



FABIOLA BARCELOS RISSO
DILZA CÔCO
SANDRA APARECIDA FRAGA DA SILVA

MATERIAIS DIDÁTICOS E
TAREFAS DE FORMAÇÃO
SOBRE FRAÇÕES

COLEÇÃO FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS
SOBRE FRAÇÕES NA PERSPECTIVA HISTÓRICO CULTURAL
VOLUME 3



Edifes
ACADÊMICO



INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo

INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Fabiola Barcelos Risso

Dilza Côco

Sandra Aparecida Fraga da Silva

**MATERIAIS DIDÁTICOS E TAREFAS AÇÕES DE
FORMAÇÃO SOBRE FRAÇÕES**



Edifes
ACADÊMICO

Vitória - ES
2018



Editora do Instituto Federal do Espírito Santo
Rua Barão de Mauá, nº 30 – Jucutuquara
29040-689 – Vitória – ES
www.edifes.ifes.edu.br | editora@ifes.edu.br

Reitor: Jadir José Pela
Pró-Reitor de Administração e Orçamento: Lezi José Ferreira
Pró-Reitor de Desenvolvimento Institucional: Luciano de Oliveira Toledo
Pró-Reitora de Ensino: Adriana Piontkovsky Barcellos
Pró-Reitor de Extensão: Renato Tannure Rotta de Almeida
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação: André Romero da Silva
Coordenador da Edifes: Adonai José Lacruz

Conselho Editorial

Aldo Rezende * Ediu Carlos Lopes Lemos * Felipe Zamborlini Saiter * Francisco de Assis Boldt * Glória Maria de F. Viegas Aquije * Karine Silveira * Maria das Graças Ferreira Lobino * Marize Lyra Silva Passos * Nelson Martinelli Filho * Pedro Vitor Morbach Dixini * Rossanna dos Santos Santana Rubim * Viviane Bessa Lopes Alvarenga

Revisão de texto: Dilza Côoo
Projeto gráfico: Áthyla Caetano
Diagramação: Áthyla Caetano
Capa: Wendel Alexandre A. Macedo

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo)

R596m Risso, Fabiola Barcelos.

Materiais didáticos e tarefas de formação sobre frações [recurso eletrônico]: coleção formação de professores dos anos iniciais sobre frações na perspectiva histórico cultural: volume 3 / Fabiola Barcelos Risso, Dilza Côco, Sandra Aparecida Fraga da Silva. – 1. ed. - Vitória : Edifes Acadêmico, 2018.
73 p. : il. ; 30 cm.

ISBN: 978-65-89716-97-6 (E-book)

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Frações – Estudo e ensino (Ensino fundamental). 3. Material didático – Estudo e ensino (Ensino fundamental). 4. Ensino fundamental. 5. Didática – Estudo e ensino (Ensino fundamental). 6. Professores de matemática – Formação. I. Côco, Dilza. II. Silva, Sandra Aparecida Fraga da. III. Instituto Federal do Espírito Santo. IV. Título.

CDD 21 – 510.7

Elaborada por Marcileia Seibert de Barcellos – CRB-6/ES – 656
DOI: 10.36524/9786589716976

Esta obra está licenciada com uma Licença Atribuição-Não Comercial-Sem Derivações 4.0 Brasil.



MINICURRÍCULO DAS AUTORAS

Fabiola Barcelos Risso

É Professora do Ensino Fundamental efetiva da Prefeitura Municipal de Vitória e Pedagoga efetiva da Rede Estadual de Ensino do Estado do Espírito Santo, atualmente na função de diretora escolar e mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (EDUCIMAT), no Instituto Federal do Espírito Santo. Licenciada em Pedagogia pela Universidade Federal do Espírito Santo/Ufes (2008). Participa do Grupo de Pesquisa em Práticas Pedagógicas de Matemática (GRUPEM).

Dilza Côco

É Professora do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes), Campus Vitória e atua na Área de Ciências Sociais e Humanas nos cursos de Licenciatura em Matemática, e nos Programas de Pós-Graduação em Educação Ciências e Matemática (EDUCIMAT) e Ensino de Humanidades (PPGEH). Mestre (2006) e Doutora (2014) em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo/UFES e Licenciada em Pedagogia pela Ufes (1997). Integra a equipe de pesquisadores do Grupo de Estudos e Pesquisas Educação na Cidade e Humanidades (GEPECH) e do Grupo de Pesquisas em Práticas Pedagógicas de Matemática (GRUPEM), atuando na linha de pesquisa formação de professores.

Sandra Aparecida Fraga da Silva

É Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (2000), Mestre (2004) e Doutora (2009) em Educação, com ênfase em Educação Matemática, pela mesma instituição. É professora do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), atuando no curso de Licenciatura em Matemática e no Mestrado Profissional em Educação de Ciências e Matemática. Lidera o Grupo de Pesquisa em Práticas Pedagógicas de Matemática – Grupem e é Vice-líder do Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo (GEEM-ES).

SUMÁRIO

	APRESENTAÇÃO	5
1	INTRODUÇÃO	8
2	MATERIAIS MANIPULÁVEIS EM TAREFAS DE FORMAÇÃO SOBRE FRAÇÕES	18
2.1	MATERIAIS CONCRETOS MANIPULÁVEL COM MATERIAIS COMUNS.....	19
2.1.1	Significado Medida	21
2.1.2	Origem dos números fracionários	21
2.1.3	Significado Quociente	30
2.2	MATERIAIS CONCRETOS: MANIPULÁVEL COM MATERIAIS EDUCACIONAIS.....	39
2.2.1	Significado Parte-Todo	40
3	OUTROS MATERIAIS DIDÁTICOS	50
3.1	MATERIAIS PICTORIAIS.....	51
3.2	MATERIAIS SIMBÓLICOS	62
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	70
	REFERÊNCIAS	72

APRESENTAÇÃO

Por meio de um experimento formativo em forma de curso de extensão, ofertado pelo Instituto Federal de Educação do Espírito Santo (Ifes), em parceria com o Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) e o Grupo de Pesquisa em Práticas Pedagógicas em Matemática (GRUPEM) foi possibilitado a professores de anos iniciais do Ensino Fundamental momentos de estudos coletivos sobre conhecimentos de frações e seus diferentes significados.

Deste espaço de formação continuada, emergiu uma coletânea de livros denominada **Formação de professores dos anos iniciais sobre frações na perspectiva Histórico-Cultural**.

Essa coleção é composta por três volumes. O material aqui apresentado corresponde ao volume 3 dessa coleção e, tem como proposta discutir as

contribuições de materiais didáticos, enquanto instrumentos mediadores para o ensino de frações.

Estudos como os de Costa (2016) e Schimitt (2016) apontam para as contribuições do uso de materiais didáticos no ensino dos conteúdos matemáticos. Indicam também a importância de se ter mais espaços de formação de professores para discussão sobre as potencialidades dos materiais como instrumentos de mediação no processo ensino e aprendizagem.

Em suas pesquisas os autores apontam que muitos professores não fazem uso de alguns materiais didáticos, por não conhecerem os instrumentos, ou não saberem em quais conteúdos eles podem ser mais bem utilizados.

A partir desses e outros indícios observados no estudo bibliográfico realizado, surgiu nossa pesquisa de mestrado, sobre o uso de materiais didáticos em

espaço de formação de professores, mais informações ver em Risso (2018).

Este livro tem como base teórica os fundamentos da Teoria Histórico-Cultural, Teoria da Atividade e Teoria da Atividade Orientadora de Ensino. Foi desenvolvido com o objetivo de contribuir para o fortalecimento da área de Ensino de Matemática e auxiliar professores de anos iniciais na definição de materiais didáticos para o ensino de frações. Ele estará disponível gratuitamente na página do programa Educimat¹.

Fabiola Barcelos Risso
Dilza Côco
Sandra Aparecida Fraga da Silva

¹<http://educimat.ifes.edu.br>

1 INTRODUÇÃO

Esse produto educacional é resultado de pesquisa de mestrado intitulada **Diferentes Materiais e seus usos em Tarefas sobre Frações em Formação de Professores dos Anos Iniciais** (RISSO, 2018), vinculada ao Programa de Pós-graduação Educimat, do Ifes *campus* Vitória. Teve como objeto de estudo as contribuições de materiais didáticos enquanto instrumentos mediadores no ensino de frações, em espaço de formação de professores.

