Universidade do Estado do Pará

Centro de Ciências Sociais e Educação

Departamento de Matemática, Estatística e Informática

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática

Linha de Pesquisa: Metodologia para o Ensino de matemática no Nível Médio.

Martinho Mota Dias Júnior

Fábio José da Costa Alves

RESOLUÇÃO DE INEQUAÇÃO LOGARÍTMICA COM O USO DO GEOGEBRA

BELÉM/PA
2021

Clay Anderson Nunes Chargas
Reitor Universidade do Estado do Pará

Ilma Pastana Ferreira
Vice-Reitora Universidade do Estado do Pará

Renato da Costa Teixeira
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós Graduação

Fábio José da Costa Alves
Coordenador do PPGEM

Natanael Freitas Cabral
Vice Coordenador do PPGEM

Diagrama e capa: Os Autores

Revisão: Os Autores

JÚNIOR, Martinho Mota Dias; ALVES, Fábio José da Costa. Resolução de Inequação Logarítmica com o uso do Geogebra. Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (PPGEM/UEPA), 2021.

ISBN: 978-65-00-34731-9

Ensino de Matemática; Ensino de Matemática por Atividade; Inequação Logarítmica; Geogebra.

Sumário

APRESENTAÇÃO

Amigo professor, lhe apresento este produto educacional (PE) no intuito de colaborar no ensino aprendizagem de nossos estudantes. Foi desenvolvido para auxiliar o professor em sala de aula ou no laboratório escolar e faz parte da dissertação de mestrado do autor.

A ideia é fazer com que o estudante compreenda os tratamentos e conversões que existem na resolução de uma inequação logarítmica e não somente “decorar” resoluções ou mecanismos que os estudantes estão cansados de verem.

É através do gráfico da função logarítmica realizado pelo geogebra que o estudante a partir de agora poderá se respaldar quando realizar uma solução da inequação logarítmica. Por exemplo, por que na resolução de uma inequação logarítmica eu devo “conservar ou repetir” ou “inverter” o sinal gráfico $(>; <; \geq; \leq)$ na solução da inequação. Sabemos que para conservar ou inverter o sinal na solução devemos respeitar aquela regra da base – Se a base for maior que 1 (hum), repete ou conserva o sinal, caso contrário: Se a base for positiva menor que 1 (Hum) devemos mudar ou inverter o sinal. Isto, visto graficamente no geogebra podemos constatar de uma forma mais simples e clara, pois no gráfico construído pelo geogebra podemos observar, primeiramente se a função é crescente ou decrescente e depois correlacionar com a parte pintada duas vezes quando definimos no gráfico a inequação $(y > ou\ y < ouy \geq ou\ y \leq)$ podendo definir os valores de x $(x > ou\ x < ou\ x \geq ou\ x \leq)$ significando a solução da inequação logarítmica.

Posso agora até afirmar, depois deste experimento que se a função logarítmica for crescente a solução terá o mesmo sinal da inequação e se a função logarítmica for decrescente a solução terá a inversão no sinal da solução.

Espero que o professor ao entrar em contato com esse PE possa usufruir da melhor forma possível e se possível acrescentar novas atividades, corrigir, caso encontre alguma irregularidade e sugerir novas ideias. Não somente para a função logarítmica e sim para outras funções.

INTRODUÇÃO

O nosso PE possui como tema: A solução de inequação logarítmica com o uso do geogebra. A ideia desse tema surgiu depois de várias conversas que tive com os colegas de profissão, e resumindo posso relatar aqui que este assunto (inequação logarítmica) é, muitas das vezes, um conteúdo que não chega a ser administrado em nossas escolas, por vários motivos: Ou pela falta de tempo, ou não é contemplado na grade curricular, enfim, na verdade não se dá a devida importância que esse conteúdo possui. E, infelizmente, quando são mostrados para o estudante, são vistos em sua grande maioria de uma forma rápida, privilegiando os cálculos algébricos em detrimento à sua forma gráfica, dessa maneira, não "prende" a atenção dos estudantes e os estudantes enxergam este assunto inequação logarítmica de uma forma mecanizada, engessada em que para ser aprendido tem que ser decorado as resoluções, as propriedades, etc...

> "Muitos docentes cumprem o seu papel mecanicamente, sem investigar o necessário para que os resultados de sua atividade sejam significativos. O cumprimento mecânico da atividade docente serve muito pouco para uma efetiva aprendizagem e o consequente desenvolvimento do educando" (Luckesi, 2002, p.122)

Segundo Araújo (2005) já dizia em sua dissertação que "não podemos negar as diversas dificuldades que esse profissional (professor) tem ao exercer sua atividade. É inadmissível atribuir-lhe todas as falhas do sistema educacional, mas devemos reconhecer que algumas posturas em sala de aula dificultam a formação do seu estudante como cidadão." Essas posturas que são ditas anteriormente correspondem aos professores que não procuraram uma outra forma de administrar esse conteúdo de inequação logarítmica por exemplo.

E, no ensino tradicional, os estudantes geralmente estudam de forma linear, seus conteúdos são transmitidos de maneira rígida, com apresentação da teoria, proposta de atividades e, por fim, avaliação. São direcionadas por uma organização idealizadas pelo professor e avaliada nos parâmetros definidos por essa linearidade. Uma das causas dessa estrutura citada anteriormente é a pouca quantidade de ferramentas pedagógicas que estão à disposição do professor e dos estudantes, que tenham como objetivo quebrar essa linearidade no desenvolvimento do conteúdo de forma que o estudante busque a informação que ele necessite. (Araújo, 2005).

Podemos observar neste texto acima que apesar de passar mais de 15 anos de sua publicação, parece tão atuais as suas colocações, poucas coisas mudaram em relação a didática, sugiram mais software relacionados com a matemática, melhorou o acesso desse software com o melhoramento da acessibilidade da internet, tivemos mais cursos voltados para a utilização dos meios eletrônicos (Meet, Classroom, etc...), mas ainda temos muitos exemplos do ensino tradicional.

Em Modesto (2019) temos: “outra situação que despertou nossa atenção foi a falta de acesso aos recursos dispostos em sala de informática, porque os professores em sua maioria não a frequentam, e a alegação dos mesmos é a de que possuem pouco ou nenhum domínio em relação aos artefatos da informática educativa e, por isso, é frequente a solicitação de formações continuadas direcionadas para esse fim”.

Podemos constatar pelos anunciados acima que passados 15 anos ou os 2 anos, temos ainda uma certa dificuldade, pelo menos na maioria, de se utilizar os softwares disponíveis.

O nosso material exposto aqui surge como uma proposta reflexiva e propositiva acerca do ensino aprendizagem das inequações logarítmicas no ensino médio. Para isso, levou-se em consideração a Teoria de Rabardel (1995) como subsídio para o desenvolvimento de nossas atividades propostas e para nos guiar nas análises dos resultados por meio da Gêneses Instrumental, que por sua vez consiste no processo de transformação do artefato em Instrumento pelo sujeito (RABARDEL, 1995). Além disso, fizemos as análises dos registros de representação Semiótica, disposta por Raymoud Durval (2009), que nos auxiliou nas análises de avanços cognitivos, pois a linguagem matemática dispões de diversas formas de representatividade, o que possibilita verificar os avanços ou não relativos ao entendimento, de forma que as mudanças de registros necessitam de consciência do entendimento, podendo ou não serem congruentes.

Para Durval (2009), a questão de coordenação dos registros e os fatores suscetíveis de favorecer esta coordenação aparecem então como questões centrais para as aprendizagens intelectuais.

A seguir iremos falar sobre Inequações logarítmicas, um pequeno histórico de logaritmos, a sua definição e um tópico sobre a ideia de logaritmo para Napier.

