no lado direito do mouse e escolhemos a opção área e depois a opção seleção. Assim teremos a área da parte selecionada, que neste caso se trata da área do piso da sala **74,69 m².**

Figura 7. Cálculo da área no *SketchUp*



Fonte: Autores, 2021.

2. Sabendo que as cerâmicas que irão ser usadas para revestir o piso medem 60 cm x 60 cm. Quantas cerâmicas serão necessárias para revestir o piso da sala?

Solução: Devemos calcular a área ocupada por cada cerâmica, nesse caso será 60 cm x 60 cm = 3 600 cm². Após a obtenção dessa medida devemos dividir a área do piso por essa medida. Porém a área do piso está em m² e a área que será ocupada por cada cerâmica está em cm², portanto devemos escrever as duas medidas na mesma unidade. Decidimos por preferência transformar a área do piso da sala de m² para cm², em que 1 m² corresponde a 10 000 cm². Assim multiplicamos 74,69 x 10 000 cm² = 746 900 cm² que corresponde a área do piso cm². Agora podemos dividir 746 900 cm² por 3 600 cm². Efetuando a divisão 746 900 cm² **:** 3 600 cm² = **207, 47** cerâmicas, no entanto, como o número de cerâmicas deve ser inteiro, pois estamos tratando de quantidade, então, serão necessárias **208 cerâmicas**.

3. Considerando que a cadeira de rodas do cadeirante meça 60 cm de largura. Qual seria o espaço livre que ficaria entre a cadeira e a porta em metros? E se a cadeira medisse 70 cm?

Solução: Como o vão da mede 1 m, temos que subtrair desse o valor a largura da cadeira. No primeiro caso a medida é 60 cm, devemos transformar essa medida para metro, onde sabemos que 1 cm corresponde a 0,01 m, então devemos multiplicar 60 cm por 0,01 m, obtendo 60 x 0,01 m = 0,60 m. Realizando subtração 1 m – 0,60 m = 0,40 m, ou seja, o espaço livre entre a cadeira e o vão da porta será de **0,40 m.**

O segundo cálculo segue o mesmo raciocínio, por isso, deixamos como exercício.

Procedimento 3. Os alunos devem levantar as paredes, delimitando janelas e portas, seguindo as normas de construção.

Conforme o manual de Adequação para Prédios Escolares, a altura mínima das paredes da sala de aula deve ser de 2,60m para se obter melhor conforto térmico. Porém o manual recomenda 3,00 m de altura para regiões mais quentes (BRASIL, 2006, p 10).

Em relação as janelas esse documento, recomenda-se que os vãos das janelas devem medir 1/10 da área do piso e para uso da iluminação natural recomenda-se que as janelas sejam 1/5 da área do piso (p.11). Enquanto as portas devem possuir dimensões mínimas de 0,80 m x 2,10 m (p.11).

Assim como a escola será construída no município de Viana-MA, que é uma região quente, utilizamos a medida de 3,00 m de altura para a construção das paredes da sala de aula; 1,00 m x 2,10 m para as portas, devido a necessidade da adequação as regras de acessibilidade para um cadeirante; as janelas, decidimos que devem ocupar na parede do fundo uma área que corresponda a 1/10 ou mais da área do piso. Como as janelas serão feitas na parede do fundo, cuja largura mede 8,00 m e devido a necessidade de corresponderem a no mínimo 1/10 da área do piso; utilizamos 1,00 m para a altura do peitoril[4], embora seja muito comum usar 1,10 m como medida padrão; 2,10 m para altura da parte superior das janelas e 6,80 m para o vão total das janelas.

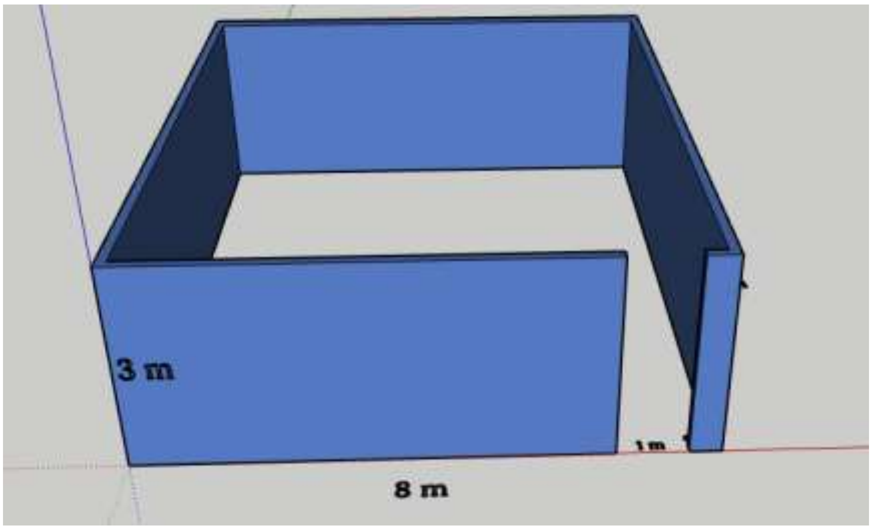
[4] Distância entre o **piso** e a parte de baixo da **janela.**