A investigação deu-se no movimento de um experimento formativo do tipo curso de extensão denominado **(Re)Descobrimo Frações e seus Diferentes Significados**. Nesse curso, a cada encontro propunha-se tarefas de formação com a utilização de materiais didáticos que pudessem auxiliar a apropriação dos conhecimentos de frações e seus significados.

A coleção da qual esse material compõe, está organizada em três volumes. No volume 1, de Santos e Côco (2018), intitulado **Formação Contínua de Professores dos Anos Iniciais sobre Frações: Uma Proposta a Partir da Abordagem Histórico Cultural** apresenta uma experiência de formação continuada realizada com professores dos anos iniciais sobre frações.

O volume 2, escrito por Lopes e Silva (2017) tem por título **O Movimento de Aprendizagem Docente sobre Frações: Ideias e Reflexões em Formação Contínua de Professores dos Anos Iniciais** e aborda ações e tarefas desenvolvidas no curso de extensão e indicativos de como podem ser trabalhadas em outras formações ou em sala de aula para discutir frações e seus diferentes significados.

E este, que corresponde ao volume 3, escrito por Risso, Côco e Silva (2018) denominado **Materiais didáticos e tarefas de formação sobre frações**, que discutirá as contribuições de materiais didáticos

em tarefas de formação sobre fração e seus significados.

Para subsidiar o estudo apresentado neste texto, utilizou-se os conceitos de materiais didáticos conforme Vale (2002) como sendo “todos os materiais a que recorreremos para promover o ensino-aprendizagem da Matemática” (VALE, 2002, p. 7).

Para a autora os materiais didáticos podem ser classificados em três tipos: concretos, pictoriais e abstratos/simbólicos.

Materiais concretos permitem que os alunos trabalhem em contato direto com eles; permitem uma apresentação de uma ideia matemática através de objetos a três dimensões.

Materiais pictoriais permitem que os alunos observem apresentações audiovisuais, observem demonstrações pelo professor ou usem desenhos ou imagens de materiais concretos; permitem uma representação de ideias matemáticas entre o concreto e o simbólico e são usadas normalmente em livros de textos.

Materiais simbólicos permitem que os alunos ouçam, leiam e escrevam com papel e lápis; permitem uma representação de uma ideia matemática através de numerais e sinais aceites

universalmente e que indicam uma operação ou relação matemática (VALE, 2002, p. 5-7).

Segundo Vale (2002) os materiais concretos também possuem uma classificação, eles podem ser divididos em materiais comuns e materiais educacionais:

Materiais comuns são os materiais que usamos com diversas finalidades na vida de todos os dias p.e. paus de gelado, feijões, espelhos, folhas de papel, dinheiro, etc.

Materiais educacionais são materiais especificamente construídos para serem usados na sala de aula com fins educativos p.e. ábaco, geoplano, mira, livros de textos, fichas, etc (VALE, 2002, p. 8).

Vale (2002) pontua também que novos instrumentos, com o objetivo de auxiliar no processo ensino e aprendizagem, passaram a fazer parte da rotina escolar, como é o caso das calculadoras, dos computadores e dos jogos.

Se “os manipuláveis ajudam a compreender ideias abstratas [sic] a partir de situações concretas e problemáticas” (VALE, 2002, p. 15) ao trazer esta

afirmação para o contexto do ensino da Matemática, somos levados a dizer que, por meio da manipulação de materiais concretos, é possível ampliar as possibilidades de aprendizagem do conteúdo matemático.

Percebemos que essa ampliação também é fruto do desenvolvimento e criação humana a partir de diferentes necessidades ao longo da história.

Logo, compreender esse processo mais amplo dos materiais didáticos nos ajuda a compreender esse processo histórico. Visto que a utilização desses materiais existe desde tempos muito antigos, por exemplo, o homem primitivo, para contar animais, usou pedras, marcas em um bastão, nós em cordas, e etc. Mais tarde, outros instrumentos foram construídos intencionalmente para se trabalhar os conceitos matemáticos, como o ábaco, a régua, o compasso e outros. Conforme aponta Costa (2016),

A relação do ser humano com o mundo acontece em muitos casos com a utilização de mediadores, isto é, ferramentas auxiliares usadas para melhorar a realização de determinada atividade da vida do homem. Quando o ser humano modifica o mundo visando ao seu bem-estar, utilizando intencionalmente tais ferramentas para tornar mais fácil essa tarefa, tornam-nas um tipo de extensão do homem e são capazes de provocar mudanças nos objetos (COSTA, 2016, p. 23).

Portanto, os materiais didáticos são caracterizados como instrumentos mediadores, que atuam como ferramentas auxiliares no processo ensino e aprendizagem, e conforme Moura et al. (2010) são capazes de impactar no desenvolvimento das funções psicológicas superiores do indivíduo. Esses materiais são produções humanas, sejam eles os de uso comum (pedras, gravetos) que serviram para atender a necessidades numa determinada época, como os confeccionados para um fim específico (régua, compasso, tangram).

Para a identificação de quais materiais didáticos poderiam ser utilizados como mediadores de ensino dos significados de fração, que foram abordados no

curso de extensão, levou-se em consideração os materiais que fossem considerados de fácil acesso aos professores dos anos iniciais.

A tabela 1 apresenta os materiais didáticos utilizados no curso de extensão e os significados abordados com a mediação desses instrumentos.

Na discussão dos significados operador multiplicativo, razão, quociente e número, também foram utilizados materiais, considerados por Vale (2002, p. 8), como simbólicos ao recorrermos a “uma representação de uma ideia matemática através de numerais e sinais aceitos universalmente e que indicam uma operação ou relação matemática”, como: multiplicação, divisão, proporção, probabilidade e comparação de grandezas, nas resoluções de algumas das tarefas de formação, referentes a esses significados.

Tabela 1 – Materiais didáticos utilizados na formação e os significados de fração abordados.

CATEGORIA DO MATERIAL DIDÁTICO	MATERIAIS UTILIZADOS	SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO
	Barbante; Canudo; Palito de Picolé; Caneta; Fio de Lã; Régua de Madeira não Graduada.	Significado Medida
Material Concreto: Manipulável de uso comum	Folhas de Papel Tamanho A4	Significado Quociente: Ideia de Partição
	Garrafas de Politereftalato de Etileno – Pet Água; Anilina; Copos Descartáveis.	Significado Quociente: Ideia de Quotização
Material Concreto: Manipulável de uso educacional	Tampinhas de Garrafas	Significado Parte-Todo: Conjunto Discreto
	Tangram	Significado Parte-Todo e Parte-Parte
Material Pictorial	Desenhos	Significado Parte-Todo; Significado Operador Multiplicativo; Significado Razão; Significado Número
Material Simbólico	Reta Numérica	Significado de Número

Fonte: Elaborado pela autora (2018).

Pontua-se também que, apesar de não ter sido apresentado nas tarefas de formação dos

significados de razão e operador multiplicativo, o desenho, foi utilizado pelos cursistas como meio para a resolução do problema proposto.

Outros materiais didáticos foram explorados pelos professores cursistas quando relataram ações didáticas desenvolvidas em sala de aula. Exemplos deles foram: o dominó de fração, considerado por Vale (2002), como um material concreto manipulável de uso educacional, ou seja, construído especificamente para o ensino de matemática.

Nesse sentido, será apresentado neste texto, as contribuições dos materiais didáticos no processo de apropriação de conhecimentos de professores dos anos iniciais em espaço de formação, sobre frações. Para isso, foi organizado em duas partes, na primeira serão abordados os materiais didáticos do tipo concreto e, na segunda os outros tipos de materiais didáticos (pictoriais e simbólicos). Ao final serão apresentadas as considerações finais sobre o processo de formação continuada.

2 MATERIAIS MANIPULÁVEIS EM TAREFAS DE FORMAÇÃO SOBRE FRAÇÕES

Como apresentado no item anterior, foram utilizados materiais didáticos diversos para a abordagem dos conteúdos de frações e seus diferentes significados no curso de extensão. Neste tópico será discutido o uso de materiais concretos, do tipo manipuláveis.

Professor...

Materiais Manipuláveis podem ser de uso comum ou educacional.