INEQUAÇÕES LOGARITMICAS

Neste tópico iremos tratar do conteúdo: inequação logarítmica, começaremos falando sobre um pequeno histórico de seu surgimento, depois faremos uma definição do que é inequação, a partir daí mostraremos alguns exemplos de inequação logarítmica, e posteriormente demonstraremos a resolução de inequações que geralmente se faz em sala de aula. E, finalizaremos esse tópico com uma visão da etimologia à ideia de logaritmo segundo Napier.

Um pequeno histórico de logaritmos

Sobre a história do logaritmo podemos citar um trecho da dissertação de Zandonadi (2013) que nos relata:

> Durante as grandes navegações realizadas pelos países europeus, entre os séculos XVI e XVII, o maior problema era a orientação dos navios, que era feita de acordo com a observação da posição das estrelas. Dessa forma, ocorreu o desenvolvimento da Astronomia, pois era necessário analisar com precisão o movimento das estrelas e a posição do sol de acordo com a variação sazonal. A localização destes astros é realizada por cálculos trigonométricos, em que é necessária a obtenção dos valores dos arcos trigonométricos. Para isso eram utilizados cálculos com certa precisão. Como nesse período ainda não existiam instrumentos de calcular, a procura por métodos que tornassem mais simples esses cálculos eram de muita importância. Dentre vários métodos, podemos citar as seguintes invenções como alternativas para atender essas demandas: o uso do sistema decimal de numeração, as frações decimais e os logaritmos. (ZANDONADI, 2013)

Assim, podemos perceber que os logaritmos surgiram de uma necessidade, de resolver os cálculos longos e trabalhosos daquela época do século XVI e dessa forma as operações de multiplicação, divisão, potenciação e radiciação se tornaram mais simples. Nessa época surgiram as primeiras tábuas logarítmicas, publicadas por Napier e Birrgi em 1614 e 1620, respectivamente. Logo depois do aparecimento da primeira tábua de logaritmos de Napier, o matemático inglês Henry Briggs (1561 - 1631), Professor da Universidade de Londres, e depois em Oxford, elaborou, juntamente com Napier, uma nova tábua, de mais fácil utilização, contendo os chamados logaritmos decimais, ou logaritmos ordinários, que tiram proveito do fato de usar o sistema de numeração decimal (DINIZ, 2018).

Segundo Boyer (1974), Arquimedes já tentara de alguma forma reduzir as operações. Ainda, segundo Boyer, provavelmente Burgi foi o primeiro a desenvolver a ideia dos logaritmos e, logo após, com alguns anos de diferença, por Napier. O crédito da invenção é dado a Napier, pois foi ele quem primeiro publicou uma obra dedicada aos logaritmos: Logarithmorum canonis descriptio (Uma descrição da maravilhosa lei dos logaritmos).

Em ZANDONADI (2013) diz que "John Napier foi matemático, físico, astrônomo, astrólogo e teólogo escocês que viveu entre 1550 e 1617. Ele passou grande parte de sua vida em busca do conhecimento e de trabalho para elaborar melhores maneiras para a realização de cálculos matemáticos. Nascido perto de Edimburgo, na Escócia, Napier era um ávido matemático que era conhecido por suas contribuições à geometria esférica, e pela concepção de uma calculadora mecânica. Além disso, Napier foi o primeiro a fazer uso (e divulgar) do ponto decimal como um meio para separar a totalidade da parte fracionada de um número. Napier também estava muito interessado em astronomia e fez muitos cálculos com as suas observações e pesquisas. Os cálculos que ele realizava eram longos e muitas vezes envolviam funções trigonométricas. Depois de muitos anos lentamente construindo o conceito, ele finalmente desenvolveu a invenção pela qual ele é mais conhecido: logaritmos".

Atualmente, neste século XXI, não utilizamos mais as tábuas de logaritmos, porém a importância dos logaritmos não ficou perdida, pois muitos dos problemas que envolvem fenômenos e situações naturais, onde se tem uma grandeza cuja taxa de variação é proporcional à quantidade da mesma existente no instante dado se aplica a função logarítmica. Com efeito, embora eles tenham sido inventados como acessório para facilitar operações aritméticas, o desenvolvimento da matemática e das ciências em geral veio mostrar que diversas leis matemáticas e vários fenômenos naturais e mesmo sociais são estreitamente relacionados com os logaritmos. Assim sendo, os logaritmos, que no princípio eram importantes apenas por causa das tábuas, mostraram seu apreciável valor intrínseco (DINIZ, 2018).

Definição de inequação.

Antes de definirmos vamos nos situar em relação ao ano em que propriamente esse conteúdo entra no currículo do ensino de um estudante da rede pública e quais as possíveis dificuldades encontradas por esse estudante. Neste contexto, segundo ALVARENGA (2013), temos:

> As inequações estão situadas no currículo escolar brasileiro desde o 8ºano do ensino fundamental e são ministradas, até o curso de Cálculo I, ou Pré-Cálculo, no ensino superior, aos que optam por carreiras na área de Ciências Exatas ou da Terra. Contudo, as investigações têm apontado pouco êxito dos estudantes em relação às resoluções e interpretações. Em seu estudo, estão envolvidos conceitos matemáticos que, em geral, são referidos de forma superficial e mecanizada, gerando procedimentos de manipulações algébricas puramente algorítmicas. Isto pode indicar uma perda de oportunidade para tratar de números reais, lógica matemáticas, linguagem algébrica, demonstrações, funções e seus gráficos e alguns modelos de forma mais investigativas, intrigante, compreensiva e significativa.

Agora podemos definir inequação, para essa dissertação, da seguinte forma: Dadas as funções $f(x)$ e $g(x)$ cujos domínios são definidos em $\mathbb{R}$, chamamos de inequação na incógnita x a qualquer das sentenças abertas, abaixo (IEZZI, 1977):

$$f(x) > g(x); \; f(x) < g(x); \;\; f(x) \geq g(x); \;\; f(x) \leq g(x)$$

Uma inequação que envolve funções polinomiais, é chamada de inequação polinomial. As inequações que envolvem funções trigonométricas, são as inequações trigonométricas, dessa forma temos as inequações logarítmicas, pois envolve as funções logarítmicas que é um dos objetos de estudo dessa dissertação.

Para resolvê-las são utilizados procedimentos similares aos usados nas equações. O número real x_0 é uma solução da inequação $f(x) > g(x)$ se, e somente se, é verdadeira a sentença $f(x_0) > g(x_0)$. Ao conjunto S de todos os números reais x tais que $f(x) > g(x)$ é uma sentença verdadeira, chamamos de conjunto-solução da inequação (IEZZI,1977). Para determinar tal conjunto é essencial conhecer as propriedades de desigualdades e as funções envolvidas. Portanto, resolver uma inequação significa encontrar o seu conjunto-solução.

Sendo assim, quando uma incógnita se apresenta no logaritmando ou na base ou em ambos e que apresenta uma desigualdade nesse caso utilizamos uma operação matemática chamada de Inequação Logarítmica.

São exemplos de inequações logarítmicas:

$\log_2(5-x) > 27$ $\qquad$ $\log_{3x} x < \log_3 8$ $\qquad$ $-\log_{0,5}(x^2 - 6x) < 4$

Resolver uma inequação logarítmica é encontrar o seu conjunto-solução e para resolver uma inequação desse tipo, primeiramente reduzimos os dois membros a logaritmos de mesma base. Em seguida, devemos saber que a função logarítmica $f(x) = \log_a b$ é crescente quando a base for maior que um $(a > 1)$ e decrescente quando a base for um número positivo menor que um $(0 < a < 1)$. Após isso, poderemos aplicar as seguintes propriedades:

Se a base for maior que um aplicamos: $a > 1$: $x_1 > x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2$, e se a base for positiva e menor que um aplicamos $0 < a < 1$: $x_1 > x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2$.