Quadro 5. Medidas das paredes, portas e janelas

Medidas Utilizadas	
Paredes laterais	10,00 m x 3,00 m
Parede frontal e do fundo.	8,00 m x 3,00 m
Porta	1,00 m x 2,10 m
Janela	1,10 m x 6,78 m

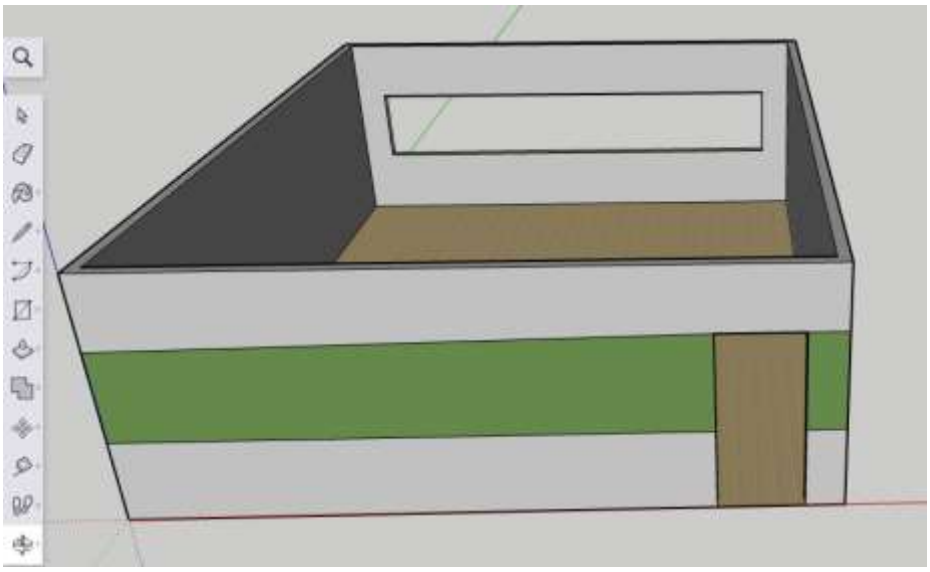
Fonte: Autores 2021.

Figura 5. Sala com as paredes levantadas.



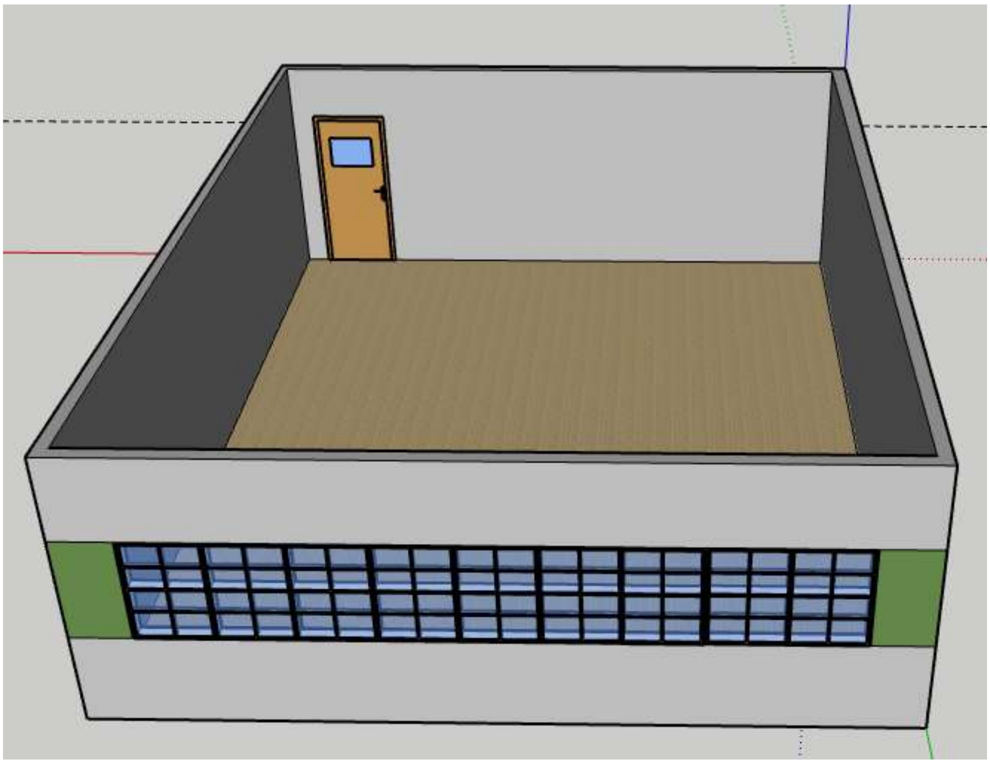
Fonte: Autores, 2021.