Será apresentado a seguir, por meio de exemplos vivenciados no curso de extensão, o uso de materiais comuns para o ensino de frações. Conforme discutido anteriormente, entendidos como materiais do dia a dia, que podem ser utilizados nas salas de aula para subsidiar o ensino de conteúdos matemáticos.

2.1 MATERIAIS CONCRETOS: MANIPULÁVEL COM MATERIAIS COMUNS

Ao longo do curso de extensão foram utilizados diversos materiais para a abordagem dos significados de frações, conforme apresentado na tabela 1, alguns deles possíveis de serem manipulados, e facilmente encontrados no ambiente escolar. Na tabela 2 será apresentado uma síntese dos manipuláveis de uso comum explorados no curso de extensão, quais significados abordados e quais tarefas de formação desenvolvidas.

Para realizar a discussão das contribuições dos manipuláveis, como instrumentos de mediação de ensino, serão selecionados alguns exemplos de tarefas de formação, para melhor exploração. O primeiro recorte, será sobre a discussão do significado medida.

Tabela 2 – Materiais comuns utilizados na formação.

MATERIAIS COMUNS	SIGNIFICADOS DE FRAÇÕES	TAREFAS DE FORMAÇÃO
Barbante; Canudo; Palito de Picolé; Caneta; Fio de Lã; Régua de Madeira não Graduada.	Significado Medida	Medir a altura da lousa do LEM, pelas extremidades, com um dos objetos disponibilizados pelas formadoras.
Tampinhas de Garrafas	Significado Parte- Todo: Conjunto Discreto	Dividir a quantidade de tampinhas recebida pelo grupo em: duas, três, quatro e cinco partes. A quantidade de tampinhas que cada grupo recebeu foi aleatória.
Folhas de Papel Tamanho A4	Significado Quociente: Ideia de Partição	Dividir a(s) folha(s) de papel em partes iguais para os componentes do grupo. Cada grupo tinha uma quantidade de membros e folhas distintas.
Garrafas de Politereftalato de Etileno – PET Descartáveis; Água; Anilina; Copos Descartáveis.	Significado Quociente: Ideia de Quotização	Dividir a quantidade de líquido recebida pela quota estabelecida. A quantidade de líquido recebida por cada grupo era distinta, mas acondicionada em recipiente de mesmo volume. A divisão deveria ser realizada com utilização de até dois copos de volumes distintos.

Fonte: Elaborado pela autora (2018).

2.1.1 Significado Medida

O significado *medida* foi a primeira necessidade da criação das frações e se refere a comparação entre duas grandezas, desde que seja estabelecida uma unidade de medida. Damico (2007) evidencia que nesse significado espera-se a resposta para a pergunta **quantas vezes?**, por exemplo, **“quantas vezes um palmo cabe no comprimento da mesa?”**

Segundo Onuchic e Botta (1997) esse significado envolve medir a área de uma região ao parti-la e cobri-la com unidades de um tamanho apropriado. Mas pode ser qualquer tipo de medida de diferentes grandezas como comprimento e volume.

2.1.2 Origem dos números fracionários

Para melhor compreensão do conceito desse significado discutimos o processo histórico do surgimento das frações.

Segundo Caraça (1989), Boyer (2001) e Cajori (2007), as informações sobre a origem dos números racionais e as frações, foram descritas por Heródoto. Este historiador grego, propôs que o surgimento dos números racionais, se deu na civilização egípcia, junto a origem da geometria.

Caraça (1989) cita trechos do Livro II das Histórias de Heródoto, nas quais diz que o Faraó dividiu a terra entre todos os egípcios, a fim de obter lucros por meio do recolhimento de impostos, de modo que cada pessoa receberia uma porção de mesmo tamanho. No entanto, durante o período de inundação do rio Nilo, algumas demarcações acabavam se perdendo. Nesse momento, havia a necessidade de nova medição de tais áreas, para que fosse evitado prejuízo.

Os medidores de terra, eram conhecidos como **esticadores de corda** pois utilizavam cordas com nós, para a realização das medições. A distância de um nó a outro equivalia a distância entre a ponta do

dedo médio e o cotovelo do faraó. Essa unidade de medida era conhecida como “cúbito”, ou unidade do faraó.

Segundo Zeferino, Romeiro e Moretti (2015) a necessidade de definição de uma unidade de medida padrão, deu-se diante das diversas unidades utilizadas, que geravam divergências nos cálculos.

Para medir a terra, os esticadores de corda, tinham que verificar quantas vezes o cúbito cabia no contorno do terreno. Porém, nem sempre o cúbito cabia uma quantidade inteira de vezes, no comprimento a ser medido, sendo necessárias medições mais precisas. Essa necessidade, levou os egípcios a criarem subunidades do cúbito.

Nesse momento, a humanidade sentiu a necessidade de ampliar os instrumentos utilizados para a contagem e a medida, pois os números naturais não eram suficientes para atender a nova demanda. Com o fracionamento da unidade de

medida utilizada, inicia-se a construção do conceito de fração, o que possibilitou a expansão do campo dos números naturais para o campo dos números racionais.

Tarefa de Formação

Os cursistas tiveram que identificar estratégias de medida com instrumentos comuns, não convencionais e graduados, para resolverem um problema de medição apresentado na tarefa de formação: **realizar a medida da altura da lousa**.

Para a realização da medição foram disponibilizados os instrumentos: fio de lã, canudo descartável (dois tamanhos), palito de picolé, caneta esferográfica (sem tampa), régua de madeira não graduada (dois tamanhos).

Dentre os materiais, escolhemos intencionalmente, alguns que eram flexíveis e outros não, nenhum deles caracterizava-se como instrumento de medida convencional e graduado, portanto cada grupo teria que criar estratégias para realizar a medição e chegar ao problema que é a essência da origem das

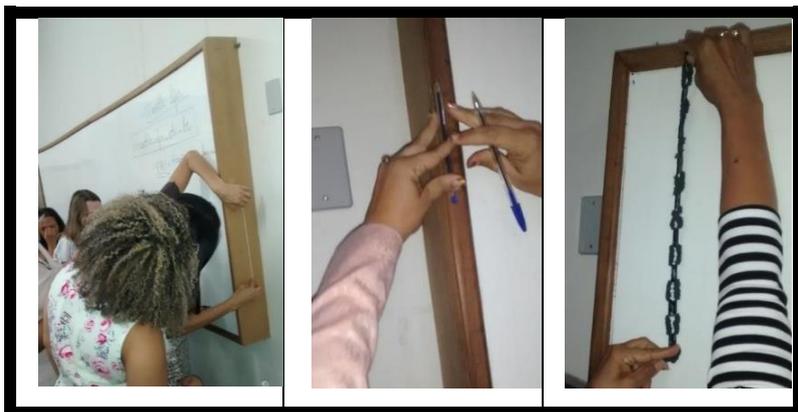
frações. Destacamos que, durante o planejamento, as pesquisadoras tiveram o cuidado de verificar se os instrumentos propostos, não resultariam em medidas inteiras. Visto que, o objetivo era a identificação da necessidade de outros números (distintos dos naturais) para a resolução de um problema prático.

Questões norteadoras da tarefa de formação

1. Qual instrumento você usou para medir?
2. Registre a medida que você encontrou.
3. Quantas partes inteiras foram encontradas?
4. Qual a relação entre a parte fracionada com sua unidade de medida.
5. Represente a medida que você encontrou em forma de fração.

Ao longo do desenvolvimento da tarefa observou-se as estratégias utilizadas pelos diferentes grupos, conforme figura 1.

Figura 1 - Resolução da Tarefa 1: 2º Encontro:
Estratégias de medição



Fonte: Acervo da Pesquisa (2018).

Nas diferentes estratégias, verificou-se as descobertas dos professores, e a contribuição da manipulação desses objetos no desenvolvimento da tarefa, conforme discussão de um dos grupos observado:

Questão 3

Quantas partes inteiras foram encontradas?
Penha Tosta² - uma parte.

² Os nomes utilizados foram escolhidos pelos participantes ao assinarem o Termo de Consentimento livre e esclarecido – TCLE.

Questão 4

Qual a relação entre a parte fracionada com sua unidade de medida?

Professora Mara – Aproximadamente um quarto.