Vamos aplicar essas propriedades nas inequações logarítmicas a seguir:

a) $\log_{\frac{1}{2}}(x-4) \geq 2$

b) $\log_3(3x+6) < \log_3 x$

No item a, temos $\log_{\frac{1}{2}}(x-4) \geq 2$ e devemos, primeiramente, verificar a condição de existência do logaritmo, dessa forma, o logaritmando, deve ser um número positivo: $x - 4 > 0 \Rightarrow x > 4\ (i)$. E para a base, deve ser um número positivo e diferente de zero, assim temos, $a = \frac{1}{2}$, e observamos que a base está no intervalo aberto $o < a < 1$, com isso, concluímos que deveremos inverter a desigualdade. Posteriormente, verifica-se que a inequação possui logaritmo, somente, em um dos membros, assim deveremos “transformar” o segundo membro de tal modo que apareça um logaritmo de mesma base do primeiro membro. Dessa forma, utilizaremos uma das propriedades de logaritmo. No qual diz: “se um logaritmo possui o logaritmando igual a base, então teremos o valor do expoente do logaritmando como resultado e elimina-se esse logaritmo". Aplicando na questão, teremos:

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-4) \geq 2 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x-4) \geq \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

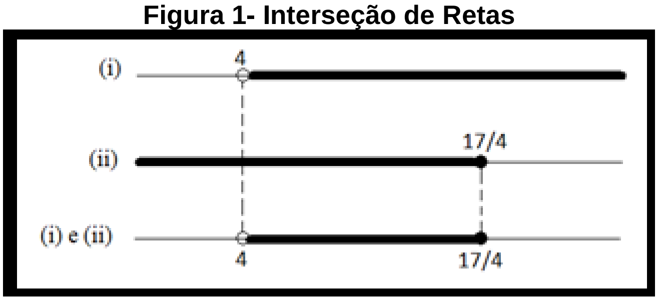
$$\Rightarrow x-4 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow x \leq \frac{1}{4}+4$$

$$\Rightarrow x \leq \frac{17}{4} \ (ii)$$

A solução da inequação é dada pela interseção de (i) e (ii).

Figura 1- Interseção de Retas

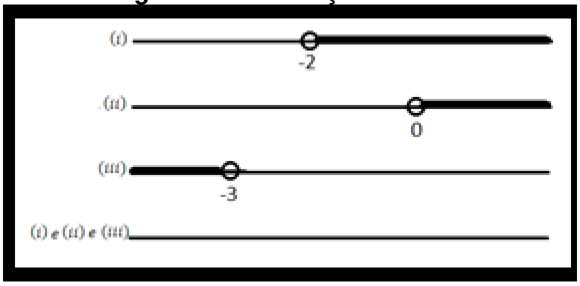


Fonte: próprio do autor

Portanto, $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 4 < x \leq \frac{17}{4}\}$.

No item b) temos $\log_3(3x+6) < \log_3 x$ e a priori verifica-se a condição de Existência: $3x+6 > 0 \Rightarrow 3x > -6 \Rightarrow x > -2 \ (i)$, em seguida, observa-se a base (3) e concluímos que é positivo, $3 > 0 \ (ii)$, como $a = 3 > 1$ a desigualdade da inequação logarítmica se mantém. Então: como a inequação possui o mesmo logaritmo de mesma base, pode-se nesse caso "cortar" ou eliminar esses logaritmos. Então teremos: $\log_3(3x+6) < \log_3 x \Rightarrow 3x+6 < x \Rightarrow 2x < -6 \Rightarrow x < -3 \ (iii)$. Dessa forma a solução da inequação é dada pela interseção de $(i), (ii)$ e (iii).

Figura 2 - Interseção de Retas



Fonte: próprio do autor

Portanto, $S = \emptyset$

Podemos perceber nas duas resoluções que houve primeiramente as transformações que levaram ao resultado final, desenvolvidas dentro de um mesmo sistema de representação, portanto constituiu um conjunto de tratamentos. E posteriormente, as conversões cujas as mudanças no sistema de registro de representações, como por exemplo, passar da escrita algébrica de uma inequação à sua representação gráfica.

PROPOSTA DE ATIVIDADE

Neste trabalho a sequência didática proposta foi construída com base no ensino por atividade. Segundo Mendes e Sá (2006, p.9), o ensino por atividade parte do concreto para o abstrato, o estudante passa de espectador para um criador ativo, assim desenvolvendo a habilidade de interpretar e questionar o próprio conhecimento.

Para Mendes e Sá (2006, p.16) existem dois tipos de atividade: a do tipo demonstração e a do tipo experimental. Na primeira, o professor assume um papel de orientador, na qual o estudante deve observar e descobrir as noções matemática envolvida na mesma. Na segunda, denominada auto-orientada, o professor faz com que os estudantes trabalhem individualmente ou em grupo, mediando à atividade efetuada pelo estudante, deixando o mesmo observar o que está sendo feito e registrar os seus resultados e conclusões de determinado conhecimento matemático. Para os autores, a aplicação das atividades também pode ser por meios de materiais concretos e tecnológicos, como os softwares educacionais.

Neste texto contém atividades do tipo experimental utilizando o Geogebra como principal instrumento à realização da mesma. Um conjunto de questões de leitura simples e clara, que direcionem os estudantes a realização de tarefas, se bem planejadas e aplicadas, pode faze-los perceber muitas regularidades por meio da própria experimentação executada por eles.

A atividade 1 trata da conceituação da propriedade quando o logaritmando é igual a um, ou seja, o que acontece quando o logaritmando é igual a um, a resposta é um número constante para qualquer que seja a sua base e sempre dará como resultado um mesmo número (zero). O estudante com o auxílio do geogebra perceberá este comportamento gerado a partir das funções dadas no quadro a seguir.

Atividade 1

Título: Propriedade do logaritmo cujo logaritmando seja 1.

Objetivo: Conceituar a propriedade para o logaritmando igual a 1.

Material: Roteiro de atividade, caneta e software geogebra.

Procedimento:

- Com o auxílio do geogebra digite em “entrada” as funções dadas no quadro e determine o valor da imagem de 1 ($x = 1$) para cada função.
- Registre o resultado
- Com os dados obtidos preencha o quadro

Resultados obtidos	
Funções	Imagens de "$x = 1$"
$\mathrm{f(x)} = \log_2 x$	
$g(x) = \log_3 x$	
$h(x) = \log_4 x$	
$I(x) = \log_5 x$	
$\mathrm{J(x)} = \log_6 x$	
$\mathrm{L(x)} = \log_7 x$	
$M(x) = \log_8 x$	
$N(x) = \log_9 x$	
$\mathrm{P(x)} = \log_{10} x$	
$Q(x) = \log_{11} x$	

Observação:

____

____

____

____

____

Orientações didáticas:

A atividade 1 é composta por um quadro que direciona o estudante a realizar no geogebra a inserção de diferentes funções (F, G, H, I, J, L, M, N, P, Q) e depois determinar o valor de $x = 1$, para cada função. Por exemplo: Digitar em “entrada” no geogebra $"f(x) = \log\ (base, < x >)"$, na base o estudante vai digitar as diferentes bases (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,10), em seguida $"x"$. Dessa forma o geogebra vai construir imediatamente o gráfico correspondente a função e após o estudante digitar em “entrada” $f(1)\ ou\ g(1)\ ou\ h(1)$ e assim por diante, o geogebra irá determinar o valor da imagem de “x”. O estudante deverá preencher o resultado das imagens de x no quadro.

Após o preenchimento do quadro, os estudantes devem descrever a observação deles sobre o que responderam no quadro que possa ser interpretado como regularidade. Daí, muitas dessas observações feitas pelos estudantes irão descrever as regularidades que perceberam sobre os resultados da imagem de $x = 1$.

Assim que todos os estudantes tiverem respondido, o valor da imagem de $x = 1$ deve ser formalizado. A conclusão esperada é que o estudante perceba que a resposta sempre será zero para as funções dadas. Dessa forma o objetivo de conceituar a propriedade para o logaritmando igual a 1 seja alcançado pelos estudantes.

