

**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL**

BRUNO TIZZO BORBA

**PRÁTICAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA E
TECNOLOGIA: UM OLHAR PARA AS ESPECIFICIDADES DA
EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA)**

**UBERLÂNDIA – MG
2017**

BRUNO TIZZO BORBA

**PRÁTICAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA E
TECNOLOGIA: UM OLHAR PARA AS ESPECIFICIDADES DA
EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA)**

Produto educacional da dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Maria Teresa Menezes Freitas

**UBERLÂNDIA – MG
2017**

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	4
PROPOSTAS DE ENSINO	5
1. PROPOSTA DE ÁREA E PERÍMETRO – SEXTO E SÉTIMO ANOS.....	7
1.1. PRIMEIRO MOMENTO: CRIAR UNIDADES DE MEDIDA.	8
1.2. SEGUNDO MOMENTO: HISTÓRIA DA MATEMÁTICA.	9
1.3. TERCEIRO MOMENTO: RELACIONAR ÁREA E PERÍMETRO, SEM DEFINIR OS CONCEITOS...	10
1.4. QUARTO MOMENTO: RELACIONAR E FORMALIZAR OS CONCEITOS.	12
1.5. QUINTO MOMENTO: QUESTÕES INVESTIGATIVAS REFERENTES A ÁREA E PERÍMETRO.....	12
2. PROPOSTA DE SIMETRIA E ÂNGULO – 9º ANO	13
2.1. PRIMEIRO MOMENTO: EXPLORAR AS REFLEXÕES.	14
2.2. SEGUNDO MOMENTO: VERIFICAR PARALELISMO E REFLEXÕES SUCESSIVAS.	15
2.3. TERCEIRO MOMENTO: REPRESENTAR A SIMETRIA.	16
2.4. QUARTO MOMENTO: CONCEITUAR, MEDIR E CLASSIFICAR OS ÂNGULOS	17
2.5. QUINTO MOMENTO: EXEMPLOS PRÁTICOS DE ÂNGULOS.....	17
2.6. SEXTO MOMENTO: SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO E CLASSIFICAÇÃO DOS TRIÂNGULOS QUANTO AOS SEUS ÂNGULOS.	18
2.7. SÉTIMO MOMENTO: REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA DOS ÂNGULOS.....	20
2.8. OITAVO MOMENTO: CONSTRUIR POLÍGONOS.....	21

APRESENTAÇÃO

Caro(a) Professor(a),

Este Produto Final é fruto da dissertação de mestrado que se intitula “Práticas de Ensino e Aprendizagem de Matemática e Tecnologia: um olhar para as especificidades da Educação de Jovens e Adultos (EJA). A pesquisa registrada na dissertação foi produzida durante a participação no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática ofertado pela Universidade Federal de Uberlândia, sob a orientação da professora. Dra. Maria Teresa Menezes Freitas.

A pesquisa teve seu embasamento teórico nos estudos sobre as contribuições para o processo de aprendizagem de tarefas exploratórias investigativas de matemática, utilizando as tecnologias em sala de aula em turmas de Educação de Jovens e Adultos.

Dessa maneira, teve um caráter qualitativo, interpretativo e participativo, tendo como principal foco o acompanhamento e a análise da produção colaborativa de saberes discentes, oriundos do desenvolvimento de propostas de ensino computacionais.

A intenção desse produto é oferecer à comunidade matemática propostas de ensino que possam contribuir para o desenvolvimento do pensamento matemático crítico dos alunos da Educação de Jovens e Adultos no processo de aprendizagem Matemática, além de instigar a reflexão sobre as possibilidades de aprimoramento nas relações de aprendizagem no âmbito da EJA.

Os resultados da pesquisa evidenciaram as potencialidades das tecnologias, em especial as Tecnologias da informação e Comunicação ao contribuir com o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, aliando, neste contexto, tarefas exploratórias investigativas em turmas da Educação de Jovens e Adultos.

Espera-se que a pesquisa e seu produto contribuam tanto para a formação inicial quanto para a continuada de professores de Matemática, especialmente para aqueles que atuam ou atuarão no processo de ensino e aprendizagem dos alunos da Educação de Jovens e Adultos.

Ressalta-se que o produto aqui apresentado poderá sofrer alterações, levando em conta que os alunos em cada turma podem apresentar desempenhos diferenciados, fazendo surgir outros desdobramentos diferentes daqueles evidenciados durante a pesquisa.

PROPOSTAS DE ENSINO

Para o desenvolvimento da pesquisa, foi planejado duas propostas de ensino, sendo que uma delas utilizava somente as Tecnologias da Informação e Comunicação e a outra conciliava as TICs com outro recurso pedagógico, o Espelho Plano.

Nas duas propostas de ensino, utilizou-se o blog e o e-mail, contudo, na proposta que explorava os conceitos de Área e Perímetro, também se fez uso do software PowerPoint instalado em computadores do laboratório da escola. Na proposta de Ângulo e Simetria, utilizou-se o software GeoGebra também instalado nos computadores do laboratório e conciliou, para compor o processo de aquisição de conhecimentos, Espelhos Planos, quadro branco, caneta e papel.

Para o desenvolvimento/ação das propostas de ensino, a ambientação e manipulação das TICs utilizadas, como o uso dos instrumentos de coleta de informações da pesquisa, foram necessários quatro encontros¹ em momentos de aulas com os alunos de três turmas, sexto, sétimo e nono anos da EJA.

