



UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

## **O que $f'(x)$ nos diz sobre $f(x)$ : uma abordagem com uso de tecnologia computacional**

### **What $f'(x)$ tells us about $f(x)$ : an approach using computational technology**

**Gisele Scremin<sup>1</sup>, Maria Madalena Dullius<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Mestranda em Ensino de Ciências Exatas – Universidade do Vale do Taquari – Univates-  
gisele23scremin@gmail.com

<sup>2</sup> Doutora em Ensino de Ciências e Matemática- Universidade do Vale do Taquari - Univates  
madalena@univates.br

#### **Finalidade**

Este produto educacional é oriundo de uma intervenção pedagógica, realizada com acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática, de uma Instituição privada de ensino do Noroeste Gaúcho. Por meio deste material, apresentamos uma sequência de atividades que foram desenvolvidas com apoio do *software* gráfico Desmos. Tais atividades visaram desenvolver as diferentes abordagens do conceito de derivada, a fim de promover a integração dos aspectos gráfico, geométrico e algébrico do conceito.

#### **Contextualização**

O produto educacional é fruto de uma prática de intervenção pedagógica desenvolvida para a dissertação de Mestrado, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

---

Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências Exatas –

UNIVATES

Rua Avelino Tallini, 171, Universitário – 95914-014 Lajeado/RS, Brasil – Fone: 51. 3714-7000

e-mail: [ppgece@univates.br](mailto:ppgece@univates.br) home-page: [www.univates.br/ppgece](http://www.univates.br/ppgece)



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

(PPGCE) da Universidade do Vale do Taquari – Univates. Os envolvidos na pesquisa foram 17 acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática, matriculados em diferentes semestres, pertencentes a uma Instituição de Ensino Privada do Noroeste Gaúcho. Foram desenvolvidas atividades com caráter exploratório por meio do uso de gráficos construídos no *software* Desmos, a fim de promover a compreensão/ressignificação do conceito de derivada, integrando seus aspectos gráfico, geométrico e algébrico.

O conceito de derivada é considerado um dos conceitos fundamentais do Cálculo, devido a sua importância para compreensão de outros conceitos, como a integral e as equações diferenciais, além de possuir diversas aplicações em diferentes áreas do conhecimento. “Com efeito, a derivada, na sua relação com as diversas áreas do conhecimento, é, sobretudo, taxa de variação instantânea (REZENDE, 2003, p. 350).

A derivada é um conceito que possui diversas interpretações, entre elas: derivada como processo de limite, inclinação da reta tangente a uma curva em um determinado ponto, taxa de variação instantânea, derivada como função, além das aplicações e da relação com o comportamento de funções.

Apesar de suas aplicações e interpretações, o conceito de derivada tem sido um dos tópicos em que os alunos apresentam maior dificuldade de compreensão, resultantes de diversas causas. Deste modo, investigá-las é um dos objetivos fundamentais dos pesquisadores em Educação Matemática, de modo a dar ciência destas causas e apontar caminhos para sanar estas dificuldades (CATAPANI, 2001; BARBOSA, 2004).

Como parte integrante da maioria dos cursos introdutórios de Cálculo, o conceito de derivada de uma função é usualmente abordado após a retomada do conteúdo de funções e a introdução do conceito de limites.

Normalmente a introdução do conceito de derivada é realizada utilizando-se a ideia de reta tangente a curva de uma função, e na sequência, o cálculo de derivadas pela definição de limite e as regras de derivação, sendo os dois últimos pontos os que mais ocupam a atenção dos professores e alunos. Para concluir, estudam-se as aplicações das derivadas o que envolve



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

problemas de otimização, estudo do comportamento das funções e esboço de gráficos, conteúdos muitas vezes pouco explorados (GODOY, 2004; LEHMANN, 2011).

Calcular exaustivamente derivadas de funções pelo uso das regras de derivação pode não levar os alunos a construir efetivamente o significado da derivada, segundo Rezende (2003) há necessidade de explorar o conceito de derivada de modo a demonstrar que suas interpretações se complementam, e assim contribuir para a significação do conceito, bem como, demonstrar os diversos contextos a que se relaciona e se aplica, fazendo com que os alunos fortaleçam as redes de significação por meio da contextualização.

