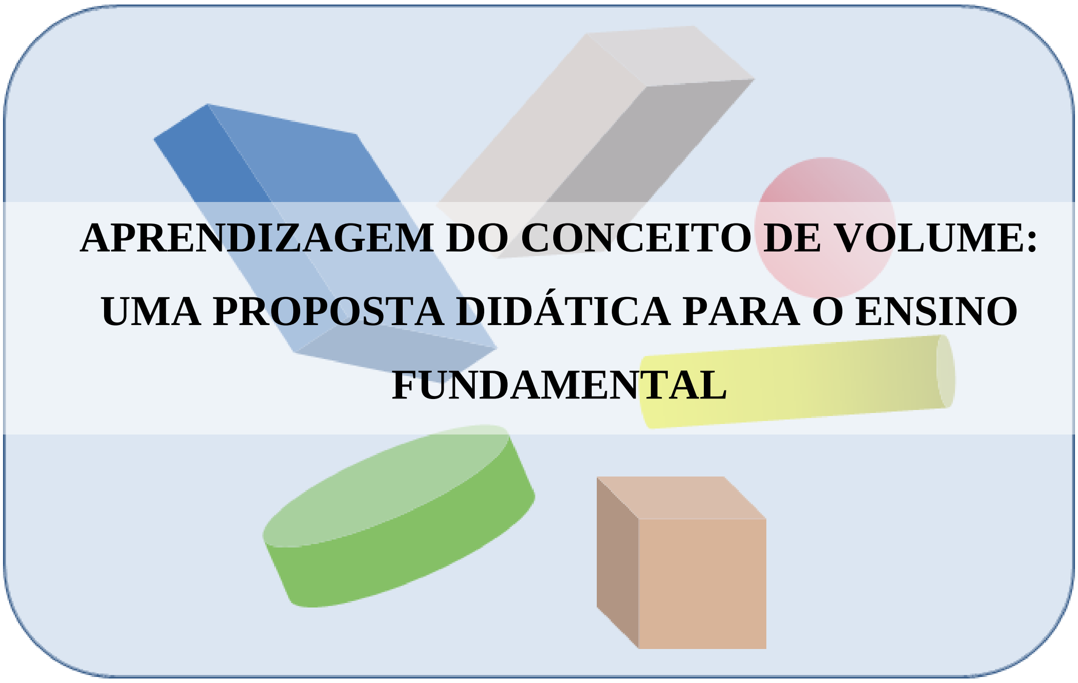
SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL



APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE VOLUME: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

PRODUTO EDUCACIONAL

Ilda Aparecida da Silva Van Der Mer

Ituiutaba,MG
2017

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
ROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL

APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE VOLUME: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ESNINO FUNDAMENTAL

Produto Educacional da dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre no Curso de Mestrado Profissional.

Ilda Aparecida da Silva Van Der Mer

Ituiutaba,MG
2017

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Prezado (a) Professor (a),

Este produto educacional é resultado da Dissertação do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - Mestrado Profissional-UFU, de título “Aprendizagem do conceito de volume: uma proposta didática compartilhada com licenciandos da matemática” defendida por Ilda Aparecida da Silva Van Der Mer, sob a orientação da Professora Drª Odaléa Aparecida Viana.

Apresenta-se neste texto uma proposta didática para atuação do professor de Matemática em sala de aula, direcionada a alunos dos anos finais do ensino fundamental.

A proposta é formada por uma sequência de atividades para o ensino do conceito de volume, a partir da articulação com outras grandezas, como massa, capacidade e densidade. Para isso, são sugeridas tarefas envolvendo questionamentos a fim de ativar os conhecimentos prévios acerca das ideias de volume, capacidade e massa e também a manipulação de diversos materiais, como caixas, vasilhames, material dourado, balança etc.

Além de um resumo da fundamentação teórica, são apresentadas as atividades com os objetivos, os materiais e os procedimentos e também alguns exemplos de respostas dos participantes de um minicurso organizado com estudantes da licenciatura em matemática, membros do Projeto Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) da Faculdade de Ciências Integradas do Pontal da Universidade Federal de Uberlândia (FACIP/UFU) – situação em que a proposta didática foi aplicada.

Espera-se o trabalho apresentado sirva de incentivo para que se possa proporcionar aos alunos a oportunidade de apreender um conceito de um modo significativo, em que professor assuma o papel de mediador, questionador e desafiador.

APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE VOLUME

O conceito de volume pertence a dois blocos de conteúdos, conforme indicam os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998). No bloco Espaço e Forma são estudadas as figuras geométricas espaciais que, entre outras características, possuem volume; já no bloco Grandezas e Medidas consta o estudo de algumas grandezas como volume, área, massa, tempo etc. e de seus respectivos sistemas de medida.

