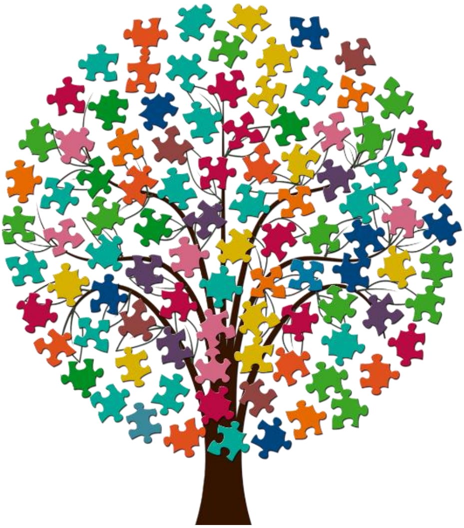
Universidade Regional de Blumenau
Centro de Ciências Exatas e Naturais
Programa de Pós-Graduação em Ensino
de Ciências Naturais e Matemática

APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

PRODUTO EDUCACIONAL



Suelen Sasse Stein
Janaína Poffo Possamai

Blumenau
2021

SUMÁRIO

Carta ao leitor

Este produto educacional é resultado da dissertação de Suelen Sasse Stein, intulada Ensino de Fração sob a perspectiva de Resolução de Problemas, orientada pela professora Dra. Janaína Poffo Possamai, pertencente ao grupo de pesquisa em Educação e Educação Matemática da linha de pesquisa Formação e Práticas Docentes em contextos de Ensino de Ciências Naturais e Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau. O acesso a este material pode ser realizado pela Biblioteca de Teses e Dissertações da FURB e também pelo portal de objetos educacionais eduCAPES.

É importante salientar que este Produto Educacional foi avaliado pelos professores de matemática, experientes em conteúdo de fração para o ensino do 6 ° ano, e foi aplicado em uma escola pública de Rio do Sul/SC, com estudantes do 6° ano do Ensino Fundamental.

Este produto é classificado como material didático, contendo uma sequência didática composta por seis atividades com problemas que envolvem conceitos fracionários, podendo ser ressignificado para outras práticas em espaços não formais de ensino, cursos de formação continuada, bem como em cursos de graduação superior, visando o desnvolvimento do senso fracionário.

Neste Produto Educacional é apresentada uma sequência de seis atividades, com os objetivos de aprendizagem indicados no Quadro 1.

Quadro 1: Atividades e objetivos

Atividade	Quantidade de problemas	Objetivo de aprendizagem
Desenvolvendo o senso fracionário	9	Compreender a ideia de partição. Desenvolver estratégias de compartilhamento.
Tarefas de compartilhamento e linguagem fracionária	10	Significar as frações fazendo uso de modelos de área, comprimento e conjunto. Desenvolver a ideia de uma referência para o todo de uma fração. Desenvolver a nomenclatura de fração utilizando a relação parte/todo.

Fração de uma quantidade	4	Desenvolver a ideia de fração a partir de um conjunto com um todo de referência
Referentes fracionários	1	Estimar frações com base em uma referência conhecida (um inteiro, metade, um quarto).
Frações equivalentes e comparação de frações	7	Desenvolver o raciocínio de comparação de frações envolvendo (1) quantidades divididas, (2) componentes numéricos, (3) pontos de referência e (4) conversões numéricas. Desenvolver compreensão da equivalência de frações, estabelecendo métodos para gerar e reconhecer frações equivalentes.
Adição e subtração de frações	12	Relacionar as frações com o todo a partir da contagem de partes fracionárias. Realizar estimativas de adição e subtração de frações.

		Desenvolver o entendimento de procedimentos para a adição e subtração de frações com denominadores diferentes, utilizando frações equivalentes e fazendo estimativas razoáveis para avaliar os resultados.

Espera-se, com esta leitura, que você consiga compreender a importância de desenvolver conceitos importantes sobre frações, bem como, habitualmente, dedicar um tempo considerável do currículo para promover a compreensão de fração.

Para tanto, apresenta-se uma proposta de abordagem metodológica orientada para a resolução de problemas como ponto de partida para o desenvolvimento de ideias matemáticas, centrada em uma participação ativa dos estudantes.

Salienta-se que uma versão com fundo branco, para reduzir os custos de impressão, do Caderno de Atividades pode ser obtida em https://bit.ly/pe_impressao.

CAPÍTULO 1 – RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Este estudo é orientado pela metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, na qual a Resolução de Problemas não é usada para uma simples aplicação da Matemática ensinada, mas, sim, para aprender um novo conceito ou procedimento. Não deixe de ler, tenho certeza que você não irá se arrepender e venha comigo na incrível viagem que é ensinar através da Resolução de Problemas.

O que você entende por problema? Como normalmente são os problemas nas aulas de Matemática?

A palavra *problema* leva-nos a pensar em matemática, entretanto, um problema pode ser encontrado em qualquer situação do dia a dia. Por exemplo: dirigir pode ser um problema para algumas pessoas, enquanto para outras, que já automatizaram o processo, pode ser um simples exercício do dia a dia. Ou seja, um problema ocorre quando não sabemos fazer, mas estamos interessados em resolver.

Como na vida, os problemas sempre nos permitem aprender algo novo, superar um desafio. Então, para aprender Matemática, os problemas podem ser o ponto de partida. Começando por atividades/tarefas onde o estudante não use regras ou procedimentos memorizados, nem que entenda que há apenas um método correto para a solução. Assim, ele é o ponto de partida para a aprendizagem, e a construção do conhecimento acontece por meio da resolução do mesmo, em que o Professor(a) e os estudantes, juntos, desenvolvem um processo de ensino e aprendizagem de modo colaborativo.

Contudo, você deve estar se perguntando: como é essa metodologia para ensinar e aprender? O professor(a) será o guia dessa viagem e os estudantes co-construtores desse conhecimento, e, tenham a certeza de que os estudantes irão amar as descobertas.

Você também deve estar se perguntando sobre a questão da avaliação, mas não se preocupe, pois a avaliação é constituída durante o processo da resolução do problema, ela integra-se ao ensino e aumenta a aprendizagem dos estudantes.

Viajar com os estudantes no ensino através da Resolução de Problemas, tem como foco principal, terem compreensão dos conceitos, técnicas e processos que se fazem necessários em cada conteúdo matemático. Colocar em prática esse método de ensino, não é algo fácil, porém, com toda certeza, terá consequências boas.

Nessa perspectiva, a explicação formal do conteúdo, com inserção da nomenclatura e da linguagem matemática adequada, acontece após a resolução dos problemas e não antes. Você percebe que essa é uma inversão das aulas tradicionais de Matemática?

A fim de se colocar em prática a viagem de ensinar através da Resolução de Problemas, o Professor(a) organiza a aplicação das atividades, seguindo as etapas da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas[1]:

1) *Proposição do Problema*. É o momento em que o(a) professor (a) pode elaborar ou selecionar o problema, ou ainda aceitar o problema proposto pelos estudantes, visando a construção de um novo conhecimento matemático, ou seja, um conhecimento que os estudantes ainda não têm.

Mas como saber o que é um problema gerador?

Um problema gerador é uma situação em que os estudantes refletem sobre e que permite que ativem seus conhecimentos

[1] Essa metodologia foi desenvolvida pelo GETERP e publicada em Allevato e Onuchic (2014) que são as percussoras dessa.

prévios. Durante a resolução, eles caminham para a construção de novos conceitos/procedimentos.

Importante: não é necessário um contexto com uma história ou uma aplicação do cotidiano para se ter um bom problema. A essência de um problema gerador é que ele seja desafiador, que não se conheça de imediato uma solução.[2]

A simples proposta de verificar qual fração é maior entre 1/3 e 3/5 pode ser problema, se nenhuma técnica para comparar frações foi previamente ensinada. E entenda, que depois que esses problemas e outros dessa natureza forem explorados e resolvidos por um estudante, possivelmente, deixará de ser um problema para ele.

2) *Leitura individual.* O estudante faz a leitura do problema; ao ler individualmente o estudante pode refletir, ter o contato com a linguagem matemática e desenvolver a própria compreensão do problema. Uma boa sugestão é que eles trabalhem sozinhos para refletirem e depois trocarem ideias com um parceiro.
3) *Leitura em Conjunto*. Os estudantes reúnem-se em pequenos grupos, fazem uma nova leitura e discutem o

[2] Uma discussão mais ampla sobre a elaboração de bons problemas em Matemática pode ser encontra no capítulo 2 da dissertação.

problema. Eles expõem as próprias ideias compartilhando-as entre si, e, se houver a necessidade, o professor(a) poderá auxiliá-los fazendo a leitura do problema e ajudá-los com palavras desconhecidas, o estudante pode também consultar o dicionário, se houver necessidade.

Forme grupos heterogêneos!

"Tente agrupar os que têm dificuldades com os mais capazes, mas que também sejam compatíveis e estejam dispostos a colaborar. O que todos os estudantes vão descobrir é que todos têm ideias para contribuir". (VAN DE WALLE, 2009, p. 86)

4) *Resolução do problema.* Nessa etapa, os estudantes, em seus pequenos grupos, tentam resolver o problema, utilizando-se de ideias já aprendidas e conhecimentos que eles já têm para solucionar o problema, sem nenhum modelo estipulado pelo professor(a). Nos pequenos grupos, os estudantes discutem sobre suas ideias e as dos colegas. É fundamental que os estudantes façam registros por escrito.
5) *Observação e incentivo.* Agora, o(a) professor(a) age como mediador; você deve observar e questionar os

estudantes, desafiando-os e incentivando-os, sem fornecer respostas prontas.

Alguns pontos importantes:

Acredite nos seus estudantes: deixe-os caminharem com as próprias pernas, acredite que eles conseguirão resolver o problema, evite informar, incentive-os a pensar e permita que eles cometam erros, pois esses fazem parte do processo.

"Muitos professores são tentados a caminhar lado a lado e ajudá-los, 'colocando a carroça à frente dos bois' e fornecendo instruções inconvenientes. Tenha confiança em seus alunos! Deixe-os resolver o problema. Isto pode ser muito difícil para você, pois provavelmente escolheu ensinar para 'ajudar' os alunos. Agora você precisa deixá-los caminhar sozinhos." (VAN DE WALLE, 2009, p. 65)

Pergunte: faça perguntas inteligentes, interesse-se pelo raciocínio dos estudantes, peça para eles explicarem como estão pensando. E, atenção: não pergunte apenas quando verificar que estão no caminho errado, pergunte também quando estiverem certos.