A atividade 2 tratar da conceituação da função crescente, ou seja, como o estudante observará o comportamento do gráfico ao manipular a base do logaritmo. Os valores da base serão dadas alternando-se o seu valor, ora vai ser um número inteiro maior que um, ora vai ser uma fração própria positiva. O estudante com o auxílio do geogebra perceberá o comportamento dos gráficos gerado a partir das bases dadas no quadro a seguir.

Atividade 2

Título: Função Crescente.

Objetivo: Definir uma função crescente.

Material: Roteiro de atividade, caneta e software geogebra.

Procedimento:

- Com o auxílio do geogebra digite em “entrada” a função "$f(x) = \log \ (base; x)$ e a partir daí digite as bases dadas no quadro a seguir e observe o comportamento do gráfico gerado para cada função.
- Registre o resultado
- Com os dados obtidos preencha o quadro

Resultados obtidos	
Funções	Crescente ou decrescente
$f(x) = \log_2 x$	
$f(x) = \log_{1/2} x$	
$f(x) = \log_3 x$	
$f(x) = \log_{1/3} x$	
$f(x) = \log_4 x$	
$f(x) = \log_{1/4} x$	
$f(x) = \log_5 x$	
$f(x) = \log_{1/5} x$	
$f(x) = \log_6 x$	
$f(x) = \log_{1/6} x$	

Observação:

____

____

____

____

____

Orientações didáticas:

A atividade 2 é composta por um quadro que direciona o estudante a realizar no geogebra a inserção de uma função $(f(x) = \log_{base} x)$ alterando-se a base, ora um número maior que um, ora um número positivo menor que um e depois observar o comportamento dos gráficos no geogebra e determinar se é crescente ou decrescente a função. O estudante deverá preencher o resultado das observações no quadro.

Após o preenchimento do quadro, os estudantes devem descrever a observação deles sobre o que responderam no quadro que possa ser interpretado como regularidade. Daí, muitas dessas observações feitas pelos estudantes irão descrever as regularidades que perceberam sobre os gráficos obtidos.

Assim que todos os estudantes tiverem respondido, o motivo do gráfico ser crescente deve ser formalizado. A conclusão esperada é que o estudante perceba que para bases maiores que um, na função logarítmica, gera gráficos crescentes. Dessa forma o objetivo de definir uma função crescente seja alcançado pelos estudantes.

A atividade 3 tratar da conceituação da função decrescente, ou seja, como o estudante observará o comportamento do gráfico ao manipular a base do logaritmo. Os valores da base serão dadas com frações positivas do tipo própria e imprópria, uma vez que as frações próprias tem como representação decimais um número compreendido entre zero e um e as frações impróprias são números decimais maiores que um. O estudante com o auxílio do geogebra perceberá o comportamento dos gráficos gerado a partir das bases dadas no quadro a seguir.

Atividade 3

Título: Função Decrescente.

Objetivo: Definir uma função decrescente.

Material: Roteiro de atividade, caneta e software geogebra.

Procedimento:

- Com o auxílio do geogebra digite em "entrada" a função "$f(x) = \log\ (base; x)$ e a partir daí digite as bases dadas no quadro a seguir e observe o comportamento do gráfico gerado para cada função.
- Registre o resultado
- Com os dados obtidos preencha o quadro

Resultados obtidos	
Funções	Crescente ou decrescente
$\mathrm{f(x)} = \log_{2/5} x$	
$\mathrm{f(x)} = \log_{5/2} x$	
$\mathrm{f(x)} = \log_{2/3} x$	
$\mathrm{f(x)} = \log_{1/3} x$	
$\mathrm{f(x)} = \log_{5/4} x$	
$\mathrm{f(x)} = \log_{1/4} x$	
$\mathrm{f(x)} = \log_{3/5} x$	
$\mathrm{f(x)} = \log_{1/5} x$	
$\mathrm{f(x)} = \log_{7/6} x$	
$\mathrm{f(x)} = \log_{1/6} x$	

Observação:

____

____

____

____

____

Orientações didáticas:

A atividade 3 é composta por um quadro que direciona o estudante a realizar no geogebra a inserção de uma função $(f(x) = \log_{base} x)$ digitando-se na base frações positivas do tipo própria ou fração impróprias, depois observar o comportamento dos gráficos no geogebra e determinar se é crescente ou decrescente a função. O estudante deverá preencher o resultado das observações no quadro.

Após o preenchimento do quadro, os estudantes devem descrever a observação deles sobre o que responderam no quadro que possa ser interpretado como regularidade. Daí, muitas dessas observações feitas pelos estudantes irão descrever as regularidades que perceberam sobre os gráficos obtidos.

Assim que todos os estudantes tiverem respondido, o motivo do gráfico ser decrescente deve ser formalizado. A conclusão esperada é que o estudante perceba que para frações próprias, na função logarítmica, gera gráficos decrescentes. Dessa forma o objetivo de definir uma função crescente seja alcançado pelos estudantes.

A atividade 4 tratar da localização da imagem de uma abscissa através do gráfico no geogebra utilizando para isso as ferramentas disponíveis na barra de ferramenta do geogebra. Os valores das abscissas serão dadas através do quadro a seguir. O estudante com o auxílio das ferramentas localizadas na barra de ferramentas do geogebra perceberá através da manipulação de tais ferramentas que a localização da imagem se tornará uma observação muito fácil para se obter a abscissa.

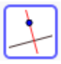
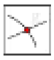
Atividade 4

Título: Localização da imagem de uma abscissa através do gráfico no geogebra.

Objetivo: Encontrar a imagem no gráfico do geogebra.

Material: Roteiro de atividade, caneta e software geogebra.

Procedimento:

- Com o auxílio do geogebra digite em “entrada” a função "$f(x) = \log_2 x$.
- A partir daí use o ícone “reta perpendicular”  no ponto de abscissa em que você quer encontrar a imagem.
- Depois clique em “interseção entre dois objetos”  , selecione a reta perpendicular encontrada e a função "$f(x)$", o geogebra determinará o ponto de interseção.
- Em seguida use novamente o ícone “reta perpendicular” , selecione o ponto encontrado e a reta y (ordenada). Dessa forma você encontrará o valor da imagem de x.
- Registre o resultado
- Com os dados obtidos preencha o quadro

Resultados obtidos da $f(x) = \log_2 x$	
Valores de x (abscissa)	Valores da imagem de x (ordenada)
$x = 3$	
$x = 4$	
$x = 5$	
$x = 6$	
$x = 7$	
$x = 8$	
$x = 9$	
$x = 10$	
$x = 11$	
$x = 12$	

Observação:

____

____

____

____

____

Orientações didáticas:

A atividade 4 é composta por um quadro que direciona o estudante a realizar no geogebra a descoberta da imagem da abscissa x usando ferramentas do geogebra dada uma função $(f(x) = \log_2 x)$, depois de várias manipulações das ferramentas do geogebra, o estudante poderá obter a imagem de x de uma forma automática e sem utilizar as ferramentas do geogebra, bastando para isso somente olhar no gráfico. O estudante deverá preencher o resultado das observações no quadro.

Após o preenchimento do quadro, os estudantes devem descrever a observação deles sobre o que responderam no quadro que possa ser interpretado como regularidade. Daí, muitas dessas observações feitas pelos estudantes irão descrever as regularidades que perceberam sobre a determinação da imagem de x.

Assim que todos os estudantes tiverem respondido, a determinação do valor da imagem de x deve ser formalizado. A conclusão esperada é que o estudante perceba que para determinar a imagens de x, basta o estudante seguir em linha reta e perpendicular no ponto desejado (abscissa), segue a reta até atingir a função e depois desviar a direção no sentido do eixo y, dessa forma determinará a imagem de x. Que é o objetivo da atividade seja alcançado pelos estudantes.

