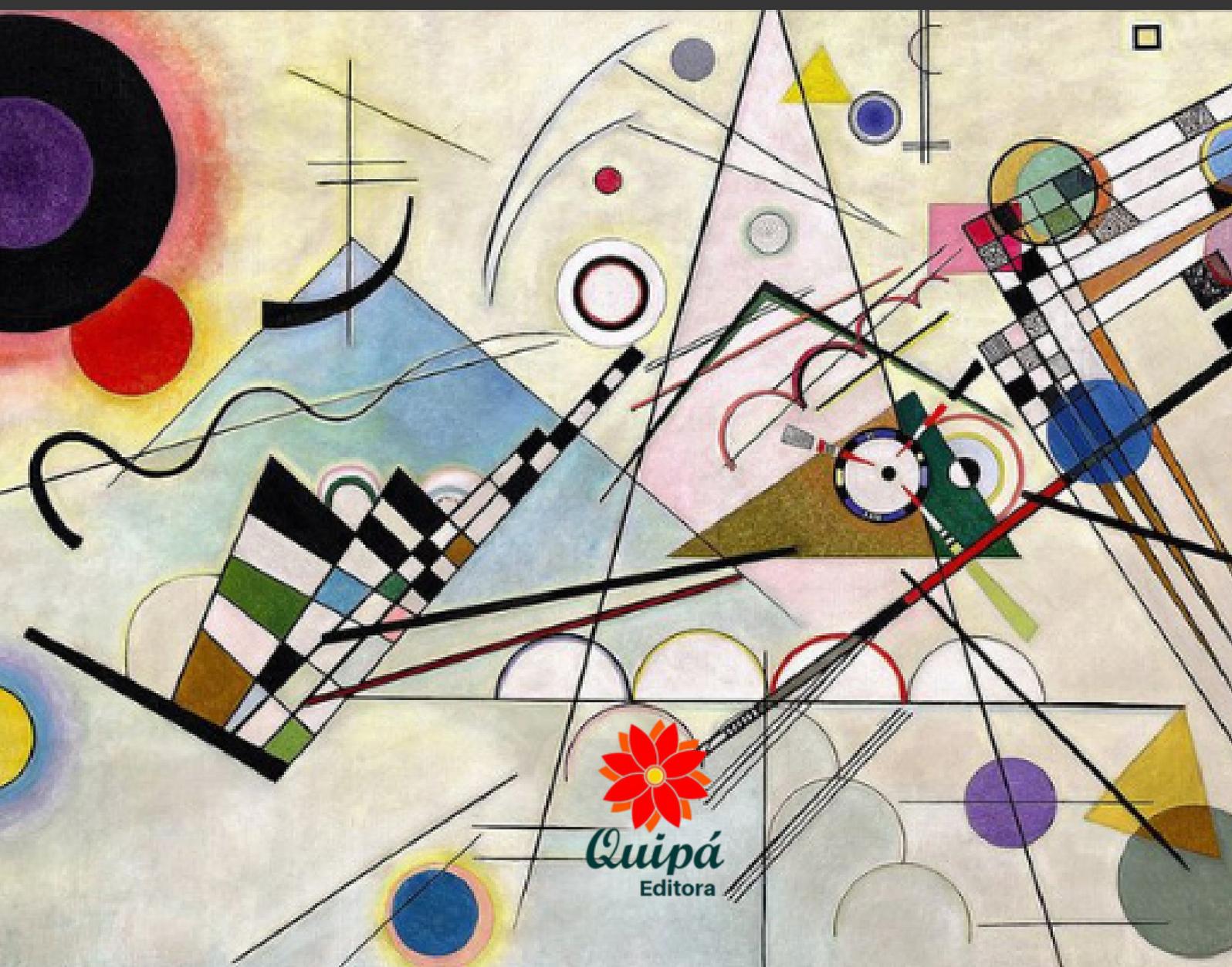


# Pensamentos numérico e geométrico: um estudo de caso nos anos finais do ensino fundamental

*Francisco Cleuton de Araújo*  
*Jonathan Haryson Araújo Aguiar*



**PENSAMENTOS NUMÉRICO E GEOMÉTRICO: UM ESTUDO DE CASO  
NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**



**FRANCISCO CLEUTON DE ARAÚJO  
JONATHAN HARYSON ARAÚJO AGUIAR**

**PENSAMENTOS NUMÉRICO E GEOMÉTRICO: UM ESTUDO DE CASO  
NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**1ª Edição**

**QUIPÁ EDITORA  
2021**

© 2021 por Francisco Cleuton de Araújo e Jonathan Haryson Araújo Aguiar.  
Todos os direitos reservados.

O conteúdo deste livro, bem como seus dados, forma, correção e confiabilidade são de exclusiva responsabilidade dos autores, que permitem o download, assim como o compartilhamento, mas sem a possibilidade de promover alterações, de nenhuma forma, ou, ainda, a utilização do conteúdo para fins comerciais. Devem ser atribuídos os devidos créditos autorais.

### **Conselho Editorial:**

*Me. Adriano Monteiro de Oliveira, Quipá Editora, Editor-chefe.*

*Dra. Anny Kariny Feitosa, Instituto Federal do Ceará, campus Iguatu / Dra. Francione Charapa Alves, Universidade Federal do Cariri / Me. Francisco Odécio Sales, Instituto Federal do Ceará, campus Crateús / Me. Marília Maia Moreira, Secretaria Municipal de Educação de Fortaleza / Dra. Mônica Maria Siqueira Damasceno, Instituto Federal do Ceará, campus Juazeiro do Norte*

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

A663p Araújo, Francisco Cleuton de  
Pensamentos numérico e geométrico : um estudo de caso nos anos finais do ensino fundamental / Francisco Cleuton de Araújo e Jonathan Haryson Araújo Aguiar. — Iguatu, CE : Quipá Editora, 2021.

56 p. : il.

ISBN 978-65-89973-07-2  
DOI 10.36599/qped-ed1.077

1. Matemática – Ensino. I. Aguiar, Jonathan Haryson Araújo. II. Título.

CDD 510.07

---

Elaborada por Rosana de Vasconcelos Sousa — CRB-3/1409

Esta obra foi publicada pela Quipá Editora em agosto de 2021.

[www.quipaeditora.com.br](http://www.quipaeditora.com.br) / @quipaeditora

## APRESENTAÇÃO

Este trabalho relata um estudo de caso realizado em turmas dos anos finais do Ensino Fundamental, na Escola Municipal Professora Vicentina Campos, em Fortaleza - Ceará. Os objetivos foram: analisar a utilização de material didático de apoio no ensino de Matemática; comparar o desempenho de estudantes submetidos ao ensino de Matemática com uso do material de apoio como recurso didático, com o desempenho de estudantes submetidos ao ensino tradicional. Foram utilizadas como fonte de coleta de dados os resultados em uma prova escrita e nossa observação participante. Os resultados mostraram que o uso do material didático de apoio, juntamente com uma metodologia que favorece a construção de relações significativas, contribuiu com aspectos positivos no ensino, além de proporcionar um melhor desempenho da turma que utilizou o material.

A presente obra é fruto de um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) no âmbito da pós-graduação em Matemática, na Universidade Federal do Ceará (UFC). No percurso de elaboração desse trabalho, apresentamos alguns dos resultados parciais da pesquisa que realizamos no V Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino em Ciências (CONAPESC 2020). Ademais, parte desta pesquisa também foi publicada na forma de artigo científico (RSD 2021).

Esperamos que as reflexões aqui expostas possam contribuir positivamente com o ensino de Matemática.

## SUMÁRIO

<b>CONSIDERAÇÕES INICIAIS</b>	6
<b>CAPÍTULO 1</b>	9
ENSINO DE MATEMÁTICA À LUZ DA HISTÓRIA DA HUMANIDADE: UMA BREVE REFLEXÃO	
1.1 Os números numa perspectiva histórica	12
1.2 Apontamentos sobre a história da geometria	16
<b>CAPÍTULO 2</b>	21
MATEMÁTICA: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FILOSÓFICAS	
<b>CAPÍTULO 3</b>	24
MEDIAÇÃO E REPRODUÇÃO DE CONHECIMENTOS: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES CRÍTICAS	
<b>CAPÍTULO 4</b>	27
ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE CURRÍCULO	
<b>CAPÍTULO 5</b>	32
PENSAMENTO NUMÉRICO	
<b>CAPÍTULO 6</b>	36
RACIOCÍNIO GEOMÉTRICO	
<b>CAPÍTULO 7</b>	39
METODOLOGIA	
7.1 Descrição dos materiais utilizados	41
7.2 Descrição das aplicações	44
<b>CAPÍTULO 8</b>	46
ANÁLISE DOS DADOS	
8.1 Relatório das aplicações	48
<b>CONCLUSÃO</b>	50
<b>REFERÊNCIAS</b>	52
<b>SOBRE OS AUTORES</b>	55
<b>ÍNDICE REMISSIVO</b>	56

## CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Freqüentemente a Matemática ainda é encarada como uma espécie de vilã para grande parte dos estudantes. Assuntos deslocados da realidade do educando, exagero de abstrações e fórmulas prontas, assim como metodologias que tendem a não potencializar a atuação do aluno podem acabar contribuindo para que esta visão negativa continue se aprofundando na sociedade.

Refletindo sobre esta aversão generalizada e a lacuna que existe no desenvolvimento do pensamento numérico e geométrico, consideramos de fundamental importância discutir de forma mais profunda sobre tais problemáticas e procurar meios que possam transformar o ensino-aprendizagem de matemática de maneira positiva, mesmo que dentro de parâmetros que envolvem um estudo de caso.

Nesta investigação, almejamos observar os possíveis efeitos da aplicação, em sala de aula do Ensino Básico, de um conjunto que inclui material de apoio ao ensino de matemática e metodologias alternativas na prática docente. O material didático de apoio (módulos) que utilizamos em nossa pesquisa foi oferecido a partir de um curso de pós-graduação em Matemática, a nível de especialização, produto de uma parceria entre a Secretaria Municipal de Educação de Fortaleza (SME), o Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará (UFC) e a Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FUNCAP).

O material didático que utilizamos nesta pesquisa abrange duas importantes áreas da Matemática: Números e Geometria. E no intuito de nortear e fundamentar nossa prática de ensino, analisamos o que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) dizem sobre estas duas áreas.

Para além disso, introduzimos nesta pesquisa temas que são amplamente discutidos na educação matemática atualmente. Nos propomos a refletir sobre a relevância da história da matemática como ferramenta auxiliar ao ensino, a contribuição da filosofia e como o currículo escolar pode ser analisado a partir de distintas abordagens teóricas.

Acreditamos que para além de reproduzir concepções teóricas, muitas vezes transmitidas de maneira abstrata, o ensino de conteúdos matemáticos precisa oportunizar aprendizagens significativas, que sejam importantes à formação intelectual do sujeito. Desta forma, nosso comprometimento com a melhoria do ensino-aprendizagem de matemática nos leva a incentivar práticas didáticas que façam sentido para os estudantes, fazendo, sempre que possível, a ligação entre a sala de aula e o cotidiano de nosso aluno. Também consideramos que para que isso ocorra de verdade é essencial que o educador saiba articular conteúdos de ensino e os conhecimentos prévios

dos estudantes. Isto é, saber estimular o indivíduo a construir criticamente o pensamento matemático, operando relações entre novos e antigos saberes.

É fundamental que o professor tenha a devida medida de interação com os alunos, que permita conhecer as dificuldades, os pontos fortes e fracos. Para daí atuar precisamente de acordo com nível de conhecimento que o aluno já possui e onde se pretende chegar, não subestimando o potencial do indivíduo.

Tendo em vista a superação de práticas tradicionais, agimos de maneira a propiciar um ambiente motivador, atraente e de intensa troca experiências e saberes, possibilitando, deste modo, a inserção de temas matemáticos e fundamentos lógicos de forma qualificada.

Isto posto, pontuando ainda a importância dos aspectos metodológicos que envolvem o ofício da docência, esta investigação tem como objetivos: 1) analisar a utilização de material didático de apoio no ensino de matemática; 2) comparar o desempenho de estudantes submetidos ao ensino de matemática com uso do material de apoio como recurso didático, com o desempenho de estudantes submetidos ao ensino de matemática baseado apenas nos materiais tradicionais.

O processo de pesquisa se deu em uma escola pública da rede municipal de Fortaleza - Ceará, envolvendo duas turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, perfazendo um total de 65 alunos. E como fonte de dados, recorreremos a um teste escrito e a nossa observação participante em sala de aula no percurso das aplicações dos módulos.

Nas considerações iniciais, apresentamos um memorial deste autor, desde o ensino básico até o ensino superior. No primeiro capítulo, discorremos sobre aspectos históricos que envolvem a Matemática como criação humana e acerca de tópicos que envolvem os primórdios da história dos números e da geometria. O segundo capítulo levanta uma discussão sobre o ensino como mediação e reprodução de conhecimentos, no âmbito do ensino de matemática. O terceiro capítulo traz uma breve discussão em torno do ensino de matemática e a questão filosófica. O quarto capítulo aborda algumas reflexões gerais acerca do tema currículo escolar. O quinto capítulo discute o pensamento numérico à luz da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's). No sexto capítulo, tratamos sobre o raciocínio geométrico também sob à ótica dos PCN's e BNCC. O sétimo capítulo trata sobre os aspectos metodológicos deste trabalho de pesquisa. No oitavo capítulo, realizamos uma análise dos dados obtidos. E ao fim, trazemos nossas conclusões.

Em nossa docência, cabe também destacar o treinamento olímpico realizado com as turmas dos anos finais do Ensino Fundamental voltado para Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

Esperamos que as reflexões aqui apresentadas possam contribuir com elementos que dinamizem o ensino-aprendizagem de Matemática.

## CAPÍTULO 1

### ENSINO DE MATEMÁTICA À LUZ DA HISTÓRIA DA HUMANIDADE: UMA BREVE REFLEXÃO

A Matemática é uma criação humana, assim como as demais ciências e as artes. Deste modo, na promoção de uma educação que almeja o desenvolvimento pleno do indivíduo, a convivência com a Matemática e seu percurso na história deve ser assegurada. A Matemática é parte importante do repertório cultural e científico da humanidade. Apropriar-se deste repertório cultural é, portanto, uma maneira do ser humano se realizar, potencializando suas capacidades como homem (FOSSA, 2020).