Já a Base Nacional Comum Curricular da Educação Básica - BNCC (BRASIL, 2016), indica que nos anos iniciais do Ensino Fundamental os alunos possam resolver problemas oriundos de situações cotidianas que envolvem grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área e capacidade e volume (de sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, recorrendo, quando necessário, a transformações entre unidades de medidas padronizadas mais usuais. Nos anos finais, a expectativa é a de que os alunos reconheçam volume como grandeza associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essa grandeza com o uso de unidades de medida padronizada e que estabeleçam e utilizem relações entre o volume e outras grandezas como massa, capacidade e densidade.

Apesar de o tema poder ser explorado em diversas situações do cotidiano, verificamos muitas dificuldades dos alunos quando tentam resolver problemas simples envolvendo volume de figuras geométricas; em muitos casos, os alunos utilizam mecanicamente as fórmulas sem demonstrar real entendimento do conceito.

A aprendizagem significativa é definida por David Ausubel (2003) como sendo um processo que permite que uma nova informação, um novo conceito ou uma nova ideia se incorpore na estrutura cognitiva do sujeito a partir da relação com os conhecimentos que o mesmo já possui. Quando a relação é arbitrária, a aprendizagem é chamada de mecânica; seria esse o caso, por exemplo, de aprender a aplicar fórmulas de volume de figuras geométricas em exercícios repetitivos.

A aprendizagem mecânica pode dificultar o processo de resolução de problemas. A dificuldade dos alunos em resolver problemas envolvendo conceitos de geometria pode ser constatada por meio das avaliações realizadas pelo estado de Minas Gerais nas escolas da rede pública de ensino, conforme pode ser visto, por exemplo, no levantamento feito por Viana (2010) – que constatou que a porcentagem de acertos em geometria espacial era de 41%, desempenho considerado pouco satisfatório. Especificamente no tema volume, Viana (2015) verificou que os alunos pesquisados não conseguiam resolver problemas simples de comparação de capacidade e concluiu que eles pareciam não compreender o conceito de volume e demonstravam competência métrica pouco desenvolvida.

Conforme apontado por Figueiredo et al. (2014), nos livros didáticos pode ser verificada uma ênfase exagerada na utilização de fórmulas e conversão de unidades, o que não contribui para a formação do conceito.

Muitas ideias estão relacionadas ao tema volume e alguns autores investigaram a formação deste conceito. Com base nos estudos para a construção do conceito de área realizados por Douady e Perrin-Glorian (1989), Barros (2002) sintetizou a distinção entre três quadros[1]: o quadro geométrico, composto pelas figuras geométricas espaciais; o quadro numérico, composto pelos números reais positivos e o quadro das grandezas, constituído de classes de equivalência de sólidos de mesmo volume, as quais podem ser representadas pelo par número/unidade de medida.

Já os trabalhos de Figueiredo et al. (2014), Morais (2013), Oliveira (2002) e Rodrigues (2011) utilizaram uma metodologia de ensino para o conceito de volume com base na articulação das grandezas massa e conteúdo. Os autores também utilizaram problemas classificados como: problemas de comparação, de medição, de produção e de imersão de sólidos em líquidos – para a compreensão do conceito de volume, de modo que os alunos pudessem atribuir significados às novas ideias a partir de seus conhecimentos prévios advindos do cotidiano.

Conforme Ausubel (2003), além dos conhecimentos prévios e da motivação dos alunos, uma condição para a atribuição de significados refere-se

[1] Um Quadro é um objeto matemático, constituído de conceitos, procedimentos e de relações. Por vezes é necessário mobilizar dois ou mais quadros para resolver uma situação (BARROS, 2002).

ao material apresentado ao aluno – que deve ser potencialmente significativo, isto é, ser organizado numa sequência lógica e numa linguagem adequada.

Assim, com base nos estudos realizados, planejou-se uma proposta didática para o ensino do conceito de volume direcionada a alunos do ensino fundamental. As atividades propostas devem favorecer a articulação entre as grandezas volume, massa e conteúdo e os problemas envolviam comparação, medição e produção de sólidos.

A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

As atividades foram organizadas de maneira a provocar discussões e ações a serem executadas pelos alunos com a mediação do professor, sugerindo um trabalho que visa aprofundar o tema por meio de algumas estratégias: construções, diálogos, experimentos, questionários e tabelas.

Ao todo, são apresentadas 16 questões que podem ser resolvidas em duplas (Primeira parte) e 07 problemas (Segunda parte), resolvidos individualmente. Além de uma apostila, disponibiliza-se os seguintes materiais:

- Paralelepípedos de cartolina;
- Material dourado;
- Régua;
- Tabela de densidade de materiais.

As atividades foram propostas na forma de uma apostila (ANEXO A) que pode ser entregue aos participantes em cada aula, sendo recolhida e entregue nas aulas seguintes.

Neste trabalho, descrevem-se atividades que compõem a sequência didática e também seus objetivos.

Sugere-se que os alunos sejam dispostos em duplas e que resolvam, em cada aula, um determinado conjunto de questões. Ao término da aula, os alunos podem formar uma roda de conversa a fim de interagir com a pesquisadora e a orientadora, em que as respostas devem ser discutidas com o grupo todo.