Incentive o trabalho em grupo: o trabalho colaborativo pode não acontecer espontaneamente, é necessário, por vezes, estimular os estudantes a compartilharem e discutirem suas ideias com os colegas. Fique atento para que eles não trabalhem sozinhos, e, no caso de uma questão com vários itens, que não dividam o trabalho (cada um resolve um item). Muitas vezes, questões de vários itens envolvem um entendimento progressivo do problema, e quando um estudante resolve a letra (c), por exemplo, enquanto outros resolvem (a) e (b), não permite a construção integral das ideias importantes do problema.

Registro: incentive-os a explicarem e descreverem como raciocinaram, não restringindo ao registro apenas das “contas”. Escrever como pensaram, como tomaram as decisões, defender as ideias que tiveram é um processo de reflexão e de aprendizagem – precisa ser incentivado!

6) *Registros das resoluções na lousa*. Cada representante do grupo vai registrar na lousa, ou utilizando outros recursos (cartazes, slides...), suas resoluções. Esse é o momento em que os estudantes compartilham suas ideias, que percebem que a explicação é fundamental para o processo da resolução de problemas.
7) *Plenária*. Aqui se discute as resoluções que foram apresentadas. Cada grupo defende e justifica as ideias construídas. O(a) professor(a) tem o papel de mediador e guia as discussões para proporcionar a participação de todos os estudantes.

Atenção: fomente a discussão entre os grupos, encoraje-os a fazer perguntas e evite que as explicações sejam direcionadas para o(a) professor(a).

Outra coisa importante é: faça um rodízio entre os estudantes, evitando que sempre os mesmos acabem explicando os problemas. Tente fazer com que os primeiros a explicar sejam os mais tímidos, tendo assim mais tempo para expor suas ideias, valorizando a participação.

8) *Busca do consenso.* Nessa etapa, o professor(a) deve chegar a um consenso com a turma sobre o resultado correto ou quais são corretos. Não espere, nesse momento, respostas de livros didáticos. Por vezes, o consenso acontece de forma coerente e que resolve o problema, mas não segue o padrão “esperado” pelo professor. Por exemplo, os estudantes podem explicar claramente e concluir corretamente como se soma frações, mas podem não usar a nomenclatura adequada.

9) *Formalização do conteúdo.* O professor(a) faz um registro de uma apresentação que é organizada em linguagem matemática. A apresentação é sobre o que foi construído pela resolução do problema, destacando as

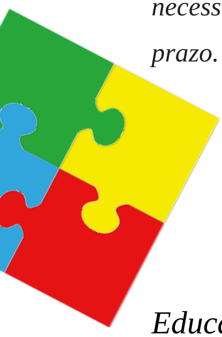
propriedades do conteúdo matemático. Nessa fase, o professor(a) proporciona o rigor matemático e mais construção de conhecimento. É importante envolver as ideias apresentadas pelos estudantes nas suas resoluções, para se constituir como parte dessa formalização.

10) *Proposição de novos problemas.* Constitui-se de extensões do problema anterior, na necessidade de sanar dúvidas e questionamentos resultantes deste, como forma de continuar progressiva e continuamente o nível de complexidade da formulação dos conceitos ou como forma de verificar se houve compreensão dos conceitos elaborados.

Com a Resolução de Problemas, seguindo essas etapas, os conteúdos matemáticos fazem sentido para o estudante que passa a construir seu próprio conhecimento. Segundo Allevato e Vieira (2016, p. 120 grifos do autor) “ao contrário do que se observa nas aulas ditas ‘tradicionais’ e, inclusive em diversos livros didáticos, os problemas não são mais deixados para o final do processo. Eles são, sim, propostos no início das atividades e a aprendizagem vai realizar-se a partir e ao longo (através) da sua resolução”. O trabalho apoiado nessa metodologia promove a construção do conhecimento matemático, tornando a viagem da descoberta pelo conhecimento muito mais interessante.

Bem, você pode perguntar sobre o tempo.” Será “gasto” mais tempo do que simplesmente explicar o conteúdo no quadro?” E nós responderemos:” sim, o tempo dedicado a essa prática é maior.” E nesse aspecto Van de Walle (2009, p. 76) ressalta:

> *“A Matemática é muito mais conectada e integrada do que os objetivos específicos encontrados em muitas listas de “padrões” estaduais podem sugerir. Para lidar com o problema de cobertura, a primeira sugestão é ensinar com a meta de desenvolver as “Ideias importantes”, os conceitos principais em uma unidade ou capítulo. A maioria das habilidades e ideias em sua lista de objetivos será abordada conforme você prosseguir. Se você focar separadamente cada item na lista, então as grandes ideias e conexões e a essência da compreensão provavelmente não serão desenvolvidas. Segundo, passamos muito tempo reensinando porque os alunos não retêm as ideias. O tempo gasto para ajudá-los a desenvolver redes significativas de ideias reduz drasticamente a necessidade de reensinar e de recuperação, criando, assim, tempo a longo prazo.”*



Vamos compartilhar ideias?

Este estudo faz parte do *Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação e Educação Matemática* que possui um site, no qual você pode participar do fórum de discussão sobre a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da

Resolução de Problemas. Poste lá e compartilhe suas dúvidas, as dificuldades e as contribuições, para que possamos nos ajudar a ressignificar essas práticas em nossas salas de aula.

Acesse: www.furb.br/ppgecim/gepeem

CAPÍTULO 2 – FRAÇÃO

Vamos começar esclarecendo: por que usamos frações e não números racionais no nosso título?
Um número é dito racional quando pode ser escrito na forma

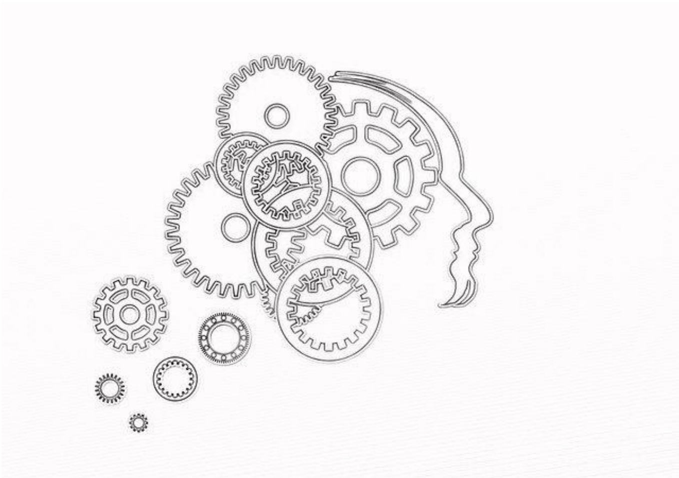
$$\frac{a}{b} \text{ com } a, b \in \mathbb{Z} \text{ sendo } b \neq 0$$

Porém, os números racionais podem assumir diferentes significados, como fração e razão, por exemplo. Smith (2002) orienta que se use o termo *fração* para se referir a partição de uma quantidade, quando uma quantidade inteira for dividida em algum número de partes de tamanhos iguais. Quando o quociente se refere a uma relação de multiplicação entre quantidades, o autor indica que se use o termo *razão*.

Ou seja, o número $\frac{1}{4}$ pode expressar a situação de (a) uma pizza dividida em 4 partes, das quais 1 foi comida, mas também pode expressar (b) que em uma turma a cada 1 menina há 4 meninos; sendo que no caso (a) $\frac{1}{4}$ retrata a ideia de fração enquanto que em (b) a ideia é de razão.

Essa diferença é importante, pois a maneira de adicionar frações difere da que adicionamos razões. Na situação $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$ em (a) implica se foi comido um pedaço de uma pizza repartida em 4 pedaços no almoço e outro pedaço na janta, então foram comidos $\frac{2}{4}$ da pizza, enquanto que em (b) se em uma turma há 1 menina a cada 4 meninos e na outra turma ocorre o mesmo, ao juntar as turmas tem-se duas meninas a cada 8 meninos, ou seja $\frac{2}{8}$.

Neste estudo e na proposta dos problemas apresentados, nosso objetivo foi de desenvolver conceitos relacionados com fração.



Você viu que construímos o Quadro 1 (páginas 4 e 5) que apresenta uma sequência de seis atividades, com os objetivos de aprendizagem indicados e agora vamos entender o porquê de desenvolvermos dessa maneira:

Desenvolvendo o senso fracionário - Os estudantes trazem consigo uma compreensão sobre partição, conectada com a ideia de divisão de números naturais. Para desenvolver a ideia de fração, é importante ajudar os estudantes a construírem conhecimentos sobre partes fracionárias, ou seja, as partes do todo que é compartilhado em porções iguais. Os estudantes entendem a ideia de repartir uma quantidade fazendo a conexão de repartir em partes iguais e partes fracionárias. Proporcionar atividades de compartilhar é um bom começo para desenvolver a ideia de fração.

Tarefas de compartilhamento e linguagem fracionária – nesses problemas espera-se desenvolver a ideia de fração por meio de problemas de compartilhamento. Os estudantes realizam as tarefas de compartilhar remetendo ao particionamento[3] dos itens, um de cada vez.

---

[3] Utiliza-se nesse Produto Educacional o termo partição ao invés de divisão, pois este termo enfatiza o conceito de parte-todo e evita a confusão com divisão de números naturais (VAN DE WALLE *et al.*, 2014).

Comumente, apresenta-se essa ideia em problemas que envolvem área. Quando uma figura é dividida em partes iguais, das quais algumas são sombreadas, indicando a parte tomada. Porém, o todo de referência pode ser um grupo de pessoas ou de objetos $\left(\frac{1}{2}\right.$ dos estudantes de uma turma foram ao passeio; $\frac{1}{2}$ da produção estava defeituosa) ou uma medida de comprimento (corri metade da pista), conforme explorados nos problemas.

Fração de uma quantidade - é relevante trabalhar com diferentes formas e diversos tamanhos para o entendimento de fração, assim evidencia que se envolva o trabalho com quantidades discretas e contínuas para promover o entendimento relativo à unidade, ao todo de referência na fração (SMITH, 2002).

