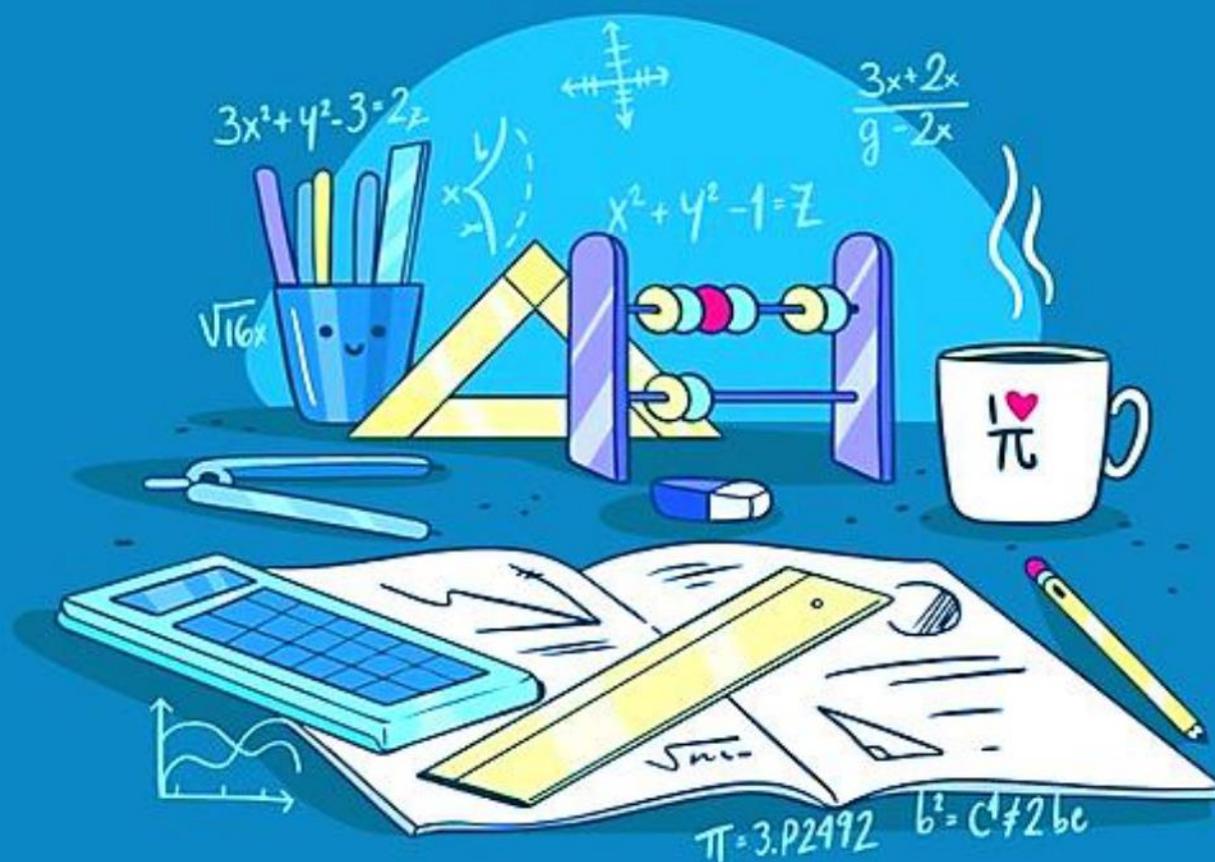


Organização: Resiane Paula da Silveira

# EDUCAÇÃO MATEMÁTICA:

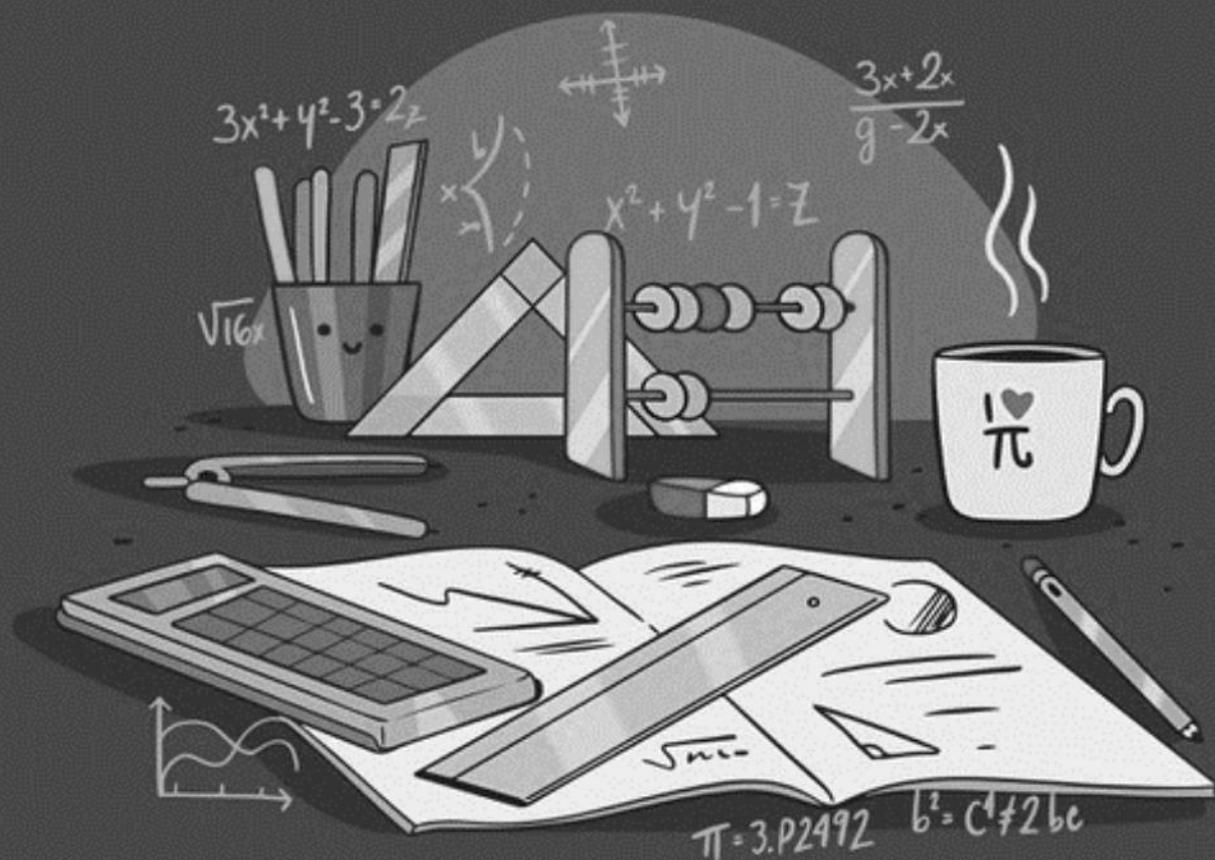
## Formação, Práticas e Inclusão



Organização: Resiane Paula da Silveira

# EDUCAÇÃO MATEMÁTICA:

## Formação, Práticas e Inclusão



© 2021 – Editora Real Conhecer

[editora.realconhecer.com.br](http://editora.realconhecer.com.br)

realconhecer@gmail.com

**Organizadora**

Resiane Paula da Silveira

**Editor Chefe:** Jader Luís da Silveira

**Editores e Arte:** Resiane Paula da Silveira

**Capa:** Freepik/Real Conhecer

**Revisão:** Respective autores dos artigos

**Conselho Editorial**

Ma. Tatiany Michelle Gonçalves da Silva, Secretaria de Estado do Distrito Federal, SEE-DF

Ma. Jaciara Pinheiro de Souza, Universidade do Estado da Bahia, UNEB

Dra. Náyra de Oliveira Frederico Pinto, Universidade Federal do Ceará, UFC

Ma. Emile Ivana Fernandes Santos Costa, Universidade do Estado da Bahia, UNEB

Me. Rudvan Cicotti Alves de Jesus, Universidade Federal de Sergipe, UFS

Me. Heder Junior dos Santos, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP

Ma. Dayane Cristina Guarnieri, Universidade Estadual de Londrina, UEL

Me. Dirceu Manoel de Almeida Junior, Universidade de Brasília, UnB

Ma. Cinara Rejane Viana Oliveira, Universidade do Estado da Bahia, UNEB

Esp. Érica dos Santos Carvalho, Secretaria Municipal de Educação de Minas Gerais, SEE-MG

Esp. Jader Luís da Silveira, Grupo MultiAtual Educacional

Esp. Resiane Paula da Silveira, Secretaria Municipal de Educação de Formiga, SMEF

Sr. Victor Matheus Marinho Dutra, Universidade do Estado do Pará, UEPA

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S587e Silveira, Resiane Paula da  
Educação Matemática: Formação, Práticas e Inclusão - Volume 5 /  
Resiane Paula da Silveira. – Formiga (MG): Editora Real Conhecer,  
2021. 156 p. : il.

Formato: PDF  
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader  
Modo de acesso: World Wide Web  
Inclui bibliografia  
ISBN 978-65-84525-05-4  
DOI: 10.5281/zenodo.5651231

1. Educação. 2. Matemática. 3. Formação. 4. Inclusão. I. Silveira,  
Resiane Paula da. II. Título.

CDD: 510.07  
CDU: 51

*Os artigos, seus conteúdos, textos e contextos que participam da presente obra apresentam  
responsabilidade de seus autores.*

Downloads podem ser feitos com créditos aos autores. São proibidas as modificações e os  
fins comerciais.

Proibido plágio e todas as formas de cópias.

Editora Real Conhecer  
CNPJ: 35.335.163/0001-00  
Telefone: +55 (37) 99855-6001  
[editora.realconhecer.com.br](http://editora.realconhecer.com.br)  
[realconhecer@gmail.com](mailto:realconhecer@gmail.com)

Formiga - MG

Catálogo Geral: <https://editoras.grupomultiatual.com.br/>

**AUTORES**

**ALDO PERES CAMPOS E LOPES**

**ANA CAROLINA SANTANA VIEIRA**

**BARBARA VITÓRIA DOS SANTOS TORRES**

**CECY LEITE ALVES CARRETA**

**DAIANE ROSA**

**DAIANI GOEDERT**

**DEBORA LOPES MENDES ARAUJO**

**DEIVE BARBOSA ALVES**

**EDNEI LUIS BECHER**

**ELISÂNGELA REGINA SELLI MELZ**

**FELIPE DE ALMEIDA COSTA**

**ISMAEL ANDRE BATISTA**

**JEFFERSON CORREIA DA CONCEIÇÃO**

**LUANA RAITZ**

**MARCIO ANTONIO DA SILVA**

**MARCOS ANTONIO DE SOUSA**

**MONALISA DA SILVA**

**MORGANA SCHELLER**

**RENATA RODRIGUES SOUZA**

**ROSANE HILDEBRANDT**

**SARAH LUIZA PAWLACK BENTO**

**THIAGO AUGUSTO KOEPP**

**ULISSES QUEIROZ PARREIRA**

**WILKER ARAÚJO DE MELO**

## APRESENTAÇÃO

A Matemática, tão temida no ambiente escolar, está presente no nosso dia-a-dia sem que nós percebemos. Seja ao olhar as horas no relógio, ao analisar seu troco recebido no supermercado e ao notar quantos quilos você engordou ou emagreceu.

Defendida por Ubiratan D'Ambrósio, a Etnomatemática, que em síntese é a matemática que acontece em diferentes modos e culturas e como esse modo acontece, pode retratar um pouco dessa matemática que vivenciamos na nossa rotina.

Por isso vemos a importância da Educação Matemática para que desde cedo os alunos se tornem cidadãos conscientes dos seus atos e hábitos matemáticos, seja para organizar os gastos dentro de casa até uma compra mais consciente, sabendo analisar os descontos oferecidos em uma loja.

Para isso acontecer, os professores devem sempre estar atualizados ao contexto atual, procurando capacitar cada vez mais para poder oferecer o melhor para os seus alunos, podendo ser um conhecimento em constante transmissão. Importante também para os educadores dessa nova geração, é atentar a inclusão, palavra tão especial que merece atenção na educação nos tempos atuais. Um professor com uma didática inclusiva pode proporcionar experiências incríveis para seus alunos.

O uso de jogos, materiais manipuláveis, vídeos, TICs (tecnologias da informação e comunicação) pode além de tornar a aula atrativa, ser usada para alunos com alguma deficiência ou déficit, como uma maneira de adaptação das aulas e do conteúdo.

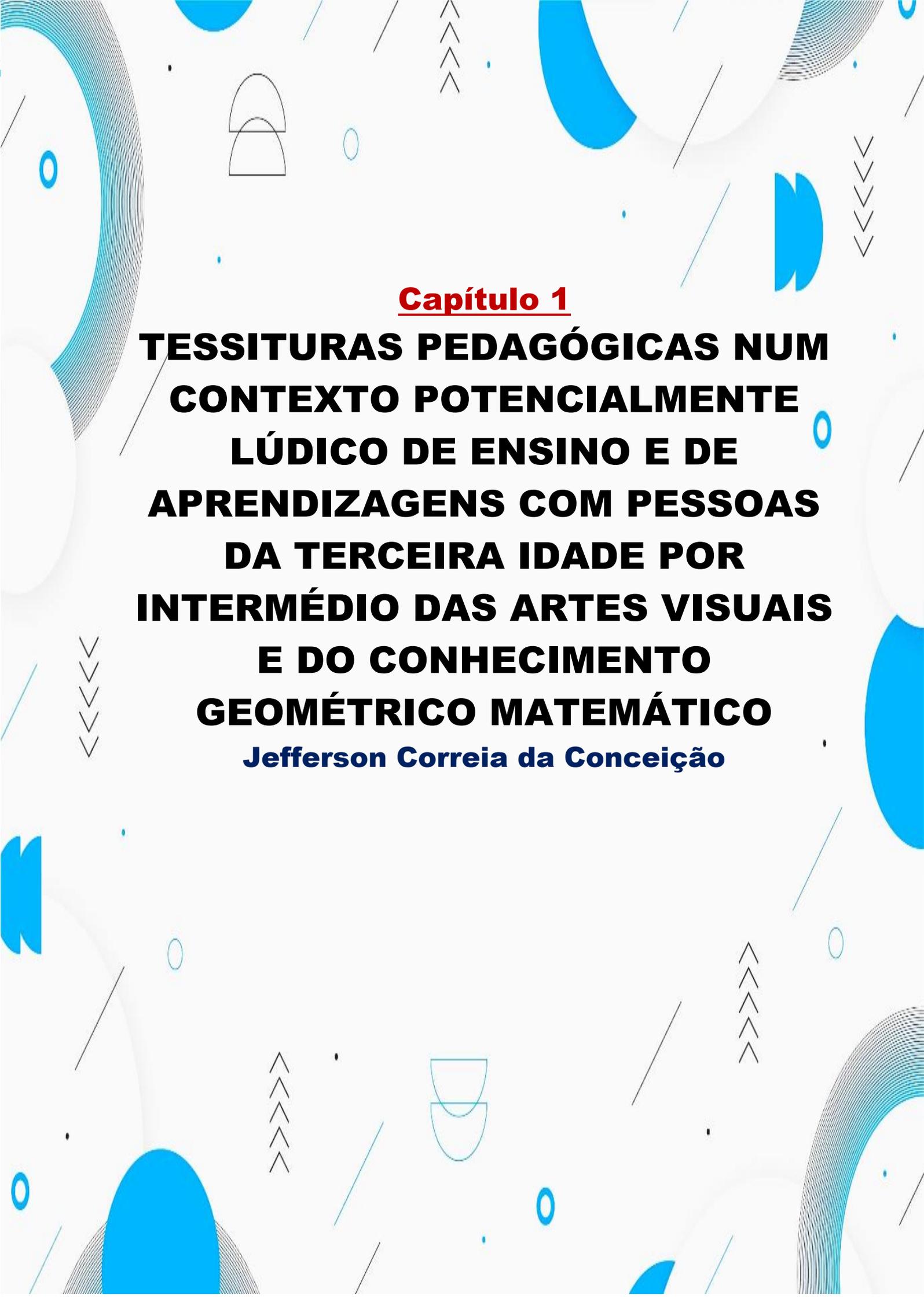
Com isso, nesse livro, podemos apresentar a obra “Educação Matemática: Formação, Práticas e Inclusão – Volume 5”.

Aprecie o livro com moderação, ele vai levar você leitor a experiências e conhecimentos incríveis!

## SUMÁRIO

<b>Capítulo 1</b> TESSITURAS PEDAGÓGICAS NUM CONTEXTO POTENCIALMENTE LÚDICO DE ENSINO E DE APRENDIZAGENS COM PESSOAS DA TERCEIRA IDADE POR INTERMÉDIO DAS ARTES VISUAIS E DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO MATEMÁTICO Jefferson Correia da Conceição	<b>9</b>
<b>Capítulo 2</b> UMA PROPOSTA DE VISITA A MUSEUS VIRTUAIS: UM GUIA MATEMÁTICO Cecy Leite Alves Carreta; Debora Lopes Mendes Araujo; Felipe de Almeida Costa	<b>26</b>
<b>Capítulo 3</b> A RELAÇÃO ENTRE NÚMEROS E QUANTIDADES: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA DE ATIVIDADE REALIZADA COM PRÉ-ESCOLARES Wilker Araújo de Melo; Barbara Vitória dos Santos Torres; Ana Carolina Santana Vieira	<b>37</b>
<b>Capítulo 4</b> A CIDADANIA E OS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO Renata Rodrigues Souza; Marcio Antonio da Silva	<b>50</b>
<b>Capítulo 5</b> MODELAGEM CRÍTICA EM TEMPOS DE COVID-19 Aldo Peres Campos e Lopes	<b>62</b>
<b>Capítulo 6</b> MAPEANDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENEM Ismael Andre Batista; Thiago Augusto Koepp; Elisângela Regina Selli Melz; Morgana Scheller	<b>81</b>
<b>Capítulo 7</b> A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CIEM Luana Raitz; Sarah Luiza Pawlack Bento; Elisângela Regina Selli Melz; Morgana Scheller	<b>95</b>
<b>Capítulo 8</b> A APRENDIZAGEM INVENTIVA COMO RESULTADO DA CONSTITUIÇÃO DA DISCIPLINA DE ROBÓTICA EDUCACIONAL Ulisses Queiroz Parreira; Deive Barbosa Alves; Marcos Antonio de Sousa	<b>108</b>

<b>Capítulo 9</b> <b>UM PANORAMA DE EXPERIÊNCIAS DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA EM GEOMETRIA NO ENEM</b> Daiane Rosa; Daiani Goedert; Rosane Hildebrandt; Elisângela Regina Selli Melz; Morgana Scheller	<b>122</b>
<b>Capítulo 10</b> <b>AS HABILIDADES ALGÉBRICAS EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL: O CASO DOS PRODUTOS NOTÁVEIS</b> Monalisa da Silva; Ednei Luis Becher	<b>136</b>
<b>Biografias</b> <b>CURRÍCULOS DOS AUTORES</b>	<b>150</b>



**Capítulo 1**

**TESSITURAS PEDAGÓGICAS NUM  
CONTEXTO POTENCIALMENTE  
LÚDICO DE ENSINO E DE  
APRENDIZAGENS COM PESSOAS  
DA TERCEIRA IDADE POR  
INTERMÉDIO DAS ARTES VISUAIS  
E DO CONHECIMENTO  
GEOMÉTRICO MATEMÁTICO**

**Jefferson Correia da Conceição**

# TESSITURAS PEDAGÓGICAS NUM CONTEXTO POTENCIALMENTE LÚDICO DE ENSINO E DE APRENDIZAGENS COM PESSOAS DA TERCEIRA IDADE POR INTERMÉDIO DAS ARTES VISUAIS E DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO MATEMÁTICO

*Jefferson Correia da Conceição<sup>1</sup>*

*Universidade do Estado da Bahia (UNEB - DCET - Campus II). Faculdade Santíssimo Sacramento (FSSS). ORCID.0000-0002-8898-1303.*

## **Resumo**

Este artigo considera vivências pedagógicas com pessoas da Terceira Idade, mediante projeto de extensão universitária, que articula fundamentos da Matemática em Geometria, com as Artes Visuais. Tem como objetivo dialogar coletivamente com docentes, estudantes da Terceira Idade e graduandos da Licenciatura em Matemática, acerca de alguns conceitos matemáticos - geométricos para realizar trabalhos práticos com as Artes Visuais e propiciar uma infinidade de percepções matemáticas de modo diferenciado. As ações são realizadas por meio dos encontros semanais nos espaços pedagógicos que denominamos laboratórios ou oficinas de expressão plástica - ateliês, por meio de exposições teóricas participadas e dialogadas, para a efetivação das ações previstas, sempre com a discussão prévia de alguns conceitos e axiomas, conforme proposto para cada encontro. Os resultados apontam total participação dos envolvidos, por meio de diversas conjecturas conceituais. O conhecimento prévio dos envolvidos tem sido considerado de forma lúdica, participativa e envolvente permitindo-nos dialogar e compreender muito mais alguns conceitos matemáticos. A avaliação inicial aponta que as ações pedagógicas empreendidas, podem permitir uma compreensão mais abrangente da temática e da práxis docente, ao colaborar no processo formativo dos estudantes de Licenciatura em Matemática, uma vez que, inevitavelmente, poderão estar envolvidos em distintas ações pedagógicas com públicos variados, no seu futuro campo de trabalho. Desse modo, por intermédio dessa prática pedagógica amparada pela ludicidade, as atividades se tornam ativas, interessantes e prazerosas, o que nos permite evidenciar realizações que ressaltam alguns benefícios proporcionados aos envolvidos no projeto.

**Palavras-chave:** Ensino. Aprendizagem. Matemática. Terceira Idade.

---

<sup>1</sup> Doutor em Ciências da Educação (UTIC). Email: [jeffersoncorreia2@gmail.com](mailto:jeffersoncorreia2@gmail.com)

## PEDAGOGICAL TEXTS IN A POTENTIALLY LUCKY CONTEXT OF TEACHING AND LEARNING WITH PEOPLE OF THIRD AGE THROUGH THE VISUAL ARTS AND GEOMETRIC MATHEMATICAL KNOWLEDGE

### Abstract

This article considers pedagogical experiences with people of the Third Age, through a university extension project, which articulates the foundations of Mathematics in Geometry with the Visual Arts. Its objective is to collectively dialogue with teachers, seniors and undergraduates in the Mathematics Degree, about some mathematical - geometric concepts to carry out practical work with the Visual Arts and provide a multitude of mathematical insights in a different way. The actions are carried out through weekly meetings in the pedagogical spaces we call plastic expression laboratories or workshops - ateliers, through participated and dialogued theoretical expositions, for the realization of the planned actions, always with the prior discussion of some concepts and axioms, as proposed for each meeting. The results indicate the full participation of those involved, through various conceptual conjectures. The prior knowledge of those involved has been considered in a playful, participatory and engaging way, allowing us to dialogue and understand much more of some mathematical concepts. The initial assessment indicates that the pedagogical actions undertaken can allow a more comprehensive understanding of the theme and teaching practice, by collaborating in the training process of Degree in Mathematics students, since they will inevitably be involved in different pedagogical actions with audiences varied in their future field of work. Thus, through this pedagogical practice supported by playfulness, activities become active, interesting and pleasurable, which allows us to highlight achievements that highlight some benefits provided to those involved in the project.

**Keywords:** Teaching. Learning. Math. Third Age.

### Introdução

Existe a percepção de que o conhecimento quando trabalhado de modo dinâmico, ativo e prazeroso poderá facilitar o trabalho docente, assim como, poderá facilitar também a aprendizagem dos estudantes e das pessoas de maneira geral.

Com isso, é essencial mediá-lo por meio de um comportamento potencialmente lúdico entre os envolvidos, objetivando garantir a liberdade para imaginar e criar propostas pessoais ou grupais, tendo inclusive, como base um diferencial lúdico, criativo e participativo, que seja percebido e sentido desde a colocação das propostas iniciais de trabalho.

O conhecimento matemático quando mediado com sentido e prazer e associado a compreensão do que é ensinado, poderá usufruir de práticas pedagógicas que se utilizam de recursos lúdicos e participativos, sem serem

banalizados ou minimizados. Deve ser ministrado visando-se alcançar a participação efetiva de cada um no processo de aprendizagem matemática, com sentido e coerência.

Torna-se imperioso identificar os modos e recursos didáticos adequados para mediar às informações, no que diz respeito à aprendizagem neste campo específico que é a Matemática – Geometria por intermédio das Artes Visuais, observando-se a necessidade de introduzir esse tipo de conhecimento por meio de uma articulação facilitadora, tendo sempre em vista a aprendizagem que poderá ser proporcionada, de maneira responsável, segura e planejada.

A finalidade realmente é favorecer a ampliação de conhecimentos significativos, pois a práxis pedagógica deve ser sempre um convite ao exercício de aprender a ver, observar, ouvir, tocar, atuar e refletir sobre as questões que de fato importam no que diz respeito à aprendizagem matemática e geométrica com o aporte das Artes Visuais ou Plásticas.

Por assim entender, o presente artigo, elaborado com base em ações extensionistas aponta percursos pedagógicos que poderão promover melhorias na qualidade do processo de ensino e do processo de aprendizagem do público envolvido, assim como estimular ações acadêmico-pedagógicas a fim de possibilitar o estreitamento entre a teoria e prática, sendo, portanto, uma atividade que estimula docentes, discentes e estudantes da Terceira Idade a refletirem sobre as suas ações e seu papel social, para compreender cada vez mais o meio no qual estão inseridos.

O trabalho está organizado com introdução, configuração metodológica, percursos pedagógicos e características do público envolvido, resultados e discussões, considerações transitórias e referências, para permitir uma percepção do todo em permanente elaboração acerca do conhecimento matemático. Foi estruturado desse modo, objetivando-se melhores exposições das idéias colocadas em prática e de uma organização conjugada.

### **Metodologia e características do público envolvido**

As atividades pedagógicas ocorrem com a apresentação inicial das propostas aos estudantes da Universidade Aberta a Terceira Idade (UATI), com esclarecimentos sobre os objetivos e propósitos do projeto e, conseqüentemente,

dos encontros que serão realizados pelos estudantes monitores/graduandos em Matemática e docente orientador do projeto de extensão.

Os participantes são regularmente matriculados na UATI e, em geral, são aposentados com distintas experiências profissionais e formações – professores, donas de casa, comerciários, funcionários públicos, entre outros, que são orientados no sentido de que observem as imagens e formas visuais que estão no entorno, para que possamos desenvolver cada vez mais a observação, a atenção e o conhecimento que possuem para agregar aos propósitos do projeto, para que, posteriormente possamos associar ao conhecimento matemático.

Os participantes são estimulados para que observem o espaço da sala de aula e, estabelece-se um tempo determinado, dando a seguir um sinal para começarmos com alguns comentários acerca de algumas imagens ou objetos presentes no ambiente, quando cada participante poderá acrescentar algum comentário sobre o que observou em termos de formas visuais e a matemática.

Por meio dessa dinâmica, pode-se constatar o envolvimento dos estudantes e participantes na atividade solicitada, uma vez que, foram previamente esclarecidos acerca das finalidades do projeto.

Após a formulação de alguns comentários pelos participantes, volta-se a interferir nos diálogos e solicita-se que olhem mais uma vez para o espaço da sala de aula, para que possamos ampliar os comentários acerca dos objetivos do trabalho proposto com relação ao conhecimento matemático presente nas imagens e objetos verificados.

Tenta-se por meio dessas atividades, articular a Geometria e a Matemática com as Artes Visuais, como criação, como reflexão e transformação do mundo subjetivo e objetivo, como resultado de uma produção conjunta entre a mão, o olho e a consciência individual e coletiva, ainda que, mediante uma forma particular e subjetiva.

Considera-se o corpo como um todo perceptivo e, com isso, pode-se afirmar que a visão é, indubitavelmente, um dos sentidos que, potencialmente, tem aptidão para o discernimento, possibilitando descobrir diferenças, estabelecer comparações, alimentar a imaginação e a memória, produzindo conhecimento matemático.

Numa análise ampliada sobre as formas visuais e algumas realizações humanas ao longo da história com relação ao conhecimento matemático e a percepção analítica consciente, Zaleski Filho (2018, p. 14) nos diz que,

Os exemplos são muitos, mas essas situações ainda estão longe de qualquer formalização consciente. São encontrados em culturas mais longínquas ornamentos geométricos que nos fazem imaginar que as mulheres que os confeccionaram podem ser consideradas as primeiras matemáticas do planeta. A transição dos objetos produzidos com um fim utilitário para um novo espaço das formas puras, dominado por finalidades estéticas, é um dos movimentos mais importantes em direção à matemática.

Com isso, assim que terminam os depoimentos e colocações dos participantes, realizam-se mais alguns comentários acerca dos elementos básicos comuns a Geometria e as Artes Plásticas e Visuais em geral, tais como: forma, cor, texturas, posição, brilho, o ponto, a linha, a direção, o tom, o plano, a dimensão, a simetria, a escala e o movimento [DONDIS, 2017, p. 51] entre outros, que fazem parte de algumas imagens e que visualmente propiciam informações matemáticas e geométricas no cotidiano das pessoas.

A intenção é esclarecer que tais aspectos que permeiam visualmente e conceitualmente os trabalhos analisados poderão ser utilizados como parte das criações e que as atividades poderão servir como apoio e referência para o que vier a ser realizado pelos participantes.

Pretende-se que, os participantes possam perceber melhor as informações que lhes são apresentadas ao contribuir para ampliar as possibilidades de participação social das pessoas, no que tange ao conhecimento matemático-geométrico, por intermédio das Artes Plásticas ou Visuais, sempre num viés potencialmente lúdico.

Semanalmente, as ações do projeto ocorrem durante os semestres acadêmicos regulares da Universidade, durante período de duas horas, às segundas-feiras, das 14h às 16h. As atividades são antecedidas por exposições teóricas dialogadas e participadas, quando se tem a oportunidade de discutir os propósitos do encontro e preparar o grupo para efetivação teórico – prática para realização das atividades conjugadas – geometria/matemática/artes visuais ou plásticas.

Essas ações são consideradas como um momento especial na vida dos participantes, pois o projeto proporciona uma oportunidade singular de articulação Universidade e Sociedade Civil, por intermédio de ações potencialmente lúdicas, repletas de alegria, contentamento, disposição e muita leveza, que salta aos olhos dos envolvidos.

As atividades empreendidas favorecem a efetivação de análises conceituais, aprendizagens, desenvolvimento e aproximação dos envolvidos com conceitos matemáticos - geométricos, sobretudo quando fazem conjecturas conceituais e elaboram atividades criativas, ou seja, trabalhos manuais por intermédio de diversos materiais, com o aporte das Artes Plásticas ou Visuais, conferindo-se também um caráter potencialmente lúdico, ativo, prazeroso e criativo ao processo vivenciado nas oficinas de expressão plástica.

Quanto à questão do lúdico, vejamos o que nos diz Silva (2016, p. 19) “A palavra lúdico vem do latim ludus que significa brincar”. Com isso, muitas pessoas associam a palavra a sua “tradução literal”. Assim, muitas vezes o tema é apresentado somente nas turmas do nível fundamental, na forma de “jogos educativos”, que por muitas vezes não extrapolam o caráter de aplicação e chega a ser tomado equivocadamente como lúdico pelos sujeitos que brincam ou que assistem, ou que “aplicam” as atividades.

De fato, quando os estudiosos do tema se referem à ludicidade, afirmam como algo que é prazeroso, estimulador e instigante as pessoas, logo é um conceito subjetivo, pois o que é lúdico para alguém nem sempre vai ser para outra pessoa, daí a expressão: “potencialmente lúdico” (SILVA, 2016).

Ocorre que as pessoas podem possuir interesses em comum e afinidades, ou não, pois o fato de algo ser lúdico para alguém está diretamente ligado ao interesse de cada um, isto pode variar de acordo com a faixa etária, a cultura, o momento da vida das pessoas e a várias concepções que o indivíduo possui.

As ações e percursos descritos anteriormente conseguem contemplar os objetivos do projeto, uma vez que, devem ser compreendidos também em função da curiosidade, interesse e envolvimento que são manifestados pelos estudantes da UATI e dos estudantes da graduação em Matemática no decorrer das ações empreendidas.

Tem sido possível, propiciar a tomada de consciência da existência de uma produção genuína, real e concreta, em permanente elaboração, pois se pretende impulsionar a dinâmica do desenvolvimento e da aprendizagem matemático - geométrica, preservando a autonomia dos participantes e favorecendo o contato sistemático com os conteúdos, temas e atividades propostas, sempre por meio de muita leveza e cuidado.

Almeja-se garantir o progresso, a criação grupal e integração das pessoas, fazendo com que as atividades realizadas sirvam também como possibilidade para resgatar a auto-estima e estimular o potencial criativo dos participantes.

Nesta linha de raciocínio, o entendimento nos conduz a estimular aspectos cognitivos e o raciocínio, sempre com muita alegria, contentamento, satisfação e bem-estar, entre outros benefícios, que são percebidos durante os encontros semanais nos ateliês ou oficinas de expressão plástica, realizadas a partir do projeto de extensão.

### **Ludicidade, matemática, geometria e artes plásticas ou visuais**

O conhecimento matemático poderá ser cada vez mais estimulante, sempre que contribuir para ampliar as possibilidades de participação social das pessoas e, dessa maneira, poderá ser ricamente influenciado pelas práticas lúdicas.

Ao se referir à questão da ludicidade, Silva (2016, p. 61), coloca o seguinte: “O lúdico pode se manifestar através de ações que podem ser de estratégias, quando falamos de jogos, de imaginação quando falamos em histórias e dramatizações ou construções, quando falamos em artesanatos”.

Como se pode verificar mediante as colocações de (SILVA, 2016) percebe-se que ao estimular e orientar o trabalho com a Geometria e as Artes Visuais enquanto áreas de conhecimentos que priorizam as imagens, a ludicidade poderá ocorrer para impulsionar a dinâmica do desenvolvimento e da aprendizagem matemática, preservando sempre a autonomia dos estudantes e favorecendo o contato sistemático com os conteúdos, temas e atividades propostas.

A tônica é favorecer o progresso, a criação grupal e integração das pessoas, fazendo com que as atividades desenvolvidas sirvam também como terapia para resgatar e estimular o potencial criativo dos envolvidos ao favorecer aspectos cognitivos e o raciocínio, ao proporcionar o feitiço de trabalhos manuais que poderão melhorar a coordenação motora, o estado emocional, o humor, o ânimo e o exercício com a musculatura fina de uma forma geral, entre outros benefícios.

Todavia, a Geometria e as Artes Visuais ou Plásticas poderão ser entendidas por algumas pessoas como áreas de conhecimentos antagônicas. Contudo, quando se percebe por meio de alguns conceitos comuns às duas áreas de conhecimentos, tais como: ponto, linhas, planos, ângulos, simetria, eixos, polígonos entre outros, que

existem caminhos articulares que poderão propiciar essa tessitura, pois são possibilidades que poderão ser vislumbradas e trabalhadas pedagogicamente em conjunto, a bem do processo de ensino e do processo de aprendizagem matemática e geométrica.

Com base em tais entendimentos, podem ser inauguradas proposições autônomas por intermédio dessas articulações dos componentes curriculares, que assimilam influências positivas para estimular o trabalho que os participantes desenvolvem dentro do seu percurso de criação, nas mais diversas formas de Artes Visuais ou Plásticas, em total consonância com o conhecimento matemático presente na geometria (ZALESKI FILHO, 2018).

Convém destacar, que as imagens geométricas elaboradas pelos participantes do projeto, por intermédio da Geometria e das Artes Visuais ou Plásticas incorporam objetivos amplos que atendem às características das aprendizagens - matemática e geométrica por parte dos envolvidos, ao combinar o fazer ao conhecimento e à reflexão, num viés oportuno e potencialmente lúdico.

A finalidade é assegurar a aprendizagem nos planos perceptivos, imaginativo e produtivo, portanto, cognitivo, sempre num viés com potencialidades lúdicas por meio da diversidade e do repertório de cada um dos participantes.

Essa perspectiva poderá ser assegurada ao se trabalhar com informações que enfatizem as realizações matemáticas constantes no entorno que já se apresentam de maneira articulada com outras áreas de conhecimentos, a bem do envolvimento efetivo dos participantes, com criticidade, autonomia e bastante criatividade.

### **Alguns resultados e discussões**

O projeto em andamento tem proporcionado a elaboração de trabalhos manuais baseados em conceitos e axiomas matemáticos – geométricos por meio das Artes Plásticas ou Visuais, que podem melhorar a cognição, a auto-estima, o humor, a coordenação motora e o trabalho com a musculatura fina de uma forma geral, sempre num viés potencialmente lúdico.

Alguns estudantes da UATI apresentam algumas seqüelas decorrentes de determinadas questões pessoais - separações conjugais, perdas de familiares, aspectos emocionais diversos e, até mesmo, patologias - problemas de saúde tais

como: acidentes vasculares cerebrais, Alzheimer, visibilidade limitada (subnormais) entre outras situações.

**Figuras 01 e 02 – Alguns resultados das oficinas expressão plástica na UATI. Ênfase nos conceitos: tridimensionalidade, cilindros (Sólidos de Revolução) simetria, quadrantes, polígonos, paralelismos etc.**



Os conceitos, definições ou axiomas trabalhados nas oficinas de expressão plástica são antecedidos por exposições teóricas participadas dialogadas, algumas dinâmicas e atividades de leituras visuais de imagens geométricas.

É possível por meio dessas ações, que docentes, monitores e estudantes da Terceira Idade possam pontuar esclarecimentos conjuntamente, e assim, seja possível estabelecer diálogos participativos com todos os envolvidos no projeto, uma vez que, necessitam ser compreendidos pelos participantes.

Com isso, pode-se perceber que as ações planejadas podem contribuir para o fortalecimento do conceito de grupo, agindo como elemento socializador e criador de um universo harmonioso e específico ao contribuírem para atualizar as referências pessoais e desenvolver uma história pessoal, social e concreta.

O trabalho realizado torna presente o grupo para si mesmo, por meio de suas representações imaginárias, sendo que os aspectos potencialmente lúdicos e imaginativos dessa atividade são fundamentais, sobretudo para os estudantes da Terceira Idade, principalmente pelas necessidades psicoemocionais ou físicas citadas anteriormente.

Com isso, a partir do projeto de extensão conforme caracterizado no presente trabalho busca-se aproximar as elaborações dos estudantes da Terceira Idade com a produção, formação e aprendizagem dos Licenciandos em Matemática, os futuros professores de Matemática, sem submissão aos padrões de realização habituais.

Ao se referir à questão da formação do professor de Matemática e, conseqüentemente do aproveitamento de alguns aspectos da vida, projetos de extensão e de ensino, entre outras atividades pedagógicas para facilitar a absorção do conhecimento matemático, Zaleski Filho (2018, 14) diz que, atividades dessas naturezas não fizeram parte do seu percurso formativo como professor de Matemática ao ressaltar que,

[...] talvez, também não estiveram presentes no desenvolvimento de muitos outros educadores em exercício, o que, a meu ver, deixou de ser uma importante contribuição ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática praticada em sala de aula [...] faltou experienciar para compreender e transformar, tópicos e conteúdos como forma de comunicação.

Como se pode perceber, o desenvolvimento do projeto tem funcionado como um laboratório metodológico e didático muito rico em termos de trocas, ao contribuir para promover maior valorização da vivência integral desse momento com todos os participantes envolvidos, por favorecer a estruturação de ações próprias, intencionais, com registros individuais significativos.

É possível constatar, por intermédio da diversidade de ações pedagógicas no decorrer das atividades articuladas com a Matemática, Geometria e as Artes Plásticas ou Visuais com o público citado, a riqueza de percepções adormecidas, que emanam a cada momento durante a efetivação das oficinas de expressão plástica. No que tange a diversidade de possibilidades pedagógicas diferenciadas e criativas Pinto (2015) escreve que:

Ensinar Matemática é desenvolver o raciocínio lógico, estimular o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. “Nós, como educadores matemáticos, devemos procurar alternativas para aumentar a motivação para a aprendizagem, desenvolver a autoconfiança, a organização, a concentração, estimulando a socialização e aumentando as interações do indivíduo com outras pessoas” (PINTO, 2015, p. 35).

Desse modo, podem ser inauguradas proposições autônomas que assimilam influências e transformam o trabalho que os estudantes – monitores, do curso de Licenciatura em Matemática os futuros professores que atuam no projeto realizam, ao desenvolverem dentro do seu percurso lúdico de criação, formação e aprendizagem distintas possibilidades didáticas e metodológicas que objetivam facilitar a aprendizagem matemática.

Por intermédio das ações do projeto de extensão ora apresentado, são estimuladas diversas maneiras de trabalho pedagógico com a Geometria, com a Matemática e as Artes Plásticas ou Visuais ao se incorporar objetivos amplos que atendem peculiaridades de aprendizagens dos participantes, combinando o fazer ao conhecimento e à reflexão, nos planos perceptivos, imaginativo e produtivo, sempre num viés potencialmente lúdico por meio da diversidade e do repertório de cada um dos participantes, como cidadãos informados, críticos e integrais (MOREIRA, 2015).