Assim, este trabalho discute a possibilidade de realizar atividades guiadas com auxílio do *software* Desmos, buscando incentivar a autonomia dos alunos, contribuindo para a construção e reconstrução do conceito de derivada e exploração de suas interpretações gráfica e geométrica. Conforme salienta Pozo (2004) o uso de recursos computacionais como ferramentas educacionais precisam ser vistas como apoio, meios, as quais permitem realizar atividades de aprendizagem de formas diferentes as de antes, possibilitando a criação de situações de aprendizagens ricas, complexas, diversificadas, proporcionando a melhora na qualidade de ensino e aprendizagem.

O *software* Desmos foi selecionado para o desenvolvimento da intervenção por ser um programa gratuito, com possibilidade de ser acessado em qualquer dispositivo que esteja *on-line*, ou baixado como aplicativo e utilizado em modo *off-line*, apresentando a vantagem de não requer instalação e sem necessidade de cadastro. Possui comandos acessíveis, de fácil compreensão e manuseio, apresentando ótima saída de gráficos, permite explorar o gráfico de derivadas e demais funções, construção de tabela de valores, marcação de pontos, acionamento de controle deslizante, entre outras funções.

Considerando tais aspectos, destaca-se que a intervenção pedagógica foi desenvolvida em forma de Oficina Pedagógica com duração de duas noites, cumprindo o total de 8 h de



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

aplicação. Os resultados da atividade foram coletados por meio de gravações de áudio, diário de campo, bem como todo material impresso utilizado em cada atividade efetivada.

### **Objetivos**

Explorar as diferentes abordagens do conceito de derivada por meio do uso do *software* Desmos, a fim de promover um ambiente dinâmico e motivador aos alunos e demonstrar que as diferentes interpretações do conceito de derivada se complementam.

### **Detalhamento**

As ações que propomos neste produto educacional foram desenvolvidas no primeiro semestre de 2018, no turno noturno, com alunos do curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição de Ensino Superior, localizada na região do Noroeste do estado gaúcho. Estas decorreram durante dois encontros de aproximadamente 4 horas de duração no laboratório de informática e representam a proposta de intervenção ocorrida no âmbito de uma pesquisa desenvolvida no Mestrado de Ensino de Ciências Exatas da Universidade do Vale do Taquari (UNIVATES) e podem ser encontradas na íntegra na dissertação da autora, disponível na página



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

do curso. No Quadro 1, a seguir, apresentamos uma síntese das atividades que foram desenvolvidas na intervenção.

Quadro 1 – Síntese das atividades desenvolvidas

ENCONTROS	ATIVIDADES	OBJETIVOS	DURAÇÃO
1º Encontro	A1: Derivada como inclinação da reta tangente a um ponto	Compreender a relação entre a reta secante e a reta tangente a uma curva, utilizando o conceito de limite através da exploração gráfica;  Conceituar derivada como sendo a inclinação da reta tangente a uma função em um determinado ponto	2 horas e 30 minutos
	A2: Derivada como taxa de variação instantânea	Relacionar a taxa de variação instantânea com a derivada.	1 hora e 30 minutos
2º Encontro	A3: Inclinações positiva, negativa e nula da reta tangente a curva de uma função.	Diferenciar inclinações positivas, negativas e nulas da reta tangente a uma função e relacionar ao comportamento da função.	1 hora e 45 minutos
	A4: Comportamento da função através da análise da derivada.	Compreender a relação entre o crescimento e decréscimo de uma função pela análise da derivada;  Identificar os pontos de máximo e mínimo de uma função através do gráfico da derivada.	2 horas e 15 minutos

Fonte: Autoras, 2018.

**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

Na sequência apresentamos um detalhamento das quatro atividades desenvolvidas na intervenção. Ressalta-se que as atividades foram realizadas no contexto de Oficina Pedagógica, durante a semana acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática.