A atividade 5 tratar da localização da abscissa de uma imagem através do gráfico no geogebra utilizando para isso os ícones disponíveis na barra de ferramenta do geogebra. Os valores das ordenadas serão dadas através do quadro a seguir. O estudante com o auxílio dos ícones localizadas na barra de ferramentas do geogebra perceberá através da manipulação de tais ferramentas que a localização da abscissa se tornará uma observação muito fácil para se obter a ordenada.

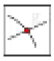
Atividade 5

Título: Localização da abscissa dada a ordenada y através do gráfico no geogebra.

Objetivo: Encontrar a abscissa no gráfico do geogebra.

Material: Roteiro de atividade, caneta e software geogebra.

Procedimento:

- Com o auxílio do geogebra digite em “entrada” a função "$f(x) = \log_2 x$.
- A partir daí use o ícone “reta perpendicular”  no ponto de ordenada em que você quer encontrar a abscissa.
- Depois clique em “interseção entre dois objetos”  , selecione a reta perpendicular encontrada e a função "$f(x)$", o geogebra determinará o ponto de interseção.
- Em seguida use novamente o ícone “reta perpendicular” , selecione o ponto encontrado e a reta x (abscissa). Dessa forma você encontrará o valor da abscissa de y.
- Registre o resultado
- Com os dados obtidos preencha o quadro

Resultados obtidos da $f(x) = \log_2 x$	
Valores de y (ordenada)	Valores da abscissa de y (ordenada)
$y = 3$	
$y = 4$	
$y = 5$	
$y = 6$	
$y = 7$	
$y = 8$	
$y = 9$	
$y = 10$	
$y = 11$	
$y = 12$	

Observação:

____

____

____

____

____

Orientações didáticas:

A atividade 5 é composta por um quadro que direciona o estudante a realizar no geogebra a descoberta da abscissa x da ordenada dada usando ferramentas do geogebra dada uma função $(f(x) = \log_2 x)$, depois de várias manipulações das ferramentas do geogebra, o estudante poderá obter a abscissa de y de uma forma automática e sem utilizar as ferramentas do geogebra, bastando para isso somente olhar no gráfico. O estudante deverá preencher o resultado das observações no quadro.

Após o preenchimento do quadro, os estudantes devem descrever a observação deles sobre o que responderam no quadro que possa ser interpretado como regularidade. Daí, muitas dessas observações feitas pelos estudantes irão descrever as regularidades que perceberam sobre a determinação da abscissa de y.

Assim que todos os estudantes tiverem respondido, a determinação do valor da abscissa de y deve ser formalizado. A conclusão esperada é que o estudante perceba que para determinar a abscissa de y, basta o estudante seguir em linha reta e perpendicular no ponto desejado (ordenada), segue a reta até atingir a função e depois desviar na direção e no sentido do eixo x, dessa forma determinará a abscissa de y. Que é o objetivo da atividade seja alcançado pelos estudantes.

A atividade 6 tratar da constatação de que não existe o logaritmo de números negativo, para isso utilizando as ferramentas disponíveis na barra de ferramenta do geogebra. Os valores das abscissas a serem determinadas ou constatada a não existência de sua resposta será dada através do quadro a seguir. O estudante com o auxílio das ferramentas localizadas na barra de ferramentas do geogebra perceberá através da manipulação de tais ferramentas que a localização da imagem não será possível.

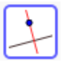
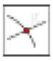
Atividade 6

Título: Localização da imagem dada a abscissa negativa através do gráfico no geogebra.

Objetivo: Constatar a não existência para valores negativos de x.

Material: Roteiro de atividade, caneta e software geogebra.

Procedimento:

- Com o auxílio do geogebra digite em "entrada" a função "$f(x) = \log_2 x$.
- A partir daí use o ícone "reta perpendicular"  no ponto de abscissa em que você quer encontrar a imagem (ordenada).
- Depois clique em "interseção entre dois objetos"  (caso haja interseção), selecione a reta perpendicular encontrada e a função "$f(x)$", o geogebra determinará o ponto de interseção. Caso contrário, pule o próximo item e vá para "registre o resultado"
- Em seguida use novamente o ícone "reta perpendicular" , selecione o ponto encontrado e a reta x (abscissa). Dessa forma você encontrará o valor da abscissa de y.
- Registre o resultado
- Com os dados obtidos preencha o quadro

Resultados obtidos da $f(x) = \log_2 x$	
Valores de x (abscissa)	Existe / Não existe
$y = -3$	
$y = +3$	
$y = -4$	
$y = +4$	
$y = -5$	
$y = +5$	
$y = -6$	
$y = +6$	
$y = -7$	
$y = +7$	

Observação:

____

____

____

____

____

Orientações didáticas

A atividade 6 é composta por um quadro que direciona o estudante a realizar no geogebra a descoberta da abscissa x da ordenada dada, quando existir, usando ferramentas do geogebra dada uma função $(f(x) = \log_2 x)$, depois de várias manipulações das ferramentas do geogebra, o estudante poderá, caso exista solução, obter a ordenada de x de uma forma automática e sem utilizar as ferramentas do geogebra, bastando para isso somente olhar no gráfico. O estudante deverá preencher o resultado das observações no quadro.

Após o preenchimento do quadro, os estudantes devem descrever a observação deles sobre o que responderam no quadro que possa ser interpretado como regularidade. Daí, muitas dessas observações feitas pelos estudantes irão descrever as regularidades que perceberam sobre a determinação da ordenada de x.

Assim que todos os estudantes tiverem respondido, a determinação do valor da ordenada (imagem) de x deve ser formalizado. A conclusão esperada é que o estudante perceba que para determinar a ordenada de x, basta o estudante seguir em linha reta e perpendicular no ponto desejado (abscissa), segue a reta até atingir a função (caso atinja) e depois desviar na direção no sentido do eixo x, dessa forma determinará a abscissa de y. Caso contrário o experimento termina e a resposta é não existe logaritmo para valores de x negativo. Que é o objetivo da atividade seja alcançado pelos estudantes.

A atividade 7 tratar da determinação da solução equação logarítmica, para a função $f(x) = \log_2 x$ e para valores de y diversos no quadro a seguir. Para isso, utilizaremos os ícones disponíveis na barra de ferramenta do geogebra. A solução da equação logarítmica está disponível quando observando o gráfico gerado pelo geogebra podemos determinar o valor de x para a solução da equação. O estudante com o auxílio dos ícones localizadas na barra de ferramentas do geogebra perceberá através da manipulação de tais ícones a localização da solução da equação logarítmica através da imagem de x.

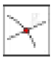
Atividade 7

Título: Determinação da solução de equação logarítmica através do gráfico no geogebra.

Objetivo: Determinar o valor de x na equação logarítmica.

Material: Roteiro de atividade, caneta e software geogebra.

Procedimento:

- Com o auxílio do geogebra digite em “entrada” a função "$f(x) = \log_2 x$.
- A partir daí escreva em entrada o valor de y.
- O geogebra irá gerar uma reta paralela em relação a x e,
- Depois clique em “interseção entre dois objetos”  (caso haja interseção), selecione a reta perpendicular a y ou paralela a x e a função "$f(x)$", o geogebra determinará um ponto de interseção. Caso contrário, pule o próximo item e vá para “registre o resultado”
- Em seguida use novamente o ícone “reta perpendicular” , selecione o ponto encontrado e a reta x (abscissa). Dessa forma você encontrará o valor da abscissa de y.
- Registre o resultado
- Com os dados obtidos preencha o quadro

Resultados obtidos da $f(x) = \log_2 x$, $y = (número\ real)$	
Valores de y	Valores de x encontrado
$y = 2$	
$y = 3$	
$y = 4$	
$y = 5$	
$y = -2$	
$y = -3$	
$y = -4$	
$y = -5$	
$y = 4{,}5$	
$y = 5{,}6$	

Observação:

Orientações didáticas

A atividade 7 é composta por um quadro que direciona o estudante a realizar no geogebra a descoberta da abscissa x da ordenada dada, quando existir, usando ferramentas do geogebra dada uma função $(f(x) = \log_2 x)$, depois de várias manipulações das ferramentas do geogebra, o estudante poderá obter a ordenada de x de uma forma automática e sem utilizar as ferramentas do geogebra, bastando para isso somente olhar no gráfico. O estudante deverá preencher o resultado das observações no quadro.

