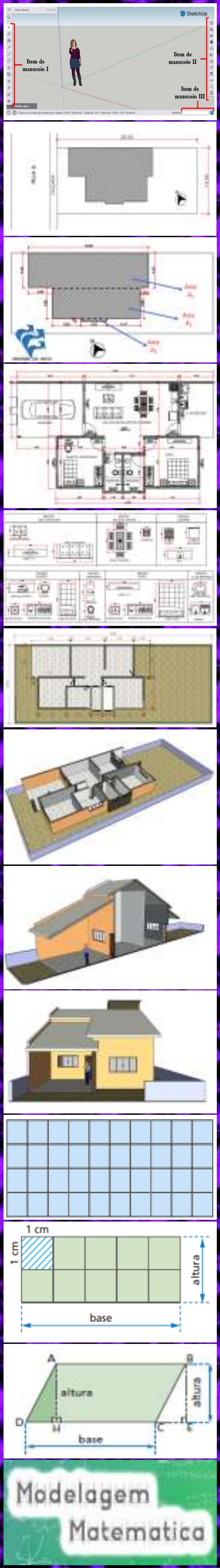


BETÂNIA DE ALMEIDA PRESTES
MARCOS ROBERTO BERREDO DA SILVA
NATALI DE JESUS FERREIRA DE MIRANDA
ELIZA SOUZA DA SILVA
FÁBIO JOSÉ DA COSTA ALVES
ROBERTO PAULO BIBAS FIALHO

MODELAGEM MATEMÁTICA À PARTIR DE SOFTWARES ARQUITETÔNICOS

BELÉM
2021

Diagramação e Capa: Os Autores
Revisão: Os Autores

PRESTES, Betânia de Almeida; SILVA, Marcos Roberto Berredo Da; Miranda, Natali De Jesus Ferreira De; FIALHO, Roberto Paulo Bibas; ALVES, Fábio José Da Costa; SILVA, Eliza Souza Da. Modelagem Matemática à partir de Softwares Arquitetônicos. Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2021.

ISBN: 978-65-00-31827-2

Ensino de Matemática. Ensino por Atividades. Software SkatchUp. Áreas de Figuras Planas.

Sumário

1. APRESENTAÇÃO

O ensino de Composição e Decomposição de Áreas faz parte do estudo de Geometria Plana na formação escolar do aluno durante todo seu ensino básico e faz-se necessário que o professor procure métodos que tenha mais sentido, de forma a deixá-lo mais próximo da realidade, os quais sejam atrativos para que o ensino aconteça de forma agradável e proveitoso para o aprendizado em seu cotidiano. É muito importante fazer que os alunos consigam assimilar o conceito deste objeto matemático, mais precisamente ao cálculo de áreas de figuras planas para que o aprendiz tenha um amplo entendimento de possíveis objetos matemáticos trabalhados posteriormente.

Nesta missão de proporcionar o aprendizado no estudo de áreas de retângulos e quadrados ao aluno, trazemos a proposta de ensino ao trabalhar as Tecnologias da Informação e Comunicação – TICs, pelo uso do computador como ferramentas de trabalho educativo, tendo como meio o programa de desenho SkatchUp, que pode ser utilizado de modo *on line*, para proporcionar melhor possibilidade de uso em sala de aula, bem como para permitir a acessibilidade por parte dos seus potenciais usuários. Este programa é muito usado por desenhistas, técnicos, arquitetos e engenheiros na execução de estudos para propostas de projetos de construção de edificações e de mobiliários.

Para muitos de nós parece estranho utilizar uma ferramenta de trabalho que provenha de outra área, como é a ferramenta em questão, porém seu acesso, sua praticidade e simplicidade de manuseio proporcionam aos alunos e professores de todos os níveis facilidades operacionais de utilização.

Neste estudo, trazemos uma proposta de elaboração de uma residência unifamiliar de um casal de idosos que moram sozinhos e precisam ter acessibilidade de circulação em sua casa.

No tópico 2, descreveremos a delimitação deste problema, pois apresentaremos as características das pessoas para quem será construído a casa, juntamente com o lócus do terreno e suas especificidades; no tópico 3, faremos uma descrição de possíveis cálculos envolvendo as dimensões propostas para a construção da residência com o uso apoiado das TIC's utilizadas neste estudo; no tópico 4, apresentaremos o objeto matemático que será trabalhado em sala de aula com os alunos; e no tópico 5, definiremos o modelo matemático aplicado em sala de aula. Para finalizar, faremos nossas considerações a respeito do projeto utilizado na aplicação da Modelagem Matemática para sala de aula no ensino de Matemática.

2. DELIMITAÇÃO DO PROBLEMA

Com o intuito de apresentar aos alunos da importância da Composição e Decomposição de áreas na resolução de uma situação problema, trazemos para este trabalho uma atividade construída com a apoio das TIC's a partir do uso de um programa de desenho SkatchUp no modo on line para proporcionar aos alunos uma melhor compreensão real da situação apresentada, a fim de que a aprendizagem possa acontecer de forma motivadora e satisfatória aos objetivos da aula.

Dessa forma, trazemos uma proposta de *construção de uma residência para um casal de idosos que moram sozinhos e precisam ter acessibilidade de circulação em sua casa.* Para que pudéssemos ficar mais próximos de uma situação real, e ressaltamos que essa ideia levará nossos alunos mais envolvidos na questão, entrevistamos um casal de idosos para que chegássemos a identificar suas especificidades da situação de sua moradia.

Nos portaremos aqui ao casal que almeja a construção da casa, como Seu João Machado e dona Maria Machado, que residem em Cametá, cidade do interior do estado do Pará, situada ás margens esquerda do rio Tocantins, nordeste do estado há mais de 60 anos e que atualmente possuem um terreno que passa em frente a uma das ruas principais de Cametá, Rua Coronel Raimundo Leão, bairro de Santa Maria e desejam construir sua moradia de fácil locomoção entre os cômodos e móveis, uma vez que pretendem permanecer neste endereço residencial.

O casal possui um filho que mora e trabalha na capital do estado, Belém, e pouco os visita, devido a carga de trabalho que desempenha. Seu João e dona Maria são aposentados como professores do estado que muito contribuíram para a formação dos jovens cametaenses e hoje gozam do descanso e lazer e necessitam de um lugar de moradia que lhes proporcionam comodidade. Para facilitar seu deslocamento pela cidade e viagens intermunicipais, o casal possui um automóvel popular. Atualmente eles estão bem de saúde, mas se preocupam com suas dificuldades posteriormente que a idade possa lhes trazer, pois hoje possuem 72 anos de idade cada um.

O terreno que pretendem construir sua residência é plano de dimensões 10x25m e tem frente a uma rua de fácil acesso aos demais pontos da cidade, além de permitir uma ventilação considerável ao norte de sua localização.

Após a entrevista com o casal, nos preocupamos em anotar e utilizar essas informações para a construção da casa pelo programa SckatchUp, por causa das facilidades proporcionadas pelo uso de equipamentos e periféricos simples, como veremos no próximo tópico o passo a passo da construção da residência com acessibilidade para este casal de idosos.

3. CONSTRUÇÃO DA RESIDÊNCIA COM ACESSIBILIDADE PARA IDOSOS COM O PROGRAMA SKATCHUP

Esta seção é dividida em duas partes principais para o desenvolvimento deste trabalho, quais sejam: a familiarização do uso do software SketchUp e as fases com suas características referentes as etapas da construção da residência.

Para a produção da construção da residência com acessibilidade para os idosos da problemática em questão, consideramos a Norma Brasileira da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), chamada de ABNT NBR 9050. Segundo Brasil (2004, p. 1) "esta Norma estabelece critérios e parâmetros técnicos a serem observados quando do projeto, construção, instalação e adaptação de edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos às condições de acessibilidade".

> A Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) é o Fórum Nacional de Normalização. As Normas Brasileiras, cujo conteúdo é de responsabilidade dos Comitês Brasileiros (ABNT/CB), dos Organismos de Normalização Setorial (ABNT/ONS) e das Comissões de Estudo Especiais Temporárias (ABNT/CEET), são elaboradas por Comissões de Estudo (CE), formadas por representantes dos setores envolvidos, delas fazendo parte: produtores, consumidores e neutros (universidades, laboratórios e outros). (BRASIL, 2004, p. vii)

Neste sentido, todas as medidas e construções foram consideradas a partir das orientações e normas da ABNT NBR 9050, cujo o estudo realizado partiu das referências das normas técnicas de uma área de livre circulação adequada para o requisito de acessibilidade de uma residência unifamiliar.

3.1. O Software SkatchUp

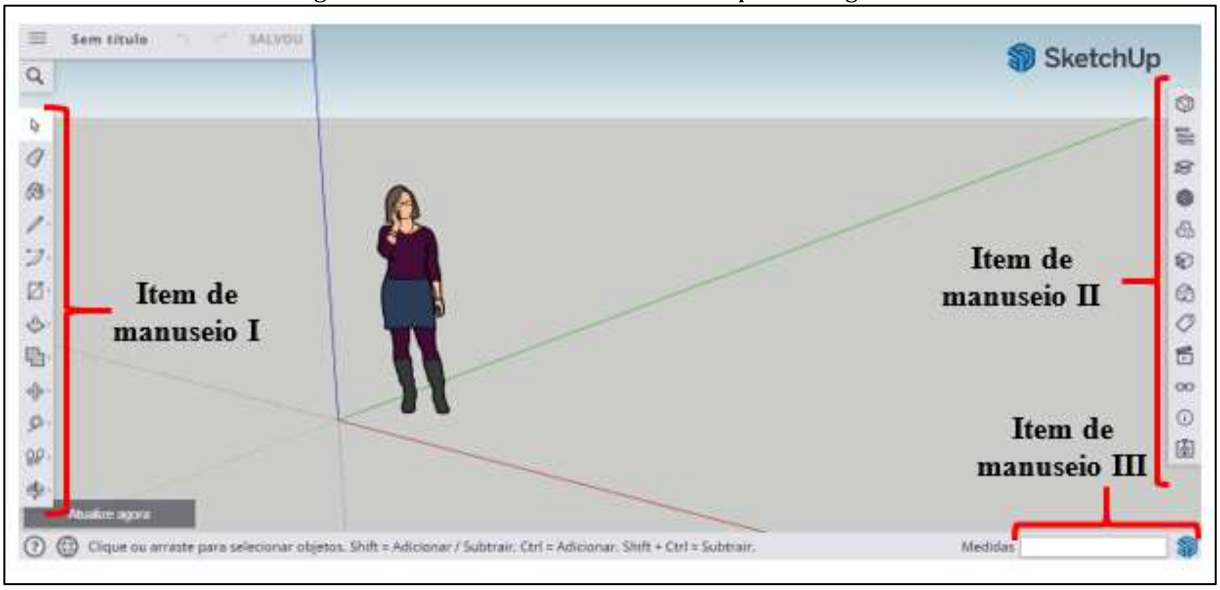
O software SkatchUp [1] é muito conhecido na área da engenharia civil e arquitetura para a elaboração de projetos arquitetônicos que possui fácil manuseio e pode ser utilizado como recurso tecnológico no ensino de matemática na educação básica, cujo os conteúdos matemáticos os quais serão destacados neste estudo será o ensino de geometria, uma vez que, este software possui diversos elementos geométricos em sua interface.

[1] Esse link dá acesso à página oficial do Sketchup e tem instruções necessárias a utilização de sua versão gratuita e online, com todos os passos para realização do cadastro e login: <https://www.sketchup.com/pt-BR/plans-and-pricing/sketchup-free>

É relevante comentar que se optou pela escolha da versão on-line e gratuita do software SkatchUp como forma de facilitar o acesso para todos sem muitas complicações e que permite criar modelos bidimensionais (2D) e tridimensionais (3D), o que não interfere na qualidade do projeto elaborado. Conforme afirmam Vieira e Costa (2016), o SkatchUp não foi desenvolvido para o ensino de Matemática, porém possibilita a exploração de diversos conceitos geométricos, os quais o torna um software interessante para a criação de projetos pedagógicos de Geometria.

Assim, a construção de projetos arquitetônicos no SkatchUp nas aulas de Geometria é incentivadora para os alunos, uma vez que permite a construção de projetos que os aproximem da realidade por meio de modelos. Souza, Nascimento e Benutti (2014) apud Silva (2021) indicam que uma das vantagens da utilização do SkatchUp é o desenvolvimento da percepção e visão espacial dos alunos.

Imagem 1: Interface do software SketchUp on-line gratuito.



Fonte: Autores, 2021.

Na Imagem 1, destacamos a interface do software SketchUp on-line e gratuito, que para melhor entendimento, foi separado em três itens de manuseio, além da tela de visualização, que é a parte central da imagem. O item de manuseio I, é um dos mais importantes do software, pois é nele que se dar a maior parte da construção do projeto e por meio dele é possível construir figuras geométricas planas e espaciais, além de possibilitar funções de visualizações, tais como, movimentações em todas as direções, rotação, aproximação, distanciamento e medir comprimentos e ângulos.

O item de manuseio II, apresenta os designs e materiais de acabamento do projeto, isto é, nele é possível fazer uma busca de cores e objetos, tais como, papeis de paredes, lajotas, tijolos, telhados, janelas, portas, sofá, cama, guarda-roupas, pias, sanitários, eletrodomésticos entre outros. Além disso, é possível visualizar, neste local, as medidas utilizadas na construção em metros, milímetros, pés e polegadas.

> O SketchUp possui uma interface interativa e rápida e apesar de não modelar sólidos, e sim superfícies, o programa dispõe de recursos para organizar o projeto que podem transformar um conjunto de superfícies em grupo, componente e camada, isso possibilita trabalhar com alterações nos volumes pertencentes a determinado grupo de maneira eficaz. (PINHEIRO, 2013, *apud* WILGES, 2019, p. 29)

Em resumo, o software SketchUp é um excelente recurso tecnológico para o ensino de matemática, especialmente para o ensino de geometria, uma vez que dispõe de ferramentas em que é possível manipular as formas geométricas e associá-las à realidade do aluno, no qual propicia a criatividade, autonomia e interdisciplinaridade, além do que, incentiva a conhecer outras áreas, como por exemplos, as engenharias e arquitetura.

3.2. Etapas de Construção no SketchUp

Nesta subseção apresentamos as etapas de construção, inspirada nos estudos Biembengut e Hein (2007), na qual foi dividida em duas partes: a planta baixa e a maquete.

Conforme afirmam Biembengut e Hein (2007, p. 52), para a projeção de uma casa, são necessários diversos elementos, tais como: terreno, mão de obra, material, planta da casa, entre outros, e não apenas o formato, tamanho ou a fachada.

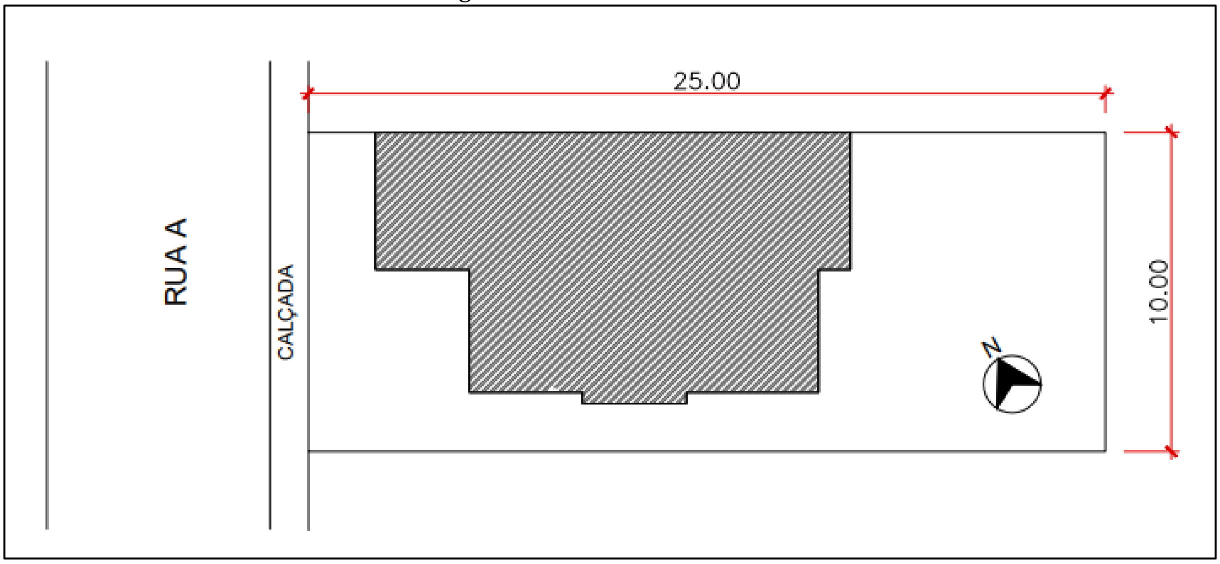
A saber, no projeto de uma casa, antes mesmo da construção de uma maquete, a planta baixa é fundamental, uma vez que é por meio dela que podemos determinar as medidas necessárias para um ambiente interno e externo confortável para projetar as possíveis medidas dos móveis, portas e janelas para que haja uma área de circulação adequada, melhor luminosidade e circulação de vento.