Figura 6. Sala com porta e janelas delimitada.



Fonte: Autores, 2021.

Figura 7. Sala com porta e janelas.



Fonte: Autores, 2021.

Sugestão de questões a serem discutidas:

1. Qual a área ocupada pela porta e janelas?

Solução: Como a porta possui dimensões 1,00 m x 2,10 m, logo a área ocupada será 1,00 x 2,10 = **2,10 m².** A área ocupada pelas janelas corresponde ao produto 6,78 m x 1,10 m = **7,458 m² ou 7,46 m².**

2. Qual a área das paredes?

Solução: As duas paredes laterais possuem mesma medida então a área das duas juntas será 2 x 10 m x 3 m = **60 m²,** do mesmo modo a área da parede do fundo e da frente, portanto, a área das duas juntas é 2 x 8 m x 3 m = **48 m²,** somando essas áreas teremos que a área das paredes é 60 m² + 48 m² = **108 m².**

3. Qual seria essa área se as paredes tivessem 2,60 m?

Solução: As duas paredes laterais teriam a área juntas 2 x 10 m x 2,60 m = **52 m²,** enquanto a área da parede do fundo somada com a da frente, seria 2 x 8 m x 2,60 m = **41,60 m²,** somando essas áreas teremos que a área das paredes é 52 m² + 41,60 m² = **93,60 m².**

4. Qual diferença entre essas áreas?

Solução: A diferença entre as áreas obtidas nas duas questões anteriores será 108 m² - 93,60 m² = **14,40 m²**

5. A área reservada as janelas é: igual, maior ou menor do que 1/10 da área do piso?

Solução: 1/10 da área do piso é 1/10 x 74,69 m² = 7,46 m² e área reservada as janelas corresponde a 7,458 m², arredondada para 7,46 m². Portanto, a área reservada as janelas é praticamente igual a 1/10 da área do piso.

Procedimento 4. Disposição da mobília (lousa, mesas e cadeiras) na sala de acordo com as normas regulamentadoras.

Conforme o descrito no problema a sala conterá 35 alunos e dentre estes um cadeirante. Portanto devemos organizar a sala de modo que permita a circulação do cadeirante. Além de colocar as cadeiras da frente a uma distância satisfatória da lousa.

De acordo com a NBR 9050 que trata da acessibilidade, as lousas devem ser instaladas de maneira acessíveis, cuja altura da parte inferior deve ser no máximo de 0,90 m do piso e deve ser garantida a possibilidade de manobra e aproximação lateral da cadeira de rodas. Nesse caso devemos deixar um espaço que possibilite uma manobra de 360º e conforme o documento acima esse espaço deve ser de 1,5 m.

Segundo o Manual de Ambientes Didáticos da UFT (2016, p. 5), "para garantir um bom desempenho das aulas e demais atividades didáticas é recomendável que a distância mínima entre a lousa e a primeira carteira seja de 2,50 m, evitando assim problemas ergonômicos aos alunos, facilitando o angulo de visão e permanência".

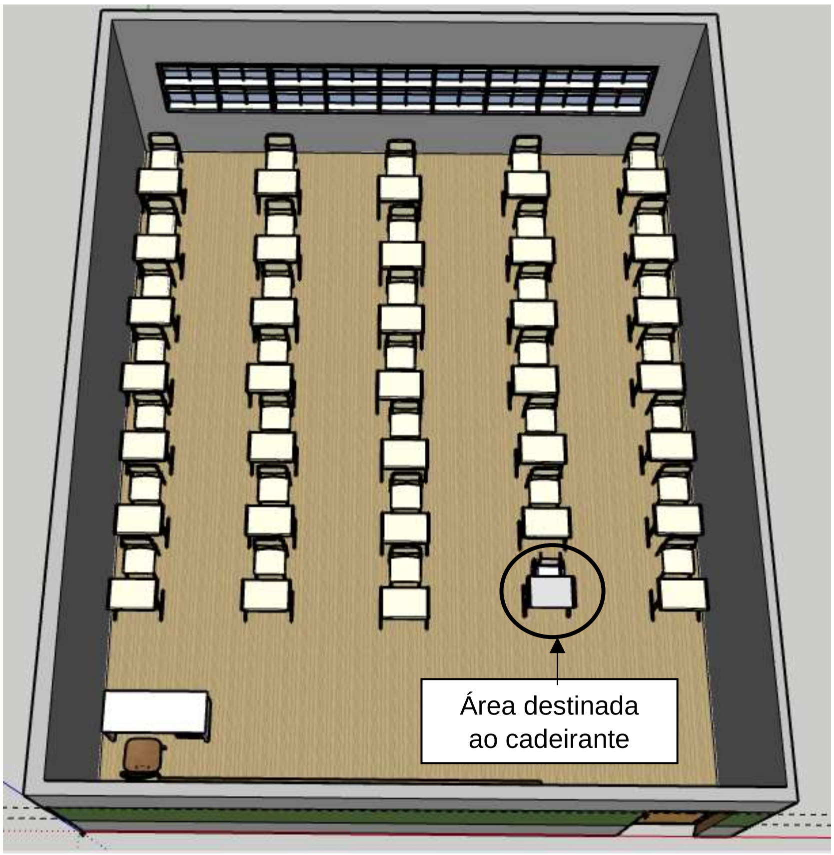
Outros pontos que se deve levar em consideração, é a área livre para a cadeira de rodas ser manobrada em 360º, que de acordo com a NBR 9050 deve ser de 1,5 m. A mesa destinada ao cadeirante conforme a NBR 9050 deve permitir que a cadeira manobre no mínimo 90º.