Após o preenchimento do quadro, os estudantes devem descrever a observação deles sobre o que responderam no quadro que possa ser interpretado como regularidade. Daí, muitas dessas observações feitas pelos estudantes irão descrever as regularidades que perceberam sobre a determinação da ordenada de x.

Assim que todos os estudantes tiverem respondido, a determinação do valor da ordenada (imagem) de x deve ser formalizado. A conclusão esperada é que o estudante perceba que para determinar a ordenada de x, basta o estudante seguir em linha reta e perpendicular no ponto desejado (abscissa), segue a reta até atingir a função (caso atinja) e depois desviar na direção no sentido do eixo x, dessa forma determinará a abscissa de y que será a solução da equação. Que é o objetivo da atividade seja alcançado pelos estudantes.

A atividade 8 tratar da análise dos valores de x que satisfaz a inequação $y > (número\ real)$ para valores de x que tenha imagem y localizadas na parte pintada do gráfico podemos dizer que esse x é solução da inequação $y > 3$, caso contrário, se as imagens de x não fizer parte do gráfico pintado isto significa dizer que não é solução da inequação $(y > 3)$.

Atividade 8

Título: Dados valores de x - É solução para $y > (número\ real)$.

Objetivo: Analisar valores de x que satisfaz $y > (número\ real)$.

Material: Roteiro de atividade, caneta e software geogebra.

Procedimento:

- Com o auxílio do geogebra digite em “entrada” a função "$f(x) = \log_2 x$.
- A partir daí digite em “entrada” $y > 3$ no geogebra.
- Em seguida determine as imagens de x no quadro a seguir.
- Registre o resultado
- Com os dados obtidos preencha o quadro

Resultados obtidos da $f(x) = \log_2 x$ e $y > 3$	
Valores de x (abscissa)	Valores da ordenada de x (Imagem): É solução ou Não é solução
$x = 2$	
$x = 3$	
$x = 4$	
$x = 5$	
$x = 6$	
$x = 7$	
$x = 8$	
$x = 9$	
$x = 10$	
$x = 11$	

Observação:

Orientações didáticas

A atividade 8 é composta por um quadro que direciona o estudante a realizar no geogebra a descoberta da ordenada y dada a abscissa x, usando as ferramentas do geogebra para uma função $(f(x) = \log_2 x)$ com $y > 3$, isto é, O estudante deverá preencher o resultado das observações no quadro, dizendo se é solução ou não é solução, observando se a imagem (ordenada) dos valores de x (abscissa) fazem parte da parte pintada demonstrada pelo geogebra na parte gráfica, quando $y > 3$.

Após o preenchimento do quadro, os estudantes devem descrever a observação deles sobre o que responderam no quadro que possa ser interpretado como regularidade. Daí, muitas dessas observações feitas pelos estudantes irão descrever as regularidades que perceberam sobre a determinação da ordenada de x.

Assim que todos os estudantes tiverem respondido, a determinação do valor da ordenada (imagem) de x deve ser formalizado. A conclusão esperada é que o estudante perceba que para determinar se os valores de x (abscissa) é ou não é solução da inequação $y > 3$, basta que o estudante observe se as imagens de x estão dentro da parte pintada do gráfico demonstrada pelo geogebra $(y > 3)$. Que é o objetivo da atividade seja alcançado pelos estudantes.

A atividade 9 tratar da análise dos valores de x que satisfaz a inequação $y < (número\ real)$ para valores de x que tenha imagem y localizadas na parte pintada do gráfico podemos dizer que esse x é solução da inequação $y < 3$, caso contrário, se as imagens de x não fizer parte do gráfico pintado isto significa dizer que não é solução da inequação $(y < 3)$.

Atividade 9

Título: Dados valores de x - É solução para $y < (número\ real)$.

Objetivo: Analisar valores de x que satisfaz $y < (número\ real)$.

Material: Roteiro de atividade, caneta e software geogebra.

Procedimento:

- Com o auxílio do geogebra digite em “entrada” a função "$f(x) = \log_2 x$.
- A partir daí digite em “entrada” $y < 3$ no geogebra.
- Em seguida determine as imagens de x no quadro a seguir.
- Registre o resultado
- Com os dados obtidos preencha o quadro

Resultados obtidos da $f(x) = \log_2 x$ e $y < 3$	
Valores de x (abscissa)	Valores da ordenada de x (Imagem): É solução ou Não é solução
$x = 2$	
$x = 3$	
$x = 4$	
$x = 5$	
$x = 6$	
$x = 7$	
$x = 8$	
$x = 9$	
$x = 10$	

$x = 11$	

Observação:

____

____

____

____

____

Orientações didáticas

A atividade 9 é composta por um quadro que direciona o estudante a realizar no geogebra a descoberta da ordenada y dada a abscissa x, usando as ferramentas do geogebra para uma função $(f(x) = \log_2 x)$ com $y < 3$, isto é, O estudante deverá preencher o resultado das observações no quadro, dizendo se é solução ou não é solução, observando se a imagem (ordenada) dos valores de x (abscissa) fazem parte da parte pintada demonstrada pelo geogebra na área gráfica, quando $y < 3$.

Após o preenchimento do quadro, os estudantes devem descrever a observação deles sobre o que responderam no quadro que possa ser interpretado como regularidade. Daí, muitas dessas observações feitas pelos estudantes irão descrever as regularidades que perceberam sobre a determinação da ordenada de x.

Assim que todos os estudantes tiverem respondido, a determinação do valor da ordenada (imagem) de x deve ser formalizado. A conclusão esperada é que o estudante perceba que para determinar se os valores de x (abscissa) é ou não é solução da inequação $y < 3$, basta que o estudante observe se as imagens de x estão dentro da parte pintada do gráfico demonstrada pelo geogebra $(y < 3)$. Que é o objetivo da atividade seja alcançado pelos estudantes.

A atividade 10 tratar da análise dos valores de x que satisfaz a inequação $y \geq (número\ real)$ para valores de x que tenha imagem y localizadas na parte pintada do gráfico podemos dizer que esse x é solução da inequação $y \geq 3$, caso contrário, se as imagens de x não fizer parte do gráfico pintado isto significa dizer que não é solução da inequação $(y \geq 3)$.

Atividade 10

Título: Dados valores de x - É solução para $y \geq (número\ real)$.

Objetivo: Analisar valores de x que satisfaz $y \geq (número\ real)$.

Material: Roteiro de atividade, caneta e software geogebra.

Procedimento:

- Com o auxílio do geogebra digite em “entrada” a função "$f(x) = \log_2 x$.
- A partir daí digite em “entrada” $y \geq 3$ no geogebra.
- Em seguida determine as imagens de x no quadro a seguir.
- Registre o resultado
- Com os dados obtidos preencha o quadro

Resultados obtidos da $f(x) = \log_2 x$ e $y \geq 3$	
Valores de x (abscissa)	Valores da ordenada de x (Imagem): É solução ou Não é solução
$x = 2$	
$x = 3$	
$x = 4$	
$x = 5$	
$x = 6$	
$x = 7$	
$x = 8$	
$x = 9$	
$x = 10$	
$x = 11$	

Observação:

____

____

____

____

____

Orientações didáticas

A atividade 10 é composta por um quadro que direciona o estudante a realizar no geogebra a descoberta da ordenada y dada a abscissa x, usando as ferramentas do geogebra para uma função $(f(x) = \log_2 x)$ com $y \geq 3$, isto é, O estudante deverá preencher o resultado das observações no quadro, dizendo se é solução ou não é solução, observando se a imagem (ordenada) dos valores de x (abscissa) fazem parte da parte pintada demonstrada pelo geogebra na área gráfica, quando $y \geq 3$.