Ao se referir a importância da percepção e da imaginação para aprendizagem matemática, Zaleski Filho (2018, p. 154) nos diz sobre a imagem o seguinte,

Ainda queremos lembrar que, cada vez mais, a imagem ocupa um lugar de destaque nas informações trazidas até nós. Aparece, sob várias formas, sendo um poderoso veículo de comunicação. Em oposição a isso, muitas vezes, no processo de ensino-aprendizagem das disciplinas escolares da educação básica, a imagem não é utilizada. Em particular, no ensino da Geometria em Matemática, só estão presentes, na maioria das vezes, a língua escrita e oral. No caso da Matemática, ainda há uma grande quantidade de simbologia a ser apresentada aos alunos para que possam compreender determinados tópicos de conteúdo.

Desse modo, Zaleski Filho (2018, p. 154) nos diz mais quando complementa,

Contextualizar, sempre que possível, os conteúdos contribui também para melhorar a qualidade desse processo em todas as disciplinas. Contextualizar deve ser entendido como trazer situações significativas, que tenham relações com a vida para o aluno.

Opinião similar emite Arnheim (2016, p. 36) quando escreve sobre a apreensão de significados oriundos das imagens:

[...] ao olhar para um objeto nós procuramos alcançá-lo. Com um dedo invisível movemo-nos através do espaço que nos circunda, transportamo-nos para lugares distantes onde as coisas se encontram, tocamos, agarramos, esquadrimos suas superfícies, traçamos seus contornos, exploramos suas texturas. O ato de perceber formas é uma ocupação eminentemente ativa.

Com isso, os autores Zaleski Filho (2018) e Arnheim (2016), concordam a respeito da importância da imagem e das formas visuais em geral para o entendimento de alguns conceitos, e aqui se ressaltam os conceitos presentes no conhecimento matemático que embasam a geometria.

Pelo exposto e com base em tais percepções acerca das formas de aprendizagem matemática por intermédio de imagens, tenta-se realizar uma atividade pedagógica em que os docentes, monitores e os participantes, direta e

indiretamente, possam aprender e também mediar conhecimentos, por meio de participações ativas, quer formulando perguntas ou formulando respostas e perguntas ou expressando opiniões e posições sobre as propostas de trabalho nos encontros pedagógicos.

Pode-se também, estimular uma educação de qualidade, integrando todas as dimensões dos seres humanos: sensorial, intelectual e emocional, constatando-se como as relações interpessoais, na atualidade podem se apresentar cada vez mais, intermediadas pela criatividade, caracterizadas por formas comunicativas instantâneas e interdependentes ou não, que com o seu desenrolar, podem contribuir para que os contatos sejam mais eficientes, criativos e eficazes.

Aqui, se deve ressaltar, que por intermédio de ações extensionistas envolvendo instituições com o perfil da Universidade Aberta à Terceira Idade – UATI e, é claro, com o envolvimento dos licenciandos, os futuros professores de Matemática, como as ações descritas podem se constituir num importante fator de estímulo para trabalhos que priorizem atividades pedagógicas diversificadas, para públicos distintos ou específicos, por intermédio de metodologias que sejam ativas e prazerosas. Zaleski Filho (2018, p. 165-166) coloca a respeito do assunto o seguinte:

E aí está um caminho para que juntos os educadores matemáticos e os educadores em geral possam nesses dias em que vivemos contribuir para uma ressignificação do ensino-aprendizagem da Matemática e de todas as áreas do conhecimento, utilizando a fantasia da Arte e sua magia em prol de uma formação sólida para nossos alunos. Uma formação holística que os sensibilize a perceber que, fundamentalmente, fazer Matemática, Poesia, Música, Pintura, Medicina, Culinária, Escultura entre tantos fazeres é fazer Arte. E que esses fazeres possam estar imbuídos do grande objetivo da Educação que é humanizar os homens.

Tais ações têm permitido a coleta de dados significativos para reflexões intensas acerca da formação dos futuros professores de Matemática e do trabalho realizado, além de servir como aporte para as ações pedagógicas que são desenvolvidas na Universidade no âmbito do ensino, da extensão e, conseqüentemente, da pesquisa, a bem da práxis docente em geral e, também, na perspectiva dos docentes e discentes da Educação Básica.

Segundo Moreira (2015, p. 44) diz-se que uma ação pedagógica é potencialmente significativa quando pode ser associada, de forma substantiva e não

arbitrária, a uma estrutura cognitiva pressuposta que possui antecedente, isto é, conteúdo ideal e maturidade intelectual.

Dessa forma, uma ação torna-se potencialmente significativa e lúdica quando o indivíduo por sua própria capacidade interliga tais ações de forma qualitativa e não mecânica a um conjunto de conhecimentos que já estão inseridos em sua estrutura cognitiva, ou seja, a informação absorvida e transformada em conhecimento.

Assim, o conhecimento matemático em geometria, consoante com as Artes Plásticas ou Visuais requer que se considere: a capacidade viso-motor; o reconhecimento e associação de formas regulares e irregulares, planas e não-planas, côncavas e convexas; escalas, texturas, simetrias axiais, segmentos de retas, polígonos, perspectivas, triângulos, elementos geométricos diversos e distintas operações matemáticas, de modo que, possam facilitar ainda, a verbalização, por meio do reconhecimento de distintas formas visuais e suas possibilidades matemáticas. Nesse sentido, Dondis (2017, p. 231) coloca o seguinte,

[...] alfabetismo visual uma preocupação prática do educador. Maior inteligência visual significa compreensão mais fácil de todos os significados assumidos pelas formas visuais. As decisões visuais dominam grande parte das coisas que examinamos e identificamos, inclusive na leitura. A importância desse fato tão simples vem sendo negligenciada por tempo longo demais. A inteligência visual aumenta o efeito da inteligência humana, amplia o espírito criativo. Não se trata apenas de uma necessidade, mas, felizmente, de uma promessa de enriquecimento humano [...].

Por isso que, ampliam-se permanentemente as discussões nos encontros semanais, mediante exposições dialogadas e participadas, sempre perguntando algo comentado nos encontros anteriores, para se perceber assimilações, lembranças, inter-relações entre outros aspectos, com o propósito de estabelecermos conexões cada vez mais produtivas, potencialmente lúdicas, interativas, vivas e instigantes, devidamente articuladas com as propostas do projeto.

As atividades têm ampliado capacidades de observações e críticas, tem produzido grande quantidade de idéias com muita originalidade, tem conseguido que todos os participantes expressem suas opiniões além de estimular a capacidade analítica, entre outros resultados.

## Considerações parciais e transitórias

As atividades ora apresentadas tem como finalidade pontuar como as ações emanadas pelo projeto de extensão envolvendo docentes, discentes e estudantes da Terceira Idade foram realizadas, em consonância com os objetivos que é promover ações conjuntas com o conhecimento matemático presente na geometria com as artes visuais ou plásticas enquanto áreas de conhecimentos, aparentemente não associáveis.

Tais ações correspondem a um itinerário planejado, mas que, é permanentemente aberto às mudanças, sobretudo diante da diversidade de pessoas, momentos, circunstâncias específicas e da própria dinâmica das atividades pedagógicas, pois a percepção atual sobre o ensino – mediação da Geometria em Matemática não contempla nem um ensino dirigido e baseado em modelos prontos, nem a liberdade completa sem nenhuma ação do mediador.

Faz-se necessário trabalhar com uma visão de linguagem, de comunicação, formada por elementos próprios, que estruturam uma forma de expressão. Neste ponto, é conveniente ressaltar o que é colocado por Zaleski Filho (2018, p. 161) quando se refere às possibilidades de articulações da Matemática com distintas áreas de conhecimentos, vejamos:

Então, nos dias atuais o Neoplasticismo de Mondrian deve ser visto e mostrado, em nossa escola, como uma aproximação entre Arte e Matemática. Além disso, devemos pensar em outras possibilidades como Literatura e Matemática, Teatro e Matemática, Dança e Matemática e Música e Matemática, entre outras. O desconhecimento dessas ligações possíveis, por grande parte dos professores de Matemática, não tem contribuído para o importante *religere* que deve ser feito com todos os conteúdos escolares para que nossos estudantes possam deixar a visão fragmentada do conhecimento. Outro fator importante é a contextualização do ensino da Geometria em Matemática por meio da Arte.

Com isso, o desenvolvimento dessas atividades práticas, das percepções descritas e das reflexões permanentes, nos exigiu e nos exige em contrapartida, a contínua ampliação de conhecimento do nosso objeto de trabalho, das concepções dos elementos visuais articulados com a Matemática em Geometria, das informações sobre os processos de desenvolvimento cognitivo, como comunicação de idéias, sentimentos e reflexões provindas das relações dos participantes com a realidade vivida.

Entende-se então, que esse é um trabalho de caráter permanente, pois somos encorajados a criar, utilizar, adaptar e melhorar os recursos educacionais disponíveis, promover práticas educativas colaborativas para a descoberta e a criação de conhecimentos, além de, possivelmente, encorajar os futuros educadores matemáticos sempre num viés potencialmente lúdico, inclusive a partir das atitudes e comportamentos, para que os meios e materiais disponíveis possam de fato ser utilizados a bem dos processos de ensino e dos processos de aprendizagem.

O projeto está momentaneamente paralisado em decorrência das necessidades atuais impostas pela pandemia. Todavia, não podemos deixar de registrar a dedicação, o empenho, a formulação de conjecturas conceituais, os resultados visuais propriamente ditos até o momento em que foi possível realizar as oficinas de expressão plástica – ateliês, ao se considerar os depoimentos coletados, os comentários livres que são ouvidos durante a realização das atividades, as perguntas realizadas considerando-se como parâmetro o início das atividades até o momento de conclusão das ações.

Concluí-se que, as atividades oferecem estímulos e um ambiente necessário para propiciar o desenvolvimento espontâneo e criativo dos envolvidos no projeto, sendo assim, uma atividade com potencial lúdico que motiva a participação e promove processos de socialização e descoberta. Assim, fica evidente a importância das ações efetivadas para os indivíduos participantes.

A partir das respostas obtidas ao longo do processo, pode-se observar que as atividades potencialmente lúdicas inseridas no projeto são importantes porque através delas os envolvidos (re) elaboram suas aprendizagens conforme constatamos com as ações realizadas, por intermédio dos comportamentos produtivos, alegres e felizes, portanto, lúdicos também.

Desse modo, o que foi objetivado pelo projeto está sendo alcançado, pois os envolvidos mostram sempre maior envolvimento e participação nos encontros, respondendo as questões propostas sem receios, com alegria, envolvimento e com apresentação de resultados estimuladores para os envolvidos nas ações.

Finalmente, pelos resultados obtidos pode-se afirmar que poderemos ter um grande aliado para possibilitar a aprendizagem e ampliar o conhecimento matemático – geométrico, mediante as Artes Plásticas ou Visuais, pois foi possível mediar e pensar ativamente, ouvir de modo compreensivo, estimular a capacidade de cooperação, responsabilidade, objetividade, autonomia, criação de atitudes

lúdicas positivas diante das atividades sugeridas, objetivando-se sempre os envolvimento dos participantes nas atividades propostas.

## Referências

ARNHEIM, Rudolf. *Arte e percepção visual: uma psicologia da visão criadora*. São Paulo: Pioneira, 2016.

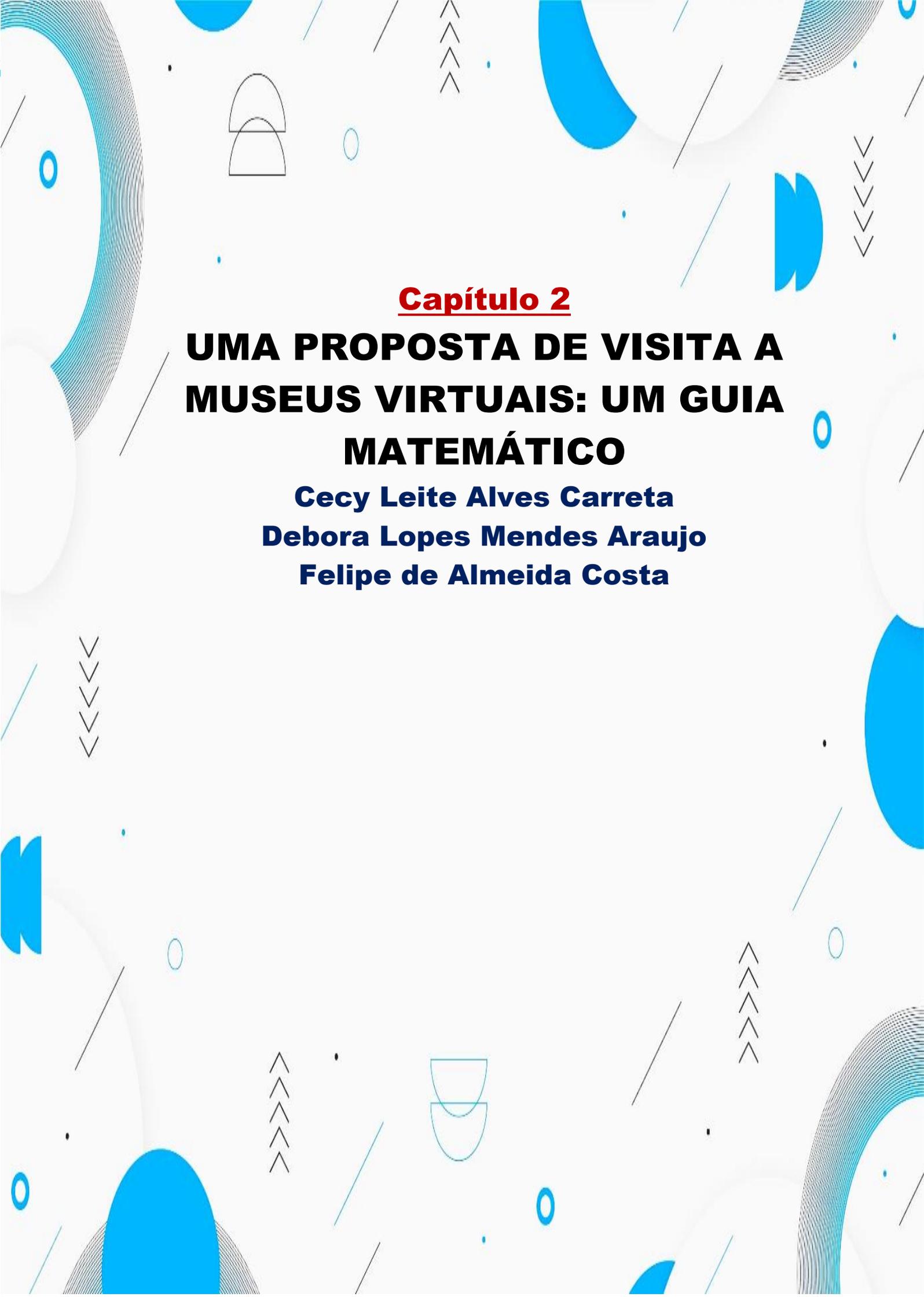
DONDIS, Donis A. *Sintaxe da linguagem visual*. São Paulo: Martins Fontes, 2017.

MOREIRA, Marco Antônio. *Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. 4 ed. São Paulo: Editora Moraes, 2015.

PINTO, Marly Rondan. *Formação e Aprendizagem no espaço lúdico: uma abordagem interdisciplinar*/Marly Rondan Pinto. São Paulo: Arte e Ciência, 2015, 148p.

SILVA, A. J. N. *A ludicidade no laboratório: considerações sobre a formação do futuro professor de matemática*. Curitiba: Editora CRV, 2016.

ZALESKI FILHO. Dirceu. *Matemática e Arte*. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.



**Capítulo 2**

**UMA PROPOSTA DE VISITA A  
MUSEUS VIRTUAIS: UM GUIA  
MATEMÁTICO**

**Cecy Leite Alves Carreta  
Debora Lopes Mendes Araujo  
Felipe de Almeida Costa**

## UMA PROPOSTA DE VISITA A MUSEUS VIRTUAIS: UM GUIA MATEMÁTICO<sup>2</sup>

**Cecy Leite Alves Carreta<sup>3</sup>**

*Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). Professora do anos finais da rede municipal de São Paulo (SME).*

**Debora Lopes Mendes Araujo<sup>4</sup>**

*Especialista em Matemática para Professores do Ensino Fundamental pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Vice-diretora de escola da Rede Estadual de São Paulo.*

**Felipe de Almeida Costa<sup>5</sup>**

*Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). Diretor de escola da Rede Estadual de São Paulo.*

### Resumo

O artigo apresenta e discute uma atividade que relaciona a Matemática e a Arte, utilizando como ferramenta os museus virtuais, tendo como intuito a promoção da divulgação de acervos culturais e obras de arte que podem ser explorados de forma digital, para apresentar a Arte de uma maneira acessível aos alunos da Educação Básica. Nessa atividade, é produzido um guia matemático que orientará a visita dos alunos a um museu virtual, demonstrando a presença da matemática nas obras de arte e promovendo diversas explorações matemáticas, utilizando os conhecimentos espaciais de localização para criar e seguir uma legenda, também serão explorados conhecimentos sobre medida de comprimento, largura e altura. Essa atividade tem a intenção de colocar em prática conhecimentos matemáticos já adquiridos e tem como público-alvo alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Com base na atividade, consideramos que possibilita aos professores diversas oportunidades de direcionamentos e para os alunos experiências ao conhecerem as obras e os museus, visto que existe esse recurso de museus virtuais em todos os países, ou

---

<sup>2</sup> Artigo publicado nos anais do XIV Seminário Sul mato-grossense de Pesquisa em Educação Matemática (SESEMAT).

<sup>3</sup> Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). Professora do anos finais da rede municipal de São Paulo (SME). E-mail: cecy@hotmail.com.br

<sup>4</sup> Especialista em Matemática para Professores do Ensino Fundamental pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Diretora de escola da Rede Estadual de São Paulo. E-mail: deboralma49@gmail.com

<sup>5</sup> Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). Diretor de escola da Rede Estadual de São Paulo. E-mail: felipeacosta@prof.educacao.sp.gov.br

seja, o professor pode utilizar em suas aulas, obras localizadas em qualquer lugar do mundo, além disso, essa atividade pode ser desenvolvida de forma interdisciplinar envolvendo outras áreas de conhecimento.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Matemática e Arte; Museus Virtuais.

### **Abstract**

The article presents and discusses an activity that relates Mathematics and Art, using virtual museums as a tool, aiming to promote the dissemination of cultural collections and works of art that can be explored digitally, to present the Art of a accessible way to Basic Education students. In this activity, a mathematical guide is produced that will guide students' visits to a virtual museum, demonstrating the presence of mathematics in works of art and promoting various mathematical explorations, using spatial knowledge of location to create and follow a legend, will also be explored. knowledge of length, width and height measurement. This activity is intended to put into practice already acquired mathematical knowledge and is aimed at students from the final years of elementary school. Based on the activity, we believe that it provides teachers with several opportunities for guidance and experiences for students to get to know the works and museums, as there is this resource of virtual museums in all countries, that is, the teacher can use it in their classes , works located anywhere in the world, in addition, this activity can be developed in an interdisciplinary way involving other areas of knowledge.

**Keywords:** Mathematics Education; Mathematics and Art; Virtual Museums.

## **1. INTRODUÇÃO**

A iniciativa de se trabalhar Matemática em conjunto com a Arte contribui para o desenvolvimento da sensibilidade, criatividade e imaginação, ademais, a educação desenvolvida interdisciplinarmente proporciona uma participação mais ativa dos alunos, pois eles visualizam o conhecimento de forma mais significativa (FAINGUELERNT; NUNES, 2015).

Este artigo enfoca a aplicação de conhecimentos matemáticos, ligados a grandezas, medidas e Geometria, por meio de visitas a museus virtuais, proporcionando uma visão da presença da Matemática na Arte. Para se chegar nesse objetivo, foi criado um Guia Matemático de Museus virtuais que indica um passo a passo orientador para essa visita. A atividade pode ser desenvolvida de forma individual ou coletiva, sendo que ao final de sua apresentação, há uma indicação para a realização coletiva.

A ideia da atividade partiu da paixão de um dos autores por museus e do seu incômodo, em relação a pouca vivência de seus alunos nesses ambientes, então, além dos motivos supracitados, essa atividade também tem como objetivo

proporcionar aos alunos contato com acervos culturais presente nos principais museus brasileiros e, até mesmo, mundiais. A atividade também ressalta a importância de museus virtuais, mas não tirando a importância dos museus físicos. Vale ressaltar que esse tipo de atividade poder ser uma alternativa de grande relevância para o momento de isolamento social, no qual os museus estão de portas fechadas e as aulas estão acontecendo de forma remota, os museus virtuais podem ser um grande aliado dos professores.

A atividade apresentada, neste artigo, foi criada para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, porém pode ser facilmente adaptada para qualquer ano do Ensino Médio. Pode ser desenvolvida em qualquer plataforma (computador, *smartphone*, *tablet*, etc.) e tem o potencial interdisciplinar, podendo envolver as disciplinas de Matemática, História, Geografia, Língua Portuguesa, etc. Os alunos deverão se organizar individualmente, em duplas ou grupos de três ou mais.

## 2. MATEMÁTICA E A ARTE

A Matemática possui uma relação direta com a Arte, podemos encontrar sua presença na música e na dança por meio das partituras, contagens de tempos e compassos, nas pinturas e na arquitetura temos a presença da Geometria e das Grandezas e Medidas. A matemática e a Arte nunca estiveram em campos opostos, visto que é possível criar relações entre as duas Ciências para contribuir para uma educação mais significativa e visual, uma possibilidade dessa relação é por meio da união entre a razão e a sensibilidade (FAINGUELERNT; NUNES, 2015, p. 18). O professor pode criar essas relações para trabalhar com os alunos de forma diferenciada.

A Arte desenvolve habilidades que também estão presentes na Matemática, como por exemplo, a criatividade e a simetria. Então, Berlinghoff e Gouvêa (2010) ressaltam que o ensino de Matemática em qualquer nível requer uma necessidade de proporcionar a compreensão por parte dos alunos para formas de pensamentos que ligam detalhes, evidenciando através desses detalhes a presença da Matemática nas esferas artísticas, já que a Matemática é uma forma de descrever a realidade, e a Arte é um aspecto que pode ser descrito, interpretado e observado

pela ótica da Matemática, como, por exemplo, podemos citar um desenho feito com traços que podemos descrever matematicamente, como curvas, retas e ângulos.

A relação entre Arte e Matemática está presente desde a Grécia antiga, visto que, por conta de concepções religiosas, a beleza era relacionada com as medidas e proporções, as premissas desta questão frequentemente convocam o número de ouro, que representa a divina proporção ou proporção áurea, que indicava as comparações com os deuses através das medidas encontradas na natureza (SEMMER, 2007). Atualmente, conhecemos o número de ouro que foi uma ferramenta utilizada pelos grandes arquitetos e artistas de todos os séculos.

Devlin (2004) define a Matemática como a Ciência dos padrões, da ordem e da regularidade, além disso, acredita que também é a ciência da beleza das formas, da intuição e da criatividade. A matemática é descrita por alguns autores como uma arte motivada por relações simétricas, permeada por padrões. Ostrower (1998) nos chama atenção para o costume dos artistas em utilizar, frequentemente, diversas proporções simétricas e assimétricas.

A Matemática trabalhada em conjunto com a Arte pode contribuir para uma educação interdisciplinar que promova um conhecimento mais erudito, permeado de criatividade, essa conexão também se torna importante para que os alunos compreendam como a Matemática está presente no cotidiano e sua relação direta com outras áreas de conhecimento. Atualmente, segundo Fonseca et al (2015), o papel do professor está além dos conteúdos programáticos, ele procura aplicar todo o seu conhecimento relacionando a Matemática em outras disciplinas, está procura deve ser experimentada, quando se deseja fazer algo diferente. A interdisciplinaridade é isso: trabalhar juntos. Interligar os conteúdos e atividades, não deixar que uma matéria seja desligada da outra ao acabar a aula. Unir o conteúdo da matemática ao cotidiano, à vivência do aluno, melhorando a busca pelo conhecimento de tal forma que esta seja uma busca prazerosa.

A interdisciplinaridade é virtude e força quando conscientizamos de sua abrangência e de seu significado, pois o próprio ato de viver ou de gerar vida é interdisciplinar, nele, o conhecimento é imprescindível e o autoconhecimento, mais ainda. (FAZENDA, 2002, p. 161).

Acreditamos que o ensino promovido de forma interdisciplinar, significa levar ao aluno o conhecimento que vai ser usado ao longo de sua vida.

### **3. ESPAÇOS NÃO FORMAIS DE APRENDIZAGEM**

Os espaços não formais de aprendizagem, segundo Queiroz et al. (2002), podem ser considerados como um pré-requisito para se alcançar a educação científica. Muitos professores e alunos encaram essas visitas como apenas um passeio ou recreação, deixando de construir um conhecimento científico a partir da visita. Espaços não formais de aprendizagem é todo espaço que pode ocorrer uma prática educativa.

Existem espaços não formais de aprendizagem institucionalizados e não institucionalizados. Os espaços institucionalizados dispõem de planejamento, estrutura física e monitores qualificados para a prática educativa. Os espaços não institucionalizados não dispõem de uma estrutura preparada para a prática educativa, entretanto se a visita for bem planejada, pode-se tornar um espaço educativo para a construção do conhecimento científico (QUEIROZ et al., 2002).

A aprendizagem em espaços não formais, segundo Pedroso (2017), pode ser uma grande aliada para a concretização e visualização do conhecimento obtido na sala de aula, além disso, pode ser um recurso para construir a aprendizagem pela pesquisa.

### **4. MUSEUS VIRTUAIS**

Os Museus são repositórios que comunicam histórias por meio de acervos, informação e arte. Queiroz et al. (2002) defende que museu é um local de aprendizado não formal institucionalizado que promove o pensamento científico e crítico, sendo um ambiente propício para a promoção do espírito investigativo e da criatividade.

Os museus virtuais têm como objetivo difundir informações e memórias, além disso, os visitantes podem conhecer e navegar por esses museus sem se preocupar com distâncias geográficas, podendo visitá-los mesmo que a quilômetros de distância. Alguns museus podem ser visitados virtualmente, oferecendo uma rica experiência, similar a visita presencial, visto que com a ferramenta 3D, se pode

navegar pelos corredores dos museus, visualizar todas as obras expostas e até mesmo utilizando realidade virtual. A possibilidade de visita virtual a museus e outros lugares históricos proporciona aos estudantes uma melhor compreensão da história da humanidade, do mundo e das artes.

Para o desenvolvimento da atividade, foram escolhidos o Museu de Arte de São Paulo Assis Chateaubriand (MASP) e a Pinacoteca, visto que os dois museus apresentam ferramentas 3D, possibilitando uma experiência muito semelhante a presencial, além disso, a escolha também se deu pela importância de cada museu.

O Museu de Arte de São Paulo Assis Chateaubriand, conhecido como MASP, é considerado uma das mais importantes instituições culturais particulares sem fins lucrativos, sendo um dos principais pontos turísticos da Cidade de São Paulo, localizado na “artéria” cultural da cidade, na avenida Paulista. O MASP conta com várias exposições on-line que podem ser acessadas por qualquer pessoa gratuitamente, podendo escolher por onde percorrer e fazer uma viagem por “dentro” do museu conhecendo as esculturas, pinturas a óleo, instalações e performances.

A Pinacoteca é o mais antigo museu de artes plásticas do Estado de São Paulo. Inaugurado, em 1905, tem como destaque obras brasileiras a partir do século XIX até a contemporaneidade e em diálogo com as culturas do mundo, contando com mais de 11 mil peças. A Pinacoteca tem a opção de se conhecer todo o seu acervo pela tecnologia 3D, a qual possibilita um passeio por toda a sua extensão de forma dinâmica e gratuita.

## **5. ATIVIDADE: GUIA DE MUSEUS VIRTUAIS MEDIADOS PELA MATEMÁTICA**

A atividade proposta neste artigo utiliza como referência o MASP e a Pinacoteca, pois os dois apresentam a ferramenta de visita 3D, proporcionando uma experiência semelhante à visita presencial com alguns recursos adicionais que não são possíveis serem explorados nos museus presenciais, como visão panorâmica, visão aérea e régua para conhecer as medidas que se desejar.

A atividade tem como intuito a divulgação de acervos culturais, obras de arte e documentos históricos que estão fisicamente em museus e instituições, mas pode ser explorados de forma digital, tornando obras de arte acessíveis aos alunos da Educação Básica, proporcionando uma experiência semelhante a um passeio pelo

museu ao vivo, fazendo com que os alunos conheçam as obras de arte e museus importantes para a história da humanidade, além disso, há o intuito deles explorarem recursos presente apenas nos museus virtuais e buscar elementos matemáticos presentes nas obras.

O guia que será apresentado nessa atividade proporcionará uma orientação para essa visita, demonstrando a presença da matemática nas obras de arte e promovendo explorações matemáticas, utilizando os conhecimentos espaciais de localização, para criar e seguir uma legenda, também serão explorados conhecimentos sobre medida de comprimento, largura e altura. Essa atividade tem a intenção de colocar em prática conhecimentos matemáticos já adquiridos e tem como público-alvo alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. A ideia é que os alunos utilizem o Guia matemático: Museus virtuais (Figura 1) para direcionar sua visita on-line.

Para acessar o museu virtual da pinacoteca e do MASP basta entrar, respectivamente, nos links: <http://www.iteleport.co.mbr/tour3d/pinacoteca-de-sp-acervo-permanente/> e <https://mam.org.br/2020/03/18/tour-virtual-pelas-exposicoes-do-mam-sao-paulo-museu/>. Na Pinacoteca se pode navegar pelo museu completo em um mesmo link, já no MASP é necessário escolher a exposição que se irá explorar, o ideal será o professor indicar a exposição que tenha mais significado para os assuntos trabalhados ou se o professor optar em deixar os alunos escolherem a exposição, é necessário que eles indiquem em seus guias qual escolheram.

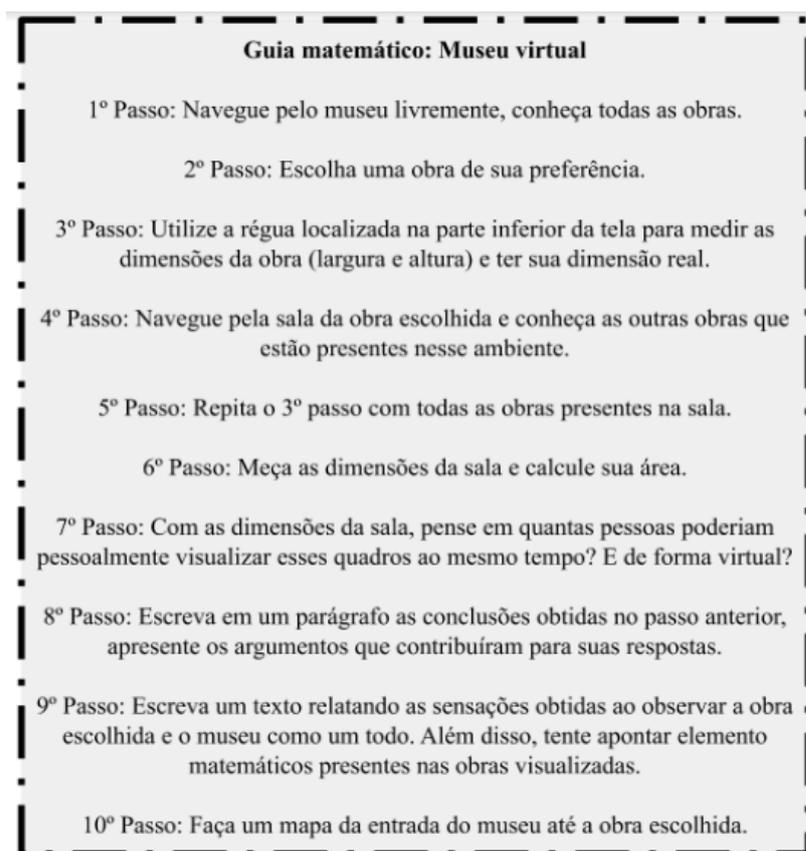
Os dois museus supracitados constam ferramentas de visão aérea () , visão aérea 3D () , a régua () e recursos de zoom. Também existe a possibilidade de visualização na tela cheia () e a possibilidade de se utilizar a ferramenta de realidade virtual () , proporcionando uma experiência ainda mais real.

Essa atividade pode ser desenvolvida de forma individual, finalizando após o direcionamento do guia, entretanto se o professor optar por desenvolvê-la de forma colaborativa, a opção é que todas essas respostas sejam discutidas com a turma e após a finalização do 10º passo, o professor pode solicitar que os alunos troquem os mapas entre si, para que um colega encontre a obra escolhida através do mapa e a

partir disso utilize o Guia matemático: Museu virtual para analisar a obra, repetido os passos de 1 a 9.

A avaliação dessa atividade se dará através dos textos produzidos pelos alunos e por seus mapas, se for desenvolvido de forma coletiva, o professor também poderá avaliar sua participação nas discussões. Como foi informado anteriormente, a atividade foi pensada como uma ferramenta de aplicação de conhecimentos já adquiridos anteriormente.

**Figura 1:** Guia Matemático: Museus virtuais



Fonte: elaborado pelos autores

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A atividade desenvolvida por meio do Guia matemático: Museu virtual pode contribuir para que os alunos tenham contato com acervos culturais presente nos principais museus mundiais, além disso, as ferramentas on-line proporcionam uma experiência mais rica, uma vez que o professor pode planejar aulas mais dinâmicas

com diversas possibilidades. Com os museus online, os alunos podem fazer medições e visualizar os museus do ângulo aéreo. Acreditamos que essa atividade demonstrará a importância da existência de museus virtuais, visto que inúmeras pessoas podem visitá-los ao mesmo tempo de forma rápida e gratuita, entretanto, os professores devem ter cuidado para demonstrarem aos alunos que um tipo de museu não anula o outro, eles simplesmente se complementam.

Esse tipo de atividade possibilita aos professores uma vasta oportunidade de atividades e para os alunos uma vasta experiência ao conhecerem as obras e os museus, visto que existe esse recurso de museus virtuais em todos os países, ou seja, o professor pode utilizar em suas aulas, obras localizadas em qualquer lugar do mundo, além disso, essa atividade pode ser desenvolvida de forma interdisciplinar envolvendo outras áreas de conhecimento.

## REFERÊNCIAS

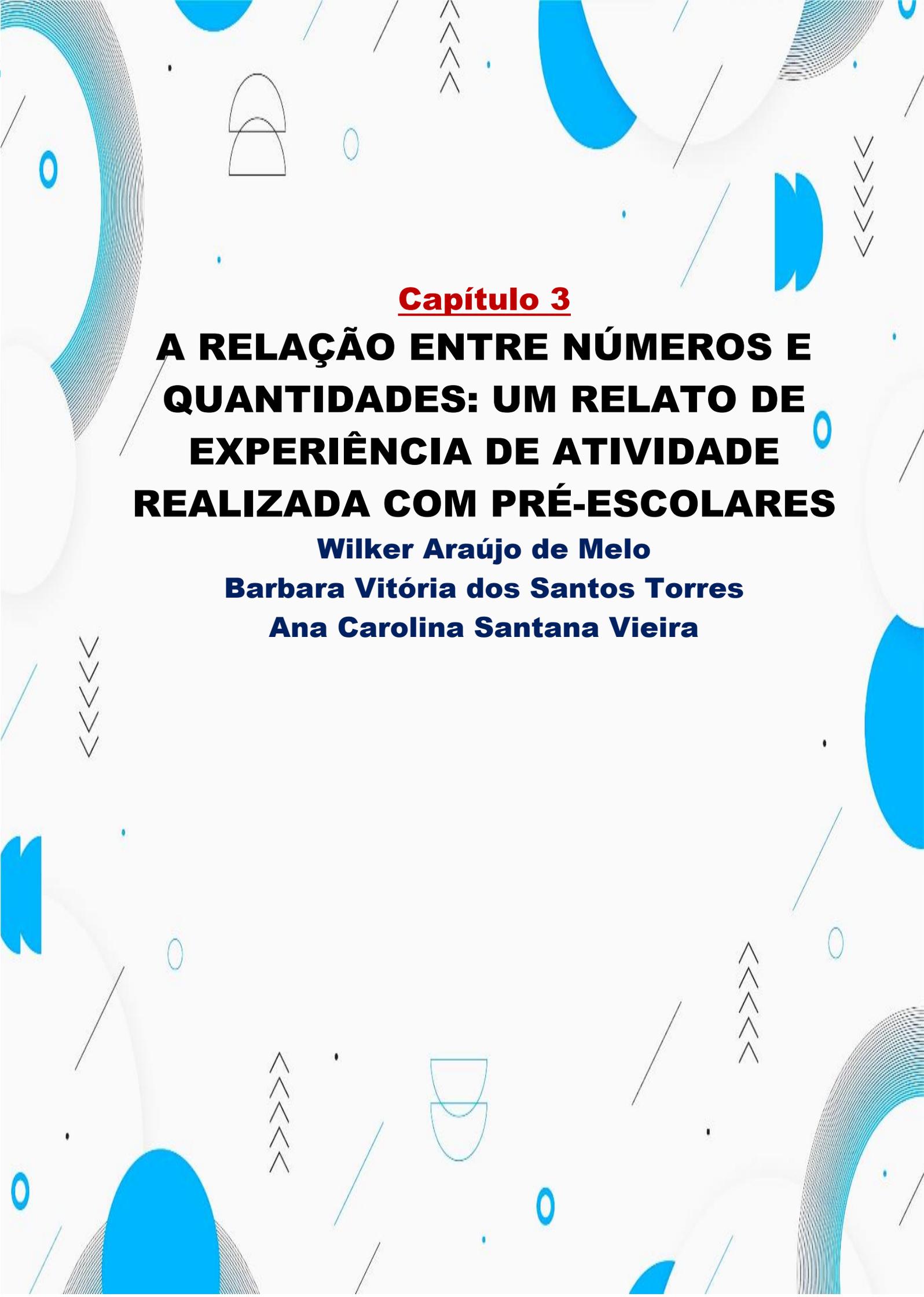
- BERLINGHOFF, W. P.; GOUVÊA, F. Q. **A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas**. São Paulo: Blucher, 2010.
- DEVLIN, Keith. **O Gene da Matemática**. Rio de Janeiro: Record, 2004.
- FAINGUELERNT, E. K.; NUNES, K. R. A. **Fazendo arte com a Matemática**. Porto Alegre: Penso, 2015.
- FAZENDA, I. **Integração e Interdisciplinaridade no Ensino Brasileiro: Efetividade ou Ideologia**. 5. ed. São Paulo: Loyola, 2002.
- FONSECA, L. M. B. et al. **A Interdisciplinaridade e o trabalho docente: uma perspectiva dialógica nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. In: XII Congresso Nacional de Educação, 2015.
- OSTROWER, F. **A Sensibilidade do Intelecto**. 3 ed. Rio de Janeiro: Campus, 1998.
- PEDROSO, M. L. S. **Abordagem da Eletricidade Atmosférica sob o Enfoque CTS: um caminho para a alfabetização científica e tecnológica no Ensino Médio**. 2017. 124 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2017.
- QUEIROZ, G et al. **Construindo saberes da mediação na educação em museus de ciências: o caso dos mediadores do museu de astronomia e ciências afins/ Brasil**.

**Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências.** v. 2, n. 2, p. 77-88, 2002.

SEMMER, S. Matemática e Arte. Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná - PDE, 2007. Disponível em

<[http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/409-](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/409-4.pdf?PHPSESSID=2009050508271195)

[4.pdf?PHPSESSID=2009050508271195](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/409-4.pdf?PHPSESSID=2009050508271195)> Acesso em 13 de ago. de 2020.