*Atividade A1: Derivada como inclinação da reta tangente a um ponto da curva*

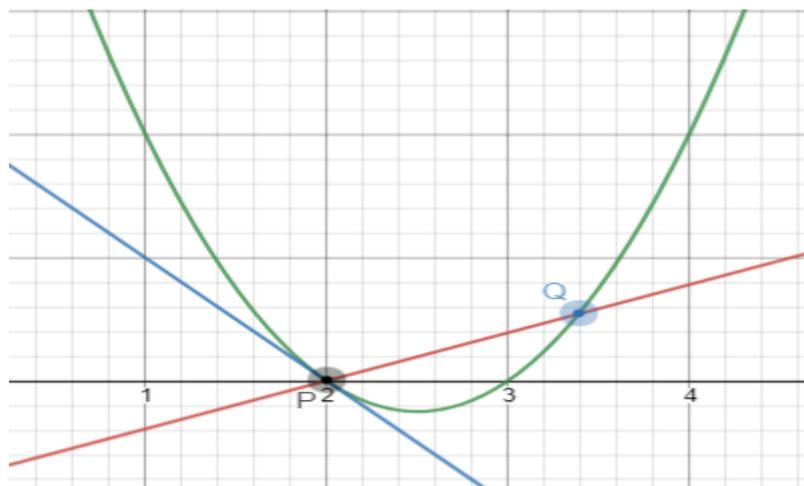
Para a realização desta atividade os alunos acessaram o seguinte link do *software* Desmos, <https://www.desmos.com/calculator/98dhngfzp>, no qual utilizaram o gráfico de uma função e duas retas (Gráfico 1) para que estabelecessem relações expressas pela seguinte definição (1) apresentada em livros de Cálculo:

Se  $P(x_0, f(x_0))$  é um ponto do gráfico de uma função  $f$  então a reta tangente ao gráfico de  $f$  em  $P$ , também chamada de reta tangente ao gráfico de  $f$  em  $x_0$ , é definida como sendo a reta que passa por  $P$  com inclinação

$$m_{tg} = \lim_{x_1 \rightarrow x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

Contando que este limite exista. Se o limite não existir, então concordamos que não há nenhuma reta tangente ao gráfico em  $P$  (ANTON, 2000, pg. 178).

Gráfico 1 – Retas e Curva da função correspondente a Atividade A1



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2018)



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

A partir do gráfico gerado pelo Desmos, os alunos iniciam pela análise e cálculos necessários para se compreender a definição expressa acima, através da sequência proposta pela atividade A1:

1º passo: Diferenciar a reta tangente da reta secante a curva da função, por meio do levantamento de suas propriedades.

2º passo: Retomar os dados necessários para a obtenção da equação de uma reta, neste caso, da reta secante e da reta tangente a curva da função.

3º passo: Selecionar o ponto de contato P, comum entre as duas retas e de intercepto Q, ponto móvel pertencente a reta secante. Definição da expressão que calcula a inclinação de uma reta.

4º passo: Realizar a aproximação de Q pela direita e esquerda de P (cálculo da inclinação aproximada da reta tangente utilizando o processo de limite por meio de tabelas).

5º passo: Analisar o procedimento de aproximação realizado ao redor do ponto P, para formalização da definição da derivada em um ponto como sendo a inclinação da reta tangente a curva da função em um ponto.

6º passo: Concluir a atividade de forma com que os alunos apresentem suas conclusões sobre o processo realizado.

Sugere-se ao desenvolver esta atividade manter a atenção sobre a necessidade de retomada de alguns conceitos matemáticos elementares necessários para o desenvolvimento adequado da atividade.

*Atividade A2: Derivada como taxa de variação instantânea*

Esta atividade foi elaborada com a pretensão de que os alunos tivessem a oportunidade de perceber e reconhecer a relação existente entre a taxa de variação média e a inclinação da

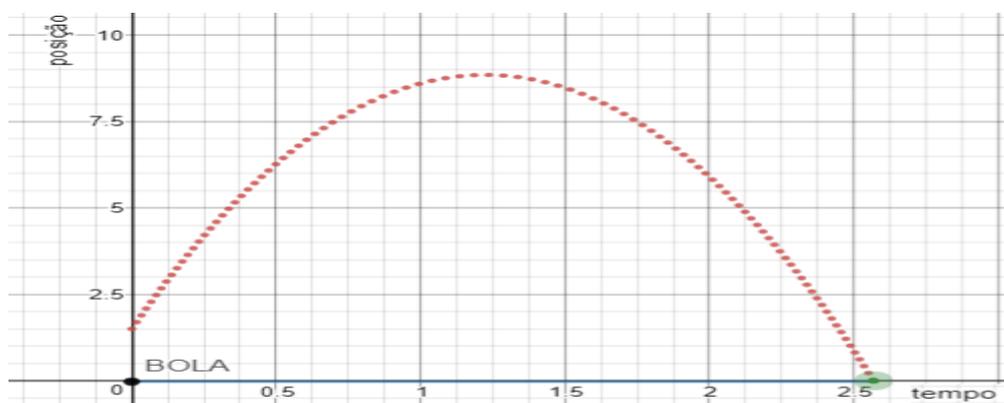
**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

reta secante, e a taxa de variação instantânea e a inclinação da reta tangente, através da exploração de um exemplo de aplicação e do gráfico que representa a trajetória percorrida por uma bola (Gráfico 2). Levou-se em consideração algumas definições e teoremas para a elaboração da atividade proposta, tais como:

Definição (2): Se  $y = f(x)$ , então a taxa de variação média de  $y$  em relação a  $x$  no intervalo  $[x_0, x_1]$  é a inclinação  $m_{PQ}$  da reta secante ao gráfico de  $f$  que passa pelos pontos  $(x_0, f(x_0))$  e  $(x_1, f(x_1))$ , isto é,  $m_{PQ} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$  (ANTON, 2000, p. 173).

Definição (3): Se  $y = f(x)$ , então a taxa de variação instantânea de  $y$  em relação a  $x$  no ponto  $x_0$  é a inclinação  $m_{tg}$  da reta tangente ao gráfico de  $f$  que passa pelo ponto  $x_0$ , isto é,  $m_{tg} = \lim_{x_1 \rightarrow x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$  (ANTON, 2000, p. 174).

Gráfico 2 – Trajetória da bola



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2018)

Através da visualização e análise da trajetória, adota-se a seguinte estratégia para realização da atividade A2:

1º passo: Retomar a expressão que define o cálculo da velocidade média de um corpo em um dado percurso e tempo.



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

2º passo: Analisar e comparar as duas definições: a de velocidade média de um corpo e da inclinação de uma reta que passa por dois pontos, a fim de estabelecer relações existentes.

3º passo: Através da trajetória definida no Desmos, selecionar um ponto pertencente a este percurso.

4º passo: Representar graficamente a trajetória da bola, do ponto selecionado e traçar uma reta tangente a curva da trajetória no ponto selecionado.

5º passo: Calcular a velocidade instantânea da bola no ponto selecionado, utilizando o processo de aproximação.

6º passo: Analisar o passo realizado anteriormente com o cálculo da inclinação da reta tangente a curva em um ponto, a fim de buscar relações existentes.

7º passo: Realizar uma discussão acerca das relações estabelecidas através da realização da atividade A2.

A atividade A2 foi realizada com facilidade pelos alunos, todos participaram ativamente e demonstraram surpresa ao conseguir estabelecer a relação entre a velocidade instantânea e o conceito de derivada em um ponto (inclinação da reta tangente), que segundo estes não havia sido compreendida durante suas aulas de Cálculo I.

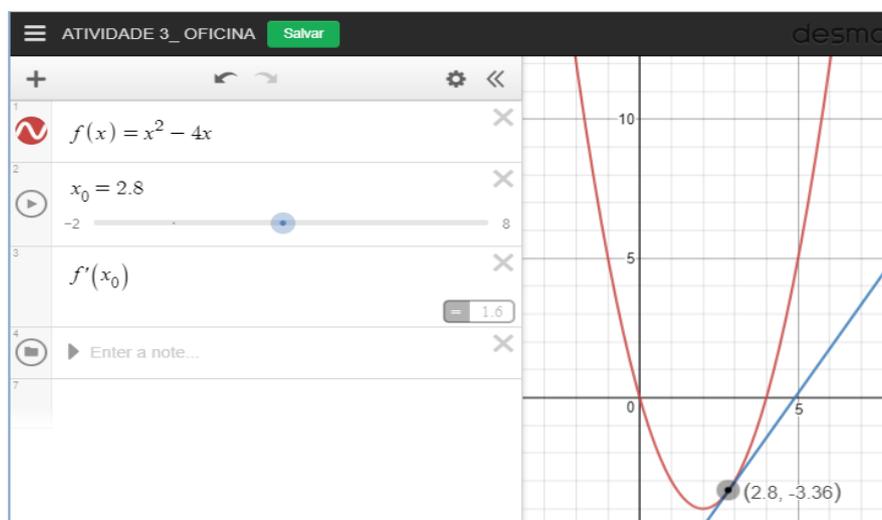
*Atividade A3 - Inclinações positiva, negativa e nula da reta tangente a curva de uma função*

A atividade A3 foi desenvolvida utilizando-se o gráfico (Gráfico 3) gerado no *software* Desmos que pode ser acessado através do link <https://www.desmos.com/calculator/jb7anr0qxd>, e através da criação de tabelas e marcação de pontos. Com a realização desta atividade oportunizou-se aos alunos a análise do comportamento de algumas funções através da

**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

inclinação da reta tangente a curva. Como  $f'(x)$  representa a inclinação da curva  $y = f(x)$  no ponto  $(x, f(x))$ , ela nos informa para qual direção a curva segue em cada ponto. Assim, é razoável esperar que informações sobre  $f'(x)$  nos forneçam informações sobre  $f(x)$ .