> Um projeto consiste nos desenhos, devidamente especificados, de uma planta baixa (a casa e divisões internas vista de cima), vistas laterais e fachada e em perspectivas. Para se fazer uma planta baixa, o primeiro passo é garantir que os segmentos que representam as paredes estejam paralelos e/ou perpendiculares, caso a forma dos interiores seja quadrilátera. (BIEMBENGUT e HEIN, 2007, p. 52)

Ao elaboramos a planta baixa por meio do AutoCAD[2], que é um software que possui diversas ferramentas específicas para a sua produção, cuja a escolha permitiu facilitar a construção da planta baixa a partir de ferramentas profissionais utilizadas por engenheiros e arquitetos, no qual utilizamos o metro (m) como unidade de medida padrão de comprimento; e o metro quadrado (m^2), como unidade de medida padrão de superfície/área.

Na Imagem 2, apresentamos a planta baixa do terreno retangular com dimensões de 25 m de comprimento por 10 m de largura.

Imagem 2: Dimensões do terreno.



Fonte: Autores, 2021.

Neste caso, a área total (A_t) do terreno é dada por:

$$A_t = comprimento\ x\ largura$$

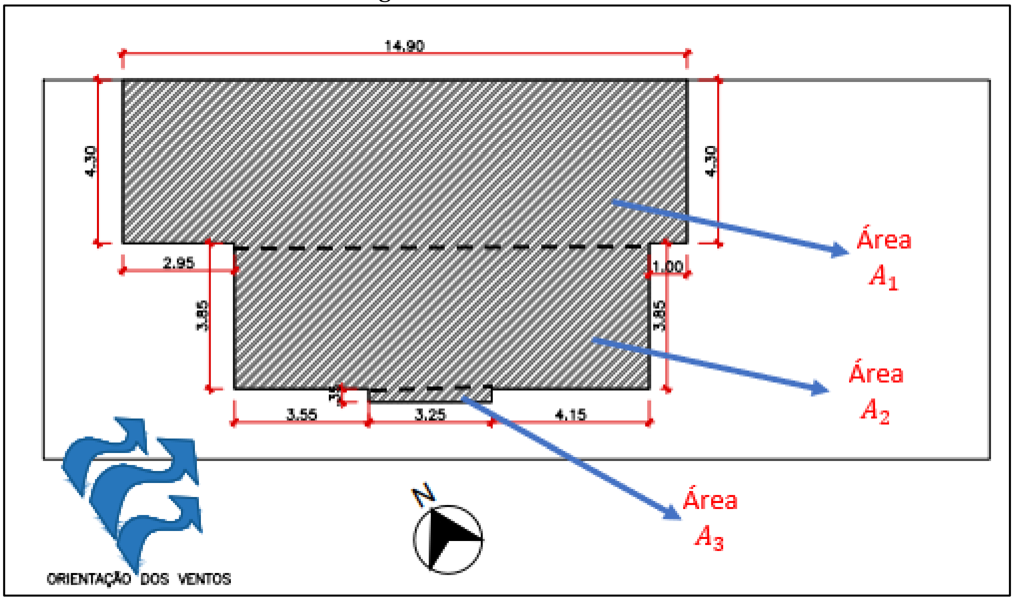
$$A_t = 25{,}00x10{,}00$$

$$A_t = 250{,}00\ m^2$$

Temos a seguir a Imagem 3, a qual apresentamos a área da casa (A_c), que para facilitar nos cálculos, dividimos em três outras áreas A_1, A_2 e A_3, com dimensões de 14,90 m de comprimento por 4,30 m de largura, 10,95 m de comprimento por 3,85 m de largura e 3,25 m de comprimento por 0,35 m de largura, respectivamente.

[2] Esse link dá acesso à página oficial do AutoCAD e tem instruções necessárias a utilização do software, com todos os passos para realização do cadastro e login: <https://www.autodesk.com/products/autocad-web-app/overview>

Imagem 3: Dimensões da casa.



Fonte: Autores, 2021.

Desta forma, podemos determinar a área da casa da seguinte maneira:

$$A_c = A_1 + A_2 + A_{3.}$$

Como

$A_1 = comprimento\ x\ largura = 14{,}90\ x\ 4{,}30 = 64,70\ m^2$,

e

$A_2 = comprimento\ x\ largura = 10{,}95\ x\ 3{,}85 = 42,1575\ m^2$,

e

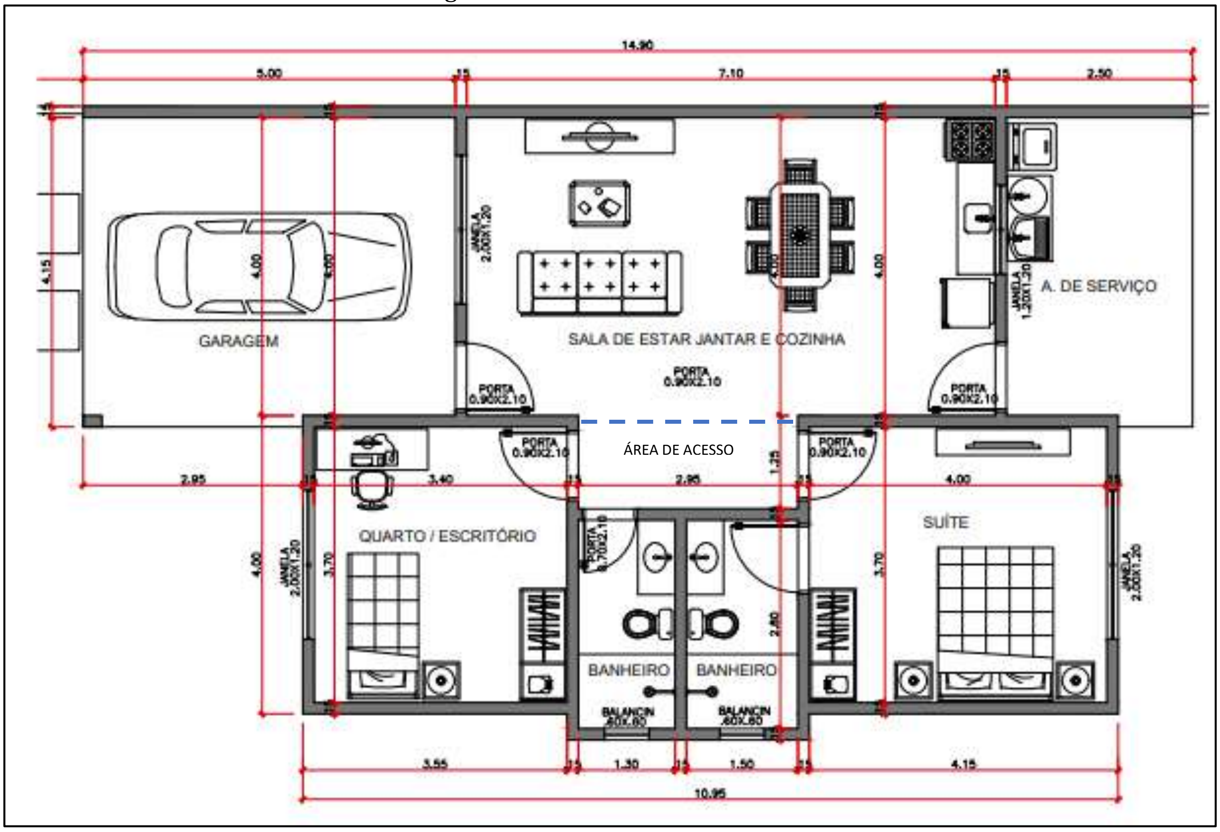
$A_3 = comprimento\ x\ largura = 3{,}25\ x\ 0{,}35 = 1,1375\ m^2$.

Portanto,

$$A_c = 64{,}70 + 42{,}1575 + 1{,}1375 = 107{,}995 \cong 108\ m^2.$$

Na Imagem 4, apresentamos a planta baixa com as divisórias de cada cômodo e os objetos que serão distribuídos em cada um deles. É importante frisar que será considerado a espessura das paredes por 0,15 m de medida.

Imagem 4: Dimensões dos cômodos.



Fonte: Autores, 2021.

Assim, é possível determinar a área de cada cômodo desconsiderando os objetos, materiais inclusos neles e a espessura de parede, o que denominaremos da seguinte forma: $A_{garagem}$ (área da garagem), A_{sala} (área da sala de estar, jantar e cozinha), $A_{serviço}$ (área de serviço), $A_{escritório}$ (área do quarto/escritório), $A_{banheiro}$ (área dos dois banheiros juntos), $A_{suíte}$ (área da suíte) e A_{acesso} (área de acesso).

$$A_{garagem} = 5{,}00\ x\ 4{,}00 = 20{,}00\ m^2.$$

$$A_{sala} = 7{,}10\ x\ 4{,}00 = 28{,}40\ m^2.$$

$$A_{serviço} = 2{,}50\ x\ 4{,}00 = 10{,}00\ m^2.$$

$$A_{escritório} = 3{,}40\ x\ 3{,}70 = 12{,}58\ m^2.$$

$$A_{banheiro} = 2{,}80\ x\ 2{,}40 = 6{,}72\ m^2.$$

$$A_{suíte} = 4{,}00\ x\ 3{,}70 = 14{,}80\ m^2.$$

$$A_{acesso} = 2{,}95\ x\ 1{,}20 = 3{,}54\ m^2.$$

Desta forma, a área interna da casa ($A_{interna}$), desconsiderando a área das paredes ocupada na região plana, é dada por:

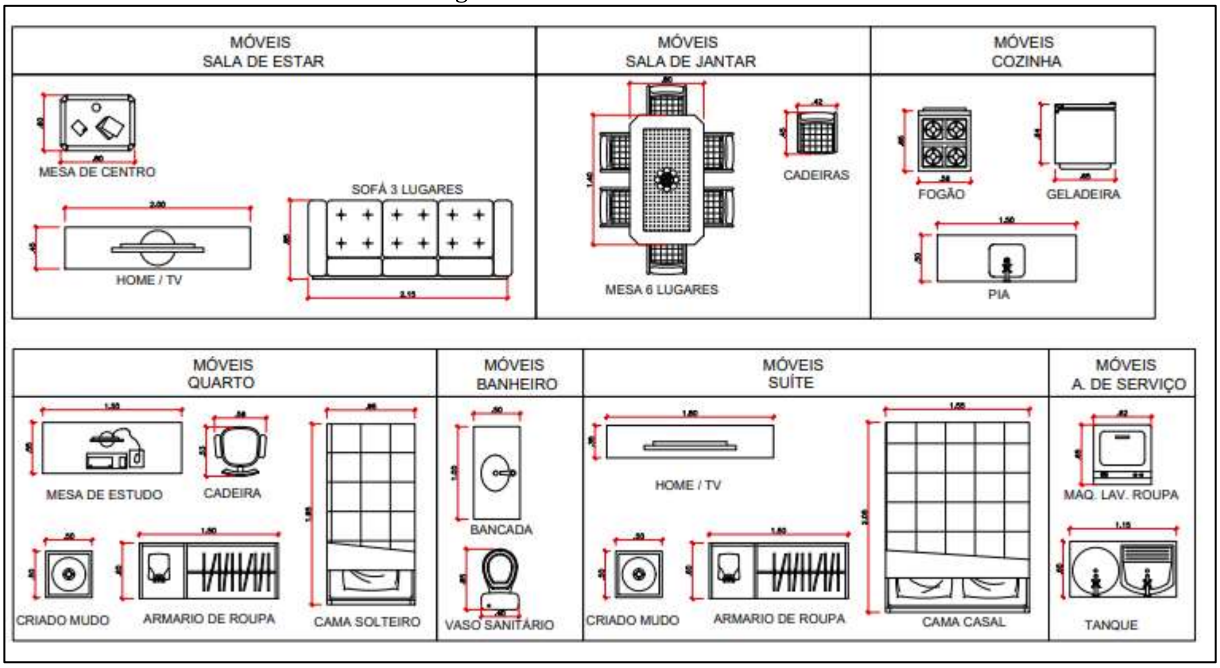
$$A_{interna} = A_{garagem} + A_{sala} + A_{serviço} + A_{escritório} + A_{banheiro} + A_{suíte} + A_{acesso}$$

$$A_{interna} = 20{,}00 + 28{,}40 + 10{,}00 + 12{,}58 + 6{,}72 + 14{,}80 + 3{,}54$$

$$A_{interna} = 96{,}04\ m^2.$$

Na Imagem 5, apresentamos as dimensões de cada objeto que ocupará uma superfície interna da casa, conforme foi ilustrada na Imagem 4.

Imagem 5: Dimensões dos móveis.



Fonte: Autores, 2021.

Por fim, podemos determinar a área de cada móvel ou objeto em cada cômodo, desconsiderando a área de acesso, uma vez que, este não possui móveis ou objetos, apenas área de circulação.

Considerando que um carro tenha em média dimensões de 4,00 m de comprimento e 2,00 m de largura, assim, a área ocupada pelo carro na garagem será:

$$CARRO = 4{,}00\ x\ 2{,}00 = 8{,}00\ m^2.$$

Logo, a área de livre circulação da garagem ($A_{LC-garagem}$) é dada por:

$$A_{LC-garagem} = A_{garagem} - CARRO$$

$$A_{LC-garagem} = 20{,}00 - 8{,}00$$

$$A_{LC-garagem} = 12{,}00\ m^2.$$

A área ocupada por cada móvel da sala de estar, jantar e cozinha será:

$MESA\ DE\ CENTRO = 0{,}60\ x\ 0{,}80 = 0{,}48\ m^2.$

$HOME/TV = 2{,}00\ x\ 0{,}40 = 0{,}80\ m^2.$

$SOFÁ\ 3\ LUGRES = 2{,}15\ x\ 0{,}85 = 1{,}8275\ m^2.$

$MESA\ 6\ LUGARES = 0{,}80\ x\ 1{,}40 = 1{,}12\ m^2.$

$CADEIRAS = 6\ x\ 0{,}45\ x\ 0{,}42 = 1{,}134\ m^2.$

$FOGÃO = 0{,}65\ x\ 0{,}56 = 0{,}364\ m^2.$

$GELADEIRA = 0{,}64\ x\ 0{,}65 = 0{,}416\ m^2.$

$PIA = 0{,}50\ x\ 1{,}50 = 0{,}75\ m^2.$

Assim, a área ocupada pelos móveis da sala de estar, jantar e cozinha (A_{M-sala}) será:

$$A_{M-sala} = 0{,}48 + 0{,}80 + 1{,}8275 + 1{,}12 + 1{,}134 + 0{,}364 + 0{,}416 + 0{,}75$$

$$A_{M-sala} = 6{,}8915\ m^2.$$

Logo, a área de livre circulação da sala ($A_{LC-sala}$) é dada por:

$$A_{LC-sala} = A_{sala} - A_{M-sala}$$

$$A_{LC-sala} = 28{,}40 - 6{,}8915$$

$$A_{LC-sala} = 21{,}5085 \cong 21{,}51\ m^2.$$

A área ocupada por cada móvel da área de serviço será:

$MAQ.LAV.ROUPA = 0{,}62\ x\ 0{,}65 = 0{,}403\ m^2.$

$TANQUE = 1{,}15\ x\ 0{,}60 = 0{,}69\ m^2.$

Assim, a área ocupada pelos móveis da área de serviço ($A_{M-serviço}$) será:

$$A_{M-serviço} = 0{,}403 + 0{,}69$$

$$A_{M-serviço} = 1{,}093\ m^2.$$

Logo, a área de livre circulação da área de serviço ($A_{LC-serviço}$) é dada por:

$$A_{LC-serviço} = A_{seriço} - A_{M-serviço}$$

$$A_{LC-serviço} = 10{,}00 - 1{,}093$$

$$A_{LC-serviço} = 8{,}907 \cong 8{,}91\ m^2.$$

A área ocupada por cada móvel do quarto/escritório será:

$MESA\ DE\ ESTUDO = 1{,}50\ x\ 0{,}55 = 0{,}825\ m^2.$

$CADEIRA = 0{,}56\ x\ 0{,}53 = 0{,}2968\ m^2.$

$CRIADO\ MUDO = 0{,}50\ x\ 0{,}50 = 0{,}25\ m^2.$

$ARMÁRIO\ DE\ ROUPA = 1{,}50\ x\ 0{,}60 = 0{,}90\ m^2.$

$CAMA\ DE\ SOLTEIRO = 0{,}95\ x\ 1{,}95 = 1{,}8525\ m^2.$

Assim, a área ocupada pelos móveis do quarto/escritório ($A_{M-escritório}$) será:

$$A_{M-escritório} = 0{,}825 + 0{,}2968 + 0{,}25 + 0{,}90 + 1{,}8525$$

$$A_{M-escritório} = 3{,}2243\ m^2.$$

Logo, a área de livre circulação do escritório ($A_{LC-escritório}$) é dada por:

$$A_{LC-escritório} = A_{escritório} - A_{M-escrtório}$$

$$A_{LC-escritório} = 12{,}58 - 3{,}2243$$

$$A_{LC-escritório} = 9{,}3557 \cong 9{,}36\ m^2.$$

A área ocupada por cada móvel dos dois banheiros será:

$BANCADA = \ 2\,x\,0{,}50\,x\,1{,}00 = 1{,}00\,m^2.$

$VASO\ SANITÁRIO = \ 2\,x\,0{,}65\,x\,0{,}40 = 0{,}52\,m^2.$

Assim, a área ocupada pelos móveis dos banheiros ($A_{M-banheiro}$) será:

$$A_{M-banheiro} = 1{,}00 + 0{,}52$$

$$A_{M-banheiro} = 1{,}52\,m^2.$$

Logo, a área de livre circulação do banheiro ($A_{LC-banheiro}$) é dada por:

$$A_{LC-banheiro} = A_{banheiro} - A_{M-banheiro}$$

$$A_{LC-banheiro} = 6{,}72 - 1{,}52$$

$$A_{LC-banheiro} = 5{,}20\,m^2.$$

A área ocupada por cada móvel da suíte será:

$HOME/TV = \ 1{,}80\,x\,0{,}35 = 0{,}63\,m^2.$

$CRIADO\ MUDO = 0{,}50\,x\,0{,}50 = 0{,}25\,m^2.$

$ARMÁRIO\ DE\ ROUPA = 1{,}50\,x\,0{,}60 = 0{,}90\,m^2.$

$CAMA\ CASAL = \ 1{,}55\,x\,2{,}05 = 3{,}1775\,m^2.$

Assim, a área ocupada pelos móveis da suíte ($A_{M-suíte}$) será:

$$A_{M-suíte} = 0{,}63 + 0{,}25 + 0{,}90 + 3{,}1775$$

$$A_{M-suíte} = 4{,}9575\,m^2.$$

Logo, a área de livre circulação da suíte ($A_{LC-suíte}$) é dada por:

$$A_{LC-suíte} = A_{suíte} - A_{M-suíte}$$

$$A_{LC-suíte} = 14{,}80 - 4{,}9575$$

$$A_{LC-suíte} = 9{,}8425 \cong 9{,}84\,m^2.$$

Assim, a área total ocupada pelos móveis e pelo carro ($A_{M+CARRO}$) será dada por:

$$A_{M+CARRO} = CARRO + A_{M-sala} + A_{M-serviço} + A_{M-escritório} + A_{M-banheiro} + A_{M-suíte}$$

$$A_{M+CARRO} = 8{,}00 + \ 6{,}8915 + 1{,}093 + 3{,}2243 + 1{,}52 + 4{,}9575$$

$$A_{M+CARRO} = 25{,}6863 \cong 25{,}67\,m^2.$$

Portanto, a área interna de livre circulação (A_{ILC}) será dada por:

$$A_{ILC} = A_{interna} - A_{M+CARRO}$$

$$A_{ILC} = 96{,}04 - 25{,}67$$

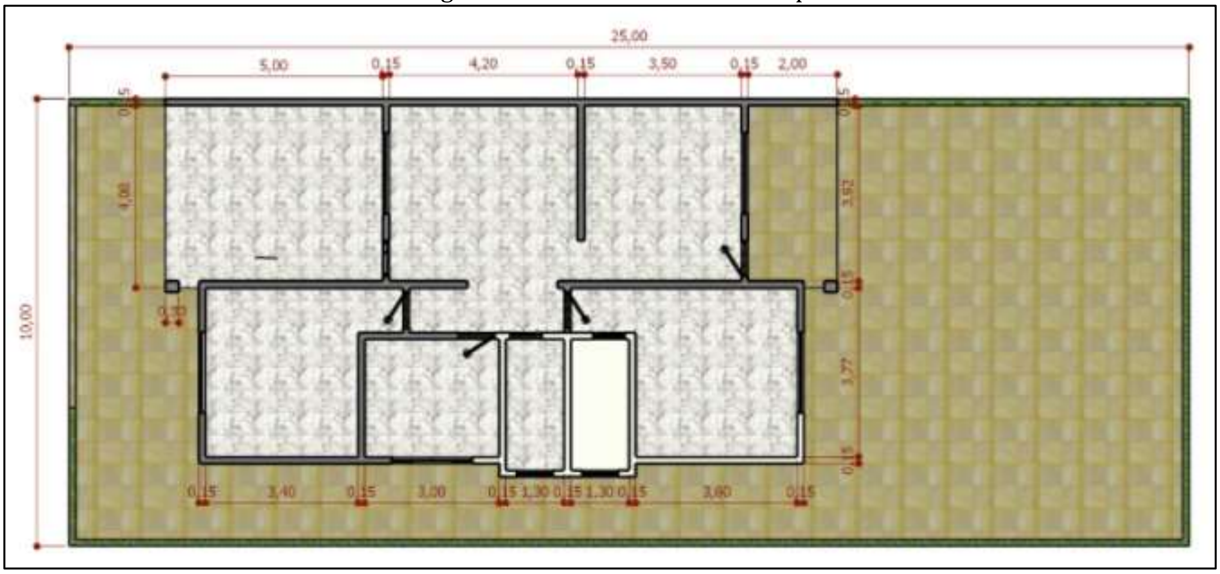
$$A_{ILC} = 70{,}37\,m^2.$$

Após a elaboração da planta baixa e das dimensões dos cômodos, objetos e/ou materiais, segue o momento da elaboração da maquete, no qual é possível visualizar o projeto de forma realista ou próximo do real. Desta forma, para verificarmos se os cômodos construídos estavam de acordo com a ABNT NBR 9050, ao utilizarmos cada uma das ferramentas do item de manuseio I, foi imprescindível estarmos atentos ao item de manuseio III.

Segundo Biembengut e Hein (2007, p. 59) "a maquete é um modelo de casa que se quer construir! Como modelo, permite não apenas dar uma noção de como será a casa, mas também calcular a quantidade de material necessário para a construção".

A Imagem 6 apresenta a fase inicial da maquete no SkacthUp, no qual é realizado a construção do terreno e a divisão dos cômodos em um formato plano.

Imagem 6: Planta baixa no SkacthUp.



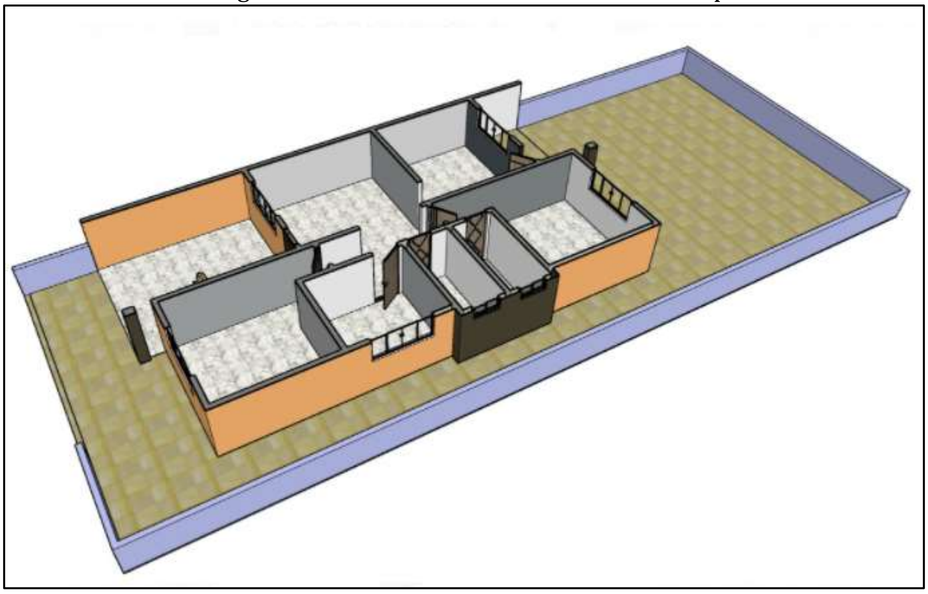
Fonte: Autores, 2021.

Nesta fase foi utilizado o item de manuseio I para a construção da maquete, que foram: Ferramenta Linha, para construir a base das paredes internas e externas, assim como os retângulos necessários para a elaboração de cada um dos cômodos; Ferramenta Fita Métrica, para verificar as dimensões de acordo com a ABNT NBR 9050.

A partir dessa fase é possível trabalhar alguns conceitos matemáticos, tais como, área de figuras planas (quantidade de lajotas), medidas de comprimentos (dimensão dos cômodos), escala e proporção (tamanho da superfície da maquete).

Na Imagem 7, passa-se a construir as paredes interna e externas da casa, ou seja, é possível perceber um formato tridimensional do terreno e dos cômodos.

Imagem 7: Casa com vista de cima no SkacthUp.



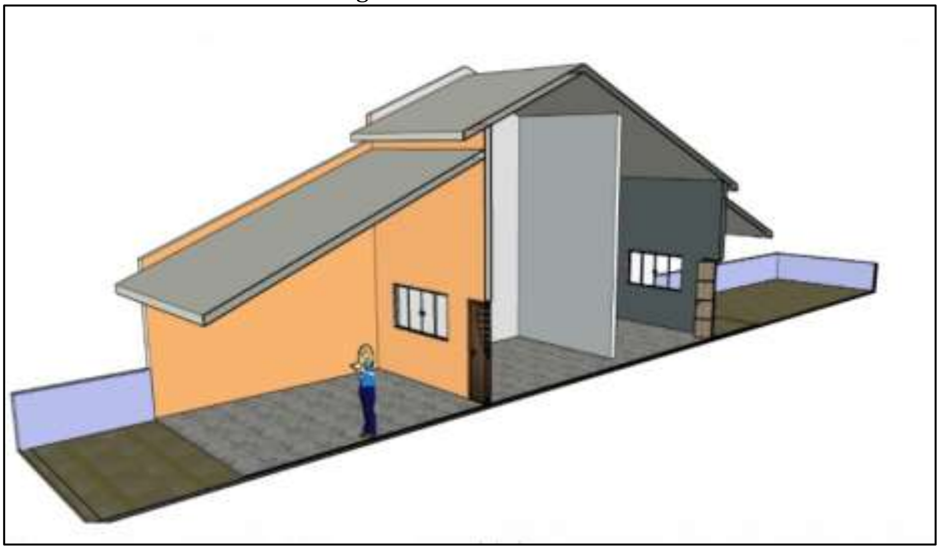
Fonte: Autores, 2021.

Nesta fase as ferramentas do item de manuseio I utilizadas foram: Ferramenta Empurra e Puxar, para realizar o levantamento das paredes internas e externas; Ferramenta Arco, para verificar o ângulo de abertura das portas e suas posições; Ferramenta Mover e Órbita, para poder visualizar por completo a maquete de forma que a maquete rotacionasse em 360° e pudesse realizar uma movimentação em todas as direções, assim como aproximar a distância a imagem.

Nessa fase é possível trabalhar alguns conceitos matemáticos em sala de aula com alunos, tais como, ângulos (rotação das portas), projeção ortogonal (levantamento das paredes) e medidas de comprimento e superfície (espaço ocupado pelas paredes.)

A Imagem 8 apresenta um formato seccionado da casa construída com as portas, janelas e telhado modelados.

Imagem 8: Casa seccionada.



Fonte: Autores, 2021.

Nesta fase as ferramentas do item de manuseio I utilizadas foram: Ferramenta Linha, para construir a cobertura da casa; Ferramenta Plano de Seção, para dividirmos a casa em duas partes. Sendo assim, foi possível visualizar com mais detalhes a parte interna.

Na Imagem 9, apresentamos a maquete finalizada com uma vista frontal no qual percebe-se a fachada da casa nos moldes prontos para ser projetada de forma realista.

Imagem 9: Vista frontal da casa no SkacthUp.

Fonte: Autores, 2021.

Em todas as fases de construção da maquete utilizamos as ferramentas do item de manuseio II, no qual foi possível acrescentamos os detalhes finais, tais como: modelos de lajotas e as cores, modelos de telhas, modelos de portas e janelas, modelos de vidros e espelhos, incluir móveis, eletrodomésticos, eletrônicos, e outros objetos e utensílios.

Além dos conteúdos citados anteriormente, é possível também trabalhar a matemática financeira, para verificar o custo total para a construção dessa casa, incluindo materiais de construção e mão de obra.

Assim, como sugestão, no processo de ensino de algum objeto matemático, alguns questionamentos que levem os alunos a pensarem no problema e verifiquem técnicas e métodos que podem auxiliar na solução do que foi proposto, tais como: qual o tamanho da casa que se quer construir? Qual a medida do terreno? Quais formas pode-se observar na casa? qual a área de circulação interna da casa? Qual o tamanho dos objetos? Qual a quantidade de lajotas, telhas e tintas necessárias para construir essa casa e quanto será gasto? Qual o tamanho da maquete e como relacionar com o tamanho real da casa?

Portanto, o questionamento a ser realizado pelo professor depende do conteúdo matemático que se quer ensinar e dos conhecimentos prévios dos alunos.

4. O ENSINO DE ÁREAS POR MEIO DE DECOMPOSIÇÃO E COMPOSIÇÃO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

A Matemática está presente nos documentos oficiais como uma disciplina obrigatória e isso justifica-se devido a importância que ela possui quanto a aplicação e utilização em nosso cotidiano como em móveis, embalagens, objetos, casas, prédios, compras, cálculos estatísticos, financeiros, grandezas, medidas, enfim, uma variedade de situações nas quais estão presentes o uso da Matemática. Ela também proporciona um desenvolvimento cognitivo, ou seja, o raciocínio lógico, pois por meio dela o sujeito busca investigar, compreender, relacionar, argumentar, generalizar e representar matematicamente o que lhe foi proposto. Essas justificativas podem ser vistas na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018).

> O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais. (BRASIL, 2018, pg. 265)
>
> [...] o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição). (BRASIL, 2018, pg. 266)

Nesse sentido, a BNCC considera que ideias fundamentais como equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e devem se converter, na escola, em objetos de conhecimento. Sendo assim, a BNCC apresenta a área da Matemática estruturada em cinco unidades temáticas, que são: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. Essas unidades temáticas estão correlacionadas e orientam a formulação de habilidades a ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. (BRASIL, 2018, pg. 268)

4.1 O Ensino de Geometria de acordo com a Base Nacional Comum Curricular - BNCC

Os conceitos de Geometria possuem papel importante no currículo de Matemática, pois é por meio deles que os alunos desenvolvem competências e habilidades para compreender, descrever e representar as diversas formas que fazem parte de seu dia a dia. Prova disso é que, a Geometria, constitui uma das cinco unidades temáticas propostas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), (BRASIL, 2018) que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental.