Quadro 6. Medidas Utilizadas para disposição da Mobília.

Medidas	
Altura da parte Inferior da lousa	0, 70 m
Distância das cadeiras da frente para a lousa	2,50 m
Cadeiras	0,40 m x 0,40 m x 0,38 m
Mesa do aluno	0,60 m x 0,41 m x 0,66 m
Mesa do professor	1,20 m x 0,50 m x 0,72 m

Fonte: http://apoiodidatico.iau.usp.br e Manual de Ambientes Didáticos da UFT

Figura 8. Vista de cima do modelo de sala aula criado.



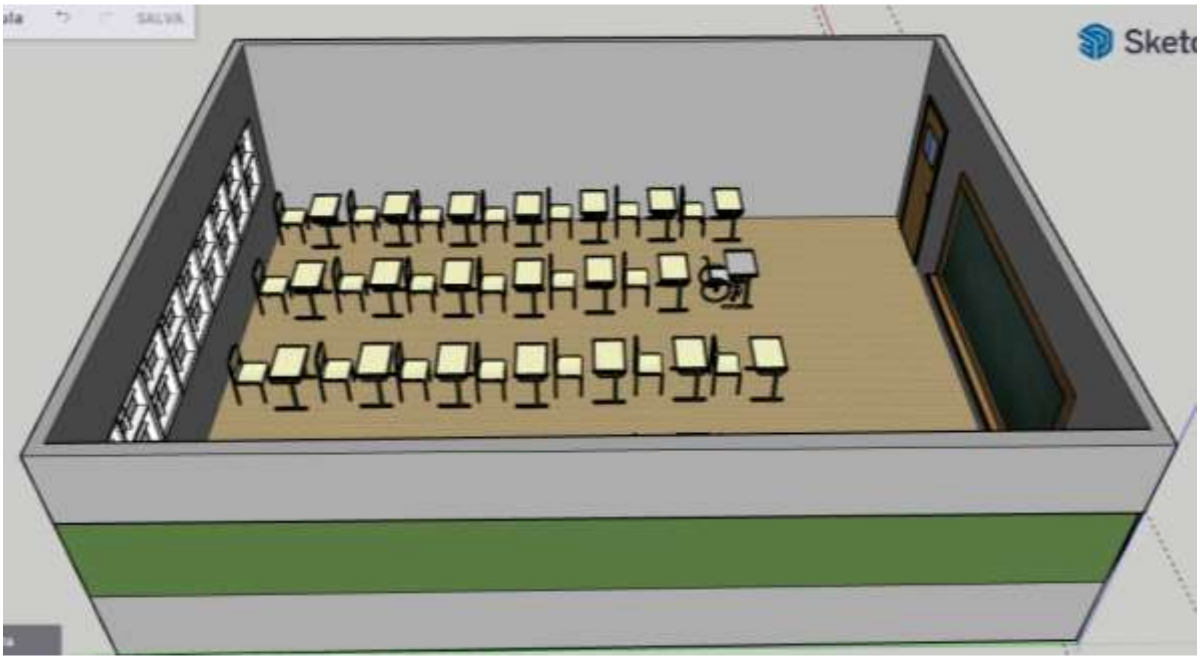
Fonte: Autores, 2021.

Devido as dimensões da sala de aula, deixamos o espaço reservado ao cadeirante na frente, pois facilitará o deslocamento do aluno para a lousa e para a porta de saída da sala de aula.

Figura 9. Modelos de cadeiras e mesas para aluno, cadeirante e para professor.