Gráfico 3 – Gráfico utilizado na Atividade 3



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2018)

O principal objetivo da atividade foi investigar relações possíveis entre o comportamento da função do ponto de vista do crescimento/decrescimento e os pontos críticos



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

através da inclinação da reta tangente, ou seja, da derivada, trabalhando seus aspectos gráfico e tabular.

Levou-se em consideração para elaboração da atividade os seguintes teoremas e definições:

Definição (4): Seja  $f$  definida em um intervalo e  $x_1$  e  $x_2$  dois pontos neste intervalo:

$f$  é crescente no intervalo se  $f(x_1) < f(x_2)$  para  $x_1 < x_2$

$f$  é decrescente no intervalo se  $f(x_1) > f(x_2)$  para  $x_1 < x_2$

$f$  é constante no intervalo se  $f(x_1) = f(x_2)$  para todos os pontos  $x_1$  e  $x_2$  (ANTON, 2000, p. 290).

Teorema (1): Seja  $f(x)$  uma função contínua em um intervalo fechado  $[a,b]$  e diferenciável no intervalo aberto  $(a,b)$ ,

(a) Se  $f'(x) > 0$ , para todo valor de  $x$  em  $(a, b)$ , então  $f$  é crescente em  $[a, b]$ .

(b) Se  $f'(x) < 0$ , para todo valor de  $x$  em  $(a, b)$ , então  $f$  é decrescente em  $[a, b]$ .

(c) Se  $f'(x) = 0$  para valor de  $x$  em  $(a, b)$ , então  $f$  é constante em  $[a, b]$  (ANTON, 2000, p. 291).

Para o desenvolvimento desta atividade adota-se a seguinte abordagem:

1º passo: Construir uma tabela de valores para um dado intervalo, com o *software* Desmos.

2º passo: Através da construção da tabela, observar a marcação de pontos no gráfico da função, por meio destes, os alunos analisam o comportamento da função, determinado os intervalos de monotonicidade.



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

3º passo: Tendo uma reta tangente a curva da função e o valor da inclinação para cada ponto de contato no gráfico, os alunos movem a reta e buscam os valores da inclinação para um dado intervalo.

4º passo: Realizar um comparativo entre os valores da inclinação da reta tangente a curva (positivos, negativos ou nulos), com os intervalos onde a função era crescente, decrescente e onde houve a mudança de comportamento.

5º passo: Relacionar os intervalos de crescimento e decrescimento da função com os valores da derivada para estes intervalos estabelecendo as relações existentes. Também reconhecer o ponto de mudança de comportamento da função como sendo o ponto onde a derivada é nula.

6º passo: Realizar uma discussão sobre as relações estabelecidas no desenvolvimento da atividade.

*Atividades A4 - Comportamento da função por meio da análise da derivada*

Mediante a realização da atividade 4 os alunos tiveram a oportunidade de estabelecer relações entre o gráfico da derivada e da função. Entre os objetivos desta atividade estavam: estimar pontos de máximo e mínimo relativos pela observação gráfica, verificando se os valores estimados se confirmam pela aplicação do procedimento algébrico; compreender a relação entre a função e sua derivada graficamente.

Para a elaboração desta atividade levou-se em consideração os seguintes teoremas e definições:

Definição (5): Uma função  $f$  tem um **máximo relativo** em  $x_0$  se houver um intervalo aberto contendo  $x_0$ , no qual  $f(x_0)$  é o maior valor, isto é,  $f(x_0) \geq f(x)$ , para todo  $x$  no intervalo. Analogamente, se diz que  $f$  tem um **mínimo relativo** em  $x_0$  se houver um intervalo



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

aberto contendo  $x_0$ , no qual  $f(x_0)$  é o menor valor, isto é,  $f(x_0) \leq f(x)$  para todo  $x$  no intervalo. Quando  $f$  tiver um máximo ou um mínimo relativo em  $x_0$ , se diz que  $f$  tem um **extremo relativo** em  $x_0$  (ANTON, 2000, p. 299).