Na unidade temática Geometria estão presentes conceitos e procedimentos que são necessários não somente para a resolução de problemas especificamente geométricos, mas também, de diferentes áreas do conhecimento. Por esse motivo, nessa unidade temática considera-se que

> [...]estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência. (BRASIL, 2018, pg. 271)

Conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, as expectativas de aprendizagem deste conteúdo nos três primeiros anos deve ser que a criança aperfeiçoe seus sistemas de localização e capacidade de descrição do espaço e no 4º e 5º ano compreenda as características e propriedades de figuras planas e espaciais dando início a organização dessa unidade de conhecimento. (ARCEGO, 2016, pg. 03)

Dessa forma é proposto que a criança identifique pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos; faça construção de representações de espaços conhecidos; realize estimativa de distâncias, usando como suporte mapas (em papel, tablets ou smartphones), croquis e outras representações; conhecer características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais; associar figuras espaciais com suas planificações e vice-versa; nomear e comparar polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos; manipular representações de figuras geométricas planas em quadriculados ou no plano cartesiano, e com recurso de softwares de geometria dinâmica. (BRASIL, 2018, pg. 272)

> A geometria dinâmica possibilita ao aluno visualizar uma mesma figura construída com as propriedades geométricas de várias formas, facilitando a compreensão da geometria envolvida. Nesse aspecto, o professor pode incentivar o espírito investigativo do aluno, justificando no final, as relações encontradas, ou seja, a "demonstração" matemática. (SECCO, 2007, pg. 31)

Conforme os estudos de Secco (2007), a geometria ensinada de forma dinâmica proporciona um aprendizado significativo no qual o aluno é levado a investigar, relacionar, descrever e demonstrar o processo geométrico utilizado.

Para os anos finais do ensino fundamental, o estudo de Geometria proposto pela BNCC tem os objetos de conhecimento referente a essa unidade retomados, consolidados e ampliados, pois uma das recomendações é trabalhar e enfatizar as tarefas que analisam e produzem transformações de figuras geométricas planas, construções geométricas com uso de materiais de desenho e/ou de tecnologias digitais, compreensão de características e propriedades das figuras geométricas e aplicação em outras áreas do conhecimento.

> Esses conceitos devem ter destaque nessa fase do Ensino Fundamental, de modo que os alunos sejam capazes de reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos congruentes ou semelhantes e que saibam aplicar esse conhecimento para realizar demonstrações simples, contribuindo para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo. (BRASIL, 2018, pg. 272)

Recomenda-se a articulação da Geometria com outras unidades da matemática, como Grandezas e Álgebra. Pois a geometria trata de um conjunto de objetos matemáticos dos quais o professor em sala de aula pode utilizar para desenvolver não apenas a formação de conceitos e de procedimentos nessa área, mas também a capacidade de resolver problemas.

Por isso, defende-se que o trabalho dos conceitos geométricos se torna mais significativo e mais propício ao estabelecimento de relações da Matemática com outras áreas do conhecimento, caso os mesmos forem realizados juntamente com a exploração das formas dos objetos do mundo físico e também de obras de artes, de esculturas, de pinturas, de desenhos e de artesanatos.

4.2 Composição e decomposição de áreas de figuras planas nos documentos oficiais

A expectativa da BNCC para os anos finais do ensino fundamental é que:

> [...]os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais. [...] Nessa fase da escolaridade, os alunos devem determinar expressões de cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos, e as de volumes de prismas e de cilindros. (BRASIL, 2018, pg. 273)

Sendo assim, nessa fase os alunos devem desenvolver habilidades para determinar cálculos de áreas de figuras planas como quadriláteros, triângulos, trapézios, círculos, além de volumes de prismas e cilindros.

Conforme a BNCC (BRASIL, 2018), a noção de áreas de figuras planas começa a ser apresentado aos alunos desde os anos iniciais do ensino fundamental na unidade Grandezas e Medidas a começar, especificamente, pelo 3º ano. Nos anos finais (6º, 7º e 8° anos) do ensino fundamental em que o aluno irá:

> (EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
>
> (EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.
> (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas. (BRASIL, 2018, pg. 309)
>
> (EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de *softwares* de geometria dinâmica.
> (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos. (BRASIL, 2018, pg. 315)

Essas habilidades são decorrentes dos objetos de conhecimento proposto para essa etapa de ensino e que são organizados por unidades temáticas que nesse caso é grandezas e medidas. No Guia de livros didáticos do Programa Nacional do Livro Didático 2019 – PNLD (BRASIL, 2019), "o estudo das Grandezas e Medidas deve contribuir para a ampliação e a consolidação de conceitos trabalhados em outras unidades temáticas, tais como as noções geométricas, de números e da construção do pensamento algébrico". (BRASIL, 2019, pg. 06).

Para essa área temática referente aos objetos de conhecimento que envolvem o estudo de áreas de figuras planas, a BNCC (BRASIL, 2018) estabelece um cronograma para cada ano do Ensino Fundamental, como mostra o quadro 1, 2 e 3, respectivamente 6º, 7º e 8º ano.

Quadro 1: Matemática – 6º ano

Área temática	Objetos de conhecimento	Habilidades
Grandezas de Medidas	Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume	(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

Fonte: Brasil (2018, p. 308 – 309)

Quadro 2: Matemática – 7º ano

Área temática	Objetos de conhecimento	Habilidades
Grandezas de Medidas	Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros.	(EF07MA31)Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.
		(EF07MA32)Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Fonte: Brasil (2018, p. 308 – 309)

Quadro 3: Matemática – 8° ano

Área temática	Objetos de conhecimento	Habilidades
Grandezas e medidas	Área de figuras planas	(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (traslação, reflexão e rotação), como uso de instrumentos de desenho ou de *softwares* de geometria dinâmica.

		(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.

Fonte: Brasil (2018, p. 314 – 315)

Nesse sentido, tem-se uma relação entre objeto de conhecimento e habilidades que precisam ser desenvolvidas no decorrer de cada ano a fim de resolver situações/problemas que envolvam o cálculo de áreas de figuras planas.

Para que esse ensino aconteça de modo satisfatório os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) do terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental de Matemática enfatiza que o ensino de Matemática quanto ao desenvolvimento do pensamento algébrico referente ao estudo de áreas deve se dá por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a "resolver situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução." (BRASIL, 1998, pg. 65).

Assim, observamos que uma das formas indicada nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) para se trabalhar o objeto de conhecimento áreas de figuras planas é com a utilização de recursos que possibilite compor e decompor figuras planas, uma vez que assim, o aluno tende a compreender com melhor clareza que uma figura plana pode se compor ou decompor em uma outra figura plana ou outras figuras planas, e também, perceber que nesse processo apesar de ocorrer a mudança quanto a forma e perímetro, a figura permanece com a mesma área.

> Atividades que exploram a composição e decomposição de figuras, como ladrilhamentos, tangrans, poliminós, fazem com que os alunos verifiquem que o recobrimento de uma superfície pode ser feito por determinadas figuras, como triângulos. (BRASIL, 1998, pg. 123)

Portanto, temos que o ensino de áreas de figuras planas por meio de atividades que levem o aluno a verificar e descobrir como uma figura pode se decompor ou compor em outras figuras torna-se mais significativo tanto com relação ao tipo de figura (retângulo, quadrado, paralelogramo, triângulo) quanto com relação as fórmulas de cálculos das respectivas áreas. E também, mais próximo de seu cotidiano, uma vez que são figuras presentes no mundo físico e nos currículos escolares.

> A composição e decomposição de figuras geométricas apoiam-se na operação de reconfiguração. Através desta operação, esperamos que os alunos consigam entender o conceito de área como uma medida de comparação entre superfícies, podendo comparar, assim, figuras que possuem área maior, menor ou igual a outras. (SECCO, 2007, pg. 59)

Nesse sentido Secco (2007), defende que umas das caracteríscas da Composição e Decomposição é possibilitar o uso de formas diferenciadas para resolver um problema. E ainda, permite que os alunos desenvolvam habilidades para:

> o Medir área por adição ou subtração de partes elementares.[...]
> o Encontrar dois reagrupamentos intermediários equivalentes.
> o Recontruir, a partir da figura inicial, uma outra por deslocamento de elementos (ou pedaços).
> o Possibilitar o uso de figuras com sua função heurística na resolução de problemas matemáticos. (SECCO, 2007, pg. 60)

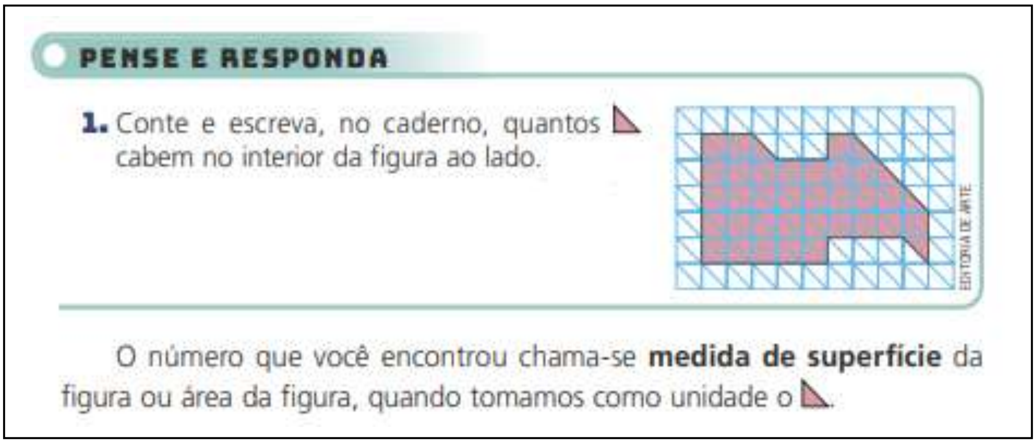
Portanto, pode-se por meio da Decomposição e Composição de figuras geométricas planas, relacionar as áreas correspondente de duas ou mais figuras para obtenção da área da figura original.

4.2.1 Análise didática

Sabemos que o livro didático é um importante/principal instrumento utilizado pelo professor no ensino da Matemática, pois apresenta destaque no cenário educacional, e desempenha um papel relevante no desenvolvimento das atividades de sala de aula. Sendo assim, buscamos analisar como está apresentado o estudo de áreas de figuras planas nos livros didáticos, e mais especificamente, no que diz respeito a Composição e Decomposição de figuras geométricas planas. O livro didático escolhido para essa análise foi: A Conquista da Matemática, cujos autores são José Ruy Giovani Júnior e Benedicto Castrucci de 2018 da Editora FTD.

Essa análise está focada no capítulo que apresenta o conceito de área e as atividades propostas pelos autores. Na coleção Conquista da Matemática (GIOVANI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018), o estudo de área inicia no 6º ano e tem sequência no 7º ano e 8º ano conforme é indicado pela BNCC.

Imagem 10: A conquista da matemática 6 º ano


PENSE E RESPONDA

1. Conte e escreva, no caderno, quantos cabem no interior da figura ao lado.

EDITORIA DE ARTE

O número que você encontrou chama-se **medida de superfície** da figura ou área da figura, quando tomamos como unidade o .

Fonte: Giovani Júnior; Castrucci (2018)

Nas orientações didáticas para essa atividade, é recomendado que o professor explore com os alunos a ideia de que medir é

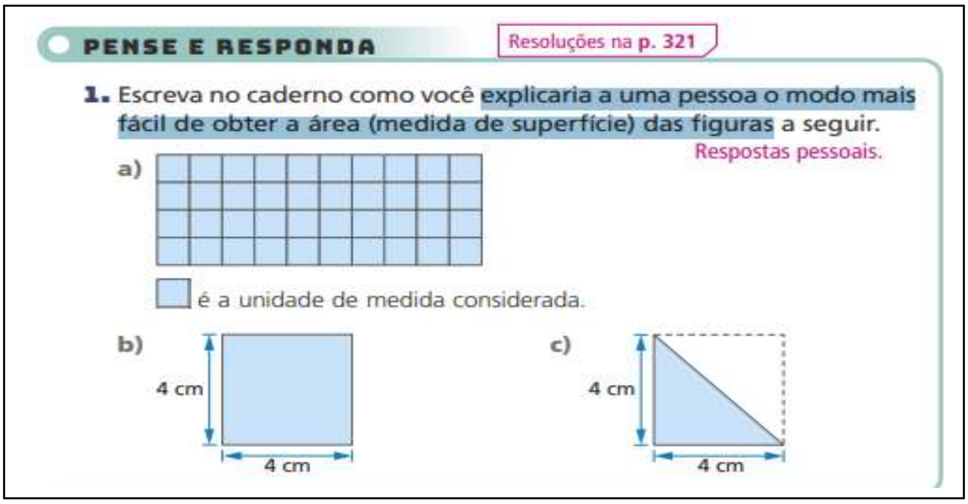
> Comparar o que se quer medir com uma unidade padrão, que é a unidade de medida a ser utilizada. No caso dessa atividade a unidade de medida escolhida é o triângulo. Explicar aos alunos que a área de qualquer figura pode ser considerada unidade padrão. Para desenvolver essa ideia, pedir que eles contem quantos quadradinhos cabem no interior da figura apresentada na seção. Espera-se que eles percebam que a quantidade de quadrados é menor em relação à quantidade de triângulos. Perguntar aos alunos por que isso ocorre. É provável que eles percebam que nesse caso a área do quadrado é maior que a área do triângulo, portanto o triângulo cabe uma quantidade de vezes maior dentro da figura. Essa percepção é fundamental para que os alunos compreendam as transformações de unidades de medida de área. Se possível, levar para a sala de aula diversos tipos de malhas (quadriculadas, triangulares, hexagonais) e distribuir para os alunos poderem reproduzir a figura apresentada (e fazer outras) e, assim, observar concretamente as características de cada figura nas respectivas malhas e suas unidades de medida adotadas como padrão. (GIOVANI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, pg. 244)

Desse modo, entendemos que ao pedir que os alunos contem quantos triângulos cabem no interior de uma figura e em seguida, solicitar que se contem quantos quadradinhos cabem no interior dessa mesma figura, o professor está induzindo o aluno a fazer relação entre a medida de área das duas figuras.

Em sequência, o livro apresenta o tópico metro quadrado e nele define que "no Sistema Métrico Decimal, a unidade fundamental para expressar a medida de superfície é o metro quadrado, cujo símbolo é m^2" (GIOVANI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, pg. 244) e assim, faz a relação dos múltiplos e submúltiplos da unidade metro ao mostrar a transformação das unidades de medida de superfície. As orientações didáticas para essa parte do estudo é que antes de iniciar o processo de transformações de medidas, haja verificação se os alunos reconhecem e compreendem o símbolo m^2.

Em seguida, é explorado as medidas agrárias e mais, especificamente, a unidade agrária chamada hectare (ha) e sua relação com o metro quadrado. No capítulo áreas das figuras geométricas planas, os autores utilizam novamente uma seção "pense e responda", na qual o aluno irá responder como explicaria a uma pessoa o modo mais fácil de obter a área (medida de superfície) das figuras propostas como podemos observar na imagem 11 abaixo.

Imagem 11: A conquista da matemática 6 º ano

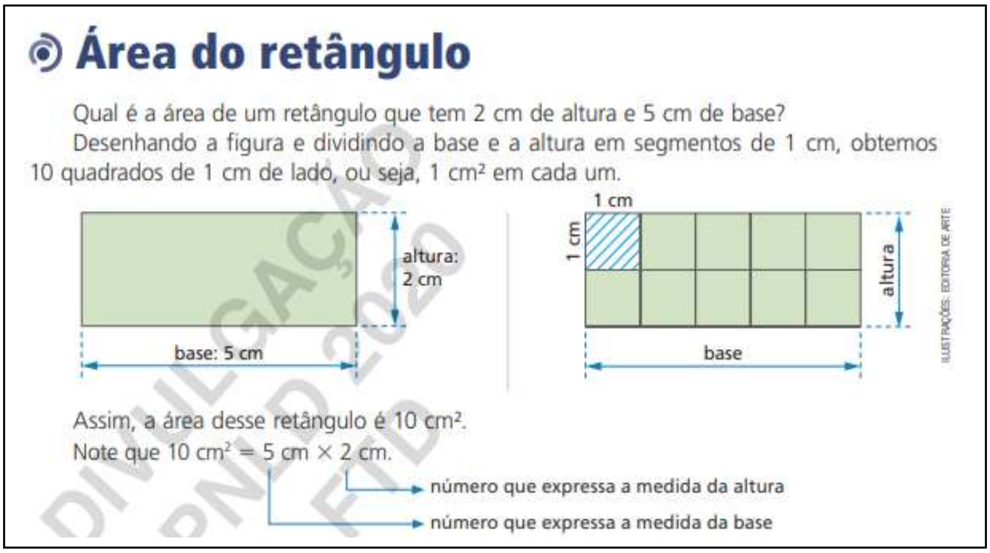


Fonte: Giovani Júnior; Castrucci (2018)

Para essa atividade a orientação é que os alunos reproduzam as figuras em uma folha de papel quadriculado e expresse seu raciocínio para o colega, em seguida apresente para a turma o procedimento tomado e após todas as duplas por terem apresentado seus procedimentos e raciocínio, o professor irá juntamente com os alunos, validar as respostas. Essa estratégia, permite que o aluno raciocine, teste, argumente e formule conceitos.