Uma consequência lógica desta compreensão é que a escola terá um papel social e cultural significativo na potencialização desta apropriação. O professor deve estimular estratégias que favoreçam o desenvolvimento do pensamento matemático. O educando deve deter habilidades matemáticas elementares, sabendo interagir apropriadamente com essa importante herança cultural.

D'Ambrosio (2009, p. 7) ver a “matemática como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural”.

Desta maneira, a Matemática pode ser encarada como parte do esforço da humanidade em aprimorar sua relação com a natureza e seu convívio em sociedade. Esta ciência é parte de um sistema racional altamente eficaz para se compreender e atuar na realidade concreta. E, ao longo do tempo, a educação tem sido um meio para a transmissão do saber matemático.

Contraditoriamente, essa herança cultural matemática tem sido continuamente negligenciada. Ao ponto de se tornar parte do senso comum dizer que o pensamento matemático é algo restrito a um pequeno número de indivíduos geniais. Este alheamento atua no sentido oposto ao pleno desenvolvimento do ser humano.

Apesar desta nítida importância,

É muito difícil motivar com fatos e situações do mundo atual uma ciência que foi criada e desenvolvida em outros tempos em virtude dos problemas de então, de uma realidade, de percepções, necessidades e urgências que nos são estranhas. Do ponto de vista de motivação contextualizada, a matemática que se ensina hoje nas escolas é morta. Poderia ser tratada como um fato histórico (D'AMBROSIO, 2009, p. 31).

A situação que o ensino de matemática enfrenta é bastante problemática. É perceptível o enorme desinteresse de crianças e jovens pelo conhecimento matemático. Indubitavelmente, um dos fatores que influenciam nessa falta de interesse é a maneira como se ensina matemática. Existe um hiato entre a herança matemática e o estudante, que necessita ser reparado.

Um problema de tal envergadura, com diversas variáveis, não admitirá uma solução trivial. Porém, é parte de nosso dever tentar esboçar uma contribuição no intuito de superar tais desafios.

Defendendo uma Matemática que se ligue a situações mais imediatas, como forma de reverter tais problemas, D'Ambrosio (2009, p. 32) revela que “o grande desafio é desenvolver um programa dinâmico, apresentando a ciência de hoje relacionadas a problemas de hoje e ao interesse dos alunos”.

Descobrir quais os interesses dos educandos e saber articular os componentes curriculares com estes anseios é condição *sine que non* para reparar parte da problemática. Por exemplo, muitos alunos gostam de utilizar as redes sociais e, sabendo disso, o professor pode se utilizar de tais recursos como forma de aproximação e motivação. Assim, o amplo interesse pelas novas tecnologias não deve estar dissociado do conhecimento matemático.

Muitos estudantes revelam que a aversão à Matemática reside no fato de que os assuntos estudados são demasiadamente abstratos e não servirão para nada em suas vidas.

Refletindo sobre a problemática do ensino de matemática, Roque (2012) considera que:

Um dos fatores que contribuem para que a matemática seja considerada abstrata reside na forma como a disciplina é ensinada, fazendo-se uso, muitas vezes, da mesma ordem de exposição presente nos textos matemáticos. Ou seja, em vez de partimos do modo como um conceito matemático foi desenvolvido, mostrando as perguntas às quais ele responde, tomamos este conceito como algo pronto (ROQUE, 2012, p. 19).

O aluno precisa enxergar certo sentido naquilo que lhe é apresentado. Ao invés de partir da aplicação de uma fórmula, por exemplo, o educador pode mostrar as razões pelas quais tal aparato teórico foi desenvolvido, o que ele pretende dar conta.

Alguns livros, de maneira acertada, já trazem uma situação motivadora na introdução a cada tópico a ser estudado. Inserir e relacionar os conteúdos matemáticos a contextos compreensíveis é uma forma importante de dar significado a determinados conceitos abstratos.

Argumentando que a Matemática também tem uma essência abstrata e que o raciocínio lógico também é uma forma de pensamento abstrato, pontua-se a necessidade de aplicação prática dos conhecimentos matemáticos e a busca pela compreensão dos conteúdos desta disciplina através de relações com coisas que lhes concedam um sentido mais “concreto” (ROQUE, 2012).

Em medida oposta ao exagero de abstrações, pensamos que o educador precisa buscar, sempre que possível, relacionar conteúdos matemáticos à vida cotidiana do aluno. Ao aproximar conteúdos fundamentalmente abstratos da realidade do educando, espera-se obter um maior grau de interesse por conteúdos matemáticos.

Dar dinamismo aos assuntos trabalhados em sala de aula, no intuito de localizar tais conteúdos dentro de um contexto maior, que opera problemas atuais, é fundamental para se estabelecer um maior envolvimento dos estudantes no processo de construção da aprendizagem.

Mesmo em assuntos considerados mais abstratos, o educador precisa saber interligar conteúdos de ensino a um conjunto acessível de conexões lógicas que tenham significado para o estudante. Ou seja, conceder aos objetos estudados uma dimensão um pouco mais concreta.

Neste sentido, também entendemos que “uma percepção da história da matemática é essencial em qualquer discussão sobre a matemática e o seu ensino” (D’AMBROSIO, 2009, p. 29).

A partir desta compreensão, julgamos que a história da matemática deve se fazer presente em nossas salas de aula de maneira habitual. O uso dessa poderosa ferramenta teórica pode inclusive reduzir a distância entre a abstração matemática e o cotidiano do educando.

Por sua vez, o educador também deve se munir desse arsenal histórico. Compreender o ensino e a matemática dentro de uma dimensão histórica dará ao sujeito uma melhor fundamentação para intervir na realidade escolar.

Para Carvalho (2019, p. 101),

Um aspecto do uso bem praticado da história da matemática no ensino é sua oportunidade, nestes tempos em que o obscurantismo ganha força em muitos países: mostrar que várias culturas, independentemente de religião e etnia, ao longo de muitos séculos, desenvolveram práticas matemáticas para resolver problemas com que se defrontaram no dia a dia, na administração, em várias profissões e até mesmo, em alguns casos, como pura especulação intelectual, descomprometida de aplicações.

Desta maneira, pensamos que a história da matemática também contribui como elemento dinamizador na educação científica em geral e no ensino de matemática em particular. Estimular a compreensão dos fundamentos da ciência e do método científico é dever urgente em uma sociedade que simplesmente despreza o conhecimento científico.

Com isso, também queremos manifestar que não se trata de formarmos historiadores da matemática, o que se propõe, na verdade, é utilizar de forma apropriada tal ferramenta no sentido de promover melhoria na compreensão de conteúdos matemáticos, ampliando o horizonte cultural e mostrando, ao mesmo tempo, que a matemática não nasce pronta. Tratando-se de uma construção coletiva que envolve diversos grupos culturais ao longo dos séculos (CARVALHO, 2019).

A sala de aula pode ser um espaço para construção do conhecimento matemático que vai muito além da aplicação de fórmulas prontas e acabadas, ampliar o repertório cultural e científico de nossos alunos deve estar no centro de nossas preocupações.

Esta investigação se insere dentro de um cenário que busca elementos que possam contribuir para que o aluno consiga, verdadeiramente, realizar toda sua potencialidade no campo da aprendizagem matemática.

Passemos, então, a um breve relato de tópicos da história dos números e da geometria. Vale ressaltar que não temos a pretensão de construir um estudo histórico que esgote tais temas. Na verdade, nosso uso da ferramenta histórica tem como objetivos: mostrar a matemática como construção humana; motivar o ensino-aprendizagem de matemática em nossas salas de aula; e mostrar alguns aspectos que ilustram os primórdios do pensamento numérico e raciocínio geométrico.

### **1. 1 Os números numa perspectiva histórica**

O conceito de número e o processo de contagem surgiram antes dos registros históricos que se tem, mas evidências arqueológicas apontam que o ser humano já era capaz de contar há 50 mil anos. Admite-se que o senso numérico estava presente no homem desde as épocas mais primitivas, sabiam reconhecer mais e menos em pequenas coleções de objetos. É provável que a forma mais antiga de se contar se ligue a algum tipo simples de correspondência biunívoca. Ranhuras em barro ou rocha, entalhes em madeira ou mesmo nós em cordas estão entre as primeiras formas que a humanidade encontrou para registrar contagens. Posteriormente surgiram expressões verbais para registrar o número de objetos. E, tempos depois, com o desenvolvimento da escrita, surgiram os primeiros símbolos para registrar números (EVES, 2011).

Ao tomarmos a história dos números através das evidências encontradas até hoje, no contexto do nascimento da escrita, os registros arqueológicos apontam para a Mesopotâmia, região onde atualmente se localiza o Iraque, há cerca de 6 000 anos.

Para Roque (2012, p. 25),

O surgimento da escrita e da matemática nessa região estão intimamente relacionados. As primeiras formas de escrita decorreram da necessidade de registrar quantidades, não apenas de rebanhos, mas também de insumos relacionados à sobrevivência e, sobretudo, à organização da sociedade.

Ressalta-se, portanto, o aspecto prático da Matemática nesta origem, auxiliando no cotidiano a tomada das melhores decisões.

Para além das simples marcações (traços) na argila ou areia, os métodos de contagem dos babilônios possuíam impressionante grau de sofisticação, como podemos observar no tablete a seguir.

Figura 1 – Tablete de Uruk, com cinco símbolos numéricos



Fonte: [https://www.britishmuseum.org/collection/object/W\\_1989-0130-3](https://www.britishmuseum.org/collection/object/W_1989-0130-3)

Os primeiros números inventados não representavam valores abstratos, mas marcas impressas que indicavam medidas de grãos. Posteriormente, os sinais que representavam quantidades começaram a ser acompanhados por ideogramas, que se relacionavam com os objetos contados. Isso foi um passo importante rumo à abstração, já que os registros de quantidades poderiam servir para objetos de diversas naturezas. Cabe ainda ressaltar que a vida econômica desses povos era ativa e tinham que lidar com inúmeros tipos de objetos (ROQUE, 2012).

Ao passo que a humanidade aprimora suas ferramentas de contagem, consolida-se o número como ente abstrato. Entendendo-se os aspectos históricos como um processo complexo, não linear e progressista.

Os sistemas de numeração variavam de acordo com cada situação, sendo possível utilizar sinais idênticos em relações numéricas distintas. Desta forma, os símbolos não representavam valores absolutos, variavam de acordo com o que se queria contar. Analisando a matemática mesopotâmica, pode-se afirmar que o sistema de numeração evolui de uma fase na qual se utilizava o contador impresso diversas vezes até um momento mais econômico, onde a impressão de tal contador diminui na sua forma e tamanho. Também já é possível observar a essência do sistema

posicional, onde um mesmo símbolo pode representar distintos números, dependendo da posição em que ocupa (ROQUE, 2012).

Outra civilização em que há registros importantes desses primórdios é o antigo Egito. Por sorte, diversos papiros matemáticos se preservaram ao longo do tempo, servindo-se de fonte primária para diversos estudos e pesquisas. Mas, cabe observar que a matemática do antigo Egito nunca atingiu o mesmo patamar que a babilônica. Possivelmente devido ao fato do desenvolvimento econômico ser mais evoluído nessa segunda civilização.

No antigo Egito, a matemática começa a se desenvolver a partir de atividades administrativas. O ato de quantificar e registrar bens conduziu ao desenvolvimento de um sistema de medidas, que foi sendo empregado e aperfeiçoado por escribas. Os papiros de cunho matemático traziam situações pedagógicas, com problemas e soluções, com intuito de formar os mais jovens no enfrentamento de situações similares, provindas das atividades de administração de coletas e distribuição de insumos (ROQUE, 2012).

Desse período, podemos destacar documentos importantes como, por exemplo, o Papiro de Rhind ou de Ahmes, assim como os papiros Kahun, de Berlim e de Moscou.

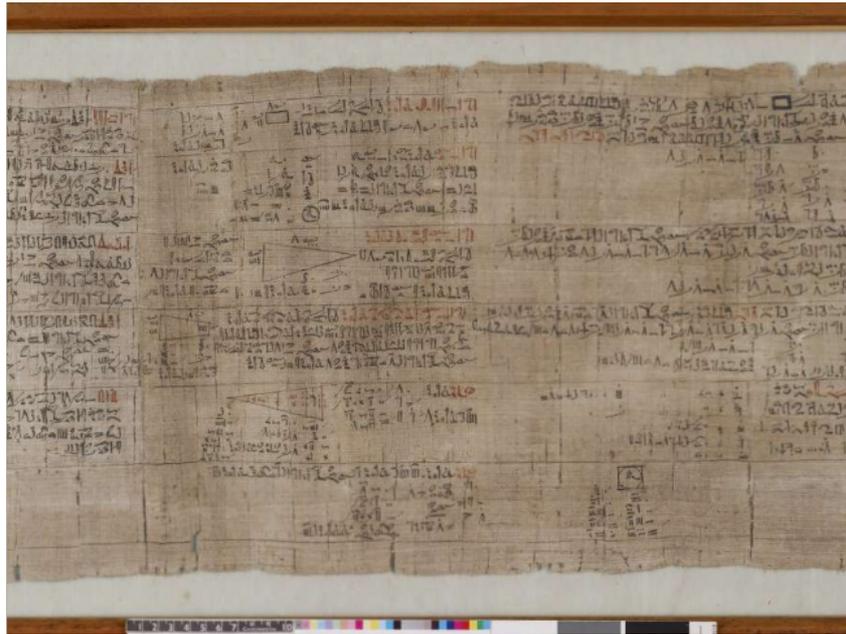
De acordo com Roque (2012, p. 59),

O sistema decimal egípcio já estava desenvolvido por volta do ano 3000 a. E.C., ou seja, antes da unificação do Egito sob o regime dos faraós. O número 1 era representado por uma barra vertical, e os números consecutivos de 2 a 9 eram obtidos pela soma de um número correspondente de barras. Em seguida, os números eram múltiplos de 10, por essa razão, diz-se que tal sistema é decimal. O número 10 é uma alça; 100, uma espiral; 1 mil, a flor de lótus; 10 mil, um dedo; 100 mil, um sapo; e 1 milhão, um deus com as mãos levantadas.