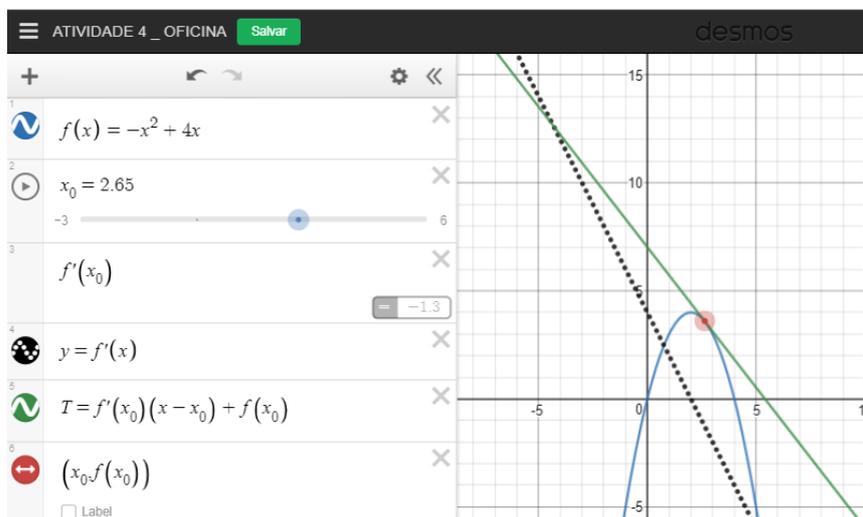
Todo extremo relativo é um ponto crítico  $c$  de  $f(x)$  mas nem todo ponto crítico é um extremo relativo. O ponto crítico da função é aquele no qual a derivada é nula  $f'(x)=0$ , nos pontos onde a reta tangente ao gráfico de  $f(x)$  é horizontal, ou  $f'(x) = \nexists$ , emquinas, descontinuidades ou pontos onde a reta tangente é vertical, e precisa ser analisado:

- (a) Se  $f'(x)$  for positiva à esquerda do ponto crítico  $c$  e negativo à direita dele, o ponto é um máximo relativo.
- (b) Se  $f'(x)$  for negativo à esquerda do ponto crítico  $c$  e positivo à direita dele, o ponto é um mínimo relativo.
- (c) Se  $f'(x)$  for o mesmo em ambos os lados do ponto crítico  $c$ , o ponto não é máximo nem mínimo relativo.

Para realização desta atividade os alunos utilizaram o gráfico da derivada para compreender o comportamento da função original (Gráfico 4), determinando os intervalos onde o gráfico de  $f'(x)$  era positivo, negativo e os pontos onde interceptava o eixo  $x$ .

Gráfico 4 - Gráfico utilizado na Atividade 4

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2018)

O desenvolvimento da atividade A4 segue a seguinte sequência:

1º passo: Analisar o gráfico da função (em azul) na tentativa de determinar o ponto onde a reta tangente a curva possui inclinação igual a zero. Na parte inicial não se utilizou o gráfico da derivada (em preto) somente o gráfico da função e a reta tangente.

2º passo: Determinado o ponto crítico da função, realizar a análise do valor da inclinação da reta tangente ao redor deste ponto pela sua movimentação e apreciação do valor de  $f'(x_0)$ .

3º passo: Através dos valores obtidos realizar a análise deste ponto, para confirmação como sendo um ponto de máximo, de mínimo ou nenhum dos dois.

4º passo: Ocultar a reta tangente e o gráfico da função, para analisar o gráfico da derivada.

5º passo: Realizar a determinação dos intervalos onde o gráfico da derivada é positivo (estava acima do eixo x), negativo (estava abaixo do eixo x) e onde intercepta o eixo x.



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

6º passo: Comparar e analisar o ponto de intercepto obtido no gráfico da derivada, com o ponto crítico da função, a fim de estabelecer relações existentes e verificar a validade do procedimento algébrico adotado para o cálculo dos pontos críticos de uma função através da derivada.

7º passo: Oportunizar uma discussão e abordagem final referente a atividade A4.