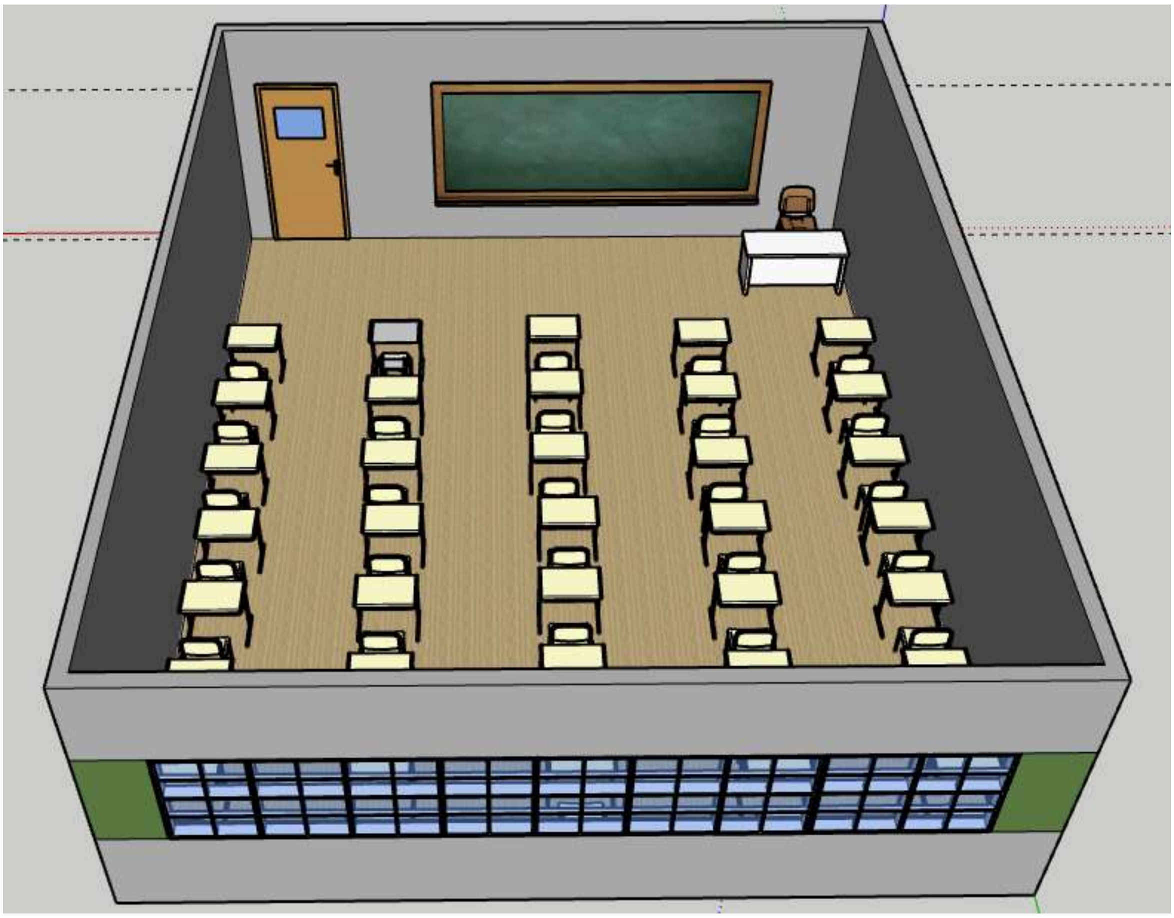
Fonte: http://www.fnde.gov.br/

Figura 10. Vista lateral do modelo da sala.



Fonte: Autores, 2021.

Figura 11. Vista da lousa da sala.



Fonte: Autores, 2021.

Sugestão de questões para serem discutidas nesse procedimento.

1. Considerando que as cadeiras da frente foram dispostas a 2,5 m de distância do quadro. Qual a área reservada para a disposição das cadeiras?

Solução: Devemos retirar 2,5 m do comprimento do fundo da sala para então sabermos a área reservada para a disposição das cadeiras. Efetuando esse cálculo temos: 9,70 m – 2,5 m = 7,20 m, então área reservada a disposição das cadeiras é o resultado do produto 7, 20 m x 7,70 m = **55,44 m².**

2. Qual a razão entre essa área e o número de alunos?

Solução: A razão entre área reservada a disposição das cadeiras e o número de alunos é 55,44 m²/ 35 = **1,584 m² por aluno**, arredondando fica **1,58 m² por aluno**.

3. Considerando as medidas apresentadas no quadro acima e que as fileiras de cadeiras estão dispostas a mesma distância. Diga qual a largura dos corredores?

Solução: Para sabermos qual a largura dos corredores, devemos verificar o quanto da largura da sala vai ser ocupado pela largura das mesas, e qual a distância da parede para a disposição da primeira e última fileira. No caso apresentado neste modelo dispomos essas duas fileiras encostadas na parede. Sendo assim, temos que realizar o cálculo do total ocupado pelas mesas da largura da sala de aula, efetuando esse cálculo temos: 5 fileiras mesas, onde as mesas possuem largura de 0,60 m, desse modo, fazemos 5 x 0,60 m = 3 m, temos que as mesas ocuparão 3 m do total da largura da sala. Agora temos que subtrair esse valor da largura da sala, no caso, 7,70 – 3 m = 4,70 m. Depois basta dividirmos esse valor pelo total de corredores que serão deixados entre a disposição das mesas e cadeiras, que neste caso serão 4 corredores, realizando esse cálculo 4,70 m : 4 = **1,175 m,** então a largura dos corredores é de aproximadamente **1,18 m.** Esse espaço entre a disposição das mesas e cadeiras permitirá a circulação dos alunos na sala, porém para o cadeirante deveria ser de 1,5 m, no entanto pelas dimensões da sala no foi possível deixar esse espaço, por isso decidimos deixar o espaço reservado ao cadeirante na frente.