Importante ressaltar que com esse sistema sofisticado os egípcios podiam representar praticamente quaisquer números, incluindo números muito grandes.

Com oitenta e cinco problemas matemáticos, o Papiro de Rhind pode ser considerado uma espécie de livro matemático da época. O texto inclui frações, multiplicações, divisões, a chamada regra da falsa posição, áreas, volumes, além de problemas de ordem prática.

Figura 2 – O papiro matemático Rhind (fragmento)



Fonte: [https://www.britishmuseum.org/collection/object/Y\\_EA10057](https://www.britishmuseum.org/collection/object/Y_EA10057)

Os papiros de Rhind e Moscou são considerados as principais fontes desse período. Este último possui vinte e cinco problemas, praticamente todos tratando de situações da vida prática.

Outro aspecto que iremos discorrer aqui é sobre o sistema de numeração maia. A civilização maia desenvolveu-se na América Central, há cerca de 3 mil anos, abrangendo regiões localizadas no México, Guatemala, Honduras, Belize e El Salvador. Tem contribuições sofisticadas em diversas áreas, tais como: matemática, arquitetura, engenharia, arte, astronomia, dentre outras.

O sistema de numeração maia é vigesimal, ou seja, tem base vinte. Outro aspecto curioso é que o zero, mais precisamente o símbolo equivalente a ele, era utilizado de forma consistente (EVES, 2011).

Em seu calendário, na representação entre intervalos de tempo, os maias utilizavam numeração posicional, com base principal vinte e base auxiliar cinco. Aos moldes do povo babilônico, correspondendo ao uso das bases sessenta e dez, respectivamente (BOYER, 1974).

Por sua vez, o sistema indo-arábico recebe esse nome por causa do povo hindu, que o inventou, e devido ao povo árabe que o multiplicou pela Europa Ocidental. Os registros mais remotos do uso desse conjunto de símbolos foram realizados em colunas de pedras na Índia, em torno de 250 a.C. Posteriormente, por volta de 800 d. C., foram introduzidos os conceitos de valor posicional e um zero, através do matemático persa Al-Khowârizmî, que descreve o sistema hindu em um livro de 825 d.C. (EVES, 2011).

Leonardo Fibonacci, com sua obra *Liber Abaci* de 1202 d.C., consolida a simbologia indo-arábica e o sistema posicional por toda a Europa.

## 1. 2 Apontamentos sobre a história da geometria

Os babilônios relacionavam sua geometria com a mensuração. Conheciam regras gerais da área do retângulo, dos triângulos retângulos e isósceles e do trapézio. Assim como, o volume de um paralelepípedo reto-retângulo e de um prisma reto de base trapezoidal. Concebiam que o comprimento da circunferência era o triplo do diâmetro e sua área como um duodécimo da área de um quadrado de lado igual ao comprimento da circunferência considerada. Mas a principal característica da geometria babilônica é sua marca algébrica, utilizavam conceitos tidos como geométricos em problemas de álgebra. Tinham conhecimento de propriedades dos triângulos retângulos e do teorema de Pitágoras (EVES, 2011).

Por sua vez, diz-se que o desenvolvimento da geometria egípcia tem estreita relação com problemas de agrimensura, tendo em vista a produção de grãos às margens do rio Nilo. Os egípcios sabiam calcular áreas e volumes. Parte importante dos problemas contidos nos papiros de Rhind e Moscou podem ser considerados geométricos.

De acordo com Roque,

Os mesopotâmicos e egípcios realizavam cálculos com medidas de comprimentos, áreas e volumes, e alguns de seus procedimentos aritméticos devem ter sido obtidos por métodos geométricos, envolvendo transformações de áreas. Isso não quer dizer, contudo, que possuísem uma geometria (ROQUE, 2012, p. 78).

Para além dos debates historiográficos, vamos nos deter mais precisamente, nesse breve texto, à geometria grega.

Tales é a primeira figura a qual se associam inúmeras descobertas da matemática. Em geometria, pode-se citar: que o diâmetro realiza uma bissecção do círculo; que os ângulos da base de um triângulo isósceles são congruentes; que os ângulos opostos pelo vértice são congruentes; que dois triângulos, com dois ângulos e um lado congruentes, são iguais; que um ângulo inscrito em uma semicircunferência é reto (resultado conhecido pelos babilônios 1400 anos antes). Vale ressaltar que tais resultados não foram obtidos pela intuição ou experimentação, a grandeza está no fato de que foram obtidos a partir de raciocínios lógicos (EVES, 2011).

Um diferencial da geometria grega é justamente a utilização do método dedutivo, com definições, demonstrações e encadeamento lógico.

Mas um fato relevante que devemos mencionar é que tanto Tales, como Pitágoras, são figuras imprecisas na história da matemática, haja vista que nenhuma de suas obras resistiram ao tempo. O pouco que sabe foi inferido a partir da obra de outros personagens históricos.

Apesar dos pouquíssimos registros, aponta-se que a escola pitagórica possuía uma incrível crença na matemática e na filosofia. Seus membros estudavam com afinco estas duas áreas do conhecimento. Ademais, dizem que o lema da ordem era “tudo é número”. Evidenciando-se, desta forma, a profunda relação entre os pitagóricos e a matemática.

Tradicionalmente, atribui-se a Pitágoras de Samos o teorema envolvendo triângulos retângulos, onde o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. Entretanto, mais de mil anos antes de Pitágoras, os babilônios já conheciam tal teorema. Pode ser Pitágoras o autor da primeira demonstração geral. Existem inúmeras conjecturas sobre a referida demonstração, mas ao que parece se deu por decomposição de figuras geométricas (EVES, 2011).

O Plimpton 322 (Figura 3), tablete babilônico de 3700 anos, apresenta cerca de sessenta números que correspondem a “ternos pitagóricos”. Ou seja, números que satisfazem o famoso “teorema de Pitágoras”. Isso há cerca de mil anos antes do nascimento de Pitágoras. O tablete cuneiforme não se encontra em perfeitas condições de preservação, e também apresenta algumas poucas exceções numéricas, mesmo assim é possível afirmar, de forma robusta, que as “triplos pitagóricas” já eram de fato conhecidas nesse período.

Sabe-se, atualmente, que tal relação era conhecida por vários povos mais antigos que o povo grego e pode, inclusive, ter sido um conhecimento comum na época em que viveu Pitágoras (ROQUE, 2012).

Figura 3 – Plimpton 322



Fonte: <https://magazine.columbia.edu/article/babylon-revisited>

Desta forma, o famoso teorema de “Pitágoras” não parece ter sido estudado pelos pitagóricos em sua forma geométrica, relacionando lados do triângulo retângulo. Ao que parece, a descoberta dos incomensuráveis também creditada aos pitagóricos deve ter uma origem distinta. Essa descoberta foi fundamental para a separação entre geometria e aritmética, a primeira comportando as grandezas geométricas e a segunda os números. Tal separação vem a ser uma marca distintiva na geometria grega, pelo menos como foi disseminado por Euclides (ROQUE, 2012).

Por sua vez, também não se sabe muito sobre a vida de Euclides de Alexandria. Pode ser que tenha sido discípulo da Academia de Platão de Atenas. E que, a convite de Alexandre, O Grande, tenha chefiado a famosa escola (e museu) de Alexandria. Por volta de 300 a. C., escreveu *Os Elementos*, uma obra monumental que por dois milênios foi o livro didático de matemática mais difundido e utilizado em todo o mundo.

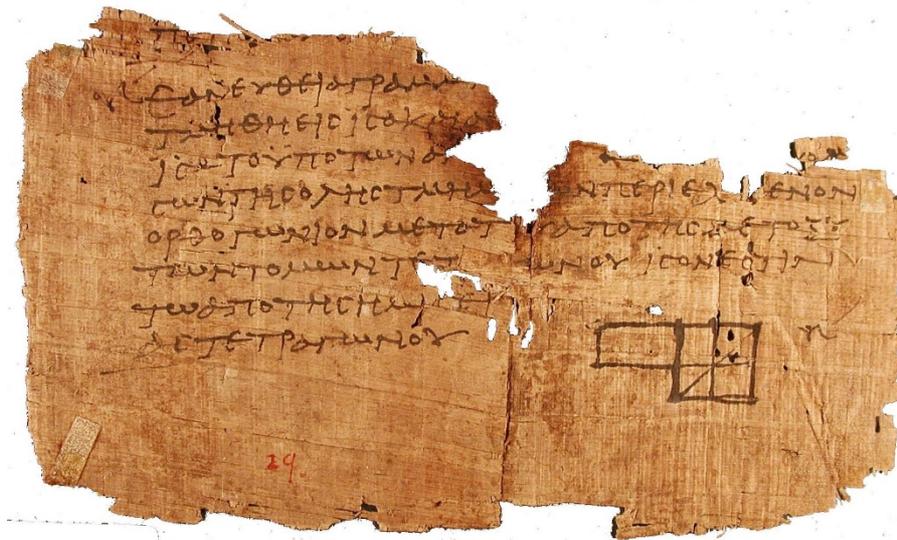
Euclides não escreveu apenas os *Elementos*, que se tornou praticamente sinônimo de seu nome. Ele publicou por volta de uma dúzia de tratados, contemplando distintos assuntos, tais como: óptica, astronomia, música, mecânica e secções cônicas. As obras que resistiram ao tempo estão entre os tratados mais antigos da Grécia, porém mais da metade do escreveu se perdeu, incluindo nisto uma de suas obras mais relevantes que versava sobre cônicas. Dentre os tratados que se perderam, estão *Lugares geométricos* e *Porismas* (que poderia conter uma aproximação com o que denominamos hoje de geometria analítica). Apenas cinco tratados de Euclides conseguiram resistir ao tempo: *Os Elementos*, *Os dados*, *Divisão de figuras*, *Os fenômenos* e *Óptica* (BOYER, 1974).

De acordo com Aaboe (2013, p. 53),

Os *Elementos* consistem em treze Livros, como são chamados, e a simples tradução do texto, sem comentários, formaria um grande volume impresso. Nestes treze livros, Euclides incorpora todo o conhecimento matemático acumulado em sua época, com algumas exceções notáveis, como as secções cônicas e a geometria esférica, e possivelmente algumas descobertas próprias. Seu grande feito é a apresentação do material sob uma bela forma sistemática e seu tratamento dele como um todo.

Portanto, os *Elementos* não é uma produção matemática exclusiva de Euclides, trata-se de uma espécie de livro texto que compila boa parte da elaboração matemática mais desenvolvida à época. Uma obra que resulta dos conhecimentos acumulados por distintos povos ao longo do tempo. Entretanto, destaca-se o tratamento rigoroso dado por Euclides à obra como elemento fundamental para sua vigência, sucesso e influência.

Figura 4 – Elementos de Euclides (fragmento)



Fonte: <https://www.math.ubc.ca/~cass/euclid/papyrus/papyrus.html>

O livro abrange uma série de assuntos matemáticos, tais como: construções elementares, congruência, áreas, teorema de Pitágoras, álgebra geométrica, círculos, teoria dos números, proporções, polígonos regulares, figuras semelhantes, geometria no espaço, volumes, sólidos geométricos, dentre outros. Outro aspecto fundamental é o modo como foi sistematizado, reunindo definições, postulados e demonstrações.

As construções geométricas são feitas com régua e compasso. Uma explicação para isso seria a necessidade de se ordenar e sistematizar a geometria, com intuito de estabelecer uma melhor arquitetura da matemática. No período em que Euclides viveu, o conjunto de saberes produzidos por inúmeros geômetras já era muito desenvolvido, por isso havia uma necessidade de ordenar todo esse conhecimento. Tal ordem previa uma certa gradação, em nível crescente de complexidade. Euclides se propôs sistematizar o que havia de matemática elementar, que se utilizava exclusivamente da régua e compasso (ROQUE, 2012).

A matemática da Grécia Antiga atinge seu ápice no período helenístico. Sem dúvida, um dos problemas mais complexos para os historiadores especializados é reconstruir o que aconteceu antes de Euclides. Fora um pequeno trabalho de Autolico, tratando sobre astronomia, não restou nenhuma obra matemática completa desta época (AABOE, 2013).

Em relação à divisão entre geometria e aritmética, no contexto da matemática grega, Saito nos fornece uma rica explicação.

Segundo Saito (2015, p. 38), “a geometria e a aritmética eram consideradas duas ciências distintas porque tinham dois objetos distintos de investigação”.

Deste modo, “a aritmética era comumente definida como a ciência dos números” (SAITO, 2015, p. 38). Enquanto “a geometria era a ciência das figuras e, geralmente designava o que hoje conhecemos como geometria plana” (SAITO, 2015, p. 39).

Posteriormente, ambas as áreas, assim como muitas outras, foram aglutinadas dentro de uma única ciência matemática.

Neste breve relato, buscamos sistematizar alguns tópicos importantes acerca dos números e da geometria em perspectiva histórica. Como já dissemos anteriormente, acreditamos que a história da matemática deve ter papel relevante no ensino-aprendizagem de matemática.

O capítulo a seguir oferece uma breve discussão em torno do ensino de matemática e a questão filosófica.

## CAPÍTULO 2

### MATEMÁTICA: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FILOSÓFICAS

Concordamos com a seguinte afirmação de D'Ambrosio (2012, p. 169): “História e filosofia da matemática não se separam e para entender a História da Matemática devemos refletir sobre a filosofia da matemática e a natureza do conhecimento matemático”.

Pensando neste caráter indissociável, esboçaremos, neste breve capítulo, alguns elementos que permeiam as discussões que envolvem o ensino de matemática e a filosofia a partir de uma perspectiva crítica.

Ao discorrer em torno da questão que envolve o fenômeno da vida e as estratégias de sobrevivência que permitiram a evolução das espécies, D'Ambrosio analisa que:

Na sua evolução, as espécies *homo* foram além da pulsão de sobrevivência, comum a todas as espécies vivas, e desenvolveram capacidades mentais sofisticadas que permitiram transcender a sobrevivência, procurando explicações para fatos e fenômenos naturais e, posteriormente, para fatos sociais e culturais (D'AMBROSIO, 2016, p. 22).

Assim, ao transcender a denominada pulsão de sobrevivência, nossa espécie desenvolveu dia após dia estratégias cada vez mais refinadas que buscam compreender os fenômenos da natureza, da sociedade e da cultura.