**Capítulo 3**

**A RELAÇÃO ENTRE NÚMEROS E  
QUANTIDADES: UM RELATO DE  
EXPERIÊNCIA DE ATIVIDADE  
REALIZADA COM PRÉ-ESCOLARES**

**Wilker Araújo de Melo**

**Barbara Vitória dos Santos Torres**

**Ana Carolina Santana Vieira**

## A RELAÇÃO ENTRE NÚMEROS E QUANTIDADES: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA DE ATIVIDADE REALIZADA COM PRÉ-ESCOLARES

### **Wilker Araújo de Melo**

*Acadêmico do curso de Licenciatura Plena em Pedagogia pela Universidade Federal de Alagoas (UFAL), licenciando em Matemática pelo centro Universitário Internacional (UNINTER), membro do Projeto de Estimulação Precoce na Primeira Infância (PEPPI/AISCA/CNPq/UFAL). É membro do Grupo de Pesquisa Tecnologias e Educação Matemática (GTPPEM/CNPq/CEDU/UFAL). Atua como professor de matemática nas séries finais do Ensino Fundamental. E-mail: wilker.melo@im.ufal.br*

### **Barbara Vitória dos Santos Torres**

*Acadêmica do curso de Bacharelado em Enfermagem da Universidade Federal de Alagoas (UFAL). Monitora do Projeto de Estimulação Precoce na Primeira Infância (PEPPI/AISCA/CNPq/UFAL). Presidente da Liga Interdisciplinar de Neonatologia da Universidade Estadual de Ciências da Saúde de Alagoas (LINEO/UNCISAL). Membro da Liga Acadêmica de Pediatria Multidisciplinar da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (LAPEM/UNIRIO). E-mail: barbara.torres@arapiraca.ufal.br*

### **Ana Carolina Santana Vieira**

*Minicurrículo do autor: Doutora em Ciências da Saúde pela Universidade Federal de Alagoas (2017). Mestre em Enfermagem pela Universidade Federal de Alagoas (2014). Graduação em Enfermagem e Obstetrícia pela Universidade Federal de Alagoas (2004). Professora Adjunta do Curso de Enfermagem da Universidade Federal de Alagoas (UFAL). Realiza pesquisas nas áreas de dor neonatal e crescimento e desenvolvimento infantil. É Coordenadora do Projeto de Extensão "Projeto de Estimulação Precoce na Primeira Infância - PEPPI" e Líder do Grupo de Pesquisa Atenção Integral à Saúde da Criança e do Adolescente. Membro da Rede Nacional da Primeira Infância (RNPI) e da Rede Estadual da Primeira Infância de Alagoas (REPI-AL). E-mail: ana.vieira@eenf.ufal.br*

**Resumo:** Este trabalho consiste em um relato de experiência resultante de atividades extensionistas, vivenciadas por voluntários do Projeto de Estimulação Precoce na Primeira Infância (PEPPI/UFAL), realizadas em um Centro Municipal de Educação Infantil, localizado em um bairro periférico da cidade de Maceió, capital do Estado de Alagoas, no mês de agosto do ano de 2018. A atividade desenvolvida pelos voluntários foi intitulada de “Relacionando números e quantidades”, esta objetivou estimular o desenvolvimento cognitivo das crianças, através da matemática. A atividade realizada com uma média de 15 alunos, consistiu em duas etapas, na primeira etapa foi solicitado que os alunos colocassem a quantidade de personagens de acordo com o número que estava escrito em um cartaz, já na segunda etapa, foi desenvolvido a escrita dos numerais. Foi possível perceber no período de realização da atividade que as crianças tinham conhecimentos do cotidiano em relação à proposta, facilitando, assim, a aplicação. Através da aplicação da atividade foi possível estimular a aprendizagem a partir da ludicidade, onde por meio de jogos e brincadeiras, as crianças podem aprender diversos assuntos, como a matemática.

**Palavras-chave:** Lúdico. Ensino de Matemática. Educação Infantil.

**Abstract:** This work consists of an experience report resulting from extension activities, experienced by volunteers from the Early Childhood Stimulation Project (PEPPI/UFAL), carried out in a Municipal Child Education Center, located in a suburb of the city of Maceió, capital. of the State of Alagoas, in the month of August of the year 2018. The activity developed by the volunteers was entitled “Relating numbers and quantities”, which aimed to stimulate the cognitive development of children, through mathematics. The activity carried out with an average of 15 students, consisted of two stages, in the first stage the students were asked to place the number of characters according to the number that was written on a poster, in the second stage, the writing of the numerals. It was possible to notice during the period of the activity that the children had daily knowledge in relation to the proposal, thus facilitating the application. Through the application of the activity, it was possible to stimulate learning based on playfulness, where through games and games, children can learn various subjects, such as mathematics.

**Keywords:** Ludic. Math Teaching. Child Education.

## INTRODUÇÃO

O processo de construção do conhecimento é desenvolvido de forma histórica e produzido através de relações que são estruturadas entre si e com o ambiente. Estes possuem a finalidade de sanar as necessidades existentes e proporcionar um

requite maior em seus hábitos sociais embutindo nesse processo o conhecimento e/ou aprofundamento de fenômenos físicos e naturais (MELO; VIEIRA; OLIVEIRA, 2020).

Neste contexto, percebemos que a matemática faz parte do cotidiano desde antes do nascimento do ser humano, e, de acordo com Moura (2007 apud NASCIMENTO; MORAES, 2012), a partir do momento que é disponibilizado o ensino de matemática nos primeiros anos de vida e escolarização da criança, percebe-se sua inclusão de forma significativa no universo social e cultural da qual ela faz parte.

É na educação infantil que as crianças desenvolvem a capacidade de atenção, visto que, neste período da infância as mesmas apresentam uma maior facilidade, desta forma, as brincadeiras assumem um papel importante no processo de aprendizagem, pois as crianças sentem-se atraídas pelo jogo e/ou brincadeira que está diretamente relacionada ao seu mundo (MELO; VIEIRA; OLIVEIRA, 2020).

Ainda, vale ressaltar que a aprendizagem é fundamentada na neuroplasticidade, a qual refere-se a capacidade que o cérebro possui de se expandir e formar novas conexões a partir de experiências vividas (SOUZA, 2020).

Os jogos e brincadeiras e sua utilização nas aulas de matemática na educação infantil contribuem para a estimulação do interesse da criança pelo que está sendo trabalhado, bem como as fazem entender, de forma clara, as atividades propostas, fazendo com que deixem de existir diferenças entre os estudantes, estas, relacionadas ao processo de aprendizagem (NUNES; SARACENI, 2013)

De acordo com Guimarães, Souza e Resende (2011 apud NUNES; SARACENI, 2013):

Os jogos devem ser utilizados como ferramentas de apoio ao ensino e que esta opção de prática pedagógica conduz o aluno a explorar sua criatividade. Sendo assim, dentro de um contexto educacional que o lúdico em sala de aula visa a finalidade de contribuir e auxiliar o educador no processo de ensino aprendizagem com o objetivo de desenvolver métodos de ensino que despertem na criança o interesse pela matemática (GUIMARÃES; SOUZA; REZENDE, 2011 apud NUNES; SARACENI, 2013, p. 14).

Para isto, é importante destacarmos que, o ensino de matemática nas séries iniciais deve priorizar o progresso do aprendizado mediante situações significativas de aprendizagem e que os jogos devem ser utilizados como recurso auxiliar no processo de ensino do conteúdo que está sendo desenvolvido, proporcionando, assim, que as crianças atinjam as habilidades previstas (NUNES; SARACENI, 2013).

O jogo tornou-se objeto de interesse de psicólogos, educadores e pesquisadores como decorrência da sua importância para a criança e da ideia de que é uma prática que auxilia o desenvolvimento infantil, a construção ou potencialização de conhecimentos. A educação infantil, historicamente, configurou-se como o espaço natural do jogo e da brincadeira, o que favoreceu a ideia de que a aprendizagem de conteúdos matemáticos se dá prioritariamente por meio dessas atividades. A participação ativa da criança e a natureza lúdica e prazerosa inerentes a diferentes tipos de jogos têm servido de argumento para fortalecer essa concepção, segundo a qual se aprende matemática brincando (BRASIL, 1998, p. 210).

Portanto, ao inserir os jogos e as brincadeiras como instrumento para ensinar matemática, os professores devem perceber qual a importância dos conceitos de cada um dos conteúdos e das habilidades que podem ser vistas nestas brincadeiras, inserindo sempre em seu planejamento a ação que será trabalhada naquela situação, percebendo que o jogo e a brincadeira não irão assumir apenas uma ideia de lazer, mas sim, de aprendizagem.

Deste modo, o presente trabalho justifica-se pela necessidade de explorar como a matemática e outras áreas do conhecimento podem ser ensinadas para as crianças através do brincar. Assim, o objetivo do trabalho visa relatar a experiência de colaboradores voluntários do Projeto de Estimulação Precoce na Primeira Infância (PEPPI), na realização de uma atividade com crianças do Jardim I (1º período) da educação infantil, a qual objetivou fazer com que as crianças desenvolvessem a relação entre números e quantidades, estimulando a escrita, bem como, o desenvolvimento da coordenação motora.

### Referencial Teórico

Para Piaget e Inhelder (1998) o jogo é essencial para a vida da criança, considerando a atividade lúdica como o berço obrigatório das atividades intelectuais da criança, tornando-se, assim, indispensável na prática educativa. Ainda segundo o autor, os jogos apresentam-se como uma forma de alívio e/ou entretenimento para que sejam gastas a energia da criança, mas, em contrapartida a isto, podem ser considerados como itens que auxiliam no processo de desenvolvimento intelectual.

O jogo é, portanto, sob as suas duas formas essenciais de exercício sensório-motor e de simbolismo, uma assimilação da real à atividade própria, fornecendo a esta seu alimento necessário e transformando o real em função das necessidades múltiplas do eu. Por isso, os métodos ativos de educação das crianças exigem a todos que se forneça às crianças um material conveniente, a fim de que, jogando, elas cheguem a assimilar as realidades intelectuais e que, sem isso, permanecem exteriores à inteligência infantil. (PIAGET, 1976 apud NUNES; SARACENI, 2013, p. 21).

O jogo de caráter lúdico possui como objetivo oferecer para o estudante condições para que o mesmo possa vivenciar diversas situações problemas, onde, a partir da realização de jogos, previamente planejados, irão permitir à criança a realizar vivências físicas e mentais que favoreçam a sua sociabilidade, bem como a estimulem em suas reações afetivas, cognitivas, sociais, morais culturais e linguísticas (NUNES; SARACENI, 2013).

Vygotsky (1984 apud CIRILO, 2015) diz que:

É na interação com as atividades que envolvem simbologia e brinquedos que o educando aprende a agir numa esfera cognitiva. Na visão do autor a criança comporta-se de forma mais avançada do que nas atividades da vida real, tanto pela vivência de uma situação imaginária, quanto pela capacidade de subordinação às regras (VYGOTSKY, 1984 apud CIRILO, 2015, p. 7).

Entretanto, não é apenas através dos jogos que a aprendizagem será desenvolvida, existe um outro fator que irá influenciar neste processo: faz-se necessário que a criança esteja estimulada para aprender o que está sendo proposto no jogo e/ou brincadeira.

Nenhuma criança é uma esponja passiva que absorve o que lhe é apresentado. Ao contrário, modelam ativamente seu próprio ambiente e se tornam agentes de seu processo de crescimento e das forças ambientais que elas mesmas ajudam a formar. Em síntese, o ambiente e a educação fluem do mundo externo para a criança e da própria criança para seu mundo (ANTUNES, 2003 apud COSTA; GONZAGA; MIRANDA, 2016, p. 51).

Durante a realização de atividades que envolvam o lúdico é que o indivíduo irá formar conceitos, irá selecionar as ideias que melhor definem o conteúdo proposto, construirá relações lógicas, integrará percepções, sejam elas de mundo ou não, e realiza um processo de socialização com os demais sujeitos presentes no meio em que ele esteja inserido. Baseando-se nesta ideia, podemos enxergar nas atividades lúdicas uma ligação com a aprendizagem, deliberando correspondências cognitivas, simbólicas e construindo produções culturais. Em sua realização, observamos no lúdico dois fatores motivacionais, o prazer e o ambiente espontâneo (NUNES; SARACENI, 2013).

## **METODOLOGIA**

O texto trata-se de um relato de experiência, este resultante de atividades extensionistas, vivenciadas por voluntários do Projeto de Estimulação Precoce na Primeira Infância (PEPPI/UFAL), realizadas em um Centro Municipal de Educação Infantil, localizado em um bairro periférico da cidade de Maceió, capital do Estado de Alagoas, no mês de agosto do ano de 2018.

## **Aprendendo brincando: a atividade**

### **O planejamento da atividade**

Semanalmente, cada grupo de voluntários do projeto recebiam orientações das atividades que seriam trabalhadas com as crianças, bem como a área da criança que seria estimulada. Em uma das semanas nos foi solicitado a aplicação de uma atividade que estimulasse o desenvolvimento cognitivo dos sujeitos que eram atendidos pelo projeto.

Assim, o grupo desenvolveu uma atividade que foi intitulada de “Relacionando números e quantidades”, a qual teve o objetivo de estimular o desenvolvimento cognitivo dos envolvidos, com a inserção da matemática.

Neste sentido, deixamos aqui explícito, que as atividades antes de serem realizadas, eram planejadas, apresentadas ao monitor responsável pela equipe, e logo em seguida executadas.

### **Desenvolvimento da atividade**

A atividade foi desenvolvida com um grupo de estudantes, todos pertencentes a turma do Jardim 1 (1º período), a mesma contava com uma média de 15 alunos. No início, os voluntários apresentaram a proposta que seria desenvolvida com os estudantes para a professora e logo em seguida partiram para a prática. A princípio, foram analisados os conhecimentos prévios dos estudantes em relação a quantidade de objetos que estavam nas mãos dos facilitadores da atividade.

A mesma foi muito bem recebida pelos alunos, que reagiram com entusiasmo, fazendo, assim, a relação entre o número e a quantidade de personagens que deveriam ser colados ao lado de cada algarismo.

A prática foi dividida em duas partes, na primeira foi solicitado para que os alunos colocassem a quantidade de personagens de acordo com o número que estava escrito no cartaz, por exemplo, no número um, foi questionado ao primeiro participante quantos personagens deveriam ser colados ao lado, o mesmo foi lá e colocou a quantidade certinha ao lado do número escrito. Na segunda parte da

atividade, foi desenvolvido com os alunos a escrita dos numerais que representam a quantidade presente em cada um dos conjuntos formados.

Aqui apresentamos algumas imagens da realização das atividades.

Imagem 1: Montagem do material para realização da atividade



Fonte: Arquivo PEPI (2018)

Imagem 2: Realização da primeira parte da atividade



Fonte: Arquivo PEPI (2018)

Imagem 3: Realização da segunda parte da atividade



Fonte: Arquivo PEPI (2018)

Imagem 4: Resultado final



Fonte: Arquivo PEPI (2018)

Ao fim da atividade, podemos ver que as crianças queriam fazer todo o processo novamente, pois as mesmas acharam interessante o modo como o tema foi abordado. Mediante ao que foi exposto no decorrer da apresentação da atividade, foi possível identificarmos que a criança tende a ter uma facilidade maior de aprendizagem por meio de atividades lúdicas, onde, estando de acordo com o que foi apontado por Piaget (1998) são importantes para o desenvolvimento cognitivo da criança, auxiliando no processo de construção da aprendizagem.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Diante da experiência vivida através desse relato, conclui-se que a ludicidade, através de jogos e brincadeiras, pode ser um meio de estimular a aprendizagem, e em consequência, a neuroplasticidade das crianças, a partir das experiências vividas. Ainda, a atividade educativa realizada pôde desenvolver diversas áreas importantes para o crescimento de um ser humano, como a cognição e a coordenação motora.

Desse modo, torna-se importante que os educadores infantis desenvolvam suas atividades de forma lúdica, estimulando a criança a aprender através do brincar, tornando algo que pode ser considerado entediante em algo divertido, visto que, por meio do lúdico, a criança desenvolve-se cognitivamente, proporcionando a si mesma a construção de novas habilidades. A partir da realização de determinadas atividades, percebemos que os envolvidos adquirem experiências, tais como a criatividade, conhecimentos em relação a realidade que a mesma está inserida, bem como adquire prazer em aprender os conteúdos propostos.

Foi possível observar que as crianças já possuíam um determinado conhecimento sobre números e quantidades. Anteriormente à aplicação da proposta foi realizada uma sondagem com as crianças para que fosse possível identificar os conhecimentos das mesmas sobre a proposta que foi lançada.

No decorrer da realização de atividades do projeto, foi possível identificar que a professora sempre utilizava o lúdico para desenvolver atividades na turma. O jogo pode ser um grande aliado do professor no processo de ensino e aprendizagem a partir do momento em que o aluno se sente à vontade para participar e de maneira

imperceptível aprende o conteúdo que ali está sendo desenvolvido. Mas, para que haja uma eficácia na inserção de jogos e brincadeiras nas aulas, é necessário que haja um planejamento prévio do que será trabalhado, sempre na busca de apresentar regras claras nos objetivos que deseja atingir com a realização dos mesmos.

Neste contexto, faz-se necessário que a inserção de atividades lúdicas seja trabalhada com mais frequência nas instituições escolares, fazendo com que as crianças tenham um aprendizado prazeroso.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Referencial curricular nacional para a educação infantil. Formação pessoal e social.** v. 3. Brasília: MEC, 1998.

CIRILO, R. L. **A importância da ludicidade no processo de ensino-aprendizagem na educação infantil.** Artigo (Licenciatura em Pedagogia) - Centro de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, p. 15. 2015.

COSTA, R. C.; GONZAGA, C. R.; MIRANDA, J. C. **Avaliação do jogo didático “desafio da reprodução” como ferramenta para abordagem de temas relacionados à vida sexual.** *Acta Biomédica Brasiliensia*, v. 7, n. 2, p. 50-58, 2016. Disponível em: <<https://actabiomedica.com.br/index.php/acta/article/view/153/123>>. Acesso em: 22 de maio de 2021.

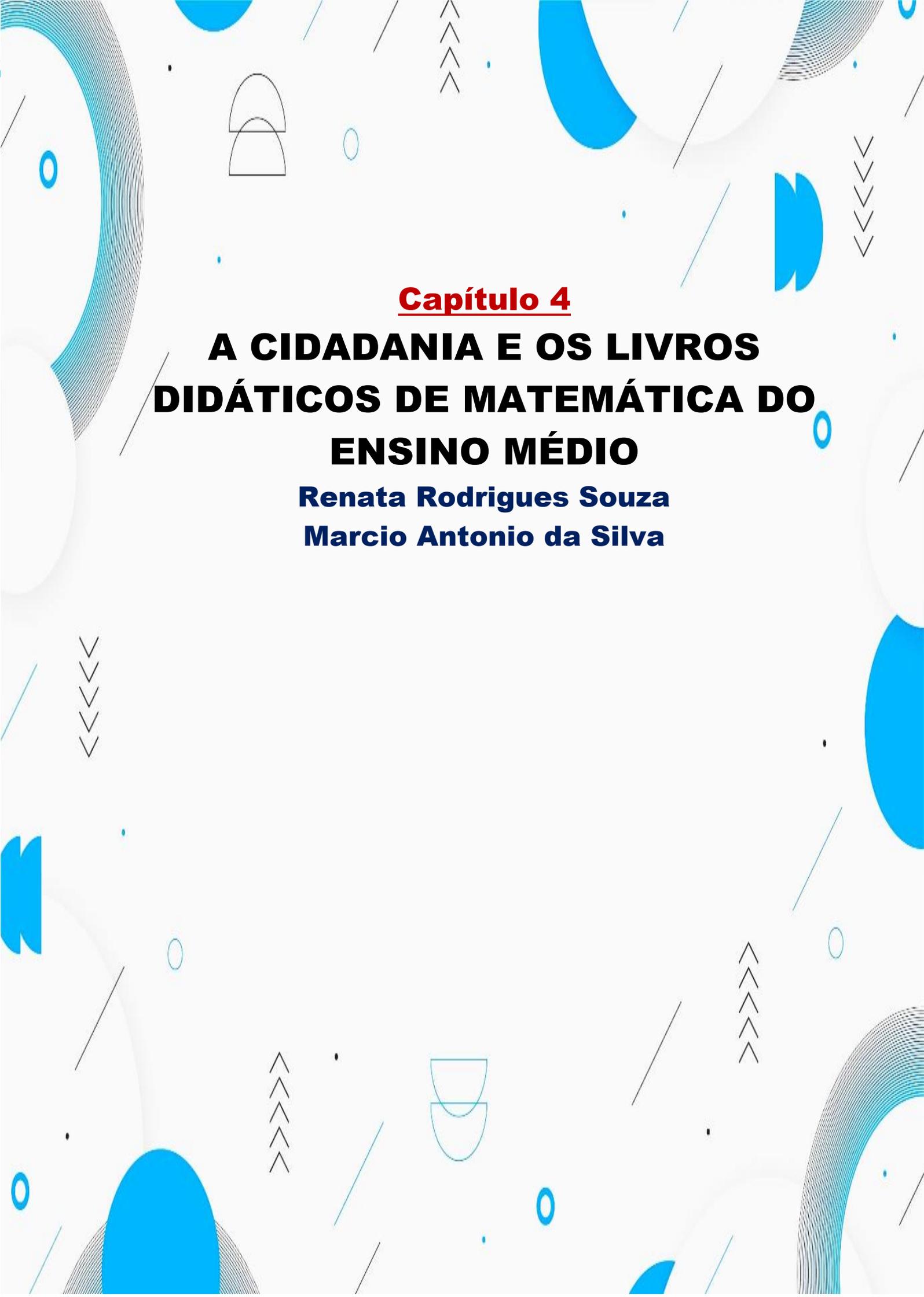
MELO, W. A.; VIEIRA, A. C. S.; OLIVEIRA, C. A. **Aprender brincando: relato de experiência de atividade realizada com pré-escolares.** *In: I Congresso Online Nacional de Ensino de Química, Física, Biologia e Matemática - CONE-QFBM*, v. 1, n. 1. 2020. Disponível em: <<https://cdn.congresso.me/ekpprtm3wetkdakqkp6utfnc9xu>>. Acesso em: 22 de maio de 2021

NASCIMENTO, J. A. A.; MORAES, S. P. G. **Reflexão sobre o ensino de matemática na infância.** *In: Semana de Pedagogia da UEM*, v. 1, n. 1, 2012, Maringá. Anais... Maringá: UEM, 2012.

NUNES, F. L. P.; SARACENI, G. C. M. G. **O lúdico no aprendizado da matemática na educação infantil.** Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Pedagogia) - Curso de Pedagogia, Centro Universitário Católica Salesiano Auxilium. Lins - SP, p. 56. 2013.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **A psicologia da criança.** 18. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1998.

SOUZA, J. B. **A invisibilidade do gênero nas discussões das mulheres professoras de Matemática.** Dissertação (Pós-Graduação em Educação em Ciências) - Instituto de Ciências Básicas da Saúde, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, p. 97, 2020.



**Capítulo 4**

**A CIDADANIA E OS LIVROS  
DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO  
ENSINO MÉDIO**

**Renata Rodrigues Souza  
Marcio Antonio da Silva**

## A CIDADANIA E OS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

**Renata Rodrigues Souza<sup>6</sup>**

*Doutoranda em Educação Matemática  
pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS).*

**Marcio Antonio da Silva<sup>7</sup>**

*Professor do Instituto de Matemática e do  
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática  
da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS).*

### **Resumo:**

O objetivo deste capítulo é apresentar como a formação para a cidadania ou formação cidadã está sendo apresentada nos livros didáticos de matemática do ensino médio aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2018. Para compor nosso material de análise, utilizamos as oito coleções aprovadas, sendo que cada coleção é formada por três livros. Analisamos especificamente as seções que tinham como objetivo formar para a cidadania. Para isso, usamos o conceito de governamentalidade, segundo Michel Foucault, para descrever como esse material didático conduz a conduta dos estudantes. Focamos nossa atenção sobretudo nas imagens, a partir das quais levantamos os temas mais abordados: cuidado com a saúde; cuidado com o meio ambiente; mobilidade urbana e cuidado com as finanças. Concluímos que o cidadão desejável, presente nos livros didáticos de matemática do ensino médio, é aquele que cuida da saúde, praticando atividade física aliada a uma alimentação saudável; do meio ambiente, com atitudes que visam diminuir a poluição e reciclar o lixo; que faz uso de transportes públicos, evitando congestionamentos para contribuir com o meio ambiente e, por fim, aquele que administra bem as suas finanças, por meio da elaboração de um orçamento familiar equilibrado, controlando os gastos da família.

---

<sup>6</sup> Doutoranda em Educação Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). Formada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD). E-mail: renata\_rodrigues\_souza@hotmail.com

<sup>7</sup> Bolsista de Produtividade em Pesquisa, CNPq. Pós-doutorado pelo Departamento de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Estocolmo (Suécia). Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Professor do Instituto de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). E-mail: marcio.silva@ufms.br

**Palavras-chave:** Educação matemática; Currículo; Livros didáticos de matemática; Governamentalidade.

**Abstract:**

The aim of this chapter is to present how training to be a citizen is being presented in high school mathematics textbooks approved in the 2018 National Textbook Program (PNLD). To compose our analysis material, we used the eight approved collections, with each collection consisting of three books. We specifically analyzed the sections that aimed to teach students to become good citizens. To do so, we used the concept of governmentality, according to Michel Foucault, to describe how this teaching material conducts the students' conduct. We focused our attention mainly on the images, from which we gathered the most addressed themes: health care, environmental care, urban mobility, and financial care. We conclude that the desirable citizen, present in high school math textbooks, is the one who takes care of his health, practicing physical activity combined with a healthy diet; of the environment, with attitudes that aim to reduce pollution and recycle garbage; who makes use of public transportation, avoiding traffic jams to contribute with the environment and, finally, the one who manages his finances well, by preparing a balanced family budget, controlling the family expenses.

**Keywords:** Mathematics education; Curriculum; Mathematics textbooks; Governmentality.

## INTRODUÇÃO

O presente trabalho é um excerto da dissertação de mestrado concluída da primeira autora, orientada pelo segundo autor. A pesquisa foi desenvolvida dentro do Grupo de Pesquisa Currículo e Educação Matemática – GPCEM, do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

Durante o desenvolvimento da pesquisa intitulada “Formação Cidadã: o que apontam os Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio” constatamos nos livros didáticos de matemática do ensino médio aprovados pelo PNLD de 2018, uma grande frequência de questões e temas ligados ao tema “cidadania”.

O objetivo deste trabalho é apresentar como a formação para a cidadania/formação cidadã está sendo apresentada nos livros didáticos de matemática do ensino médio aprovados pelo PNLD de 2018, movimentando o conceito de governamentalidade.

## APORTE TEÓRICO-METODOLÓGICO

Para o desenvolvimento da dissertação, foram analisadas oito coleções e, cada uma delas, contendo três volumes, com isso totalizamos vinte e quatro livros.

As nossas análises seguiram os pressupostos de governamentalidade, assim,

O próprio termo "poder" não faz mais quem designar um [campo]\* de relações que tem que ser analisado por inteiro, e o que propus chamar de governamentalidade, isto é, a maneira como se conduz a conduta dos homens, não é mais que uma proposta de grade de análise para relações de poder. Tratava-se portanto de testar essa noção de governamentalidade e tratava-se, em segundo lugar, de ver como essa grade da governamentalidade - podemos supor que ela é válida quando se trata de analisar a maneira como se conduz a conduta dos loucos, dos doentes dos delinqüentes, das crianças-, como essa grade da governamentalidade também pode valer quando se trata de abordar fenômenos de outra escala, como por exemplo a política econômica, como a gestão de todo um corpo social, etc. (FOUCAULT, 2008, p. 258).

Compusemos nosso material de análise a partir das oito coleções dos livros didáticos de matemática do ensino médio aprovados pelo PNLD de 2018:

Matemática – Contexto & Aplicações, de Luiz Roberto Dante; Quadrante – Matemática, de Diego Prestes e Eduardo Chavante; Matemática: Ciência e Aplicações, de autoria de David Degenszajn, Gelson Iezzi, Nilze de Almeida, Osvaldo Dolce e Roberto Périgo; Matemática para Compreender o Mundo, de Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz; Matemática: Interação e Tecnologia, de autoria de Rodrigo Balestri; #Contato Matemática, de Joamir Souza e Jacqueline Garcia; Matemática – Paiva, de autoria de Manoel Paiva; Conexões com a Matemática, do autor Fabio Martins de Leonardo.

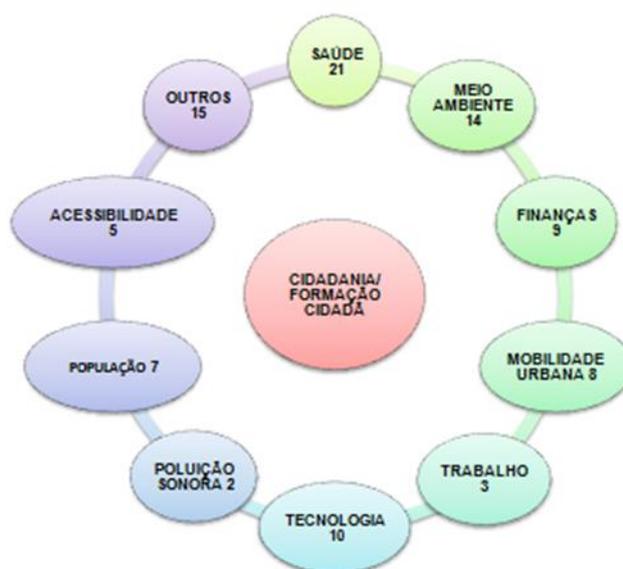
Ao constatarmos as seções específicas de formação para a cidadania/formação cidadã, tomamos como critério para compor nosso material de análise, todos os livros didáticos de matemática que continham essa seção específica.

Com isso, ao olharmos os livros, duas das oito coleções não continham essa seção, sendo assim, as coleções que não contém essa seção é a de Matemática: Ciência e Aplicações, de autoria de David Degenszajn, Gelson Iezzi, Nilze de Almeida, Osvaldo Dolce e Roberto Périgo e Conexões com a Matemática, do autor Fabio Martins de Leonardo.

Selecionamos assim, para as análises, todas as imagens que estavam dentro das seções de formação para a cidadania/formação cidadã, incluindo também a parte manual do professor que referia a seção de formação para a cidadania. Com isso, contabilizamos as páginas a serem analisadas, que totalizaram 165 páginas, das seis obras analisadas.

De posse desse material, constatamos que, dentro das seções de formação para a cidadania/formação cidadã, há vários temas recorrentes, como podemos observar na figura 1 a seguir.

Figura 1: Temas recorrentes



Fonte: Souza, 2020, p. 55.

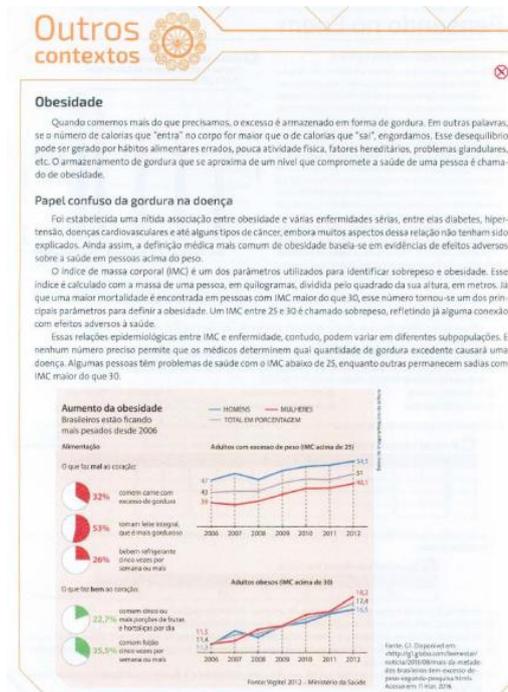
Para compor a figura 1, utilizamos as 165 páginas dos livros didáticos de matemática. Os números que compõem a figura 1, são parte das análises, olhando as imagens uma por uma fomos contabilizando a quantidade de vezes que o tema emergia dentro dessas seções específicas, como exemplo, o tema saúde, todos os excertos que apresentavam cuidados com a saúde foram acoplados nesse tema geral, como: Alimentação saudável; obesidade; automedicação; doenças (bacterianas, doenças infecciosas como HIV); hipertensão arterial; prática de exercícios físicos; doação de sangue; consumo de bebidas alcoólicas; tabagismo; combate a dengue, desse mesmo modo os outros temas foram acoplados. Com isso podemos afirmar que a saúde é o tema mais citado dentre os demais.

Essa contagem nos inspirou a realizar uma análise por meio dos temas recorrentes, como saúde, meio ambiente, mobilidade urbana e finanças.

## ANÁLISES

Seguindo nossas análises por temas: saúde, meio ambiente, mobilidade urbana e finanças. Apresentaremos, a seguir, excertos sobre esses temas.

Figura 2: Cuidado com a saúde



**Obesidade**

Quando comemos mais do que precisamos, o excesso é armazenado em forma de gordura. Em outras palavras, se o número de calorias que “entra” no corpo for maior que o de calorias que “sai”, engordamos. Esse desequilíbrio pode ser gerado por hábitos alimentares errados, pouca atividade física, fatores hereditários, problemas glandulares, etc. O armazenamento de gordura que se aproxima de um nível que compromete a

saúde de uma pessoa é chamado de obesidade.

**Papel confuso da gordura na doença**

Foi estabelecida uma nítida associação entre obesidade e várias enfermidades sérias, entre elas a diabetes, hipertensão, doenças cardiovasculares e até alguns tipos de câncer, embora muitos aspectos dessa relação não tenham sido explicados. Ainda assim, a definição médica mais comum de obesidade baseia-se em evidências de efeitos adversos sobre a saúde em pessoas acima do peso.

O índice de massa corporal (IMC) é um dos parâmetros utilizados para identificar sobrepeso e obesidade. Esse índice é calculado com a massa de uma pessoa, em quilogramas, dividida pelo quadrado da sua altura, em metros. Já que uma maior mortalidade é encontrada em pessoas com IMC maior do que 30, esse número tornou-se um dos principais parâmetros para definir a obesidade. Um IMC entre 25 e 30 é chamado sobrepeso, refletido já alguma conexão com efeitos adversos à saúde.

Essas relações epidemiológicas entre IMC e enfermidade, contudo, podem variar em diferentes subpopulações. E nenhum número preciso permite que os médicos determinem qual quantidade de gordura excedente causará uma doença. Algumas pessoas têm problemas de saúde com o IMC abaixo de 25, enquanto outras permanecem saudáveis com IMC maior que 30.

[Imagem]

Fonte: Dante (2016, v. 1, p. 68)

Na figura 2 acima, Dante (2016), percebemos como é abordada a questão da saúde nas seções de formação para a cidadania, apresentando dados sobre a obesidade na população, e a matemática para legitimar se uma pessoa está ou não acima do peso, pois esse excesso de peso, causa muitas doenças, como hipertensão, diabetes.

Em outros excertos, Chavante e Balestri (2016) apresentam cuidados com a saúde, com incentivos a prática de exercícios físicos, para com elas evitar doenças como a obesidade, doenças cardiovasculares, hipertensão. Ainda temos, como sendo cuidado com a saúde, questões relacionadas ao uso de derivados do tabaco, e bebidas alcoólicas, nas obras de Balestri e Souza (2016), como câncer e doenças

respiratórias. Com isso, o cidadão saudável é aquele que não está obeso, que pratica atividades físicas regularmente, a fim de evitar doenças como hipertensão, obesidade, doenças cardiovasculares, que funcionam como uma espécie mecanismos de condutas dos cidadãos.

Figura 3: Cuidado com o meio ambiente



**Reciclar: Acerte a lixeira!**

Você já pensou na quantidade de resíduos sólidos que produzimos diariamente e para onde vai todo este lixo? Se ainda não pensou, está na hora de começar a se preocupar e agir, reduzindo, reutilizando e ajudando a reciclar o seu lixo.

Seria ótimo se não gerássemos lixo algum em nossas atividades cotidianas: porém, como é quase impossível, podemos nos esforçar para reduzir nossa produção com atitudes simples, como planejar melhor as compras do mercado, evitando desperdício de alimentos, substituir itens descartáveis, escolher produtos com menos embalagens e utilizar sacolas

retornáveis. Além disso, muito do que seria descartado pode ser reutilizado, criando-se itens com outras finalidades, por exemplo: garrafa de vidro tornam-se itens de decoração como luminárias ou vasos.

Os resíduos que inevitavelmente precisamos descartar devem ser separados corretamente nossas residências. Se, por exemplo, resíduos secos (plástico, vidro, papelão etc.) forem misturados com resíduos úmidos (restos de comida, papel higiênico etc.), o percentual de reciclagem pode reduzir de 70% para 1%. Alguns resíduos precisam receber atenção especial: 1 litro de óleo de cozinha, por exemplo, se descartado inadequadamente, pode contaminar 20 mil litros de água. As pilhas e baterias também não devem ser descartadas em lixeiras comuns, pois contém materiais tóxicos, que podem contaminar o meio ambiente e prejudicar a saúde de coletores.

Em locais onde algum tipo de coleta seletiva, também é importante separar materiais que não são orgânicos e nem recicláveis. Veja alguns exemplos abaixo.

- Papel: papel higiênico, guardanapos, papel-carbono, papéis metalizados.
- Plástico: cabos de panela, acrílico, adesivos.
- Metal: esponja de aço, latas de produtos tóxicos, cliques.
- Vidro: lâmpadas, espelhos, louças, vidros temperados.

**Dicas para descartar o lixo**

É essencial que façamos a separação e o descarte correto dos resíduos sólidos, pois este é o primeiro passo para a reciclagem.

Resíduos úmidos devem ser separados de resíduos secos.

Armazene pilhas e baterias e levem-nas a um posto de reciclagem.

Fonte: Souza (2016, v.2, p.152).

O cuidado com o meio ambiente também aparece nos livros didáticos, relacionado à coleta seletiva, além de indicar os modos de separação dos lixos em recicláveis e não recicláveis, embutindo uma mensagem que, ao realizar essa separação, está cumprindo seu papel de cidadão consciente com o meio ambiente.

Além disso, na obra de Souza (2016), o autor apresenta imagens com questionamentos para o estudante sobre coleta seletiva em seu município, assim o estudante passa a ser um fiscal do Estado, além de criar maneiras de reduzir o lixo na sua escola.

Figura 4: Mobilidade urbana

**MOBILIDADE URBANA**

Segundo o Censo de 2010, feito pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a população urbana corresponde a mais de 84% da população brasileira, fato que promove cada vez mais a importância da mobilidade nas cidades. São milhões de pessoas que usam ônibus, vans, trem ou metrô para se deslocar, seja para trabalhar, estudar ou se divertir.

A eficiência do transporte público afeta diariamente a qualidade de vida dessas pessoas. Agora, você e seu grupo vão pesquisar os trajetos e as condições do transporte público de sua cidade.



Passageiros aguardam metrô na estação 34, São Paulo. Foto de 2013.

**Justificativa**

O transporte público é questão de enorme importância para os cidadãos, interfere na vida de todos e interpõe-se com outras questões fundamentais, como a saúde, a educação e o trabalho.

**Objetivo**

Estudar a rede de transporte público de seu município, levando em consideração trajetos, dados gerais, sua disponibilidade, organização no espaço geográfico, preços e estado de conservação.

**Apresentação**

Exposição oral com base em painéis ilustrados contendo mapas, gráficos, tabelas estatísticas e legendas explicativas.

**Questões para pensar em grupo** *(Resposta pessoal)*

1. Quais são os meios de transporte público mais usados em sua cidade? Existe uma rede estruturada em seu município? Que órgão é responsável por ela? Há ciclovia na cidade?
2. É possível abordar na exposição todas as questões que vocês consideram importantes: preços, trânsito, trajetos, condições dos veículos, higiene, lotação etc. Quais devem ser priorizadas?
3. Como expor os dados pesquisados, de modo organizado e eficiente, com a ajuda de gráficos, tabelas, mapas e traçados de rotas dos vários tipos de transporte?
4. É possível apresentar propostas de melhoria para o transporte público de seu município?

**Organização do trabalho**

- Escrevam as etapas necessárias para o desenvolvimento desse trabalho e as distribuam entre os elementos do grupo.
- Façam um cronograma para a realização do trabalho que contemple o prazo estabelecido para ele.
- Não se esqueçam de indicar as fontes de pesquisa e a data de acesso de cada uma.

84% da população brasileira, fato que promove cada vez mais a importância da mobilidade nas cidades. São milhões de pessoas que usam ônibus, vans, trem ou metrô para se deslocar, seja para trabalhar, estudar ou se divertir.

A eficiência do transporte público afeta diretamente à qualidade de vida das pessoas. Agora, você e seu grupo vão pesquisar os trajetos e as condições do transporte público de sua cidade.

[Imagem]

**Justificativa**

O transporte público é questão de enorme importância para os cidadãos, interfere na vida de todos e interpõe-se com outras questões fundamentais, como a saúde, a educação e o trabalho.

**Objetivo**

Estudar a rede de transporte público de seu município, levando em consideração trajetos, dados gerais, sua disponibilidade, organização do espaço geográfico, preços e estado de conservação.

**Apresentação**

Exposição oral com base em painéis ilustrados contendo mapas, gráficos e tabelas estatísticas e legendas explicativas.

**Questões para pensar em grupo**

1. Quais são os meios de transporte público mais usados em sua cidade? Existe uma rede estruturada em seu município? Que órgão responsável por ela? Há ciclovia na cidade?
2. É possível abordar na exposição todas as questões que vocês consideram importantes: preços, trânsito, trajetos, condições dos veículos, higiene, lotação etc. Quais devem ser priorizadas?

**MOBILIDADE URBANA**

Segundo o Censo de 2010, feito pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a população urbana corresponde a mais de

- trânsito, trajetos, condições dos veículos, higiene, lotação etc. Quais devem ser priorizadas?
3. Como expor os dados pesquisados, de modo organizado e eficiente, com ajuda de gráficos, tabelas, mapas e traçados derrotas dos vários tipos de transporte?
  4. É possível apresentar proposta de melhoria para o transporte público de seu município?