Após o término das explorações passou-se para a etapa de discussões finais. O grupo junto com a pesquisadora ressaltou e refletiu sobre uma série de situações que vivenciadas durante a aplicação da Oficina acabaram motivando e tornando mais significativa a aprendizagem do conceito de derivada, realçando alguns pontos importantes: os alunos sentiram-se inseridos no processo de aprendizagem, participaram ativamente e estavam motivados a descobrir; ocorreu a possibilidade de estudar o objeto e estabelecer relações a fim de reconstruir o conceito estudado, dando sentido a aprendizagem; o trabalho gráfico aliado ao aspecto algébrico proporcionou a ressignificação de conceitos como no caso da velocidade instantânea, do cálculo dos pontos críticos de uma função através da derivada, da definição de derivada pelo processo de limite.

### **Resultados obtidos**

Durante a realização das atividades, observamos que os alunos se mostravam atentos às exposições realizadas pela pesquisadora quanto ao uso do *software* Desmos, demonstrando interesse e autonomia ao explorar as funções e suas derivadas e ao fazer conjecturas, isto devido a riqueza dos conceitos e as representações gráficas que o recurso apresenta. A possibilidade de trabalhar em um ambiente informatizado também favoreceu o desenvolvimento das atividades, visto que os alunos puderam vivenciar e desenvolver habilidades utilizando um computador, recurso pertencente ao cotidiano dos envolvidos.



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

Ressalta-se que para o desenvolvimento das atividades, que desempenharam um papel investigativo, a manipulação dos recursos gráficos como as retas no caso da Atividade A1 além de proporcionar a interação com o objeto em estudo, possibilitou aos alunos a comprovação da relação existente entre o conceito de limite e a inclinação da reta, contribuindo para a conceptualização da derivada como o processo de limite da inclinação da reta secante.

Na atividade A2, exploramos a trajetória de uma bola, pela movimentação da mesma por meio do recurso de controle deslizante acionado no Desmos. Esta ação de movimentação nos permitiu explorar a ideia de velocidade média e instantânea, provocando reflexões acerca dos dois conceitos em estudo. Frente a esta atividade, alguns alunos afirmavam não compreender a velocidade instantânea, mas ao finalizar a mesma sentiram-se realizados pois conseguiram compreender seu significado e relação com a derivada em um ponto.

Percebemos pelas observações realizadas e respostas obtidas nas atividades que os alunos ganharam facilidade em compreender o conceito ou então ressignificar os conhecimentos que já possuíam através do aspecto visual proporcionado pelo Desmos, corroborando com Marin (2009) que apontou esta como sendo uma das vantagens do uso de recursos computacionais para as aulas de Cálculo, o que proporciona também a experimentação, a descoberta, a investigação daquilo que lhe foi repassado como pronto e acabado.

Se tratando de uma Oficina pedagógica, as interações promovidas durante a realização das atividades, sendo elas verbais ou não, evidenciam que este tipo de trabalho permite com que os alunos explorem ideias e estratégias que podem promover o desenvolvimento do pensamento matemático (PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA, 2006).

Nas atividades A3 e A4 utilizamos outros recursos presentes no Desmos, como a construção de tabelas, marcação de pontos e construção do gráfico da derivada, foi uma oportunidade para que os alunos manipulassem diferentes formas de representações, e a partir destas buscassem traçar relações e compreender seus significados, como no caso da inclinação



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

da reta tangente a curva de uma função, onde a manipulação da reta tangente e a construção da tabela de valores, levou ao confronto dos dados para obtenção dos intervalos de crescimento e decréscimo da função.

No caso da Atividade A4, os alunos realizaram a análise tanto do gráfico da função quanto do gráfico da função derivada, a disposição na mesma tela, de modo a conduzir a interpretação do comportamento da função pelo gráfico da derivada. Procedimentos algébricos são muito explorados para estabelecer estas relações, mas a compreensão gráfica do conceito muitas vezes não é estabelecida, foi pensando nesta dificuldade que propomos esta atividade.

A manipulação destes gráficos permitiu a compreensão dos procedimentos algébricos estudados na disciplina de Cálculo I, e possibilitaram uma retomada da questão de aplicações da derivada, como no caso do cálculo de áreas máximas e mínimas, ou seja, problemas envolvendo otimização.