Questão 5

Represente à medida que você encontrou em forma de fração

Penha Tosta - um inteiro e um quarto, não?

Professora Mara - mas deveria ser representada em uma fração só. Eu acho! Não?

Penha Tosta - Como você transforma um inteiro e um quarto? É fração imprópria!

Raquel - Assim oh! (demonstrando a representação numérica $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$)

Raquel - Olha que bacana! Isso aqui é medida que se transforma em fração. Isso é muito legal! O menino vai lá mede com as diversas possibilidades, num contexto (DIÁRIO DE CAMPO, 2018, p. 23).

Com a discussão, a professora Raquel observou que a manipulação de materiais comuns em uma tarefa de medida, pode contribuir para a apropriação do conhecimento, bem como ser inserida na sala de aula pelo professor, a partir de um contexto, como a necessidade de medir algo, ou seja, de uma necessidade real surgida na sala.

Um dos grupos das professoras cursista estava com o maior instrumento, uma das réguas de madeira, a que tinha a maior medida. Para medir, elas identificaram que precisavam de um inteiro e uma parte do instrumento utilizado. Como o material não era graduado, para definir o tamanho dessa parte elas utilizaram um outro instrumento de medida para verificar nesse momento, o tamanho do seu instrumento inicial.

Essa utilização de um novo instrumento não foi a proposta inicial, as professoras buscaram esse novo instrumento a partir da necessidade real.

Assim, conseguiram identificar que a parte que se referiam na medida inicial, representava aproximadamente um quarto do seu instrumento. Portanto, a medida seria o instrumento inteiro mais um quarto do seu tamanho. Isso nos faz observar que além dos instrumentos que as pesquisadoras apresentaram não foram os únicos recursos utilizados para a resolução do problema

apresentado. Muitos cursistas aproveitaram partes do corpo como um dos recursos, por exemplo: as mãos e os dedos.

Identificamos que a abordagem do significado medida, por meio da manipulação de materiais comuns que foram utilizados para tarefa, e a abordagem histórica do surgimento do número fracionário, contribuiu para que os professores ampliassem sua visão sobre os diversos significados de fração.

Professor...

Nessa seção discutimos a contribuição de materiais manipuláveis de uso comum, para a apropriação de conceitos de frações sobre o significado medida. Na seção a seguir será apresentado outro exemplo com exploração de materiais comuns para a discussão de fração com significado quociente.

2.1.3 Significado Quociente

O significado **quociente** pode ser caracterizado pela divisão de dois números inteiros, ou ainda da divisão de um determinado número de objetos em grupos previamente determinados. Para Onuchic e Botta (1997), esse significado é percebido quando um número de objetos precisa ser repartido ou dividido num certo número de grupos.

Professor...

Para muitos autores, inclusive os Parâmetros Curriculares Nacionais, o significado quociente pode ser definido pela representação de uma **divisão $a:b$, na forma a/b , ou seja, a**

No curso de extensão, o encontro destinado à abordagem do significado quociente, teve como objetivo a apresentação da diferença das ideias de partição e quotização. Para tal discussão foram realizadas duas tarefas de formação com o uso de materiais comuns.

A primeira dinâmica apresentava uma questão com a ideia de partição, uma vez que os professores cursistas receberam uma determinada quantidade de folhas de papel, tamanho A4, e tiveram que dividir em partes iguais para os componentes do grupo, conforme exemplo na figura 2.

Figura 2 - Resolução da Tarefa 2 – Partição. Quarto Encontro: Grupo 2.



Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Após a manipulação do material, os grupos responderam algumas questões norteadoras e

socializaram os resultados encontrados, bem como o processo de resolução do problema proposto.

A organização dos grupos, com a quantidade de componentes e, de folhas de papel que receberiam, foi pré-estabelecida conforme tabela 3.

Tabela 3 - Tarefa de Formação 1. Quarto encontro: Organização dos Grupos.

GRUPO	Nº PARTICIPANTES	QUANTIDADE DE FOLHAS
G1	5	3
G2	5	2
G3	3	4
G4	4	7
G5	4	1½

Fonte: Dados da Pesquisa (2018).

Foram realizadas estratégias distintas, por cada grupo, conforme lhes foram apresentadas as relações de divisões que deveriam realizar. Será apresentado a seguir a narrativa de um componente do grupo 4, que explicou o caminho que o grupo percorreu, na tarefa de formação, para chegarem a solução do problema proposto.

Nós recebemos sete folhas e tivemos que dividir para quatro pessoas [...] no primeiro momento, a gente entregou as folhas, uma folha inteira para cada um, e descartou as três. E a gente falou: 'muito bom, está muito fácil, né! Agora a gente faz [...] um sobre quatro'. Não, não podíamos! Pegamos então, e ficamos trabalhando em cima de dividir todas as folhas. Dividir uma folha para quatro pessoas, sete folhas, dariam vinte e oito pedaços. Então, no primeiro momento a gente pensou, vamos dar vinte, dividir as vinte e oito partes, 'pras' quatro, que dariam [...] sete folhas de vinte e oito. Então a fração a se pensar seria sete sobre vinte e oito. Cada pessoa receberia sete pedacinhos dessas folhas [...] ela [pesquisadora] disse: 'mas, e se vocês trabalharem com a folha inteira também?' [...] Cada uma recebeu uma folha inteira, sobraram 3, dividimos então as três folhas, em quatro partes. Fizemos o mesmo procedimento, só que agora, apenas com três folhas. [...] Deu um inteiro e doze pedacinhos, dividindo doze pedacinhos 'pra' quatro pessoas, cada uma receberia três pedaços. Então a nossa fração ficou um inteiro e três doze avos (DIÁRIO DE CAMPO, 2016, p. 33).

Na primeira tentativa o grupo pensou em dividir todas as folhas em quatro partes, o que lhes dariam um total de 28 partes. No entanto, após a intervenção de uma das pesquisadoras, realizaram uma segunda tentativa na qual distribuíram uma folha de papel inteira para cada componente, e as

três restantes dividiram por 4, o que totalizou 12 partes, a ser distribuída pelos 4 componentes.

Cada um recebeu um inteiro e 3 partes, sendo representada na forma fracionária como: $\frac{15}{12}$, que seria a soma de um inteiro $\frac{12}{12}$, com a parte $\frac{3}{12}$; ou $1\frac{3}{12}$; ou $1\frac{1}{4}$, na forma simplificada, ou ainda $\frac{5}{4}$.

Fração Imprópria

A representação fracionária encontrada pelo grupo pode ser caracterizada como fração imprópria. Segundo Cyrino *et al.* (2014, p. 43), é aquela em que o numerador é maior que o denominador, ou seja, uma fração que representa algo maior que o todo.

A segunda ideia presente no significado quociente é a quotização, em que há o estabelecimento de uma cota para a divisão, e deve-se identificar quantas partes serão encontradas. A tarefa de formação realizada com a ideia de quotização envolveu também conhecimentos sobre volume.

Para a execução da tarefa cada grupo recebeu uma garrafa PET, de mesma capacidade, e com volumes distintos. O volume do líquido também é um conjunto contínuo. Os grupos deveriam realizar a divisão conforme quota estabelecida na tarefa, no entanto devido ao número de cursistas presentes, foi necessário fazer a adequação dos grupos.

Tarefa de Formação

Grupo 1 - Dividir todo líquido em quantidades iguais de 200ml.

Grupo 2 - Dividir todo líquido em quantidades iguais de 450 ml.

Grupo 3 - Dividir todo líquido em quantidades iguais de 250 ml

Grupo 4 - Dividir todo líquido em quantidades iguais de 400ml.

Para a realização da tarefa cada grupo poderia escolher até dois dos copos descartáveis disponíveis. A capacidade de cada copo era 500 ml, 300 ml e 50 ml.

Apesar do copo de capacidade de 50 ml ter sido comum a todos os grupos, a metodologia de resolução da tarefa foi diversa, será apresentado como exemplo a resolução do Grupo 4, que teria que dividir todo seu líquido em porções de 400 ml, utilizou como unidade de medida, os copos de 50 ml e 500 ml. Tal grupo transportou para o copo de 500ml, porções de 50 ml, até completarem o volume indicado em cada porção. Portanto o grupo necessitou acrescentar, no copo de 500 ml, 8 unidades da porção de 50 ml, conforme figura 3.