O desenvolvimento das propostas de ensino ocorreu no segundo e terceiro encontros com os alunos da EJA, com o intuito de melhor compreender a estruturação das propostas de ensino na referida pesquisa. A tabela abaixo apresenta os encontros ocorridos com seus respectivos momentos, que serão detalhados na sequência deste texto.

ENCONTROS	DATAS (Encontros e Momentos)	PROPOSTAS/ AÇÕES DESENVOLVIDAS
2º encontro	6º Ano (08/03/2016 / 1º e 2º momento), 7º Ano (09/03/2016 / 1º e 2º momento)	Atividades de Área e Perímetro
	9º Ano (10/03/2016 / 1º ao 4º momento)	Atividades de Simetria e Ângulo
3º encontro	6º Ano (09/03/2016 / 3º ao 5º momento), 7º Ano (10/03/2016 / 3º ao 5º momento)	Atividades de Área e Perímetro
	9º Ano (17/03/2016 / 5º ao 8º momento)	Atividades de Simetria e Ângulo

¹ Os horários das aulas aconteciam das 18h 50min às 22h 10min e, como as aulas de todas disciplinas eram sempre geminadas (ou seja, duas aulas seguidas), procurou-se denominar, nesta pesquisa, os momentos de aula como “encontro de matemática”, sendo que cada encontro corresponde a duas aulas geminadas. Os encontros possuíam duração média de 1h 30min (considerando-se os atrasos da chegada na escola e o intervalo).

É necessário destacar que o primeiro encontro, com a turma na escola, teve o intuito de apresentar esclarecimentos sobre as propostas de ensino que fariam parte da pesquisa e este encontro com a turma ocorreu no laboratório de informática da escola. A princípio, realizou-se um momento de familiarização com aquele ambiente, pois, na sala, havia alguns alunos que nunca tinham se sentado à frente de um computador, como também aqueles que mal conheciam o seu funcionamento.

Cada turma recebeu explicações do passo a passo do funcionamento do computador, bem como foi oferecido informações sobre o nome de cada parte do aparelho e o detalhamento de suas funções. Após o enfrentamento inicial, de superação do medo frente ao uso do computador, os discentes foram orientados para a criação de um e-mail pessoal do Gmail².

O objetivo principal da criação deste e-mail justifica-se por ser esta a forma necessária para se acessar o blog desenvolvido para auxiliar nas propostas de ensino. Entretanto a explicação não se ateve à criação de um e-mail, pois aconteceram também orientações de como utilizá-lo. Os alunos foram orientados sobre os passos para enviar, abrir e excluir um e-mail. A fim de verificar a compreensão de algumas etapas abordadas, solicitou-se que cada aluno enviasse um e-mail para o professor/pesquisador, contendo qualquer informação que gostaria de dizer ao professor e, posteriormente, os alunos deveriam enviar outra mensagem para um dos colegas de turma e/ou para a professora da turma.

Essa ação de troca de mensagens por e-mail contribuiu com a dinâmica da pesquisa, pois o professor pesquisador não precisou anotar os e-mails criados, tendo em vista que já os possuía em sua caixa de mensagens. Dessa forma, o professor pesquisador teve apenas que copiar e enviar os convites aos alunos para entrar no blog.

O blog criado foi intitulado “Aprendendo Matemática na EJA”, com o seguinte endereço eletrônico (www.matematicaejaeseba.blogspot.com). Este blog foi dividido em três abas: aba “Início” que corresponde ao formulário eletrônico para todos responderem; na aba “Aula do 6º e 7º ano”, disponibilizou-se o link para realização do download do arquivo do software escolhido para o desenvolvido da proposta de ensino para os referidos anos e a aba “Aula do 9º Ano” também possuía o link para realização do download do arquivo do software escolhido para o desenvolvido da proposta da tarefa correspondente.

Como o blog, a princípio, fora criado para uso exclusivo dos alunos desta pesquisa, foi necessário, para se ter acesso ao blog, a criação de um usuário e senha. Após a defesa da

²A plataforma escolhida para hospedar o Blog foi a Blogger, que só aceita o Gmail como usuário, porque tanto o Blogger quanto o Gmail, pertencem a Google, por isso a exigência.

dissertação de mestrado, será disponibilizado o acesso ao público para que todos os professores possam usufruir de seu conteúdo, sem a necessidade de senha.

O usuário dos alunos foi definido como sendo o endereço eletrônico (e-mail) e a senha seria a mesma senha deste e-mail. Mas para que esse processo ocorresse, foi necessário que o administrador do blog, no caso o professor pesquisador, enviasse um e-mail para cada aluno com o convite de acesso ao blog.

Esses convites foram enviados pelo professor/pesquisador, depois do primeiro encontro e às vésperas do segundo encontro, tentando garantir que esses convites não se perdessem ou fossem enviados para a lixeira da caixa de e-mail.

Antes do desenvolvimento das propostas de ensino, já no segundo encontro, o professor solicitou, em todas as turmas, que cada aluno acessasse seus e-mails pessoais e aceitasse o convite para acessar o blog. Em seguida, quando todos já haviam conseguido entrar no blog, solicitou-se a cada turma que selecionasse a aba que correspondesse a sua turma. Nesta aba, existia o link para download do arquivo que seria utilizado em suas respectivas tarefas/propostas de aula.