#### **Organização do trabalho**

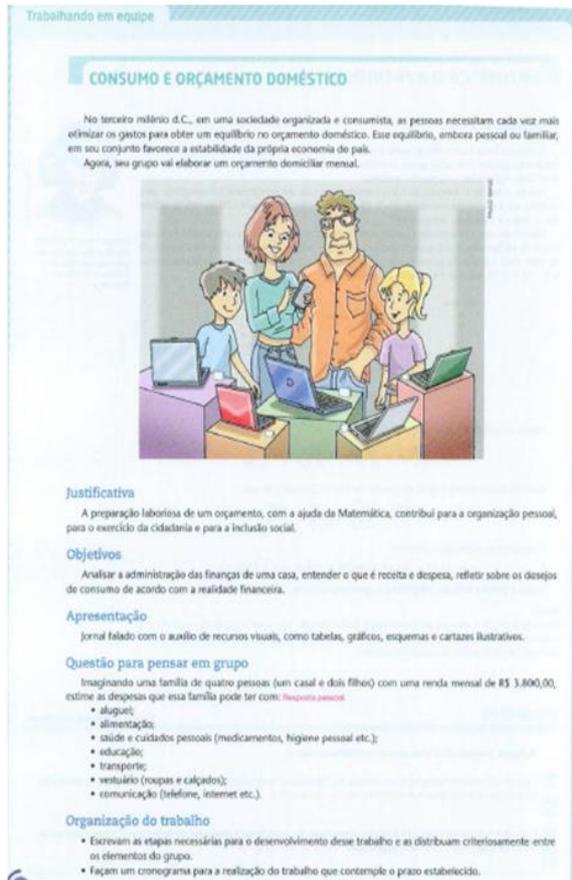
- Escrevam as etapas necessárias para o desenvolvimento desse trabalho e as distribuam entre os elementos do grupo.
- Façam um cronograma para a realização do trabalho que contemple o prazo estabelecido para ele.
- Não se esqueçam de indicar as fontes de pesquisa e a data de acesso de cada uma.

Fonte: Paiva (2016, v.3, p.139).

Se tratando da temática mobilidade urbana, o cidadão é aquele que faz uso do transporte público, como o excerto anterior menciona, sendo muito importante o transporte público na vida dos cidadãos. Juntamente com isso, o estudante continua sendo fiscal do Estado, para fiscalizar a situação dos meios de transporte de seu município, e buscar melhorias para o transporte de seu município.

A coleção de Souza (2016) apresenta maneiras de diminuir os congestionamentos nas vias públicas, para isso, o cidadão deve fazer uso dos transportes públicos, dividir carro com os colegas de trabalho, ou mesmo ir de bicicleta, para evitar de chegar atrasado no trabalho, que caso isso aconteça a economia do país terá prejuízos pelo seu atraso.

Figura 5: Cuidado com as finanças



### CONSUMO E ORÇAMENTO DOMÉSTICO

No terceiro milênio d.C., em uma sociedade organizada e consumista, as pessoas necessitam cada vez mais otimizar os gastos para obter um equilíbrio no orçamento doméstico. Esse equilíbrio, embora pessoal ou familiar, em seu conjunto favorece a estabilidade da própria economia do país.

Agora, seu grupo vai elaborar um orçamento domiciliar mensal.

[Imagem]

#### Justificativa

A preparação laboriosa de um orçamento, com a ajuda da Matemática, contribui para a organização pessoal, para o exercício da cidadania e para a inclusão social.

#### Objetivos

Analisar a administração das finanças de uma casa, entender o que é receita e despesa, refletir sobre os desejos de consumo de acordo com a realidade financeira.

#### Apresentação

Jornal falado com auxílio de recursos visuais, como tabelas, gráficos, esquemas e cartazes ilustrativos.

#### Questões para pensar em grupo

Imaginando uma família de 4 pessoas (um casal e dois filhos) com uma renda mensal de R\$ 3 800,00, estime as despesas que esta família pode ter com:

- aluguel;
- alimentação;
- saúde e cuidados pessoais (medicamentos, higiene pessoal etc.);
- educação;
- transporte;
- vestuário (roupas e calçados);
- comunicação (telefone, internet etc.).

#### Organização do trabalho

- Escrevam as etapas necessárias para o desenvolvimento deste trabalho e a distribuição criteriosamente entre os elementos do grupo
- Faça um cronograma para realização do trabalho que contemple o prazo estabelecido.

Fonte: Paiva (2016, v.1, p.64).

Os cuidados com as finanças aparecem como meio de culpar o cidadão pela administração do seu dinheiro. Também há o argumento que, se não forem bem administradas, a economia doméstica pode repercutir na economia do país. Além disso, Souza (2016), em seus excertos, apresenta que, ao pagar seus impostos, a pessoa está exercendo seu papel de cidadão na sociedade. Também indica mecanismos para saber se um cidadão é consciente ou consumidor, apresentando maneiras de comprar e economizar.

## CONSIDERAÇÕES

Este trabalho teve por objetivo apresentar como a formação para a cidadania/formação cidadã está sendo apresentada nos livros didáticos de matemática do ensino médio aprovados pelo PNLD de 2018, movimentando o conceito de governamentalidade. Nosso material de análise foram os livros didáticos de matemática do ensino médio nas seções específicas de formação para a cidadania.

Dentro dessas seções, observamos vários temas recorrentes, como, saúde, meio ambiente, mobilidade urbana e finanças, que motivaram a realização das nossas análises temáticas. Com as análises, podemos concluir que o cidadão desejável, nos livros didáticos de matemática do ensino médio aprovados pelo PNLD de 2018, é o cidadão que cuida da sua saúde, que pratica exercícios físicos regularmente, que não faz uso de derivados do tabaco e álcool, aquele que cuida do meio ambiente na coleta seletiva separando o lixo produzido, que fiscaliza seu município, que faz uso de transportes coletivos a fim de evitar congestionamentos, por fim aquele que administra bem as suas finanças.

Para finalizar que os livros didáticos de matemática do ensino médio aprovados pelo PNLD de 2018 analisados, apresentam em suas seções de formação para a cidadania/formação cidadã modos/maneiras de se comportar, e são essas maneiras utilizadas para conduzir a conduta dos cidadãos, podemos considerar como um manual que dita regras aos estudantes de como se comportar dentro da sociedade e por consequência ser um cidadão, ou seja, esses modos de ser/agir apresentados nos livros didáticos de matemática são utilizados como um mecanismo para governar e conduzir a conduta dos cidadãos.

## Agradecimentos

Agradeço a CAPES- Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo financiamento da minha pesquisa.

## Referências

BALESTRI, R. **Matemática**: interação e tecnologia. 2. ed. São Paulo: Leya, 2016.

Brasil. Ministério da educação. **PNLD 2018: matemática** – guia de livros didáticos – Ensino Médio/ Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica – SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2017. 122 p. Disponível em: <<http://www.fnde.gov.br/pnld-2018/>>. Acesso dia 15/05/2018.

CHAVANTE, E.; PRESTES, D. **Quadrante** – Matemática. 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2016.

DANTE, L. R. **MATEMÁTICA** – Contexto & Aplicações. 3. ed. São Paulo: Ática. 2016.

FOUCAULT, M. **Nascimento da Biopolítica: Curso dado no Collège de France (1978-1979)**. Sao Paulo: Martins Fontes, 2008.

IEZZI, G.; DEGENSZAJN, D.; ALMEIDA, N. de; DOLCE, O.; PÉRIGO, R. **Matemática: Ciência e Aplicações**. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

LEONARDO, F. M. de. **Conexões com a Matemática**. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2016.

PAIVA, M. **Matemática** – Paiva. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2016. Obra em 3 v.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Matemática para Compreender o Mundo**. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

SOUZA, J. R. de; GARCIA, J. da. S. R. **#Contato matemática**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2016.

SOUZA, R. R. **Formação Cidadã: o que apontam os Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio**. 2020. 110 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Matemática. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2020.



**Capítulo 5**  
**MODELAGEM CRÍTICA EM**  
**TEMPOS DE COVID-19**  
**Aldo Peres Campos e Lopes**

## MODELAGEM CRÍTICA EM TEMPOS DE COVID-19

**Aldo Peres Campos e Lopes**

*Professor da Universidade Federal de Itajubá*

### Resumo

Esta pesquisa tem por objetivo analisar as possibilidades para o aprendizado e o desenrolar das discussões (críticas) que ocorrem entre alunos de uma universidade federal, matriculados na disciplina *Equações Diferenciais* quando desenvolvem atividades de Modelagem Matemática – ocorridas durante uma crise mundial de saúde pública, a pandemia da COVID-19 em 2020. Mesmo diante de circunstâncias não previstas, a atividade de modelagem foi realizada com alguns ajustes. A questão de investigação do trabalho foi: *como as atividades de Modelagem Matemática (com equações diferenciais) podem contribuir para o ensino remoto de alunos de Engenharia?* Foi adotada uma abordagem qualitativa ao realizar a produção de dados, por meio da observação dos grupos, questionários e fóruns de discussão — além da modelagem. A análise dos dados possibilitou afirmar que as atividades conduzidas apresentaram oportunidades de motivação, exploração do conteúdo e de uma interpretação crítica da realidade. Mesmo diante das dificuldades de alguns (como acesso à internet e problemas pessoais), a atividade por meio do ensino remoto foi um meio de apresentar aplicações, promover interesse e solidificar a parte teórica do conteúdo abordado.

**Palavras-chave:** ensino remoto; equações diferenciais; ensino superior; modelagem matemática; criticidade.

### Abstract

This research aims to analyze the possibilities for learning and development of the critical discussions that take place among students from a federal university, enrolled in the Differential Equations discipline, when developing Mathematical Modeling activities – which occurred during a global public health crisis, the COVID-19 pandemic in 2020. Of unforeseen circumstances, the modeling activity was carried out, with some adjustments. The research question of the work was: *how can Mathematical Modeling activities (with differential equations) contribute to the remote teaching of Engineering students?* A qualitative approach was adopted when producing data, through observation of groups, questionnaires, and discussion forums — in addition to modeling. Data analysis made it possible to state that the activities carried out presented opportunities for motivation, content exploration and a critical interpretation of reality. Even in the face of the difficulties of some (such as access to the internet and personal problems), the activity through remote learning was a way to present applications, promote interest and solidify the theoretical part of the content covered.

**Keywords:** remote teaching; differential equations; higher education; mathematical modeling; criticality.

## 1. Introdução

Para dar prosseguimento a um projeto de pesquisa em uma época em que um imprevisto como uma pandemia<sup>8</sup> vem à tona, é natural nos perguntarmos: *como dar continuidade aos trabalhos diante da necessidade de isolamento social visando à saúde pública?*

Responder a essa pergunta, dentre diversas diante da imprevisibilidade que o cenário nos coloca, exige um preparo, não somente teórico, mas também prático e técnico, para lidar com as ferramentas tecnológicas disponíveis.

Apresentamos aqui os direcionamentos (e redirecionamentos) e parte dos resultados de uma pesquisa realizada no primeiro semestre de 2020. A pesquisa envolveu alunos de cursos de engenharia de uma universidade federal. Os estudantes envolvidos eram dos cursos de: Engenharia Ambiental, Engenharia da Computação, Engenharia de Controle e Automação, Engenharia de Materiais, Engenharia de Mobilidade, Engenharia de Produção, Engenharia de Saúde e Segurança, Engenharia Elétrica e Engenharia Mecânica. Apesar de várias pesquisas analisarem o ensino de Cálculo (LOPES 2018, 2019), é notório que há poucas pesquisas que investigam o ensino da disciplina Equações Diferenciais (LOPES, 2021).

A pergunta norteadora foi: *como as atividades de Modelagem Matemática (com equações diferenciais) podem contribuir para o ensino remoto de alunos de Engenharia?*

Em relação ao ensino remoto, estamos nos referindo ao sistema de ensino adotado pela universidade. Todas as atividades desenvolvidas foram feitas usando ferramentas tecnológicas. Por exemplo, foi usado uma plataforma na internet para os alunos poderem realizar tarefas, exercícios, colocar suas dúvidas e para fazer encontros por videoconferência. Inclusive a condução da atividade de modelagem foi feita à distância.

Um dos pontos de partida para o entendimento de modelagem é o modelo. O vocábulo *modelo* se evidencia com distintos significados. Numa investigação inicial,

---

<sup>8</sup> Referimo-nos à pandemia causada pelo novo coronavírus, que teve uma propagação em todo o mundo, em 2020. A doença causada por esse coronavírus, a COVID-19, é contagiosa e, por causa disso, as aulas em escolas e universidades foram encerradas, e mais de 90% dos estudantes foram afetados (UNESCO, 2020).

constatamos que o modelo pode ser elaborado de diferentes maneiras e modos, podendo abranger uma diversidade de linguagens matemáticas. Há também uma preocupação quanto ao uso dos símbolos matemáticos ou a aplicação de conceitos matemáticos.

No entendimento de Biembengut e Hein (2007, p. 12), o modelo é entendido como “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real”. Eles realçam que o modelo pode caracterizar a realidade do cenário que se pesquisa, ainda que de maneira simplificada, pelas estimativas feitas. A produção de um modelo é realizada, geralmente, em grupos e, desde o início, contém uma discussão crítica a respeito do modelo a se realizar. Essa discussão pode ser direcionada, por exemplo, para o viés da educação matemática crítica.

Para obtermos uma possível contribuição crítica durante todo o processo de modelagem, vamos nos apoiar nos pressupostos da educação matemática crítica.

Um dos precursores da *Educação Matemática Crítica* (EMC) é o pesquisador e educador matemático dinamarquês Ole Skovsmose. A produção científica gerada por ele nos ajuda a entender mais adequadamente como a Matemática acadêmica pode possibilitar uma educação associada à democracia, proporcionando igualdade e sendo mais justa. Podemos destacar, nos trabalhos de Skovsmose, noções fundamentais e alguns conceitos por ele desenvolvidos (entre outros autores), como por exemplo de democracia, que são importantes neste trabalho.

Por fim, no que se refere à afinidade e às conexões possíveis entre a Modelagem Matemática e a EMC, Araújo (2009, p. 55) salienta que a matemática é uma ferramenta de suporte para a modelagem, feita de modo que “promova a participação crítica dos estudantes/cidadãos na sociedade, discutindo questões políticas, econômicas, ambientais”.

Apresentamos aqui alguns dos resultados da pesquisa realizada no primeiro semestre de 2020<sup>9</sup>. No cenário da pandemia e frente às dificuldades que o Brasil já enfrentava, emergiram diversas outras situações políticas, econômicas e sociais devido à crise de saúde pública global. Se por um lado isso dificultou a realização

---

<sup>9</sup> O trabalho que aqui mostramos foi apresentado no XIV Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática – SESEMAT e consta nos anais do evento. Informações deste evento e seus anais podem ser encontrados em <[XIV SESEMAT 2020 – SESEMAT – Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática \(wordpress.com\)](#)>. (acesso em 02 de outubro de 2021)

desta pesquisa como planejado previamente, por outro, o cenário proporcionou que a discussão crítica dos modelos produzidos pelos estudantes avançasse.

## 2. Educação Matemática Crítica

A fim de vincular a Educação Crítica à Educação Matemática, Skovsmose aponta uma aproximação entre a noção de democracia e Educação Matemática, enfatizando a vicissitude democrática numa sociedade fortemente tecnológica, sob o viés basilar da Educação Crítica. A Educação Crítica possui grande influência nas Ciências Humanas e Sociais, por outro lado, a atuação em assuntos técnicos é diminuta (SKOVSMOSE, 2001). A ideia da Educação Crítica consiste em explicar o currículo e a educação como dispositivo regimental; e se a reflexão das estruturas normativas curriculares, sob enfoque sociológico, é realizada na prática, a Educação Crítica deve ser incorporada, portanto, nas Ciências Exatas e na Educação Matemática (LOPES, 2020).

Skovsmose (2001) relaciona Educação Matemática e democracia por duas razões. A primeira razão, de ordem social da democratização, busca alternativa para a “construção e o aperfeiçoamento de instituições democráticas e capacidades democráticas na sociedade, melhorando o conteúdo da educação” (SKOVSMOSE, 2001, p. 39). A Matemática possui uma vasta área de aplicações ainda pouco exploradas, que formata a sociedade e pode auxiliar no exercício da cidadania. Para isso, implica um entendimento das suas aplicações e usos.

A segunda razão, o argumento pedagógico da democratização, pondera o método educacional “entre os muros da educação” e o argumento social examina “fora dos muros da educação” (GODOY, 2011, p. 156). Segundo Skovsmose (2001), o argumento pedagógico também é formado por três argumentos, salientando que o percurso da socialização da Educação Matemática caminha em sentido contrário ao descrito nos currículos.

O primeiro argumento diz que os estudantes, ao longo do percurso escolar e acadêmico, passam a ter proximidade e convívio com situações relacionadas ao currículo estabelecido, o oficial, e às tradições das práticas escolares. O segundo argumento pondera que a Educação Matemática tem um currículo escondido. Por exemplo, frequentemente é convencionado que a “Educação Matemática tem funções importantes em relação ao desenvolvimento epistemológico geral dos

estudantes” (SKOVSMOSE, 2001, p. 45). Por diversas vezes, é destacado que os estudos matemáticos auxiliam nas habilidades de resolução de problemas lógicos. Entretanto, “os rituais da Educação Matemática vão em outra direção” (SKOVSMOSE, 2001, p. 45). O último argumento salienta que, para um inteiro exercício da cidadania, é necessário haver não somente as tradições democráticas institucionais, mas também ações estabelecidas individualmente, o que o pesquisador denominou de ações democráticas de “nível macro” e de “nível micro” (SKOVSMOSE, 2001, p. 46).

### 3. A Educação no Ensino Superior

Um dos motivos para os debates a respeito do Ensino Superior no Brasil tem sido o baixo rendimento dos estudantes em várias áreas, em particular disciplinas da Matemática (ZAKARIA, SALLEH, 2015). Assim, professores e pesquisadores procuram modos de contribuir para a melhora dessa situação. De acordo com Polydoro (2000), “esse tema configura-se como preocupação das universidades públicas e do MEC, desde 1972” (POLYDORO, 2000, p. 45). Essa situação atinge várias partes do mundo (ROBERT, SPEER, 2002).

Barufi (1999) apresenta em sua tese de doutorado alguns dados da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral da Universidade de São Paulo (USP). Ele menciona que, entre os anos 1990 e 1995, o percentual de reprovação oscilou entre 20% e 75%. Tais dados foram considerados alarmantes, visto que o problema já vem ocorrendo há mais de 15 anos. Rezende (2003) mostra um dado mais preocupante. Na Universidade Federal Fluminense (UFF), o percentual de reprovação na disciplina *Cálculo Diferencial e Integral*, entre os anos 1996 e 2000, oscilou entre 45% e 95%. Dessa forma, vemos que, em alguns anos, quase todos os alunos foram reprovados na disciplina. Alguns desses obstáculos estão nas falhas anteriores ao ensino de Cálculo, relativos aos pré-requisitos necessários para compreender os conceitos envolvidos (REZENDE, 2003, p. 324).

Como uma sequência e continuação do Cálculo Diferencial e Integral, as Equações Diferenciais são apresentadas aos alunos. Entendemos aqui as Equações Diferenciais como um tema/conteúdo componente do Cálculo Diferencial e Integral, mesmo que em alguns currículos estejam na ementa de disciplinas de Cálculo (usualmente, Cálculo II, III ou IV) e, em outros quadros, encontram-se em disciplinas

específicas como Equações Diferenciais (ED, ou EDO – Equações Diferenciais Ordinárias).

Foquemos nossa atenção agora nas equações diferenciais. Muitos fenômenos podem ser modelados, tais como: físicos, químicos, biológicos e até mesmo sociais. A fim de equacionar um modelo, é necessário o uso de um ferramental matemático, podendo variar desde a matemática básica até um conjunto de equações com centenas de incógnitas. Diversos fenômenos são matematizados por meio de equações diferenciais, ou seja, podem ser apresentados matematicamente e interpretados ou analisados por meio da manipulação de equações e resultados.

É importante entender a natureza e as particularidades do cenário de onde se origina a Equação Diferencial. Utilizar as técnicas de solução e, na hipótese de a equação diferencial não apresentar uma solução explícita, usar métodos numéricos para um estudo qualitativo, obtendo, então, informações sobre as características da função solução, podendo, então, compreender o problema modelado.

Oliveira e Iglioni (2013) avaliaram pesquisas na área de Educação Matemática, que tratam do ensino e aprendizagem de Equações Diferenciais, mediante uma sondagem bibliográfica, entre os anos de 2000 e 2011, sobre pesquisas que tratam do ensino e aprendizagem de Equações Diferenciais. Para isso, consultaram o banco de teses da CAPES, sítios de programas de Pós-Graduação (sendo três franceses), três revistas científicas nacionais e três anais de eventos da área. Elas averiguaram que o ensino das Equações Diferenciais focaliza as resoluções analíticas e as operações algébricas relacionadas. As pesquisas avaliadas destacam que os estudantes apresentam dificuldades relacionadas a conteúdos anteriores (seja da matemática básica ou do cálculo) e, por isso, o entendimento fica afetado, embaraçando aplicações em situações-problema. Para amenizar tais problemas, os trabalhos analisados apontaram para a importância de um ensino em uma perspectiva qualitativa, de uma maneira contextualizada, usando situações-problema e relacionadas com a futura vida profissional dos estudantes (OLIVEIRA, IGLIONI, 2013). Outras pesquisas contribuíram para o avanço do estudo quanto ao tema.

A tese de doutorado de Dullius (2009) abordou o ensino e aprendizagem das ED. Ela também recomenda o enfoque em situações-problema contextualizadas.

A dissertação de mestrado de Ferreira (2010) teve como finalidade investigar como a Modelagem Matemática, na introdução ao estudo de Equações Diferenciais em um curso de Engenharia, é capaz de relacionar a Matemática com o mundo real e implicar em atitudes. Segundo o pesquisador, por meio da modelagem, os estudantes conseguiram construir o próprio conhecimento, apresentando uma compreensão quanto ao que manipulavam.

A tese de doutorado de Fecchio (2011) teve como propósito averiguar o uso da Modelagem Matemática associada à Interdisciplinaridade e à Teoria das Situações Didáticas, sendo um instrumento propício à aprendizagem para alunos de engenharia. A Modelagem e a Interdisciplinaridade foram propícias para a pesquisa, pois proporcionaram ao estudante um elo entre o conhecimento e as habilidades de seu cotidiano. Por meio da análise dos dados, as atividades interdisciplinares tiveram pontos positivos, pelo fato de indicarem circunstâncias novas de motivação, com a rota do conteúdo até o resultado sendo viável aos estudantes de Engenharia. Na conclusão, o autor contesta a habitual forma de primeiro se explicar o conteúdo focado no manuseio técnico por meio de algoritmos, para depois passar para as aplicações interdisciplinares.

Os trabalhos citados mostram, portanto, uma alternativa possível para o ensino das Equações Diferenciais e apresentam algumas das dificuldades dos alunos. Diante disso, usamos em nossa pesquisa a Modelagem Matemática. O objetivo foi trazer uma alternativa para o ensino das Equações Diferenciais, sabendo que, mesmo assim, os alunos poderiam apresentar dificuldades (as mesmas de um ensino tradicional ou outras). Além disso, escolhemos problemas reais que possam trazer interesse e motivar os alunos. Assim, passamos a seguir, a expor nosso entendimento na produção de um modelo matemático.

#### **4. Modelagem Matemática**

A Modelagem também pode ser utilizada como uma estratégia de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, Barbosa (2004) argumenta a favor da Modelagem Matemática no ensino como meio de motivação, facilitadora da aprendizagem, como incentivo para o uso da Matemática em outras áreas, além da contribuição para o desenvolvimento de habilidades de instigação e a compreensão da função sociocultural da Matemática.

No tocante a concepção de Modelagem Matemática, sublinhamos a perspectiva de Javaroni (2007) ao afirmar que quando:

[...] me refiro à Modelagem Matemática, estou seguindo a concepção de 'Modelagem Matemática e Aplicação', definida como 'o processo que leva de uma situação problema a um modelo matemático é chamado modelagem matemática'. E 'uma situação do mundo real que pode ser atacada por meio da matemática é chamada uma aplicação matemática'. (JAVARONI, 2007, p. 30)

Essa forma em que Javaroni (2007) se refere à Modelagem Matemática é como também vemos a Modelagem. É uma forma sucinta de descrevê-la, mas que mostra os caminhos iniciais da atividade de modelagem que desenvolvemos (conforme apresentaremos a seguir). O ponto de partida é o problema real.

Usar a matemática para resolver problemas reais, por meio da modelagem, é uma forma de aplicação. Na literatura nacional há uma variedade de descrições de palavras como 'aplicação' e 'modelagem'. Desse modo, é relevante que o pesquisador, ao utilizar da Modelagem Matemática, esclareça o que interpreta desse assunto (ARAÚJO, 2002). Há alguns tipos de modelagem, como a sócio-crítica e a etno-modelagem, entre outras, que não são o foco deste artigo.

Alguns autores produzem esquemas que apresentam o método de criação de modelos (BIEMBENGUT, 2016). Esses esquemas resumem os tópicos fundamentais em um processo de Modelagem Matemática. Além disso, é importante estar ciente que meramente seguir um padrão não irá produzir um modelo apropriado que solucione o problema em estudo. Portanto, fazer uso da Modelagem não é somente seguir uma sequência de esquemas, pelo fato de tais esquemas mostrarem pouco das perspectivas de Modelagem adotadas (ARAÚJO, 2002).

A Modelagem Matemática viabiliza transformações em um ambiente de ensino de Matemática. Também, numa sala de aula, a Modelagem Matemática sofre mudanças. Como um método científico, a Modelagem foi empregada neste trabalho como instrumento de pesquisa (BASSANEZI, 2002) com a expectativa de tornar-se um recurso capaz de entender a realidade e viabilizar um diálogo entre pesquisadores. Seguimos as etapas de Modelagem traçadas por Bassanezi (2002): experimentação, abstração, resolução, validação, modificação e aplicação. Para uma efetivação dessas etapas, usaremos dez passos, que apresentaremos a seguir.

## 5. Metodologia

Nossa pesquisa, de cunho qualitativo, foi efetuada ao longo do 1º semestre letivo de 2020, mais precisamente, no último mês das aulas, com alunos da disciplina *Equações Diferenciais I*, ministrada pelo pesquisador que integra a estrutura curricular do 3º período dos cursos de engenharia oferecidos pela universidade.

Nesta pesquisa, alguns ajustes foram feitos a fim de adequarmos às circunstâncias não previstas no planejamento: aulas remotas devido à pandemia e uso de alguns recursos tecnológicos. Alguns desses recursos, que seriam usados, como de fato foi, para a resolução de exercícios, estavam previstos. Por outro lado, o uso de ferramentas tecnológicas para uma videoconferência e a realização à distância de toda a atividade de modelagem não estavam previstos.

As aulas iniciaram em março de 2020, no primeiro dia útil. Assim, houve duas semanas de aulas presenciais. Porém, na terceira semana, a universidade começou a paralisação de todas as suas atividades. Na primeira semana de abril, as atividades didáticas foram restabelecidas de forma remota, no sistema denominado Regime de Tratamento Excepcional (RTE).

As aulas e as atividades da disciplina *Equações Diferenciais* ocorreram normalmente, conforme planejado. Os ajustes foram feitos para que as aulas fossem dadas via videoconferências, no mesmo dia e horário programado para a disciplina. Os encontros ocorreram com o auxílio da ferramenta *Meet* (ou *Hangouts*) da empresa Google. Exercícios avaliativos foram feitos na plataforma *Moodle*<sup>10</sup>. As atividades de modelagem foram conduzidas por meio dessa plataforma, juntamente com os encontros por videoconferência.

No final do semestre, durante o mês de junho de 2020, foram realizadas as atividades programadas de modelagem. O primeiro encontro foi realizado com o intuito de explicar alguns itens para incentivar e motivar os alunos a realizarem a atividade de modelagem. Com auxílio de uma apresentação em *slides* no *software PowerPoint*, mostramos um pouco da história da educação matemática, especificamente envolvendo aplicação da matemática e a modelagem matemática no Brasil. Também, mostramos a importância de uma discussão crítica durante todo

---

<sup>10</sup> O Moodle (*Modular Object Oriented Distance Learning Environment*) é um sistema de administração de atividades educacionais que possibilita a criação e condução de cursos pela internet.

o processo de modelagem, algo que não deve ser feito apenas no final, ao obter o modelo. Finalizamos mostrando o que é uma modelagem envolvendo equações diferenciais e apresentamos alguns modelos produzidos. Foram realizados 10 encontros com os alunos. Os encontros em que envolveram a atividade de modelagem foram gravados.

Os encontros das atividades de modelagem foram realizados via videoconferência. As atividades de modelagem que foram desenvolvidas abrangeram 20 grupos, variando de 4 a 6 componentes cada um. Das duas turmas envolvidas, uma tinha 11 grupos e a outra, 9. Os grupos foram incentivados a se interagir fora dos horários estabelecidos para a disciplina. Alguns grupos deram um retorno positivo, dizendo que conseguiram se reunir para realizar a atividade.

O segundo encontro realizado teve o objetivo de explicar em detalhes como os alunos deveriam conduzir a atividade de modelagem. Quando falamos em “atividade de modelagem”, nos referimos a duas etapas (ou dois blocos) de atividades. A primeira etapa envolveu equações diferenciais de primeira ordem e a segunda etapa envolveu equações diferenciais de segunda ordem. Cada grupo fez uma atividade da primeira etapa e uma outra da segunda. Dessa forma, cada grupo fez um total de 2 atividades de modelagem. Os temas das atividades de Modelagem Matemática foram:

1ª Etapa: 1A) Álcool x risco de acidentes

1B) Modelando a dieta

2ª Etapa: 2A) Comportamento de um consumidor

2B) Modelando como se propaga uma epidemia

Esses temas foram escolhidos pelo professor pesquisador como possibilidade de trabalho em atividades de modelagem para auxiliar nas discussões críticas. Assim sendo, espera-se uma maior aproximação com a parte teórica da educação matemática crítica. Cada grupo escolheu um tema de cada etapa.

Os demais encontros foram realizados para auxiliar os grupos na condução da atividade de modelagem. Além disso, para cada tema, foi reservado um dia para a apresentação dos grupos.

Para a condução das atividades de Modelagem, fizemos uma adequação dos 8 passos para aplicações de EDO em fenômenos físicos pormenorizados no livro de

autoria do professor João Bosco Laudares, da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC Minas), e outros (LAUDARES et al, 2017, p. 98). E assim estabelecemos os subsequentes passos didáticos para a condução da modelagem:

Passo 1: Matematização da Lei Física

Passo 2: Resolução da Equação Diferencial do modelo

Passo 3: Condições iniciais ou de contorno

Passo 4: Substituição das constantes dadas

Passo 5: Cálculos solicitados nos problemas (explicita o que se pede)

Passo 6: Modelo matemático do fenômeno (equação encontrada)

Passo 7: Modelo dos gráficos do fenômeno

Passo 8: Descrição sintética do fenômeno

Passo 9: Análise da equação do modelo

Passo 10: Análise crítica do modelo

Por causa das características de cada problema da atividade de Modelagem Matemática, alguns ajustes foram feitos. Durante a confecção de cada atividade, alguns dos passos acima foram subdivididos, pelo professor pesquisador, em alguns subitens, a fim de favorecer a compreensão e a resolução. Os dois últimos passos estão relacionados à percepção crítica dos estudantes perante ao modelo criado pelo grupo. Cada grupo entregou uma resolução de cada passo acima por meio do Moodle. Ademais, cada grupo realizou uma apresentação oral, contendo pontos principais do modelo em análise. As apresentações dos estudantes, dos trabalhos de modelagem, foram realizadas ao vivo e também alguns grupos preferiram fazer uma gravação antecipada para evitarem possíveis falhas técnicas no momento da apresentação. Essas gravações foram enviadas com antecedência ao professor e apresentadas à turma no dia programado para as apresentações.

O diário de campo foi preparado e feito dentro das circunstâncias novas de trabalho e consistiu nos registros pessoais de fatos ocorridos nas aulas e, principalmente, durante a realização das atividades de Modelagem Matemática. Também pormenorizamos no diário de campo, nossas percepções relativas aos alunos, como o comprometimento ao longo de todo o trabalho envolvendo a Modelagem.

Foi empregado um questionário após a realização das atividades, tendo como objetivo verificar a criticidade dos alunos em relação ao exercício realizado. As perguntas permitiram a expressão escrita dos alunos quanto a aspectos críticos de cada modelo, além do que acharam das atividades desenvolvidas.

Os dados obtidos, em um primeiro momento, aparentaram não sofrer grandes prejuízos. As atividades foram desenvolvidas e entregues por cada grupo, assim como seria numa aula presencial. Também, os grupos fizeram apresentações orais, tal como programado para ser feito. O que mudou foi a maneira como essas atividades foram feitas. Entretanto, notamos um ponto importante. Por estar distante fisicamente dos alunos, e por não se reunirem em uma sala de aula tradicional, alguns questionamentos ficam. *Qual seria a reação deles em uma sala de aula física? Todos os alunos de fato participaram? Cada um do grupo interagiu, ou apenas alguns?* Esses são alguns dos diversos questionamentos que surgiram. Alguns poucos alunos relataram a não participação de colegas ou dificuldades de manter contato. Algumas das discussões entre os grupos puderam ser vistas nos encontros das atividades. Porém, essas discussões foram de poucos grupos, na maioria das vezes sendo o mesmo grupo. Um outro aspecto difícil de perceber à distância, para não dizer impossível, são as expressões faciais, corporais, entre outros aspectos da linguagem não-verbal que pode revelar o interesse do aluno, o engajamento com o grupo, entre outros aspectos.

Notamos alguns pontos durante o semestre, não somente durante as atividades de modelagem. Alguns alunos relataram ter uma adaptação rápida ao novo sistema adotado pela universidade, o RTE. Disseram render mais em seus estudos e conseguir acompanhar bem a disciplina. Por outro lado, alguns poucos alunos não conseguiram assimilar o curso por não terem acesso à internet, os quais decidiram trancar o semestre. Em contrapartida, alguns dos alunos que continuaram a cursar a disciplina relataram dificuldades com a internet, entre outros obstáculos técnicos. Ainda houve casos em que alguns mencionaram ter contratempos para acompanhar a disciplina devido a problemas familiares.

## 6. Resultados

De acordo com a pesquisa bibliográfica realizada e brevemente apresentada anteriormente, cogitamos algumas possibilidades (ALVES, 2008, p. 78; JAVARONI, 2007, p. 171; OLIVEIRA, IGLIORI, 2013). Os dados e os relatos dos alunos parecem

apontar que o ensino por meio da Modelagem Matemática de aplicações de fenômenos com Equações Diferenciais Ordinárias traz um benefício didático e possibilita discussões críticas. Os alunos que estavam fazendo a disciplina pela segunda vez relataram compreender melhor o conteúdo e se sentiram motivados a aprender.

Entretanto, apesar de os grupos apresentarem uma boa motivação ao realizarem as atividades de Modelagem, diversos grupos apresentaram dificuldades matemáticas durante a resolução das equações definidoras dos modelos e, principalmente, na elaboração e interpretação dos gráficos. Algumas dessas dificuldades estavam relacionadas ao Cálculo Diferencial e Integral ou à Matemática Básica. A apresentação de cada grupo, em geral, foi satisfatória, no sentido que mostraram uma compreensão geral do fenômeno envolvido e suas principais características, apesar de alguns erros matemáticos.

As atividades continham uma parte de análise crítica do modelo e discussões a serem feitas em grupo – conforme explanado anteriormente. Nessa etapa, uma outra dificuldade apresentada foi a análise interpretativa crítica que os estudantes não estão acostumados em disciplinas de Matemática.

Em disciplinas da Matemática, não é costumeiro para o estudante fazer uso da Modelagem ou ver aplicações que estejam relacionadas à própria vida. A regra é: o professor “passa” o conteúdo, ou seja, os detalhes técnicos e manipulações algébricas, cabendo ao aluno compreender os dizeres do professor e depois fazer uma sequência de exercícios técnicos repetitivos. Numa disciplina de matemática, como em Equações Diferenciais, não há como escapar das tecnicidades. Não julgamos que isso seja um fator negativo em si, mas vemos com bons olhos a introdução de aplicações em pelo menos alguns momentos do curso.

Uma análise preliminar dos dados das atividades realizadas pelos grupos apresentou algumas particularidades. A atividade de modelagem não se efetuou apenas por uma modelagem estrita, no sentido de apenas conter um desenvolvimento matemático. Alguns grupos obtiveram modelos diferentes dentro da mesma temática, mas a maioria deles obteve modelos semelhantes. Por outro lado, houve uma interpretação do modelo, desde sua forma equacionada até os gráficos.

Além disso, da parte matemática, os alunos se expressaram em suas visões críticas a respeito do modelo desenvolvido e obtido. Percebemos que as discussões

críticas estiveram presentes no início da atividade (passo 1) e no final (passos 8 ao 10). No desenvolvimento da atividade (passos 2 ao 7), os alunos mostraram uma preocupação com detalhes matemáticos, não tecendo discussões críticas. Na etapa final do processo de resolução da atividade (passos 8 ao 10), o estudante teve a oportunidade de aprender a elaborar uma síntese e detalhar em linguagem própria sem o uso da simbologia matemática.

Das respostas obtidas pelo questionário podemos citar alguns pontos positivos, por exemplo: a conexão entre teoria e prática por meio da atividade de Modelagem; a dinâmica gerada pelas discussões foi relevante para o aprendizado do conteúdo, as equações diferenciais; a possibilidade de seguir um passo a passo na realização da Modelagem que interligou a teoria e prática, promovendo uma discussão crítica.

Sobre a atividade de modelagem, uma aluna relatou, após a realização da atividade de modelagem: “Foi bacana e foi meu primeiro contato com uma disciplina desse jeito. Dá para agregar mais conteúdo”.

Muitos alunos nunca tiveram contato com a Modelagem Matemática e relataram dificuldades ao realizar alguns dos passos envolvidos, principalmente a construção e interpretação de gráficos. Possivelmente tais motivos estão relacionados ao fato de estarem acostumados ao ensino fragmentado, em uma linguagem técnica sem vínculo com problemas da vida real.

Percebemos que um ensino de Equações Diferenciais por meio da Modelagem Matemática pode trazer resultados positivos. Tais resultados podem estar ligados com a motivação e interesse dos alunos e, assim, um maior engajamento. Entretanto, devido à demanda de tempo, a modelagem pode não ser a melhor alternativa se o objetivo for cumprir um currículo com diversos conteúdos.

## 7. Considerações Finais

Apesar de a pesquisa ter sido conduzida de forma remota, a atividade de modelagem programada para o primeiro semestre de 2020 ocorreu conforme havíamos planejado. Ou seja, ela não precisou ser cancelada. Em contrapartida, diante do imprevisto do ensino remoto, alguns ajustes foram feitos.

Foi adotado o ensino remoto pela universidade. Assim, usamos a plataforma *Moodle* e encontros por videoconferência pelo *Google Meet*. Notamos que, enquanto alguns alunos se manifestaram de uma forma mais acanhada, tímida, outros se

expressavam mais livremente e espontaneamente. Provavelmente teriam o mesmo comportamento em uma sala de aula física. Concluímos assim, pois os alunos que se expressaram mais foram aqueles que tiveram a mesma atitude na sala de aula presencial, durante as duas primeiras semanas de aulas. Além disso, eles tiveram o mesmo comportamento em outra disciplina com o mesmo professor-pesquisador. Por outro lado, alguns alunos relataram problemas no prosseguimento da disciplina no formato adotado (sejam técnicos, como uma conexão ruim com a internet, sejam problemas familiares). Apesar da condução da atividade ter ocorrido, é válido salientar que algumas percepções e alguns dados a respeito da condução da atividade foram prejudicados.

A presença do professor durante a condução desta pesquisa, por meio dos encontros virtuais, proporcionou uma certa proximidade com os alunos. As aulas e a atividade de modelagem não foram feitas de uma forma tradicional, mas realizadas por meio de videoconferência de uma forma dialogada. Salientamos que a presença do professor, às vezes, pode se tornar um obstáculo no cenário de investigação: suas observações podem ser feitas de uma maneira que refreia o processo de investigação. Conforme Alrø e Skovsmose (1996), os bloqueios para que haja negociação de significados e, dessa forma, diálogos e cenários para investigação, são devidos ao absolutismo da sala de aula, que tem sido hegemônico nas aulas de matemática.

Devido à condição de calamidade da saúde pública, ao perguntar para os estudantes sobre o estado de saúde deles, as precauções que estavam tomando, além da visão deles a respeito do prosseguimento na disciplina, a ocasião era oportuna para um diálogo franco e amigável, proporcionando uma esfera de confiança e respeito. As atividades de modelagem geraram uma visão positiva dos trabalhos realizados, criando um ambiente favorável para o aprendizado. Por exemplo, uma aluna, que fez a disciplina pela segunda vez, relatou que “agora não tenho mais bloqueio”.

Após a execução da atividade de modelagem, um aluno se expressou da seguinte maneira: “Acho que a atividade de modelagem foi uma das coisas que mais chamou atenção nesse RTE. Esse estilo de atividade inclusive motiva a gente a estudar mais e até mesmo a ter uma melhor compreensão da matéria, então foi bem interessante”.