A partir da intervenção de uma das pesquisadoras, o grupo mudou de estratégia e passou a utilizar um raciocínio de subtração. Eles passaram a encher o copo de 500 ml, e subtrair 100 ml, com o copo com capacidade de 50 ml. Com esse raciocínio, a realização da tarefa foi agilizada.

Figura 3 - Tarefa 2 (Quotização). Quarto Encontro: Grupo 4.



Fonte: Dados da Pesquisa (2018).

Ao concluírem a tarefa o grupo descobriu que no recipiente recebido, uma garrafa PET de capacidade de 3,5 litros, continha volume de 2 litros, o que correspondeu a 5 porções de 400 ml. E, a fração correspondente a cada porção da divisão, em relação ao líquido total, foi $\frac{1}{5}$.

A manipulação dos materiais apresentados na tarefa de fração com o significado quociente, ideia de quotização, foi fundamental para resolução do problema proposto. Sem a utilização do copo descartável como instrumento de medida, as

cursistas poderiam realizar a partição do líquido, mas dificilmente, conseguiriam realizar a divisão em partes iguais.

A interação com os materiais manipuláveis, tanto na primeira tarefa, com a manipulação da folha de papel para a discussão da ideia de partição, quanto na segunda com a manipulação das garrafas PET e dos copos descartáveis, para a exploração da ideia de quotização, foram bem significativos. Gerou interesse nos cursistas em resolver as questões e compreender o significado discutido.

O que é de grande valia para o aperfeiçoamento teórico e metodológico relativo ao ensino do conteúdo de frações com o apoio em materiais manipuláveis.

Nesse episódio de formação verificamos que os materiais manipulativos comuns são de fácil acesso aos professores de anos iniciais, o que possibilita seu uso em tarefas de aulas. Observamos também

que a manipulação de tais materiais no curso de extensão favoreceu a apropriação de conhecimentos sobre os significados abordados.

A utilização de materiais diversos contribuiu para aguçar a curiosidade e a reflexão sobre estratégias distintas na tentativa de resolução de um mesmo problema.

2.2 MATERIAIS CONCRETOS: MANIPULÁVEL COM MATERIAIS EDUCACIONAIS

Segundo Vale (2002) materiais educacionais são aqueles construídos exclusivamente com cunho educativo. Tais materiais são obtidos em lojas e/ou empresas que produzem materiais pedagógicos. Nesses espaços é possível encontrar materiais específicos para o ensino de frações, como: círculos de frações; régua de frações ou frações em barra e dominó de frações.

Há também materiais educacionais que foram construídos para o ensino de outros conteúdos matemáticos, mas que podem contribuir para a apropriação dos conceitos de frações, como: tangram (RISSO, 2018) e material dourado (SANTOS; RODRIGUES; GOMES, 2016).

No curso de extensão foi utilizado o tangram, como material educacional, para a contribuição da abordagem do significado de fração como parte-todo. O movimento ocorrido com o uso do material manipulável citado, será abordado no item a seguir.

2.2.1 Significado Parte-Todo

Damico (2007) baseada em Behr, *et al.* (1983), defini este significado como “a habilidade de dividir uma quantidade contínua ou um conjunto discreto de objetos em subparte de tamanhos iguais” (DAMICO, 2007, p.67).

O significado parte-todo é o mais comum e conhecido pelos professores dos anos iniciais. Tanto que muitos conceituam fração, apenas, como parte de um todo.

Segundo os PCN “A prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo; é o caso das tradicionais divisões de um chocolate, ou de uma pizza, em partes iguais” (BRASIL, 1997, p. 68).

Diante desse fato, o encontro que discutiu o significado parte-todo, teve a intenção de ampliar conhecimentos deste significado e dos conceitos de: conjuntos discretos e contínuos; relação parte-todo e parte-parte.

Conjunto discreto é uma categoria de materiais enumeráveis, possível de ser contado. **Conjunto contínuo** é o que não é possível ser contado, pois não é individual, ele é um todo, representa uma grandeza, como por exemplo, o comprimento do barbante ou a área do papel.

Para a exploração dos conceitos de conjunto discreto e contínuo foi utilizado como material manipulável, tampas de garrafas. Tal material de uso comum, compõe a categoria de conjunto discreto, e favoreceu a ampliação dos conhecimentos dos professores cursistas, sobre tais conceitos.

Para a contribuição da exploração da ideia de parte-todo e parte-parte utilizou-se como material manipulável o tangram, visto que tal material é considerado de uso comum em escolas e, também, pela facilidade de ser construído por meio de recortes e a manipulação de folhas de papel.

A metodologia de confecção do tangram também pode ser observada em alguns livros didáticos ou em tutoriais disponíveis na *internet*.

Na realização da tarefa de formação, foram utilizados tangrams confeccionados em placas emborrachadas resultantes da mistura dos

elementos etnil, vinil e acetato - EVA adquiridos de instituições que produzem materiais educacionais, e que integram o acervo do LEM.

Foram entregues aos grupos as sete peças que compõem um tangram. As questões que seguiram, tiveram como objetivo estabelecer relação de parte-todo e parte-parte, entre as peças do material.

Ao realizar as comparações, os professores cursistas puderam estabelecer tais relações e explorar outros conhecimentos, como comparação de áreas equivalentes.

A seleção das peças do tangram foi realizada por cores conforme figura 4. O objetivo dessa seleção era estabelecer uma referência para o direcionamento das questões problemas comuns a todos os grupos.

A união de todas as peças forma um quadrado, e, a composição dessa figura geométrica era o primeiro direcionamento da tarefa de formação.

O objetivo da tarefa de formação, com a manipulação do tangram, era que os professores cursistas estabelecessem algumas relações entre suas peças e o todo, ou seja, o quadrado grande; e entre elas mesmas: parte-parte.

Figura 4 - Quadrado formado com as 7 peças do Tangram.



Fonte: Dados da Pesquisa (2018).

Algumas relações possíveis de se observar são: o todo possui 16 triângulos pequenos; um triângulo grande corresponde a um quarto do todo; um triângulo pequeno corresponde a um quarto do triângulo grande; um triângulo pequeno corresponde à metade do triângulo médio, do quadrado e do paralelogramo, e estes, por sua vez, possuem a mesma área.

Das questões propostas na tarefa de formação, uma delas era: **Quantos quadrados laranjas cabem dentro do quadrado que você montou? E triângulos amarelos? E paralelogramos?**

Será apresentado a seguir o caminho que as professoras, Tia Rê e Verônica, usaram para encontrar a resolução desse problema.

Antes de observarem que as três formas (quadrado laranja, paralelogramo rosa e triângulo amarelo) possuíam a mesma área, elas tentaram utilizar um quadrado, de tamanho semelhante ao do quadrado

laranja (parte do tangram) recortado de folhas de papel, para cobrir a área formada pela união de todas as peças do tangram - o quadrado maior, conforme figura 5. E, assim encontrar a relação da parte para o todo.

Figura 5 - Tarefa 1 (Tangram). Terceiro Encontro sob a ótica das professoras Verônica e Tia Rê.



Fonte: Dados da Pesquisa (2018).

Contudo, a tentativa foi sem sucesso, “não vai dá não” afirma a professora Tia Rê (DIÁRIO DE CAMPO, 2016, p. 35). Em uma nova abordagem a professora Verônica corta o quadrado de papel ao meio, e estabelece a primeira relação de parte-parte,

a de que: o quadrado laranja, corresponde a dois triângulos verdes.

Após ter estabelecido a relação do triângulo pequeno com o quadrado (unidade de medida da questão problema), as professoras conseguiram identificar que a relação entre o quadrado e o todo era de $\frac{1}{8}$, ou seja, cabiam dentro do todo, oito partes de quadrados laranjas.

Uma das pesquisadoras fez a intervenção da discussão do grupo e apresentou para as cursistas que os dois triângulos grandes azuis, correspondem a metade da área do todo, o que significa que, a união do triângulo médio amarelo, dos dois triângulos pequenos verdes, do quadrado laranja e do paralelogramo, possuem a mesma área dos dois triângulos azuis grandes, pois também corresponde à metade do quadrado maior.