Sob a orientação do professor pesquisador, os alunos ‘baixaram’ esses arquivos que faziam referência a cada uma das tarefas detalhadas adiante.

1. Proposta de Área e Perímetro – Sexto e Sétimo Anos

Optou-se, nesta proposta, por utilizar um recurso que os alunos já tinham domínio para que não se esbarrasse na burocracia de instalar um software e para que não se perdesse tantas aulas com orientação de como manipular o recurso.

A dinâmica escolhida foi fazer do PowerPoint um recurso pedagógico nas aulas de Matemática, transformando esse software de ferramenta para o contexto educacional.

Almejou-se, assim, que essa proposta de aula proporcionasse um ambiente investigativo aos alunos do sexto e sétimo anos da EJA, os quais poderiam atribuir características e significados próprios ao programa, de forma que desenvolvessem as definições e as relações de área e perímetro de uma forma interativa e criativa, tendo o PowerPoint como uma ferramenta computacional efetiva no processo de construção do conhecimento.

Com o intuito de contribuir para a aprendizagem desses conceitos de Geometria, optou-se por uma metodologia considerada adequada à proposta de aula, almejando que os alunos atingissem os seguintes objetivos:

- criar, manipular e estabelecer relações entre unidades de medida;
- perceber a necessidade de padronizar as unidades de medida de comprimento e área, por meio de situação real e da história da Matemática;
- reconhecer a aplicabilidade dos conteúdos abordados;
- investigar uma possível relação entre área e perímetro.

A proposta de ensino foi desenvolvida em cinco momentos.

1.1. Primeiro Momento: Criar unidades de medida

No primeiro momento, o objetivo principal foi explicitar a necessidade de criar unidades de medida padrão.

A princípio, foi solicitado aos alunos que criassem suas unidades de medida para medir a moldura de um determinado quadro (Figura 1) e o espaço que este quadro ocuparia na parede. Para a criação das unidades de medida, o aluno poderia utilizar tanto os recursos do software, como as formas e polígonos do próprio programa, quanto as imagens da galeria de imagens virtuais.

Figura 1 - Questão inicial da proposta de Área e Perímetro



Fonte: O autor.

Em seguida, em diálogo e interação entre os colegas, os alunos foram questionados sobre as medidas do quadro e de sua moldura, e perceberam, assim, que suas unidades e suas medidas eram diferentes. Ao iniciar o diálogo entre todos os alunos, notou-se a necessidade da criação de unidades-padrão.

1.2. Segundo Momento: História da Matemática

Em um segundo momento, o professor/pesquisador apresentou um breve contexto da história da Matemática, mostrando a necessidade histórica de padronizar as unidades de medida e enfatizando a unidade de medida de comprimento.

Antes da apresentação das unidades de medida padronizadas, o professor/pesquisador comentou com a turma sobre as primeiras unidades de medida não padronizadas, que eram as partes do corpo humano, ressaltando que estas se alteravam de pessoa para pessoa, pois existem pessoas que são pequenas e outras que são grandes. Dessa forma, os alunos compreenderam que houve, no decorrer da história, uma necessidade de se padronizar medidas de comprimento.

Figura 2 – Primeiras unidades de medida



Fonte: O autor.

O professor/pesquisador, em seguida, comentou com os alunos que uma tentativa de padronizar a unidade de medida se deu com a utilização das medidas de um único homem: o rei. Porém com o crescimento do comércio, as confusões continuaram, pois cada país tinha o seu rei e suas medidas.

Silva (2010) confirma essa informação, ressaltando o sistema de unificação imposto pelo imperador romano Carlos Magno, no ano 809, que obteve maior sucesso e ficou conhecido pelos historiadores, pois esse sistema perdurou até a divisão do Império Carolíngio.

Um exemplo interessante foi o padrão de unidade de comprimento proposto por Carlos Magno. Ele desejava naquela época, estabelecer um padrão universal e propôs, para isso, adotar o "Pé do Cristo", ou, mais precisamente, as marcas do pé de Cristo gravadas sobre o Santo Sudário, como padrão de unidade de comprimento. O valor corresponde a 31,23 cm. Não se sabe exatamente por que, mas acabou-se adotando outro padrão. Fixou-se, na época, que o padrão de unidade de comprimento a ser adotado em todo o seu reino seria o "Pé do Rei", que correspondia a 32,84 cm. (SILVA, 2010, p. 65)

Os esclarecimentos para os alunos continuaram, informando que, na França, em 1790, época da Revolução Francesa, a Academia de Ciências Francesa foi então encarregada de fixação das unidades-padrão, propondo um sistema totalmente novo e unificado para todo o território francês.

A Academia pronunciou-se, então, pela adoção da fração de um arco de meridiano. Fixou-se que décima milionésima parte da quarta parte de um arco de meridiano terrestre, medido entre o Equador e o Polo Norte, seria adotada como unidade de medida linear, denominada *metro*. Estabeleceu-se então, que um arco de meridiano de aproximadamente 9,5 graus seria medido entre Dunkerque, na França, e Barcelona, na Espanha, e o resultado dessa medição seria usado como unidade-padrão para a nova unidade de medida linear (SILVA, 2010, p. 83).