Referentes fracionários – é importante que o estudante consiga efetuar estimativas e, nesse sentido, estimular comparações utilizando referenciais mais conhecidos como metade, um quarto (metade da metade), um inteiro, possibilita que eles tenham maior domínio e conseguir ter uma previsibilidade dos resultados encontrados posteriormente em operações com frações, validando, assim, a coerência ou não de suas respostas.

Frações equivalentes e comparação de frações – nesses problemas tem-se como finalidade desenvolver o raciocínio sobre frações envolvendo (1) quantidades divididas, (2) componentes numéricos, (3) pontos de referência e (4) conversões numéricas.

No caso das quantidades divididas, analisa-se o denominador e seu significado, dado que o numerador é o mesmo (a quantidade de partes tomadas é a mesma, todavia o tamanho das partes é diferente). Porém, quando o numerador é diferente, apenas pensar em quantidades divididas não é suficiente, e se faz necessário analisar a relação com o todo, seja analisando as componentes numéricas e verificando o que falta para completar o todo ou utilizando alguma referência conhecida (o inteiro, metade, a quarta parte ...). Quando nenhuma dessas estratégias é suficiente, será necessário utilizar a ideia de conversão numérica, deixando os numeradores com o mesmo valor ou usando frações equivalentes, deixando os denominadores com o mesmo valor.

Adição e subtração de frações – Inicialmente, os problemas têm o intuito de desenvolver compreensão da equivalência de frações, estabelecendo métodos para gerar e reconhecer frações equivalentes, decompondo frações (em uma soma de frações com o mesmo denominador) e usando o significado de frações. E depois, seguindo com o desenvolver do entendimento de procedimentos para a adição e subtração de frações com denominadores diferentes, utilizando frações equivalentes e fazendo estimativas razoáveis para avaliar os resultados.

Especificamente para as operações com frações, quatro sugestões são propostas por Siegler *et* al. (2010) para o desenvolvimento gradual da compreensão conceitual e procedimental:

> 1. Use modelos de área, retas numéricas e outras representações visuais para melhorar a compreensão dos estudantes sobre os procedimentos de cálculo formais. (p. 28)
> 2. Ofereça oportunidades para os estudantes usarem estimativas para prever ou julgar a razoabilidade das respostas a problemas que envolvam operações com frações. (p. 30)
> 3. Aborde equívocos comuns sobre procedimentos de cálculo com frações com discussões de como e por quê. (p. 31)
> 4. Apresente contextos do mundo real com números plausíveis para problemas que envolvem cálculo com frações. (p. 33)

Os problemas apresentados neste Produto Educacional, têm como intuito o desenvolvimento das ideias relacionadas com frações para estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, por isso as atividades encerram-se nas operações de adição e subtração de frações. Porém, aos que desejarem desenvolver atividades para as operações de multiplicação e divisão, sugere-se a leitura da dissertação, bem como dos referenciais lá indicados.

CADERNO

DE PROBLEMAS ENVOLVENDO FRAÇÕES

Desafie-se
Divirta-se
Pense
Discuta
Compartilhe

Olá!

Esse caderno contém problemas que o levarão para uma viagem, um desafio no mundo das frações.

Bom trabalho!

Desenvolvendo o senso fracionário

Orientações ao professor

Você pode se perguntar: "**Por qual motivo há tantos problemas nessa etapa?**"

Para responder a essa pergunta você pode iniciar fazendo uma investigação com seus estudantes.

Peça à eles que respondam, registrando em um folha, a seguinte questão, sem fazer comentários e nem mesmo ler para eles:

Suponha que você tenha duas pizzas do mesmo tamanho e corte uma delas em seis pedaços do mesmo tamanho e a outra você corte em oito pedaços do mesmo tamanho. Se você pegar um pedaço de cada pizza, qual o pedaço maior? Descreva com suas palavras como você pensou para resolver a questão.

Na sequência recolha as respostas dos estudantes e entregue à eles a seguinte questão (novamente não faça comentários):

Para você o que é maior 1/6 ou 1/8? Lembrando que você precisa justificar como pensou.

Essas duas questões, adaptadas de Mack (1995), tem a mesma finalidade avaliar o entendimento do conceito de fração. Na primeira utiliza-se o conhecimento informal dos estudantes e na segunda a linguagem simbólica de fração. Os estudos tem mostrado, MACK (1995), que um número considerável de estudantes consegue responder adequadamente a primeira pergunta, mas utilizam seu conhecimento sobre número naturais para responder inadequadamente a segunda.

Por isso é que são apresentados tantos problemas que envolvem o conhecimento informal dos estudantes nesse etapa, que tem por objetivo desenvolver o senso fracionário dos estudantes. Mack (1995, p. 432, tradução nossa), alerta que se vários problemas que envolvem situações do mundo real e o conhecimento informal dos estudantes no entendimento de fração, forem resolvidos antes de apresentar simbologia:

Quando as representações simbólicas foram introduzidas, os estudantes não mais explicaram os significados das representações em termos de conhecimento prévio de números inteiros; eles agora explicaram os significados em termos de seu conhecimento informal das frações.

A ordem dos problemas apresentados tem como finalidade desenvolver o senso fracionário por meio uma progressão no nível de complexidade.

Na Tabela a seguir apresenta-se uma sugestão de materiais manipulativos a serem disponibilizados aos estudantes para a resolução dos problemas. Além disso, forneça tesoura, cola, régua e papel para que eles explorem os materiais como desejarem para auxiliar na compreensão.

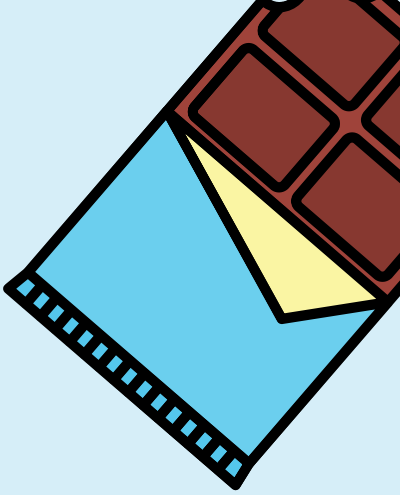
Problema	**Materiais**
1	1 círculo
2	2 retângulos com comprimento múltiplo de 4
3	3 retângulos com medida par
4	5 retângulos de comprimento com medida que seja múltiplo de 4
5	4 retângulos de comprimento com medida que seja múltiplo de 3
6	42 cubinhos, tampinhas ou outro material
7	5 quadrados com lado múltiplo de 3
8	4 pedaços de fita com medida de comprimento múltiplo de 6
9	3 retângulos com medida múltiplo de 12

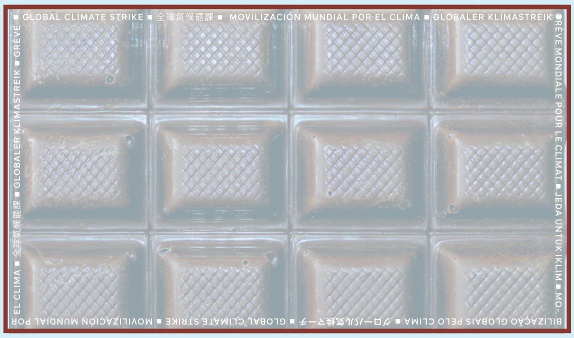
Desenvolvendo o senso fracionário

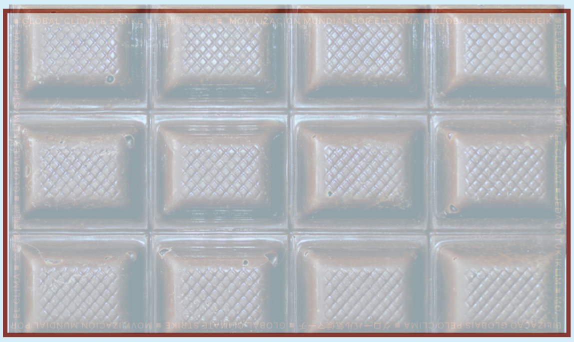
Vamos compartilhar com os amigos

1. Bruna levou uma tortinha de morango para a escola. No recreio ela decidiu compartilhar a tortinha com seu amigo Lucas. Explique como você faria a partição e que parte cada um receberia da tortinha de morango.

2. Quatro amigos participaram de uma gincana e ao completar uma prova receberam 2 barras de chocolate. Se eles compartilharam as barras igualmente, quantas partes do todo cada um recebeu?