Portanto, se haviam encontrado inicialmente, que um triângulo grande azul, possuía o tamanho de dois quadrados, e conseqüentemente dois triângulos azuis possuíam juntos, quatro quadrados. Isso posto, o todo teria a medida de oito quadrados.

As cursistas conseguiram encontrar uma resolução para a tarefa de formação, mas com a auxílio da pesquisadora, puderam observar outras possibilidades de solução. Notamos que ampliaram seus conhecimentos e a percepção de utilização do material, ao estabelecerem novas relações entre suas partes.

No experimento formativo, o tangram foi o único material educacional utilizado, para a discussão dos conceitos de fração. Mas outros autores apresentam em seus estudos diferentes instrumentos que podem contribuir para o ensino da Matemática, por meio da manipulação, como os jogos.

Professor...

O jogo é considerado, por alguns autores, como um material manipulável, que pode contribuir com a apropriação dos conhecimentos matemáticos, desde que tenham objetivos definidos e um planejamento cuidadoso na sua aplicação.

No próximo item será discutido como outros materiais didáticos contribuíram para a abordagem do conteúdo de frações durante o experimento formativo.

3 OUTROS MATERIAIS DIDÁTICOS

Definimos anteriormente o que entendemos por material concreto manipulável, subsidiados nos estudos de Vale (2002), como sendo aqueles instrumentos utilizados pelos professores no ensino de conteúdos matemáticos, que possibilite ao aluno, por meio da manipulação, ampliar seu conhecimento de um nível de concretude a outro.

Em sua classificação, Vale (2002) apresenta outros dois tipos de materiais que podem contribuir para o ensino da Matemática: os pictoriais e os simbólicos. Serão apresentados exemplos do experimento formativo que indicam a utilização de materiais pictoriais ou simbólicos, para a apropriação dos conhecimentos de frações.

3.1 MATERIAIS PICTORIAIS

Segundo Vale (2002) o desenho não é caracterizado como manipulável, mas configura-se como material didático, que pode contribuir para que o aluno se aproprie de um conhecimento matemático. Tal material didático foi utilizado ao longo do curso de extensão para a discussão e busca de resolução de problemas, em diferentes significados de frações. Para apresentar esse material didático será explorado como exemplo, uma tarefa de formação relativa ao significado parte-todo.

O desenho foi utilizado como material didático na tarefa de formação do significado parte-todo, para a discussão da relação do todo para a parte e da parte para o todo. Essa ideia foi abordada em dois diferentes momentos do curso, por meio de tarefas de formação semelhantes.

O primeiro momento a tarefa de formação solicitava que os cursistas analisassem uma imagem que representava parte de um todo, conforme figura 6.

A tarefa de formação foi proposta no primeiro encontro. Era uma sequência de questões, que abordavam os diferentes significados de frações.

Figura 6 - Tarefa de Formação 1: 1º encontro.

Texto 2	Texto 3
<p>Considerando que o desenho abaixo corresponde a $\frac{2}{3}$ de uma figura inteira. Encontre a figura inteira.</p> 	<p>Lucas recebeu R\$150,00 de mesada. Comprou um chinelo, uma camisa e um presente para sua mãe. Quando chegou em casa, Lucas percebeu que ainda havia R\$50,00 em sua carteira.</p>

Fonte: Adaptado de Santos (1995, p. 117) e Santana *et al.* (2016).

As questões foram agrupadas em pares, que continham a mesma representação gráfica de fração, contudo, com significados distintos. O objetivo principal da tarefa de formação eram abordados os conhecimentos dos cursistas sobre os

diferentes significados de frações, que seriam detalhados, posteriormente, ao longo dos encontros.

Na questão supracitada, foi apresentada uma imagem que representava $\frac{2}{3}$ de uma figura inteira (dado presente no texto). Considerando a necessidade de se estabelecer a relação entre duas partes com a figura inteira, o significado de fração presente no **Texto 2** era o de parte-todo.

Contudo, antes de estabelecerem qualquer relação entre as duas frações formadas pelos dados dos textos, os cursistas tentaram descobrir a figura inteira, relativa ao **Texto 2**. Durante tal tentativa surgiram muitas dúvidas entre os professores, visto que, a maioria deles visualizava tal imagem como a metade de um círculo, sendo difícil a interpretação dela, como duas partes de uma figura.

Conforme afirma a professora Verônica “a gente sempre pensa logo naquela coisa que tem que ser

tudo completinho, perfeitinho” (DIÁRIO DE CAMPO, 2016, p. 34).

Um dos sentidos da pesquisa no tocante a imagens é desconstruir a noção de um todo padronizado, como um círculo ou um quadrado, pois, como já indicamos, existem outras formas de todo.

A fala da professora Ben (2016), como sua resolução da tarefa, presente na figura 7, é esclarecedora nesse aspecto, pois ela admite desde já a sua limitação e de suas colegas, ao dizer que “[...] gente tem esse preconceito de que as frações têm que ter partes iguais”, refletindo sobre a noção fixa de continuidade que normalmente se tem quando se trabalha com figuras (DIÁRIO DE CAMPO, 2016, p. 37).

Figura 8 - Tarefa 1 - 1º Encontro pela Professora bem.

	<p>Texto 2: Considerando que o desenho abaixo corresponde a dois terços de uma figura inteira. Encontre a figura inteira.</p>	<p>Texto 3: Lucas recebeu R\$150,00 de mesada. Comprou um chinelo, uma camisa e um presente para sua mãe. Quando chegou em casa, Lucas percebeu que ainda havia R\$50,00 em sua carteira.</p>
<p><i>um círculo com um furo no centro</i> <i>dividido em dois</i> <i>em partes iguais</i> <i>o círculo inteiro</i> <i>é dividido em</i> <i>dois terços</i> <i>de uma figura</i> <i>inteira</i> <i>com um furo</i> <i>no centro</i> <i>construindo</i> <i>uma figura</i> <i>inteira</i></p>	<p>a) Como podemos representar em forma de fração as situações descritas acima. No texto 3, compare o valor gasto por Lucas em relação ao valor que ele tinha anteriormente.</p> <p><i>Antes</i>  <i>depois</i> </p>	<p>b) Apesar de estarem escritas da mesma forma, elas têm o mesmo significado? Quais diferenças você percebe entre eles?</p> <p><i>Sim, não percebe diferença pois ambos foram utilizados, dois terços da figura.</i></p>

Fonte: Dados da Pesquisa (2018).

Com as discussões sobre as possibilidades de inteiros, a Pesquisadora D apresentou para uma dupla de cursistas uma rosquinha, oferecida no lanche, como um objeto inteiro, conforme figura 8. O recurso utilizado pela pesquisadora, possibilitou as cursistas a desconstrução de que o inteiro será sempre uma forma padronizada e **completa**, visto que, a rosquinha com um furo no centro é um exemplo de inteiro.

Figura 8 - A rosquinha enquanto exemplo de inteiro.



Fonte: Dados da Pesquisa (2018).

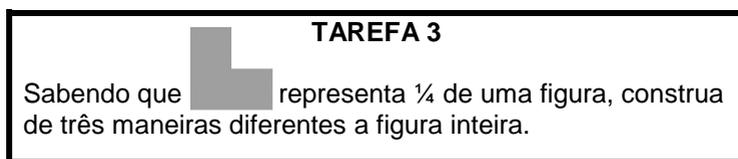
Ou seja, o progresso da noção de que existem inteiros não contínuos foi explorada, abrindo possibilidades para a imaginação das professoras.

Na cena analisada, observamos que o desenho foi utilizado como um recurso para que os cursistas visualizassem a questão problema, e buscassem sua solução, como apresentado nas resoluções das professoras Ben, presente na figura 8. Contudo, para a apropriação do conhecimento de fração, enquanto parte-todo, e a noção de inteiro, além do desenho, foi necessário, para alguns cursistas, visualizarem um exemplo que pudessem manipular, como a

professora Rose com a rosquinha. Que, a princípio, nem era um material que seria utilizado no curso, mas para o lanche.

O segundo momento em que o desenho possibilitou a discussão do significado parte-todo e a relação da parte para o todo, ocorreu no terceiro encontro do experimento formativo. Nessa tarefa formativa foi dado uma imagem que representava um quarto do inteiro, e a partir dela, os cursistas teriam que encontrar três inteiros com formas distintas, conforme apresentado na figura 9.