Logo, os alunos foram esclarecidos sobre os caminhos em que foi proposto o sistema métrico decimal, que não dependiam mais das medidas do corpo humano, ressaltando-se, assim, uma unidade de medida padrão para comprimento. O professor/pesquisador relatou, neste momento, que a opção se deu por utilização da décima milionésima parte da quarta parte de um arco de meridiano terrestre, chamando-a de metro. A palavra metro vem do grego *métron* e significa "o que mede". Uma das inovações dessa proposta foi a adoção do sistema de numeração decimal para o novo sistema de medidas.

Dessa maneira, os discentes puderam notar que, historicamente, o homem também teve a necessidade de padronizar as unidades de medida, mas tiveram dificuldade em padronizar as unidades-padrão de medida.

1.3. Terceiro Momento: Relacionar área e perímetro, sem definir os conceitos

O terceiro momento da aula teve como objetivo investigar uma possível relação entre área e perímetro, sem definir esses conceitos. Para tanto, foi solicitado aos alunos que medissem as molduras e os espaços ocupados por três quadros retangulares diferentes, usando as mesmas unidades de medida. Após o momento de medição dos quadros, os alunos compararam as medidas, observando as regularidades, ou seja, o que as medidas apresentavam de comum e/ou de diferente.

Neste momento, foram utilizadas unidades padronizadas não convencionais para a medição. Estas unidades não padronizadas foram criadas pelo professor pesquisador e dispostas em uma "caixa de ferramentas" no PowerPoint. Para a unidade linear, foi utilizado a unidade

que foi denominada de “pesinho” e para a unidade de área foi utilizada a unidade denominada por “bloquinho”³, conforme se pode observar nas figuras 3 e 4.

Figura 3 - Pesinho



Fonte: O autor.

Figura 4 – Bloquinho



Fonte: O autor.

Nas questões propostas, o professor instigou os alunos a medirem a área e o perímetro de retângulos e atentar para o que acontece com o perímetro quando os retângulos possuem a mesma área. Depois, houve oportunidade de verificar o que acontece com a área, tendo retângulos de mesmo perímetro.

Na sequência, apresentou-se as questões 1, 2 e 3, com seus referidos quadros, os quais os alunos foram solicitados a medir e a comparar.

Figura 5 – Questão 1

C A I X A D E F E R R A M E N T A S		<p>Questão 1 </p> <p>Complete a borda do retângulo abaixo usando os pesinhos ao lado.</p> <p>Depois complete com os bloquinhos a superfície do retângulo.</p>

Fonte: O autor.

Figura 6 – Questão 2

C A I X A D E F E R R A M E N T A S		<p>Questão 2 </p> <p>Complete a borda do retângulo abaixo usando os pesinhos ao lado.</p> <p>Depois complete com os bloquinhos a superfície do retângulo.</p>

Fonte: O autor.

Figura 7 – Questão 3

C A I X A D E F E R R A M E N T A S		<p>Questão 3 </p> <p>Complete a borda do retângulo abaixo usando os pesinhos ao lado.</p> <p>Depois complete com os bloquinhos a superfície do retângulo.</p>

Fonte: O autor.

³O “bloquinho” é uma figura plana, pois relaciona-se a uma unidade de área.

Após cada questão, os alunos foram solicitados a responder em um dos slides do PowerPoint, quantos ‘pesinhos’ e quantos ‘bloquinhos’ seriam necessários para medir a moldura e o espaço ocupado de cada quadro, respectivamente.

No final da segunda questão, os alunos já começaram a relatar o que percebiam ao analisar as medidas da questão 1 e 2. De maneira análoga, ao final da questão 3, os alunos relataram o que percebiam ao analisar as medidas da questão 1 e 3.

1.4. Quarto Momento: Relacionar e formalizar os conceitos

No quarto momento, o professor pesquisador, ao perceber que os alunos haviam compreendido os conceitos de Área e Perímetro, formalizou esses conceitos de forma sistematizada enquanto conhecimentos científicos e, posteriormente, em conjunto com a turma, analisaram os resultados da atividade 1 e da atividade 2, relacionando os resultados. Depois desta etapa, os alunos analisaram a atividade 1 e a atividade 3, também relacionando seus resultados.

Por último, já utilizando as definições e os resultados das questões anteriores, os alunos realizaram uma comparação entre a área e o perímetro dos quadros de formato retangular.

1.5. Quinto Momento: Questões investigativas referentes a área e perímetro

No quinto e último momento, foram propostas duas questões investigativas que apresentavam situações reais que exploravam os conceitos de área e perímetro. A seguir, serão exibidas essas questões.

01. Se uma tecelã quer dobrar o tamanho do seu tapete, vai ser necessário dobrar o arremate em volta dele?

Figura 8 – Questão investigativa 1

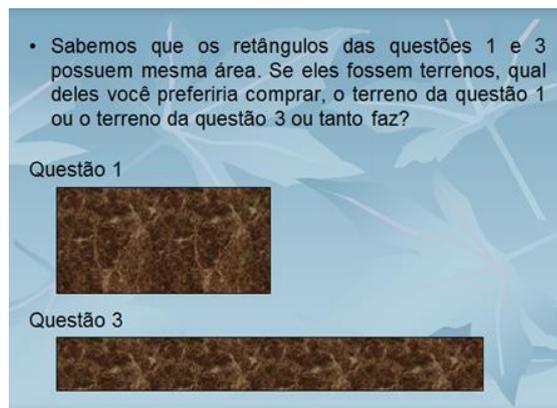


Fonte: O autor.