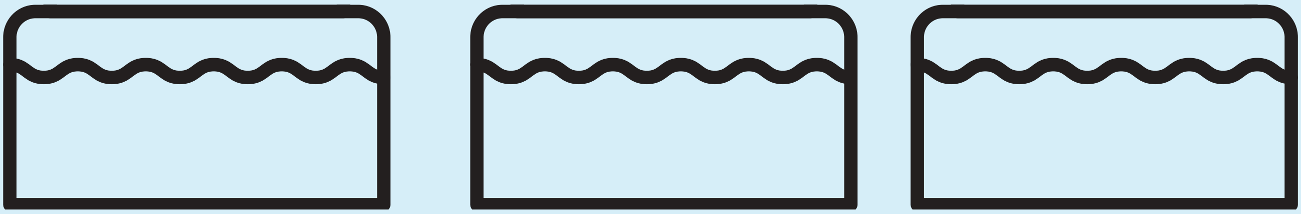






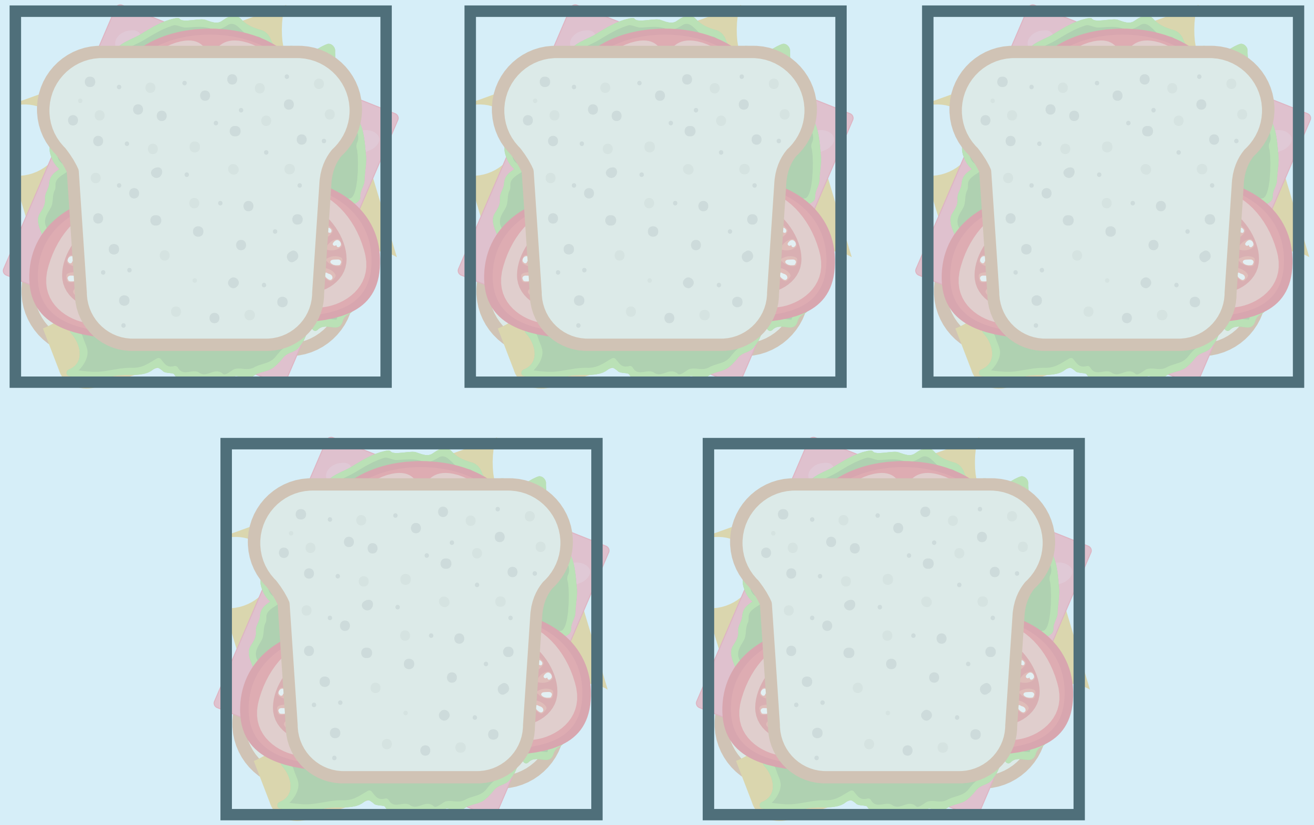
Lembre de explicar com suas palavras como você pensou

3. Ana Vitória levou para a escola 3 pedaços de bolo de chocolate (de mesmo tamanho) e decidiu compartilhar igualmente com seu amigo Caio. Quantas partes do todo cada um recebeu?



Lembre de explicar com suas palavras como você pensou

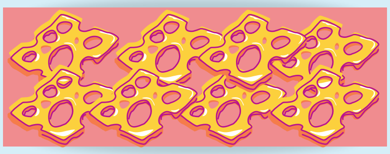
4. Alguns amigos organizaram um piquenique. Alice levou 5 sanduíches feitos com pão de forma para compartilhar com os amigos. Como um dos amigos faltou, Alice e os 3 amigos que foram ao piquenique decidiram particionar os sanduíches igualmente. Qual a parte do todo que cada um recebeu?

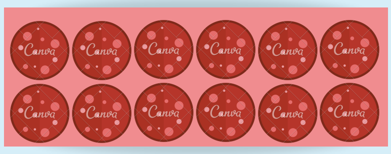


Como você pensou?

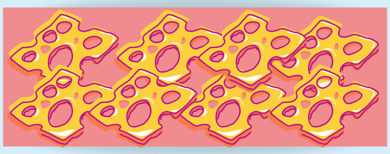
5. Thalia, Yasmim e Stefani se juntaram para a noite do pijama. A mãe de Thalia fez duas pizzas caseiras em formas retangulares, uma de queijo e a outra de calabresa para as meninas jantarem. Como ficaria cada uma das situações:

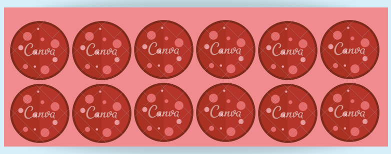
a) Situação 1: as três amigas gostam dos dois sabores de pizza e decidiram as particionar igualmente. Explique como você faria essa partição e que parte cada uma receberia.

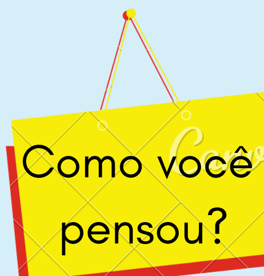


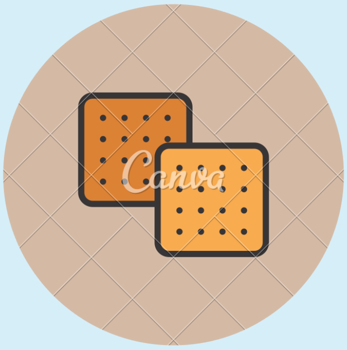


b) Situação 2: Thalia gosta apenas do sabor queijo, Yasmim apenas do sabor calabresa e Stefani gosta dos dois sabores. Explique como você faria a partição e que parte cada uma receberia.



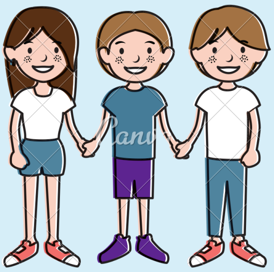




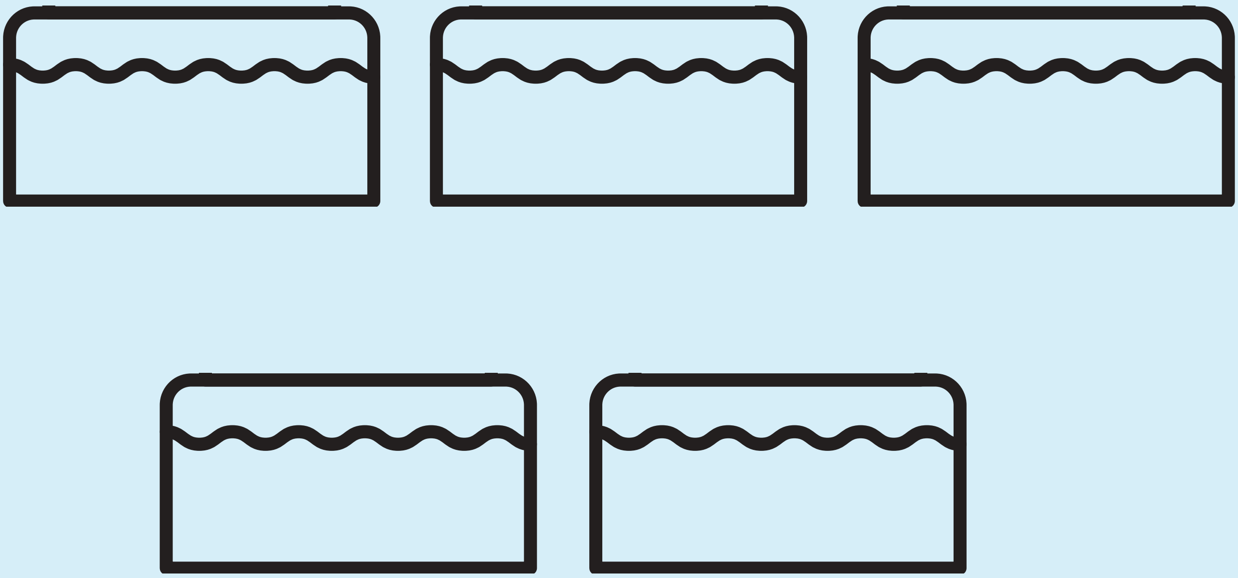


6. Seis crianças combinaram de levar pacotes de bolacha para compartilhar na hora do recreio. No dia combinado cada um levou seu pacote de bolacha favorito, com exceção de Jeison que levou dois pacotes. Conforme o combinado, eles decidiram compartilhar igualmente as bolachas. Qual a parte em relação ao todo que cada um recebeu?

Lembrem de explicar passo a passo como vocês decidiram pela solução.



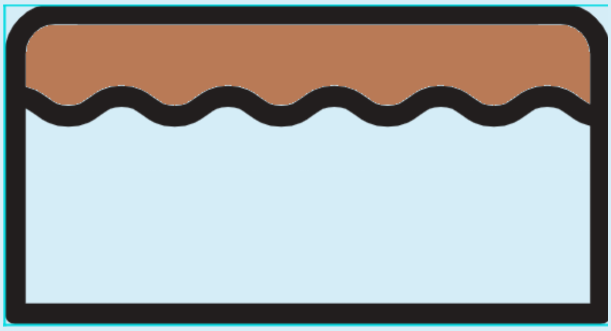
7. Sobraram 5 pedaços de bolo de chocolate, de igual tamanho para o café da manhã. Os irmãos Brayan, Eduarda e Elias decidiram particionar esses pedaços de modo que cada um recebesse igual parte. Explique como você faria a partição e que parte em relação ao todo que cada um receberia.

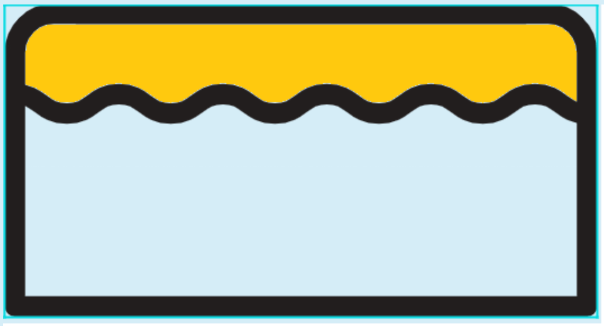


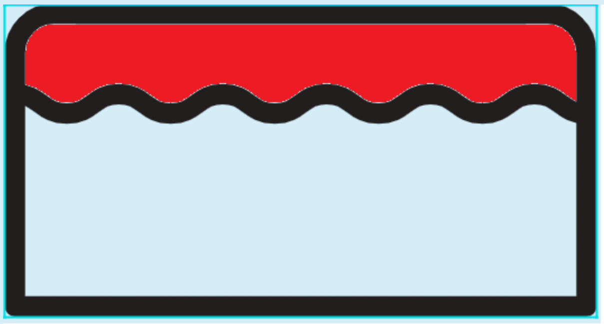
8. Para enfeitar a cesta de páscoa Ester tem 4 fitas amarelas, todas de igual comprimento. Ela decidiu cortá-las para enfeitar 6 cestas de páscoa de modo que cada uma utilizasse a mesma quantidade de fita que as demais. Utilizando toda a fita disponível, explique como você faria os cortes e que parte de fita cada cesta utilizaria.