As ciências se incluem nestes meios investigativos sistematizados. A matemática, em particular, fundamenta boa parte das pesquisas científicas.

Porém, precisa-se observar que em relação as bases sólidas

Os matemáticos, eles próprios, aparentemente nunca duvidaram disso. Como toda comunidade científica, a dos matemáticos assenta suas práticas em pressupostos universalmente aceitos, em geral não questionados até que eventuais problemas obriguem-na a revê-los e de algum modo corrigi-los. Até que uma crise se instale, pressupõe-se tacitamente que as bases do edifício matemático sejam sólidas. Abre-se, assim, mão da certeza e da segurança absolutas para que o trabalho cotidiano não seja prejudicado, pois uma excessiva preocupação com os fundamentos pode ter efeito nocivo sobre a prática matemática, ainda mais se não se chega, como de hábito, a uma conclusão consensual sobre a melhor fundamentação (SILVA, 2007, p. 27).

Por sua vez, a filosofia não deve ser encarada como uma espécie de freio ao desenvolvimento científico. É o oposto disto. Crise na fundamentação abre um momento propício à reflexão filosófica.

Como forma de ponderar e avaliar criticamente as bases ditas fundamentais e todo desencadeamento que se origina de tais compreensões preliminares, o ser humano pode dispor do aparato filosófico.

Depreende-se, desta forma, a

filosofia como a reflexão ampla sobre ação: a razão de se estar agindo, a fundamentação dessa ação, os objetivos e consequências não imediatas da ação. Essa reflexão dos indivíduos é espontânea e intrínseca à vida, geralmente inconsciente e não explicitada. É fruto da evolução do indivíduo desde seu nascimento (D'AMBROSIO, 2016, p. 22).

Evidentemente, a matemática, assim como o seu ensino e a educação como um todo estarão em constante processo de crítica-reflexiva. Neste contexto, o comportamento questionador é muito bem-vindo, sendo parte importante da batalha pelo progresso científico e cultural.

Por muito tempo reservou-se o fazer matemático para os indivíduos geniais, que eram vistos como seres abençoados por entidade divina. Infelizmente, esse modo de enxergar a matemática (restrita a sujeitos praticamente infalíveis e brilhantes) acabou prevalecendo na sociedade (D'AMBROSIO, 2012).

A nosso ver, esta forma de conduzir o processo de se ensinar matemática fortaleceu uma concepção elitista de educação. Desta forma, a situação crítica em que se encontra o ensino de matemática tem forte entrelaçamento com essa concepção tradicional.

Ademais, essa forma elitista de se fazer matemática colabora com a manutenção do *status quo*. Exclui a maior parcela dos indivíduos do pensamento matemático aprimorado.

Nota-se ainda que

Uma consequência disso é uma educação de reprodução, formando indivíduos subordinados, passivos e acríticos. A alternativa que proponho é orientar o currículo matemático para a criatividade, para a curiosidade e para crítica e questionamento permanentes, contribuindo para a formação de um cidadão na sua plenitude e não para ser um instrumento do interesse, da vontade e das necessidades das classes dominantes. A invenção matemática é acessível a todo indivíduo e a importância dessa invenção depende do contexto social, político, econômico e ideológico (D'AMBROSIO, 2012, p. 165).

Com tudo isso não é de se admirar a apatia generalizada dos estudantes em relação à matemática. As formas tradicionais de ensino precisam ser criticadas e transformadas.

Percebe-se, ao longo do tempo, que essa maneira de se educar, privilegiando o simples ato de reproduzir procedimentos técnicos e anulando a reflexão crítica fracassou. Hoje, buscamos transformar a prática docente no sentido de fortalecer no aluno o espírito crítico, reflexivo e que aguça a curiosidade. A participação e envolvimento discente na construção do conhecimento

matemático é fundamental. Defende-se que todo e qualquer indivíduo possa ter acesso ao pensamento matemático elaborado.

Fazer matemática é próprio a todo indivíduo humano. Mas não a matemática formal, inspirada no modelo de Euclides. Ao longo do tempo e em diversos locais, agrupamentos socializaram distintas maneiras de realizar observações, comparações, classificações, ordenações, quantificações, medições, explicações, generalizações e inferências no intuito de produzir e organizar conhecimento. Adquire-se e admite-se tais conhecimentos com certo grau de espontaneidade, pois os mesmos têm utilidade e servem a um fim. Entretanto, isso vai além da questão ligada à sobrevivência, extrapola-se na investigação de fatos e fenômenos que se organizam como mitos e espiritualidade. Estes conhecimentos possuem utilidade para todo o grupo (D'AMBROSIO, 2016).

Portanto, variados grupos humanos desenvolveram suas formas de fazer matemática, inclusive transcendendo para a compreensão de fenômenos da natureza. Daí, cabe refletir por quais motivos se gerou um abismo entre a matemática escolar e os diversos sujeitos que passam por este ambiente.

Acreditamos que o excesso de formalismo e abstração contribuem para este abismo. Pois atuam no sentido contrário à criatividade. A padronização proposta pelo ensino tradicional afeta a curiosidade e o senso questionador do aluno.

Concordamos que

Como educadores matemáticos, cuidamos para que faça sentido nosso trabalho com os alunos. Certo, é preciso que saibamos (professores e alunos) o que estamos fazendo, portanto, que conheçamos as operações efetuadas, o discurso do texto matemático e sua linguagem proposicional e técnica, bem como respectivas aplicações. Mas, além disso, perseguimos o sentido que o conhecimento faz para nós, alunos e professores, pessoas presentes à situação de ensinar e de aprender, e para a região de inquérito da ciência, ou seja: que significado se revela na investigação do solo histórico (BICUDO, 2010, p. 27).

Portanto, em nosso fazer docente julgamos fundamental que o estudante consiga desenvolver aprendizagens que tenham sentido. Por este ângulo, vamos operar na mediação entre o conhecimento sistematizado e os saberes que os alunos trazem consigo.

A reflexão crítica deve estar presente em cada momento didático, tanto professores como estudantes precisam exercitar o ato de ponderação racional, atentando para razões mais profundas do ensino.

O ensino de matemática como mediação e que se comprometa com a necessidade de superação da reprodução de conteúdos terão lugar importante nas reflexões aqui expostas. O capítulo a seguir irá discutir essa temática.

### **CAPÍTULO 3**

## **MEDIAÇÃO E REPRODUÇÃO DE CONHECIMENTOS: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES CRÍTICAS**

Em qualquer prática de ensino, um elemento fundamental a ser levado em consideração é a orientação metodológica que devemos adotar. O desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem se dará tendo em vista esta inclinação pedagógica sobre o papel do estudante, do educador e de como produzir conhecimento.

A prática de ensino tradicional, onde o professor, em geral, se apresenta como o sujeito que realiza a transmissão de conhecimentos e o aluno é considerado como um mero receptor de informações, deve ser evitada.

Neste tipo de ensino, revelam-se características como memorização e repetição acríticas, que no melhor dos casos qualifica o sujeito a reproduzir mecanicamente alguns procedimentos. Em um contexto real ou mesmo em uma situação-problema, tais esquemas se mostram insuficientes.

Sob uma outra perspectiva, em uma abordagem crítico-criativa, por exemplo, o educador “não é apenas um transmissor de informações por ele abstraídas e interpretadas, mas o elemento mediador (catalisador) da interação entre o aluno e o conhecimento socialmente construído. Ao professor, nesse contexto, é atribuída a função de criar as condições mais favoráveis à aprendizagem do aluno” (MORETTO, 2000, p. 98).

Nesta mesma direção, também acreditamos que o professor

Medeia a relação ativa do aluno com a matéria, inclusive com os conteúdos próprios de sua disciplina, mas considerando os conhecimentos, a experiência e os significados que os alunos trazem à sala de aula, seu potencial cognitivo, suas capacidades e interesses, seus procedimentos de pensar, seu modo de trabalhar. Ao mesmo tempo, o professor ajuda no questionamento dessas experiências e significados, provê condições e meios cognitivos para sua modificação por parte dos alunos e orienta-os, intencionalmente, para objetivos educativos (LIBÂNEO, 1998, p.29).

Desta maneira, compreendemos que o educador deve agir na mediação entre o conhecimento matemático e os conhecimentos do educando.

Faz-se necessário, portanto, considerar o conjunto de experiências que o indivíduo carrega, suas potencialidades e interesses. De forma intencionada, o educar vai atuar na mediação do ensino, buscando efetivar propostas educativas que foram anteriormente planejadas. Vale ressaltar ainda que os objetivos contidos no planejamento possuem uma certa margem flexível.

Portanto, nesta atividade de mediação, é fundamental levarmos em consideração as concepções prévias que os estudantes detêm, tais concepções serão determinantes na aprendizagem de novos conhecimentos (MORETTO, 2000).

A ação desencadeada desta concepção pedagógica irá se opor frontalmente ao modelo tradicional, pois considera os saberes que os estudantes trazem de ambientes distintos do contexto escolar. Os saberes oriundos de relações socialmente construídas fora do âmbito escolar fazem parte do indivíduo que vem à escola, logo, interagir com tais conhecimentos prévios é fundamental na articulação de aprendizagens significativas.

De maneira frequente, no decorrer de práticas educacionais tradicionais, o professor tende a inibir formas distintas de se solucionar um problema pelo simples fato de não corresponder a maneira contida no livro didático, e que foi explicada pelo professor. O conjunto de saberes que o estudante traz consigo é simplesmente rechaçado por não se adequar exatamente no modelo tido como padrão.

Deve-se compreender que todo aluno traz consigo uma série de conhecimentos e experiências, que se relacionam com o meio social onde está inserido. Esse contexto social vai influenciar as ideias e a linguagem do indivíduo. Por sua vez, a instituição escolar deve ofertar um conjunto de saberes socialmente construídos (MORETTO, 2000).

Temos acordo com Moretto (2000, p. 110) quando expõe que “o ponto de partida, como vimos, são sempre as concepções prévias já construídas (âncoras), e o ponto de chegada são estas mesmas concepções *ressignificadas* pelo ator do processo de aprendizagem – o aluno – numa interação com o conhecimento escolar, interação esta mediada pelo professor”.

Neste sentido, a ação consciente do educador, operada a partir destas âncoras, pretende *ressignificar* parte dos conhecimentos estabelecidos pelo senso comum, que divergem do conhecimento científico matemático.

Temos a intenção explícita de suplantar o modelo de se ensinar matemática fundamentado em repetições e memorizações imoderadas por um outro tipo de relação que estimule a construção de aprendizagens significativas.

Nesta mesma direção, podemos manifestar que “o ensino adquire, assim, uma nova conotação: ele deixa de ser uma transmissão de conhecimentos (verdades prontas), para ser um processo de elaboração de situações didático-pedagógicas que facilitem a aprendizagem, isto é, que favoreçam a construção de relações significativas entre componentes do universo simbólico” (MORETTO, 2000, p. 103).

A educação tradicional formou inúmeras gerações de professores na concepção de que deveriam se comportar como mestres absolutos da sala de aula, soberanos em conhecimento e

experiências. E que, por sua vez, o bom aluno deveria acostumar-se à hierarquia e disciplina, no sentido de não questionar e saber reproduzir à risca os procedimentos ensinados. Em um modelo crítico-criativo, o estudante se torna protagonista da construção de saberes e o educador medeia as relações de ensino.

Cabe ainda destacar que a escola também precisará se transformar, subverter sua estrutura que se mostra ultrapassada, deve, portanto, se apresentar de forma acolhedora e suficientemente madura para lidar com a perda do monopólio do saber. Neste ambiente, o educando precisa se sentir à vontade no processo de interação e produção de conhecimento, qualificando-se cultural e cientificamente.

Nesta acepção, a instituição escolar “precisa deixar de ser meramente uma agência transmissora de informação e transformar-se num lugar de análises críticas e produção da informação, onde o conhecimento possibilita a atribuição de significado à informação” (LIBÂNEO, 1998, p. 26).

O que se almeja é algo bem mais complexo do que apenas reproduzir procedimentos matemáticos, que muitas vezes não têm sentido algum para o aluno. Superar a transmissão de verdades prontas por um pensamento matemático crítico e produtor, concatenado ao atual período histórico e à realidade social, é um desafio imenso a ser perseguido.

Assim, pensamos que o processo de ensino precisa privilegiar metodologias que busquem superar o ensino tradicional, que ainda domina os ambientes de ensino. Para este propósito, é essencial considerarmos os saberes diversos que os estudantes trazem consigo, suas vivências práticas e o contexto social que se inserem. Compete ao educador, no transcorrer do processo de ensino-aprendizagem, atuar na mediação interativa entre o educando e o conhecimento sistematizado, orientando-se pela ampliação sucessiva de situações didáticas que favoreçam aprendizagens significativas.

No próximo capítulo, vamos tratar sobre a questão do currículo escolar, pontuando alguns aspectos que permeiam o debate em torno desta temática.

## CAPÍTULO 4

### ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE CURRÍCULO

Em educação, a temática currículo é permeada por intensos debates. A ideia aqui é esboçarmos alguns traços gerais e refletirmos sobre um assunto tão essencial ao fazer docente.

Vamos apresentar, primeiramente, uma acepção etimológica do termo currículo. De acordo com Sacristán (2013, p. 16),

Deriva da palavra latina *curriculum* (cuja raiz é a mesma de *cursus* e *currere*) [...]. Em sua origem, o currículo significava o território demarcado e regado do conhecimento correspondente aos conteúdos que professores e centros de educação deveriam cobrir; ou seja, o *plano de estudos* proposto e imposto pela escola aos professores (para que o ensinassem) e aos estudantes (para que o aprendessem). De tudo aquilo que sabemos e que, em tese, pode ser ensinado ou aprendido, o *currículo a ensinar* é uma seleção organizada dos conteúdos a aprender, os quais, por sua vez, regularão a prática didática que se desenvolve durante a escolaridade.

Deste modo, cabe dar ênfase ao fato de que a instituição escolar impõe a docentes e discentes o currículo, que irá regular a prática em sala de aula.

Acrescentamos que tais planos de estudos refletem aspirações e concepções dominantes em cada sociedade, reproduzindo sobretudo valores políticos e econômicos.