Essa questão investigativa 1, buscou explorar uma situação real, que envolve uma relação entre a medida da área e a medida do perímetro de um tapete, ou seja, os alunos teriam que investigar se ao dobrar a área do tapete, o arremate que, neste caso, representa a unidade de medida de perímetro, também iria dobrar de comprimento.

02. Sabemos que os retângulos das questões 1 e 3 possuem mesma área. Se eles fossem terrenos, qual deles você preferiria comprar, o terreno da questão 1 ou o terreno da questão 3 ou tanto faz?

Figura 9 - Questão investigativa 2



Fonte: O autor.

Na tarefa investigativa da questão 2 buscou-se instigar os alunos a realizarem uma análise sobre a vantagem na compra de terrenos, relacionando dois terrenos de mesma área, mas com perímetros diferentes. Essa comparação provém de uma relação já estabelecida no momento anterior.

2. Proposta de Simetria e Ângulo – Nono Ano

Na busca de utilização de recursos tecnológicos, esta proposta de ensino buscou conciliar o uso das TICs, como também dos Espelhos Planos. Dessa maneira, desenvolveu-se essa proposta na intenção de explorar conceitos geométricos na EJA.

Acreditando-se na relevância da Geometria na Educação de Jovens e Adultos, procurou-se explorar o máximo de conceitos possíveis, sem perder a qualidade de ensino, tendo como foco os conceitos de Simetria e de Ângulo, mas realizando conexões com: rotação, eixos de simetria, paralelismo, representação simbólica de um ângulo, medição dos ângulos, classificações dos ângulos, soma dos ângulos internos de um triângulo, classificações dos triângulos quanto aos ângulos, ângulo central do polígono e nomenclatura dos polígonos.

Acredita-se que, para o aluno aprender Matemática com significado, seja fundamental a aprendizagem com compreensão, atribuindo sentido ao que aprende. Para tal, parece ser importante que o aluno saiba o porquê das coisas, e não simplesmente memorize conceitos e propriedades, levando em conta a valorização do conhecimento prévio do aluno instigando-o a pensar logicamente, relacionando ideias, descobrindo regularidades e padrões, estimulando sua curiosidade, seu espírito de investigação e a sua criatividade.

Assim, a expectativa desta proposta seria que os alunos do nono ano pudessem:

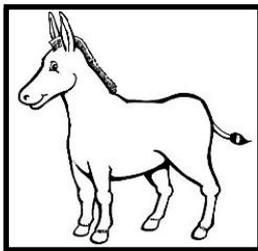
- manipular os objetos didáticos e averiguar as simetrias;
- reconhecer as diferentes classificações simétricas, com seus possíveis eixos de simetria;
- conceituar, medir e classificar os ângulos;
- somar os ângulos internos de um triângulo, classificar os triângulos quanto aos ângulos;
- investigar uma possível relação entre os ângulos centrais e os polígonos.
- criar e observar os possíveis polígonos, formas geométricas.

Com o intuito de atingir esses objetivos, a proposta foi fragmentada em oito momentos, sendo quatro momentos para cada encontro.

2.1. Primeiro Momento: Explorar as reflexões

Em um primeiro momento, antes da abordagem de qualquer definição, foi proposto um desafio de se colocar *um espelho plano simples* em determinado lugar da ⁴‘Figura 10’ para tentar obter as imagens da ‘Figura 11’ e da ‘Figura 12’.

Figura 10 – Burro



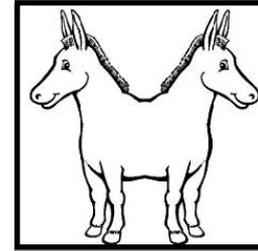
Fonte: Colorir Desenhos.

Figura 11 – Reflexo 1 do burro



Fonte: O autor.

Figura 12 – Reflexo 2 do burro



Fonte: O autor.

Esse desafio foi proposto com o intuito de oportunizar circunstâncias adequadas e favoráveis para a prática de reconhecimento de figuras diferentes e seleção de partes de figuras congruentes a outras. A proposta foi propícia para a observação de propriedades de figuras

⁴ <http://colorirdesenhos.com/files/styles/slideshow_vertical/public/desenhos/cavalo4.jpg?itok=BSllsQMD>

geométricas e a exploração do conceito de simetria.

Em seguida, foram dispostas figuras e o professor/pesquisador solicitou à turma que colocasse o espelho plano onde se encontrava o(s) eixo(s) de simetria, em busca de figuras com estrutura simétrica e contagem dos eixos de simetria. A seguir, apresenta-se algumas das imagens⁵ utilizadas.

Figura 13 - Borboleta



Fonte: ClipartAll

Figura 14 - Cálice



Fonte: Replacements Ltda

Figura 15 - Estrela



Fonte: ClipartAll

Figura 16 – Floco de neve



Fonte: Blog Update Info

Esta dinâmica teve o intuito de classificar o tipo de simetria, segundo o número de eixos, como simetria axial ou bilateral e simetria de rotação ou central. Assim, conseguiu-se explicitar e abordar os conceitos de reflexão, rotação e de translação.

2.2. Segundo Momento: Verificar paralelismo e reflexões sucessivas

O segundo momento incluiu o trabalho com *dois espelhos planos e paralelos*. Solicitou-se aos alunos que colocassem as figuras geométricas e/ou imagens entre os espelhos e verificassem a reflexão nos sentidos dos espelhos. Abaixo se apresenta uma imagem entre os espelhos.