9. Para um piquenique em que participaram 12 crianças, Dona Maria resolveu fazer três tortas. Pense e resolva as seguintes situações:

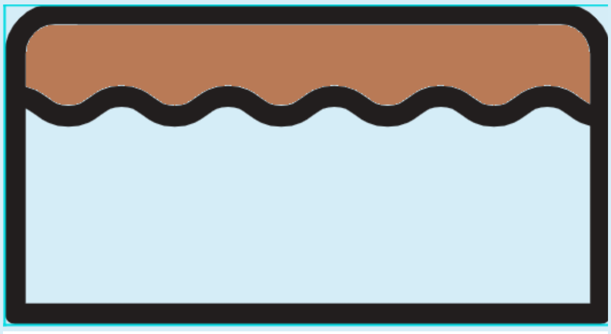
a) Uma torta era de chocolate, a outra era de morango e a terceira era de banana. Todas tinham igual tamanho e todas as crianças gostavam desses sabores. Elas decidiram particionar as tortas igualmente entre elas. Explique como você faria a partição e que parte cada uma receberia.

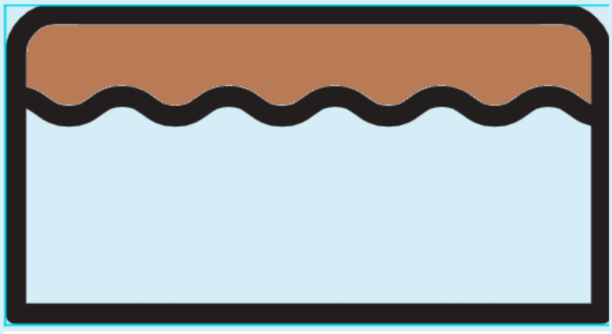


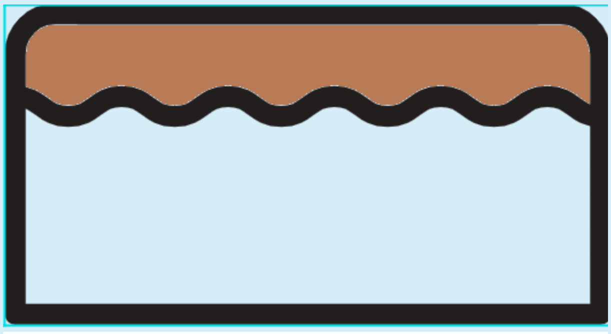




b) As três tortas são de chocolate e eles decidiram fazer a partição de modo que os pedaços tivessem o maior tamanho possível, mas que ainda assim cada um recebesse igual parte dos demais. Explique como você faria a partição e que parte cada uma receberia.







Considerações didáticas

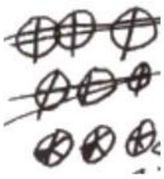
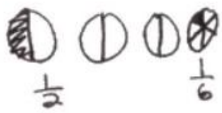
- O que se espera que o estudante tenha compreendido:

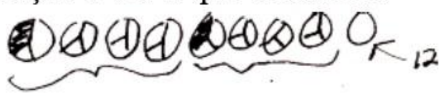
Espera-se que entendam a ideia de repartir uma quantidade fazendo a conexão de repartir em partes iguais e partes fracionárias e que desenvolvam estratégias utilizando a ideia de fração na relação parte todo.

As ideias de compartilhamento são desenvolvidas pelos estudantes utilizando seus conhecimentos prévios e vão se sofisticando a medida em que são submetidos a problemas diferentes e com grau de complexidade maior.

No Quadro a seguir é apresentado as diferentes estratégias de compartilhamento de acordo com o nível do senso fracionário.

Quadro - Desenvolvimento de estratégias de compartilhamento de crianças

Estratégias Iniciais	**Descrição**	**Exemplos**
Metade Repartida	A criança repetidamente utiliza metades da unidade, independentemente do número de compartilhadores.	3 crianças compartilhando 2 barras de chocolate 
Tentativa e erro	Crianças tentam fazer várias partições com pouca ou nenhuma coordenação. Algumas crianças podem passar por uma lista de frações (por exemplo, metades, terços, quartos) até encontrar uma que produza o número certo de peças a serem distribuídas.	10 crianças compartilhando 3 barras de chocolate 
Estratégias intermediárias	**Descrição**	**Exemplos**
Distribua metades	A criança começa dando as metades, se possível. O resto da partição é coordenada com os compartilhadores de alguma maneira.	6 crianças compartilhando 4 barras de chocolate 
Coordenando compartilhadores em cada unidade	A criança divide cada unidade compartilhada em partes suficientes para todos os compartilhadores.	6 crianças compartilhando 4 barras de chocolate 
Coordenando compartilhadores com várias unidades		
1) Coordena o total de compartilhadores a cada duas unidades.	A criança particiona a cada 2 unidades em pedaços suficientes para todos os compartilhadores. Pode haver uma unidade restante para particionar.	12 crianças compartilhando 9 barras de chocolate "Eu sei que 2 × 6 é 12, então eu posso cortar 2 barras de chocolate em seis partes e continuar fazendo isso. Há uma barra de chocolate sobrando e posso cortá-la em 12 partes".

2) Coordena o total de compartilhadores com cada 3, 4, 5 ou mais unidades.	A criança particiona a cada 3, 4, 5 ou mais unidades em pedaços suficientes para todos os compartilhadores. Pode haver unidades restantes para particionar.	12 crianças compartilhando 9 barras de chocolate “Eu sei que 4 × 3 é 12, então vou cortar 4 barras de chocolate em terços e ver o que acontece.” 
Estratégias posteriores	**Descrição**	**Exemplos**
Coordenando compartilhadores com todas as unidades		
1) Cria o mesmo número de peças que os compartilhadores.	Às vezes, as crianças tentam criar partições que dão a cada participante exatamente uma peça. Isso significa que eles precisam usar da contagem, multiplicação, divisão ou tentativa e erro para descobrir em quantas partes particionar cada unidade. Não funciona em todas as situações de compartilhamento igual.	24 crianças dividindo 8 barras de chocolate. “8 vezes o que é igual a 24? Vou cortar cada barra de chocolate em terços".
2) Cria um número de peças que é múltiplo do número de compartilhadores.	Essa estratégia sofisticada é usada principalmente por crianças fluentes em multiplicação. O objetivo da criança é criar um número de peças maior que o número de compartilhadores que podem ser igualmente distribuídos entre os participantes.	4 crianças compartilhando 7 barras de chocolate “Quero um número no qual 4 e 7 possam entrar. Se eu cortar cada barra de chocolate em 4 pedaços, terei 28 pedaços no total e cada criança poderá ter 7 pedaços ou 7 quartos.”

Fonte: (EMPSON, 2002, p. 32-34, tradução nossa)

- Formalização:

O professor pode retomar com os estudantes ao final do processo, estratégias de compartilhamento que foram desenvolvidas por eles na resolução dos problemas.

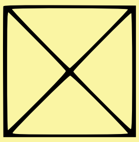
O professor pode explorar na formalização níveis de complexidade conforme apresentado no Quadro anterior

Tarefas de compartilhamento-representação

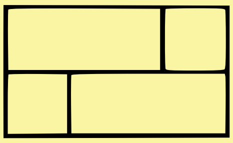
1. Identifique quais dos desenhos estão particionados em quartos. E os que não estão, explique o motivo.

Adaptado de Van de Walle et al. 2014

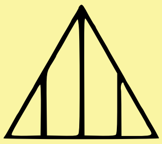
(a)



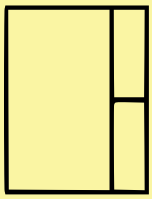
(b)



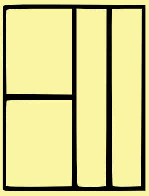
(c)



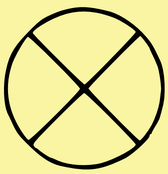
(d)



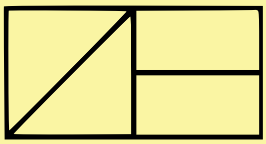
(e)



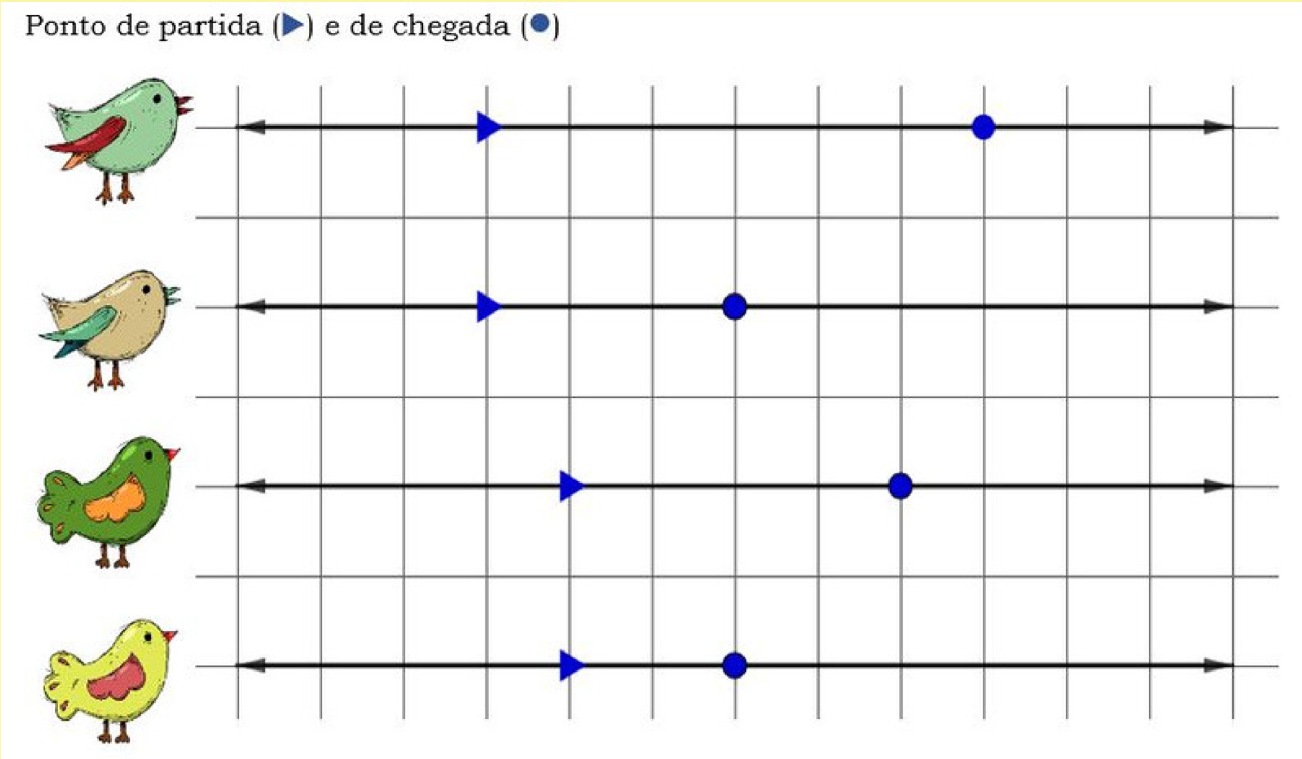
(f)