Parte importante,

Da teorização curricular esteve centrada nos conteúdos como resumo do saber culto e elaborado sob a formalização das diferentes “disciplinas”. Surge da tradição medieval que distribuía o saber acadêmico no *trivium* e no *cuadrivium*. É uma concepção que recolhe toda a tradição acadêmica em educação, que valoriza os saberes distribuídos em disciplinas especializadas – ou, quando muito, em áreas nas quais se justapõem componentes disciplinares – como expressão da cultura elaborada, transformando-as em instrumento para o progresso pela escala do sistema escolar, agora numa sociedade complexa que reclama uma maior preparação nos indivíduos. As modalidades e pujança desta concepção variam em diferentes momentos históricos (SACRISTÁN, 2000, p. 39).

Portanto, na Idade Média, observa-se o que se pode caracterizar como uma primeira formalização de currículo. O *trivium* era constituído por gramática, retórica e dialética. Enquanto o *cuadrivium* era formado por aritmética, geometria, astronomia e música.

Sabe-se, no entanto, que esse conjunto de saberes era bastante restrito a uma ínfima parcela da sociedade. Desta forma, o acesso à cultura elaborada era bastante limitado e a escola não tinha como função social a inclusão.

Com efeito, em uma sociedade mais complexa, como a nossa, surgirão diversas concepções sobre currículo, cultura elaborada e saber sistematizado.

A partir de uma perspectiva crítica, encontramos em Freire uma rica contribuição ao debate sobre currículo, que se contrapõe à chamada educação bancária.

Assevera Freire (2005, p. 123),

Não reduzimos, por isso mesmo, sua compreensão, a do currículo explícito, a uma pura relação de conteúdos programáticos. Na verdade, a compreensão do currículo abarca a vida mesma da escola, o que nela se faz ou não se faz, as relações entre todos e todas as que fazem a escola. Abarca a força da ideologia e sua representação não só enquanto ideias, mas como prática concreta.

Depreende-se que a visão do autor sobre currículo é bastante ampla. E envolve uma batalha que não se limita ao campo das ideias, mas se reflete na prática educacional concreta. Existe um currículo explícito com os conteúdos formais, mas também existe um aspecto oculto que abrange as relações entre os diversos indivíduos que constituem a comunidade escolar.

De acordo com a perspectiva freiriana,

O currículo padrão, o currículo de transferência é uma forma mecânica e autoritária de pensar sobre como organizar um programa, que implica, acima de tudo, numa tremenda falta de confiança na criatividade dos estudantes e na capacidade dos professores! Porque, em última análise, quando certos centros de poder estabelecem o que deve ser feito em classe, sua maneira autoritária nega o exercício da criatividade entre professores e estudantes. O centro, acima de tudo, está comandando e manipulando, à distância, as atividades dos educadores e dos educandos (FREIRE e SHOR, 2008, p. 97).

Critica-se que o currículo padronizado tenha como característica a transmissão de conteúdos de maneira estática e autoritária. Inibindo com isso o potencial criativo de professores e estudantes. De longe da sala de aula, determinados centros de poder arquitetam o que educadores e educandos devem fazer. A partir do currículo padrão, tais centros de poder operam uma ingerência no ambiente escolar, manipulando-o de acordo com seus interesses.

Nega-se a autonomia dos protagonistas do processo educacional, reforçando assim uma educação do tipo bancária (não reflexiva, acrítica). Distanciando-se, portanto, de práticas emancipatórias. Ademais, essa imposição do chamado currículo oficial fortalece a fragmentação do conhecimento e atua em oposição à construção democrática dos saberes.

Deste modo, subverter tais amarras ideológicas de concepção tradicional, fortemente impregnadas de autoritarismo, estaria na ordem do dia. Professores e estudantes seriam responsáveis por forjar práticas libertadoras.

Existem indícios importantes que apontam que currículos, assim como as políticas educacionais de forma mais abrangente, sofrem influência de organismos internacionais e afetam de maneira negativa o trabalho no interior das instituições escolares e o trabalho pedagógico-didático

dos educadores. Quando a educação escolar fica limitada e prioriza os critérios mercadológicos no equacionamento de problemas de cunho social ou econômico compromete-se o desenvolvimento da capacidade intelectual do estudante. Esse tipo de política empobrece o currículo e a didática, inibe o desenvolvimento do aluno e opera como fator de exclusão social (LIBÂNEO, 2019).

Podemos intuir que os centros de poder acima citados correspondem, pelo menos em grande medida, à organismos político-financeiros aos moldes do Banco Mundial e Fundo Monetário Internacional.

Passemos agora à contribuição da chamada pedagogia histórico-crítica ao tema currículo.

Para Saviani (2011, p. 14),

A escola existe, pois, para propiciar a aquisição dos instrumentos que possibilitam o acesso ao saber elaborado (ciência), bem como o próprio acesso aos rudimentos desse saber. As atividades da escola básica devem organizar-se a partir dessa questão. Se chamarmos isso de currículo, poderemos então afirmar que é a partir do saber sistematizado que se estrutura o currículo da escola elementar. Ora, o saber sistematizado, a cultura erudita, é uma cultura letrada. Daí que a primeira exigência para o acesso a esse tipo de saber seja aprender a ler e escrever. Além disso, é preciso conhecer também a linguagem dos números, a linguagem da natureza e a linguagem da sociedade.

Deste modo, conhecer as diversas linguagens é parte fundamental de qualquer currículo escolar. A escola deve oferecer aos alunos meios necessários para que possam acessar o conhecimento científico, assim como ofertar ao aluno o domínio de noções básicas das ciências. Nisso também se inclui o domínio da matemática elementar.

Existem elementos que são considerados clássicos dentro do currículo escolar, como matemática, ciências naturais, história e geografia. Inclusive ninguém contesta. Aliás, contesta-se a forma, mas não a importância de cada um desses elementos no currículo. Contudo, tais elementos clássicos são postos em segundo plano. Afirmam que tudo que a escola fizer, independentemente da importância, com validade ou não, será currículo. Isso é de fato um equívoco e pode ser melhor distinguido pelas terminologias *curricular* e *extracurricular*. Reserva-se, portanto, a terminologia currículo para as atividades fundamentais, das quais a escola não pode ficar sem desenvolver, com pena de perder sua especificidade. As outras atividades podem ser definidas como extracurriculares. Desta forma, as atividades extracurriculares devem atuar no sentido de fortalecer as atividades curriculares, e nunca deverão substituir ou prejudicar estas (SAVIANI, 2011).

Neste sentido, temas paralelos (comumente classificados como transversais) que surgem no contexto escolar devem estar a serviço do fortalecimento do saber sistematizado.

A escola tem como característica específica desenvolver a habilidade de apreensão do repertório cultural clássico da humanidade. E a Matemática deve ser vista a partir deste ângulo. Todo aluno deve ter o direito de acessar e dominar as ferramentas básicas deste incrível repertório cultural.

Por sua vez, a educação não pode ser refém de modismos, que “aparecem como algo muito avançado mas, na verdade, apenas elidem questões até certo ponto óbvias, que não podiam ser perdidas de vista e que dizem respeito ao trabalho escolar” (SAVIANI, 2011, p. 86).

Grosso modo, ninguém é contrário, por exemplo, que todo estudante domine as ferramentas básicas da aritmética, da álgebra e da geometria. Porém, muitas vezes se incorre no erro de diluir tais temas a tal ponto que acabam se situando em um segundo plano. Invertendo aspectos que são fundamentais da escola.

Na concepção de currículo que defendemos, a Matemática tem papel de destaque, juntamente com outros elementos clássicos da cultura. Não podemos perder a centralidade desse papel específico da escola, com risco de “contemporizar e prolongar as desigualdades vigentes” (SAVIANI, 2011, p. 86).

Por seu turno, o campo da educação matemática tem uma contribuição fundamental à discussão acerca do currículo. Vejamos agora alguns apontamentos desta área.

O currículo pode ser definido como uma estratégia para a ação de educar. É composto, de maneira integrada, por objetivos, conteúdos e métodos. E o objetivo não é a pessoa ter capacidade de repetir coisas que não se ligam à realidade de hoje. Neste contexto, uma reflexão que também se coloca necessária é que testes padronizados são uma maneira ainda mais inútil e enganadora de se avaliar do que exames e testes comuns (D’AMBROSIO, 2009).

Devemos olhar o currículo de Matemática de forma integrada, conteúdos, objetivos e métodos devem estar em sintonia. Por exemplo, não adianta propor metodologias modernas, inclusive com alta tecnologia, se os objetivos e conteúdos estão presos ao passado (ao tradicional).

Cabe aqui uma crítica contundente aos chamados testes padronizados. Acreditamos que a avaliação deve ser realizada de forma abrangente, no intuito de gerar impacto positivo no ensino-aprendizagem. Avaliar não deve ser uma forma de punição ou exclusão.

De maneira alternativa, e com intuito de contribuir com a formação cidadã plena do indivíduo, propõe-se guiar o currículo escolar matemático no sentido de fomentar a criatividade, a crítica e o questionamento. Com a pretensão clara de escapar ao cerco imposto por vontades e necessidades da classe dominante. A matemática é acessível a todo e qualquer sujeito e a relevância desse campo se insere no contexto social, político, econômico e ideológico (D’AMBROSIO, 1999).

Neste sentido, faz-se necessário se contrapor à subordinação e passividade. A justiça social deve se fazer presente em nossas preocupações sobre currículo. O ensino tradicional opera

como uma âncora que faz naufragar o sujeito social. Livrar-se desse peso incômodo é parte essencial do fazer matemático.

De forma muito sucinta, apresentamos algumas reflexões em torno do currículo escolar. Percebe-se que o tema é trabalhado por vários estudiosos e correntes educacionais ao longo do tempo. Pensamos que o ensino de matemática não deve se furtar de tais discussões e pode, inclusive, continuar oferecendo elementos instigantes ao debate.

O tema currículo encontra-se no centro das discussões que envolvem educação. Compreender aspectos gerais dessa temática é fundamental para atuarmos de forma efetiva no fazer docente.

Nos próximos dois capítulos, vamos discorrer, de forma pormenorizada, sobre os elementos que permeiam o debate sobre pensamento numérico e raciocínio geométrico.

## CAPÍTULO 5

### PENSAMENTO NUMÉRICO

A Geometria e os Números têm papel de destaque na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), constituindo duas das cinco unidades temáticas abordadas. Os módulos de apoio que utilizamos nesta pesquisa englobam estas duas áreas.

No que diz respeito ao Ensino Fundamental, o documento evidencia que a unidade Números tem por objetivo atuar no desenvolvimento do pensar numérico, acarretando no conhecimento de variadas formas de exprimir quantidades, aprimorando com isso o julgamento e interpretação de afirmações que levam em consideração a quantidade (BRASIL, 2018).

Desta maneira, pode-se inferir que a expectativa é que o estudante desenvolva habilidades que estão além do simples “efetuar contas”. É fundamental que o aluno consiga compreender as informações de forma correta e aprenda a relacionar tais situações ao universo dos números.

Pensar numericamente, de maneira consolidada, envolve sobretudo um amadurecimento intelectual que deve começar desde a primeira infância. Tal habilidade deve ser forjada no enfrentamento de situações-problema, em um contexto que tenha significado para o aluno.

Saber contar e exprimir quantidades em forma numérica devem estar em sintonia com a interpretação crítica dos dados. Raciocinar logicamente, contrariando muitas vezes o senso comum, precisa ser um exercício constante nas aulas de matemática.

Neste sentido, “é importante propor, por meio de situações significativas, sucessivas ampliações dos campos numéricos. No estudo desses campos numéricos, devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações” (BRASIL, 2018, p. 268).

Deste modo, torna-se deveras importante apresentar atividades que tenham significado para o aluno e ampliar progressivamente o estudo dos conjuntos numéricos. E nesses estudos, o professor deve dar ênfase ao registrar, operar, utilizar e dar significado (BRASIL, 2018).

Desta forma, compreendemos que, de maneira contínua e gradual, o educador deve saber relacionar o conhecimento prévio que o aluno traz consigo com os novos saberes. Os conteúdos abordados em sala precisam fazer sentido para o aluno. Ao seguirmos por este caminho, podemos impulsionar um vínculo, em patamar superior, entre aspectos habituais da vida de nosso estudante e o conhecimento matemático estruturado.

Porém, não é um trabalho fácil transpor conteúdos curriculares, que muitas vezes se apresentam de forma hermética, para o universo de nosso aluno. Faz-se necessário, portanto, que o

professor compreenda mais amplamente situações que fogem aos conteúdos em si. A partir de uma visão analítica da realidade social e cultural, o professor, dialeticamente, irá aprimorar modos de transpor didaticamente temas matemáticos ao ensino. Logicamente, tal tarefa envolve tempo e comprometimento. Assim, a carga de planejamento precisa estar em consonância com a tarefa crítica reflexiva que se impõe ao docente.

Nesta mesma unidade temática, a BNCC pondera que o aprimoramento do raciocínio numérico vai para além desta unidade. A ampliação e aprofundamento deste pensamento se relaciona com a interligação com as outras áreas de conhecimento matemático: álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística (BRASIL, 2018).

Ao trabalharmos o pensamento numérico de forma ampla e satisfatória é comum estendermos o estudo dos Números à outras unidades temáticas. E isso também irá contribuir para a ampliação de uma visão mais panorâmica da ciência matemática.

Muitas vezes o professor irá trabalhar o pensar numérico partindo de problemas que requerem do aluno saberes que estão fora de tal unidade. Se, por um lado, isso vai exigir do estudante um pouco mais de habilidade, por outro, a consolidação da teoria tende a ser mais sólida. O indivíduo será levado a enxergar para além do trivial, amplificando sua capacidade de inter-relacionar distintas áreas.

Para o aprimoramento do pensamento numérico no ensino-aprendizagem de Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) apresentam uma série de orientações, tais como: ampliar e construir novos significados para os números, reconhecendo o uso em distintos contextos sociais; resolver situações-problema; e dominar variadas técnicas de cálculo envolvendo números (BRASIL, 1998).

A nossa ver, uma forma interessante de se fazer isso, por exemplo, seria trabalhar números muito grandes no contexto das distâncias astronômicas, ou mesmo na informática. Números decimais nas transações comerciais e números negativos no futebol. São infinitas as possibilidades. Levando sempre em consideração as diversas maneiras de resolver um problema, não exigindo apenas um determinado tipo de solução. Abrindo espaço para criatividade e autonomia. Mas sem abrir mão do rigor inerente ao conhecimento científico.