Figura 17 – Imagem entre os espelhos paralelos



Fonte: O autor.

⁵ Fontes: Borboleta – ClipartAll – <http://img.clipartall.com/butterfly-20clipart-20black-20and-20white-black-and-white-butterfly-clipart-250_190.jpg>

Cálice – Replacements Ltda –

<<https://images.replacements.com/images/images2/crystal/C/P0000156298S0003T2.jpg>>

Estrela – ClipartAll – <http://img.clipartall.com/bold-star-outline-clip-art-star-outline-clipart-400_393.jpg>

Floco de Neve – Blog Update Info – <[http://3.bp.blogspot.com/-VqxS0ZpzxcI/UljVF9wZbpI/AAAAAAAAAMzM/H2vBvAUPzDM/s1600/Flocos+de+Neve+\(6\).png](http://3.bp.blogspot.com/-VqxS0ZpzxcI/UljVF9wZbpI/AAAAAAAAAMzM/H2vBvAUPzDM/s1600/Flocos+de+Neve+(6).png)>

<[http://3.bp.blogspot.com/-VqxS0ZpzxcI/UljVF9wZbpI/AAAAAAAAAMzM/H2vBvAUPzDM/s1600/Flocos+de+Neve+\(6\).png](http://3.bp.blogspot.com/-VqxS0ZpzxcI/UljVF9wZbpI/AAAAAAAAAMzM/H2vBvAUPzDM/s1600/Flocos+de+Neve+(6).png)>

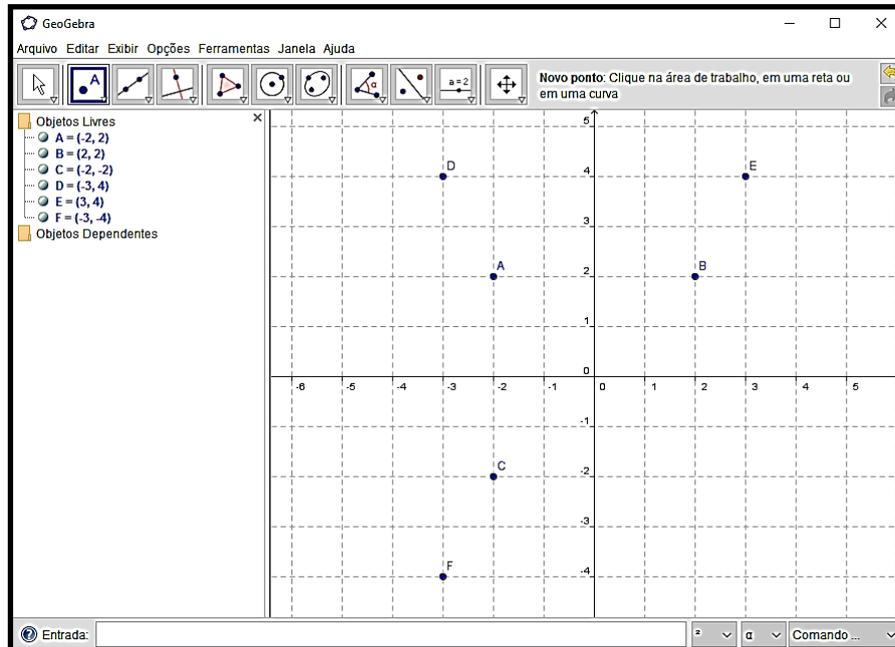
Dessa forma, seria possível observar reflexões sucessivas dispostas nos espelhos, abordando os conceitos de translação e paralelismo. Quando dispostos os espelhos da forma anunciada é possível notar um número infinito de imagens formadas entre os mesmos, como pôde ser visualizado acima.

2.3. Terceiro Momento: Representar a simetria

Para a representação do que se compreendeu sobre Simetria, no terceiro momento, utilizou-se o software GeoGebra, fazendo uso da malha quadriculada e os eixos cartesianos do programa, como eixos de simetria. Solicitou-se aos alunos que inserissem pontos do lado esquerdo do eixo vertical, alocando-os na malha quadriculada.

Em seguida, tomando o eixo vertical como eixo de simetria desses pontos, foi solicitado aos alunos que inserissem seus pontos simétricos em relação a esse eixo. Posteriormente, o mesmo procedimento de inserção de pontos simétricos foi solicitado, mas com relação ao eixo horizontal, conforme ilustra a figura abaixo.

Figura 18 – Representação de pontos simétricos no GeoGebra



Fonte: O autor.

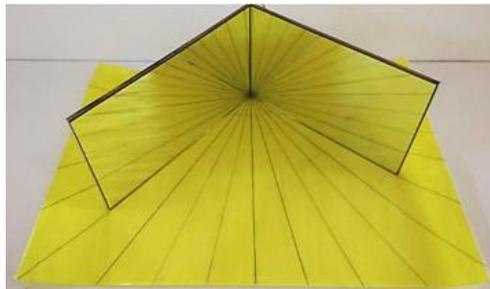
Esta proposta teve como intuito a construção e a representação simétrica de pontos com relação aos eixos cartesianos, utilizando esses eixos apenas para representar os pontos simétricos, pois não foi abordado nem informado detalhes sobre o plano cartesiano e as coordenadas cartesianas.