4. Qual o espaço que pode ser ocupado para cada conjunto mesa e cadeira do aluno, da área reservada para a disposição da das mesas e cadeiras, excluindo o espaço dos corredores? E quanto desse espaço foi ocupado por cada conjunto?

Solução: Primeiro devemos subtrair da área reservada para disposição das mesas e cadeiras a área dos corredores. Efetuando o cálculo da área dos corredores temos 4 corredores com mediadas 1,175 m, portanto, devemos multiplicar 4 x 1,175 m x 4,70 m = 22,09 m². Agora subtraímos esse valor da área reservada para a disposição das mesas e cadeiras, no caso, efetuamos 55,44 m² - 22,09 m² = 33,35 m² é o total do espaço que foi reservado para os conjuntos. Para saber quanto desse espaço pode ser ocupado por cada conjunto, basta dividirmos essa área por 35, no caso, temos que 33,35 m² : 35 = 0,95 m². Assim cada conjunto pode ocupar até 0,95 m² da total área reservada para a disposição de mesas e cadeiras.

Para sabermos o tanto desse espaço que foi ocupado, devemos calcular área de cada conjunto. Neste caso, para facilitar os cálculos utilizaremos para a largura, a largura das mesas e para o comprimento a soma do comprimento das mesas com o comprimento das cadeiras. Assim temos a largura 0,60 m e o comprimento 0,40 m +

0,41 m = 0,81 m, efetuando o produto 0,60 m x 0,81 m = **0,486 m²** que será ocupado por cada conjunto mesa e cadeira.

Procedimento 5. Pedir aos alunos que apresentem o Modelo criado e discutir se o Modelo criado por eles, atende os requisitos exigidos no problema.

Após execução dos procedimentos apresentados acima, faz-se a conclusão da atividade, verificando os resultados obtidos e o nível de aprendizado dos alunos.

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho apresentamos uma proposta de ensino com Modelagem através do uso do *SketchUp*. Inicialmente discorremos sobre a Modelagem Matemática, concepções, desenvolvimento na história, seu uso em sala de aula como metodologia de ensino, destacando como deve ser desenvolvido o processo de uma atividade de Modelagem Matemática na sala de aula, cujo desenvolvimento é realizado em ciclos ou etapas. Descrevemos a nossa proposta de ensino com Modelagem, baseado em um problema real que tratava da construção de uma sala de aula no *SketchUp*, em que propomos 5 procedimentos a serem utilizados durante o processo de Modelagem.

A finalidade foi apresentar a Modelagem Matemática no *SketchUp* como alternativa para o ensino de Matemática capaz de transformar a prática didática desenvolvida em sala de aula. E conforme o que foi discorrido no texto do trabalho, percebemos que o uso da Modelagem Matemática em sala de aula vem crescendo significativamente e tem se tornado uma boa opção metodológica para as aulas de Matemática.

Portanto, a Modelagem Matemática se constitui como mais uma alternativa de ensino diferente da tradicional, que pode conduzir o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, de modo a alcançar melhores resultados. Mas para que isso aconteça, é preciso que os professores que queiram transformar sua prática didática, buscando conhecer a Modelagem Matemática, a fim de aplicá-la em sala de aula, de modo que, o processo de ensino e aprendizagem de Matemática seja interessante e significativo para os alunos.

6. REFERÊNCIAS

ADAMI, Anna. **Vale do Silício**. 2021. Disponível em: https://www.infoescola.com/informatica/vale-do-silicio/. Acesso em: 26 jul. 2021.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Heloísa Cristina da. A Matematização em Atividades de Modelagem Matemática. **Alexandria**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis, v. 8, n. 3, p. 207-227, 26 nov. 2015. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/issue/view/2327. Acesso em: 18 abr. 2021.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da. Ciclo de modelagem matemática interpretado à luz de estratégias heurísticas dos alunos. **Rencima**: Revista de ensino de ciências e matemática, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 1-27, 01 mar. 2021. Disponível em: http://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/. Acesso em: 18 abr. 2021.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ALMEIDA, SILVA, Karina Alessandra Pessoa da. Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre os modos de inferência. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 18, n. 3, p. 623-642, 2012. Disponível em: https://www.fc.unesp.br/. Acesso em: 23 abr. 2021.