Para ampliar essa compreensão sobre números, o documento sugere a história da matemática como um recurso possível de ser utilizado nas aulas. Desta forma, o educador pode trabalhar a reconstrução histórica de situações-problema em sua sala de aula, interligando o desenvolvimento matemático à problemas a humanidade se defrontou ao longo do tempo.

Os PCN's ressaltam que “em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar

respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento” (BRASIL, 1998, p. 43).

Em diversos momentos do percurso de ensino, os alunos questionam diretamente sobre a necessidade de se estudar determinados conteúdos. Haja vista que os mesmos não iriam aparecer em sua vida prática. Acreditamos que uma das formas de mitigarmos tal situação é nos ampararmos em tópicos da história da matemática. Mas não uma história que privilegia uma visão tradicional de evolução alicerçada em indivíduos geniais, e sim uma histórica crítica que contextualiza social, cultural e filosoficamente o conhecimento matemático.

Em alternativa ao enfadonho estudo baseado na aplicação de fórmulas e memorização de conceitos puramente abstratos, os professores podem dinamizar sua prática didática trabalhando distintas estratégias de resolução de problemas. Buscando, deste jeito, superar o mero ato da reprodução de conteúdos e acumulação acrítica de informações. Agindo na consolidação do conhecimento científico como criação da humanidade, que se aprimorou ao longo do tempo.

De acordo com os PCN's:

A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança (BRASIL, 1998, p. 40).

Em relação às competências que envolvem o cálculo aritmético, os PCN's revelam que “no mundo atual saber fazer cálculos com lápis e papel é uma competência de importância relativa e que deve conviver com outras modalidades de cálculo, como o cálculo mental, as estimativas e o cálculo produzido pelas calculadoras, portanto, não se pode privar as pessoas de um conhecimento que é útil em suas vidas” (BRASIL, 1998, p. 45).

O cálculo numérico tem lugar de destaque no aprimoramento do pensamento numérico, porém não deve ser o centro de gravidade do ensino matemático. Ou seja, saber calcular é fundamental, mas nosso horizonte não se restringe a isso.

Neste sentido, consideramos que mais importante do que aprender a manipular números e símbolos, o estudante precisa ser capaz de compreender, interpretar e fornecer argumentos válidos em situações que envolvem cálculo numérico.

O cálculo exato com números não deve anular as outras formas de realizar cálculos. Operar mentalmente, realizar aproximações e estimativas, assim como fazer uso de calculadoras são

formas válidas. Tudo irá depender da adequação ao contexto. O capítulo seguinte discorre sobre o pensamento geométrico, com vistas na BNCC.

## CAPÍTULO 6

### RACIOCÍNIO GEOMÉTRICO

No que diz respeito à unidade temática Geometria, a BNCC sinaliza que o desenvolvimento do pensamento geométrico é fundamental para que o educando consiga elaborar argumentos sólidos, sendo capaz de realizar deduções lógicas (BRASIL, 2018).

O aprimoramento do pensamento geométrico irá fornecer ao aluno um aparato conceitual sólido, que proporcionará ao mesmo uma maior desenvoltura diante de situações-problema.

Neste sentido, a argumentação lógico-dedutiva deve se amparar em propriedades geométricas estudadas anteriormente. É fundamental que o estudante consiga estabelecer correlações entre as diversas ideias e conceitos geométricos e sua realidade concreta.

Para que isso ocorra de verdade, o estudo geométrico não pode se reduzir em aplicar fórmulas prontas de áreas e volumes, nem em aplicar numericamente a síntese de proposições matemáticas, como no caso da proporcionalidade envolvendo retas paralelas e uma transversal ou mesmo o teorema de Pitágoras (BRASIL, 2018).

O exagero na aplicação de fórmulas prontas nas aulas de matemática acaba limitando a autonomia do educando e compromete o desenvolvimento de relações significativas. Dificultando, sobremaneira, a construção de conhecimentos. Podendo gerar apatia, alheamento e falta de interesse.

Acreditamos que essa ênfase excessiva na memorização e aplicação de fórmulas reforça uma educação do tipo instrumental, onde o aluno é levado a no máximo operar em repetição conceitos abstratos. O estudante pode resolver uma equação porque simplesmente aprendeu a repetir aquele conjunto de procedimentos, mas não é capaz de refletir criticamente e estabelecer deduções, utilizando esse aparato matemático, em sua realidade social.

Quanto ao desenvolvimento do pensamento geométrico, os PCN's irão indicar algumas situações que podem contribuir com a aprendizagem, dentre elas: resolver situações-problema envolvendo localização e deslocamento; saber relacionar figuras espaciais e suas representações planas; resolver problemas que envolvem figuras planas; trabalhar transformações, ampliações e reduções de figuras planas (BRASIL, 1998).

O momento de tensão e reflexão que surge a partir de uma situação-problema pode ser um forte aliado na compreensão mais profunda de conteúdos matemáticos. Para além da instrumentalização e reprodução, o sujeito está imerso em um ambiente desafiador, onde a criatividade e a autonomia são valorizadas e encorajadas.

Não subestimar a capacidade cognitiva do educando e propiciar um ambiente motivador são tarefas contínuas do fazer docente. Essa construção de saberes precisa ser coletiva, os estudantes devem ser ganhos cotidianamente para essa tarefa.

Assim, é fundamental que o professor trabalhe no sentido de potencializar as características de cada aluno, e para que isso aconteça “é fundamental não subestimar o potencial matemático dos alunos, reconhecendo que resolvem problemas, mesmo que razoavelmente complexos, ao lançar mão de seus conhecimentos sobre o assunto e buscar estabelecer relações entre o já conhecido e o novo” (BRASIL, 1998, p. 37).

Esse tipo de postura se choca com o ensino tradicional, que de maneira costumeira minimizam a capacidade do estudante.

Fazer esta ponte entre a bagagem de saberes que os alunos trazem e os conhecimentos a serem aprendidos é condição essencial na contraposição às práticas tradicionais de ensino, que se revelaram historicamente ineficazes e pouco contribuíram para a superação da reprodução acrítica de conteúdos.

Nesta perspectiva, consideramos que o educando deve ser visto como um sujeito ativo no processo de ensino-aprendizagem, que atua diretamente na construção do conhecimento. E que situações desafiadoras, apresentadas adequadamente na forma de problemas, podem contribuir com elementos que favoreçam o aprimoramento do pensamento geométrico.

Os PCN's também evidenciam que “o estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.” (BRASIL, 1998, p. 51).

Em nossa prática no magistério, percebemos que ao trabalharmos com estratégias de resolução de problemas, podemos mais facilmente mobilizar a turma em torno do conteúdo matemático, propiciando momentos ricos em aprendizagem.

Até bem pouco tempo, percebíamos, na educação básica, que a geometria era posta em segundo plano. Os livros-textos e o currículo escolar davam ênfase à aritmética e álgebra. E esse comportamento se refletia nas salas de aula. Felizmente, presenciamos uma transformação desta situação.

Por conseguinte, devemos resgatar na sociedade a importância de o indivíduo se apropriar dos fundamentos elementares da geometria e se habilitar na capacidade de fazer relações múltiplas entre tais fundamentos e a vida cotidiana.

Cabe ressaltar ainda o forte entrelaçamento que existe no desenvolvimento do pensamento numérico e geométrico e como cada uma destas unidades temáticas pode convergir em diversos momentos didáticos.

Entendemos que a divisão temática tem caráter didático. Mas compreendemos que transcender a fragmentação de conteúdos dentro da matemática é um caminho natural a ser perseguido. O saber estritamente compartimentado tende a prejudicar uma compreensão mais ampla e rica.

Sempre que possível e respeitando as especificidades da ciência matemática, também é importante proporcionar interligações com outras áreas do conhecimento humano, no intuito de mitigar a fragmentação entre as distintas disciplinas.

O raciocínio geométrico, assim como o pensamento numérico, é um importante legado cultural da humanidade. E a instituição escolar deve oferecer os meios necessários para que os estudantes possam efetivamente acessar tais elaborações e operar suas ferramentas básicas de maneira corriqueira.

Até o momento a escola tem falhado nisso. Apontar o professor como principal responsável, ou mesmo o estudante, é a ação costumeira. Não compactuamos com tal disparate. As razões deste fracasso se relacionam centralmente à superestrutura sistêmica de nossa sociedade.

Em síntese, consideramos que Números e Geometria precisam ser destaque nas aulas de Matemática. Por sua vez, a inserção de recursos e práticas metodológicas no ambiente escolar, que refletem a necessidade de desenvolver relações significativas, deve envolver estudo e planejamento aprofundados nestas duas áreas. A elaboração do plano de aula precisa levar em conta esse vasto conjunto de orientações.

Nosso comprometimento com a melhoria do ensino de matemática nos faz ver que a problemática não se encerra em si mesma, o lugar historicamente destinado à educação como um todo, dentro da sociedade, deve ser constantemente questionado. A transformação que tanto almejamos terá a crítica como ferramenta essencial.

Para além da inserção do material didático em nossa prática docente, os aspectos metodológicos serão determinantes no processo de ensino-aprendizagem, tratamos sobre isso no próximo capítulo.

## CAPÍTULO 7

### METODOLOGIA

A investigação que ora apresentamos foi realizada na Escola Municipal Professora Vicentina Campos, em Fortaleza - Ceará, envolvendo duas turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, perfazendo um total de 65 alunos e, como fonte de dados, utilizamos uma avaliação escrita e nossa observação participante nas aulas de Matemática. E, em cada turma, aplicamos metodologias distintas.

Figura 5 – Aluno apresentado uma atividade proposta



Fonte: Autoria própria (2020)

Os objetivos em que trabalhamos foram: 1) analisar a utilização de material didático de apoio no ensino de Matemática; 2) comparar o desempenho de estudantes submetidos ao ensino de Matemática com uso do material de apoio como recurso didático, com o desempenho de estudantes submetidos ao ensino de Matemática baseado apenas nos materiais tradicionais.

Nas práticas de ensino na turma que denominamos “A”, foi utilizado o material didático de apoio (módulos) e nos movemos em torno de metodologias que estimulavam a construção de relações significativas. A turma “B” teve apenas aulas expositivas no formato tradicional.

Como forma de avaliar as distintas práticas realizadas em ambas as turmas, utilizamos o parâmetro de desempenho na avaliação escrita e nossa observação participante das aulas.

Mesmo entendendo os limites de cada um destes recursos avaliativos, acreditamos que tais ferramentas podem extrair elementos relevantes no modo de se observar e comparar grupos distintos.

A opção por uma prova escrita se sustenta no fato de que “as provas prevalecem porque são instrumentos avaliativos muito importantes no processo de investigação do desempenho do aluno” (HOFFMANN, 2008, p.159).

Reiterando que uma avaliação padronizada não reflete toda a diversidade presente, nem encerra a dinâmica maior que abarca o processo educativo.

Cabendo ainda ponderar que “apenas a análise das notas não é garantia de sucesso, pois dependerá de como é formulada a prova e o que nela se pergunta” (MORETTO, 2002, p. 15).

Deste modo, tivemos um minucioso cuidado na confecção da prova em questão, assegurando uma relação com os conteúdos estudados, com os objetivos planejados e as habilidades esperadas.

Ponderando novamente que os resultados de desempenho obtidos em um teste escrito podem não refletir a realidade de maneira adequada e com intuito de ampliar os instrumentos avaliativos, também vamos analisar os dados de nossa observação participante em cada uma das aplicações. Tais observações, cabe mencionar, foram feitas logo após cada aplicação em forma de relatórios escritos pelo educador.

Nesta perspectiva, nos somamos à ideia de que “os melhores instrumentos de avaliação são todas as tarefas e registros feitos pelo professor que o auxiliam a resgatar uma memória significativa do processo, permitindo uma análise abrangente do desenvolvimento do aluno” (HOFFMANN, 2010, p.119).

Nas seções a seguir, vamos expor os materiais que utilizamos nesta investigação e as aplicações realizadas.

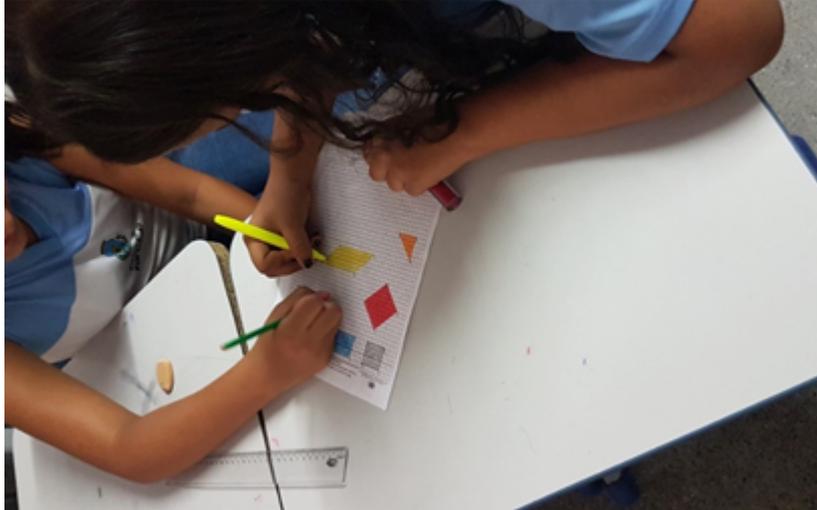
### **7. 1 Descrição dos materiais utilizados**

Os materiais de apoio (módulos) que utilizamos nesta pesquisa nos foram ofertados a partir de um curso de pós-graduação em matemática, em nível de especialização, ofertado pela Secretaria Municipal de Educação de Fortaleza (SME), em parceria com o Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará (UFC) e a Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FUNCAP).

Os módulos de ensino utilizados configuram um material rico e atualizado que pode auxiliar o educador no processo de aprendizagem de conteúdos matemáticos. Tal material didático

possui uma característica geral de priorizar o raciocínio lógico-quantitativo no desenvolvimento de habilidades em resolver situações-problemas.

Figura 6 – Atividade sobre áreas



Fonte: Autoria própria (2020)

Os módulos que utilizamos em sala de aula tratam de Números e Geometria, correspondendo ao currículo do Ensino Fundamental.