2.4. Quarto Momento: Conceituar, medir e classificar os ângulos

No quarto momento, o professor pesquisador solicitou aos alunos que rotacionassem sobre a mesa do laboratório de informática, dois espelhos planos de forma articulada, ou seja, um espelho encostado no outro espelho, para explorar e construir o conceito de ângulo, explorando também as regiões entre os espelhos.

Depois de evidenciar o conceito de ângulo, utilizando apenas os *espelhos planos articulados sobre o transferidor* confeccionado em uma cartolina, solicitou-se aos alunos que medissem o ângulo de abertura entre os espelhos, utilizando o transferidor posicionado abaixo dos espelhos.

Figura 19 – Representação dos ângulos utilizando os espelhos



Fonte: O autor.

Após esse processo de aprender a medir os ângulos, utilizando o transferidor, o professor pesquisador esclareceu detalhes sobre as classificações de ângulos (reto, raso, obtuso e agudo).

Toda proposta do quarto momento teve a intenção de conceituar, medir e classificar os ângulos, encerrando, assim, o segundo encontro.

2.5. Quinto Momento: Exemplos práticos de ângulos

Ao iniciar o terceiro encontro com a turma, o professor pesquisador deu início ao quinto momento, exemplificando situações reais nas quais o ângulo poderia ser notado e utilizado como ferramenta na profissão, esporte, lazer e no cotidiano. Para tanto, utilizou-se, além do computador e do PowerPoint, o datashow como ferramenta para ilustrar alguns exemplos práticos.

- ✓ Na construção civil, utiliza-se o prumo e o nível de bolha, respectivamente, para nivelamentos verticais de distância maiores, como verificar se as paredes estão ortogonais ao chão e para nivelamentos horizontais de pequenas distâncias, por exemplo, para colocação de uma prateleira.
- ✓ No skate, com os movimentos e suas respectivas nomenclaturas 360° , 720° e 180° .
- ✓ Nas residências, ao lavar o quintal ou aguar as plantas, o esguicho de água atinge determinada distância conforme inclinação do bico da mangueira.
- ✓ Na guerra, o alcance máximo das bolas de canhões dependia da inclinação máxima dos canhões. Atualmente, os mísseis ainda utilizam os ângulos para ajustar o alvo e ajustar a trajetória.
- ✓ Nos esportes, como o lançamento de dardos ou salto em distância, também utilizam o ângulo de inclinação ideal para o salto ou lançamento, como um dos fatos determinantes para atingir a maior distância.
- ✓ Na musculação, ao realizar as atividades físicas em alguns aparelhos, conforme o aumento da declinação ou inclinação de determinados aparelhos, que são medidos em graus, transfere-se o enfoque muscular para partes diferentes da musculatura.
- ✓ Na natureza, as corujas têm na disposição frontal dos olhos, apenas 50° de ângulo de observação. Entretanto a natureza compensou tal limitação, com a versatilidade das vértebras do pescoço, tornando-as capazes de virar a cabeça num ângulo de 270° , conseguindo olhar em todas as direções. Já o homem com a cabeça parada consegue observar 180° a sua volta.
- ✓ A sombra é a ausência de luz, devido os raios que não atingiram o solo, mas seu tamanho depende do ângulo que o raio limite faz com o chão, quando esse ângulo é grande tem sombra pequena, já quando o ângulo é pequeno tem sombra grande.
- ✓ A legislação ambiental brasileira proíbe o desmate e o plantio em encostas com declividade maior que 45° .
- ✓ O ângulo de visão humano altera conforme a distância dos olhos ao objeto observado, quanto mais afastado do objeto, menor o ângulo de visão, quanto mais aproximado do objeto, maior o ângulo de visão.

Esse momento foi planejado tendo como aspiração conseguir interações entre os alunos, o professor pesquisador e os colegas de turma, partilhando suas opiniões e experiências frente aos ângulos exemplificados.

2.6. Sexto Momento: Soma dos ângulos internos de um triângulo e Classificação dos triângulos quanto aos seus ângulos

No sexto momento, foi utilizado o arquivo do software GeoGebra ‘baixado’ do blog que possui um campo de futebol de plano de fundo, três pontos inseridos, dois na trave no gol e um

representando o jogador de futebol Messi, também já referenciado o ângulo de visão do jogador em relação as traves do gol.

Foi solicitado aos discentes que movimentassem o jogador, arrastando o ponto que o representa em todas as direções do campo e, cuidadosamente, observar o que acontece com a medida deste ângulo de visão.