(g)



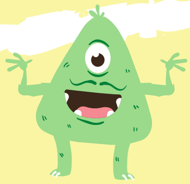
2. Eliseu estava entediado olhando para os postes de iluminação e observou que os passarinhos estavam caminhando pela fiação. Ele pegou seu caderno quadriculado e começou a registrar o ponto de partida e de chegada de cada passarinho. Analise o desenho e indique qual a fração que representa a distância percorrida por cada passarinho.



Eliseu ficou se perguntando como os passarinhos podem andar sobre a fiação sem levar um choque. Pesquise e comente essa situação.

3. Vinícius tem 6 cartas de Pokemon, Sérgio tem 4 cartas e Rhyan tem 2 cartas. Qual a fração do total de cartas que Sérgio possui?

4. Três amigas levaram, para brincar no recreio, os seus squishies (brinquedos macios que podem ser apertados). Sara levou 3 squishies, Paola levou 2 squishies e Maria Eduarda levou 3 squishies. Qual a fração do total de squishies dessas três amigas que Paola levou?



Você sabe o que é um squishies?

Aprenda e faça o seu:
https://www.youtube.com/watch?v=GQIG4XyHISA

5. Escreva uma fração que seja uma boa estimativa para cada uma das figuras.

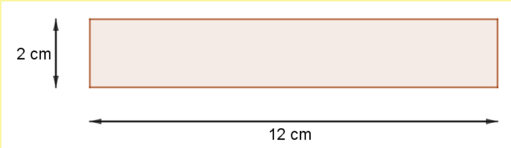
Estimar não significa encontrar um resultado exato, mas uma aproximação razoável

Adaptado de Van de Walle et al., 2014

6. Você recebeu uma tira de papel que representa três quartos de um todo.

- Produza tiras que representem as frações indicadas a seguir.
- Na sequência compare-as e discuta o que você pensou com os colegas.
- Depois cole suas tiras aqui e escreva a que conclusões você e os colegas chegaram.

Adaptado de Van de Walle et al., 2014



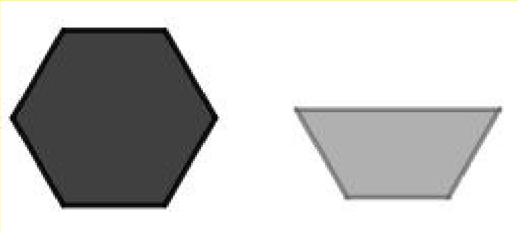
a) $\frac{1}{4}$ do todo

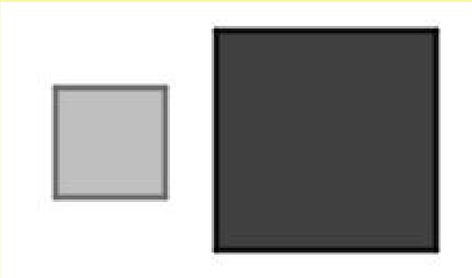
b) $1\frac{1}{4}$ do todo

c) $2\frac{1}{4}$ do todo

d) 3 inteiros

7. Na figura temos desenhado a parte (em cinza) e o todo (em preto).
Indique qual a fração que a parte representa do todo.

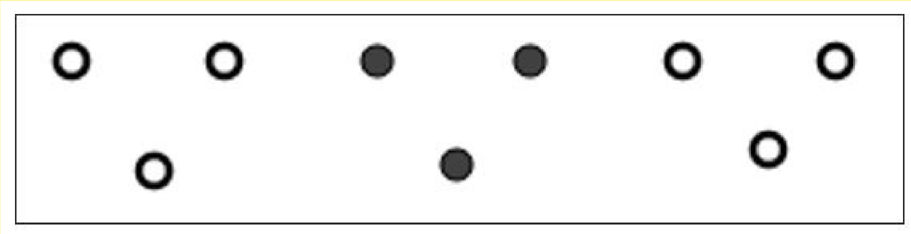
a) 

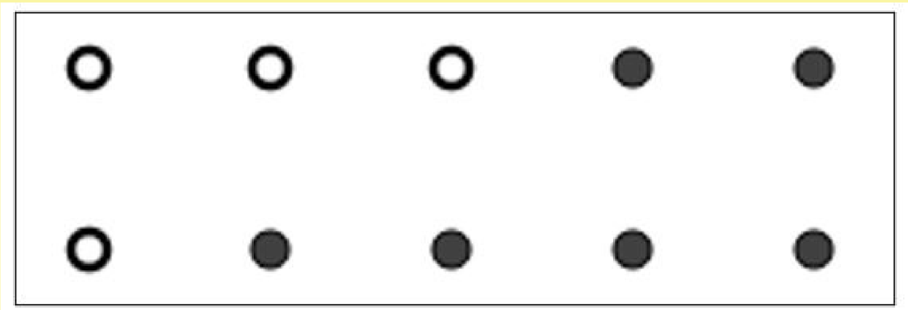
b) 

c) 

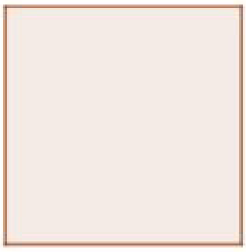
d) 

8. Qual a fração os círculos cinzas representam do conjunto em cada imagem?

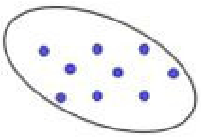
a) 

b) 

9. Analise e responda as questões. Lembre-se de explicar com pensou, justificando sua resposta.

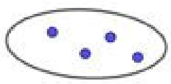
	Esse retângulo representa o todo. Encontre $\frac{1}{4}$ desse todo.

	Essa tira representa o todo. Encontre $\frac{3}{5}$ dessa tira.

	Esses 9 círculos representam o todo. Quantos círculos seriam necessários para obter $\frac{5}{3}$?

	Esse retângulo representa um terço do todo. Encontre o todo.

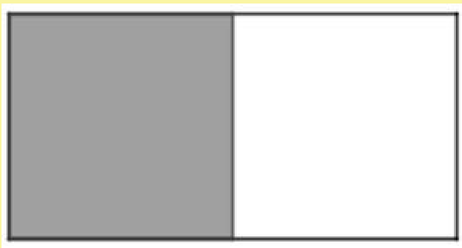
	Essa tira representa $\frac{5}{4}$ do todo. Encontre o todo.

	Esses círculos representam $\frac{1}{2}$ do todo. Encontre o todo.

10. Na Figura está destacado em cinza a parte do todo. A fração que cada parte representa do todo

- é maior em (a) do que em (b),
- é menor em (a) do que em (b) ou
- é igual em (a) e em (b)?

Justifique sua resposta.



(a)

(b)

Considerações didáticas

- O que se espera que o estudante tenha compreendido:

Espera-se que trabalhando com diferentes materiais, se possibilite aos estudantes estabelecer diferentes conexões que envolvem a ideia de fração, permitindo um raciocínio flexível para as diversas situações que envolvem partição. Especialmente no problema 6 é necessário fornecer uma tira de papel aos estudantes com medidas, que sugerimos, de 2 cm por 12 cm.
Importante se trabalhar com a reta numérica (desenhada ou usando uma linha) pois ajuda os estudantes entenderem a fração como um número (e não como um número sobre outro). Ainda, no caso de conjuntos sugere-se utilizar um barbante para contornar o conjunto de objetos, ajudando os estudantes a perceberem o todo, de modo que se concentrem na quantidade de conjuntos formados e não no tamanho dos conjuntos. Forneça materiais manipulativos aos estudantes para os auxiliar na compreensão: tampinhas, cubinhos, feijões, barbante, tesoura e régua.

No Quadro seguir são apresentados os modelos que podem ser usados no entendimento de fração, seus significados e os materiais que podem ser usados.

Quadro - Modelos para entendimento de fração

Modelo	O que significa a fração	Materiais que podem ser usados
Área	Tamanho relativo de uma parte para o todo (região de referência)	Círculos, retângulos ou outros polígonos confeccionados em papel, EVA ou outro material. Cubos ou blocos de tamanhos de mesma medida.
Comprimento	Distâncias ou medidas de uma parte em relação a um referencial ou localização em relação ao zero ou a outros valores da reta numérica.	Barras de Cuisenaire, tiras de papel, linha ou reta numérica desenhada em papel.
Conjuntos	Contagem de objetos de um todo de referência.	Tampinhas, cubos ou blocos, feijões ou outros objetos (iguais) que possam ser contados.

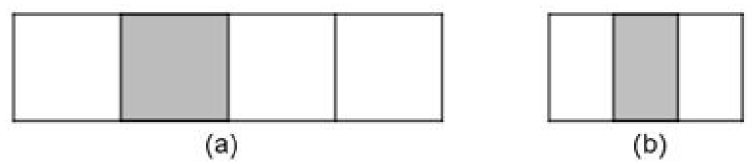
Adaptado de VAN DE WALLE *et al.*, 2014

- Formalização:

O professor pode retomar com os estudantes ao final do processo, estratégias de modelos que foram desenvolvidas por eles na resolução dos problemas.