Figura 9 - Tarefa de Formação 3: 3º encontro.

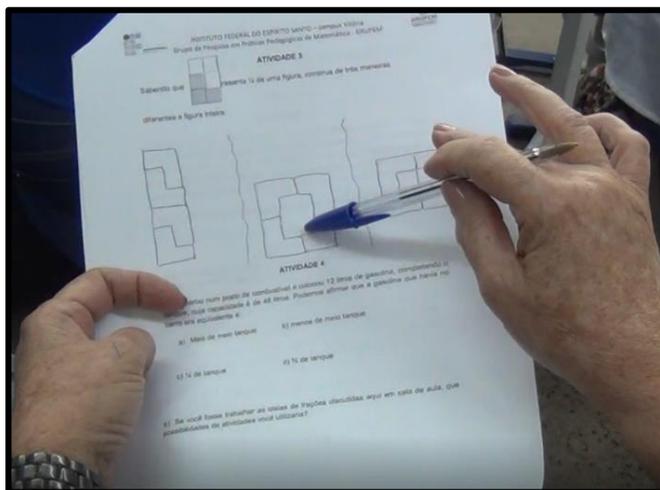


Fonte: Adaptado de Santos (1995, p. 119).

Ao se depararem com a imagem, alguns cursistas tiveram dificuldade de pensar em inteiros de formatos distintos. Como a professora Penha Tosta,

que precisou do auxílio da professora Karina (2016) “você está colocando só duas figuras! São quatro! Repete elas do lado! Não está dando, você está fazendo só a metade da figura” (DIÁRIO DE CAMPO, 2016, p. 38).

Figura 10 - Tarefa 3: 3º Encontro pela Professora Karina.



Fonte: Dados da Pesquisa (2018).

Ao realizar a tarefa de formação a professora Penha Tosta teve a mesma dúvida que a professora Rose, no primeiro encontro com a situação da rosquinha.

Como era possível um inteiro que “faltava uma parte” (DIÁRIO DE CAMPO, 2016, p. 40).

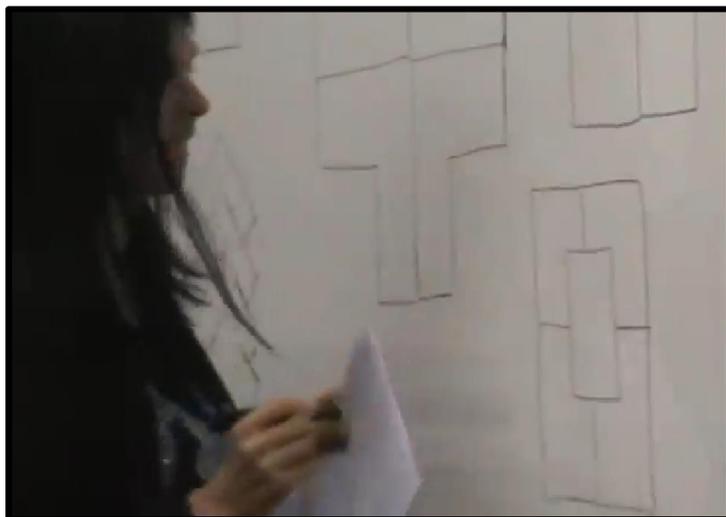
Essa dúvida não foi exclusiva da professora Penha Tosta, outros cursistas tiveram dificuldades de encontrarem possíveis inteiros a partir da imagem que representava um quarto do todo.

Sistematização da Tarefa de Formação

Os professores cursistas utilizaram o recurso do desenho na lousa, para apresentar aos grupos seus resultados.

Ao serem questionados sobre a dificuldade encontrada na realização da tarefa de formação, alguns cursistas afirmaram que a primeira tentativa foi a busca por uma figura, um inteiro padrão, como afirma a Professora L (2016) “a gente sempre tem que achar aquela [forma] inteira, quadrada, perfeita! [...] a gente sempre vai para esse lado” (DIÁRIO DE CAMPO, 2016, p. 43).

Figura 11 - Sistematização da Tarefa 3: 3º Encontro pela Professora Alê.



Fonte: Dados da Pesquisa (2018).

Diante da busca, por muitos cursistas, em criarem imagens simétricas, alguns permaneciam com dúvidas, até que um cursista fez a intervenção e indicou que o colega que estava realizando as representações no quadro, fizesse uma **rosquinha quadrada**. Conforme demonstrado na figura 11.

Tal representação surgiu a partir da retomada de uma discussão realizada no primeiro encontro. A

intervenção de um cursista auxiliou outro na construção do conhecimento, ao considerarmos que

[...] as formas coletivas de colaboração precedem às formas individuais da conduta, que crescem sobre a base das mesmas e constituem suas progenitoras diretas e as fontes de sua origem (VIGOTSKI, 1991, p. 219).

Podemos indicar que o professor ao partilhar da experiência do colega, tem a possibilidade de apropriar-se de conceitos a partir da comunicação e do uso de materiais didáticos, neste caso pictórico, bem como compartilhar diferentes estratégias de ensino.

A questão não tinha como objetivo somente estimular a criatividade dos professores cursistas quanto à forma da figura inteira, mas observar a relação parte-todo, a partir da parte, e não do todo.

É mais comum, a abordagem do significado parte-todo, por meio da divisão ou comparação do todo

para com suas partes, e não o processo inverso, como proposto nessa tarefa de formação.

Professor...

No episódio seguinte será abordada a contribuição de material didático simbólico, para a apropriação do conceito de fração como número.

3.2 MATERIAIS SIMBÓLICOS

Conforme discutido anteriormente, Vale (2002) dividiu os materiais didáticos em três categorias, nesse episódio de formação, discutiremos a terceira classificação.

Materiais Abstratos/Simbólicos são ideias matemáticas, representadas por símbolos, sinais, operações, números e relações matemáticas, aceitas universalmente (VALE, 2002). E,

[...] permitem que os alunos ouçam, leiam e escrevam com papel e lápis; permitem uma

representação de uma ideia matemática através de numerais e sinais aceitos universalmente e que indicam uma operação ou relação matemática (VALE, 2002, p. 8).

Para Vigotski (1989), esses símbolos compõem um sistema de signos que possibilita a interação do indivíduo com o mundo, e nessa relação o sujeito internaliza conhecimentos.

Dito isso, neste episódio de formação será discutido o uso de símbolos em uma relação matemática. Para tal, selecionamos a cena descrita a seguir, em que foi feita a utilização do recurso da reta numérica, como uma das alternativas para a abordagem do significado de fração como número.

3.2.1 Significado Número

Conforme Campos, Magina e Nunes (2006, p. 128) “a fração como número – frações, como os inteiros, são números que não precisam, necessariamente, referir-se a quantidades específicas”. Para as

autoras, há duas formas de representação fracionária: a ordinária e a decimal.

Segundo as autoras uma fração a/b , com $b \neq 0$, pode assumir o significado de **número** e ser posicionada na reta numérica. Os livros didáticos quase não fazem essa abordagem prejudicando a organização do conceito, já que o aluno tem tendência a não identificar a fração como número.

É importante que ele reconheça este significado, tenha a capacidade de visualizar sua posição na reta numérica e a sua representação como decimal.

Nas tarefas de formação destinadas ao trabalho com o significado número, tinha-se como objetivo que o professor cursista conseguisse identificar, representar, comparar um valor numérico, enquanto representação fracionária.

Em uma das tarefas sobre esse significado, foi solicitado aos cursistas que localizassem alguns números fracionários na reta numérica. O objetivo

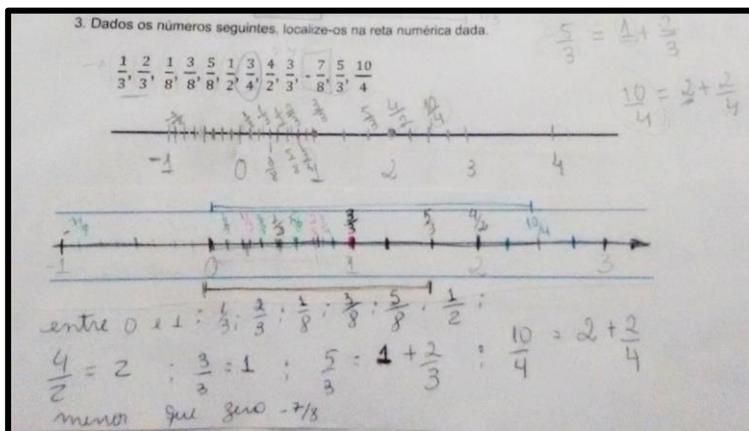
dessa tarefa era que os professores cursistas conseguissem perceber as frações como números, e posicioná-las na reta numérica, conforme sua ordem de grandeza. Nessa tarefa de formação, os cursistas utilizaram como material didático a reta numérica, e estabeleceram diversas estratégias para comparar a grandeza dos números.