Após o preenchimento do quadro, os estudantes devem descrever a observação deles sobre o que responderam no quadro que possa ser interpretado como regularidade. Daí, muitas dessas observações feitas pelos estudantes irão descrever as regularidades que perceberam sobre a determinação da ordenada de x.

Assim que todos os estudantes tiverem respondido, a determinação do valor da ordenada (imagem) de x deve ser formalizado. A conclusão esperada é que o estudante perceba que para determinar se os valores de x (abscissa) é ou não é solução da inequação $y \geq 3$, basta que o estudante observe se as imagens de x estão dentro da parte pintada do gráfico demonstrada pelo geogebra $(y \geq 3)$. Que é o objetivo da atividade seja alcançado pelos estudantes.

A atividade 11 tratar da análise dos valores de x que satisfaz a inequação $y \leq (número\ real)$ para valores de x que tenha imagem y localizadas na parte pintada do gráfico podemos dizer que esse x é solução da inequação $y \leq 3$, caso contrário, se as imagens de x não fizer parte do gráfico pintado isto significa dizer que não é solução da inequação $(y \leq 3)$.

Atividade 11

Título: Dados valores de x - É solução para $y \leq (número\ real)$.

Objetivo: Analisar valores de x que satisfaz $y \leq (número\ real)$.

Material: Roteiro de atividade, caneta e software geogebra.

Procedimento:

- Com o auxílio do geogebra digite em "entrada" a função "$f(x) = \log_2 x$.
- A partir daí digite em "entrada" $y \leq 3$ no geogebra.
- Em seguida determine as imagens de x no quadro a seguir.
- Registre o resultado
- Com os dados obtidos preencha o quadro

Resultados obtidos da $f(x) = \log_2 x$ e $y \leq 3$	
Valores de x (abscissa)	Valores da ordenada de x (Imagem): É solução ou Não é solução
$x = 2$	
$x = 3$	
$x = 4$	
$x = 5$	
$x = 6$	
$x = 7$	
$x = 8$	
$x = 9$	
$x = 10$	
$x = 11$	

Observação:

Orientações didáticas

A atividade 11 é composta por um quadro que direciona o estudante a realizar no geogebra a descoberta da ordenada y dada a abscissa x, usando as ferramentas do geogebra para uma função $(f(x) = \log_2 x)$ com $y \leq 3$, isto é, O estudante deverá preencher o resultado das observações no quadro, dizendo se é solução ou não é solução, observando se a imagem (ordenada) dos valores de x (abscissa) fazem parte da parte pintada demonstrada pelo geogebra na área gráfica, quando $y \leq 3$.

Após o preenchimento do quadro, os estudantes devem descrever a observação deles sobre o que responderam no quadro que possa ser interpretado como regularidade. Daí, muitas dessas observações feitas pelos estudantes irão descrever as regularidades que perceberam sobre a determinação da ordenada de x.

Assim que todos os estudantes tiverem respondido, a determinação do valor da ordenada (imagem) de x deve ser formalizado. A conclusão esperada é que o estudante perceba que para determinar se os valores de x (abscissa) é ou não é solução da inequação $y \leq 3$, basta que o estudante observe se as imagens de x estão dentro da parte pintada do gráfico demonstrada pelo geogebra $(y \leq 3)$. Que é o objetivo da atividade seja alcançado pelos estudantes.

A atividade 12 tratar da análise da solução dos valores de x que satisfaz a inequação dada no quadro a seguir. O estudante deverá inserir em entrada a função $f(x)$, em seguida verificar individualmente para cada inequação na ordem que aparece no quadro escrevendo em “entrada” no geogebra, depois determinar se a função é crescente ou decrescente e por fim indicar uma das quatro opções que consta na coluna “solução da inequação” referendando a solução para valores de x que tenha imagem y localizadas na parte pintada do gráfico que podemos dizer que esse x é solução da inequação.

Atividade 12

Título: Solução da inequação logarítmica.

Objetivo: Determinar uma relação entre a solução da inequação logarítmica com a base (crescente ou decrescente).

Material: Roteiro de atividade, caneta e software geogebra.

Procedimento:

- Com o auxílio do geogebra digite em “entrada” a função "$f(x)$".
- A partir daí digite em “entrada” a inequação, por exemplo $y > 4$ no geogebra.
- Depois verifique se a função é crescente ou decrescente.
- Em seguida determine a solução da inequação, ou seja, o valor de x para $y > 4 \; ou \; y < 4 \; ou \; y \geq 4 \; ou \; y \leq 4$.
- Relacione a inequação (sinal) com o crescimento (crescente/decrescente) e com a sua solução.
- Registre o resultado
- Com os dados obtidos preencha o quadro

Resultados obtidos							
Funções $f(x)$	Inequação	Crescente	Decrescente	Solução da inequação			
				$x >?$	$x <?$	$x \geq ?$	$x \leq ?$
$f(x) = \log_2 x$	$y > 4$						
	$y < 4$						
	$y \geq 4$						
	$y \leq 4$						
$f(x) = \log_{1/2} x$	$y > 4$						
	$y < 4$						
	$y \geq 4$						
	$y \leq 4$						

Observação:

Orientações didáticas

A atividade 12 é composta por um quadro que direciona o estudante a realizar a análise de duas funções logarítmicas, uma crescente e outra decrescente com quatro inequações diferentes (pelo sinal gráfico) e no final desta análise esperamos que o estudante relacione a sua solução encontrada com o fato da função logarítmica dada ser crescente ou decrescente.

Após o preenchimento do quadro, os estudantes devem descrever a observação deles sobre o que responderam no quadro que possa ser interpretado como regularidade. Daí, muitas dessas observações feitas pelos estudantes irão descrever as regularidades que perceberam sobre a solução da inequação logarítmica.

Assim que todos os estudantes tiverem respondido, a determinação da solução encontrada corresponde ao mesmo sinal da função se for crescente e se for decrescente a solução terá o seu sinal gráfico invertido (se maior fica menor; se maior ou igual fica menor ou igual e vice-versa). A conclusão esperada é que o estudante perceba a relação da solução da inequação com o fato de ser crescente ou decrescente a função dada. Que é o objetivo da atividade seja alcançado pelos estudantes.

CONSIDERAÇÕES

O assunto inequação logarítmica são dois entes matemáticos que merece a nossa atenção, pois sabemos das dificuldades existente em nossos estudantes em assimilar tais conteúdos, a inequação com seus símbolos, signos e gráficos e a logarítmica com suas tabelas, símbolos e gráficos também, assuntos que requerem dos estudantes um certo domínio em relação ao tratamento e suas convenções. De acordo com a semiótica desenvolvida por Durval (2009), temos:

> [...] as representações semióticas não são somente indispensáveis para fins de comunicação, elas são necessárias ao desenvolvimento da atividade matemática. Com efeito, a possibilidade de efetuar os tratamentos sobre os objetos matemáticos dependem diretamente do sistema de representação semiótico utilizado. (DUVAL, 2009, p.15).

E nesse sentido que este produto educacional (PE) foi desenvolvido, trazer para o professor uma nova representação através do uso do software geogebra, possibilitando ao professor um ensino diferenciado, fugindo da mesmice que ainda persiste, na grande maioria de nossa sala de aula e para o estudante a possibilidade de vê um conteúdo demonstrado e comprovado graficamente por intermédio do geogebra, possibilitando para o estudante a manipulação das funções e observar o comportamento dos gráficos instantaneamente, podendo com isso indagar, analisar e fazer suas próprias construções.

O nosso PE contém em seu sumário o tema inequação logarítmica em que começamos com um pequeno histórico sobre logaritmo, como surgiu, o seu precursor (Napier), e depois fizemos uma explanação da definição de inequação, sua resolução e a solução de inequações logarítmicas de forma algébrica, da forma que vimos e ensinamos para os nossos estudantes. E pensando nisso, na forma, foi elaborado este PE no intuito de fazer mudanças no ensino aprendizagem através do uso do software geogebra, construindo uma sequência didática, baseado em Mendes e Sá (2006, p.16).