Podemos exibir uma série de características comuns presentes nestes módulos, tais como: introdução, exemplos, figuras, conteúdo complementar, listas de exercícios e desafios e a solução das listas.

Verifica-se também uma preocupação em contextualizar historicamente cada um dos assuntos apresentados. Em diversos momentos, o material didático apresenta valiosas notas históricas. Por sua vez, as figuras (desenhos, fotos e toda parte gráfica) enriquecem muito cada módulo e contribuem com a compreensão dos conteúdos propostos. Os exemplos e exercícios exploram variados níveis de aprendizagem, do mais básico ao médio-avançado. Vale destacar também as inúmeras questões de avaliações de larga escala e de olimpíadas que integram o material. Na parte complementar, há indicações de livros, sites, vídeos, aplicativos e recursos manipulativos.

Dentro de nosso recorte de pesquisa, os módulos denominados “Interagindo com os Números” trabalham os números inteiros, a divisibilidade, os números racionais, as dízimas periódicas e os números irracionais. Por outro lado, os que tratam de Geometria trabalham o raciocínio geométrico, dois grandes problemas da geometria grega antiga (o túnel de Samos e a distância da Terra até a Lua), figuras planas e seus respectivos perímetros e áreas.

O quadro a seguir apresenta todos os módulos articulados no curso de especialização mencionado.

Quadro 1 – Descrição dos assuntos abordados nos módulos

<b>Módulo</b>	<b>Assunto</b>
01A	Raciocínio Geométrico
01B	Interagindo com Números: Números Inteiros
02A	Dois problemas da Grécia Antiga
02B	Interagindo com Números: Divisibilidade
03A	Figuras Planas
03B	Interagindo com Números: Números Racionais
04A	Perímetro de Figuras Planas
04B	Interagindo com Números: Dízimas Periódicas e Números Irracionais
05A	Área de Figuras Planas
05B	Interagindo com Números: Números Reais
06A	Proporcionalidade e o Teorema de Tales
06B	Interagindo com Números: Razões e Proporções
07A	Congruências e Semelhanças
07B	Interagindo com Números: Equações e Sistemas do Primeiro Grau
08A	Coordenadas em Geometria
08B	Interagindo com Números: Métodos de Contagem

Fonte: Elaboração própria

Por último, queremos ressaltar que a forma escrita apresentada (linguagem utilizada) nos módulos é bastante acessível, direta e concisa, possibilitando uma leitura enriquecedora e agradável. Este não é um elemento secundário, pois uma linguagem excessivamente técnica dificultaria a compreensão leitora.

## 7.2 Descrição das aplicações

A ideia é relatar, de forma sintética, algumas práticas que realizamos na turma em que aplicamos os módulos de ensino. Um elemento comum a todas as aulas foi a utilização de questões de matemática olímpica, especialmente da OBMEP, e também de provas externas (Prova Brasil, ENEM e SPAECE). Trabalhamos com diversas situações-problema, buscando sempre fomentar um ambiente desafiador, que fizesse sentido ao aluno. Uma de nossas metas era contribuir para o

desenvolvimento do raciocínio lógico e do espírito de investigação, tendo como ponto de partida desafios matemáticos.

Figura 7 – Exercício de geometria



Fonte: Autoria própria (2020)

Na aula sobre raciocínio geométrico, demos ênfase à construção geométrica com régua e compasso. Também utilizamos, em menor medida, transferidor e esquadro. Discutimos aspectos históricos que envolvem o desenvolvimento da geometria e possíveis relações com os avanços tecnológicos contemporâneos. Assistimos a um pequeno vídeo, relacionando matemática com o universo lúdico.

Na abordagem sobre números inteiros e suas operações, revimos alguns sistemas de numeração, trabalhamos as operações a partir do uso da reta numérica e resolvemos diversos exemplos com a proposta lúdica de “bolas positivas” e “bolas negativas”. Relembramos as propriedades da adição, da multiplicação e construímos uma tabuada compacta. Realizamos uma dinâmica envolvendo números inteiros com material de baixo custo. E estudamos o algoritmo da divisão.

A aula que abordou dois problemas da Grécia Antiga, apresentou uma contextualização histórica e refletiu sobre a questão do túnel de Samos e do cálculo da distância entre a Terra e a Lua. Mostramos um pequeno vídeo que ilustrava tais questões. Apresentamos também alguns axiomas e conceitos elementares da geometria euclidiana. E trabalhamos com régua e compasso.

No estudo sobre divisibilidade, partimos de elementos históricos, com destaque à figura de Gauss. Realizamos o chamado jogo das doze moedas. Trabalhamos números múltiplos, divisores,

primos, compostos e o crivo de Erastóstenes. Vimos também o teorema fundamental da aritmética, fatoração, MDC e MMC.

Quando apresentamos o módulo sobre figuras planas, realizamos uma introdução ao tema a partir do reconhecimento da presença de figuras geométricas planas em nosso cotidiano. Trabalhamos a relação entre a geometria e a arte, tomando como ponto de partida uma atividade de colorir com obras de grandes artistas (Kandinsky, Modrian e Volpi). Estudamos características e propriedades das figuras planas. E realizamos uma dinâmica sobre as principais propriedades de algumas destas figuras (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e círculo).

De forma introdutória, na aula envolvendo números racionais, trabalhamos o conto “Os trinta e cinco camelos”, do livro *O Homem que Calculava* de Malba Tahan. Estudamos as noções básicas de frações. Fizemos uma revisão das operações com frações (adição, subtração, multiplicação e divisão). Realizamos uma atividade em duplas abordando as distintas representações dos números racionais (fracionário, na língua materna, na forma geométrica e na forma decimal).

Como introdução ao estudo de perímetros de figuras planas, apresentamos a lenda de Dido e discutimos o desafio do buraco na folha de caderno que fosse suficientemente grande para que o corpo passasse dentro. Realizamos uma atividade lúdica em duplas relacionando malha quadriculada e perímetro, que consistia na construção das figuras planas, na medição dos comprimentos, no cálculo do perímetro, no nome e classificação de cada figura. No intuito de ressaltar o aspecto lúdico, pedimos à turma para colorir cada um dos polígonos.

Na abordagem de dízimas periódicas e números irracionais, apresentamos e calculamos vários exemplos. Trabalhamos com fração geratriz. Discutimos sobre o teorema de Pitágoras e a apreciação geométrica de medidas dadas por números irracionais, seja como diagonal de um quadrado seja como medida na reta.

No módulo sobre áreas de figuras planas, trouxemos à tona a discussão que envolve terminologias matemáticas e fizemos uma contextualização histórica sobre o cálculo de áreas no antigo Egito. Definimos área e, a partir disso, trabalhamos diversas áreas (quadrado, retângulo, triângulo, círculos e polígonos regulares em geral). Também realizamos uma atividade em duplas envolvendo área e malha quadriculada, os estudantes apresentaram e dialogaram com os demais colegas a solução dos problemas.

Por fim, aplicamos uma atividade individual, em forma de teste, que consistia numa prova com questões de avaliações externas. E corrigimos coletivamente as questões do teste, discutindo dúvidas e soluções alternativas.

Devido à pandemia do novo coronavírus, os demais módulos de ensino foram tratados à parte e não se inserem em nosso recorte de pesquisa. Mesmo assim, consideramos que tanto as

aplicações realizadas como as avaliações contínuas do processo de ensino-aprendizagem respaldam nossa investigação. Obviamente, isso não esgota um debate tão rico e complexo. Entendemos que a pesquisa ora apresentada oferece elementos importantes para superação do ensino tradicional e aponta que recursos e metodologias são aspectos fundamentais na discussão sobre melhoria na educação matemática, especialmente na aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Em sala de aula, atuamos com afinco no sentido de tornar o educando sujeito ativo do processo de ensino-aprendizagem. E mediando a interação entre os temas estudados e os conhecimentos prévios dos estudantes, no intuito de contribuir com o desenvolvimento de aprendizagens que tenham sentido para o aluno.

No capítulo a seguir, apresentamos e discutimos os dados obtidos nesta pesquisa, tanto pela aplicação de um teste como pela observação das aulas.

## **CAPÍTULO 8**

### **ANÁLISE DOS DADOS**

A pesquisa que desenvolvemos tem um nítido objetivo se servir de apoio à melhoria do ensino de matemática. Em uma discussão tão complexa e problemática, não existe solução trivial. Precisa-se estabelecer hipóteses e parâmetros objetivos. Mesmo assim não acreditamos que tais premissas determinem a priori os resultados. A realidade frequentemente se mostra mais rica que nossos esquemas mentais.

Ao discutirmos os resultados desta investigação, precisamos deixar claro que a inserção de um recurso material em sala de aula por si só não irá refletir a imensa problemática pela qual atravessa o ensino de matemática. Nos propomos utilizar o material de apoio didático em nossas aulas de forma vinculada a uma proposta metodológica que investe na produção de relações significativas, considerando os conhecimentos que os alunos já possuem.

Também não encaramos que, no âmbito dessa investigação, consigamos abarcar elementos que estão além da sala de aula, como fatores econômicos, políticos e sociais que, obviamente, vão influenciar fortemente na instituição escolar, no fazer docente e na produção de conhecimentos.

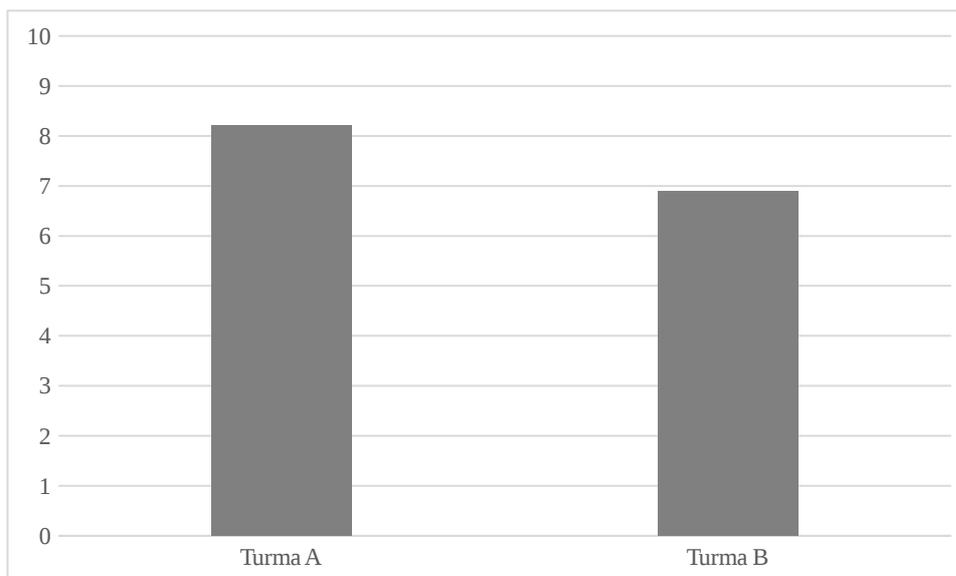
Contudo, enxergamos a relevância das reflexões aqui expostas como uma reação às dificuldades que enfrentamos no dia a dia do magistério. Não consideramos suficiente formar repetidores de informações, que não desenvolvem suas potencialidades de forma integral. Investimos na possibilidade de superação das práticas tradicionais de ensino, empenhando-se fortemente na construção crítica do pensamento matemático. E por isso nos envolvemos na discussão de práticas educativas emancipatórias.

Com intuito de verificarmos as possíveis influências na aplicação dos módulos de ensino, em conjunto com metodologias alternativas, recorreremos a verificação estatística de nossa hipótese, mas também analisamos aspectos subjetivos que escapam a mensuração numérica. Como instrumento de coleta de dados, utilizamos uma prova escrita e a observação participante nas aulas.

Na avaliação escrita havia dez questões do tipo objetiva, abrangendo conteúdos relacionados a números e geometria. Priorizamos itens de provas externas e olimpíadas de matemática, que se relacionam com os assuntos estudados e o currículo escolar do Ensino Fundamental. O tempo destinado à realização do teste foi o mesmo.

A seguir, temos um gráfico que ilustra o desempenho das duas turmas na avaliação escrita:

Gráfico 1 – Média das turmas A e B



Fonte: Elaboração própria

Ao analisarmos a comparação de desempenho na prova escrita entre os dois grupos, observamos que o grupo, denominado turma A, que utilizou o material didático de apoio (módulos) obteve melhor resultado que a turma B, que não utilizou tais módulos.

Pensamos que esse é um primeiro indício da efetiva contribuição na aprendizagem da utilização destes módulos de ensino em sala de aula, mas não de forma avulsa e sim de forma associada a uma metodologia que busca o desenvolvimento de relações significativas.

Para além desse forte dado inicial, trazemos agora um outro elemento importante para nossa análise.

A tabela a seguir mostra o rendimento dos estudantes com desempenho igual ou superior a 70% de acertos na avaliação escrita.

Tabela 1 – Rendimento dos alunos com desempenho igual ou superior a 70%

<b>Turma</b>	<b>Alunos com rendimento igual ou superior a 70% de acerto</b>
A	81%
B	65%

Fonte: Elaboração própria

Ao analisarmos o rendimento das turmas com desempenho igual ou superior a 70% de acertos no teste escrito, observamos a tendência favorável da turma que denominamos A. Desta

maneira, podemos inferir que houve relevante ganho na aprendizagem dos conteúdos matemáticos propostos.

Para além da nota na avaliação escrita, acompanhamos os dois grupos na realização das atividades em sala de aula, registrando em relatórios o desenvolvimento das práticas dos estudantes em um período de cinco meses.

Na turma A, o uso dos módulos didáticos de apoio, aliado a uma metodologia que favorece o desenvolvimento de aprendizagens significativas, provocou reações importantes no processo de ensino-aprendizagem. Os educandos mostraram-se mais motivados, interessados e empenhados.

### **8. 1 Relatório das aplicações**

Em cada uma das aplicações, foram realizados relatórios. Tais relatórios versavam sobre os seguintes tópicos: objetivo, material utilizado, conteúdos abordados, desenvolvimento, retorno dos alunos, apoio da gestão, sugestão de melhoria do módulo e resultado obtido.