Concordamos com os autores já citados em relação a alguns resultados desta pesquisa (FECCHIO, 2011; PEREIRA, 2010; JAVARONI, 2007; OLIVEIRA, IGLIORI, 2013). Como argumentos favoráveis para o uso da Modelagem nos processos de ensino e aprendizagem, salientamos a contribuição para a formação, a eficiência crítica e o uso em outros campos. Os alunos conseguiram ver aplicações da matemática em situações do cotidiano e até mesmo relacionar com o futuro campo de trabalho. Algumas das atividades desenvolvidas estavam relacionadas com temas de Estudo da Engenharia de Saúde e Segurança, por exemplo (no caso do estudo de propagação de uma epidemia). As atividades auxiliaram no amadurecimento de discussões críticas.

Consideramos que as atividades propostas conseguiram, apesar de alguns contratemplos, apresentar potencialidades que presumimos serem conquistadas em um processo de ação e reflexão em sala de aula, em qualquer categoria de ensino. Não enquadramos a Matemática apenas à sala de aula e tecnicidades, mas também a concebemos nas circunstâncias de nossos cotidianos, sendo mais presente do que podemos cogitar.

Dessa forma, é salutar uma constante busca pela formação crítica de nossos alunos e dos professores, através da Matemática e seus papéis sociais, políticos e culturais, não de um modo superficial, mas de uma maneira em que possamos atuar na sociedade.

## Referências

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. On the Right Track. **For the Learning of Mathematics**, Vancouver, v. 16, n. 1, p. 2-8 e p. 22, Feb. 1996.

ALVES, M. B. **Equações diferenciais ordinárias em cursos de Licenciatura de Matemática – Formulação, Resolução de Problemas e Introdução à Modelagem Matemática**. 92 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

ARAÚJO, J. L. **Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática**: as discussões dos alunos. 2002. 173 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP. Rio Claro, 2002.

ARAÚJO, J. L. Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 55-68, 2009.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como? **Veriati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BARUFI, M. C. B. **A Construção/ Negociação de Significados no Curso Universitário Inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. 184 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1999.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto, 2007.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016. v. 1. 367p.

DULLIUS, M.M. **Enseñanza y Aprendizaje en Ecuaciones Diferenciales con Abordaje Gráfico, Numérico y Analítico**. 2009. 514f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências) - Programa de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias, Departamento de Didáticas Específicas, Universidade de Burgos, Burgos, Espanha, 2009.

FERREIRA, V. D. T. **A Modelagem Matemática na introdução ao estudo de equações diferenciais em um curso de engenharia**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo) – PUC-SP, São Paulo, 2010.

FECCHIO, R. **A Modelagem Matemática e a Interdisciplinaridade na introdução do conceito de Equação Diferencial no Ensino de Engenharia**. Tese (Doutorado) em Educação Matemática, São Paulo, SP: PUC-SP, 2011.

GODOY, E.V. **Currículo, cultura e educação matemática: uma aproximação possível?** Tese (Doutorado - Programa de Pós-Graduação em Educação. Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática) - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2011.

JAVARONI, S.L. **Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias**. 2007. 231 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

LAUDARES, J. B.; MIRANDA, D. F.; REIS, J. P. C.; FURLETTI, S. **Equações Diferenciais Ordinárias e Transformadas de Laplace: Análise gráfica de fenômenos com resolução de problemas Atividades com softwares livres**. 1a. ed. Belo Horizonte: Artesã, 2017. v. 1. 319 p.

LOPES, A. P. C. Using the PBL method in Calculus classes. **EXPERIÊNCIAS EM ENSINO DE CIÊNCIAS** (UFRGS), v. 13, p. 17-34, 2018.

LOPES, A. P. C.; REIS, F. S. Vamos viajar? - uma abordagem da Aprendizagem baseada em Problemas no Cálculo Diferencial e Integral com alunos de Engenharia.

**Revista de Educação Matemática**, v. 16, p. 449-469, 2019. Disponível em <<http://dx.doi.org/10.25090/remat25269062v16n232019p449a469>>, acesso em 02 de out. de 2021.

LOPES, A. Formação crítica dos professores de Matemática articulada às questões contemporâneas. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 11, n. 6, p. 809-817, 1 out. 2020. Disponível em < <https://doi.org/10.26843/rencima.v11i6.1901>>, acesso em 02 de out, de 2021.

LOPES, A. Modelagem Matemática e Equações Diferenciais: um mapeamento das pesquisas em Educação Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, n4, p. 16-31, out. 2021. Disponível em <<https://doi.org/10.26843/rencima.v12n4a16>>, acesso em 02 de out. de 2021.

MACHADO, S. (org.). **Teoria das Situações Didáticas**. São Paulo: EDUC (Série Trilhas), p.77-113, 2008.

OLIVEIRA, E. A. de; IGLIORI, S. B. C. Ensino e aprendizagem de equações diferenciais. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 4, p. 1-24, 2013.

POLYDORO, S. A. J. **O trancamento de matrícula na trajetória acadêmica do universitário**: condições de saída e retorno à instituição. Tese (Doutorado) em Educação. Campinas, SP: Unicamp, 2000.

ROBERT, A.; SPEER, N. Research on the Teaching and Learning of Calculus/Elementary Analysis. In: Holton D., Artigue M., Kirchgräber U., Hillel J., Niss M., Schoenfeld A. (eds) **The Teaching and Learning of Mathematics at University Level**. New ICMI Study Series, vol 7, 2001. Springer, Dordrecht. Disponível em: [https://doi.org/10.1007/0-306-47231-7\\_26](https://doi.org/10.1007/0-306-47231-7_26). Acesso em: 2 out. 2020.

REZENDE, W. M. **O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2003.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica**: a questão da democracia. Tradução: Abigail Lins, Jussara de Loiola Araújo. Campinas, SP: Papyrus (Coleção Perspectivas em Educação Matemática), 2001.

TALL, I. **Advanced Mathematical Thinking**. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers, 2002.

UNESCO. **A Comissão Futuros da Educação da Unesco apela ao planejamento antecipado contra o aumento das desigualdades após a COVID-19**. Paris: Unesco, 16 abr. 2020. Disponível em: <<https://pt.unesco.org/news/comissao-futuros-da-educacao-da-unesco-apela-ao-planejamento-antecipado-o-aumento-das>>. Acesso em: 2 out. 2020.

ZAKARIA, E.; SALLEH, T.S. (2015). Using Technology in Learning Integral Calculus. **Mediterranean Journal of Social Sciences**. 6 (5), 144-148.



**Capítulo 6**

**MAPEANDO A RESOLUÇÃO DE  
PROBLEMAS NO ENEM**

**Ismael Andre Batista**

**Thiago Augusto Koepp**

**Elisângela Regina Selli Melz**

**Morgana Scheller**

## MAPEANDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENEM

**Ismael Andre Batista**

*Acadêmico de Licenciatura de Matemática, IFC Campus Rio do Sul,  
contato.iabatista@gmail.com*

**Thiago Augusto Koepf**

*Acadêmico de Licenciatura de Matemática, IFC Campus Rio do Sul,  
koepfaugustothiogo\_@hotmail.com*

**Elisângela Regina Selli Melz**

*Doutoranda em Educação Científica e Tecnológica - UFSC, Docente no Instituto  
Federal Catarinense (IFC) Campus Rio do Sul, elisangela.melz@ifc.edu.br*

**Morgana Scheller**

*Doutora em Educação em Ciências e Matemática, Docente no Instituto Federal  
Catarinense (IFC) Campus Rio do Sul, morganascheller@yahoo.com.br*

**Resumo:** O artigo busca compreender o que evidenciam os estudos recentes publicados nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) acerca do tema “Resolução de Problemas”, que vem como um caminho para aprender e fazer matemática. Esse estudo apresentou um mapa teórico acerca das produções realizadas com o tema: Resolução de Problemas (RP), a fim de inteirar-se do conceito da pesquisa, também teve por objetivo apresentar diversas obras realizadas no campo da educação. A RP destaca-se como uma metodologia auxiliadora na construção de conhecimento matemático, pois ela torna a matemática algo mais fascinante, prende a atenção do aluno, pois evidencia novos conhecimentos. Trata-se de um estudo qualitativo no qual foram utilizados os procedimentos do Mapeamento na Pesquisa Educacional. Os dados foram obtidos mediante consulta feita aos anais dos eventos do ENEM nos anos de 2013 e 2016, utilizando-se da expressão “Resolução de Problemas” para evidenciar estudos realizados sobre esta metodologia matemática. A análise considerou: (i) o contexto da pesquisa; (ii) o conteúdo matemático abordado e (iii) a perspectiva de Resolução de Problemas utilizada. Os resultados obtidos com essa pesquisa, baseando-se nos artigos estudados, indicam que a RP no ENEM está sendo mais desenvolvida no Ensino Superior que na Educação Básica. Embora a análise tenha sido feita com uma amostra pequena se comparado ao total existente, verificou-se que os estudos que utilizam RP como metodologia, colocam o estudante como protagonista do seu

próprio conhecimento, pois segue pelo procedimento de pelo menos tentar desenvolver. Além disso, os estudos são desenvolvidos em várias etapas da escolaridade e contemplam várias temáticas da matemática, ilustrando assim uma tendência abrangente. Por fim, acredita-se então que através dessa metodologia a construção de conhecimento do aluno torna-se algo mais significativo, no qual ele consegue fazer relação com os conceitos e conteúdos matemáticos, tornando-se autor do próprio conhecimento. Sabemos que não existe fórmula pronta para se ensinar matemática, porém professores que fazem uso de RP como metodologia tendem a não querer voltar a ensinar matemática na forma dita como tradicional.

**Palavras-chave:** Resolução de Problemas. Mapeamento. Ensino.

**Abstract:** The article seeks to understand what recent studies published in the annals of the National Meeting of Mathematics Education (ENEM) show on the theme "Problem Solving", which comes as a way to learn and do mathematics. This study presented a theoretical map about the productions carried out with the theme: Problem Solving (PR), in order to learn about the concept of the research, also aimed to present several works carried out in the field of education. Mathematics, as it makes mathematics more fascinating, catches the student's attention, as it shows new knowledge. This is a qualitative study in which the procedures of Mapping in Educational Research were used. of ENEM events in the years 2013 and 2016, using the expression "Problem Solving" to highlight studies carried out on this method Mathematical Dology. The analysis considered: (i) the research context; (ii) the mathematical content covered and (iii) the Problem Solving perspective used. The results obtained with this research, based on the studied articles, indicate that the PR in ENEM is being more developed in Higher Education than in Basic Education. Although the analysis was carried out with a small sample compared to the existing total, it was found that studies that use PR as a methodology place the student as the protagonist of their own knowledge, as they follow the procedure of at least trying to develop. In addition, studies are carried out at various stages of schooling and cover various topics in mathematics, thus illustrating a broad trend. Finally, it is believed that through this methodology the construction of the student's knowledge becomes something more significant, in which he is able to relate to mathematical concepts and contents, becoming the author of his own knowledge. We know that there is no ready-made formula for teaching mathematics, but teachers who use PR as a methodology tend not to want to go back to teaching mathematics in the traditional way.

**Keywords:** Problem Solving. Mapping. Teaching.

## INTRODUÇÃO

A capacidade de resolver problemas é uma característica na história da humanidade e foi necessária para o desenvolvimento da sociedade (MIRANDA, 2015). Em matemática, os problemas podem contribuir com o processo de ensino e de aprendizagem. Polya (2006), Echeverría e Pozo (1998), Onuchic e Allevato

(2004, 2011), Nunes (2010), dentre outros tem estudos recomendando a Resolução de Problemas (RP) nesse processo. Para tanto, o professor deve ter papel fundamental na construção do conhecimento de seus alunos, devendo instigá-los a criatividade e a pensar de forma crítica, tornando-os cidadãos capazes de resolver seus próprios problemas.

Nunes (2010) destaca que a RP é um tema que tem sido discutido com frequência nas últimas décadas, tanto entre professores, alunos e pesquisadores, quanto dos elaboradores de currículos. A RP vem como uma possibilidade para condução do trabalho docente em sala de aula, todavia, os problemas não têm desempenhado seu papel no ensino. Para Nunes (2010, p. 679), “resolver problemas é o processo de reorganizar conceitos e habilidades, aplicando-os numa nova situação, atendendo a um objetivo”. Um dos objetivos principais do ensino e da aprendizagem matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que lhe apresentar situações problemas que o envolva, o desafie e o motive a querer resolvê-las.

Sendo assim este artigo aborda a RP como uma metodologia capaz de fazer com que leve os alunos a pensar criticamente o que estão aprendendo em sala de aula, sendo autores do seu próprio conhecimento. Como vem sendo discutida nos últimos tempos, vários são os estudos apresentados na forma de tese, dissertação, trabalhos em eventos, em revistas ou capítulos de livros. Nesse sentido, o objetivo deste artigo é compreender o que evidenciam os estudos publicados no maior evento brasileiro de educação matemática, o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), acerca de RP, que vem como um caminho para aprender e fazer matemática com compreensão, ou seja, a metodologia tem como objetivo auxiliar no processo de ensino-aprendizagem

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Resolver problemas faz parte do cotidiano do ser humano desde os primórdios da humanidade, é um ato nato, e na matemática não é diferente. Na sala de aula os professores podem estar trabalhando com exercício pensando ser problemas. Assim, torna-se oportuno diferenciar problema de exercício.

De modo geral, de acordo com o dicionário o significado da palavra exercício refere-se ao “Ato de exercitar, para adquirir vigor, agilidade ou aprendizagem em

ofícios, artes ou profissões: tal arte exige longo exercício” (DICIO, 2019). Já quando se considera o contexto da sala de aula de matemática, na versão de Dante (1991, p. 43) *apud* Miranda (2015, p. 22), o “exercício, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas”. De modo similar, Echeverría (1998, p. 48-49) complementa expressando que os exercícios servem para “consolidar e automatizar certas técnicas, habilidades e procedimentos necessários para a posterior solução do problema”.

Nesse sentido, o professor pensando estar trabalhando com listas de problemas, quando na realidade faz uso dos exercícios na aula de matemática nada mais faz que propiciar

Uma atividade de treinamento (adestramento) no uso de alguma habilidade ou conhecimento matemático adquirido anteriormente pelo aluno, por exemplo, a aplicação de uma fórmula ou um algoritmo. Dessa forma, um exercício é uma mera aplicação de resultados teóricos, na maioria das vezes memorizados. [...] o aluno não tem de resolver um problema, mas simplesmente ler, extrair as informações e aplicar certa habilidade já alcançada em anos ou aulas anteriores (SILVA, 2016, p. 2).

Por outro lado, uma situação somente pode ser concebida como um problema, para Echeverría e Pozo (1998), Van de Walle (2001), Onuchic e Allevato (2004), dentre outros, quando há um reconhecimento dela como tal, e na medida que não disponhamos de procedimentos automáticos que nos permitam solucioná-las de forma mais ou menos imediata, sem exigir de fato, um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos. Em outras palavras, essas últimas autoras trazem que problema “é tudo aquilo que não sabemos fazer, mas estamos interessados em fazer” (p. 221).

Nessa perspectiva, Onuchic (1999, p. 207) *apud* Miranda (2015, p. 22) destaca que “o problema é olhado como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento” e, seguindo nesse enfoque, acrescenta que na prática do professor os problemas são propostos ou formulados de modo a contribuir para a formação dos conceitos antes mesmo de sua apresentação em linguagem Matemática formal.

Schroeder e Lester (1989) *apud* Onuchic e Allevato (2004) apresentam três caminhos diferentes para abordar RP na sala de aula que ajudam a refletir sobre essas diferenças: (1) teorizar sobre Resolução de Problemas; (2) ensinar a resolver problemas; (3) ensinar Matemática através da Resolução de Problemas. A seguir aborda-se mais sobre esses três caminhos.

- **Teorizar sobre resolução de problemas** - As pesquisas sobre Resolução de Problemas tiveram origem a partir de Polya em 1944, que até hoje é considerado o mentor desta metodologia (ONUCHIC; ALLEVATTO, 2011, MIRANDA, 2015) e seu intuito era de uma nova teoria onde se trabalham técnicas para resolver problemas de matemática mais rapidamente. Nessa perspectiva, seria uma disciplina a resolução de problemas com intuito de teorizar sobre esse tema, ou seja, era necessário ensinar estratégias e métodos para resolver problemas e, para isso, Polya (2006) organizou o processo de resolução de problemas em quatro fases, descritas a seguir:

**Quadro 1** – Quatro fases para resolução de problemas.

Fases	Descrição
Compreender o Problema	Consiste em perceber e compreender claramente do que trata o problema, fazer questionamentos: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é o condicionamento? Nesta fase, podem-se construir esquemas e organizar o problema.
Estabelecimento de um Plano	Encontrar a conexão entre os dados e a incógnita. Se isto não for possível, devem-se considerar problemas auxiliares, pois, é necessário chegar a um plano para resolução; podem ser feitas perguntas como: Já viu este problema antes? Conhece um problema parecido? Este problema lhe parece familiar? Recorda da estratégia de solução? O que é preciso para sua solução?
Execução do Plano	Momento de executar o plano e, após a sua execução, verifica-se cada passo. Constitui-se a fase mais importante para o educando, pois se trata do momento em que ele confirmará sua aprendizagem e, para isso, as outras fases deverão ser bem resolvidas.
Retrospecto ou Verificação	Examina-se a solução obtida no resultado do problema. Essa etapa serve para reexaminar e reconsiderar, se for o caso, a solução completa. Alguns questionamentos podem ser relevantes nesta fase, pois também se pode chegar ao resultado por caminhos diferentes ou ainda, utilizar o método para resolver outro problema.

**Fonte:** Elaborado pelos autores a partir de Polya (2006).

Durante essas fases é necessária a participação do professor, de modo que não deixe o aluno sem nenhuma ajuda. Nesse sentido, ele torna-se um agente motivador deixando o ambiente matemático mais estimulante.

- **Ensinar Matemática para resolver problemas** - Nessa concepção, segundo Onuchic e Allevato (2004, 2011), o professor deveria apresentar a

matemática formal para, depois, oferecer aos alunos o problema como aplicação dessa matemática construída, acreditando que deveriam ensinar matemática para resolver problemas. Assim, o professor estará mais preocupado em observar as habilidades dos estudantes em transferir ou “usar” o que viram de conceitos e estruturas matemáticas na aula para resolver problemas próximos aos vistos ou relacionados ao tema (NUNES, 2010).

- **Ensinar Matemática através da resolução de problemas** - Nessa concepção, a ideia é desenvolver o processo de ensino e de aprendizagem de modo a propiciar aos estudantes, ao longo de todo o processo, resolução de problemas escolhidos minuciosamente pelo professor, espaços para a compreensão de conceitos matemáticos. Para tanto, Onuchic e Allevato (2004, p. 221) destacam ainda que toda aula deve compreender três partes importantes: antes, durante e depois.

Para a primeira parte, o professor deve garantir que os alunos estejam mentalmente prontos para receber a tarefa e assegurar-se de que todas as expectativas estejam claras. Na fase “durante”, os alunos trabalham e o professor observa e avalia esse processo. Na terceira, “depois”, o professor aceita a solução dos alunos sem avaliá-las e conduz a discussão enquanto os alunos justificam e avaliam seus resultados e métodos. Então, o professor formaliza os novos conceitos e novos conteúdos construídos.

Assim, a Resolução de Problemas permite aos alunos uma compreensão mais significativa em relação ao conteúdo estudado. Essa metodologia exige uma atenção a mais do professor na hora de preparar a aula, pois ele ao fazer deve escolher problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Logo, ele deixa de “ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretende atingir” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82). Essas autoras sugerem um roteiro para se ensinar matemática através da metodologia de Resolução de Problemas, compreendido por:

**Quadro 2** – Roteiro para se aplicar a metodologia de ensinar matemática através da resolução de problemas.

Etapa	Descrição
Preparação do problema	Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador de conceito matemático ainda não trabalhado em sala de aula.
Leitura individual	Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja

		feita sua leitura.
Leitura em conjunto	em	Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos; Caso houver dificuldade, o próprio professor pode auxiliar os alunos realizando a leitura; Em caso de palavras desconhecidas para os alunos, o professor busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário;
Resolução do problema	do	A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo.
Observar e incentivar	e	Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa as ações dos alunos e os estimula ao trabalho colaborativo, levando-os a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.
Registro das resoluções na lousa	das	Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.
Plenária		O professor convida todos os alunos a discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. Assim, age como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva dos alunos.
Busca do consenso	do	Depois de sanadas as dúvidas, analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.
Formalização do conteúdo	do	O professor registra na lousa uma apresentação formal – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto.

**Fonte:** Elaborado pelos autores a partir de Onuchic e Allevato (2004, 2011).

Segundo as autoras, elas consideram importante esses nove passos do roteiro para a Resolução de Problemas, pois os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado, formalmente, o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

## ASPECTOS METODOLÓGICOS

O estudo apresenta abordagem qualitativa e foi baseado nos procedimentos de Mapeamento da Pesquisa Educacional de Biembengut (2008) para a construção do Mapa Teórico: o primeiro passo é a identificação das obras a serem estudadas, num segundo momento devemos organizar e classificar os trabalhos identificados e

por último devemos fazer o reconhecimento destas obras e analisá-las conforme os conceitos que optamos.

Para tanto, inicialmente, realizou-se um levantamento bibliográfico sobre as concepções e definições acerca do tema e também dos estudos recentes divulgados nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), disponíveis no portal da SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática). A consulta considerou a expressão “Resolução de Problemas”, sendo registrados 72 trabalhos na edição de 2013 e 76 obras na edição de 2016. A partir desta consulta, em seguida parte-se para a leitura dos resumos dos artigos, na pesquisa optou-se apenas por relato de experiência, comunicação científica, minicurso e comunicação, resultando 14 trabalhos, dos quais os artigos escolhidos têm mais relevância segundo os autores, sendo codificados como A1, A2, ..., A14.

Posteriormente à seleção e estudo dos artigos, realizou-se a análise do material organizando os dados coletados e avaliando-os de acordo com os critérios estabelecidos a priori: (i) o contexto da pesquisa; (ii) o conteúdo matemático abordado; e (iii) a perspectiva de Resolução de Problemas adotada. Para analisar e tecer considerações sobre as produções descritas elaborou-se uma síntese de cada artigo selecionado para cada categoria definida, buscando traçar algumas semelhanças existentes entre eles. O resultado expõe-se a seguir.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em relação ao contexto de pesquisa, os estudos empíricos divulgados evidenciam que RP é utilizada desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental até nos cursos de pós-graduação, nos mestrados, e também, na formação de professores.

Começando a relatar as pesquisas feitas sobre o tema de RP, destacamos que o A1 foi um minicurso oferecido a professores dos Anos Iniciais, etapa em que as crianças têm dificuldade nas operações básicas da matemática. Já os artigos A2, A3, A7, A8 e A10 foram desenvolvidos na graduação, porém o A2 foi desenvolvido no curso de Geografia do Instituto Federal de Minas Gerais campus Ouro Preto na disciplina de Estatística, para que os alunos compreendessem a matemática como um conhecimento em construção de modo que eles próprios pudessem construir de maneira autônoma e significativa. Durante as aulas da disciplina Prática de Ensino

de Matemática I, de um Curso de Licenciatura Plena em Matemática, os acadêmicos buscaram compreender o que é a formulação em RP e a importância do uso dessa metodologia de ensino em sala de aula (A3). No A7 se relatou uma experiência desenvolvida num projeto de extensão na Formação Continuada de Professores de Matemática da Educação Básica que está sendo realizado na Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Cornélio Procópio- UTFPR-CP. Já o propósito de A8 foi de relatar uma experiência na disciplina de Cálculo sobre o conteúdo de Otimização. A experiência aconteceu em uma turma de 2º período do curso de Graduação em Engenharia Civil de uma faculdade privada em Belo Horizonte. A10 é oriundo do Estágio de Docência, componente curricular do Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores (PPG – ECFP) da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) – Campus de Jequié. A pesquisa realizada num curso de Mestrado Profissional em Ensino de Física e Matemática tendo como propósito investigar as contribuições que a Metodologia da Resolução de Problemas e a utilização de jogos e materiais manipuláveis podem propiciar para o ensino e aprendizagem do Princípio Aditivo e Princípio Multiplicativo para alunos de uma turma da 3ª série do Ensino Médio (A4).

Os artigos A5, A12 e A13 são oriundos de Programas de Mestrados Profissional em Educação Matemática e de Programas de Mestrados em Educação Matemática. A5 resulta de uma atividade proposta durante a disciplina Resolução de Problemas em Geometria, de um Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática de uma universidade pública. Em A12 foram apresentadas reflexões acerca da Formação Continuada de Professores de Matemática e da Resolução de Problemas como metodologia de ensino. Já A13 consiste num relato de experiência de estudantes de um Programa de Mestrado em Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, com atividades desenvolvidas nos meses de fevereiro e março de 2016 em uma Escola de Ensino Médio do Estado do Ceará, para socializar uma experiência com uso da metodologia da resolução de problema envolvendo teoria dos números em uma sala de aula de terceiro ano.

A6, A11 e o A14 tiveram como cenário os Anos Finais do Ensino Fundamental, no qual o primeiro desenvolve-se nas turmas de nono ano de uma Escola Municipal, no período de agosto a dezembro de 2012, enquanto que o segundo são duas turmas de 6º ao 8º ano de uma escola de Samambaia – DF onde foram selecionadas produções escritas de um teste com questões pré-selecionadas

da olimpíada Brasileira das escolas públicas (OBMEP). Foi a aplicação de uma atividade de Resolução de Problemas desenvolvido em uma turma de sexto ano do Ensino Fundamental, no município de Campo Mourão (A14).

A9 é também desenvolvido nos Anos Finais, porém difere dos anteriores pois no estudo foram produzidos materiais didáticos para a resolução de problemas matemáticos usando histórias em quadrinhos como recurso didático. Assim, a RP também foi utilizada no processo de aprendizado da Língua Portuguesa.

Perante esses estudos, contrariando as perspectivas iniciais, pode-se perceber que a maior parte deles está voltado para o Ensino Superior, sendo cinco desenvolvidos na graduação e quatro deles em turmas de mestrado. Sentiu-se falta de estudos que envolvessem a Educação Básica, etapa essa em que o Ensino é para todos e busca a alfabetização e o letramento matemático. Por outro lado, a maior parcela de trabalhos realizados no ensino superior nos mostra que essa metodologia deve ser abordada em sala de aula, pois o ganho significativo em relação ao conteúdo aprendido traz para os alunos um significado maior, sendo eles autores do próprio conhecimento.

Em relação ao conteúdo matemático central explorado nos estudos, eles foram variados. Referente aos conceitos matemáticos envolvidos, percebe-se que nos estudos foram utilizados conceitos de adição e a subtração e matemática básica em anos iniciais (A1, A4, A9, A12), porém o A4 trabalhou com princípio multiplicativo, já o A9 trabalhou com o uso de histórias em quadrinhos, recurso utilizado em Língua Portuguesa, no qual foram produzidos materiais didáticos para a RP matemáticos usando histórias em quadrinhos como recurso didático. Refere-se à formação continuada dos professores do Ensino Básico em A12. Foi trabalhado com matemática básica na matéria Prática de Ensino de Matemática I em A2, do Curso de Licenciatura Plena em Matemática do Instituto Federal. O uso da estatística para a Resolução de Problemas no curso de Geografia foi abordado no A3. O artigo A5 abordou através da metodologia de RP a geometria plana.

Em A6 os autores usaram o conceito de funções, enquanto que A7 refere-se a uma atividade aplicada de Geometria Espacial. Em A8 aborda a matéria de Cálculo 1 na turma do curso de Engenharia Civil. A10 é um relato em que foi explorado porcentagem, fração e proporção. Foram selecionadas produções escritas de um teste com questões pré-selecionadas da OBMEP para estudantes do 6º ao 8º ano do Ensino Fundamental, para a construção do A11. Em A13 trabalha-se com a

teoria dos números. No artigo A14 refere-se ao relato da aplicação de uma atividade que focou a subtração.

Percebe-se que a maior parte dos estudos direciona o foco dos conteúdos a serem explorados para aqueles da Educação Básica. Ademais, é notável a preocupação dos autores em desenvolver projetos que abordem a base do ensino, pois a construção do conhecimento deve acontecer de forma sólida, já desde o início da escolaridade.

Referente às perspectivas de Resolução de Problemas, a primeira perspectiva de Schroeder e Lester (1989) *apud* Onuchic e Allevato (2004, p. 216) para abordar a Resolução de Problemas foi percebida em A1, A10 e A12. Neles abordou-se as concepções de Polya ou alguma variação dele, pois ensinar sobre resolução de problemas era tratado como um novo conteúdo, adicionando a esse trabalho um número de estratégias.

A segunda perspectiva - Ensinar Matemática para resolver problemas - foi percebida em A2, A6, A9, A13 e A14 em que se concentram na maneira como a matemática é ensinada e o que dela pode ser aplicado na resolução de problemas rotineiros e não rotineiros. Já em A3, A4, A5, A7, A8 e A11 os problemas são trabalhados não apenas com o propósito de se aprender Matemática – terceira perspectiva vista anteriormente -, ou seja, aprender matemática através de Resolução de Problemas, mas também como o principal meio de se fazer isso. Nessa abordagem, o ensino de um tópico de Matemática começa com uma situação problema que incorpora aspectos chave do tópico, e técnicas matemáticas são desenvolvidas como respostas razoáveis a problemas razoáveis.

A terceira concepção foi a mais evidenciada, ilustrando que os estudos estão preocupados com processo de ensino em que seja significativo aprender matemática através da RP, o que pode evidenciar práticas pedagógicas mais distantes da tradicional ou técnica.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse estudo teve por objetivo a realização de um mapeamento teórico sobre o tema RP, visando elucidar o que se entende por esta tendência e como ela está sendo utilizada no cenário nacional. Embora a análise tenha sido feita com uma amostra se comparado ao total existente, verificou-se que os estudos que utilizam

Resolução de Problemas como metodologia, colocam o estudante como protagonista do seu próprio conhecimento, pois segue pelo procedimento de pelo menos tentar desenvolver. Além disso, os estudos são desenvolvidos em várias etapas da escolaridade e contemplam várias temáticas da matemática, ilustrando assim uma tendência abrangente.

Assim, ciente da importância da RP na vida escolar, social e profissional dos alunos, o professor de matemática, deve exercer seu papel de mediador e facilitador do conhecimento, pesquisando e desenvolvendo verdadeiros problemas condizentes com as necessidades de cada turma ou até mesmo de cada aluno. Já no tocante que diz respeito à interação com os alunos, o professor deve zelar pelo desenvolvimento da aprendizagem, na qual os mesmos se tornam ativos na assimilação de conceitos e significados, o docente não deve direcionar os pensamentos dos alunos e o modo de resolução dos mesmos, apenas mediar a travessia de obstáculos que possam impedir o prosseguimento do processo de resolução do problema.

Por fim, acredita-se então que através dessa metodologia a construção de conhecimento do aluno torna-se algo mais significativo, no qual ele consegue fazer relação com os conceitos e conteúdos matemáticos, sendo autor do próprio conhecimento. Sabemos que não existe fórmula pronta para se ensinar matemática, porém professores que fazem uso de RP como metodologia tendem a não querer voltar a ensinar matemática na forma dita como tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios.

## REFERÊNCIAS

BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento na Pesquisa Educacional**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. **A solução de problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 43-65.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. **A solução de problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 13-42.

MIRANDA, A. S. M. S. **Resolução de problemas como metodologia de ensino: uma análise das repercussões de uma formação continuada.** Porto Alegre, 2015.

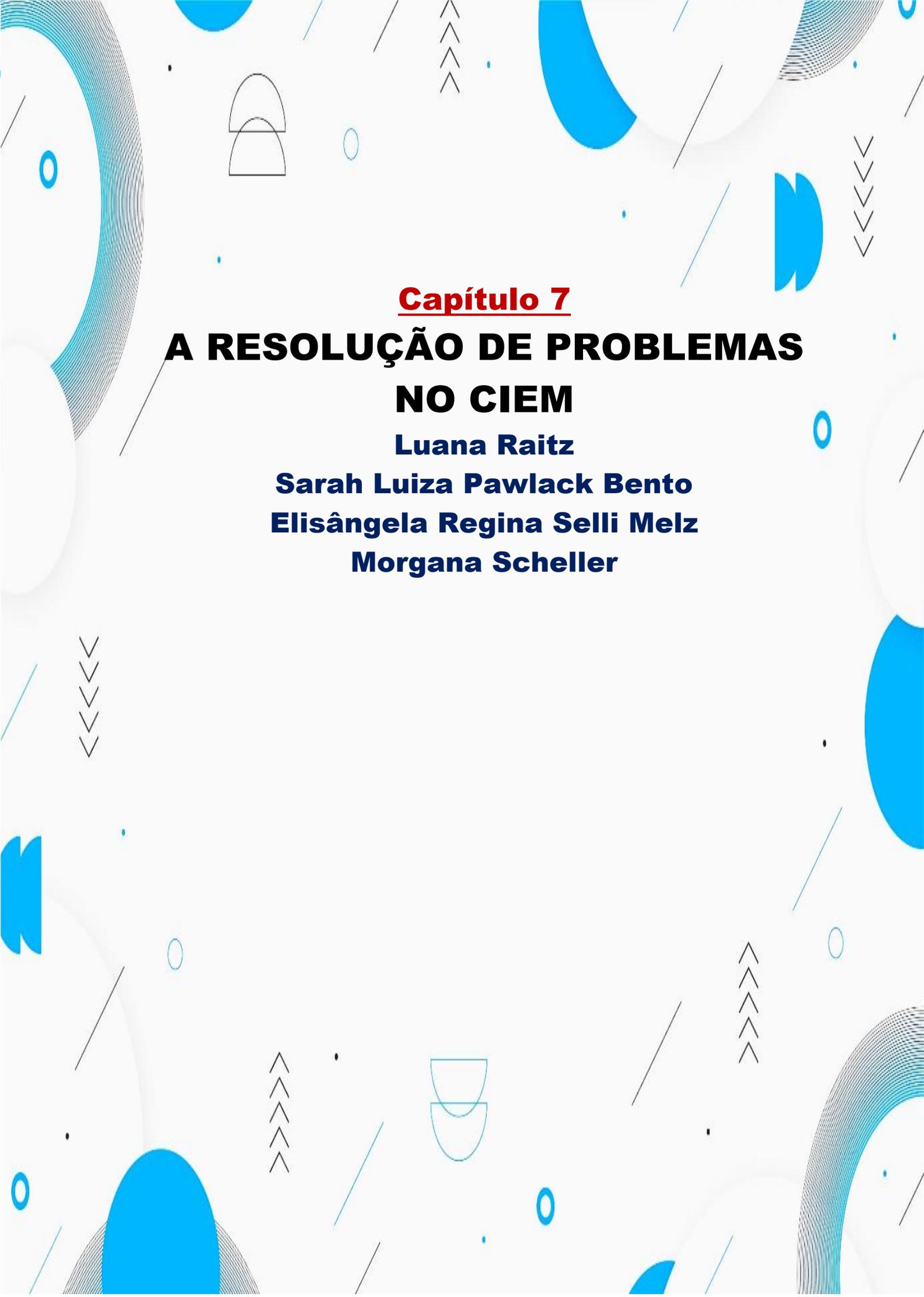
NUNES, C. B. **O processo ensino-aprendizagem-avaliação de geometria através da resolução de problemas:** perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática. Tese de doutoramento (não publicada), Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, São Paulo, Brasil, 2010.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. *In:* BICUDO, M. A.; BORBA, M. C. (org.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p. 213-231.

\_\_\_\_\_. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Editora Interciências, 2006.

SILVA, V. F. A resolução de problemas: concepções evidenciadas na prática e no discurso de professores de Matemática do ensino fundamental. *In* SIMPÓSIO LINGUAGENS E IDENTIDADES DA/NA AMAZÔNIA SUL-OCIDENTAL, X., 2016, Acre. **Anais [...]**. Acre: UFAC, 2016.



**Capítulo 7**

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS  
NO CIEM**

**Luana Raitz**

**Sarah Luiza Pawlack Bento**

**Elisângela Regina Selli Melz**

**Morgana Scheller**

## A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CIEM

**Luana Raitz**

*Graduanda de Licenciatura de Matemática; IFC Campus Rio do Sul;  
luana\_raitz123@hotmail.com*

**Sarah Luiza Pawlack Bento**

*Graduanda de Licenciatura de Matemática; IFC Campus Rio do Sul;  
sarahpawlack@hotmail.com*

**Elisângela Regina Selli Melz**

*Doutoranda em Educação Científica e Tecnológica - UFSC, Docente no Instituto  
Federal Catarinense (IFC) Campus Rio do Sul, elisangela.melz@ifc.edu.br*

**Morgana Scheller**

*Doutora em Educação em Ciências e Matemática; Docente no Instituto Federal  
Catarinense (IFC) Campus Rio do Sul; morganascheller@yahoo.com.br*

**Resumo:** Este trabalho apresenta um mapa teórico com o tema resolução de problemas no ensino de matemática. Expõe tanto as concepções sobre a Resolução de Problemas (RP) e a análise de estudos sobre o tema, quanto a interpretação a respeito. Para isto utilizamos a abordagem qualitativa do Mapeamento na Pesquisa Educacional. Os dados advieram de publicações do Congresso Internacional de Ensino em Matemática (CIEM) nas edições de 2013 e 2017, selecionados a partir das palavras-chave “resolução de problemas matemáticos”, nas quais obteve-se um total de 56 pesquisas, que por meio de leituras prévias elegemos as que envolviam propostas realizadas com o Ensino Médio e Ensino Fundamental Anos Finais que propuseram avanço no ensino com aplicação da RP. Os dados foram obtidos por meio de uma abordagem qualitativa e o estudo foi elaborado a partir dos procedimentos do Mapeamento na Pesquisa Educacional de Biembengut (2008). Destaca-se que nos estudos os autores não deixam transparecer com segurança a concepção de resolução de problemas que está apoiada em sua atividade, nem apresentam um referencial teórico consistente contendo as três concepções sobre RP. Além disso, não utilizaram a concepção de resolver problemas através da matemática, concepção mais indicada para o ensino de matemática na Educação Matemática.

**Palavras-chave:** Resolução de problemas. Mapa teórico. Ensino de matemática.

## INTRODUÇÃO

A educação matemática transformou-se no decorrer da história humana. O modo de vida, a cultura e os aspectos sociais mudaram a maneira de ver a educação matemática e como ela se relaciona com esses arranjos sociais (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004). Sendo assim, com o passar do tempo, o foco de aprendizagem e o modo de ensinar também se transformaram.

Houve períodos em que o ensino de matemática se pautava apenas em repetição, com exposição de conteúdo e exemplo(s) e depois vários exercícios de fixação que eram muito semelhantes com o exemplo(s) dado. Não só a forma de ensinar matemática sofreu mudança, mas também o modelo epistemológico do professor, que em alguns períodos da história eram o centro do ensino, seu conhecimento não podia ser contestado (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004). Mas, como sabemos, o ensino da matemática sofre influência do meio social. Para tanto desejam-se alunos que não aceitem tudo o que é exposto a eles. De acordo com a autora, espera-se um ensino em que:

Os alunos possam pensar matematicamente, levantar ideias Matemáticas, estabelecer relações entre elas, saber se comunicar ao falar e escrever sobre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer relações entre temas matemáticos e de fora da Matemática e desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, p. 218).

A partir dessa ideia, a RP surge para contribuir com o ensino da matemática. Pesquisas como as orientadas por Lourdes de La Rosa Onuchic apontam que ensinar utilizando problemas ajuda os alunos a serem mais críticos, ampliarem seus próprios conhecimentos, e também torna a aprendizagem mais significativa. No entanto, várias são as concepções de RP e uma categorização é apresentada por Justulin (2017) a partir de Schroeder e Lester (1989): 1) Teorizar sobre resolução de problemas, 2) Ensinar Matemática para resolver problemas e 3) Ensinar Matemática através da resolução de problemas.

A partir disso, pautados nos procedimentos do Mapeamento Teórico na Pesquisa Educacional de Biembengut (2008), realizamos o estudo que visa apresentar pesquisas relacionadas ao tema em que se está sendo estudado, tendo em vista analisar os conteúdos e procedimentos adotados para que a esta pesquisa não seja abordada da mesma forma, sobre o mesmo objeto de estudo. Assim, o

mapeamento teórico não é apenas uma justificativa para a nova pesquisa, mas sim um relato dos caminhos já adotados por outras pesquisas daquele tema e serve como mapa para a nossa. Ainda, este Mapa serve para analisar e entender as ações propostas levantadas a fim de usá-las posteriormente na futura ação docente. Sob esse prisma, nosso objetivo é compreender como as publicações do CIEM nas edições de 2013 e 2017 abordam e fazem uso da RP em seus relatos de experiência.

## RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

De acordo com Echeverría (1998), a RP pode ser definida por dois significados diferentes: primeiro como qualquer atividade que precise ser realizada; e segundo, equivale a propor e tentar resolver uma questão muito complexa. Ademais, o autor defende que para considerar a existência de um problema, a pessoa que está resolvendo precisa encontrar dificuldades em que imponha a questionar-se sobre qual caminho seguir para obter o resultado, pois existe diferença entre problema e exercício, quando aplicados em sala de aula. O problema exige reflexão, questionamentos e tomadas de decisões. Já os exercícios têm dois tipos:

O primeiro consiste na repetição de uma determinada técnica, previamente exposta pelo professor. O objetivo desse tipo de exercício é a consolidação e a automatização da técnica. [...] O segundo tipo de exercício não pretende somente que sejam automatizados uma série de técnicas, mas também que sejam aprendidos alguns procedimentos nos quais se inserem essas técnicas (ECHEVERRÍA, 1998, p. 49)

Justulin (2017) apud Schroeder e Lester (1989) apresenta uma categorização para RP. A primeira concepção 'Teorizar sobre Resolução de Problemas' está voltada para o "como" resolver problemas. Segundo Justulin (2017, p. 72) "baseia-se no modelo de Polya (1978), ou alguma variação dele, em que são ensinados os passos que um bom resolvidor de problemas deve seguir". A Resolução de Problemas deve, nessa forma de trabalho, ser tratada como uma nova disciplina em que os estudantes aprendam a resolver e se proporem novas adversidades no cotidiano. Ao referenciar Schroeder e Lester (1989), Redling (2011, p. 28) expressa que essa concepção derivada do modelo de Polya, é organizada em quatro momentos, um independente do outro: "compreender o problema; elaborar

um plano; executar o plano; e finalmente retornar ao problema original, para avaliar a validade da solução encontrada”.

Porém, o estudante deve atentar-se para que uma RP não se torne um exercício pois, quando solucionado por várias vezes, transforma-se em treino. Entretanto, precisa estar situado em estratégias gerais, para que saiba resolver cada vez que se deparar em uma nova situação bem desenvolvida – com soluções e normas bem definidas.

Já em relação à segunda concepção – Ensinar matemática para resolver problemas - se baseia em aplicar a matemática durante a RP. Assim, os problemas, tanto para o professor como para o aluno, seriam somente certos paradoxos matemáticos, problemas não quantitativos, dentre outros, que exigiria pensar matematicamente. Uma consequência óbvia desta proposição, conforme Echeverría (1998) seria que praticamente não podem ser usados verdadeiros problemas até que o aluno possua um conhecimento profundo de certos conceitos matemáticos.

Ademais, existem diferentes perspectivas que podem complementar os objetivos do ensino de matemática e dos problemas matemáticos. Entretanto, ambas as visões constituem por uma matemática formal, com procedimentos que podem ser aplicados em diferentes conteúdos. Esta característica tem auxiliado para que os processos da resolução de tarefas tenham sido considerados métodos paradigmáticos da solução de problemas em geral. Essa concepção é exposta por Justulin (2017) como um processo em que primeiro se ensina o conteúdo e depois se apresentam problemas e o aluno deve saber aplicar o que aprendeu para solucionar o problema. No entanto, isso “distancia o aluno do seu aprendizado autônomo, o que deveria começar “onde o aluno está”, isto é, partindo do que ele já sabe, ou seja, dos seus conhecimentos prévios” (REDLING, 2011, p. 30 *apud* VAN DE WALLE, 2001).

Em relação à terceira abordagem - Ensinar Matemática através da resolução de problemas - o ensino da matemática é o foco. Se apresenta um problema e conforme vai se solucionando, com conhecimentos prévios dos alunos ou não, mostra-se qual o conceito matemático que está sendo utilizado. Em complemento, Justulin (2017, p. 72) expressa que “o ponto de partida desse processo é a situação-problema e novo conhecimento matemático é construído durante a resolução do problema”.

Segundo Onuchic e Allevato (2004), Van de Walle (2001) em seu livro

*Developing Understanding in Mathematics*, apresenta teorias construtivistas de aprendizagem fundamentadas nas teorias de Piaget e, com base nelas, acredita que as crianças não aprendem enquanto os professores ficam discursando, isso porque “as crianças são as criadoras de seu próprio conhecimento” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, p. 219). Portanto, ensinar através da resolução de problemas é um método em que o problema é apenas um meio, um caminho, para se ensinar conteúdos matemáticos. O problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos a serem construídos pelos estudantes, mediados pelo professor. Nessa concepção o conteúdo matemático a ser ensinado vai se desenvolver por necessidade a partir do problema a ser resolvido.

Assim, Echeverría (1998) apresenta dois pontos de vista em relação aos objetivos: (i) para o professor, a RP é o meio de se chegar ao ensino de determinado conteúdo matemático - objetivo da proposta; (ii) para o aluno, na RP, o conteúdo matemático é o meio e não o objetivo da proposta - o aprendizado matemático é consequência do problema resolvido. Para que isso seja possível na sala de aula Onuchic e Allevato (2011, p. 83-85) apresentam passos a serem seguidos pelo professor quando deseja ensinar matemática através da RP:

- 1- *Preparação do problema*: o professor seleciona um “problema gerador”.
- 2- *Leitura individual*: cada aluno deve realizar a leitura dele sozinho.
- 3- *Leitura em conjunto*: o professor forma grupos e solicita que a leitura do problema seja realizada em conjunto. Nesta etapa o professor auxilia na interpretação ou mesmo em uma pergunta que poderá surgir.
- 4- *Resolução do problema*: os alunos em grupo, de forma cooperativa, buscam resolvê-lo. Assim, conduzirá os alunos na construção de um novo conhecimento.
- 5- *Observar e incentivar*: nessa instância o professor auxilia os alunos, incentiva o trabalho em grupo, faz perguntas que estimulem a pensar e chegar no conceito por trás do problema.
- 6- *Registro das resoluções na lousa*: cada grupo organiza-se para escrever sua resolução na lousa, estando ela certa ou não, ou até mesmo incompleta. É hora de analisar e discutir.
- 7- *Plenária*: todos os alunos apresentam seus pontos de vista e defendem suas soluções. Cabe ao professor incentivar os alunos a participar, questionando seus pontos de vista.

- 8- *Busca do consenso*: com o esclarecimento das dúvidas e a análise das diversas resoluções, os alunos buscam um consenso sobre o resultado exato.
- 9- *Formalização do conteúdo*: cabe ao professor fazer a sistematização dos conteúdos trabalhados. É importante o uso da terminologia matemática, além das definições, demonstrações e uso das propriedades adequadas ao assunto.

## OS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O estudo apresenta abordagem qualitativa e foi elaborado a partir dos procedimentos do Mapeamento na Pesquisa Educacional de Biembengut (2008). Consistiu na elaboração de um mapa teórico, que permite conhecer melhor as questões que envolvem as ações educacionais.

O mapa teórico não se restringe a um mero levantamento e organização de dados, e tampouco ao traçado de um mapa. É um forte constituinte não somente para reconhecimento ou análise dos dados, mas, especialmente, por proporcionar um vasto domínio sobre o conhecimento existente na área investigada. Suscita-nos desenvolver fórmulas ou meios adequados para compreensão, análise e representação dos dados ou das informações investigadas e conhecer as questões que envolvem as ações educacionais ou pedagógicas à medida que essas questões se revelem ou revelem movimentos resultantes das circunstâncias (BIEMBENGUT, 2008, p. 90).

Para o levantamento e identificação dos estudos buscou-se produções de 2013 e 2017 do CIEM, mediante pesquisa considerando palavras-chave “resolução de problemas matemáticos”. Obteve-se 56 pesquisas, que por meio de leitura flutuante, permitiu a seleção de apenas seis, codificadas como A1, A2, ... A6 conforme Quadro 01, que envolvessem dois aspectos, a saber: fossem pesquisas realizadas com o Ensino Médio e Ensino Fundamental Anos Finais, e relataram uma melhoria no ensino quanto a aplicação da RP.

**Quadro 1** - Apresentação dos estudos selecionados

Código	Autor	Título
A1	Amanda Denise N. Machado; Magda Neves da Silva; Patrícia Graciele Moreira da Silva; Natália Alessandra Kegler.	Resolução de problema: uma proposta para o ensino de matemática
A2	Amanda Pranke	Resolução de problemas matemáticos: a auto regulação da aprendizagem na dimensão contextual
A3	Elisânia Santana de Oliveira; Weverton Santos de Jesus	Matemática: construindo conhecimentos a partir da resolução de problemas

A4	Giovani Rosa Delazeri; Claudia Lisete Oliveira Groenwald	A competência de resolução de problemas que envolvem o pensamento algébrico: um experimento no 9º ano de ensino fundamental
A5	Cintia Melo dos Santos; Gabriel Moreno Vascon	A metodologia resolução de problemas como possibilidade para o ensino da matemática: um olhar para os jogos matemáticos
A6	Leila de Souza Mello	Resolução de problemas e autonomia: uma estratégia para a aprendizagem

Fonte: Elaborado pelas autoras

Os dados foram analisados tendo base analítica o aporte teórico apresentado por Justulin (2017) a partir de Schroeder e Lester (1989) e os resultados são expressos a seguir.

## DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Na fase do reconhecimento e análise, foram definidas 5 categorias para melhor expressar os resultados analíticos, que são descritos a seguir:

### a) Qual concepção está embasada no artigo? Ele apresenta aporte teórico?

A pesquisa A6 não apresenta um referencial teórico aprofundado sobre RP e nem qual concepção está sendo utilizada, porém cita que o intuito é “tecer estratégias e começar a partir do ponto em que se encontravam”, o que remete à concepção 3. A3 e A4 usaram a concepção 1, cujo foco são as estratégias tomadas pelos alunos para solucionar problemas, e, para isso, apresenta um aporte teórico parcial. A A1 apresenta aporte teórico da concepção 2, em que o foco é resolver problemas após aprender um conteúdo. Já a A2 e A5, a concepção apresentada é a ensinar através da resolução de problemas, que ao nosso entender, seria a melhor para que os alunos adquirissem com maior significado os conteúdos matemáticos, afinal é um método de ensino. Nenhuma das pesquisas apresentou o aporte teórico sobre as três concepções.

### b) Nossa opinião - “qual concepção se encaixa?”:

Na pesquisa A4 entendemos que as atividades foram realizadas de acordo com a concepção 1, aporte teórico utilizado no texto. Já a A1 e A3 fundamentaram suas atividades na concepção 2, quando se aplicam problemas dado um conteúdo. No caso de A2 e A6 fazem uso da abordagem de aprender matemática através da resolução de problemas, ainda que não usaram a metodologia da forma em que apresentaram o conceito, ou seja, haviam se

apropriado dos pressupostos da metodologia apresentada. Embora que A5 apresente um aporte teórico de acordo com a concepção 3, não entendemos que a atividade desenvolvida tenha relação com a RP.

**c) Contexto do estudo:**

O primeiro ano do Ensino Fundamental foi cenário de A6. Já os Anos Finais foram o cenário de quatro estudos: A4 investigou os conhecimentos de trinta alunos do nono ano do ensino fundamental; A5 realizou a pesquisa no 6º ano. A1 trabalhou com vinte alunos do ensino fundamental do projeto PIBID; já A2 relata o que foi desenvolvido em um projeto de três anos com seis alunos do 6º ano do ensino fundamental, acompanhando-os até o 8º ano. No Ensino Médio, têm A3, que aplicou a atividade como todos os alunos de uma turma do primeiro ano do ensino médio técnico profissionalizante. Destarte, percebemos que a RP pode ser aplicada em qualquer etapa da escolaridade.

**d) Metodologia adotada:**

Em A1 a metodologia foi uma avaliação diagnóstica, atividades para sanar dúvidas e RP cotidianos através de uma roleta, como ilustra o excerto:

Cada aluno por sua vez retirou uma carta da roleta e posteriormente resolveu o problema no quadro negro buscando compreender e realizar a atividade diferenciada com sucesso, em seu próprio tempo. (A1, p. 5).

A A2 apresentou problemas no contexto agrícola e os alunos puderam falar sobre os resultados. Uma das atividades propostas, foi:

Em uma propriedade rural, são utilizadas estufas elétricas e estufas convencionais para secar fumo. Na estufa elétrica, o fumo demora 4 dias para secar e são gastos  $3\text{m}^3$  de lenha; já na estufa convencional, o fumo demora 7 dias para secar e é gasto o dobro de lenha. O agricultor paga R\$ 40,00 por  $1\text{m}^3$  de lenha. a) Qual o valor gasto na compra da lenha para cada estufa? b) Explique ao produtor, com o auxílio de um gráfico, qual estufa é mais vantajosa. (A2, p. 5)

A pesquisa A3 consistia em uma atividade com 5 problemas, um por dia, no qual foi desenvolvido em grupos e diminuindo o número de membros a cada atividade, com o professor tendo a função apenas de auxiliar o processo, sem dar respostas e no último dia, os alunos relataram sobre as resoluções e dificuldades.

Na pesquisa A4 foi desenvolvido um experimento buscando investigar o desempenho dos alunos na utilização do pensamento algébrico na RP que envolvem os conteúdos de equações do 1º grau e sistemas de 1º grau, por meio do sistema informático chamado SIENA. Sistema esse em que permite ao professor uma análise do nível de conhecimento prévio de cada aluno, as questões dos testes

foram classificadas em três níveis de dificuldades: fáceis, médias e difíceis.

Na A5 foi utilizado jogos como bingo e dominó, valendo-se dos conceitos de tabuada e fração:

Bingo da Tabuada para trabalhar tabuada com os alunos. Os alunos precisavam verificar se possuíam o resultado das multiplicações mencionadas no quadro negro, correspondiam com os números em suas respectivas cartelas. Dessa forma, o jogo era trabalhado com a mesma ideia do original. (A5, p. 6)

Na pesquisa A6 foi utilizado vários jogos e brincadeiras de situações do cotidiano, abordando os conceitos de números e operações, em que faziam contagens, comparações e resolviam problemas. Sendo assim, uma das atividades foi:

Diariamente era solicitado às crianças que desenhassem, no calendário, como estava o tempo naquele dia. Ao final de cada mês, somavam quantos dias de sol, chuva, sol com nuvens ou somente nuvens foram registradas; faziam uma tabela com os resultados e confeccionavam um gráfico de colunas com esses dados representando-o em papel quadriculado. (A6, p. 7)

Assim, percebemos que as pesquisas se valeram de várias metodologias para aplicar a RP: jogos, roleta ou perguntas, embora que não concordamos com essas metodologias como sendo produtivas e condizentes com a RP devidos aos motivos apresentados na fundamentação teórica. Nem todas as atividades desenvolvidas se valeram da RP da forma como foram apresentadas as concepções propostas em suas pesquisas. Além disso, nenhuma delas utilizou a concepção “resolver problemas através da matemática”, a qual nós defendemos ser a mais eficaz para o ensino de matemática.

#### **e) Qual a conclusão do autor ao usar a resolução de problema?**

Em A1 as autoras identificam a importância da RP para revisar um conteúdo já estudado, mas também afirmam que o professor sempre deve acompanhar como um incentivador. Conforme própria conclusão dos autores,

A Resolução de Problemas é uma importante metodologia, onde os alunos se permitem trabalhar os conceitos matemáticos, o uso de estratégias e ainda o raciocinar de forma lógica. Mas é importante ressaltar que o aluno não deve ser deixado sozinho nesta tarefa, o professor deve ser um incentivador, e a todo momento indagar sobre os acontecimentos, de modo que faça o aluno refletir sobre a problemática. (A1, 2017, p. 7)

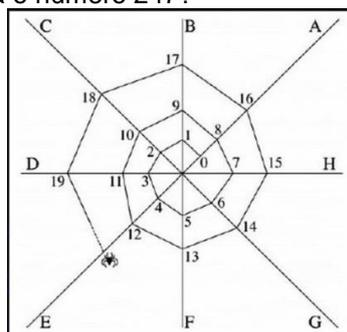
Na análise em A2 a autora baseou-se nas narrativas dos alunos para instigar que os outros professores também sigam esta metodologia. Ainda, cita que os participantes da pesquisa se tornam mais confiantes e autônomos para aprender. É importante levar em consideração a conclusão dos próprios participantes do projeto,

tais como:

Na produção de fumo precisamos fazer contas do começo ao fim, por exemplo, para saber quanto semear em cada bandeja, quanto de adubo colocar nas piscinas e também nas letras depois de mudar o fumo para lavoura, enfim, envolve a Matemática em tudo. [...] nessa pesquisa eu aprendi a rever melhor a maneira pela qual eu resolvia esses problemas. Poderei, com esses conhecimentos ajudar a melhorar e facilitar a minha vida e a de meus pais. (A2, 2017, p. 6)

Já a A3, o que se esperava na introdução da pesquisa era que essa atividade poderia estimular a criatividade dos alunos, tornando-os mais ativos. Porém, parece que a concepção defendida é a de ensinar matemática para resolver problemas. No trabalho demonstra a preocupação apenas com os resultados obtidos com cada atividade, não expressa as dificuldades dos alunos e tão pouco as medidas adotadas pelos professores, quanto ao auxílio aos alunos. O seguinte trecho retirado da pesquisa A3 mostra isso:

“O segundo desafio proposto foi “A aranha e sua teia” e enunciava-se: A, B, C, D, E, F, G, e H são os fios de apoio que uma aranha usa para construir sua teia, conforme mostra a Figura 1. A aranha continua seu trabalho. Sobre qual fio de apoio estará o número 247?



**Figura 1:** Teia de aranha

Para este desafio, também dividimos a turma em cinco grupos de quatro integrantes. Três equipes obtiveram a resposta correta, observando que os números cresciam de oito em oito em cada fio. Os outros dois grupos não conseguiram resolver o problema”. (A3, p. 5)

A autora da pesquisa A4 relata que os alunos obtiveram um bom desempenho nos testes adaptativos atingindo os objetivos propostos, porém sentiram dificuldades em determinadas questões, em que precisaram de uma base algébrica mais apurada para a RP. Expõem também que eles gostaram do teste, pois além de usar os recursos tecnológicos, tornando o ambiente mais dinâmico, também foi possível compreender os erros e corrigi-los.

Na pesquisa A5, os autores relatam que “a atividade desenvolvida favoreceu o aprendizado em matemática, ao se abordar diferentes maneiras de ensinar matemática”. A descrição da atividade envolvendo a tabuada é: “Os alunos precisavam verificar se possuíam o resultado das multiplicações mencionadas no

*quadro negro, correspondiam com os números em suas respectivas cartelas*". A pesquisa apresenta certo entusiasmo com as aulas de matemática que envolvem jogos, bingo e dominó, porém pensamos que a utilização desses jogos pode apenas mudar a forma de apresentar o conteúdo ao estudante, de certa maneira lúdico. Embora os autores apresentem boas expectativas em relação à RP, acreditamos que as atividades relatadas na pesquisa pouco se relacionaram à RP da forma como foi relatada.

Por fim, na pesquisa A6, a autora destaca a importância de analisar o problema antes de propor aos alunos, pois, segundo ela, um verdadeiro problema precisa mobilizar diferentes operações e conteúdos.

Desta forma, após analisar o que cada estudo traz, percebemos existir um consenso de que a RP propicia uma melhora no ensino da matemática. Porém, não concordamos que as metodologias aplicadas nas pesquisas realmente ilustram uma utilização RP do modo como se propuseram. Entretanto, se empregada de forma mais coerente com as orientações de cada umas das categorias poderia propiciar uma melhoria ainda maior no ensino. Parece existir um desvio de conceito de um determinado modo de entender a RP por parte de alguns textos.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

As informações e análises sobre o mapa teórico acerca das pesquisas com o tema "RP", nos fez perceber que o aporte teórico das seis pesquisas selecionadas não foi profundamente desenvolvido. Em algumas delas foram expostas uma concepção de RP, porém, durante as atividades foi aplicada outra. Na A5 foi exposto uma visão sobre RP e durante a atividade a mesma não foi utilizada. Sendo assim, parece não existir um entendimento sobre as concepções enquanto são desenvolvidas as atividades.

Além disso, alguns autores não apresentam os resultados da pesquisa, como os percalços ou possíveis falhas. Ainda em sua maioria, as atividades desenvolvidas através da RP não se mostraram eficientes, no sentido que não foi relatado como o professor orientava a RP, se durante esse momento ele aproveitava para inserir conceitos matemáticos, por exemplo. Em outras palavras, em nenhuma das pesquisas foi relatada a ação docente durante as atividades quando

apresentado dúvidas pelos alunos.

Embora as pesquisas A2 e A5 tenham apresentado a concepção de RP através da matemática, suas atividades não se valeram do aporte teórico. Portanto, nenhuma das seis pesquisas se usou da metodologia de ensino de RP através da matemática, que ao nosso entender é a melhor concepção/metodologia.

## REFERÊNCIAS

BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento na Pesquisa Educacional**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. **A solução de problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 43-65.

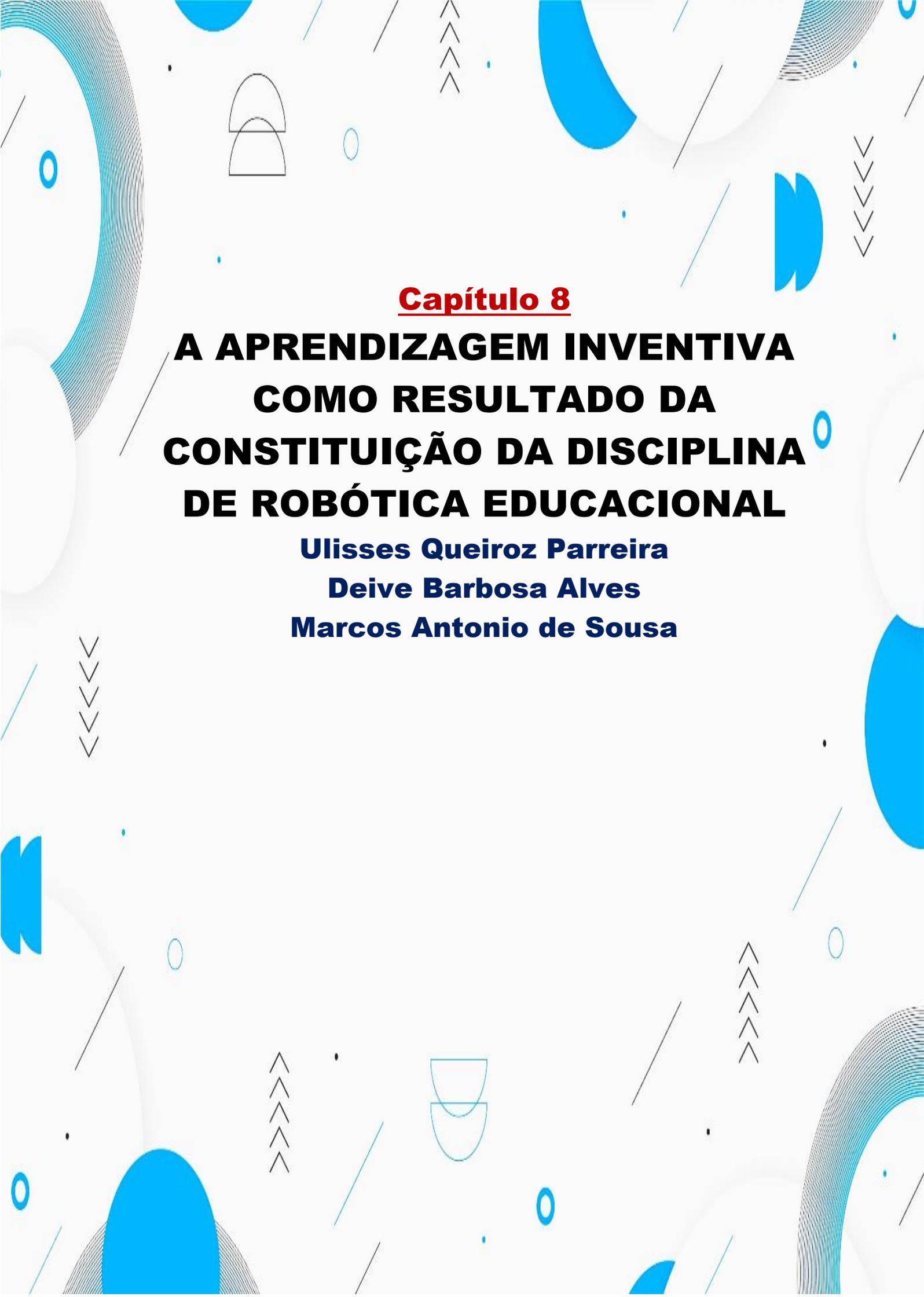
ECHEVERRÍA, M. D. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. **A solução de problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 13-42.

JUSTULIN, A. M. Então... eu não uso a metodologia de resolução de problemas? **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v.7, n.1, jan/abr 2017.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.) **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213- 231.

\_\_\_\_\_. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, SP, v. 25, n. 41, p.73-98, 2011.

REDLING, J. P. **A metodologia de resolução de problemas: concepções e práticas pedagógicas de professores de matemática do ensino fundamental**. 2011. 166 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2011.



**Capítulo 8**

**A APRENDIZAGEM INVENTIVA  
COMO RESULTADO DA  
CONSTITUIÇÃO DA DISCIPLINA  
DE ROBÓTICA EDUCACIONAL**

**Ulisses Queiroz Parreira**

**Deive Barbosa Alves**

**Marcos Antonio de Sousa**

## A APRENDIZAGEM INVENTIVA COMO RESULTADO DA CONSTITUIÇÃO DA DISCIPLINA DE ROBÓTICA EDUCACIONAL

### **Ulisses Queiroz Parreira**

*Licenciado em Ciências com habilitação em Matemática pela Universidade Federal do Tocantins (UFT). Mestrando no Programa de Pós-Graduação no Ensino de Ciências e Matemática (PPGecim) da Universidade Federal do Tocantins (UFT). Professor do Ensino Médio na Escola SESI de Araguaína, Tocantins, Brasil. Endereço para correspondência: Rua da Prata, QD K6, Lt 7, Setor Araguaína SUL, Araguaína, Tocantins, Brasil, CEP: 77.827-310. E-mail: [uliqp@mail.uft.edu.br](mailto:uliqp@mail.uft.edu.br)*

### **Deive Barbosa Alves**

*Doutor em Educação pela Universidade Federal de Uberlândia – UFU. Professor da Universidade Federal do Tocantins – UFT e Docente do PPGecim – UFT, Araguaína, Tocantins, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida Paraguai (esquina com a Rua Uxiramas), s/n Setor - Cimba, Araguaína - TO, CEP: 77824-838. E-mail: [deive@uft.edu.br](mailto:deive@uft.edu.br)*

### **Marcos Antonio de Sousa**

*Licenciado em Ciências com habilitação em Matemática pela Universidade Federal do Tocantins (UFT). Mestrando no Programa de Pós-Graduação no Ensino de Ciências e Matemática (PPGecim) da Universidade Federal do Tocantins (UFT). Técnico Administrativo na Universidade Federal do Tocantins (UFT), Câmpus de Araguaína/TO, Brasil. Rua 15 Qd. 19 Lt 02, Conjunto Residencial Patrocínio, Araguaína/TO, Brasil, CEP 77.826-618. E-mail: [marcos.sousa@uft.edu.br](mailto:marcos.sousa@uft.edu.br)*

### **RESUMO**

Tal pesquisa tem por objetivo estabelecer como se constitui a robótica educacional enquanto componente curricular do ensino fundamental II, de uma Escola da cidade de Araguaína – TO, buscando perceber sua composição a partir da teoria da aprendizagem inventiva de Virgínia Kastrup. Trata-se de uma investigação qualitativa, na forma de um Estudo de Caso, pois, além de uma descrição ampla e “profunda”, se pretende encontrar as principais características que tornam a

disciplina única, além da sua estruturação enquanto componente curricular, buscando ainda perceber, além dos avanços em tal temática, a maneira como a robótica vem sendo utilizada no contexto educacional ao longo dos últimos anos. Os sujeitos da pesquisa serão alunos regularmente matriculados na referida escola, além de mais dois professores. Para o levantamento de dados, pretende-se analisar documentos oficiais, fazer uso de questionários e entrevistas, além da produção dos sujeitos. Espera-se que esta pesquisa apresente os resultados de uma aprendizagem inventiva, visto que se anseia que os sujeitos tenham autonomia para formular enunciados e não apenas resolvê-los, uma vez que o invento está diretamente relacionado à robótica educacional. Apesar de abordagens distintas, nota-se que muitas pesquisas mencionam esta temática como estratégia, ferramenta, ou mesmo algo a ser inserido entre diferentes componentes curriculares, sempre visando o aprimoramento no processo de ensino-aprendizagem. Neste ponto, entendemos ser viável a análise desta enquanto componente curricular.

**Palavras-chave:** Robótica Educacional; Aprendizagem inventiva; Educação Matemática.

## INVENTIVE LEARNING AS A RESULT OF THE CONSTITUTION OF THE EDUCATIONAL ROBOTICS DISCIPLINE

### ABSTRACT

This research aims to establish how educational robotics is constituted as a curricular component of elementary school II, in a School in the city of Araguaína - TO, seeking to understand its composition from the theory of inventive learning by Virgínia Kastrup. This is a qualitative investigation, in the form of a Case Study, because, in addition to a broad and "deep" description, it is intended to find the main characteristics that make the discipline unique, in addition to its structuring as a curricular component, still seeking noticing, in addition to advances in this theme, the way in which robotics has been used in the educational context over the past few years. The research subjects will be students regularly enrolled in that school, in addition to two teachers. For data collection, it is intended to analyze official documents, make use of questionnaires and interviews, in addition to the production of the subjects. It is expected that this research presents the results of an inventive learning, as it is hoped that the subjects have autonomy to formulate statements and not just solve them, since the invention is directly related to educational robotics. Despite different approaches, it is noted that many researches mention this theme as a strategy, tool, or even something to be inserted between different curricular components, always aiming to improve the teaching-learning process. At this point, we believe that the analysis of this as a curricular component is viable.

**Keywords:** Educational Robotics; Inventive learning; Mathematical Education.

### INTRODUÇÃO

O modelo de ensino em que o progresso do aluno resulta especificamente do seu esforço em assimilar (memorizando e copiando) o máximo de informações repassadas pelo professor, se mostra cada vez mais ineficiente. Em vez de dar

tantos conteúdos, o foco é preparar para a vida, é mais do que decorar coisas, trata-se de ensinar a pensar, respeitando os ritmos dos estudantes e o jeito de aprender de cada um, justificando todo e qualquer esforço nesse sentido (ZILLI, 2004).

Entende-se ser compreensível o exposto, uma vez que os alunos não são mais os mesmos, o que impossibilita o uso de uma abordagem estática em alunos cada vez mais em movimento.

Para Papert (1994) o referido atraso da escola se deu, visto que o ato de aprender ficou esquecido, enquanto o mundo acadêmico dedicou-se ao ato de ensinar:

Por que não há, em inglês, uma palavra para a arte de aprender? O *Webster* diz que a *palavra* pedagogia significa a arte de ensinar. O que está faltando é uma palavra para a arte de aprender. [...] A Pedagogia, a arte de ensinar, sob seus vários nomes, foi adotada pelo mundo acadêmico como uma área respeitável e importante. A arte de aprender é um órfão acadêmico (PAPERT, 1994, p. 77).

A partir desta observação, Papert (1994) dedicou-se a buscar entendimentos das formas de aprendizagem de crianças, dentre as diversas maneiras citadas pelo pesquisador está a Robótica Educacional. A qual “é uma ferramenta que permite ao professor demonstrar na prática muitos dos conceitos teóricos, às vezes de difícil compreensão, motivando o aluno, que a todo momento é desafiado a observar, abstrair e inventar” (ZILLI, 2004, p. 39).

Desse ponto de vista, utilizando-se dos conceitos multidisciplinares que a Robótica Educacional oferece, os alunos são conduzidos a experiências de aprendizagens pautadas em suas observações, o que faz com que o conhecimento construído tenha muito mais significado para as crianças, visto que foi pautado em seu próprio esforço. Tal abordagem permite ainda, além da integração entre disciplinas, a simulação de procedimentos que permitem o aprendizado, pois, ao passo que o aluno inventa, aprimora e testa hipóteses para que seu “protótipo” funcione, o mesmo acaba expandindo ainda mais sua aprendizagem ao inventar (ZILLI, 2004).

Embasados nessas considerações, pretende-se contar com a participação dos alunos do 9º B da escola SESI de Araguaína - TO, além de mais dois professores que ministram a disciplina de robótica educacional. Contatos iniciais já foram realizados, e o retorno da unidade de ensino foi positivo.

## JUSTIFICATIVA/PROBLEMÁTICA DA PESQUISA

A tecnologia avança a passos largos, em reflexo a isso, muitos setores da sociedade têm sido beneficiados e com a educação não seria diferente. Nessa perspectiva, ponderando acerca de tais avanços no âmbito educacional, é na Base Nacional Comum Curricular – BNCC que a associação das práticas de ensino as tecnologias digitais ganham força. Corroborando com a própria BNCC, estudiosos apontam a necessidade de compreensões mais aprofundadas acerca de como a junção entre as tecnologias digitais e o ensino deve ocorrer, com o intuito de se abarcar tanto a parte cognitiva da aprendizagem quanto as habilidades socioemocionais. Nesta conjuntura, o investimento em procedimentos que visam à utilização de tecnologias digitais no processo educativo tem sido uma constante (FUZA *et al.*, 2020).

Nessa mesma linha de pensamento, justifica-se a pesquisa relacionada à inventividade presente na constituição da disciplina de robótica educacional enquanto componente curricular, uma vez que, segundo Alves *et al.* (2020, p. 2), ela é “um recurso poderoso ao desenvolvimento cognitivo do aluno, capaz de ressignificar a forma de aprender os conhecimentos científicos”, facilitando assim o suprimento das diretrizes e habilidades demandadas pelo ensino atual.

A relevância desta é evidenciada ainda, ao se levar em consideração as constantes reflexões acerca das transformações ocasionadas pelas tecnologias digitais no trabalho em sala de aula, mediante a necessidade de se integrar o novo com aquilo que já se têm. A própria BNCC, como afirma Fuza *et al.* (2020, p.17), propõe “a compreensão, a utilização e a criação de tecnologias de forma significativa, reflexiva e ética, para que o aluno produza conhecimento, resolva problemas e obtenha um papel mais responsável”, adquirindo autonomia e um espírito colaborativo. Tal abordagem corrobora com o pensamento de Kastrup (2015), uma vez que, segundo a autora, o processo de formação é gerado a partir do próprio indivíduo, defronte a uma nova estrutura de saber, permitindo assim a resolução de um número maior de problemas.

Tal pesquisa pode contribuir ainda com a propagação dos estudos nessa área de conhecimento em nossa região, uma vez que, como evidencia Barbosa *et al.* (2018, p. 348) em um levantamento de trabalhos relacionados à robótica

educacional publicados nos últimos 16 anos, “identificou-se uma grande concentração na região sudeste, sendo a partir de 2007 um crescimento na região sul e nordeste”, mas, apenas um único estudo na região norte.

Nessa linha de pensamento, uma unidade de ensino em nossa cidade apresenta já há alguns anos um trabalho favorável nessa questão, o que fez com que esta viesse a se tornar referência em nosso estado no emprego da robótica educacional, tanto que possui uma disciplina para ensiná-la, trata-se da Escola SESI, que mediante um primeiro contato com a robótica educacional ainda no ano de 2014, passou a fazer uso desta de forma extracurricular, o que levou a instituição a participar de torneios e olimpíadas pelo Brasil, conquistando prêmios significativos nesses eventos, o que a tornou conhecida nacionalmente. Com o passar dos anos, a atividade ganhou força, e devido isso, passou a integrar a grade de disciplinas obrigatórias no ensino fundamental II, a partir de janeiro de 2019.

Enquanto componente curricular (devido ao fosso existente nessa questão), e baseado no aprendizado dos conceitos multidisciplinares que a mesma oferece, considerando a construção de modelos que levam “o educando a uma gama enorme de experiências de aprendizagem”, com afirma Zilli (2004, p.39), propõe-se um estudo acerca da constituição, desde o planejamento até a respectiva aplicação, da disciplina de robótica educacional da escola SESI de Araguaína - TO, pretendendo entender as questões que podem favorecer a objetivação da robótica educacional enquanto componente curricular, além da concretização de anseios relacionados aos fatores que favorecem a aprendizagem inventiva dentro da respectiva disciplina. Para tal, tem-se como pergunta de pesquisa: Como se constitui a disciplina de Robótica Educacional na rotina de aprendizagem de alunos do ensino fundamental II da escola SESI de Araguaína Tocantins?

### **OBJETIVOS: Geral**

Estabelecer como se constitui a robótica educacional enquanto componente curricular do ensino fundamental II, a partir da teoria da Aprendizagem Inventiva das pesquisas de Kastrup (2000); Kastrup (2001); Kastrup (2004); Kastrup (2007a); Kastrup (2007b); Kastrup (2010) e Kastrup (2015).

## OBJETIVOS: Específicos

- Estudar as dissertação e teses sobre a robótica educacional no ensino fundamental II para a construção de um posicionamento acerca das principais problemáticas que estão surgindo nesse campo de estudo.
- Estabelecer os caminhos que nortearão a produção de dados durante o desenvolvimento da pesquisa.
- Acompanhar as atividades desenvolvidas pelos professores e alunos na disciplina de Robótica Educacional.
- Criar estratégias de análises de dados que possibilitem o acesso a informações relevantes para a construção da pesquisa.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O período compreendido entre os anos de 1946 e 1953 apresentam os primeiros registros voltados para o campo que viria a ser a robótica educacional, pois nesse período, uma série de conferências foram realizadas pela Fundação Josiah Macy, com o intuito de aproximar, de maneira diversificada e interdisciplinar, acadêmicos e pesquisadores para se estabelecer o que viria a nortear a ciência cibernética. “As conferências de Macy”, como ficaram conhecidas, constituíram um marco para o campo, pois foram as primeiras a lidar com novos termos e informações necessárias às, hoje conhecidas, tecnologias digitais (MASARO, 2010).

Entretanto, foi em 1964 que Seymour Papert, ao ter acesso ao Laboratório de Inteligência Artificial do Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT), desenvolveu atividades intelectuais relevantes para a robótica educacional. “Inspirado nas tartarugas de William Grey Walter”, evidencia Barbosa et al. (2018, p. 332), Papert “construiu um robô em forma de tartaruga e desenvolveu a linguagem LOGO para controlá-lo”, afirma Curcio (2008, p. 17), inserindo assim a robótica no contexto escolar no final da década de 60.

O esboço desta nova disciplina surgira gradualmente, e o problema de situá-la no contexto da Escola e no ambiente de aprendizagem será melhor apresentado quando a tivermos na nossa frente.

Apresento aqui uma nova definição preliminar da disciplina, porém apenas como uma semente para discussão, como aquele grão de conhecimento necessário para que uma criança invente (e evidentemente, construa). Se este grão constituísse a disciplina inteira um nome adequado seria “engenharia de controle” ou até mesmo “robótica” (PAPERT, 1994, p.160).

Dentre muitos, um aspecto que merece destaque nas ideias de Papert apresentadas na linguagem de programação LOGO, se deve ao fato de se aceitar o erro como um importante fator de aprendizagem, o que oferece oportunidades para que o aluno entenda por que errou e busque uma nova solução para o problema, “investigando, explorando, descobrindo por si próprio, ou seja, a aprendizagem acontece por descoberta” (CURCIO, 2008, p. 25).

Em consequência da disposição de Papert em compartilhar seus conhecimentos e saberes, a inserção de computadores nas escolas ganhou força com o passar dos anos, especificamente a partir de “1986 quando a Lego lançou robôs programados usando a linguagem LOGO e, em 1989, quando Seymour Papert se uniu a Lego” (CURCIO, 2008, p. 23). A parceria só aumentou tendo como consequência o lançamento, por parte da empresa, da série LEGO *Mindstorms* no ano de 1998.

Os *kits* chegaram ao Brasil via Universidade, tendo como ponto de partida o MIT. Posterior a isso, com a chegada deles nas escolas, e mediante pesquisas de outros, a metodologia foi sendo conhecida e disseminada.

Hoje, os principais projetos de robótica educacional são iniciativas isoladas de universidades, prefeituras ou escolas particulares. A maioria das instituições utiliza kits padronizados, formado por hardware, software e material didático próprios. Algumas, em outra direção, adotam software livre e material reciclado para construção de robôs com diferentes níveis de complexidade (CURCIO, 2008, p. 23).

Para Barbosa et al. (2018), as pesquisas que contribuíram para a disseminação da disciplina trabalharam tendo como base um referencial comum: Seymour Papert, sendo justo mencioná-lo como um dos precursores no uso da robótica, sempre objetivando incorporar a tecnologia à evolução do pensamento humano. Segundo o próprio Papert (1994), tal perspectiva só é possível frente ao fim da cultura de que ciência e as variadas tecnologias não andam juntas, pois tais pensamentos acabam impedindo a construção de um conhecimento científico

próprio por parte dos alunos, criando lacunas no processo de ensino aprendizagem que acabam, num futuro próximo, expondo-se como habilidades não atingidas.