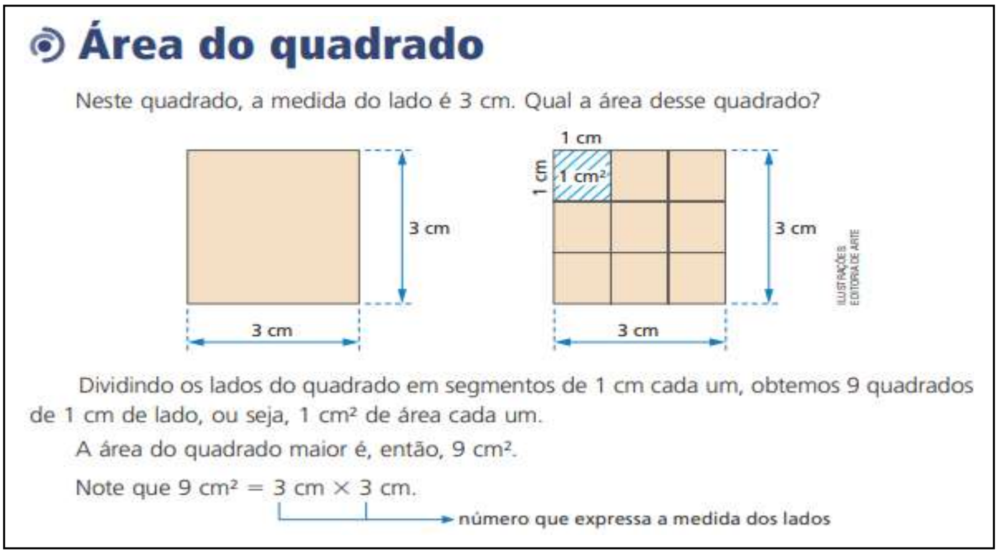
Para trabalhar a fórmula do retângulo e do quadrado (em cm^2), o livro explora a mesma estratégia abordada nas seções *pense e responda*, ou seja, a possibilidade de quadricular as figuras, o que possibilita o aluno utilizar a técnica de contagem.

Imagem 12: A conquista da matemática 6 º ano



Fonte: Giovani Júnior; Castrucci (2018)

Imagem 13: A conquista da matemática 6 º ano

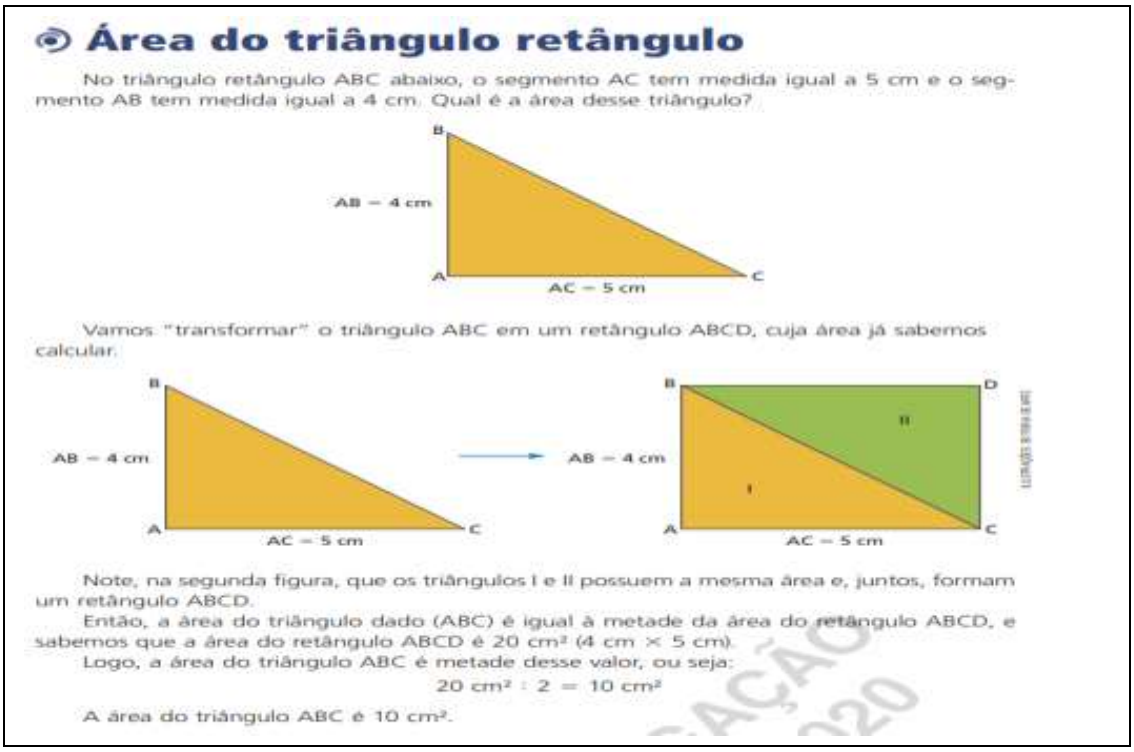


Fonte: Giovani Júnior; Castrucci (2018)

Como podemos observar nas imagens 12 e 13, tanto na apresentação do cálculo da área do retângulo quanto do quadrado, é utilizado a mesma estratégia. Inicia-se com um problema, divide o lado da figura maior em quadrados de 1 cm e faz o processo de contagem.

A fórmula da área do triângulo retângulo é apresentada por meio da composição e decomposição da figura, de modo a formar um retângulo.

Imagem 14: A conquista da matemática 6 º ano



Área do triângulo retângulo

No triângulo retângulo ABC abaixo, o segmento AC tem medida igual a 5 cm e o segmento AB tem medida igual a 4 cm. Qual é a área desse triângulo?

Vamos "transformar" o triângulo ABC em um retângulo ABCD, cuja área já sabemos calcular.

Note, na segunda figura, que os triângulos I e II possuem a mesma área e, juntos, formam um retângulo ABCD.

Então, a área do triângulo dado (ABC) é igual à metade da área do retângulo ABCD, e sabemos que a área do retângulo ABCD é 20 cm² (4 cm × 5 cm).

Logo, a área do triângulo ABC é metade desse valor, ou seja:

$$20 \text{ cm}^2 : 2 = 10 \text{ cm}^2$$

A área do triângulo ABC é 10 cm².

Fonte: Giovani Júnior; Castrucci (2018)

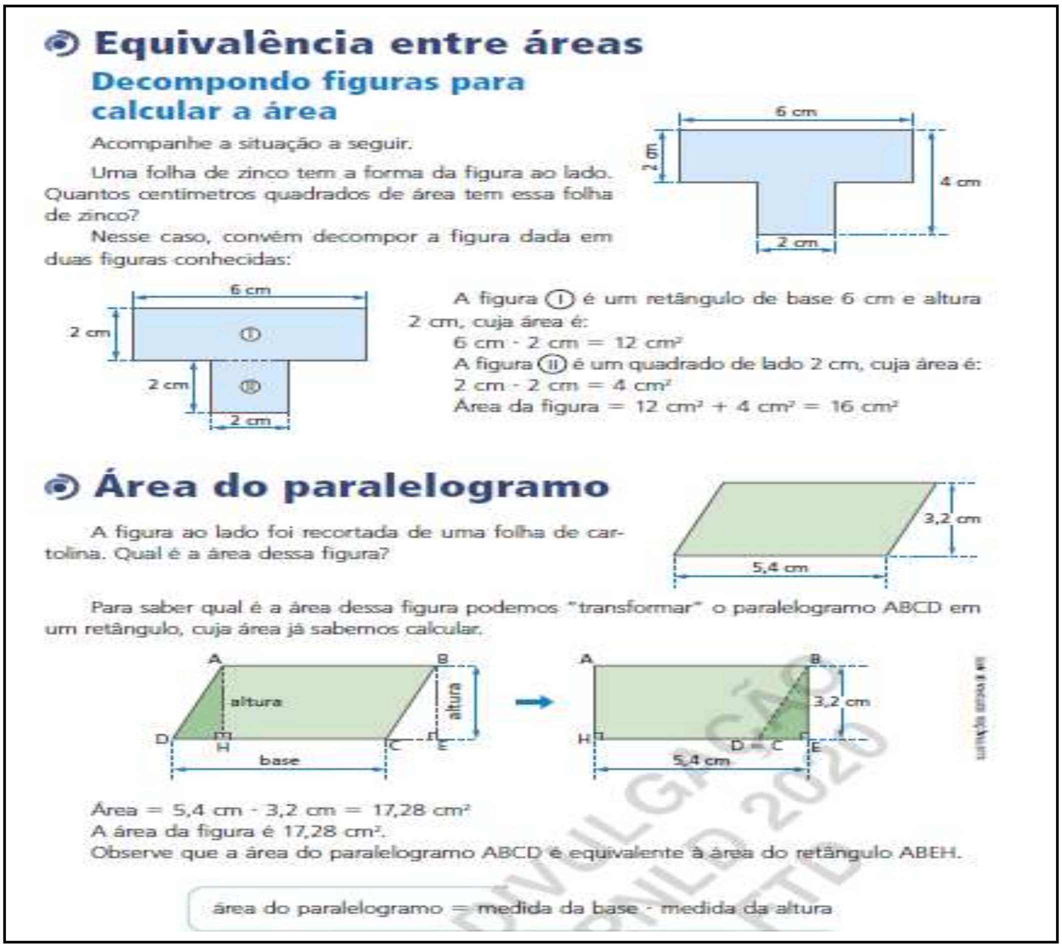
Nota-se a partir daí a utilização e importância da Decomposição e Composição de figuras geométricas planas para o desenvolvimento do cálculo de áreas. Na imagem 14 podemos observar que a fórmula é deduzida por meio da estratégia de Decomposição e da Composição das figuras, ou seja, na medida em que amplia o objeto de conhecimento, o livro, ao mesmo tempo, institucionaliza o conceito.

Em relação às atividades propostas, são apresentados cinco tipos: *calcular a medida da área de uma superfície; comparar medidas de área; comparar áreas; transformar unidades de medida de área; e calcular a medida de uma dimensão da figura a partir da medida da área.* As orientações, quanto a resolução das mesmas, são: a utilização de contagem de quadradinhos, aplicações das operações fundamentais, transformação de unidades de medidas, aplicação de fórmulas e composição e decomposição de figuras.

No livro do 7º ano dessa mesma coleção, tem-se a continuação do estudo de áreas de figuras geométricas planas. Na unidade 09, área e volume, cujo capítulo refere-se a áreas de figuras planas. Nessa etapa do ensino é feita uma retomada do cálculo da área do retângulo e do quadrado, para então iniciar o cálculo de áreas das demais figuras com base na Decomposição e Composição de figuras planas, assim como apresentar as fórmulas do cálculo de área específica de cada figura, isto é, dos paralelogramos, triângulos, retângulos e trapézios.

O uso da Decomposição e Composição de uma figura em figuras conhecidas pode facilitar a compreensão e a resolução de diversos problemas. E é exatamente o que acontece após a apresentação de Equivalência entre áreas: decompondo figuras para calcular a área. A partir desse tópico todos os outros são relacionados a decompor e compor figuras para calcular área, como veremos a partir da imagem 15.

Imagem 15: A conquista da matemática 7º ano



Equivalência entre áreas

Decompondo figuras para calcular a área

Acompanhe a situação a seguir.

Uma folha de zinco tem a forma da figura ao lado. Quantos centímetros quadrados de área tem essa folha de zinco?

Nesse caso, convém decompor a figura dada em duas figuras conhecidas:

A figura (I) é um retângulo de base 6 cm e altura 2 cm, cuja área é:

$6\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = 12\text{ cm}^2$

A figura (II) é um quadrado de lado 2 cm, cuja área é:

$2\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = 4\text{ cm}^2$

Área da figura $= 12\text{ cm}^2 + 4\text{ cm}^2 = 16\text{ cm}^2$

Área do paralelogramo

A figura ao lado foi recortada de uma folha de cartolina. Qual é a área dessa figura?

Para saber qual é a área dessa figura podemos "transformar" o paralelogramo ABCD em um retângulo, cuja área já sabemos calcular.

Área $= 5{,}4\text{ cm} \cdot 3{,}2\text{ cm} = 17{,}28\text{ cm}^2$

A área da figura é $17{,}28\text{ cm}^2$.

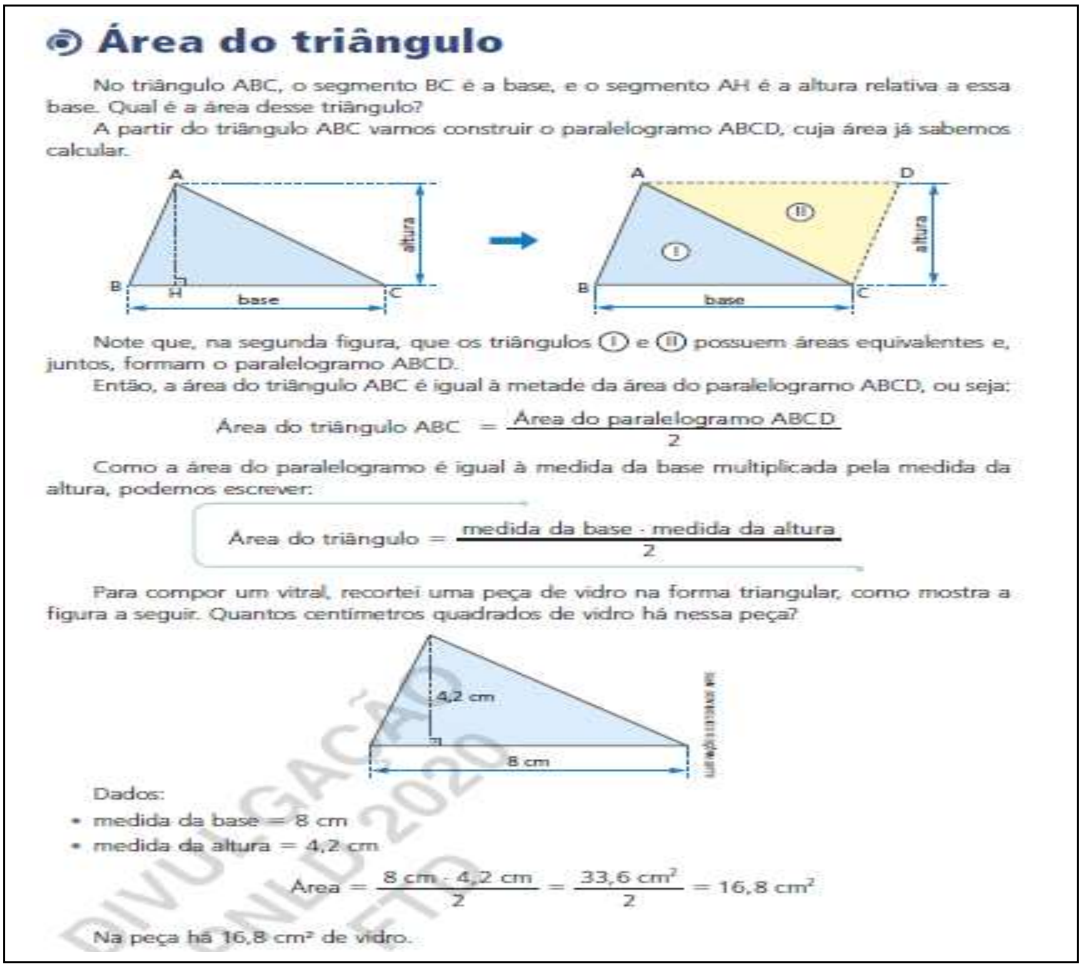
Observe que a área do paralelogramo ABCD é equivalente à área do retângulo ABEH.

área do paralelogramo = medida da base · medida da altura

Fonte: Giovani Júnior; Castrucci (2018)

Para o cálculo da área do paralelogramo, ocorre uma transformação do mesmo em um retângulo. Enquanto que para o cálculo da área do triângulo se compõe um paralelogramo como veremos na imagem 16 a seguir.

Imagem 16: A conquista da matemática 7º ano



Área do triângulo

No triângulo ABC, o segmento BC é a base, e o segmento AH é a altura relativa a essa base. Qual é a área desse triângulo?

A partir do triângulo ABC vamos construir o paralelogramo ABCD, cuja área já sabemos calcular.