Percebeu-se que a experiência de análise gráfica com uso do Desmos e das atividades possibilitou a exploração dos conceitos, muitas vezes abstratos aos olhos dos alunos. Isso porque a manipulação das imagens proporcionou a interpretação de propriedades matemáticas, corroborando com Reis e Júnior (2016), que destacam a importância da imagem visual para a compreensão dos conceitos envolvidos na disciplina de Cálculo, e da interação destes conceitos com aspecto analítico. Ainda, segundo Costa e Souza Júnior (2007), com a utilização de tecnologias se possibilita ao aluno construir conceitos ou então ressignificar conceitos já estudados que possam estar relacionados à visualização.

Neste sentido o ambiente computacional, mais especificamente o *software* Desmos oportunizou um espaço mais dinâmico capaz de proporcionar vantagens e incentivos para que os alunos trabalhassem com disposição e interesse, demonstrado por meio das indagações e contribuições realizadas no decorrer do desenvolvimento das atividades, aspectos evidenciados



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

por Paranhos (2009) diante do uso de ambiente informatizado nas aulas de Cálculo, experimentados em nossa prática.

As afirmações de Ponte e Canavarro (1997) vão ao encontro das observações feitas durante a Intervenção Pedagógica quando descrevem que este tipo de ambiente desenvolve a curiosidade e o gosto por aprender, visto que proporcionam a criação de contextos de aprendizagem ricos e estimulantes, onde os alunos sentem incentivada a sua curiosidade e descoberta.

### **Referências**

- ANTON, Harold. **Cálculo**, Um Novo Horizonte - Vol. 2, 6ª edição. Editora Bookman, 2000.
- BARBOSA, Marcos. A. **O insucesso no ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral**. 2004. 102f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifca Universidade Católica do Paraná (PUC-PR), Curitiba, 2004. Disponível em: [http://www.biblioteca.pucpr.br/tede//tde\\_busca/arquivo.php?codArquivo=291](http://www.biblioteca.pucpr.br/tede//tde_busca/arquivo.php?codArquivo=291) . Acesso em: 05 dez. 2017.
- CANAVARRO, Ana. P. **Concepções e práticas de professores de Matemática: Três estudos de caso** (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM, 1993.
- CATAPANI, Elaine. C. Cálculo em serviço: um estudo exploratório. **Bolema**, Rio Claro, ano 14, nº 16, p. 48-62, 2001. Disponível em: < <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10616/7004>>. Acesso em: 03 out. 2018.
- COSTA, P. O.; SOUZA JÚNIOR, A. J. Tecnologia de Informação e Comunicação no ensino de Cálculo. **FAMAT em Revista**, n. 9, p. 431-440, 2007. Disponível em: <http://www.famat.ufu.br> . Acesso em: 01 mar. 2017.
- GODOY, Luis.F.S. **Registros de representação da noção de derivada e o processo de aprendizagem**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifca Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 106 p, 2004. Disponível em: < <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11164>>. Acesso em: 03 mai. 2018.



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

LEHMANN, M.S. **Proposta de uma sequência didática para a conceptualização de derivada como taxa de variação instantânea.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Severino Sombra: Vassouras, 98 f, 2011.

MARIN, Douglas. **Professores de Matemática que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino superior.** 2009. 164f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.

PARANHOS, Marcos. M. **Geometria dinâmica e o cálculo diferencial e integral.** 2009. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

PONTE, João. P.; CANAVARRO, Ana. P. **Matemática e Novas Tecnologias.** Lisboa: Universidade Aberta, 1997.

PONTE, João. P.; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

POZO, Juan. I. A sociedade da aprendizagem e o Desafio de converter informação em conhecimento. **Revista Pátio**, ano 8, agosto/outubro 2004. Disponível em: <<http://www.franciscoqueiroz.com.br/portal/phocadownload/NovasTecnologias/a%20sociedad e%20da%20aprendizagem%20e%20o%20desafio%20de%20converter%20informao%20em%20conhecimento.pdf>>. Acesso em: 27 jul. 2018.

REIS, Frederico da S.; JUNIOR, José C.M. As contribuições da visualização proporcionada pelo Geogebra à aprendizagem de funções derivadas em Cálculo I. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades: XII ENEM, São Paulo/SP. **Anais...** São Paulo, 2016. Disponível em: <[http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/8057\\_3666\\_ID.pdf](http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/8057_3666_ID.pdf)>. Acesso em: 30 mai. 2018.

REZENDE, Wanderley Moura. **O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica.** 2003. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-27022014-121106/pt-br.php>. Acesso em: 10 dez. 2017