ALMEIDA, Vânia Horner de. A interconexão das tendências da educação matemática. **Coinspiração**: Revista de Professores que ensinam Matemática, Barra do Bugres, v. 1, n. 2, p. 1-15, jul. 2018. Disponível em: https://sbemmatogrosso.com.br. Acesso em: 03 maio 2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9050**: - Acessibilidade de pessoas portadoras de deficiências a edificações, espaço, mobiliário e equipamento urbanos. 3 ed. Rio de Janeiro, 2015. 148 p.

BASSANEZI, Rodnei Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. Editora Contexto, São Paulo 2002. Disponível em: https:// www.researchgate .net/publication/256007243. Acesso 21 abr. 2021.

BIEMBENGUT, Maria Salett. ICTMA: história das ideias e ideias da história. In: Conferência Interamericana de Educación Matemática, 14., 2015, Tuxtla Gutiérrez. **Anais [...].** Tuxtla Gutiérrez, México: Ciaem-Iacme, 2015. p. 1-9. Disponível em: https://funes.uniandes.edu.com. Acesso em: 27 mar. 2021.

BORGES, Leila Bernardes. **Modelagem Matemática no Ensino de Trigonometria**. 2020. 156 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2020. Disponível em: https://repositorio.bc.ufg.br. Acesso em: 27 mar. 2021.

BRASIL. **Interoperabilidade**: interoperabilidade, e-ping, padrões de interoperabilidade. 2020. Disponível em: https://www.gov.br/governodigital/pt-br/governanca-de-dados/interoperabilidade. Acesso em: 26 jul. 2021.

DICIO, Dicionário Online de Português. 2021. Disponível em: https://www.dicio.com.br/. Acesso em: 26 jul. 2021.

FARIAS, Júlio Cesar; CANDIDO, Vitoria. **O que é o SketchUp?** 2019. Disponível em: https://spbim.com.br/o-que-e-sketchup/. Acesso em: 25 jul. 2021.

FARIAS, Júlio Cesar; DELARISCE, Henrique. **PMI e o BIM**. 2021. Disponível em: https://spbim.com.br/pmi-bim/. Acesso em: 26 jul. 2021.

FARIAS, Júlio Cesar; RAYHANE, Stherfani. **CAD vs BIM**. 2021. Disponível em: https://spbim.com.br/cad-vs-bim/. Acesso em: 26 jul. 2021.

FERREIRA, Gessé Pereira; SILVEIRA, Alexis; SILVA, Leonardo Andrade da. A modelagem matemática ao longo da história e o surgimento da modelação matemática no brasil. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais [...].** Curitiba: Sbem, 2013. p. 1-16. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/. Acesso em: 22 mar. 2021.

Manual de ambientes didáticos: diretrizes para layout, equipamentos e conforto ambiental / Adaptação Diretoria de Arquitetura e Urbanismo da Prefeitura Universitária - UFT – Palmas, TO, 2016. 71 p. Disponível em: https://docs.uft.edu.br/. Acesso em 27 jul.2021.

Manual para Adequação de Prédios Escolares. 5. ed. Brasília: Fundescola/Dipro/Fnde/Mec, 2005. 50 p. Disponível em: https://www.fnde.gov.br/. Acesso em: 27 jul. 2021.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Emp**: Educação Matemática e Pesquisa, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/. Acesso em: 20 abr. 2021.

LIMA, Fernando Henrique de; ARAÚJO, Jussara de Loiola. Em direção a uma caracterização da intervenção docente: ações de um professor em uma prática de modelagem matemática. **Rencima**: Revista de ensino de ciências e matemática, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 1-25, 01 mar. 2021. Disponível em: http://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/. Acesso em: 20 abr. 2021.

MACHADO, Elisa Spode. **Modelagem Matemática e Resolução de Problemas**. 2006. 141 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006. Disponível em: https://repositorio.pucrs.br/. Acesso em: 01 maio 2021.

MACHADO JÚNIOR, Arthur Gonçalves Machado. **Modelagem matemática no ensino-aprendizagem**: ação e resultados. 2005. 146 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação em Ciências e Matemáticas, Núcleo Pedagógico de Apoio Ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Maranhão, Belém, 2005. Disponível em: http://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/1780. Acesso em: 23 abr. 2021.

MAGNUS, Maria. **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira**: história em movimento. 2018. 227 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2018. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle. Acesso em: 27 mar. 2021.

MONZON, Larissa Weyh. O uso do software Google Sketchup e de material concreto para a aplicação de conceitos adquiridos nas aulas de matemática. **Renote**: Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v. 8, n. 3, p. 1-8, dez. 2010. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/renote. Acesso em: 26 jul. 2021.

RAMOS, Ana Carolina Ribeiro. **SketchUp – Uma ferramenta útil para o ensino da matemática aplicada em projetos**. 2021. 178 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2021. Disponível em: https://repositorio.ufba.br/. Acesso em: 26 jul. 2021.