Note que, na segunda figura, que os triângulos I e II possuem áreas equivalentes e, juntos, formam o paralelogramo ABCD.

Então, a área do triângulo ABC é igual à metade da área do paralelogramo ABCD, ou seja:

$$\text{Área do triângulo ABC} = \frac{\text{Área do paralelogramo ABCD}}{2}$$

Como a área do paralelogramo é igual à medida da base multiplicada pela medida da altura, podemos escrever:

$$\text{Área do triângulo} = \frac{\text{medida da base} \cdot \text{medida da altura}}{2}$$

Para compor um vitral, recortei uma peça de vidro na forma triangular, como mostra a figura a seguir. Quantos centímetros quadrados de vidro há nessa peça?

Dados:

- medida da base = 8 cm
- medida da altura = 4,2 cm

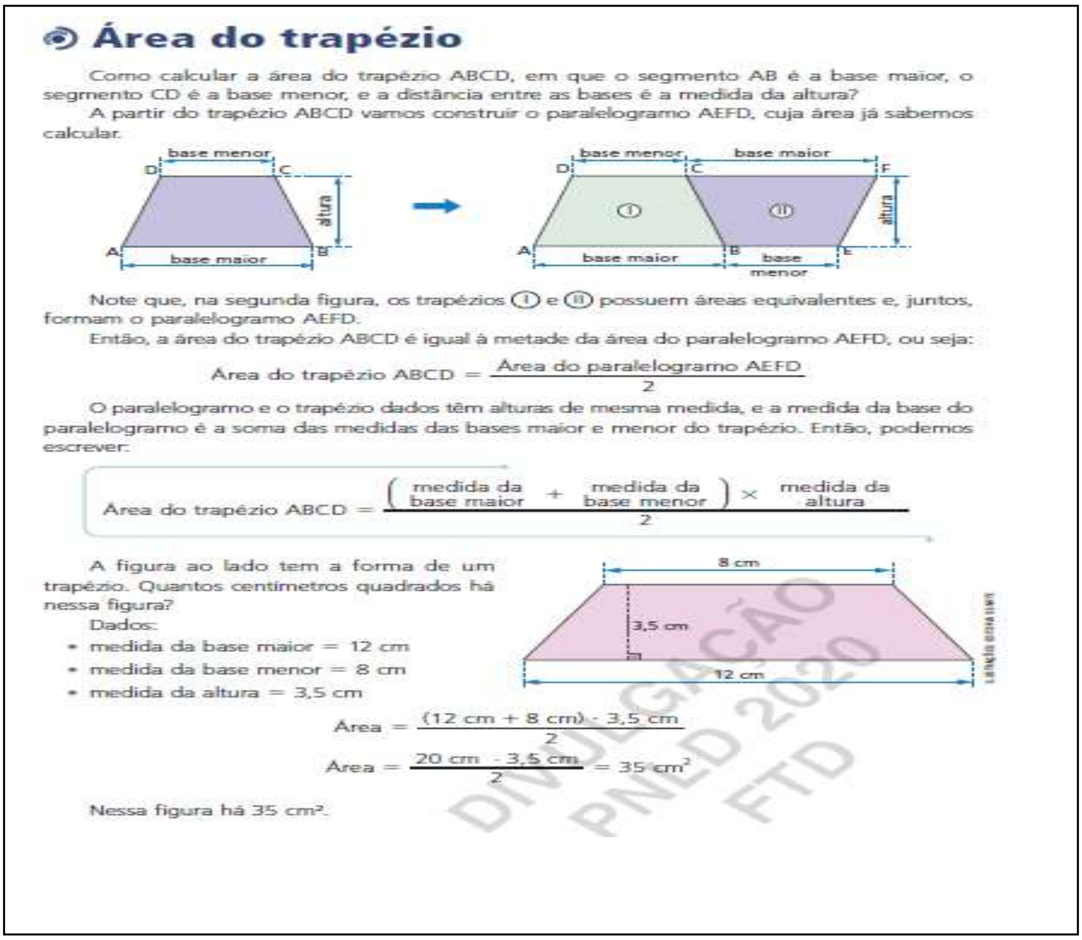
$$\text{Área} = \frac{8 \text{ cm} \cdot 4{,}2 \text{ cm}}{2} = \frac{33{,}6 \text{ cm}^2}{2} = 16{,}8 \text{ cm}^2$$

Na peça há 16,8 cm² de vidro.

Fonte: Giovani Júnior; Castrucci (2018)

Na imagem 17, a área do trapézio se compõe em um paralelogramo, mas também pode-se decompor a figura do trapézio em dois triângulos retângulos e um retângulo e em seguida calcular as áreas de cada parte e, depois, adicioná-las para encontrar a área total.

Imagem 17: A conquista da matemática 7º ano



Área do trapézio

Como calcular a área do trapézio ABCD, em que o segmento AB é a base maior, o segmento CD é a base menor, e a distância entre as bases é a medida da altura?

A partir do trapézio ABCD vamos construir o paralelogramo AEFD, cuja área já sabemos calcular.

Note que, na segunda figura, os trapézios I e II possuem áreas equivalentes e, juntos, formam o paralelogramo AEFD.

Então, a área do trapézio ABCD é igual à metade da área do paralelogramo AEFD, ou seja:

$$\text{Área do trapézio ABCD} = \frac{\text{Área do paralelogramo AEFD}}{2}$$

O paralelogramo e o trapézio dados têm alturas de mesma medida, e a medida da base do paralelogramo é a soma das medidas das bases maior e menor do trapézio. Então, podemos escrever:

$$\text{Área do trapézio ABCD} = \frac{\left(\text{medida da base maior} + \text{medida da base menor}\right) \times \text{medida da altura}}{2}$$

A figura ao lado tem a forma de um trapézio. Quantos centímetros quadrados há nessa figura?

Dados:

- medida da base maior = 12 cm
- medida da base menor = 8 cm
- medida da altura = 3,5 cm

$$\text{Área} = \frac{(12\text{ cm} + 8\text{ cm}) \cdot 3{,}5\text{ cm}}{2}$$

$$\text{Área} = \frac{20\text{ cm} \cdot 3{,}5\text{ cm}}{2} = 35\text{ cm}^2$$

Nessa figura há 35 cm².

Fonte: Giovani Júnior; Castrucci (2018)

Observa-se então que todas as áreas são introduzidas por meio de uma situação problema e utilizam a decomposição e composição de figuras para que o aluno entenda o significado. Ao tracejar os polígonos para obter o cálculo da área, os autores utilizam as recomendações dos PCN's (BRASIL, 1998), que indicam a Decomposição de figuras como meio para calcular a área de alguns polígonos.

Quanto as atividades propostas para essa etapa, observamos que todas envolvem o processo de Decomposição e Composição de áreas para a resolução, somente com algumas exceções que apresentam a figura sem necessidade de compor ou decompor.

Ao analisar o livro elaborado para o 8º ano, temos a unidade 8 que trata de área, volume e capacidade. Nessa unidade o estudo de áreas de figuras planas é abordado em situações problemas mais estruturados, que envolvem situações do cotidiano, o que favorece o aprendizado, como podemos ver nas imagens abaixo:

Imagem 18: A conquista da matemática 8º ano

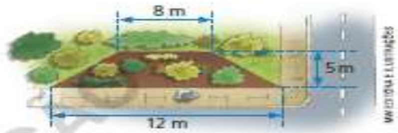
Problemas envolvendo área de polígonos

PENSE E RESPONDA Resoluções a partir da p. 289

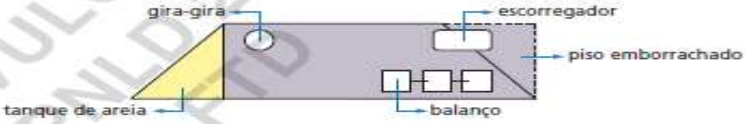
Responda à questão no caderno.
Para cobrir um terreno com gramado, Marcos vai utilizar placas quadradas de grama com lados de 1 m. De quantas placas quadradas ele vai precisar para fazer um gramado retangular de 5 m por 3 m?
Ele vai precisar de 15 placas.

Acompanhe a situação.

A prefeitura de uma cidade atendeu as solicitações dos moradores e vai construir uma área para as crianças brincarem na praça principal da cidade. Analisando a vista aérea da praça, a equipe responsável optou por utilizar uma região em forma de trapézio que não estava com gramado. Observe.



O arquiteto desenhou um esboço da área para crianças. Ele pretende fazer uma região onde será colocada areia, de formato triangular, ampliar um pouco o espaço total e montar um parquinho com piso emborrachado de formato retangular. Observe o esboço.



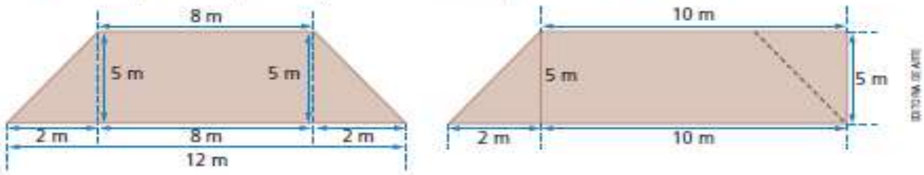
Fonte: Giovani Júnior; Castrucci (2018)

Imagem 19: A conquista da matemática 8º ano

A equipe responsável pelas compras fez algumas perguntas ao arquiteto:

1 Qual a área do terreno que não está com gramado?
2 Qual a área da região onde será colocada areia?
3 Qual a área da região destinada ao parquinho com piso emborrachado?

Para responder às perguntas, o arquiteto desenhou uma representação do terreno inicial, antes da reforma, e uma representação do terreno final, indicando as medidas de cada lado.



Para determinar a área do terreno inicial, ele utilizou a expressão da área do trapézio:

$$A_i = \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{(12+8)\cdot 5}{2} = 50$$

Para a área da região onde terá areia, ele utilizou a expressão da área do triângulo e, para o espaço destinado ao parquinho com piso emborrachado, utilizou a expressão da área do retângulo.

$$A_t = \frac{b\cdot h}{2} = \frac{2\cdot 5}{2} = 5 \quad \text{e} \quad A_p = b\cdot h = 10\cdot 5 = 50$$

Assim, ele explicou à equipe de compras que a área do terreno inicial é de 50 m², a área da região destinada ao tanque de areia é de 5 m² e a área da região destinada ao parquinho com piso emborrachado é de 50 m².

A equipe responsável pela aprovação e pela execução do projeto perguntou ao arquiteto se uma região com formato circular de 2 m de diâmetro não teria uma área maior para colocar areia do que a região de formato triangular de 2 m de base e 5 m de altura.

Fonte: Giovani Júnior; Castrucci (2018)

Esses problemas apresentados e propostos como atividades envolvem de modo geral o conhecimento de Decomposição e Composição de figuras planas, ou seja, os alunos utilizarão o conhecimento desenvolvido nas atividades propostas nas seções dos livros anteriores para determinar áreas.

Portanto, consideramos que nessa coleção as situações que dão sentido ao conceito de área são exploradas em sua totalidade. O conceito de Decomposição e Composição de áreas é bastante enfatizado, uma vez que possui grande importância nas resoluções de cálculos de área de figuras geométricas planas.

Muitas pesquisas confirmam que o ensino de áreas por meio de Decomposição de Composição de figuras é importante para o processo de ensino e aprendizagem desse objeto de estudo, pois além de proporcionar uma melhor compreensão desse conceito também permite o investigar, argumentar e elaborar soluções com maior fundamentação.

Nos estudos de Meinerz e Doering (2016), intitulado a área via Decomposição e Composição de figuras planas: uma experiência com a argumentação em sala de aula, foi elaborada uma investigação matemática e desenvolvida com alunos do 8º ano de uma escola pública de Porto Alegre, cujo objetivo principal era instigar os alunos a conjecturar e argumentar sobre as fórmulas para o cálculo das áreas de algumas figuras geométricas planas. Para isso, elas utilizaram como ferramenta de suporte a composição e a decomposição de figuras geométricas planas para obtenção de fórmulas para o cálculo de suas áreas.

Após uma análise da intervenção pedagógica, as autoras (MEINERZ; DOERING, 2016) perceberam que é possível desenvolver a habilidade argumentativa dos alunos e que a composição e a decomposição de figuras foram um fator relevante para o desenvolvimento dessas argumentações. Nessa pesquisa foram aplicadas uma sequência de sete atividades, sendo uma delas um questionário inicial para sondagem e outras seis atividades que envolviam a argumentação através da composição e da decomposição de figuras geométricas planas. Foram trabalhadas as áreas de cinco figuras geométricas planas: retângulo, triângulo, paralelogramo, trapézio e losango.

Logo nas primeiras atividades Meinerz e Doering (2016), notaram que os alunos apresentaram justificativas pouco elaboradas e muitas vezes, apenas na forma oral. Forneciam as respostas sem evidenciar nenhuma justificativa, ou quando evidenciadas, as justificativas eram muito superficiais. Porém, no decorrer das atividades, perceberam a evolução da escrita argumentativa dos alunos, principalmente no terceiro e no quarto encontro. As argumentações se tornaram mais completas, com justificativas pertinentes e passos bem explicitados.

Conforme Meinerz e Doering (2016) foi notado, ainda, que a Decomposição e a Composição de figuras foram elementos determinantes para o sucesso dos alunos na prática argumentativa, pois auxiliam na visualização das transformações das figuras geométricas em outras com áreas conhecidas. Também permitem que os alunos estabeleçam relações entre as figuras geométricas e suas medidas, assim como os auxiliam na constatação da invariância da área determinada pela composição e decomposição. Sendo assim, elas perceberam que todos os argumentos para as deduções das fórmulas estavam baseados na composição e decomposição de figuras geométricas planas.

Nos estudos de Cybelle Passos Bezerra Lara (2013), cujo título é cálculo de áreas de figuras planas por dissecção e recomposição (assim mencionadas pela autora), trata-se de um relato de atividades realizadas junto ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Essas atividades foram propostas para a I Mostra de Ciência e Tecnologia do Colégio Estadual Baltazar Bernardino, na cidade de Niterói (RJ). Tiveram como foco o conceito de área de figuras planas cujo objetivo foi explicitar ao aluno, por meio de decomposição e recomposição de figuras planas, como se podem encontrar fórmulas para área de alguns polígonos.

Para a elaboração das atividades, a autora realizou pesquisas na história da Matemática sobre procedimentos para o cálculo de áreas, de que forma o assunto é abordado nos livros didáticos e o significado do processo de medição. E foram realizadas por meio do software GeoGebra por acreditar que esse tipo de software potencializa o ensino de alguns conteúdos matemáticos.

De acordo com Lara (2013), na primeira atividade o objetivo principal foi permitir que o aluno percebesse que, dado um paralelogramo qualquer, é sempre possível decompô-lo e recompô-lo de forma a transformá-lo em um paralelogramo retângulo. Consequentemente, pode-se concluir a fórmula do paralelogramo a partir da fórmula do retângulo. A segunda atividade teve como propósito mostrar, dado um triângulo qualquer, é sempre possível duplicá-lo e transformar essas duas figuras em um paralelogramo. Portanto, pode-se obter a área de um triângulo em função da área do paralelogramo.

Na atividade 3, a finalidade foi apresentar ao aluno que, dado um trapézio qualquer é sempre possível duplicá-lo e transformar essas duas figuras em um paralelogramo. Portanto, pode-se obter a área do trapézio em função da área do paralelogramo. E por fim, a atividade 4, teve por objetivo principal permitir que o aluno percebesse que, dado um losango qualquer, é sempre possível decompô-lo e recompô-lo de forma a transformá-lo em um retângulo. Consequentemente, pode-se deduzir a fórmula da área do losango a partir da fórmula da área do retângulo. A decomposição consiste em traçar as diagonais do losango e perceber que elas o dividem em quatro triângulos congruentes.

A seguir, apresentaremos o desenvolvimento e a aplicação da Modelagem Matemática de acordo com suas etapas com o intuito de validar o trabalho realizado sobre Decomposição e Composição de área com o uso do software SkatchUp.