Nessa etapa de formalização é necessário sistematizar os significados e a nomenclatura relacionada com fração, identificando que o número da parte superior conta e inferior indica que está sendo contado, enfatizando assim a relação entre as partes (o numerador) e o inteiro (o denominador).

Compreender o significado de numerador e denominador envolve entender que a referência de fração é de tamanho relativo e não absoluto, ou seja, uma fração maior do que outra não significa comparar se uma parte é maior que outra.



Fonte: Smith (2002, p. 8)

Na Figura a parte sombreada de (a) é maior que a de (b) porém a fração que indica que parte sombreada de (a), na relação da parte com o todo, é menor que a de (b).

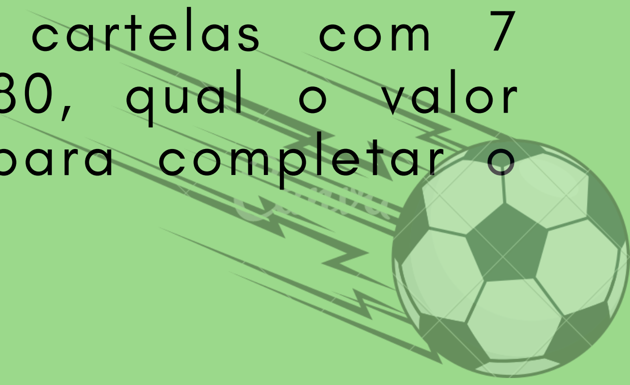
O professor pode explorar na formalização níveis de complexidade conforme apresentado no Quadro anterior.

FRAÇÃO DE UMA QUANTIDADE

1. Ivan tem 36 cartas de Pokemon, sendo um quarto delas repetidas. Em um dia que as crianças resolveram trocar cartas, Ivan conseguiu trocar todas as suas cartas repetidas. Quantas cartas ele trocou nesse dia?

2. Em um ano de copa do mundo foi lançado um álbum de figurinhas, das quais 50 eram figurinhas especiais brilhantes. Maria Eduarda conseguiu 2/5 do total de figurinhas brilhantes. Quantas figurinhas brilhantes faltam para ela completar a coleção?

3. Um álbum de figurinhas da copa do mundo conta com um total de 560 figurinhas adesivas. Caio já completou 5/8 do álbum. Se as figurinhas são vendidas em cartelas com 7 unidades que custam R$ 2,80, qual o valor mínimo que Caio irá gastar para completar o álbum?



4. As crianças foram desafiadas a indicar quando tempo levavam para chegar até a escola, utilizando frações.

- Bruna disse: eu levo 1/4 de uma hora para chegar na escola.
- José disse: eu levo 2/3 de uma hora para chegar na escola.
- Yasmin disse: eu levo 3/5 de uma hora para chegar na escola

a) Quantos minutos cada uma dessas crianças leva para chegar na escola?
b) E você leva quanto tempo para chegar na escola?
c) Qual a fração de uma hora representa o tempo que você leva para chegar na escola.

Considerações didáticas

- O que se espera que o estudante tenha compreendido:

Espera-se enfatizar diferentes formas e diversos tamanhos para o entendimento de fração, em problemas que envolvam quantidades discretas. Também, são abordados problemas que envolvem quantidades contínuas para promover o entendimento relativo à unidade, ao todo de referência na fração.

- Formalização:

O professor pode retomar com os estudantes ao final do processo, estratégias de referências que foram desenvolvidas por eles na resolução dos problemas.

Lembre-se de fornecer materiais manipulativos diversos aos estudantes.

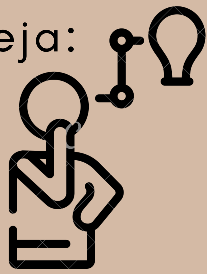
Referentes fracionários

Vocês receberam as seguintes cartas:

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{3}{7}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{5}{12}$

Organizem as cartas em 4 grupos, justificando a resposta:
Grupo 1: as que são mais próximas de zero
Grupo 2: as que são mais próximas de ½, indicando que são maiores ou menores que ½
Grupo 3: as que são mais próximas de 1, indicando quanto falta para 1
Grupo 4: as que são maiores que 1

Crie e explique seu raciocínio para que uma fração seja:



a) Próxima de zero

b) Próxima de 1/2

c) Próxima de 1

d) Maior que 1

e) Igual a 1/2

f) Igual a 1/4

g) Igual a 2/3

Considerações didáticas

- O que se espera que o estudante tenha compreendido:

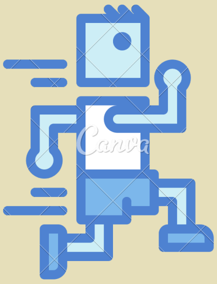
Espera-se que o estudante consiga efetuar estimativas e nesse sentido, estimular comparações utilizando referenciais mais conhecidos como metade, um quarto (metade da metade), um inteiro, possibilita que eles tenham maior domínio e consigam ter uma previsibilidade dos resultados encontrados posteriormente em operações com frações, validando assim a coerência ou não de suas respostas.

- Formalização:

O professor pode retomar com os estudantes ao final do processo, estratégias de referências conhecidas que foram desenvolvidas por eles na resolução dos problemas.

Lembre-se de fornecer materiais manipulativos diversos aos estudantes.

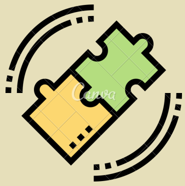
Frações equivalentes e comparação de frações



1. Jeison e Maike fizeram uma disputa, verificando quem conseguiria correr mais em uma pista. Jeison conseguiu percorrer 1/3 da pista correndo e Maike conseguiu correr 1/5 da pista. Quem ganhou a competição?

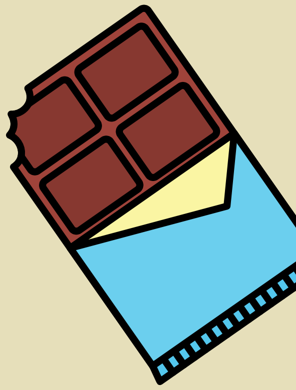
Explique como você pensou.

2. Em uma atividade Sara acertou 3/4 do total de questões e Sérgio acertou 3/10 do total. Se as questões valiam todas a mesma pontuação, quem tirou maior nota?



3. Thalia e Vinícius ganharam cada uma barra de chocolate de sua mãe.

Thalia comeu 3/4 de sua barra de chocolate e Vinícius comeu 2/5 de sua barra. Se as barras de chocolate eram de igual tamanho, quem ainda tem o maior pedaço para comer?



4. Stefani levou dois sanduíches de igual tamanho para a escola, com o intuito de compartilhar com sua amiga Paola. Stefani comeu 2/3 do seu sanduíche e Paola comeu 4/5 do seu sanduíche. Quem comeu mais sanduíche? Explique como você pensou.

5. Ana Vitória pratica caminhada todos os dias e está treinando para corrida também. Na primeira semana de treino ela correu 3/5 do percurso e na segunda semana ela correu 5/6 do mesmo percurso. Em qual dessas semanas ela correu mais? Explique como você pensou.

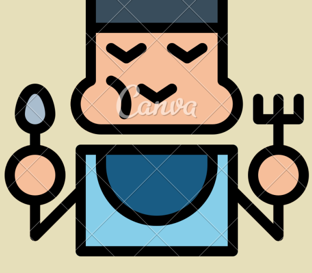
6. Desenhem um quadrado que representa uma forma com nega maluca. Divida essa forma em quatro partes e pintem 3, representando que restam 3 partes da forma com nega maluca.

Para cada uma das situações a seguir faça um desenho e descreva a situação utilizando a representação com frações.

a) Particionar os pedaços de nega maluca de modo que eles sejam compartilhados com um colega. Todos os pedaços devem ficar com o mesmo tamanho.

b) Particionar os pedaços de nega maluca de modo que eles sejam compartilhados com dois colegas. Todos os pedaços devem ficar com o mesmo tamanho.

c) Particionar os pedaços de nega maluca de modo que eles sejam compartilhados com três colegas. Todos os pedaços devem ficar com o mesmo tamanho.



7. Analisando as frações compare-as com os sinais de >, < ou =.

a) $\frac{2}{3} \quad \frac{5}{6}$

b) $\frac{3}{5} \quad \frac{3}{8}$

c) $\frac{3}{5} \quad \frac{2}{5}$

d) $\frac{3}{8} \quad \frac{4}{7}$

e) $\frac{3}{5} \quad \frac{6}{10}$

f) $\frac{2}{3} \quad \frac{5}{7}$

g) $\frac{5}{7} \quad \frac{7}{5}$

h) $\frac{10}{16} \quad \frac{5}{8}$

Considerações didáticas

- O que se espera que o estudante tenha compreendido:

Pretende-se desenvolver o raciocínio sobre frações envolvendo (1) quantidades divididas, (2) componentes numéricos, (3) pontos de referência e (4) conversões numéricas.

- Formalização:

O professor pode retomar com os estudantes ao final do processo, estratégias de comparação que foram desenvolvidas por eles na resolução dos problemas.

O professor pode explorar na formalização níveis de complexidade conforme apresentado no Quadro a seguir, bem como ressaltar a importância de generalização dos métodos desenvolvidos pelos estudantes.

Lembre-se de fornecer materiais manipulativos diversos aos estudantes.