Serão apresentados a seguir, dois exemplos de resolução da tarefa de formação do significado de número, com a utilização da reta numérica como material didático simbólico. O primeiro exemplo é o da professora Sara, que por meio de uma relação parte-todo, posicionou os números fracionários na reta numérica:

Primeiro eu separei quem era menor que um, os que estavam entre zero e um; os que estavam entre um e dois; depois os que estavam entre dois e três [...] coloquei na régua o zero, um, dois, três, quatro, e menos um do outro lado [...] (DIÁRIO DE CAMPO, 2016, p. 43).

A resolução da tarefa de formação realizada pela professora Sara, está representada na figura 12.

Figura12 - Tarefa 3: 6º Encontro pela Professora Sara.



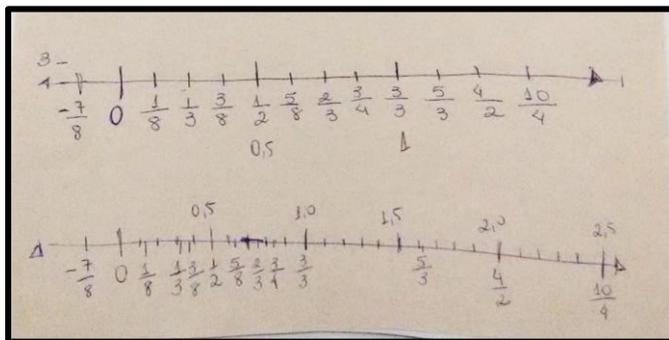
Fonte: Dados da Pesquisa (2018).

O outro exemplo é o da professora Raquel, que utilizou a divisão para transformar os números fracionários em números decimais, e assim, localizá-los na reta numérica.

O que a gente fez foi dividir os números, a gente trabalhou dividindo: dez dividido por quatro; quatro dividido por dois [...] a gente foi buscando e achando os números decimais ou inteiro. Nesse caso a primeira coisa que a gente viu foi o três sobre três que era um [...] (DIÁRIO DE CAMPO, 2016, p. 45).

A representação da tarefa da professora Raquel, está presente na figura 13.

Figura13 - Tarefa 3:6º Encontro pela Professora Raquel.



Fonte: Dados da Pesquisa (2018).

Na tarefa de formação apresentada foi discutido com os cursistas o significado de fração como número. Apesar de algumas estratégias de resolução tentarem associar a questão problema, a outro significado como parte-todo, o objetivo era a discussão da forma fracionária enquanto número, e a comparação entre uma fração e outra. Para isso, o recurso da reta numérica foi importante ao auxiliar os

cursistas a visualizarem a diferença entre a ordem de grandeza de uma fração e outra.

Professor...

Entendemos que o ensino de frações nos anos iniciais, não deve ser restrito a um ou outro significado. Há a possibilidade, com a utilização de diversos materiais didáticos como instrumentos mediadores, a exploração dos diferentes significados de frações, mesmo com alunos no primeiro ciclo nos anos iniciais.

Corroboramos com Romeiro e Moretti (2016), ao afirmarem que

Para poder organizar o ensino de frações de forma a promover a aprendizagem dos estudantes é fundamental que o professor se aproprie teoricamente [...] de fração e suas possíveis significações. Para além disso, é também fundamental compreender a inter-relação da representação gráfica, aritmética e algébrica e um número não inteiro (ROSA *et al.*, 2013) e a localização na reta numérica (ROMEIRO; MORETTI, 2016, p. 7).

Desse modo, a medida que o professor se apropria de conhecimentos teóricos, ele adquire nova qualidade na atividade de ensino, ou seja, na sua

atividade principal que é ensinar. O que lhe permite organizar o ensino de forma que defina intencionalmente, instrumentos adequados que servirão como mediadores no processo ensino e aprendizagem.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em nossa pesquisa identificamos, poucos estudos que exploram as contribuições de materiais didáticos para o ensino de frações e seus significados.

Esse trabalho é resultado de uma pesquisa que buscou discutir tais contribuições. Por meio do experimento formativo, verificamos que os professores cursistas, atuantes nos anos iniciais, apropriaram-se dos materiais didáticos explorados no curso de extensão, e outros apresentados por eles nos relatos de experiência.

Trouxemos neste livro, informações sobre os materiais utilizados e os significados explorados com o auxílio da mediação dos instrumentos.

Acreditamos que, ele pode ampliar os conhecimentos de professores dos anos iniciais sobre a utilização de materiais didáticos, de

diferentes categorias, no ensino de frações e seus significados.

Entendemos que ao utilizar o material didático como instrumento mediador no processo ensino e aprendizagem, o professor tem uma ferramenta que o possibilita atingir os objetivos definidos, além de continuar se apropriando de conhecimentos teóricos.

REFERÊNCIAS

BEHR, M.J.; HAREL, G.; POST, T.; LESH, R. Rational Number, Ratio, and Proportion. *In*: GROUWS, D.A. (Ed). **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: Macmillan Publishing and Company, 1983. p. 296-333.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 3. ed. São Paulo: Editora Edgard Blüncher, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília. MEC/SEF, 1997.

CAJORI, F. **Uma História da Matemática**. Trad. Lázaro Coutinho. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda., 2007.

CAMPOS, T.; MAGINA, S.; NUNES, T. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 8, n. 1, p. 125-136, 2006.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 9. ed. Lisboa: Sá da Costa, 1989.

COSTA, R. C. da. **Materiais didáticos na atividade de ensino de matemática**: significação dos artefatos mediadores por professores em formação contínua. 2016. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2016.

CYRINO, M. T.; GARCIA, T. R.; OLIVEIRA, L. P. de; ROCHA, M. R. **Formação de professores em comunidades de prática**: frações e raciocínio proporcional. Londrina: UEL, 2014.

DAMICO, A. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental**. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo. 2007.

LOPES, A. F.; SILVA, S. A. F. **O movimento de aprendizagem docente sobre frações**: Ideias e Reflexões em Formação Contínua de Professores dos Anos Iniciais. Vitória: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, 2017.

MOURA, M. O. de; ARAUJO, E. S.; RIBEIRO, F. D.; PANOSSIAN, M. L.; MORRETTI, V. D. A atividade Orientadora de Ensino como Unidade entre Ensino e Aprendizagem. In: MOURA, M. O. de (Org). **A atividade pedagógica na teoria histórico cultural**. Brasília: Liber livro, 2010. p. 81-109.

ONUCHIC, L. de I. R.; BOTTA, L. S. Uma nova visão sobre o ensino e a aprendizagem dos números racionais. **Revista de Educação Matemática**. São Paulo: SBEM, ano 5, n. 3, p. 5-8, 1997.

ROMEIRO, I. de O.; MORETTI, V. D. Pensamento teórico sobre número racional e sua representação fracionária: implicações para a formação docente. **Anais: XII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)**. São Paulo, 2016.

ROSA, J. E.; HOBOLD, E. S. F.; BERNARDO, C. S.; CORRÊA, D. A.; INÁCIO, G. M. Relações entre as proposições para o ensino do conceito de fração com base no ensino tradicional e na Teoria Histórico-Cultural. **REVEMAT**. Florianópolis. v. 08, Ed. Especial (dez.), p. 227-245, 2013.

SANTOS, R. M. M. dos.; CÔCO, D. **Formação Contínua de Professores dos Anos Iniciais sobre Frações**: Uma Proposta a Partir da Abordagem Histórico Cultural. Vitória: Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Espírito Santo. 2018. (Coleção formação de professores iniciais sobre frações na perspectiva histórico cultural, v. 1).

ISBN: 978-65-89716-97-6



9 786589 716976