Em relação aos objetivos, procuramos desenvolver competências e habilidades específicas à área em estudo, trabalhamos com o seguinte: rever operações com números inteiros; resolver situações-problema com números inteiros e suas operações; desenvolver o raciocínio lógico e o espírito de investigação, tendo como ponto de partida desafios matemáticos; estudar as dízimas periódicas; efetuar cálculos com números irracionais; resolver problemas envolvendo operações com números racionais; reconhecer diferentes representações de um mesmo número racional; resolver problemas utilizando adição ou subtração com números racionais representados na forma fracionária; estabelecer relações entre representações fracionárias e decimais dos números racionais; resolver problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor; investigar e estabelecer os critérios de divisibilidade de alguns números; classificar os números naturais em primos e compostos; calcular o MDC e o MMC; e resolver situações-problema que envolvam divisibilidade.

No campo da geometria, trabalhamos com as seguintes situações: rever conceitos da geometria plana; trabalhar desenho geométrico, com uso de régua e compasso; calcular perímetros de figuras planas; resolver problemas que envolvam o cálculo do perímetro de polígonos, usando malha quadriculada ou não; reconhecer figuras geométricas planas em nosso cotidiano; identificar formas geométricas em obras de grandes artistas plásticos; identificar características dos triângulos; classificar quadriláteros e identificar seus elementos; identificar círculo/circunferência e seus elementos; e reconhecer propriedades dos polígonos regulares.

Já em relação ao material utilizado, podemos citar: o módulo da especialização (UFC/SME); a BNCC; o banco de questões da OBMEP; lousa; pincel; compasso; régua; transferidor; esquadro; papel A4; lápis de cor; pequenos vídeos; e atividades impressas.

Quanto ao retorno dos alunos, na turma em que utilizamos os módulos de ensino, juntamente com a metodologia diferenciada, podemos dizer que a recepção foi positiva, que os estudantes se envolveram com os conteúdos estudados, que todos os alunos participaram das atividades propostas, e que vários estudantes pediram para ir à lousa demonstrar as soluções dos problemas propostos.

Ao discutirmos o apoio da gestão escolar, consideramos que o núcleo gestor mostrou-se parceiro e abraçou a ideia de aplicação dos módulos do curso de especialização.

Tendo em vista os módulos aplicados nas aulas, sugerimos como melhoria a ampliação das listas de exercícios, com foco nos anos finais do ensino fundamental. Haja vista que o formato inicial contemplava apenas o ensino médio.

Quanto aos resultados obtidos na turma A, a partir de nossa observação participante, notamos que a turma se mobilizou ativamente na resolução de problemas, acreditamos também que os conceitos foram bem assimilados e que os módulos contribuíram com o ensino de conceitos elementares de forma significativa. Ademais, a interação entre os pares mostrou-se bastante positiva, assim como as dinâmicas foram bem aceitas e produziram bons resultados.

Não evidenciamos tais resultados positivos na turma B, pouco interesse pelos conteúdos propostos e apatia dominaram o cenário.

À guisa de conclusão, nos propomos a sintetizar os principais tópicos e resultados pesquisados no próximo capítulo.

## CONCLUSÃO

Com o intuito de contribuir com a discussão em torno das dificuldades enfrentadas no ensino de matemática, nos lançamos a investigar a utilização de recurso didático (material de apoio didático) e metodologia alternativa em turmas dos anos finais do Ensino Fundamental. Nosso foco principal foi contribuir com a melhoria do ensino, particularmente na área do ensino de matemática.

Compreendendo a Matemática como criação humana que possui uma rica herança cultural, esta pesquisa tem compromisso com o desenvolvimento das potencialidades do indivíduo neste importante campo do saber.

Considerando como fundamental a contribuição da história da matemática ao contexto escolar e refletindo sobre o percurso histórico que envolve os primórdios do pensamento numérico e do raciocínio geométrico, nos empenhamos em mostrar a matemática como uma construção realizada por diversos povos ao longo do tempo. Não como algo que já nasce pronto e acabado. Também nos posicionamos frontalmente contra o obscurantismo e negação da ciência, que obstaculizam a construção coletiva do saber.

Ademais, também consideramos que a prática de ensino precisa se envolver com problemas da sua época. Esse caráter dinâmico da ciência em resolver problemas candentes pode motivar o aluno e gerar maior interesse. Fazendo a necessária interação entre o conhecimento matemático e o cotidiano do educando.

Nesta pesquisa também trouxemos uma breve discussão em torno do ensino da matemática e a questão filosófica, compreendendo a dinâmica indissociável entre história e filosofia da matemática.

Compreendemos que o educador deve mediar o processo de interação entre o educando e o conhecimento matemático, socialmente construído. Depreende-se que as práticas de ensino devem possibilitar situações que promovam a construção de relações significativas.

Tanto a instituição escolar como o professor devem estar abertos às concepções prévias que os estudantes trazem, reconhecendo a riqueza de experiências e vivências adquiridas fora do ambiente escolar. Partindo dessas concepções baseadas no senso comum e valorizando todo o potencial cognitivo do aluno, pretende-se realizar uma ressignificação de saberes.

Buscamos refletir sobre alguns aspectos que envolvem o debate sobre currículo escolar, resgatando as primeiras tentativas de sistematização e as posições de algumas correntes teóricas e pensadores da educação frente ao tema.

A padronização curricular, a partir da ingerência de organismos externos ao ambiente escolar, pode, de forma autoritária, inibir o potencial criativo de estudantes e professores. Ajudando a perpetuar um modelo de ensino baseado na transmissão de conteúdos, descolados do interesse social dos verdadeiros agentes do processo educativo.

Partindo de uma concepção histórico-crítica, defendemos que a instituição escolar deve assegurar aos estudantes os instrumentos cognitivos essenciais para que possam ter acesso ao conhecimento científico. E também habilitar o aluno na compreensão e domínio dos fundamentos básicos das ciências, incluindo aí a matemática elementar.

Encaramos que o saber matemático é acessível a todo e qualquer indivíduo e sua importância transcende o ambiente escolar, compondo uma conjuntura complexa, que envolve o social, o político, o econômico e os aspectos ideológicos. Neste sentido, o currículo escolar da área de matemática precisa estimular o desenvolvimento da criatividade, do senso crítico e do questionamento. Opondo-se aos interesses dominantes na sociedade.

Em nossa investigação, trabalhamos com os objetivos de analisar o uso de material didático de apoio (módulos de ensino) nas aulas de matemática; e comparar o desempenho entre dois grupos de estudantes, distinguindo-se pelo uso ou não de tal material didático em cada turma.

A turma A, que fez uso dos módulos didáticos, demonstrou melhor rendimento na prova escrita. E para além deste aspecto quantitativo, essa turma desenvolveu outros fatores importantes, como motivação, empenho e interesse.

Portanto, concluímos que a inclusão do material didático de apoio (módulos de ensino), articulado a uma metodologia que estimule no estudante o processo de construção de conhecimentos, favorecendo também aprendizagens significativas, contribuiu com um melhor desempenho da turma A.

## REFERÊNCIAS

AABOE, A. **Episódios da história antiga da matemática**. Tradução: João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

ARAÚJO, F. C. **Estudo de áreas e perímetros nos anos finais do Ensino Fundamental sob o ângulo da História da Matemática**. In: V Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino em Ciências, 2020, Campina Grande. Anais do V CONAPESC. Campina Grande: Realize Editora, 2020. v. 1. p. 1-5.

ARAÚJO, F. C. **Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental: um estudo de caso**. In: V Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino em Ciências, 2020, Campina Grande. Anais do V CONAPESC. Campina Grande: Realize Editora, 2020. v. 1. p. 1-12.

ARAÚJO, F. C.; AGUIAR, J. H. A. Pensamento numérico e geométrico nos anos finais do ensino fundamental: Um estudo de caso. **Research, Society and Development**. v 10, n 8, 2021. Disponível em: <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/17838/15770> . Acesso em: 25 jul. 2021.

ARAÚJO, F. C. **Vídeos no ensino de física: um estudo de caso**. In: Castro, Paula Almeida de. (Org.). Avaliação: Processos e Políticas Campina Grande: Realize eventos, 2020.

BICUDO, M. A. V. **Filosofia da Educação Matemática segundo uma perspectiva fenomenológica**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Filosofia da Educação Matemática: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas. 1ªed. São Paulo: Editora UNESP, 2010, v. 1, p. 23-47.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgar Blucher, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 10 out. 2020.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC. Educação é a Base**. Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518-versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf). Acesso em: 05 out. 2020.

CARVALHO, J. B. P. **História da Matemática no Ensino**. Cadernos do IME - Série Matemática, n. 13 (online), p. 99-106, 2019. Disponível em: <https://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/cadmat/article/view/47245/31595>. Acesso em: 10 jan. 2021.

D'AMBROSIO, U. **A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 97-115.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. 17ª ed. São Paulo: Papirus, 2009.

D'AMBROSIO, U. **Filosofia, Educação e Matemática em uma relação íntima**. REVEMAT.

Florianópolis (SC), v.11, Ed. Filosofia da Educação Matemática, p. 21-35, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2016v11nespp21/33459>. Acesso em: 16 jan. 2021.

D'AMBROSIO, U. **Priorizar História e Filosofia da Matemática na Educação**. Tópicos Educacionais, v. 18, n.1-2, p. 159-175. Recife, jun./dez. 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/topicoseducacionais/article/download/22336/18536#:~:text=A%20conclus%C3%A3o%20%C3%A9%20priorizar%20um,que%20inclui%20hist%C3%B3ria%20e%20filosofia> . Acesso em: 16 jan. 2021.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. 5 ed. Campinas: Editora Unicamp, 2011.

FOSSA, J. A. **Lectura de textos históricos en el aula**. Revista Paradigma, v. XLI, nº extra 1; abril de 2020 / 116 – 132. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/340851322\\_LECTURA\\_DE\\_TEXTOS\\_HISTORICOS\\_EN\\_EL\\_AULA](https://www.researchgate.net/publication/340851322_LECTURA_DE_TEXTOS_HISTORICOS_EN_EL_AULA) . Acesso em: 25 out. 2020.

FREIRE, P. **A educação na cidade**. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2005.

FREIRE, P; SHOR, I. **Medo e Ousadia: o cotidiano do professor**. Tradução: Adriana Lopez. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2008.

HOFFMAN, J. **Avaliar: respeitar primeiro, educar depois**. Porto Alegre: Mediação, 2008.

HOFFMAN, J. **Avaliar para promover: as setas do caminho**. Porto Alegre: Mediação, 2010.

LIBÂNEO, J. C. **Adeus professor, adeus professora? Novas exigências educacionais e profissão docente**. São Paulo: Cortez, 1998.

LIBÂNEO, J. C. **Finalidades educativas escolares em disputa, currículo e didática**. In: LIBÂNEO, J. C.; ECHALAR A. D. L. F.; SUANNO, M. V. R.; ROSA, S. V. L. (orgs.). Em defesa do direito à educação escolar: didática, currículo e políticas educacionais em debate. VII Edipe. Goiânia: Editora da UFG, 2019. Disponível em: [https://publica.ciar.ufg.br/ebooks/edipe/artigo\\_03.html](https://publica.ciar.ufg.br/ebooks/edipe/artigo_03.html) . Acesso em: 14 dez. 2020.

MORETTO, V. P. **Construtivismo: a produção do conhecimento em sala de aula**. Rio de Janeiro: DP & A, 2000.

MORETTO, V. P. **Prova: um momento privilegiado de estudo não um acerto de contas**. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

ROQUE, T. **História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2012.

SACRISTÁN, J. G. **O currículo: uma reflexão sobre a prática**. Tradução: Ernani F. Rosa. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SACRISTÁN, J. G. (Org.). **Saberes e incertezas sobre o currículo**. Tradução: Alexandre Salvaterra. Porto Alegre: Penso, 2013.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SAVIANI, D. **Pedagogia histórico-crítica: primeiras aproximações**. 11.ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2011.

SILVA, J. J. **Filosofias da Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 2007.

## **SOBRE OS AUTORES**

### **Francisco Cleuton de Araújo**

Mestre em Matemática pelo programa PROFMAT da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (2016), especialista em Ensino de Física pela Universidade Federal do Ceará (2010) e graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (2007). Atua como professor da rede municipal em Fortaleza (SME) e é tutor em cursos de graduação semipresenciais (UAB-UFC). Tem interesse nas áreas de Matemática, Física e Estatística, com ênfase em ensino, história e tecnologias.

### **Jonathan Haryson Araújo Aguiar**

Mestre em Matemática pelo programa PROFMAT da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (2018), especialista em Gestão Escolar Integrada e Práticas Pedagógicas pela Universidade Cândido Mendes (2014) e graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (2009). Atua como professor efetivo da rede estadual do Ceará (SEDUC-CE), é tutor em cursos de graduação semipresenciais (UAB-UFC) e professor habilitado no Programa OBMEP na Escola. Tem interesse nas áreas de Matemática, Estatística e Física, com ênfase em ensino, história e tecnologias.

*Pela Quipá Editora, os autores também publicaram a obra *A mosca, a formiga e a gota de mel: um estudo de caso utilizando a Sequência Fedathi na formação de conceitos da geometria espacial através de abordagens alternativas* (2021), disponível no site <https://quipaeditora.com.br/mosca-formiga-mel>.*

## ÍNDICE REMISSIVO

Conceitos geométricos.....	36
Conhecimento matemático.....	10, 12, 18, 21, 22, 24, 32, 33, 34, 50
Currículo.....	6, 7, 17, 22, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 37, 41, 46, 50, 51, 53
Ensino básico.....	6, 7
Ensino-aprendizagem.....	6, 8, 12, 20, 24, 26, 30, 33, 37, 38, 45, 48
Geometria.....	6, 7, 12, 16, 17, 18, 19, 20, 27, 30, 32, 33, 36, 37, 38, 41, 42, 43, 44, 46, 48, 55
Matemática.....	6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 36, 38, 39, 40, 42, 43, 44, 45, 46, 50, 51, 52, 53, 54, 55
Pensamento numérico.....	6, 7, 12, 17, 31, 32, 33, 34, 38, 50, 52
Raciocínio geométrico.....	7, 12, 17, 31, 36, 38, 41, 42, 43, 50
Raciocínio lógico-quantitativo.....	41
Sala de aula.....	6, 7, 11, 12, 24, 25, 27, 28, 33, 41, 45, 46, 47, 48, 53

ISBN 978-658997307-2



9

786589

973072