Nesse viés, e ao considerarmos o tema da invenção como algo significativo na rotina de aprendizagem dos alunos, enxergamos na robótica educacional um campo propício para se buscar a aprendizagem inventiva. Tal cenário é animador uma vez que é capaz de provocar avanços consideráveis no campo do ensino, pois, ao se tratar de aprendizado, segundo Kastrup (2004, p. 12.), “aprende-se fazendo, ou melhor, aprende-se no trabalho atento e não através do exercício mecânico”. Posto isto, e ao problematizarmos o que viria a ser a “aprendizagem inventiva”, buscamos algumas concepções acerca do tema, culminando assim, de acordo com nosso entendimento, na aprendizagem inventiva a luz das pesquisas de Kastrup (2000, 2001, 2004, 2007a, 2007b, 2010, 2015).

Ao problematizarmos a aprendizagem inventiva, é válido mencionar que o domínio de certo conteúdo proveniente de ações mecânicas do tipo pergunta-resposta, não oferece, por si só, a capacidade de fomentar uma prática significativa em termos de aprendizagem, como afirma Kastrup (2007a). Ainda segundo a autora, a aprendizagem inventiva inclui a “experiência de problematização, que se revela através de *breakdowns*, que constituem rupturas no fluxo cognitivo habitual. Problema e solução são as duas faces do processo da aprendizagem inventiva”, Kastrup (2004, p. 8).

Nesta continuidade, tal aprendizagem envolve a ação de problematizar, mas não apenas se prendendo ao processo de resolver problemas, envolve extrapolar este conceito, uma vez que “aprender não é adaptar-se a um meio ambiente dado, a um meio físico absoluto, mas envolve a criação do próprio mundo”, implicando em uma “invenção de si e do mundo”, como afirma Kastrup (2001). Ao passo que nos aprofundamos neste conceito, sua importância no campo do ensino fica cada vez mais evidente, pois quando falamos de aprendizagem inventiva, em momento algum devemos entendê-la como qualidade restrita a poucos “estudiosos” ou “cientistas”, ou mesmo como algo incomum ou atípico, deve-se pensar a inventividade como algo presente no cotidiano do homem comum, não se prendendo apenas a sua inteligência, uma vez que, segundo Kastrup (2001, p. 20), “a inteligência é um processo de solução de problemas e não de invenção de problemas”. Ainda segundo a autora:

É importante, então, sublinhar que a aprendizagem inventiva nunca se restringe ao plano da inteligência. A inteligência participa, mas não é por sua participação que a verdadeira aprendizagem se dá. A inteligência atua, tem um papel no processo de aprendizagem, mas ela é acionada, forçada pelo encontro com os signos (KASTRUP, 2001, p. 20).

Remetemo-nos, assim, à Kastrup (2001, p.20), quando diz que “tudo que nos ensina alguma coisa emite signos, e não se aprende senão por decifração e interpretação”. Nessa perspectiva, e embasados na concepção de Silva (2020), “a invenção de problemas e a experiência de problematização configuram-se como caminhos outros que não se resumem à aquisição de conteúdo ou à resolução de problemas”, corroborando com as palavras de Kastrup (2001, p. 17):

A aprendizagem não é entendida como passagem do não-saber ao saber, não fornece apenas as condições empíricas do saber, nem é uma transição ou uma preparação que desaparece com a solução ou resultado. A aprendizagem, é sobretudo, invenção de problemas, é experiência de problematização.

Diante do exposto, a aprendizagem inventiva vai além das condições de adaptações as situações do dia a dia, envolvem ações capazes de produzir experiências ligadas a invenção de novos ambientes, novos mundos (Silva, 2020). A partir disso, “é que a aprendizagem começa, quando não reconhecemos, mas, ao contrário, estranhemos, problematizamos” (KASTRUP, 2001, p. 18).

## **METODOLOGIA**

A pesquisa será analisada por meio de uma abordagem qualitativa, uma vez que, como afirma Bogdan e Biklen (1994, p.76) “na investigação qualitativa a relação é continuada; desenvolve-se ao longo do tempo. Conduzir investigação qualitativa assemelha-se mais ao estabelecimento de uma amizade do que de um contrato”. Tal situação dá ao pesquisador a oportunidade de inserção no ambiente escolar com a proximidade necessária para a realização da pesquisa, buscando explorar e compreender, como afirma Yin (2015), o comportamento e suas particularidades, no intuito de entender o porquê de determinadas condutas, objetivando capturar o significado dos eventos da vida real da perspectiva dos participantes.

A pesquisa será realizada na Escola SESI de Araguaína - TO, e diante da impossibilidade de abranger todas as turmas, optou-se por desenvolver a pesquisa com os alunos do 9º ano “B” (por terem contato com o material/disciplina há mais tempo) e dois professores que ministram a disciplina, totalizando 20 sujeitos. Contatos iniciais já foram realizados com a gerência, professores e alunos, que se mostraram dispostos em contribuir com o desenvolvimento da pesquisa.

O método escolhido para o desenvolvimento deste trabalho consiste no Estudo de Caso único, por se pretender encontrar no desenrolar da pesquisa, tanto as principais características da disciplina, o que a torna única, quanto sua estruturação enquanto componente curricular, não deixando de lado é claro, o rigor necessário para que esta pesquisa seja significativa e tenha representatividade, “de modo a ser apto a fundamentar uma generalização para situações análogas, autorizando inferências”, como afirma Severino (2013, p. 75).

Para Yin (2015), o Estudo de Caso se define como um método de pesquisa que foca em contextos da vida real de casos atuais, respondendo perguntas “como” e “por que”, considerando-o também como uma investigação empírica que compreende um método abrangente, com coleta de dados e sua respectiva análise, uma vez que, de acordo com Yin (2015), o estudo de caso possibilita o uso de uma variedade de instrumentos de coleta de dados. Para auxiliar a investigação, se fará uso de observação direta, questionários, entrevistas e um caderno de campo.

Os questionários serão compostos por questões abertas e fechadas, sendo sujeitas ao pré-teste para possíveis modificações. Após isso, iniciaremos a observação direta das aulas observando o desenrolar da disciplina (neste momento um caderno de campo será utilizado).

No que tange aos dados coletados, pretende-se analisá-los com o método de triangulação, pois este apresenta uma combinação de métodos de estudo de um mesmo fenômeno, aumentando assim a crença de que os resultados são válidos, ao passo que se adota múltiplos olhares e variados procedimentos de obtenção de informações (AZEVEDO et al., 2013).

Procederemos com a análise necessária com o propósito de compreender as concepções dos alunos e professores acerca da disciplina e de como a mesma se constitui, além das suas implicações na prática docente, mensurando ainda o impacto gerado no processo de ensino aprendizagem.

## RESULTADOS ESPERADOS

Embasados nessas considerações, espera-se contribuir para a ampliação do debate acerca do planejamento e respectiva aplicação da Robótica Educacional enquanto componente curricular de escola de ensino fundamental, tendo por base a teoria da Aprendizagem Inventiva, almejando ainda, construir um posicionamento em relação às principais problemáticas que estão surgindo nessa área de estudo e, de posse dos resultados obtidos na pesquisa, apresentar os caminhos, alternativos ou não, que o referido componente propicia à Educação Matemática dos sujeitos da pesquisa.

Espera-se, ainda, que os resultados dessa pesquisa proporcionem maior familiaridade aos professores que estão ou não envolvidos diretamente com a disciplina, dando a eles maior segurança na tomada de decisões no que concerne a disciplina, além de nortear a expansão desta para outras unidades de ensino que por ventura demonstrem interesse.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, Deive Barbosa *et al.* A produção de modelos matemáticos a partir da Robótica Educacional no contexto do Ensino Médio. **Proceeding Series Of The Brazilian Society Of Computational And Applied Mathematics**, Uberlândia, v. 7, n. 1, p. 1-7, 20 fev. 2020. Fluxo Contínuo. SBMAC. <http://dx.doi.org/10.5540/03.2020.007.01.0341>. Disponível em: <https://proceedings.sbmac.org.br/sbmac/article/view/2996>. Acesso em: 12 out. 2020.
- AZEVEDO, Carlos Eduardo Franco *et al.* A Estratégia de Triangulação: Objetivos, Possibilidades, Limitações e Proximidades com o Pragmatismo. **IV Encontro de Ensino e Pesquisa em Administração e Contabilidade**. Brasília, p. 1-16. nov. 2013. Disponível em: <http://www.anpad.org.br/admin/pdf/EnEPQ5.pdf>. Acesso em: 5 ago. 2020.
- BARBOSA, Fernando da Costa *et al.* **Mapeamento das pesquisas sobre Robótica Educacional no Ensino Fundamental**. **Texto Livre: Linguagem e Tecnologia**, Belo Horizonte, v. 11, n. 3, p. 331-352, 26 dez. 2018. Universidade Federal de Minas Gerais - Pro-Reitoria de Pesquisa. <http://dx.doi.org/10.17851/1983-3652.11.3.331-352>. Disponível em: <http://www.periodicos.letras.ufmg.br/index.php/textolivres/article/view/14347>. Acesso em: 7 mar. 2020.
- BOGDAN, Roberto C.; BIKLEN, Sari Kanopp. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho

Baptista. Editora: Porto Editora. Porto Codex – Portugal, 1994 Tradução de: Qualltative Research for Educatlon.

CURCIO, Christina Paula de Camargo. **PROPOSTA DE MÉTODO DE ROBÓTICA EDUCACIONAL DE BAIXO CUSTO**. 2008. 101 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Desenvolvimento de Tecnologia (Prodetec), Instituto de Tecnologia Para O Desenvolvimento (Lactec), Curitiba, 2008. Disponível em: <http://sistemas.institutoslactec.org.br/mestrado/dissertacoes/arquivos/christinacurcio.pdf>. Acesso em: 5 set. 2019.

FUZA, Ângela Francine *et al.* Tecnologias digitais, letramentos e gêneros discursivos nas diferentes áreas da BNCC: reflexos nos anos finais do ensino fundamental e na formação de professores. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 25, p. 1-26, 2020. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1413-24782019250009>. Disponível em: [https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1413-24782020000100207](https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-24782020000100207). Acesso em: 5 set. 2020.

KASTRUP, Virgínia *et al.* **Políticas da cognição**. Porto Alegre: Sulina, 2015. 295 p.

KASTRUP, Virgínia. **A aprendizagem inventiva**. Porto Alegre: Sulina, 2010. 207 p. (Entrevista por Juliano Reis Silveira. Edição Fábio Purper Machado. In: PASSOS, Eduardo. KASTRUP, Virgínia; ESCÓSSIA, Liliana da. *Pistas do método da cartografia: pesquisa intervenção e produção de subjetividade*).

KASTRUP, Virgínia. **A invenção de si e do mundo**: uma introdução do tempo e do coletivo no estudo da cognição. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. 256 p.

KASTRUP, Virgínia. A aprendizagem da atenção na cognição inventiva. **Psicologia & Sociedade**, Porto Alegre, v. 16, n. 3, p. 7-16, dez. 2004. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0102-71822004000300002>. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/psoc/v16n3/a02v16n3>. Acesso em: 5 abr. 2020.

KASTRUP, Virgínia. A invenção na ponta dos dedos: a reversão da atenção em pessoas com deficiência visual. **Psicologia em Revista**, Belo Horizonte, v. 13, n. 1, p. 69-89, jun. 2007. Disponível em: <http://periodicos.pucminas.br/index.php/psicologiaemrevista/article/view/261>. Acesso em: 6 set. 2020.

KASTRUP, Virgínia. Aprendizagem, arte e invenção. **Psicologia em Estudo**, Maringá, v. 6, n. 1, p. 17-27, jun. 2001. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1413-73722001000100003>. Disponível em: [https://www.scielo.br/scielo.php?pid=s1413-73722001000100003&script=sci\\_abstract&tlng=pt](https://www.scielo.br/scielo.php?pid=s1413-73722001000100003&script=sci_abstract&tlng=pt). Acesso em: 27 out. 2020

KASTRUP, Virgínia. O devir-criança e a cognição contemporânea. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, Porto Alegre, v. 13, n. 3, p. 373-382, 19 jan. 2000. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0102-79722000000300006>. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/prc/v13n3/v13n3a06.pdf>. Acesso em: 5 set. 2020.

MASSARO, Leonardo. **Cibernética: ciência e técnica**. 2010. 213 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Sociologia, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/278736>. Acesso em: 25 ago. 2020.

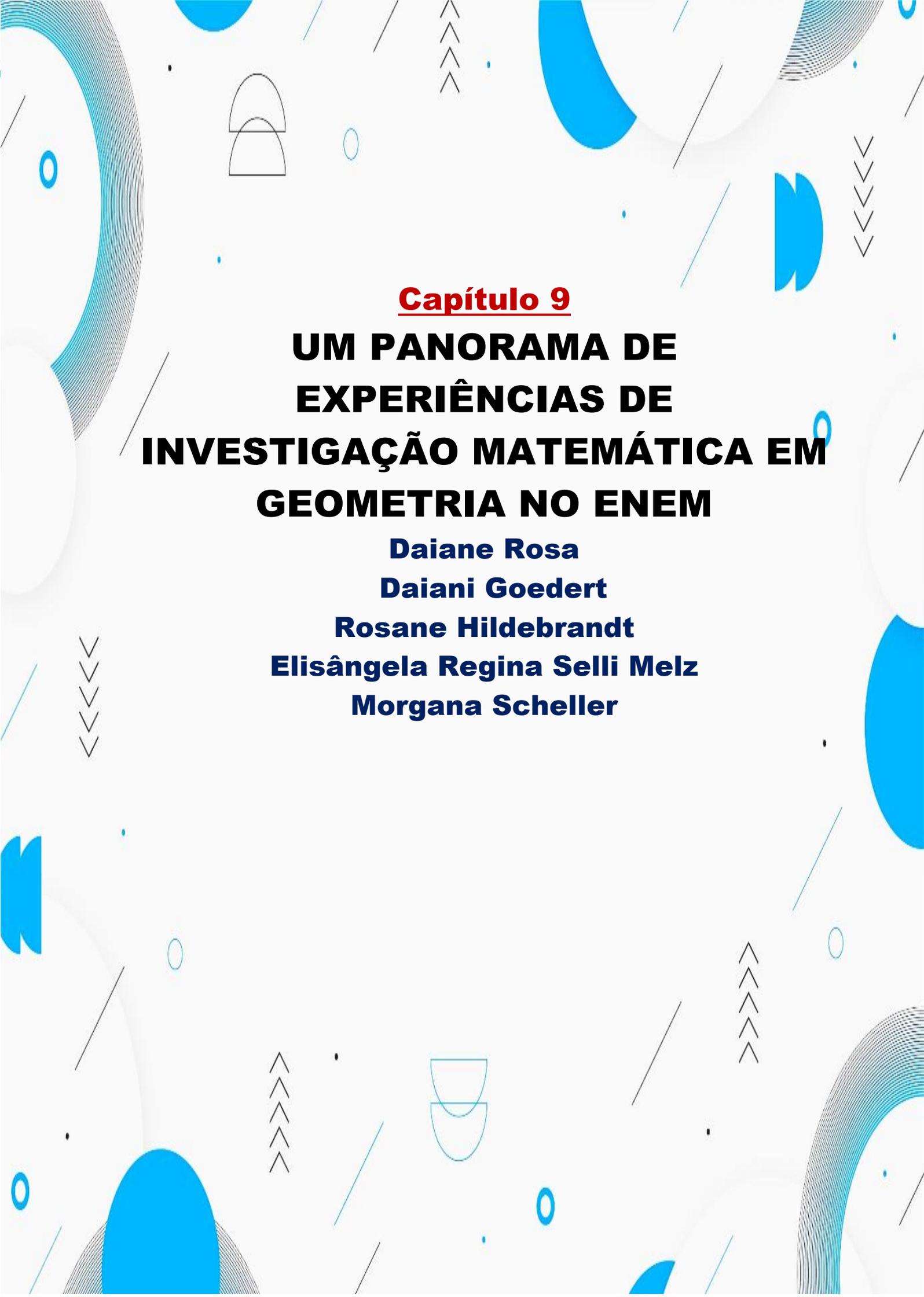
PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994. 211 p. Tradução de: Sandra Costa.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2013.

SILVA, Marcos Roberto da. **EXPERIÊNCIA COM ROBÓTICA EDUCACIONAL NO ESTÁGIO-DOCÊNCIA: uma perspectiva inventiva para formação inicial dos professores de matemática**. 2020. 225 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Uberlândia, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/29034/1/ExperienciaRoboticaEduacional.pdf>. Acesso em: 10 jun. 2021.

YIN, Robert K.. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015. Tradução de: Cristhian Matheus Herrera.

ZILLI, Silvana do Rocio. **A ROBÓTICA EDUCACIONAL NO ENSINO FUNDAMENTAL: PERSPECTIVAS E PRÁTICA**. 2004. 89 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/86930>. Acesso em: 5 set. 2020.



**Capítulo 9**  
**UM PANORAMA DE  
EXPERIÊNCIAS DE  
INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA EM  
GEOMETRIA NO ENEM**

**Daiane Rosa**

**Daiani Goedert**

**Rosane Hildebrandt**

**Elisângela Regina Selli Melz**

**Morgana Scheller**

## UM PANORAMA DE EXPERIÊNCIAS DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA EM GEOMETRIA NO ENEM

**Daiane Rosa**

*Acadêmica da Licenciatura em Matemática, IFC-Rio do Sul;*

*daianerosa1209@gmail.com*

**Daiani Goedert**

*Acadêmica da Licenciatura em Matemática, IFC-Rio do Sul;*

*daianigoedert2710@gmail.com*

**Rosane Hildebrandt**

*Acadêmica da Licenciatura em Matemática, IFC-Rio do Sul;*

*rosanehildebrandt@gmail.com*

**Elisângela Regina Selli Melz**

*Doutoranda em Educação Científica e Tecnológica - UFSC, Docente no Instituto*

*Federal Catarinense (IFC) Campus Rio do Sul, elisangela.melz@ifc.edu.br*

**Morgana Scheller**

*Doutora em Educação em Ciências e Matemática, Docente no Instituto Federal*

*Catarinense (IFC) Campus Rio do Sul, morgana.scheller@ifc.edu.br*

### RESUMO

A utilização de metodologias no ensino de Matemática na atualidade vêm sendo uma forte tendência educacional. A Investigação Matemática é uma delas e diversos autores defendem como um ambiente que corrobora para a construção dos conceitos matemáticos e a autonomia dos alunos. Diante da relevância do tema, este artigo traz um mapeamento de pesquisas sobre Investigação Matemática no ensino de geometria, focamos nos relatos de experiência divulgados nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), nos anos de 2013 e 2016. Para a seleção do corpus utilizou-se as palavras-chave: “investigação” e “investigativo(a)”. Destarte, ao serem analisados os títulos e resumos dos trabalhos

selecionados, verificamos se esses estariam de acordo com o tema apresentado. Após o filtro, foram selecionados dez artigos para estudo, na qual estipulamos as seguintes categorias para análise: Conteúdo Específico; Contexto da Aplicação; Referencial Teórico; Uso de Tecnologias da Informação e Comunicação ou Materiais Manipuláveis ou outras ferramentas. Nos resultados percebeu-se que a utilização de aulas investigativas corrobora para a construção de conceitos matemáticos e evolução dos alunos no modo que resolveram as atividades propostas. A partir dos estudos realizados, percebeu-se também que com qualquer ferramenta, que promova um ambiente de investigação, é possível desenvolver atividades na qual os alunos sejam os protagonistas da sua aprendizagem, refletindo sobre os resultados.

**Palavras-chave:** Mapa teórico. Investigação Matemática. Geometria. Ensino de Matemática.

## 1. INTRODUÇÃO

No campo educacional atual vivemos em constantes mudanças metodológicas do ensino e aprendizagem. Para acompanharmos essas mudanças é indispensável a utilização de recursos diversos para o ensino em sala de aula. A fim de averiguar a utilização dessas metodologias, utilizamos como alicerce o mapeamento teórico educacional, buscando analisar se a investigação matemática é utilizada, qual seu propósito e se seus resultados são positivos ou não.

Segundo Biembengut (2018), o Mapa quando bem elaborado facilita não só apenas o reconhecimento das questões a serem apresentadas, mas também o torna simples de esclarecer a posição e suas prováveis analogias. A autora justifica a importância de utilizar o Mapa teórico no início das pesquisas, fazer leituras sobre os conceitos e definições do conteúdo a ser mapeado. “Os conceitos e as definições envolvidos não apenas esclarecem, como também nos auxiliam a compreender quais e como esses conceitos foram utilizados nas pesquisas realizadas em que pretendemos nos fundamentar” (BIEMBENGUT, 2008, p. 90).

Além disso, Biembengut (2008), afirma que o Mapa Teórico não se limita ao levantamento e organização de dados, consiste em fazer a revisão na literatura disponível dos conceitos e definições por meio de um tema ou questão a ser investigada e, a seguir, pesquisas acadêmicas recentemente desenvolvidas. Os conceitos e as definições envolvidas esclarecem o tema e delimitam o campo de análise, da mesma forma auxiliam a compreender quais e como esses conceitos e definições foram utilizados nas pesquisas realizadas.

O Mapa Teórico torna-se integrante para a análise e reconhecimento de dados, mas especialmente, por proporcionar vasto domínio sobre o conhecimento existente da área investigada. Para Biembengut (2008), o Mapa Teórico possui dois momentos essenciais, primeiramente trazer os conceitos e definições sobre o tema abordado, neste caso a Investigação Matemática (IM) e posteriormente identificar, entender e reconhecer experiências já produzidas sob objeto de estudo a ser trabalhado.

Utilizar a IM, tema deste Mapeamento, é salientado por, Ponte, Brocardo e Oliveira, (2003, p. 10) na qual eles enfatizam estudos na educação que “[...] investigar constitui uma poderosa forma de construir conhecimento”, no entanto, “[...] não é evidente o modo de promover nos alunos (e nos professores) as atitudes e as competências necessárias para o trabalho de investigação”.

As aulas investigativas oportunizam um novo incentivo para professores e alunos, tanto no ensino quanto na aprendizagem pois sua dinâmica demanda de novas práticas e novos olhares sobre a aula de Matemática, além de desenvolver entusiasmo entre os estudantes perante a disciplina. As considerações de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), contrapõe que o conceito de IM, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade genuína, constituindo uma translação educativa. O aluno é chamado para agir como um matemático, não só na formulação de problemas de questões, na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados, na discussão e argumentação com os colegas e o professor.

No cenário nacional diversos são os meios de divulgação da produção relativa ao tema, seja na forma de teses, dissertações, artigos ou relatos de experiência. Tais produções contribuem com os processos de ensino e de aprendizagem de matemática. Assim, verificando a relevância do tema, sabe-se da importância do estudante de licenciatura em matemática inteirar-se dos estudos desenvolvidos a fim de ampliar o rol de informações a respeito da temática, bem como de conhecer potenciais conceitos que podem vir a adensar futuras práticas docentes. Nesse sentido, o artigo tem como objetivo apresentar um mapeamento de pesquisas sobre Investigação Matemática, abordando concepções e aplicações. Para sua elaboração, num primeiro momento realiza-se o estudo de pressupostos teóricos, na qual há diferentes concepções e autores que fundamentam este artigo. Paralelamente optou-se pela seleção de estudos divulgados na forma de relatos de

experiências publicados em anais do ENEM de 2013 e 2016 em que apresentaram o tema IM. Em seguida, procedeu-se com o estudo dos mesmos trazendo algumas considerações.

## 2. INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Investigar, de acordo com o dicionário Michaelis (1998), é o ato de tentar descobrir (algo) com grande empenho e rigor, [...] objetivando a aquisição de novos conhecimentos no campo específico, artístico, literário, e etc. Para a fundamentação teórica exploramos algumas concepções de autores que tratam desse tema de forma conceitual, na qual abordam determinadas perspectivas no contexto de ensino e aprendizagem. Primeiramente se faz necessário entender o que é a investigação e como ela ocorre no ensino de matemática. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2003):

[...] investigar não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento. Significa, tão só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p. 9).

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), a investigação, de modo geral, pode ser utilizada em diversos contextos, tendo como exemplo, no campo jornalístico, científico, criminal, educacional entre outros. Os autores afirmam ser possível programar o método a ser utilizado na investigação, porém não tem como saber como irá terminar, pois há inúmeras possibilidades de resoluções e percursos para serem utilizados na investigação matemática. Segundo eles a atividade de investigação ocorre normalmente por meio de três fases:

(i) introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito, (ii) realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, e (iii) discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016, p. 25).

De acordo com esses autores, a realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais:

- O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões;
- O segundo refere-se ao processo de formulação de conjecturas;
- O terceiro inclui a realização de teste e refinamento das conjecturas;
- O quarto momento, tem relação a argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado.

A exploração inicial e a formulação de questões de acordo com os mesmos autores é a etapa na qual os alunos vão aprofundando a situação, familiarizando-se com os dados e apropriando-se mais plenamente do sentido da tarefa. A situação de trabalho em grupo potencializa o surgimento de várias alternativas para a exploração. Em muitas tarefas de investigações os alunos são levados a gerar mais dados, organizá-los, só depois começam a conseguir formular questões. As conjecturas passam a surgir logo na sequência da manipulação desses dados, o que leva à necessidade de fazer testes, gerando ainda mais dados.

Quando os alunos se dispõem a registrar as suas conjecturas, se confrontam com a necessidade de explicitar as suas ideias estabelecendo consensos e entendimentos comuns quanto às suas realizações. O teste de conjecturas é um aspecto do trabalho investigativo que os alunos, em geral, interiorizam com facilidade, e que se funde, por vezes, com o próprio processo indutivo. Os alunos tendem a apresentar conjecturas não completamente explícitas, existindo uma linguagem não verbal, que se apoia nos gestos e na observação dos dados, a qual facilita a compreensão mútua (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016).

Além disso, Ponte, Brocardo e Oliveira (2016) afirmam que o registro escrito é sugerido em uma investigação, constituindo desafio adicional para os alunos, porque exige um tipo de apresentação que nunca utilizaram. A escrita dos alunos permite ao professor contribuir posteriormente ao trabalho dos alunos de forma a analisar o seu desempenho e a planificar as aulas seguintes. A capacidade dos alunos de se comunicar matematicamente, cuja sua importância é bem conhecida, na qual pode ser trabalhada de forma espontânea, uma vez que diz respeito aos seus próprios pensamentos. Adicionar esses motivos, acrescentando e recordando que a escrita dos resultados ajuda os alunos a esclarecerem as suas ideias, nomeadamente a explicitar as conjecturas, favorecendo consensos e entendimento comum quanto às suas realizações.

O professor precisa estar atento a todo esse processo de formulação e teste de conjecturas, para garantir que os alunos vão evoluindo na realização de investigações. Desse modo, cabe-lhe colocar questões aos alunos que os estimulem a olhar outras direções e os façam refletir sobre aquilo que estão a fazer (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016, p. 36).

Diferentemente desses autores, Skovsmose (2000) não estuda IM, mas defende a importância e a pertinência do diálogo na sala de aula. Afirma que o cenário para investigação diferem fortemente daquelas baseadas em exercícios, pois levam os estudantes a produzirem significados para os conceitos e atividades matemáticas. Atividades matemáticas podem se referir a Matemática e somente a ela, referindo-se a uma semi-realidade que trata de uma realidade construída, oferecendo suporte para que os alunos possam resolver os problemas de investigação de forma adequada. Pois, a prática da educação matemática tem estabelecido padrões específicos de como lidar numa dada semi-realidade.

A partir de pressupostos de Ponte e seus colaboradores, conforme Corradi (2011), investigação matemática, de um modo geral, não é mais do que procurar conhecer, compreender e encontrar soluções para os problemas. Tal como Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), tratando de ensino e aprendizagem, significa trabalhar a partir de perguntas que os interessam, que a princípio se mostram de forma confusa, mas que é possível tornar-se clara para posterior análise. A IM possui relevância para o ensino e aprendizagem como cita Corradi (apud ROCHA; PONTE, 2006), na qual os alunos conseguem colaborar na construção de ideias e conceitos matemáticos. As investigações desenvolvem conhecimentos transversais, como a capacidade de comunicação e trabalho em grupo, além de contribuir na formação de novas concepções.

## **2.1 Investigação no Ensino de Geometria**

O Mapeamento foi elaborado a partir de estudos divulgados na forma de relatos de experiências que indicavam a Investigação Matemática para o ensino de Geometria. A respeito desses escopo, Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) afirmam que é possível explorar este conteúdo fundamentado com a investigação matemática, pois não requer muitas condições, visto que é permitido desenvolver atividades diversas de acordo com o nível de desenvolvimento a ser explorado.

Ressaltam que a exploração pode favorecer para a percepção das relações geométricas, na qual caminha muito além da mera fixação, em que se utilizam métodos para a resolução de atividades. Os autores salientam que as investigações geométricas facilitam a percepção de conceitos indispensáveis na atividade matemática, como a elaboração e teste de pressupostos.

A exploração de diferentes tipos de investigação geométrica pode contribuir para concretizar a relação entre situações da realidade e situações matemáticas, desenvolver capacidades, tais como a visualização espacial e o uso de diferentes formas de apresentação, evidenciar conexões matemáticas e ilustrar aspectos interessantes da história e da evolução da Matemática (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p. 71).

Para esses, as vertentes curriculares existentes convergem ao considerar que esse campo da Matemática é primordial para entendimento do espaço em que nos movemos. Ao identificarmos aspectos indispensáveis nas atividades Matemáticas, as investigações geométricas compõem-se de experiências de aprendizagem relevantes. Buscando validar seu ponto de vista perante as investigações geométricas, salientam a importância de utilizar programas geométricos dinâmicos, sendo uma alternativa curricular atual muito apontada. Alguns estudos empíricos destacam que na realização dessas atividades de investigações, o uso desses recursos facilita o levantamento de dados e o teste de conjecturas, dessa forma corroborando para pesquisas mais estruturadas, na qual os alunos foquem nas soluções do processo.

Após as considerações a respeito de IM e IM no ensino de geometria, a seção a seguir apresenta os resultados do Mapeamento realizado.

### 3. MAPA DE PESQUISAS

Defensores da importância do tema Investigação Matemática na Educação Matemática, nessa seção apresenta-se o estudo/análise de parte das pesquisas - relatos de experiências - publicadas nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) dos anos de 2013 e 2016. Para a seleção do corpus utilizou-se as palavras-chave: “investigação” e “investigativo(a)”. Destarte, ao serem analisados

os títulos e resumos dos trabalhos selecionados, verificamos se esses estariam de acordo com o tema apresentado.

Dos estudos previamente selecionados, separamos em categorias para que fossem filtrados, pois a quantidade era significativa, aproximadamente 50 artigos. Como esse quantitativo era alto, desse modo, separamos em três categorias de filtro: Aplicações no Ensino Fundamental, Aplicações no Ensino Médio e Aplicações/Estudos em outros contextos.

Na categoria “Aplicações no Ensino Médio” separamos 8 artigos, na “Aplicação/Estudos em outros contextos” 22 e nas “Aplicações no Ensino Fundamental” 20. Por preferência das autoras, escolhemos a categoria “Aplicações no Ensino Fundamental” e realizamos mais um filtro “Conteúdo de Geometria”. Desse modo, após o filtro selecionamos 10 artigos para a análise, os quais estão contidos no Quadro 1.

**Quadro 1-** Produções selecionadas

<b>Identificação/A no</b>	<b>Autor(es)</b>	<b>Título da produção</b>
A1/2013	Cecília Caramés; Jamille Vilas Boas	Investigando o número de diagonais de um polígono utilizando o GeoGebra: um relato de tarefa
A2/2013	Juliane Marques; Gilvan Soares de Oliveira; Roberto Preussler	Investigação Matemática: uma metodologia para ensinar o teorema de pitágoras
A3/2013	Vanessa Priscila Gomes; Cristina Giroto; Marisa do Carmo Pacoff da Silva; Lucilaine Goin Abitante	Construindo conjecturas: um olhar sobre o ensino com a investigação matemática
A4/2016	Sandra Aparecida Fraga da Silva; Lauro Chagas e Sá; Sabrine Costa Oliveira	Ensino de razões trigonométricas no laboratório de matemática: uma experiência com utilização de geoplanos numa perspectiva investigativa
A5/2013	Verônica Lima de Almeida Caldeira; Filomena Maria G. S. Cordeiro Moita	Geometria e a teoria dos construtos: uma investigação com alunos surdos
A6/2016	Hiago Portella de Pontella; José Carlos Pinto Leivas	Investigando propriedades geométricas com o geogebra num projeto de iniciação científica com estudantes do ensino fundamental
A7/2013	Solange Sardi Gimenes; José Mário Costa Junior; Teresa C. Maté Calvo	O software superlogo em atividades investigativas: construindo bandeiras e aprendendo geometria

A8/2013	Tatiana Tortato Dalarmi; Anderson Roges Teixeira Góes	O uso do software de geometria dinâmica como ação investigativa no ensino da matemática
A9/2016	Renata Arruda Barros; Karen de Melo Freitas Procópio; Rafael Vassallo Neto	Teorema de Tales: uma proposta de atividades investigativas
A10/2016	Giovanna Mascarenhas Carneiro; Geisa da Costa Cury; Leila Muniz Santos	Triângulos - implementação de uma tarefa investigativa/exploratória

Fonte: Elaborado pelas autoras.

A partir desse quadro trataremos cada artigo por identificação correspondente para facilitar a escrita e leitura. Para esse estudo, elencamos como categorias para melhor proceder com a análise: Conteúdo específico, Contexto da Aplicação, Referencial Teórico, Uso de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e/ou Uso de Materiais Manipuláveis e/ou outras ferramentas e Resultados da Aplicação.

Em relação ao *conteúdo* presente nas produções, em A3, A4, A8 e A9 tratam-se de ângulos, cada um em suas especificidades: ângulos internos, externos, soma dos ângulos e razões trigonométricas. A2 e A9 demonstraram teoremas, de Pitágoras e de Tales. A1, A5, A6 e A7 abordam as figuras geométricas, suas diagonais e áreas. Desse modo, percebe-se a variedade de conteúdos específicos que fundamentam a Geometria, que podem ser desenvolvidos num contexto de Investigação.

Ao analisar o *contexto*, onde houve a aplicação de atividades investigativas, nota-se que 6 destas ocorreram no 9º ano, na qual A1, A2, A4, A7 e A9 são escolas de educação básica da rede pública municipais ou estaduais e A5 da Escola Audiocomunicação de Campina Grande (EDAC), em que oito alunos surdos fluentes em Libras participaram das atividades. Em A2, A4 e A5 as aulas foram em sala, nas demais houve o uso de laboratório de informática. Verificamos que alguns dos artigos, como A9, teve dificuldade em utilizar laboratório de informática, os alunos levaram seus *notebook* para poder fazer as atividades, devido ao fato de ter poucos computadores e destes alguns não funcionam.

Já em A3, A6, A8 e A10 as aulas foram aplicadas com alunos do 7º ano, na qual A6 e A8 utilizaram o laboratório de informática, A3 e A10 as atividades foram em sala. Observa-se que metade dos artigos analisados as atividades foram

realizadas em sala, enquanto que os outros trabalhos aconteceram em laboratórios de informática, na qual A8 teve que reorganizar os grupos pois tinham poucos computadores.

Quanto ao uso de *TIC e/ou Materiais Manipuláveis* e/ou outras ferramentas como facilitadores da aprendizagem destaca-se:

- TIC: software GeoGebra, SuperLogo e C. a. R. Metal. Na qual A1, A5 e A9 utilizaram o software GeoGebra para a construção das relações, A7 fez uso do software SuperLogo e A8 do software C. a. R. Metal. Tais software de acordo com Almeida e Almeida (2014) são ferramentas para investigar construções geométricas favorecendo a visualização e verificação de resultados desenvolvendo conhecimentos matemáticos.
- Materiais Manipuláveis: foram encontrados nos artigos A2, A4 e A9. O artigo A2 faz uso de régua, tesoura, papel, EVA e fichas de registros, A4 utiliza geoplano e elásticos, e A9 dispõe de kit triângulos. O uso de Materiais Didáticos Manipuláveis, Lorenzato (2006) define este material como “qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem”. (LORENZATO, 2006, p. 18). “A vantagem desse material está no fato de que este facilita melhor a percepção de propriedades, bem como a realização de redescobertas que podem garantir uma aprendizagem mais significativa”. (RODRIGUES; GAZIRE, 2012, p. 190).
- No artigo A5, na qual faziam parte alunos surdos, a abordagem ocorreu com experiências visuais. Já o artigo A3 utiliza apenas folhas de registros e anotações em tabelas durante a aplicação da aula.

Outra análise feita foi no sentido de verificar referenciais teóricos de IM citados nos artigos, tanto para justificar alguma ação do relato quanto para fundamentar o artigo, dessa forma percebeu-se que os autores Fiorentini e Lorenzato aparecem em A2 e A5, já os autores Ponte, Brocardo e Oliveira foram referenciados em A2, A3 e A9 e Skovsmose se faz presente em A1, A2, A3 e A7. Esses autores foram os mais citados, pois defendem a Investigação Matemática como uma forma de ensino que resulta em ambientes positivos para a aprendizagem do conteúdo de Geometria, tratando os processos, ou fases do desenvolvimento das aplicações de modo investigativo.

Dos resultados analisados, de modo geral, percebe-se avanço significativo na aprendizagem dos alunos com a utilização da Investigação Matemática, tanto os que fizeram uso de tecnologias e de materiais manipuláveis como ferramenta no processo de ensino e aprendizagem, quanto os que utilizaram folhas de registros. Verifica-se que não importa a ferramenta utilizada no processo de Investigação Matemática, mas sim o ambiente promovido durante as aulas, a autonomia dos alunos e o professor sendo mediador dessas atividades.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo de apresentar um mapeamento de pesquisas sobre Investigação Matemática, abordando concepções e aplicações, na qual foi desenvolvida na disciplina de Pesquisas e Processos Educativos IV, percebeu-se que a sua utilização corrobora para a construção de conceitos matemáticos e aprendizagem dos alunos.

Ao analisar os artigos verificamos que todos fazem referência ao conteúdo de Geometria Plana, pois selecionamos, durante a pesquisa, trabalhos do Ensino Fundamental e o conteúdo de Geometria, talvez se o filtro fosse para o Ensino Médio, poderiam ser identificados conteúdos como Funções, Geometria analítica, entre outros. Diante do contexto da aplicação a dificuldade notada é a infraestrutura da escola, que por muitas vezes não tem laboratório de informática adequado às suas demandas, mas que não impossibilitou o desenvolvimento das atividades, apenas houve adaptações.

De acordo com as concepções das autoras, a partir das análises realizadas, percebeu-se que com qualquer ferramenta, que promova ambientes de investigação, é possível desenvolver atividades na qual os alunos sejam os protagonistas da sua aprendizagem, de forma autônoma e refletindo sobre os resultados. Para tanto, as aulas investigativas necessitam de mediador, sendo o papel do professor indispensável nas atividades.

Desse modo, reconhecemos que as competências profissionais do futuro professor de Matemática são adquiridas por meio de muitos estudos e experiência. Para a nossa formação, este artigo salienta a importância da análise dos trabalhos divulgados, na qual utilizam a Investigação Matemática, pois foi possível perceber

que os alunos desenvolveram conhecimentos matemáticos e autonomia no modo de resolver as atividades propostas.

A IM nos demonstra que os conteúdos matemáticos podem ser ensinados de forma significativa para o desenvolvimento do aluno, pois por vezes, essa disciplina é colocada como sendo complexa de aprendizado. Por fim, a pesquisa realizada fortalece o nosso progresso na profissão docente, visando aprender diferentes formas de ensinar e inovando sempre que possível com metodologias fundamentadas na autonomia do aluno.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, M. E. B.; ALMEIDA, N. M. P. **A prática com o laptop na escola e a evolução no uso pedagógico das TDIC pelos professores.** Educ. Matem. Pesq., São Paulo, V. 16, n3, pp.707-722, 2014. Especial ASI. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/21545/pdf> . Acesso em: 10 de nov. de 2015.
- BARRO, Renata Arruda; PROCÓPIO, Karen de Melo Freitas; VASSALLO NETO, Rafael. Teorema de Tales: uma proposta de atividades investigativas. In: XII ENEM. **Anais...** . São Paulo, 2016.
- BIEMBENGUT, M. S.. **Mapeamento na pesquisa educacional.** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008. p. 87-98.
- CALDEIRA, Verônica Lima de Almeida; MOITA, Filomena Maria G. S. Cordeiro. **Geometria e a teoria dos construtos: uma investigação com alunos surdos.** In: XI ENEM. **Anais...** . Curitiba, 2013.
- CARAMÉS, C.; BOAS, J. V.. Investigando o número de diagonais de um polígono utilizando o GeoGebra: um relato de tarefa. In: XI ENEM. **Anais...** . Curitiba, 2013.
- CARNEIRO, Giovana Mascarenhas; CURY, Geisa da Costa; SANTOS, Leila Muniz. Triângulos- implementação de uma tarefa investigativa/exploratória. In: XII ENEM. **Anais...** . São Paulo, 2016.
- CORRADI, Daiana Katiúscia Santos. Investigações Matemáticas. **Revista da Educação Matemática da UFOP**, Ouro Preto, v. 1, p. 162-174, 2011.
- DALARMI, Tatiana Tortato; GÓES, Anderson Roges Teixeira. O uso do software de geometria dinâmica como ação investigativa no ensino da Matemática. In: XI ENEM. **Anais...** . Curitiba, 2013.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** Campinas: Autores Associados, 2009.