SANTOS, João Dimas Saraiva dos; SANTOS, Douglas Borreio Maciel dos. Modelagem Matemática: a articulação da matemática e da música no ensino de progressão geométrica. **Emd**: Ensino de Matemática em Debate, São Paulo, v. 1, n. 3, p. 1-13, ago. 2016. Disponível em: https://revistas.pucsp.br. Acesso em: 27 mar. 2021.

SPBIM CURSOS (ed.). **O que é CAD (Desenho Assistido por Computador)?** 2021. Disponível em: https://spbim.com.br/o-que-e-cad-desenho-assistido-por-computador/. Acesso em: 26 jul. 2021.

TRIMBLE INC. (org.). **Planos e preços**. 2020. Disponível em: https://www.sketchup.com/pt-BR/plans-and-pricing. Acesso em: 26 jul. 2021.
TRIMBLE INC. (ed.). **SketchUp para a web**. 2020. Disponível em: https://www.sketchup.com/pt-BR/products/sketchup-for-web. Acesso em: 26 jul. 2021.

TRIMBLE INC. (ed.). **SketchUp para a web**. 2020. Disponível em: https://www.sketchup.com/pt-BR/products/sketchup-for-web. Acesso em: 26 jul. 2021.
VIEIRA, Edite Resende; COSTA, Nielce Meneguelo Lobo da. Ensino de geometria com tecnologia digital: experiências possíveis em um processo formativo. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...].** São Paulo: SBEM, 2016. p. 1-12. Disponível em: www.sbem.com.br. Acesso em: 26 jul. 2021.

WILGES, Greice Daniela. **Aulas de geometria com auxílio do software SketchUp**. 2019. 119 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino de Ciências Exatas, Universidade do Vale do Taquari, Lajeado, 2019. Disponível em: https://www.univates.br. Acesso em: 26 jul. 2021.

DADOS REFERENTES AOS AUTORES:

Edivan Mendes

É Graduado em Ciências e Matemática pela Universidade Estadual do Maranhão (2014), Especialista em Ensino de Matemática e Física pelo Instituto de Ensino Superior Franciscano (2014) e em Matemática Financeira e Estatística pela Faculdade Única (2019). É mestrando em Ensino de Matemática pela Universidade do Estado do Pará e professor EBTT do Instituto Federal do Maranhão - Campus Santa Inês. (edivan.mendes@ifma.edu.br)

Jetro Ialen Moreira Bento

É Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Piauí (2003) e Especialista em Educação Matemática Comparada pela Escola Superior Aberta do Brasil (2016). É mestrando em Ensino de Matemática pela Universidade do Estado do Pará e professor EBTT do Instituto Federal do Maranhão – Campus Codó, e professor de matemática da SEDUC (MA). (jetro.bento@ifma.edu.br)

)

José Henrique Pereira

É Licenciatura em Matemática Universidade Federal do Maranhão (1985) e Especialista em Estatística pela Universidade Estadual do Maranhão (2006). É mestrando em Ensino de Matemática pela Universidade do Estado do Pará, professor EBTT do Instituto Federal do Maranhão - Campus Monte Castelo, e professor de matemática da SEDUC (MA). (henriquepereira@ifma.edu.br)

Fábio José da Costa Alves

É Licenciado em Matemática pela União das Escolas Superiores do Pará (1990), Mestre em Geofísica pela Universidade Federal do Pará (1999), Doutor em Geofísica também pela UFPA (2003) e Pós-Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2017), entre outras formações. É Coordenador do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA e líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias. (fjca@uepa.br)

Roberto Paulo Bibas Fialho

É Graduado em Arquitetura e Urbanismo pela União das Escolas Superiores do Pará (1989), Mestre em Desenvolvimento Sustentável do Trópico Úmido pela Universidade Federal do Pará (1998). É artista plástico e Especialista em educação pela UNAMA (1994) e em design de móveis pela Universidade do Estado do Pará (2006). É também membro do Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, do CCSE/UEPA. (bibasfialho@ig.com.br)

Eliza Souza da Silva

É Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1995), Mestre em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos (2006) e Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2015). É coordenadora de TCC do curso de matemática e de trabalho de conclusão da Universidade do Estado do Pará. (ssazile@hotmail.com)

Ana Kely Martins da Silva

É Graduada em Pedagogia pela Universidade do Estado do Pará (1992), Especialista em Metodologia da Educação Superior pela PUC/MG, Mestre em Ciências da Educação Docência Universitária - IPLAC/ UEPA (2000), Doutora em Educação pela PUC/RJ e Pós- Doutora em Educação com ênfase em Psicologia Cognitiva pela Universidade de Flores (Buenos Aires). Atua profissionalmente como professora efetiva da Universidade do Estado do Pará-UEPA, desde 1994. (anakely2@yahoo.com.br)