Figura 20 – Manipulando no GeoGebra



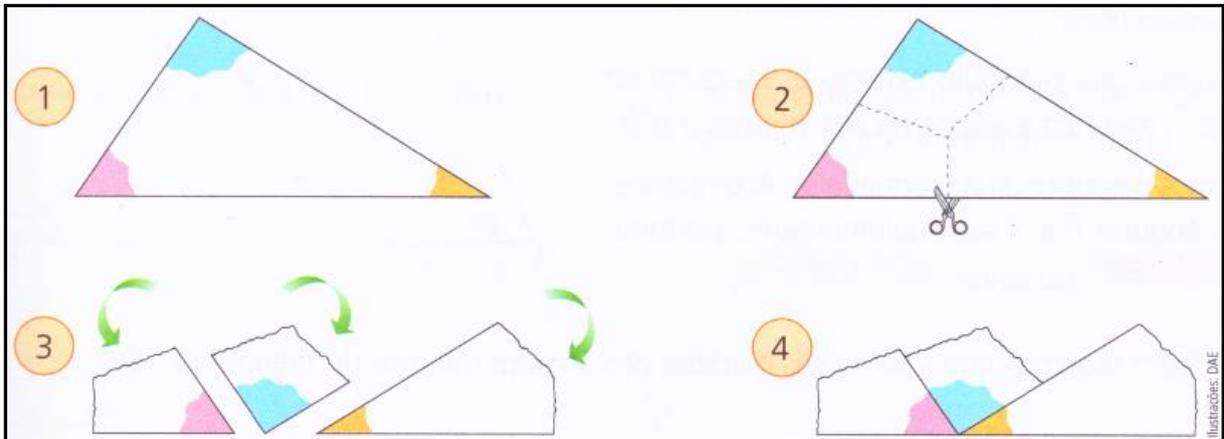
Fonte: O autor.

Posteriormente, ainda com a tela disposta no arquivo disponibilizado no blog, atentou-se para o triângulo construído pelo ponto do jogador e os pontos da trave, e, com a ajuda do software, os alunos foram orientados a medirem mais um dos ângulos do triângulo que havia sido formado. Em seguida, após a construção de um triângulo em folha de papel sulfite, mostrou-se, experimentalmente, que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180° .

A seguir, apresenta-se as ilustrações das imagens⁶, detalhando os passos realizados.

⁶ Fonte da imagem: ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Coleção Praticando Matemática: 8º Ano**. 3 ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

Figura 21 – Mostra experimental “Soma dos ângulos internos de um triângulo”



Fonte: ANDRINI, VASCONCELOS, 2012.

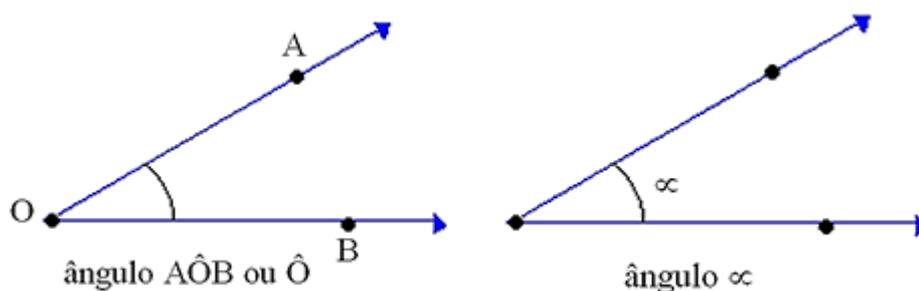
Assim, após terem conhecimento do resultado da soma dos ângulos internos de um triângulo, solicitou-se aos alunos que, com auxílio da calculadora digital do computador ou do celular, calculassem a medida do terceiro ângulo e depois conferissem suas respostas por meio do software GeoGebra, registrando a medida desse terceiro ângulo no programa.

Nesse mesmo sentido, almejou-se explorar as classificações dos triângulos quanto aos seus ângulos (acutângulo, obtusângulo e retângulo), utilizando esse triângulo ilustrado no GeoGebra.

2.7. Sétimo Momento: Representação simbólica dos ângulos

Para retratar a representação simbólica dos ângulos, o professor/pesquisador utilizou uma apresentação projetada no datashow do laboratório de informática, mostrando as nomenclaturas utilizadas pelo ângulo, como também sua composição, como o vértice e os lados, desenvolvendo o sétimo momento. As imagens abaixo ilustram as duas figuras utilizadas pelo professor/pesquisador.

Figura 22 – Representação simbólica de um ângulo



Fonte: O autor.

2.8. Oitavo Momento: Construir polígonos

O oitavo e último momento da proposta, novamente incluiu o trabalho com *dois espelhos planos de forma articulada*, com um transferidor já desenhado em uma cartolina. Solicitou-se aos alunos que rotacionassem os espelhos sobre o transferidor, conferindo os possíveis polígonos que seriam construídos, relacionando-os com o ângulo de abertura entre os espelhos.

Para uma melhor visualização, colocou-se um papel sulfite entre os dois espelhos de maneira que o objeto e os espelhos formassem um polígono. Assim, foi solicitado aos alunos que relacionassem a medida do ângulo central dos polígonos construídos e o número de lados do respectivo polígono.

A seguir, apresenta-se as ilustrações de algumas visualizações do que foi solicitado aos alunos.

Figura 23 – 120° / 3 lados



Fonte: O autor.

Figura 24 – 90° / 4 lados



Fonte: O autor.

Figura 25 – 36° / 10 lados



Fonte: O autor.

Dessa maneira, ao desenvolver essa parte da proposta de ensino, esperou-se que ao visualizar os padrões simétricos para obtenção de polígonos, o professor pudesse retomar os conceitos de ângulo, reflexão e rotação.

Para encerrar este texto, que apresenta o produto associado ao desenvolvimento de uma pesquisa, espera-se que os leitores se sintam convidados e instigados a realizar a leitura na íntegra da dissertação que deu origem ao produto apresentado. A leitura do texto da dissertação possibilitará ao leitor vislumbrar os resultados obtidos pelos discentes participantes da pesquisa, observando as contribuições pedagógicas das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem da Educação de Jovens e Adultos.