Quadro - Formas de pensar sobre frações

Raciocínios envolvendo a ideia de fração	**Frações**	**Comparação**
Quantidades divididas	$\frac{3}{5}$ e $\frac{3}{4}$	Quintos são menores que quartos então $\frac{3}{5} < \frac{3}{4}$
Componentes numéricos	$\frac{5}{7}$ e $\frac{3}{5}$	Em ambas faltam 2 partes para completar o todo e como sétimos são menores que quintos, logo $\frac{5}{7} > \frac{3}{5}$
Pontos de referência	$\frac{15}{12}$ e $\frac{3}{8}$	$\frac{15}{12}$ é maior que um inteiro e $\frac{3}{8}$ é menor que um inteiro, ou ainda, $\frac{15}{12}$ é maior que um meio (a metade de um inteiro divido em 12 partes, toma 6 partes) e $\frac{3}{8}$ é menor que um meio, logo $\frac{15}{12} > \frac{3}{8}$
Conversões numéricas	$\frac{3}{5}$ e $\frac{5}{8}$	$\frac{3}{5}$ é mesmo que $\frac{15}{25}$ e $\frac{5}{8}$ é mesmo que $\frac{15}{24}$, logo 25 avos é menor que 24 avos, então $\frac{3}{5} < \frac{5}{8}$, ou ainda, $\frac{3}{5}$ é mesmo que $\frac{24}{40}$ e $\frac{5}{8}$ é mesmo que $\frac{25}{40}$, logo tomar 24 partes de 40 é menor que do 25 partes, então $\frac{3}{5} < \frac{5}{8}$

Fonte: Autoras (2021)

Adição e subtração de frações

1. Algumas crianças de uma turma resolveram produzir uma horta em um terreno retangular. Sendo que a parte da horta que cada um ficou responsável por plantar foi:

Criança	Fração do terreno plantado	Verdura/legume plantada
Evelin	$\frac{1}{4}$	Alface
Geovana	$\frac{1}{8}$	Cenoura
Geraldine	$\frac{3}{16}$	Beterraba
Henrique	$\frac{1}{16}$	Pepino
Ivan	$\frac{1}{4}$	Rúcula
José	$\frac{1}{8}$	Brócolis

Represente a parte da horta que cada um plantou em um retângulo de papel e combine as partes de modo a determinar qual parte da horta foi plantada com:

a) Alface e rúcula

b) Cenoura e brócolis

c) Cenoura e pepino

d) Beterraba e pepino

e) Alface e beterraba

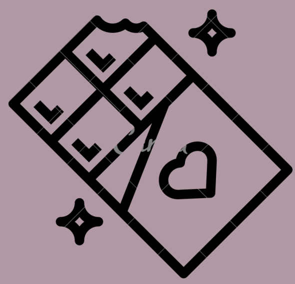
f) Alface, cenoura e pepino

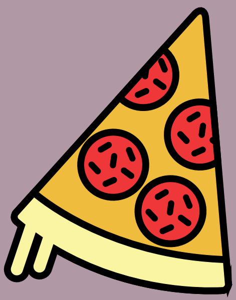
g) Quais verduras/legumes poderiam ser plantadas de modo que apenas a metade do terreno fosse ocupado?

h) Juntando o plantio de todas essas verduras e legumes que fração do terreno é plantado?

2. A mãe de Eduarda fez uma cuca. Logo que ficou pronta Eduarda comeu 1/8 da cuca, no café da tarde novamente comeu 1/8 da cuca e no café da manhã do dia seguinte comeu 1/8 e levou 2/8 de lanche para a escola. Qual fração da cuca ela ainda pode comer?

3. Elias levou uma barra de chocolate para a escola. Ele comeu 3/4 dessa barra e seu amigo comeu o restante. Qual a fração dessa barra de chocolate que seu amigo comeu?





4. Alice comprou 2 pizzas para ela e as amigas comerem na festa do pijama. Antes de as amigas chegarem ela estava com fome e comeu 3/8 de uma pizza. Quanta das pizzas ainda há para a festa?

5. Maike estava apostando uma corrida com um amigo, ela começou correndo 3/8 do percurso, depois caminhou 1/4 do percurso e terminou com corrida o restante do percurso. Qual a fração do percurso que Maike correu?

6. Maisa e Eliseu colheram morangos de uma horta e os dividiram igualmente. Dos morangos que ficaram com Maisa 3/4 estavam maduros e dos que ficaram com Eliseu 7/8 estão maduros. Quem teve mais morangos maduros? Quanto a mais?

7. Estime se o resultado das operações seguintes está próximo de zero, de 1/2, de 1 ou de 2:

a) $\frac{12}{13}+\frac{7}{8}$

b) $\frac{7}{8}+\frac{1}{10}$

c) $\frac{11}{12}-\frac{2}{5}$

d) $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$

e) $\frac{1}{5}+\frac{2}{6}$

8. Simule as situações a seguir, usando copos e água, e defina números para preencher os espaços em branco para que as afirmações sejam verdadeiras.

Adaptado de Van de Walle et al., 2016

$$\frac{\square}{4} + \frac{3}{\square} \approx \frac{1}{2}$$

$$\frac{\square}{2} - \frac{2}{\square} > 2$$

$$\frac{3}{\square} + \frac{\square}{4} \leq \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\square} - \frac{\square}{2} \approx 1$$

$$\frac{\square}{6} + \frac{\square}{8} = 1$$

$$\frac{\square}{5} - \frac{\square}{3} = 1$$

$$\frac{9}{\square} + \frac{\square}{8} = 1$$

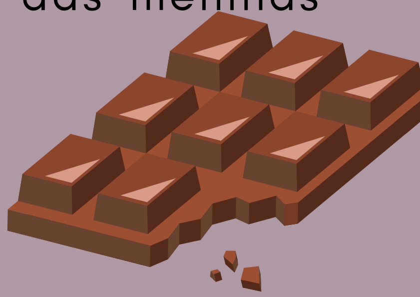
$$\frac{\square}{6} + \frac{5}{\square} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\square} - \frac{5}{\square} = 2$$

$$\frac{\square}{7} - \frac{5}{\square} = \frac{1}{2}$$

9. Ester comeu 3/4 de uma barra de chocolate e guardou o restante na geladeira. Sua irmã comeu 1/6 da barra de chocolate. A mãe das meninas comeu o restante.

a) Qual parte da barra de chocolate a mãe das meninas comeu?



b) Quem comeu a maior parte do chocolate?

c) E quem comeu a menor parte?

10. Bryan e sua família foram passear. Inicialmente percorreram 5/8 da viagem e pararam para tomar um café. Depois percorreram 1/3 da viagem e pararam para pedir informação sobre o restante do caminho. Qual fração da viagem ainda devem percorrer?

11. Henrique tem 7/10 do total de figurinhas para completar um álbum. Sabendo que quando compra figurinhas diversas acabam vindo repetidas, ele comprou o equivalente a 1/4 do total de figurinhas do álbum. Sabendo que ele conseguiu completar o álbum, qual a fração do total de figurinhas do álbum é repetida?

12. Ermelinda resolveu no quadro:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$$

O amigo de Ermelinda, Romuildo, disse que a solução estava errada.

Explique qual o erro de Ermelinda, porque motivo está errado e resolva corretamente.

Considerações didáticas

- O que se espera que o estudante tenha compreendido:

Inicialmente os problemas tem o intuito de desenvolver compreensão da equivalência de frações, estabelecendo métodos para gerar e reconhecer frações equivalentes, decompondo frações (em uma soma de frações com o mesmo denominador) e usando o significado de frações. E depois, seguindo com desenvolver do entendimento de procedimentos para a adição e subtração de frações com denominadores diferentes, utilizando frações equivalentes e fazendo estimativas razoáveis para avaliar os resultados.

- Formalização:

O professor pode retomar com os estudantes ao final do processo, estratégias de procedimento de adição ou subtração que foram desenvolvidas por eles na resolução dos problemas, com o intuito de generalizar o conceito e o processo dessas operações.

Lembre-se de fornecer materiais manipulativos diversos. No problema 8 forneça **copos de plástico e água**

Olá viajante!

Como foi sua viagem? Aprendeu muito? O que mais lhe chamou atenção? O que você pode nos contar sobre frações?

Você está sendo desafiado a criar um passaporte contando como foi sua experiência nessa viagem.

Abuse na criatividade e nos detalhes, conte-nos tudo!

CONSIDERAÇÕES AO LEITOR

Caro leitor, as atividades, aqui, foram desenvolvidas para ensinar por compreensão, o que requer um esforço ativo, não uma atitude passiva de transmissão de informações, desse modo o estudante passa a ser o centro das atividades, argumentando, justificando, questionando suas ideias e as dos colegas. Portanto, a Resolução de Problemas pode propiciar que os estudantes desenvolvam compreensão matemática, buscando e questionando soluções pelos seus próprios caminhos, permitindo que se torne um sujeito problematizador de sua aprendizagem.

Com isso, não esqueça de permitir que os estudantes façam conexões entre as ideias novas e já existentes, fazendo com que eles ativem e procurem essas relações, avaliando os caminhos que dão certo ou não, verificando as soluções dos colegas, fazendo, assim, matemática. Ou seja, permita que seu estudante aprenda matemática resolvendo problemas.

O professor(a) será o guia dessa viagem e os estudantes co-construtores desse conhecimento, e tenham a certeza de que os estudantes vão amar essa viagem de descobertas, pois quando há aprendizagem com significado, os estudantes começam a acreditar que eles podem fazer Matemática e compreendê-la.

Acredite, quando começar a ensinar por meio da Resolução de Problemas, não vai querer mais ensinar de outra forma!

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. VIEIRA, G. **Do ensino através da resolução de problemas abertos às investigações matemáticas:** possibilidades para a aprendizagem. Quadrante, v. XXV, N° 1, 2016.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? *In*: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa *et al*. (Org.). **Resolução de Problemas**: Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

EMPSON, S. B. Organizando Diversidade no Pensamento de Fração Inicial. Em LITWILLER, B.; BRIGHT, G. (Eds.), Making **Sense of Fractions, Ratios and Proportions**, Yearbook, NCTM, 2002, p. 29-40.

MACK, N. K. **Confounding whole-number and fraction concepts when building on informal knowledge**. Journal for Research in Mathematics Education, v. 26, p. 422-441, 1995.

SMITH, J. P. The Development of Students' Knowledge of Fractions and Ratios. In: LITWILLER, B.; BRIGHT, G. (org). **Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions**. Yearbook (National Council of Teachers of Mathematics), 2002. p. 3-17

SIEGLER, R. et al. **Developing Effective Fractions Instruction for Kindergarten Through 8th Grade**. Washington, DC: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, 2010. Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. Tradução: Paulo Henrique Colonese.

VAN DE WALLE, J. A; BAY-WILLIAMS, J. M; KARP, K. S., LOVIN, L. **Teaching Student-Centered Mathematics:** Developmentally Appropriate Instruction for Grades 6–8. 2 ed. Pearson, 2014. p. 104-142. 3 v.

As imagens utilizadas neste Produto Educacional são de domínio público do site Pixabay (https://pixabay.com/pt/) e, também, do Canva (https:// www.canva.com/). Algumas imagens utilizadas do Canva não são gratuitas e o arquivo foi baixado em modo de impressão, sendo que nessas imagens aparece a marca d’água do produtor.