5. DEFINIÇÃO DE UM MODELO MATEMÁTICO EM AULA SOBRE ÁREA

A Educação Matemática busca examinar problemas cotidianos que proporcionem aplicar Matemática às situações da realidade. Nesse sentido, a Modelagem Matemática (MM) é considerada uma tendência metodológica que "consiste de uma forma simples, na arte de criar modelos matemáticos para uma explicação e compreensão de uma situação da realidade". (MACEDO, 2013, pg. 18). Ou seja, a MM é

> Um caminho para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática ou para o *fazer* Matemática na escola, tendo como norteadores a observação da realidade, discussões e investigações que modificam não só as ações que usualmente têm lugar na sala de aula, mas também as formas como se observa o mundo (KISTEMANN, 2012, p. 743 apud FADIN, 2021, pg. 17)

Desta forma, a MM é considerada uma tendência pedagógica importante para as atividades e práticas realizadas em sala de aula, pois possibilita a construção e utilização de modelos matemáticos que levem o estudante, a pensar, discutir, explicar e compreender a realidade, ou seja, por meio dessa prática de ensino é apresentado a utilização e importância da matemática dentro e fora da sala de aula. "A Modelagem Matemática é, portanto, um caminho que possibilita compreender e atuar sobre as situações problemáticas em uma variedade de contextos do mundo real". (FADIN, 2021, pg. 18)

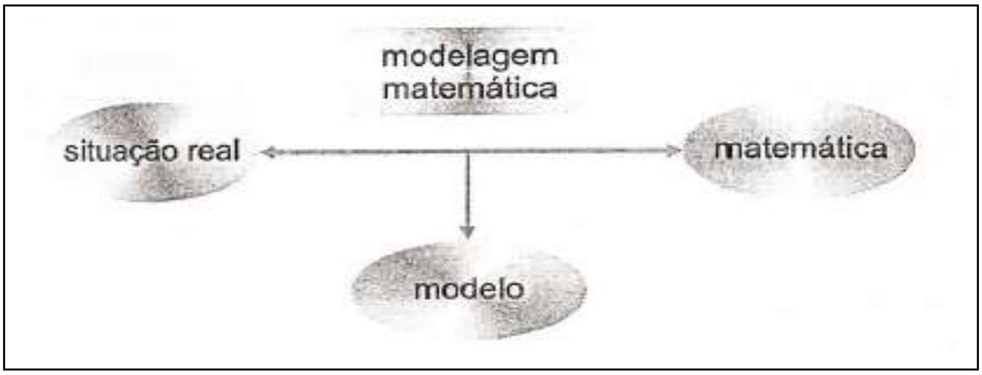
> A Modelagem Matemática é uma estratégia para o ensino da matemática que pode ser entendida como uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento. [...] Se trabalhada de forma criativa, motivadora e eficaz, a Modelagem Matemática pode trazer benefícios, como por exemplo, motivação, facilidade na aprendizagem, desenvolvimento do raciocínio e desenvolvimento do aluno como cidadão crítico, dentre outros, tornando a matemática mais importante e agradável. [...] Ela cria um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são colocados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações originadas de outras áreas. (MACEDO, 2013, pg. 18-19)

Nesse sentido, o autor defende que o ensino de matemática por meio da MM torna-se dinâmico e pode propiciar um momento de motivação, facilidade de aprendizagem, formação crítica e visão sobre a importância da matemática em outras áreas do conhecimento.

Como mencionado acima, para se trabalhar com essa tendência de ensino, se faz necessário a construção de modelos matemáticos que segundo Macedo (2013, pg. 14) "pode ser entendido como um conjunto de símbolos e relações matemáticas que, de alguma forma, procura representar um fenômeno ou uma situação real". Esse autor afirma que tais modelos necessitam de uma elaboração cuidadosa, linguagem clara e objetiva e podem ser expressos a partir de expressões ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, tabelas, equações, etc.

Biembengut e Hein (2007) afirmam que Matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-los interagir; assim, eles apresentam um esquema do processo de Modelagem Matemática que veremos a seguir.

Imagem 20: esquema do processo de Modelagem Matemática



Fonte: Biembengut; Hein (2007, pg. 13)

Como vemos, é por meio da MM que ocorre o processo de tradução de uma situação problema de qualquer área do conhecimento para uma linguagem matemática e como resultado dessa transformação temos o modelo matemático. Porém, segundo Biembengut e Hein (2007, pg. 13), essa interação entre uma situação real com o modelo matemático, envolve procedimentos que precisam ser levados em consideração, tais procedimentos são:

a) *Interação* - Nessa etapa ocorre a delimitação da situação que se pretende estudar, e para isso, deve ser feita uma pesquisa sobre o assunto de modo indireto ou direto. A situação-problema torna-se cada vez mais clara, à medida que há interação com os dados. E, assim, tem-se:

- Reconhecimento da situação-problema
- Familiarização com o assunto a ser modelado ⟶ referencial teórico

b) *Matematização* - Nesta etapa se dá a "tradução" da situação-problema para a linguagem matemática, por isso é uma das etapas mais complexas e desafiantes na qual elementos como intuição, criatividade e experiência acumulada são indispensáveis neste processo.

- Formulação do problema ⟶ hipóteses

Nessa etapa é necessário classificar as informações, decidir os fatores a serem perseguidos a partir de hipóteses levantadas, selecionar variáveis relevantes, símbolos apropriados para tais variáveis, e finalmente, descrever essas relações em termos matemáticos, pois o objetivo principal desta etapa é chegar a um conjunto de expressões aritméticas e fórmulas ou equações ou gráficos, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução.

- Resolução do problema em termos do modelo

Depois de formulada a situação problema, passa-se à resolução ou análise com a ferramenta matemática disponível. Para isso, faz-se necessário a obtenção de conhecimento sobre as entidades matemáticas utilizadas na formulação.

c) *Modelo matemático* - para concluir o modelo, torna-se necessário verificar em que nível ele se aproxima da situação problema representada. Por isso, se faz:

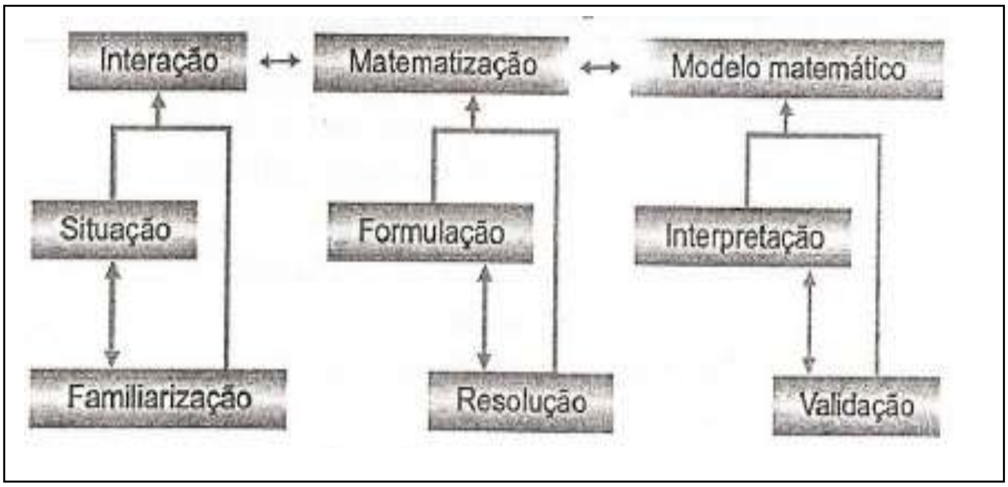
- Interpretação da solução
- Validação do modelo ⟶ avaliação

Isto é, interpretar o modelo e analisar se este é adequado para ser aplicado, voltar à situação problema investigada para avaliar o quanto é relevante a solução, e assim chegar à validação. Se o modelo não atender às necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado na segunda etapa - Matematização - mudando-se ou ajustando hipóteses, variáveis ou outro meio.

Ao concluir um modelo é importante a elaboração de um relatório que registre todo o desenvolvimento a fim de propiciar seu uso de forma adequada.

De modo geral, a dinâmica da Modelagem Matemática se dá:

Imagem 21: Dinâmica da Modelagem Matemática



Fonte: Biembengut; Hein (2007, pg. 15)

Contudo, segundo esses autores, para a implementação da modelação matemática em sala de aula se faz necessário que o professor faça inicialmente um levantamento sobre os alunos como: realidade socioeconômica, tempo disponível para realização de atividades extraclasse e um diagnóstico sobre o conhecimento matemático que esses alunos possuem. De posse dessas informações, o professor planeja como implementar o processo de modelação, isto é, como desenvolver o conteúdo programático, como orientar os alunos na realização de seus modelos matemáticos-modelagem e como avaliar o processo (BIEMBENGUT; HEIN, 2007, pg. 19)

Apresentaremos a seguir três atividades sobre "cálculo de área” para facilitar a compreensão do processo de modelagem. Essas aplicações estão divididas com o intuito de atender o esquema de elaboração de um modelo com os seguintes passos: definição do problema, hipóteses, modelo, validação.

5.1- Aplicação

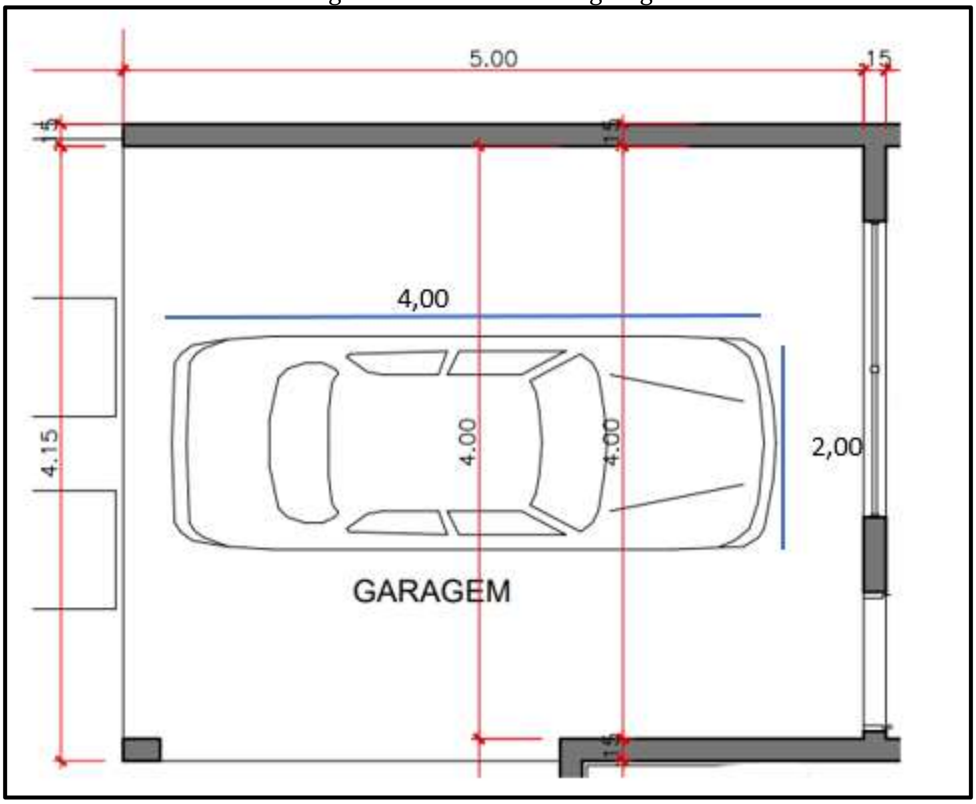
Como aplicação da Modelagem Matemática em sala de aula, trazemos três atividades com os objetos de conhecimentos de acordo com a BNCC. Desta forma, a Decomposição e Composição de área está diretamente relacionada aos conhecimentos geométricos referente a unidade temática Grandezas e Medidas, uma vez que esses objetos de conhecimentos propostos nas atividades, quais sejam: medidas de comprimento, medidas de superfície e área de figuras planas, têm a função em suas como competências fazer que os alunos consigam compreender o objeto matemático estudado; identificar e transformar as medidas de comprimento e superfície, reconhecer as figuras planas e compreender os cálculos de áreas.

Assim, tomando a BNCC como referência, elaboramos três atividades capazes de fazer os alunos identificarem as medidas de comprimento de retângulos e compreenderem as medidas de superfície, cálculo de suas áreas e o compor e o decompor de suas áreas compreendidas a partir das operações de adição e subtração. Portanto, as habilidades da BNCC compostas nas atividades são, segundo Brasil (2018, p. 315), "resolver problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (retângulos), em situações como determinar medida de terreno".

As atividades propostas neste trabalho possuem por objetivo determinar a área de livre circulação obtidas em cômodos de diversas dimensões de uma casa construída no software SkatchUp, de modo que, ao final das três atividades prevemos que os alunos sejam capazes de calcular áreas de livre circulação ao decompor e compor as áreas.

Atividade 1: Observando as dimensões da garagem e do carro, em metros (m), e desconsiderando a dimensão das paredes que é de 0,15 m, complete o Quadro 4.

Imagem 22: Dimensões da garagem.



Fonte: Autores (2021).

Com base nas análises das dimensões observadas na Imagem 20, podemos completar o Quadro4 e determinar a área de livre circulação da garagem.

Quadro 4: Dados da garagem

Cômodos/Móveis/Objetos	Comprimento	Largura	Comprimento x Largura
Garagem			
Carro			

Fonte: Autores (2021).

Sabendo que a área ocupada é dada por:

$$A_{ocupada} = comprimento\ x\ largura,$$

e que a área de livre circulação (A_{LC}) é dada pela diferença positiva (subtração do maior pelo menor valor) da área ocupada pela Garagem ($A_{Garagem}$) e a área ocupada pelo Carro (A_{Carro}).

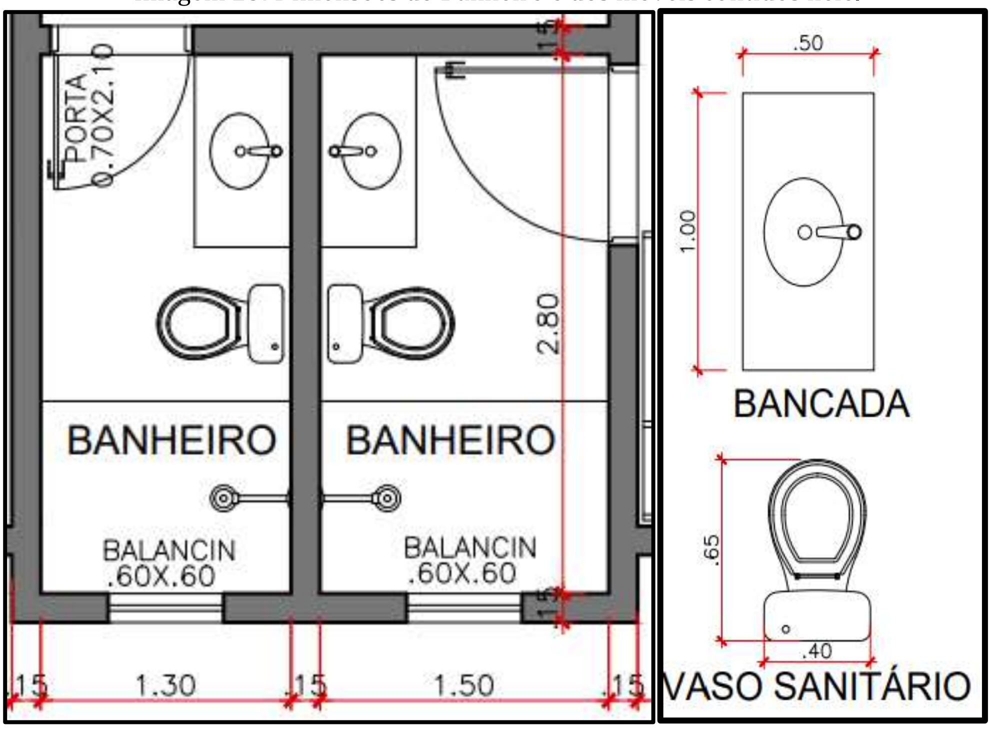
A1) Como podemos representar uma expressão em termos de $A_{Garagem}$ e A_{Carro} para determinar a área de livre circulação A_{LC}?

B1) Qual a medida, em metros quadrados (m^2), da área de livre circulação A_{LC} da garagem?

C1) Considerando a dimensão da parede de 0,15 m, qual a área ocupada, em metros quadrados (m^2), pela garagem?

Atividade 2: Observando as dimensões dos dois banheiros juntos, e dos móveis contidos neles, em metros (m), e desconsiderando a dimensão das paredes que é de 0,15 m, complete o Quadro 5.

Imagem 23: Dimensões do Banheiro e dos móveis contidos nele.



Fonte: Autores (2021).

Com base nas análises das dimensões observadas na Imagem 21, podemos completar o Quadro 2 e determinar a área de livre circulação dos dois banheiros.

Quadro 5: Dados dos banheiros.