GOMES, V. P. et al. Construindo Conjecturas: um olhar sobre o ensino com Investigação Matemática. In: XI ENEM. **Anais...** . Curitiba, 2013.

GIMENES, Solange Sandi; COSTA JUNIOR, José Mário; CALVO, Teresa C. Maté. O software SuperLogo em atividades investigativas: construindo bandeiras e aprendendo geometria. In: XI ENEM **Anais...** . Curitiba, 2013.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

MARQUES, Juliane; OLIVEIRA, Gilvan Soares de; PREUSSLER, Roberto. Investigação Matemática: uma metodologia para ensinar o Teorema de Pitágoras. In: XI ENEM. **Anais...** . Curitiba, 2013.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016. 160 p.

PONTE, J. P. Investigar, ensinar e aprender. Lisboa. In: Encontro Nacional de Professores de Matemática. 2003, Actas do ProfMat, 2003. Lisboa: APM. (Ficheiro pdf), p. 25-39. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-por-temas.htm>. Acesso em: 25 set. 2019.

RODRIGUES, F. C; GAZIRE, E. S. Reflexões sobre o uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. **Revemat**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 187-196, 2012.

SILVA, Sandra Aparecida Fraga da; SÁ, Lauro Chagas e; OLIVEIRA, Sabrine Costa. Ensino de razões trigonométricas no laboratório de Matemática: uma experiência com utilização de Geoplanos numa perspectiva investigativa. In: XII ENEM. **Anais...** . São Paulo, 2016.

SKOVSMOSE, Ole. **Cenários para Investigação**. Traduzido por Jonei Cerqueira Barbosa. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, 2000.

**Capítulo 10**

**AS HABILIDADES ALGÉBRICAS  
EM LIVROS DIDÁTICOS DE  
MATEMÁTICA DO ENSINO  
FUNDAMENTAL: O CASO DOS  
PRODUTOS NOTÁVEIS**

**Monalisa da Silva  
Ednei Luis Becher**

## AS HABILIDADES ALGÉBRICAS EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL: O CASO DOS PRODUTOS NOTÁVEIS

**Monalisa da Silva**

*Licenciada em Matemática, monalisasilva021@hotmail.com*

**Ednei Luis Becher**

*Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática, ednei.becher@osorio.ifrs.edu.br*

**Resumo:** A pesquisa propõe uma análise em livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental. O principal objetivo é verificar se os livros didáticos analisados – livros de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental - atendem ao que é prescrito pela BNCC em relação aos conteúdos e habilidades algébricas para que assim possamos avaliar como, e se, eles contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Desta forma, foram estabelecidos como critério de análise as habilidades propostas pela BNCC, que possibilitaram a análise da forma como os conceitos de Produtos Notáveis e os exercícios propostos pelos autores viabilizam a compreensão e a aprendizagem da Álgebra. Esta é uma investigação qualitativa, e como método de investigação, optou-se pela análise documental. Para isso foram escolhidas duas coleções aprovadas e distribuídas pelo PNLD 2020 ao Ensino Fundamental de uma escola estadual da região, no estado do Rio Grande do Sul. Dentre as análises realizadas, os resultados apresentados neste resumo referem-se a duas unidades que tratam do tema “Produtos Notáveis”. Durante a análise foi possível encontrar aspectos que se assemelham e que se diferenciam nas abordagens dos conceitos e no desenvolvimento das habilidades propostas pelos autores de ambas as coleções conforme previsto pela BNCC.

**Palavras-chave:** Ensino de Álgebra. Produtos Notáveis. Habilidades. Pensamento Algébrico.

**Abstract:** The research proposes an analysis in Mathematics textbooks from the final years of elementary school. The main objective is to verify whether the analyzed textbooks - Mathematics books from the final years of Elementary School - meet what is prescribed by the BNCC in relation to algebraic content and skills so that we can assess how, and if, they contribute to development of algebraic thinking. Thus, the skills proposed by the BNCC were established as analysis criteria, which enabled the analysis of how the concepts of Remarkable Products and the exercises proposed by the authors enable the understanding and learning of Algebra. This is a qualitative investigation, and as an investigation method, we opted for document analysis. For this, two collections approved and distributed by PNLD 2020 to the

Elementary School of a state school in the region, in the state of Rio Grande do Sul, were chosen. Among the analyzes carried out, the results presented in this summary refer to two units dealing with the theme "Notable products". During the analysis, it was possible to find aspects that are similar and that differ in the approaches to concepts and in the development of skills proposed by the authors of both collections, as provided for by the BNCC.

**Keywords:** Teaching Algebra. Notable Products. Skills. Algebraic Thinking

## INTRODUÇÃO

A partir de pesquisas realizadas sobre o ensino e aprendizagem da área da Educação Matemática (ALMEIDA, 2016; FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005) assim como dos resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), citado por Araújo (2008), são perceptíveis as dificuldades apresentadas pelos alunos em relação ao aprendizado de álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Nesse período da escolarização os estudantes passam pela transição da aritmética para álgebra, o que causa grandes dificuldades no aprendizado de matemática. Isso porque segundo Almeida (2015, p. 542), acontece uma ruptura nos esquemas mentais dos estudantes e na forma como concebem a matemática.

Avaliações de larga escala como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) revelam baixos índices na proficiência dos estudantes no que se refere à matemática nas séries finais do Ensino Fundamental (ALMEIDA, 2016), apontando como uma das principais problemáticas o aprendizado mecânico dos conteúdos algébricos, o que leva os estudantes a memorizar procedimentos, sem compreender o que fazem e nem como utilizam isso em novas situações.

Segundo o Guia Programa Nacional do Livro Didático (MEC, 2017), o livro didático em nível nacional é um dos principais recursos utilizados pelos professores como direcionador de suas práticas em sala de aula e, também, é importante que o professor conheça como os livros didáticos utilizados organizam e propõem o ensino e o aprendizado dos conteúdos algébricos. Neste contexto, esta investigação propôs uma análise documental em livros didáticos utilizados nas turmas de 6º a 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual de um pequeno município do interior do Rio Grande do Sul.

## REFERENCIAL TEÓRICO

### O desenvolvimento do pensamento algébrico e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

O documento norteador desta pesquisa é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), definida como “um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica”. (BRASIL, 2018, p.7).

A BNCC apresenta e organiza os conteúdos da disciplina de Matemática divididos em diferentes campos, reunidos sob um conjunto de aspectos fundamentais articulados entre si: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. A partir daí é estabelecido, pelo documento, cinco unidades temáticas dentro da disciplina, para o Ensino Fundamental: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística (BRASIL, 2018). Uma diferença, em relação a documentos anteriores, é que o eixo Álgebra estava integrado ao eixo Números e pela organização proposta pela BNCC ele passa a ser tratado individualmente.

A unidade Álgebra tem objetivo de desenvolver o pensamento algébrico e suas ideias fundamentais: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, deve-se enfatizar o desenvolvimento do pensamento algébrico, o estabelecimento de generalizações, reconhecimento de sequências, análise da interdependência entre grandezas distintas, bem como a resolução de problemas com equações ou inequações (BRASIL, 2018).

Pensamento algébrico é um termo que pode suscitar diferentes interpretações, assim adotaremos neste trabalho a definição utilizada por Almeida (2016), segundo a qual o pensamento algébrico consiste na capacidade de analisar e estabelecer relações; de expressar ou explicar a estrutura de um problema; de generalizar; de operar com o desconhecido como se fosse conhecido e de produzir significado para a linguagem e os objetos algébricos.

Nesta mesma linha, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) apontam que o pensamento algébrico é um tipo especial de pensamento que pode se manifestar em diferentes campos da Matemática, e em outras áreas de conhecimento. Sendo

assim, podemos afirmar que existem diferentes formas de expressar o pensamento algébrico, que vão desde a linguagem natural, linguagem aritmética, linguagem geométrica e até por meio da criação de uma linguagem específica, ou seja, por meio de uma linguagem algébrica de natureza simbólica.

Em relação aos resultados de avaliações externas, o SAEB 2017 (INEP, 2017) evidencia que cerca de 70% dos estudantes do 9º ano apresentaram aprendizagem insuficiente em matemática e, com relação ao aprendizado de álgebra, essa avaliação indica que os itens referentes à Álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país (BRASIL, 1998, p. 115).

Para Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), o pensamento algébrico se potencializa gradativamente de acordo com o desenvolvimento do aluno com uso de uma linguagem mais apropriada a ele. Portanto, uma introdução precoce e desprovida de significado, através de uma linguagem simbólica abstrata, pode ser um agravante para o fracasso na aprendizagem e no desenvolvimento algébrico deste aluno.

Segundo Cordeiro e Oliveira (2015), pode-se perceber um predomínio de uma sistemática tradicional no ensino de Matemática no Ensino Fundamental, o que faz com que os alunos estejam acostumados com um ensino através de fixação e treino por meio de exercícios estratégicos. O que parece deixar esses alunos “treinados” a resolver os exercícios que tenham sempre a mesma forma, as mesmas características e que possam ser resolvidos de acordo com um modelo pronto. De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), quando se faz uso de uma simbologia sem significado aos alunos, tornamos o ensino um jogo de manipulação, baseado em uma prática repetitiva de exercícios ou, quando se enfatiza apenas as propriedades das estruturas algébricas, corre-se o risco de tornar tal conteúdo incompreensível para o aluno.

### **O livro didático**

O livro didático é um dos recursos com maior influência na prática em sala de aula no Brasil (SILVA, 2007). Contudo, para que esse recurso seja mesmo significativo, é preciso que os professores analisem a qualidade e a coerência deste material, identificando possíveis equívocos que o livro didático pode apresentar

(BRASIL, 1998) e também que escolham um livro adequado a sua metodologia de trabalho e ao currículo da escola.

Neste sentido, segundo Batista (2001, p. 29), o livro didático pode ser considerado um organizador da prática docente e não o currículo em si. Os livros têm o papel de apresentar os conteúdos a serem desenvolvidos, a forma como poderão ser desenvolvidos, assim como propostas de atividades. Ao analisar livros didáticos, conforme o autor citado, pode-se perceber com frequência a existência de falhas na sua comunicação com o leitor, às vezes na forma de apresentação do conteúdo, nas atividades propostas, no desenvolvimento dos conceitos no decorrer das páginas, ou até mesmo de inadequação à realidade dos alunos. Por esse motivo destaca-se a importância de utilizar diversos livros, mas, também, variados recursos pedagógicos, para oferecer ao aluno uma vasta fonte de informações.

Por meio do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é possível avaliar, indicar, comprar e distribuir materiais didáticos que são fornecidos gratuitamente aos estudantes das escolas públicas em todo o país e, também é possível identificar o perfil de ensino de Matemática a que se propõe o Programa, a partir dos editais que orientam a participação das editoras interessadas.

Uma das análises importantes a serem realizadas ao escolher determinada coleção, é quanto à distribuição de cada eixo temático estudado em cada um dos volumes, o que nos permite verificar se algum eixo é insuficientemente abordado em determinado volume da coleção ou mesmo na coleção como um todo. O Guia PNLD 2017 apresenta uma distribuição destes eixos que se julga apropriada para essa fase do ensino, como mostra a Figura 1.

Figura 1 - Percentuais dos campos da matemática escolar considerado satisfatório.



Fonte: Elaborado pelos autores (2021)

Estes são os percentuais de distribuição considerados satisfatórios pelo guia do PNLD segundo seus critérios, que podem ser considerados como base pelos professores ao selecionar seus livros. Outro fator que influencia na escolha do livro didático pelas escolas é a maneira como a escola organiza sua grade curricular. Sendo assim, o livro escolhido precisa suprir as necessidades da escola de acordo a organização de suas disciplinas ao longo do Ensino Fundamental.

## METODOLOGIA

Esta é uma investigação qualitativa e exploratória que utiliza a análise documental como método investigativo. A definição de pesquisa exploratória adotada é apresentada por Severino (2007, p. 123), segundo a qual “a pesquisa exploratória busca apenas levantar informações sobre um determinado objeto, delimitando assim um campo de trabalho, mapeando as condições de manifestação desse objeto. Na verdade, ela é uma preparação para a pesquisa explicativa”.

Segundo Gil (2008), a pesquisa documental é semelhante à pesquisa bibliográfica, tendo como diferença a natureza das fontes. Se, por um lado, a pesquisa bibliográfica utiliza fundamentalmente contribuições de diversos autores sobre determinado assunto, a pesquisa documental utiliza materiais que não

receberam ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetivos da pesquisa.

Os livros didáticos de matemática analisados fazem parte do PNLD - 2020, referente aos anos finais do ensino fundamental. Estes livros foram escolhidos por uma escola estadual do Município de Maquiné- RS. Após a escolha da escola tomada como referência para as análises, foram então verificadas as duas coleções escolhidas pela escola como a 1ª opção e como a 2ª opção, registradas conforme o comprovante de escolha PNLD. Os livros didáticos escolhidos e analisados são das coleções: A conquista da Matemática(L1) e Matemática Bianchini(L2) como apresentado no quadro abaixo (Quadro 1).

Quadro 1 – Dados das coleções escolhidas para análise

<i>Coleção</i>	<i>1º Autor</i>	<i>Ano de Publicação</i>	<i>Editora</i>
<i>A conquista da matemática</i>	<i>José Ruy Giovanni Júnior</i>	<i>2018</i>	<i>FTD</i>
<i>Matemática Bianchini</i>	<i>Edwaldo Bianchini</i>	<i>2018</i>	<i>Moderna</i>

**Fonte:** Elaborado pelos autores (2021)

As análises foram realizadas em cinco etapas: Análise visual e estrutural das coleções; Quantificação da distribuição dos eixos temáticos e dos conteúdos trabalhados em cada um dos quatro volumes das duas coleções; Seleção das unidades consideradas algébricas e, dentre estas unidades, foram selecionadas aquelas referentes ao conteúdo de produtos notáveis; Análise das unidades e finalmente uma Análise final que buscou integrar todas as etapas anteriores para a elaboração de um parecer global sobre as obras analisadas.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

### **Análise da coleção A conquista da matemática, José Ruy Giovanni Júnior (2018, FTD)**

A coleção A conquista Matemática, faz uma distribuição em que o eixo referente a Álgebra compõe 19% do total dos eixos trabalhados nos anos finais do Ensino Fundamental. Dentre os temas trabalhados está a unidade escolhida para

esta análise, que se refere aos Produtos Notáveis, esta se encontra no livro do 9º ano. A análise realizada se propôs a identificar como são apresentados por este livro os conceitos e exercícios, a fim de desenvolver a habilidade abaixo destinada a esta unidade, esta habilidade propõe que o aluno deve:

EF09MA09 - Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau. (BRASIL, 2018, p. 317)

Já na abertura desta unidade o autor mostra que muitos temas estudados nas aulas de Matemática estão interligados e podem ser estudados por vias distintas e que, no caso dos produtos notáveis, é destacado como a representação geométrica ajuda a entender a manipulação algébrica. Os processos de fatoração de expressões algébricas são apresentados detalhadamente, buscando sempre relacioná-los com os produtos notáveis, utilizando representações e diagramas a fim de facilitar o entendimento do aluno.

Sobre propostas de atividades que atrelam o eixo Geometria ao de Álgebra, os Parâmetros Nacionais Curriculares (PCN) (1997) afirmam “ser interessante também propor situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. (BRASIL, 1997, p.117)

Neste sentido, o uso da Geometria para contextualizar os conceitos algébricos pode ser uma ferramenta importante para o ensino de Álgebra, a fim de tornar seu ensino mais interessante e potencialmente motivador. As representações geométricas auxiliam na organização do pensamento lógico e, além de representar a figura, ajuda na capacidade de expressar algebricamente um pensamento, estabelecer relações e fazer generalizações (LORENZATO, 1995). Além disso, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), apontam que o pensamento algébrico pode ser expressado de diferentes formas, como a linguagem natural, linguagem aritmética e até mesmo a linguagem geométrica.

Por outro lado, Linz e Gimenez (1997, p. 107) chamam essas abordagens de “facilitadoras”, no sentido de que esses recursos parecem amenizar os problemas no ensino aprendizagem, especialmente por substituir a prática “letrista” tradicional por algo mais agradável, mas ainda assim, deixando diversos problemas.

Esta unidade apresenta uma predominância de manipulações algébricas nos exercícios, o que culmina no estudo de fatoração de polinômio. No que se refere à habilidade a ela atribuída (EF09MA09), considera-se contemplada nos exercícios apresentados ao longo da unidade, como por exemplo, em problemas característicos da unidade onde é proposto que se relacione conceitos algébricos e geométricos, já que para manipular as expressões obtidas no cálculo das áreas ele precisa anteriormente interpretar o problema de forma geométrica, e então, aplicar as operações envolvendo fatoração e cálculo do valor numérico de uma expressão.

Desta forma o aluno pode, por meio destes problemas propostos pelo livro, compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau. Considerando que o autor propõe resoluções de problemas e também que os alunos proponham situações problemas que se encaixem em determinados dados fornecidos pelo exercício.

### **Análise da coleção Matemática Bianchini, Edwaldo Bianchini (2018, Moderna)**

A coleção Matemática Bianchini, faz uma distribuição em que o eixo referente a Álgebra compõe 21% do total dos eixos trabalhados nos anos finais do Ensino Fundamental e, dentre os temas trabalhados está a unidade Produtos Notáveis, a qual se encontra no livro do 8º ano. A análise realizada nesta unidade se propôs a identificar como são apresentados por este livro os conceitos e exercícios, a fim de desenvolver habilidades abaixo destinadas a essa etapa, estas habilidades propõem que o aluno deve:

EF08MA06 - Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações. EF08MA09 - Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo  $ax^2 = b$ . EF08MA10 - Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes. EF08MA11 - Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes. (BRASIL, 2018, p. 313)

Ao longo desta unidade, o autor apresenta aplicações em expressões algébricas, de conceitos já estudados, utilizando, por exemplo, operações com números naturais e suas respectivas propriedades. Inicialmente, são considerados

alguns produtos notáveis cuja frequência no cálculo algébrico justificam um estudo sistematizado sobre o desenvolvimento dessas expressões na forma de polinômios, como por exemplo soma e diferença de quadrados.

Além disso, o autor utiliza diferentes contextualizações, como representações por meio de diálogos em que é possível perceber elementos que possibilitam principalmente o desenvolvimento de parte da habilidade EF08MA06. É contemplado que diz respeito à resolução de problemas envolvendo o cálculo do valor numérico de expressões algébricas, fazendo uso das propriedades das operações. Mas a habilidade propõe também que os alunos elaborem estes problemas, sendo esta segunda parte contemplada ao longo da unidade nos exercícios propostos.

As habilidades EF08MA10 e EF08MA11 são similares, porém a primeira trata de sequências não recursivas e a segunda de sequências recursivas, sendo ambas contempladas pela coleção. São exploradas as sequências com aplicações, por exemplo, no jogo de xadrez e por meio de fluxogramas que possibilitam ao aluno encontrar as regularidades existentes, para que assim possa indicar qual o seguinte elemento, podendo ele ser numeral ou figural. O autor define estas sequências da seguinte maneira:

As sequências não recursivas são aleatórias, casuais, não podem ter seus termos determinados por uma regra. Por exemplo, a sequência dos números obtidos na face superior jogando-se um dado determinada quantidade de vezes. Outro exemplo é a sequência dos números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ... As sequências recursivas são aquelas nas quais podemos obter qualquer de seus elementos ou termos recorrendo à posição em que ele ocupa na sequência e/ou a uma regra ou lei de formação conhecida. (BIANCHINI, 2018, p. 156)

Quanto à habilidade EF08MA09, pode-se dizer que ela é parcialmente contemplada, visto que encontramos exercícios em que os alunos podem resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo  $ax^2 = b$ , porém não há nenhuma proposta de atividade envolvendo tecnologias. Inclusive, vale destacar que o uso das tecnologias em sala de aula não é uma tendência que o autor prioriza nesta coleção.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise das unidades referentes ao conteúdo Produtos Notáveis das duas coleções selecionadas possibilitou algumas comparações entre as coleções, a fim de encontrar aspectos relevantes ao desenvolvimento das habilidades algébricas propostas. Comparando as unidades algébricas que tratam o conteúdo de Produtos Notáveis percebemos a ênfase dada pelos autores nas habilidades previstas pela BNCC. Considerando que as coleções analisadas foram escritas após a implementação da Base Nacional Comum Curricular, pode-se afirmar que as unidades analisadas dos livros das duas coleções estão adequadas ao desenvolvimento das habilidades e competências previstas por este documento.

Considerando as diferenças e similaridades entre ambas as coleções, podemos destacar alguns fatores que implicam diretamente no desenvolvimento das habilidades algébricas propostas. Entre eles está o fato de que o mesmo conteúdo está sendo trabalhado em anos diferentes do Ensino Fundamental, enquanto em L1 Produtos notáveis são vistos no 9º ano do Ensino Fundamental, em L2 o conteúdo é trabalhado no 8º ano. Portanto, em L1 o autor propõe habilidades referentes ao 9º ano e em L2 habilidades referentes ao 8º ano, desta forma, as coleções propõem habilidades diferentes à unidade referente aos Produtos Notáveis. Este fator é relevante uma vez que o professor precisa, ao analisar as coleções, selecionar o livro didático que atenda à demanda necessária para alcançar seus objetivos em sala de aula.

Os conteúdos programáticos da escola e a distribuição dos mesmos nos diferentes volumes do livro devem estar alinhados, para que os conteúdos de um ano letivo não estejam distribuídos em volumes diferentes. Neste sentido, ainda cabe destacar que as duas coleções foram escolhidas pelos mesmos professores, assim, neste caso, se observa que eles não se atentaram a isso, escolhendo uma coleção a distribuição diferente. Assim, embora os tenham escolhido a coleção L1 a coleção L2 é aquela que apresenta maior correlação entre o conteúdo programático e a distribuição dos conteúdos nos diferentes volumes.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. R. **Níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico: um modelo para os problemas de partilha de quantidade**. Tese de doutorado em Ensino de Ciências e Matemática – UFRPE. Recife, 2016.

ARAUJO, Elizabeth Adorno De. Ensino de álgebra e formação de professores. **Educação Matemática e Pesquisa**, v. 10, n. 2, p. 331-346, São Paulo, 2008. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/1740/1130>>. Acesso em: 24 out. 2020

BATISTA, A. A. G. (Elab.) **Recomendações para uma política pública de livros didáticos**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental, 2001.

BRASIL. MEC. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira**. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=94161-saeb-2017-versao-ministro-revfinal&category\\_slug=agosto-2018-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=94161-saeb-2017-versao-ministro-revfinal&category_slug=agosto-2018-pdf&Itemid=30192)> Acesso em: 20/04/2020.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC / SEF, 1998.

CORDEIRO, Euzane Maria; OLIVEIRA, **Guilherme Saramago**. **As metodologias de ensino predominantes nas salas de aula**. VIII Encontro de pesquisa em educação, Uberlândia, set. 2015.

FIORENTINI, D; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica elementar. **Pro-Posições**, v. 4, n.1 (10), p. 78-91, 1993.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. Antonio Carlos Gil. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIOVANNI, José Ruy Júnior. **A conquista da matemática**. 4<sup>o</sup> edição. São Paulo: FTD, 2018.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**. 9<sup>o</sup> edição. São Paulo: Moderna, 2018.

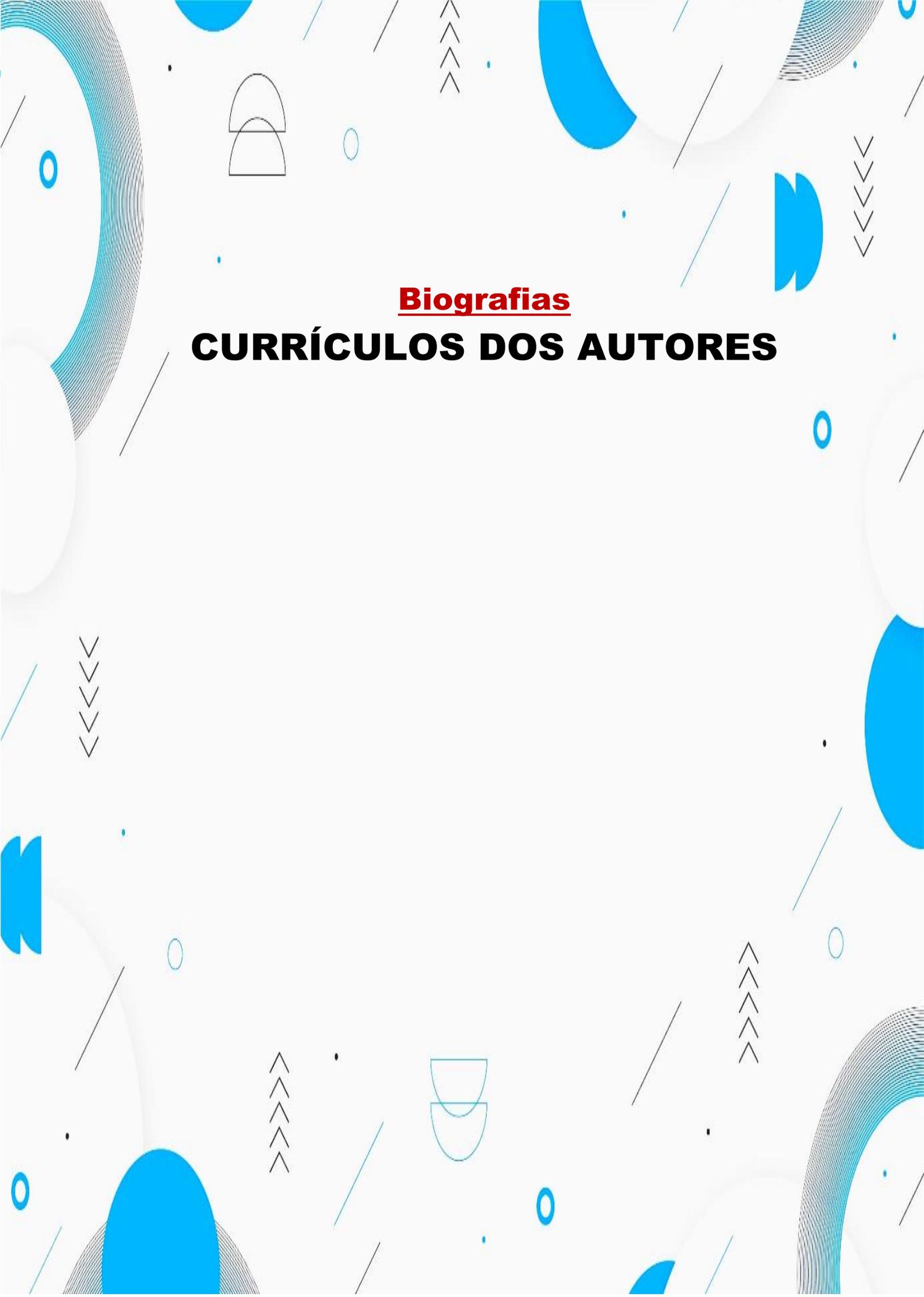
LINS, R. C; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI**. 4 ed. 176 p. Campinas: Papirus Editora, 1997.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. São Paulo, ano III, n<sup>o</sup> 4, p. 3–13, 1<sup>o</sup> semestre 1995. MEC, Ministério da Educação e do Desporto. Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Guia Nacional de Livros Didáticos: Matemática de 6<sup>o</sup> ao 9<sup>o</sup> anos. Brasília, 2017.

PONTE, J. P.; BRANCO, N; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC, 2009.

SILVA, U. A. **Análise da abordagem de Função adotada em Livros Didáticos de Matemática da Educação Básica**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC. 110 f. São Paulo, 2007.

SEVERINO, Antonio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. 2007.



**Biografias**  
**CURRÍCULOS DOS AUTORES**

**Aldo Peres Campos e Lopes**

Professor de Matemática da Unifei.

**Ana Carolina Santana Vieira**

Doutora em Ciências da Saúde pela Universidade Federal de Alagoas (2017). Mestre em Enfermagem pela Universidade Federal de Alagoas (2014). Graduação em Enfermagem e Obstetrícia pela Universidade Federal de Alagoas (2004). Professora Adjunta do Curso de Enfermagem da Universidade Federal de Alagoas (UFAL). Realiza pesquisas nas áreas de dor neonatal e crescimento e desenvolvimento infantil. É Coordenadora do Projeto de Extensão "Projeto de Estimulação Precoce na Primeira Infância - PEPPI" e Líder do Grupo de Pesquisa Atenção Integral à Saúde da Criança e do Adolescente. Membro da Rede Nacional da Primeira Infância (RNPI) e da Rede Estadual da Primeira Infância de Alagoas (REPI-AL).

**Barbara Vitória dos Santos Torres**

Atualmente é acadêmica do curso de bacharelado em Enfermagem da Universidade Federal de Alagoas - Campus A.C. Simões, Maceió. Monitora do Projeto de Estimulação Precoce na Primeira Infância (PEPPI/UFAL). Membro do Grupo de Pesquisa Integral de Saúde da Criança e do Adolescente (AISCA/Cnpq/EENF/UFAL). Presidente da Liga Interdisciplinar de Neonatologia da Universidade Estadual de Ciências da Saúde de Alagoas (LINEO/UNCISAL). Membro da Liga Acadêmica de Pediatria Multidisciplinar da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (LAPEM/UNIRIO). Exerceu atividade de bolsista pelo Projeto de Extensão Barreira Sanitária Contra COVID-19 (2020) da Fundação Universitária de Desenvolvimento de Extensão e Pesquisa (FUNDEPES). Técnica em Informática pelo Instituto Federal de Alagoas - Campus Arapiraca.

**Cecy Leite Alves Carreta**

Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (Unicsul). Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (Unicsul). Possui graduação em Licenciatura Matemática e Lato Sensu em Educação Matemática pela Universidade Nove de Julho e Lato Sensu em Docência no Ensino Superior pela Universidade Católica Dom Bosco. Atualmente é professora

efetiva de matemática do Ensino Fundamental II na Escola Municipal Prof. Joaquina Grassi Fagundes. Membro do Grupo de Pesquisas de Estudos Avançados em Educação Matemática (GPEAEM- Unicsul/SP).

**Daiane Rosa**

Acadêmica da Licenciatura em Matemática, IFC-Rio do Sul;  
[daianerosa1209@gmail.com](mailto:daianerosa1209@gmail.com)

**Daiani Goedert**

Acadêmica da Licenciatura em Matemática, IFC-Rio do Sul;  
[daianigoedert2710@gmail.com](mailto:daianigoedert2710@gmail.com)

**Debora Lopes Mendes Araujo**

Possui graduação em Administração de Empresas pela Universidade de Mogi das Cruzes (1999) e Licenciatura em Matemática - Faculdades Oswaldo Cruz (2000) com Curso de Especialização - Modalidade Extensão Universitária em Matemática para Professores do Ensino Fundamental, a Partir das Séries Iniciais pela UNICAMP. Atualmente é efetiva na Secretária da Educação do Estado de São Paulo e tenho experiência na área de Ciências Exatas, com ênfase em Matemática.

**Deive Barbosa Alves**

Professor do colegiado de Matemática da Universidade Federal do Tocantins, Câmpus Araguaína. Graduado em licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia (2005), mestrado em Educação pela Universidade Federal de Uberlândia (2012) e doutorado na linha de pesquisa Educação em Ciências e Matemática pela mesma Universidade (2017). Atualmente participa do Núcleo de Pesquisa em Mídias na Educação (NUPEME) e do grupo de trabalho em Modelagem Matemática para a Educação Matemática da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (GT10 - Modelagem Matemática e GT06 - Educação Matemática: novas tecnologias e Educação à distância). Professor e pesquisador do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGecim) e Matemática e do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Câmpus de Araguaína. Tem experiência na área de Educação Matemática, com ênfase em Modelagem Matemática no contexto da Cultura Digital,

atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática para Educação Matemática, Educação pela Pesquisa, Educação Matemática na Cultura Digital, Objetos de Aprendizagem.

**Ednei Luis Becher**

Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática, [ednei.becher@osorio.ifrs.edu.br](mailto:ednei.becher@osorio.ifrs.edu.br)

**Elisângela Regina Selli Melz**

Doutoranda em Educação Científica e Tecnológica - UFSC, Docente no Instituto Federal Catarinense (IFC) Campus Rio do Sul, [elisangela.melz@ifc.edu.br](mailto:elisangela.melz@ifc.edu.br)

**Felipe de Almeida Costa**

Possui graduação em licenciatura em física pela Universidade Presbiteriana Mackenzie (2008) e mestrado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2017). Atualmente é diretor de escola do Governo do Estado de São Paulo e professor do Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza. É integrante da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Regional São Paulo.

**Ismael Andre Batista**

Acadêmico de Licenciatura de Matemática, IFC Campus Rio do Sul, [contato.iabatista@gmail.com](mailto:contato.iabatista@gmail.com)

**Jefferson Correia da Conceição**

Licenciado em Desenho e Plástica (UFBA), Especialista em Planejamento Educacional, Especialista em Artes Visuais, Mestre e Doutor em Ciências da Educação. Docente aposentado rede estadual da Bahia. Docente Universidade do Estado da Bahia - UNEB/DCET II, Coordenador Projeto Extensão - Geometria e Artes Visuais: uma possibilidade lúdica para pessoas da Terceira Idade. Integrante do grupo de pesquisa NUPE/DCET II.

**Luana Raitz**

Graduanda de Licenciatura de Matemática IFC Campus Rio do Sul.

**Marcio Antonio da Silva**

Bolsista de Produtividade em Pesquisa, CNPq. Pós-doutorado pelo Departamento de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Estocolmo (Suécia). Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Professor do Instituto de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). E-mail: [marcio.silva@ufms.br](mailto:marcio.silva@ufms.br)

**Marcos Antonio de Sousa**

Possui graduação em Ciências - Matemática (2008) pela Universidade Federal do Tocantins (UFT). Especialização em Coordenação Pedagógica (2016) pela Universidade Federal do Tocantins (UFT). É assistente técnico administrativo da Universidade Federal do Tocantins (UFT) desde 2014. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática. Atualmente mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGecim) da Universidade Federal do Tocantins (UFT).

**Monalisa da Silva**

Licenciada em Matemática, [monalisasilva021@hotmail.com](mailto:monalisasilva021@hotmail.com)

**Morgana Scheller**

Doutora em Educação em Ciências e Matemática, Docente no Instituto Federal Catarinense (IFC) Campus Rio do Sul, [morganascheller@yahoo.com.br](mailto:morganascheller@yahoo.com.br)

**Renata Rodrigues Souza**

Doutoranda em Educação Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). Formada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD). E-mail: [renata\\_rodrigues\\_souza@hotmail.com](mailto:renata_rodrigues_souza@hotmail.com)

**Rosane Hildebrandt**

Acadêmica da Licenciatura em Matemática, IFC-Rio do Sul; [rosanehildebrandt@gmail.com](mailto:rosanehildebrandt@gmail.com)

**Sarah Luiza Pawlack Bento**

Graduanda de Licenciatura de Matemática IFC Campus Rio do Sul.

**Thiago Augusto Koepf**

Acadêmico de Licenciatura de Matemática, IFC Campus Rio do Sul,  
[koepfaugustothiago@hotmail.com](mailto:koepfaugustothiago@hotmail.com)

**Ulisses Queiroz Parreira**

Professor da Escola SESI de Araguaína Tocantins. Graduado em Matemática pela Universidade Federal do Tocantins - UFT (2007) e especialista em Matemática Aplicada e Estatística pela Universidade Federal de Lavras - UFLA. Atualmente, ministra aulas de Matemática e Projetos de Aprendizagem - PAP na Escola SESI de Araguaína, coordena o projeto de Robótica Educacional desta mesma instituição tendo experiência na área de Robótica Educacional com foco no trabalho interdisciplinar e o resgate de habilidades. Também é mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGecim) da Universidade Federal do Tocantins (UFT).

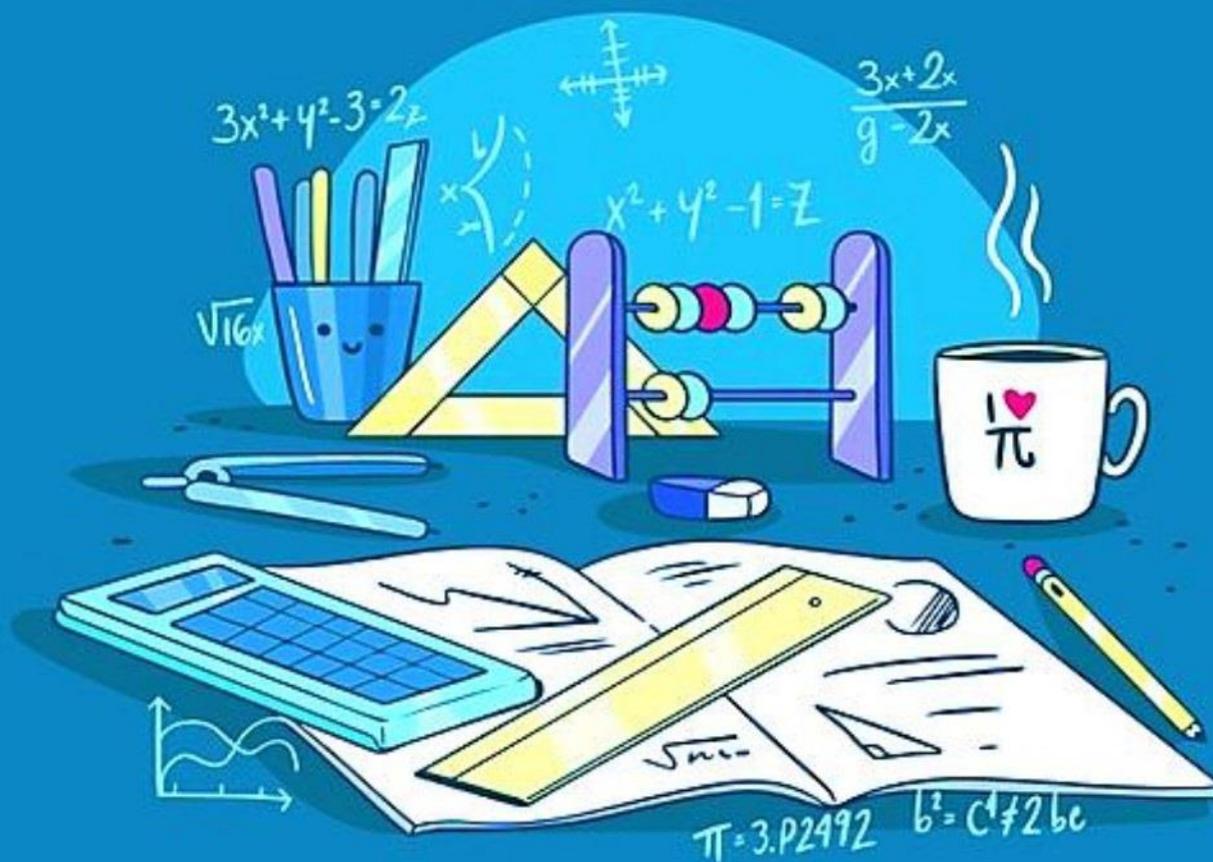
**Wilker Araújo de Melo**

Acadêmico de Licenciatura Plena em Pedagogia pela Universidade Federal de Alagoas (UFAL) e de Licenciatura em Matemática pelo Centro Universitário Internacional UNINTER. Foi bolsista pelo Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC), no período de setembro/2020 a agosto/2021. Foi monitor voluntário da disciplina de POLÍTICA E ORGANIZAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA NO BRASIL. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Tecnologias Educativas e Práticas Pedagógicas em Educação Matemática. (GTPPEM/Cnpq/UFAL). Foi Coordenador da pasta de Política na Gestão 2019 - 2020 do Centro Acadêmico de Pedagogia Paulo Freire (Gestão O CAPed Somos Nós: Protagonismo em Ação). Atuou como professor das disciplinas de MATEMÁTICA, CIDADANIA e ARTE nas séries do Ensino Fundamental II. Membro do projeto de extensão Projeto de Estimulação Precoce na Primeira Infância (PEPPI/AISCA/Cnpq/UFAL).

**Resiane Paula da Silveira**

***(Organizadora)***

Graduada em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais - Campus Formiga, especialista em Supervisão Escolar pela Faculdade Batista de Minas Gerais e especialista Educação Especial também pela Faculdade Batista de Minas Gerais. Graduada em Licenciatura em Pedagogia pela FAVENI. Atualmente é servidora efetiva da Prefeitura Municipal de Formiga no cargo de Auxiliar de Educação Especial no Centro de Educação Infantil Professor José Jerônimo de Sousa.



ISBN 978-658452505-4



9

786584

525054



Editora  
**REALCONHECER**