Foram 12 sequências didática, seguindo uma ordem lógica do assunto, primeiramente o estudante viu uma propriedade importante do logaritmo, depois pode vê no gráfico o comportamento de uma função logarítmica crescente e decrescente, e comprovar que quem determinar o crescimento ou decrescimento é a base do logaritmo, determinou o valor de x (abscissa) e o valor de y (imagem), tudo através da visualização do gráfico gerado pelo geogebra, teve a oportunidade de constatar a NÃO existência do logaritmo para valores de x negativo, a solução de equação sem precisar fazer cálculo para isso, determinar valores de x que satisfazem a inequação dada e por último, considerado o carro chefe do PE foi a solução da inequação logarítmica através do uso do geogebra, olhando e analisando as bases (se eram crescente ou decrescente) e respondendo a solução através das pinturas realizadas pelo geogebra.

Sabemos que esse PE, não está acabado, não é definitivo, espero que os nossos professores contribuam para o desenvolvimento de mais atividades sobre esse assunto – Inequação logarítmica. É, somente um ponta pé inicial, sabemos das dificuldades em se usar os computadores em nossas aulas, mas é um incentivo para os nossos professores. Existem formas diferenciadas de se fazer uma boa aula. Basta para isso, buscamos mecanismos como esse.

REFERÊNCIAS

- ALVARENGA, Karly Barbosa; ***O que dizem as pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de inequações***, Doutorado em Educação Matemática – São Paulo, 2013.
- ARAUJO, Elpídio de*;* ***A Concepção de um Software de Matemática para Auxiliar na Aprendizagem dos Alunos da Primeira Série do Ensino Médio no Estudo das Funções Exponenciais e Logarítmicas***. 2005. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) **-** Centro de Ciências Exatas e Tecnologias, Pontífica Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- BARRETO, S. R. da C. **Ensino e Aprendizagem de Progressão Aritmética: uso e construção de aplicativos**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.
- BARROS, Rafael Lameira; SÁ, Pedro Franco. **Uma Sequência Didática para o Ensino de Números Irracionais.** Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2021.
- BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática.** 8. ed. São Paulo: Edusp, 1974. 488 p.
- DINIZ, Girlene Firmina. Um estudo sobre exponenciais e logaritmos e aplicações Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) -- Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, MG, 2018.
- DURVAL, R., Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática ***In: Aprendizagem em matemática: registro de representação semiótica***. 1 ed. Campinas: Papirus, 2003, v.1, p.11-33
- IEZZI,G.; DOLCE, O; MURAKAMI, C. **Matemática Elementar**. 7, ed. [S.I]: Atual Editora Nacional – LTC, 2001. V.1. 1-176 p.
- LUCKESI, C.C, **Avaliação e aprendizagem escolar**, São Paulo, Cortez, 2002, pp. 122-135.
- MENDES, I. A.; SÁ, P. F. de. **Matemática por atividades: Sugestões para a sala de aula**. Natal: Flecha do tempo, 2006. p. 9-17.
- MODESTO, Thiago Jacob Maciel; ***A gênese instrumental e sua interação com o geogebra: uma proposta de ensino de polinômios***. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém,2019.
- RABADEL,P.. Les hommes et les Technologies: approche cognitive des instruments contemporains. Paris. Armand Colin. 1995.

- ZANDONADI, Ednilson Carlos. **Aplicação do software GeoGebra no ensino de funções exponenciais e logarítmicas.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Matemática – Londrina, 2013.

ANEXOS

- Ficha de avaliação

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS – BANCA EXAMINADORA

Título: **"ENSINO DE INEQUAÇÕES LOGARÍTMICAS USANDO O GEOGEBRA".**

Mestrando (a): **MARTINHO MOTA DIAS JUNIOR**

Data da avaliação: **17/09/2021**

PÚBLICO ALVO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Destinado à:*

( ) Estudantes do Ensino Fundamental ( ) Estudantes do Ensino Médio

( ) Professores do Ensino Fundamental (X) Professores do Ensino Médio

( ) Outros: ____________________

INFORMAÇÕES SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Tipo de Produto Educacional*

(X) Sequência Didática ( ) Página na Internet ( ) Vídeo

( ) Texto Didático (alunos/professores) ( ) Jogo Didático ( ) Aplicativo

( ) Software ( ) Outro: ____________________

b) *Possui URL:* (X) Sim, qual o URL: ____________________

( ) Não ( ) Não se aplica

c) *É coerente com a questão-foco da pesquisa?*

(X) Sim

( ) Não. Justifique? ____________________

d) *É adequado ao nível de ensino proposto?*

(X) Sim

( ) Não. Justifique? ____________________

e) *Está em consonância com a linguagem matemática do nível de ensino proposto?*

(X) Sim

( ) Não. Justifique? ____________________

ESTRUTURA DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Possui sumário:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
b) *Possui orientações ao professor:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
c) *Possui orientações ao estudante:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
d) *Possui objetivos/finalidades:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
e) *Possui referências:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
f) *Tamanho da letra acessível:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
g) *Ilustrações são adequadas:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica

CONTEXTO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Foi aplicado?*

(C) Sim, onde: em experimentação didática

( ) Não, justifique:

( ) Não se aplica

b) *Pode ser aplicado em outros contextos de Ensino?*

(X) Sim, onde: Sala de aula

( ) Não, justifique:

( ) Não se aplica

c) *O produto educacional foi validado antes de sua aplicação?*

(X) Sim, onde: Professores do Ensino Médio

( ) Não, justifique:

( ) Não se aplica

d) *Em qual condição o produto educacional foi aplicado?*

( ) na escola, como atividade regular de sala de aula

(X) na escola, como um curso extra

( ) outro:

e) *A aplicação do produto envolveu (marque as alternativas possíveis):*

( ) Alunos do Ensino Fundamental

(X) Alunos do Ensino Médio

( ) Professores do Ensino Fundamental

( ) Professores do Ensino Médio

( ) outros membros da comunidade escolar, tais como

( ) outros membros da comunidade, tais como

O produto educacional foi considerado:

(X) APROVADO ( ) APROVADO COM MODIFICAÇÕES ( ) REPROVADO

MEMBROS DA BANCA Assinaturas

Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves (Presidente)
Doutor em Geofísica
IES de Obtenção do Título: UFPA

Fabio José Alves

Profª. Drª. Cinthia Cunha Maradei Pereira (Membro Interno)
Doutora em Bioinformática
IES de Obtenção do Título: UFPA

Prof. Dr. Márcio Lima do Nascimento (Membro Externo)
Doutor em Matemática Aplicada
IES de Obtenção do Título: USP

Márcio Lima do Nascimento

Martinho Mota Dias Júnior

Possui graduação em licenciatura em Ciências com Habilitação Plena em Matemática pela Universidade da Amazônia (1998), Especialização em matemática do Ensino Básico (2011), graduação em Informática pelo Instituto Federal de Educação, ciência e Tecnologia do Pará (2014), Mestrado em ensino de Matemática PPGEM/UEPA(2021),

Fábio José da Costa Silva

Possui Licenciatura em Matemática pela União das Escolas Superiores do Pará – UNESPa (1990), Licenciatura em Ciências de 1º Grau pela União das Escolas Superiores do Pará – UNESPa (1989), graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Pará (1994), Mestrado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará (1999), Doutorado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará (2003) e Pós-Doutorado pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2017). Atualmente é Professor da Universidade do Estado do Pará, Docente do Mestrado em Educação/UEPA e Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA. Líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias e Vice líder do Grupo de Pesquisa em Cognição e Educação Matemática da UEPA.

UEPA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA
www.uepa.br/pmpem