Cômodos/Móveis/Objetos	Comprimento	Largura	Comprimento x Largura
Banheiros			
Bancada			
Vaso Sanitário			

Fonte: Autores (2021).

Sabendo que a área ocupada é dada por:

$$A_{ocupada} = comprimento\ x\ largura,$$

e que a área de livre circulação (A_{LC}) é dada pela diferença positiva (subtração do maior pelo menor valor) da área ocupada pelos dois Banheiros ($A_{Banheiro}$) e a soma das áreas ocupada pela Bancada ($A_{Bancada}$) e pelo Vaso Sanitário ($A_{Sanitário}$).

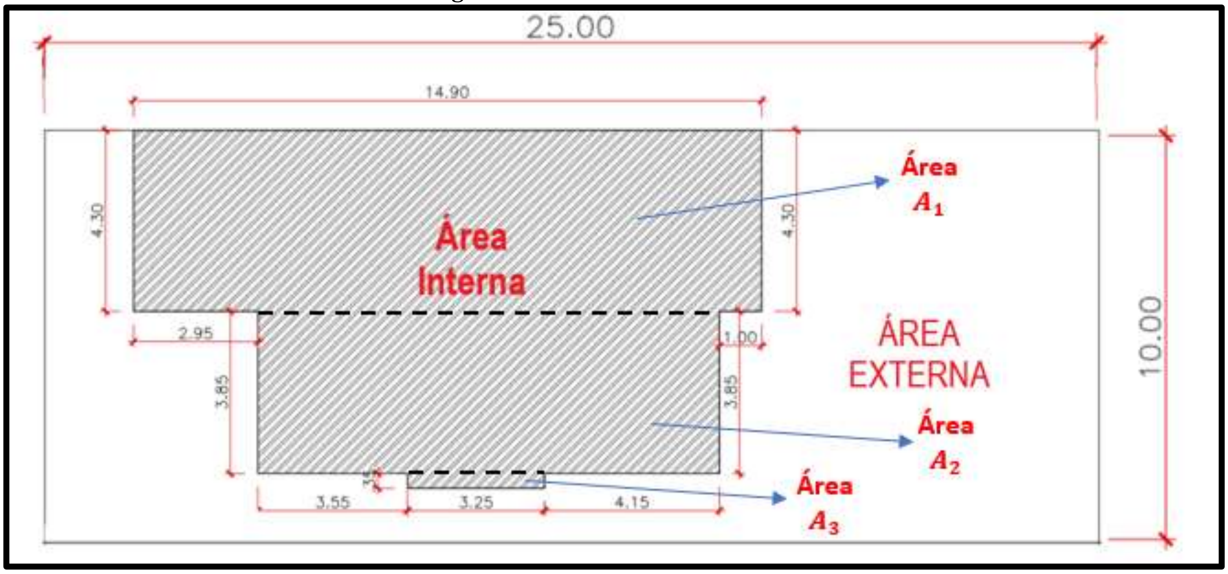
A2) Como podemos representar uma expressão em termos de $A_{Banheiro}$, $A_{Bancada}$ e $A_{Sanitário}$ para determinar a área de livre circulação A_{LC}?

B2) Qual a medida, em metros quadrados (m^2), da área de livre circulação A_{LC} dos dois banheiros juntos?

C2) Considerando a dimensão da parede de 0,15 m, qual a área ocupada, em metros quadrados (m^2), pelos dois banheiros juntos?

Atividade 3: Na Imagem 22, a Área Interna (área da casa) foi dividida em três outras áreas ($A_1, A_2\ e\ A_3$), e a Área Externa corresponde a área do terreno todo sem a área interna. Observando as dimensões da Área Interna, da Área Externa e de todo o terreno, em metros (m), complete o Quadro 6 a seguir:

Imagem 24: Dimensões do terreno.



Fonte: Autores (2021).

Com base nas análises das dimensões observadas na Imagem 22, podemos completar o Quadro 6 e determinar a área de livre circulação do terreno.

Quadro 6: Dados do terreno.

ÁREAS	Comprimento	Largura	Comprimento x Largura
A_1			
A_2			
A_3			
Terreno todo			

Fonte: Autores (2021).

A3) Como podemos determinar a medida da Área Interna (A_I) em termos de A_1, A_2 e A_3?

B3) Como podemos determinar a medida da área total do terreno em termos da medida da Área Interna (A_I) e a medida da Área Externa (A_E)?

C3) Qual a medida, em metros quadrados (m^2), da Área Externa (A_E)?

Ao apresentarmos esses modelos matemáticos relacionados a uma situação real, a qual deixamos como sugestão para que os alunos tomem posse de sua construção e resolução das atividades, temos a pretensão de validar o trabalho realizado referente ao estudo de Decomposição e Composição de área com o uso de software SkatchUp.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino de Decomposição e Composição de áreas está presente na formação escolar do aluno durante toda a Educação Básica. Neste trabalho, procuramos estreitar a relação desse objeto matemático com a realidade de nossos discentes durante o processo de ensino e aprendizagem para deixá-los mais próximo da realidade e assim aprenderem de forma mais agradável e atrativa.

Com o intuito de buscar a assimilação dos aprendizes ao conceito e aos cálculos de áreas propostos nas atividades sugeridas, foi importante fazer com que eles pudessem entender onde poderão utilizá-los, pois isso deixará o estudo mais humanizado e próximo de sua realidade.

Neste sentido, trouxemos a proposta de envolver o ensino do objeto matemático acima citado, com as TICs, as quais é importante comentar, que a tecnologia está cada vez mais próximas do dia-a-dia de nossos discentes, mas que precisam de um "filtro sistematizado" para saberem como e quando utilizá-los.

Para isso, procuramos utilizar as ferramentas do programa de desenho SkatchUp na versão on line usado para esta metodologia de ensino, o qual permitiria acessibilidade por parte dos seus potenciais usuários.

Neste estudo, trouxemos uma proposta problematizadora de construir uma residência unifamiliar a um casal de idosos que moram sozinhos e precisam ter acessibilidade de circulação em sua casa. Com essa ideia acreditamos que nossos alunos ficarão mais envolvidos nas atividades e poderão identificar suas especificidades da situação da moradia de nossos personagens.

Ao realizarmos a construção desse projeto arquitetônico, constatamos que é necessário e fundamental para a sua execução, antes mesmo da construção de uma maquete, a sua planta baixa, uma vez que a determinação de suas medidas é necessária para um ambiente interno e externo confortável como observamos ao pesquisar nas normas da ABNT NBR 9050 para o requisito de acessibilidade que contemplasse o bem estar dos idosos.

Assim, foi possível determinar a área de cada cômodo desconsiderando os objetos, materiais inclusos neles e a espessura de parede. E ainda, determinarmos a área de cada móvel ou objeto em cada cômodo.

Tivemos a preocupação durante a elaboração deste trabalho de fazermos uma pesquisa referente aos estudos do objeto matemático em destaque nos documentos oficiais para o respaldo teórico do desenvolvimento dos procedimentos e conceito de forma significativa aos nossos alunos.

Portanto, tivemos um olhar teórico para o ensino de áreas de figuras planas por meio de atividades que levem o aluno a verificar e descobrir como uma figura pode se decompor ou compor em outras figuras, e também, mais próximo de seu cotidiano, uma vez que são figuras presentes no mundo físico e nos currículos escolares.

Sendo assim, buscamos analisar o estudo Composição e Decomposição de figuras planas nos livros didáticos da coleção de José Ruy Giovani Júnior e Benedicto Castrucci, 2018 da editora FTD.

Nessa análise, verificamos como se deu a distribuição do conteúdo na coleção do livro do ensino fundamental, o que apresenta o estudo de áreas de figuras planas e as atividades propostas pelos autores de acordo com a indicação da BNCC para proporcionar uma melhor compreensão desse conceito e permitir o investigar, argumentar e elaborar soluções com maior fundamentação.

Fizemos ainda uma análise nos trabalhos de Meinerz e Doering (2016) e Lara (2013), para verificar as aplicações de atividades sobre a Composição e Decomposição de figuras planas para nos ajudarem a tecer as atividades de Modelagem Matemática que envolvessem o estudo matemático, a qual trabalhamos com a problemática norteadora deste estudo.

No último tópico deste texto, apresentamos o desenvolvimento e a aplicação da Modelagem Matemática de acordo com suas etapas citadas no corpo textual, como a formulação do problema, representação e análise matemática e ainda, a interpretação e avaliação dos resultados com o intuito de validar o trabalho realizado sobre Decomposição e Composição de área com o uso do software SkatchUp.

De acordo com a aplicação das três atividades apresentadas tivemos a preocupação de citar os procedimentos da Modelagem Matemática, as quais sejam: *a interação, matematização e interpretação do modelo matemático para o reconhecimento e validação do modelo matemático, c*om o intuito de familiarizar a questão norteadora e sugerir hipóteses na formulação e resolução do problema.

Como sugestão da continuação de possíveis atividades a partir da construção da maquete da residência familiar dos idosos com outros objetos matemáticos citamos: o estudo de matemática financeira, para verificar o custo total da construção dessa casa, incluindo materiais de construção e mão de obra. E ainda, alguns questionamentos que levem os alunos a pensarem no problema e verificarem técnicas e métodos que podem auxiliar na solução do que foi proposto, como citamos no final do tópico 3. O que queremos ressaltar é que o questionamento a ser realizado pelo professor depende do conteúdo matemático que se quer ensinar e dos conhecimentos prévios dos alunos.

Por fim, consideramos bastante satisfatório o desenvolvimento e a aplicação deste trabalho, pois nos proporcionou constatar que a utilização desta metodologia de ensino tira, de fato, o professor do centro do processo, pois cria articulações e possibilidades para que o aluno se torne mais ativo durante o processo de ensino e aprendizagem e o desperta para um amadurecimento intelectual, em que o aprendiz participa ativamente na sala de aula e faz reflexões a respeito do que aprende.

7. REFERÊNCIAS

ARCEGO, Priscila. Uma análise do ensino de geometria no ensino fundamental por meio das representações semióticas. In. ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 20., 2016, Curitiba. **Anais...** Curitiba: USP, 2016. p. 1 - 12.

BIEMBENGUT, Maria Sallet; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 4. ed. 1ª reimpressão – São Paulo: Contexto, 2007.

BRASIL, Associação Brasileira De Normas Técnicas. **ABNT. NBR 9050/2004:** Acessibilidade a edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos. Rio de Janeiro, 2004.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão final. Brasília: MEC, 2018. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>. Acesso em 08/07/2021

BRASIL, Ministério da Educação. **Guia de Livros Didáticos**: PNLD 2020, Matemática. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2019.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática, 3° e 4° ciclo. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 f.

FADIN, Cristiana. **Modelagem Matemática e Pensamento Algébrico no 6º ano do Ensino Fundamental**. 2021. 164 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática**: 6º ano: ensino fundamental: anos finais, 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática**: 7º ano: ensino fundamental: anos finais, 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática**: 8º ano: ensino fundamental: anos finais, 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

LARA, Cybelle Passos Bezerra. Cálculo de áreas de figuras planas por dissecção e recomposição. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais....** Curitiba: SBEM, 2013. p. 1 – 9

MACEDO, Jussara Canazza. **A modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de geometria no 8° ano do Ensino Fundamental.** 2013. 65 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal da Grande Dourados, Dourados, MS, 2013.

MEINERZ, Franciele. DOERING, Luisa. A área via composição e decomposição de figuras planas: uma experiência com a argumentação em sala de aula. In. ENCONTRO NACIONAL

DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**,** 12., 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2016. Pg. 1 – 12.

SECCO, Anderson. **Conceito de área: da composição e decomposição de figuras até as fórmulas**. 2007. 198 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

WILGES, Greice Daniela. **AULAS DE GEOMETRIA COM AUXÍLIO DO SOFTWARE SKETCHUP**. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade do Vale do Taquari – Univates. Lajeado – RS, 2019.

DADOS REFERENTES AOS AUTORES:

BETÂNIA DE ALMEIDA PRESTES - Professora da Educação Básica desde 2010. Especialista em Metodologia de Ensino em Matemática e Física pela Faculdade Internacional de Curitiba, 2011 e Matemática no Ensino Básico pela Universidade Federal do Pará 2012; Mestranda no Ensino de Matemática pela UEPA. E- mail: betania.prestes@aluno.uepa.br

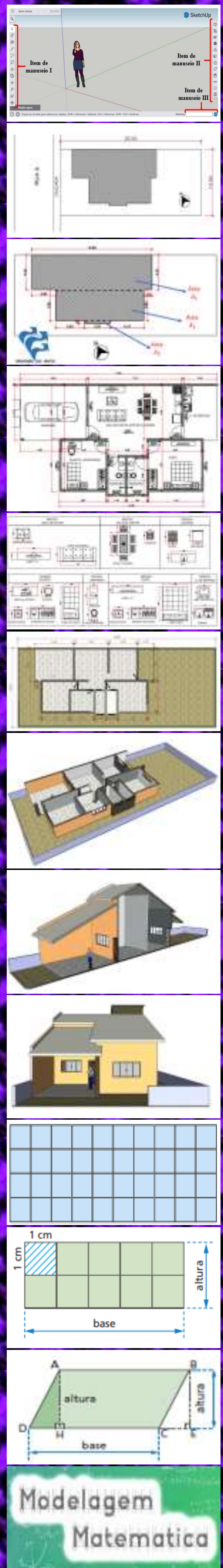
MARCOS ROBERTO BERREDO DA SILVA – Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado do Pará (UEPA) e Professor da Educação Básica desde 2019. Mestrando no ensino de Matemática pela UEPA e Graduando em Lcencara e Física pela Universidade Federal do Pará (UFPA). E- mail: marcos.rsilva@aluno.uepa.br

NATALI DE JESUS FERREIRA DE MIRANDA – Professora da Educação Básica desde 2010. Mestranda no ensino de Matemática pela UEPA. E-mail: natali.miranda@aluno.uepa.br

ELIZA SOUZA DA SILVA - Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1995), mestrado em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos (2006) e doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2015). Atualmente é coordenador de TCC do curso de matemática da Universidade Estadual do Estado do Pará e coordenador de trabalho de conclusão da Universidade Estadual do Estado do Pará. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: equações, equações diferenciais ordinárias, desenho geométrico, álgebra linear e logica matemática.

FÁBIO JOSÉ DA COSTA ALVES - Possui Doutorado e Mestrado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará - UFPa e Pós-Doutorado pelo Programa de Pós - Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN. Licenciatura em Matemática pela União das Escolas Superiores do Pará - UNESPa, Licenciatura em Ciências de 1º Grau pela União das Escolas Superiores do Pará UNESPa, graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Pará UFPa. Docente do Mestrado em Educação/UEPA e Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA. Líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias. Experiência em desenvolvimento de software educativo para o ensino de matemática, tem experiência em Geociências, com ênfase em Geofísica Aplicada, nos temas: deconvolução, filtragem com Wiener, atenuação e supressão de múltiplas.

ROBERTO PAULO BIBAS FIALHO - Possui graduação em Arquitetura e Urbanismo pela União das Escolas Superiores do Pará (1989), graduação em Educação Artística do 1 Grau pela Universidade Federal do Pará (1993), graduação em Educação Artística Licenciatura Plena pela Universidade Federal do Pará (1994) e mestrado em Desenvolvimento Sustentável do Trópico Úmido pela Universidade Federal do Pará - UFPA (1998). É artista plástico e especialista em educação pela UNAMA (1994) e em design de móveis pela Universidade do Estado do Pará - UEPA (2006). Desenvolve atividades como professor adjunto na Universidade do Estado do Pará e professor titular da Faculdade de Estudos Avançados do Estado do Pará - FEAPA, atuando principalmente nos seguintes temas: metodologia científica, educação matemática, psicologia e composição visual, arquitetura e design gráfico. Desenvolveu tese doutoral intitulada "A MATEMÁTICA DO SENSÍVEL PELAS MÃOS DO ARTESÃO: Marcas da aprendizagem matemática e da cultura material dos ceramistas de Icoaraci" (2013), junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM), pertencente à Universidade Federal do Pará. Atuou como coordenador de TCC no Curso de Bacharelado em Secretariado Executivo Trilíngue da UEPA do ano 2013 a 2018, onde atualmente integra o colegiado deste curso. É também membro do Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, do CCSE/UEPA, ministrando a disciplina Metodologia da Pesquisa em Ensino de Matemática e atuando como colaborador na disciplina Modelagem Matemática.



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA
www.uepa.br/ppgem