A roda de conversa teve como objetivo propiciar uma troca de ideias e solucionar as dúvidas; onde todos os alunos devem se sentir à vontade para escutar e discutir sobre as questões apresentadas.

PRIMEIRA PARTE

Deve ser entregue a cada aluno uma apostila (ANEXO A) para que respondam às questões.

1ª QUESTÃO

A primeira questão, que envolve uma simulação de manipulação de massas de modelar, tem a intenção de verificar se os alunos:

(a) observam a deformação de uma quantidade de massa de modelar na obtenção de outros sólidos distintos;

(b) percebem assim a conservação do volume e

(c) exploram o invariante operatório “sólidos diferentes podem ter mesmo volume”.

Na aplicação realizada com os licenciandos, a maioria percebeu que, mesmo com formas diferentes, não se modificaria o volume, pois se tinha partido de uma mesma quantidade de massa, portanto, teria um mesmo volume. Quase todos os alunos responderam acertadamente a questão, conforme verificado na Figura 01.

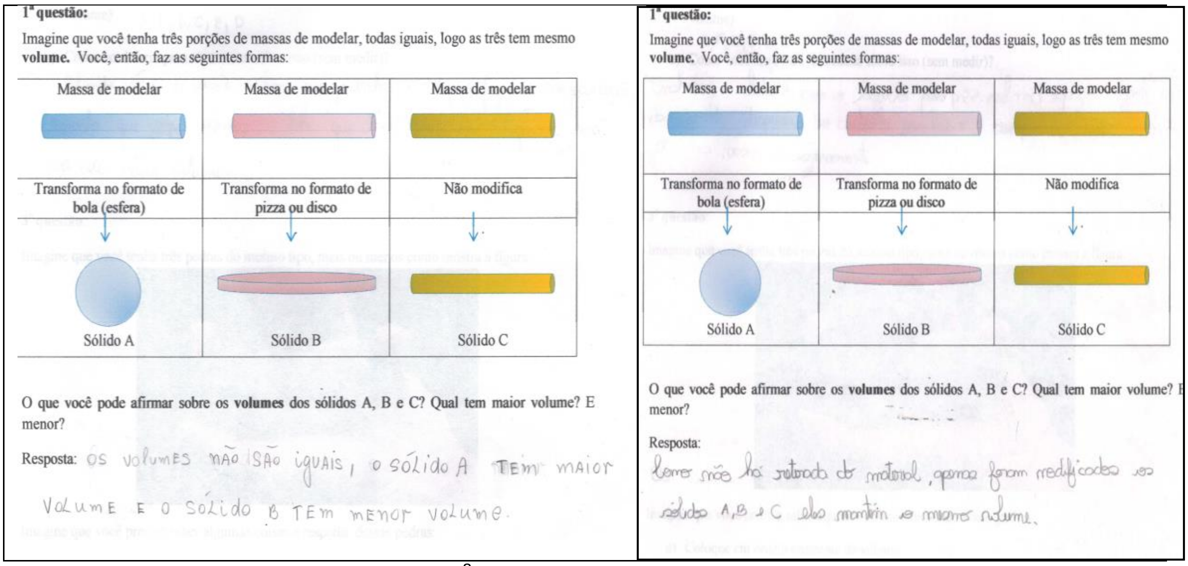


Figura 01: 1ª questão da Sequência Didática
Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

Apesar disso, o diálogo dos alunos mostra que alguns deles pareciam ainda não conservar o volume dos sólidos nas três situações apresentadas:

> **A1:** o volume é o que tem lá dentro.
> **A2:** Na esfera achatada (pizza), o volume é menor que o da esfera... Modificação dos sólidos..... Amassa as massas de modelar e pronto.
> **A3:** vão ser modificados, os sólidos.

Com a roda de conversa os mesmos alunos perceberam o equívoco com relação à conservação da massa de modelar.

2ª QUESTÃO

A segunda questão objetiva a comparação de volume de latas, sendo solicitado que se coloque as mesmas em ordem crescente. Para tanto, os alunos podem apresentar possíveis estratégias, como por exemplo, imaginar o preenchimento das latas com água para verificar em qual delas cabe mais; ou simplesmente, observar suas bases e suas alturas e compará-las.

Na aplicação realizada, destaca-se a resposta de um participante.

> **A4:** .... Bem, pelo que parece não se pode ter certeza sobre as latas A e F, pois elas tem base e alturas diferentes. São duas hipóteses: ou A > F, ou A < F ou A = F. Em relação as latas B e C, ao meu ver pela foto, são iguais, pois parecem ter a mesma área da base e altura. As latas D e F, apesar de parecerem ter área da base iguais, tem alturas diferentes; como E tem altura menor, então E < D.

A figura 02 mostra estratégias adotadas por alguns participantes, após os diálogos onde alguns deles sugeriram colocar agua, feijão, açúcar, pedras para fazer a comparação, ou seja, a lata que contiver mais líquido, no caso da água, será a de maior volume. E, assim várias sugestões foram aparecendo, como também a medidas das bases das latas.

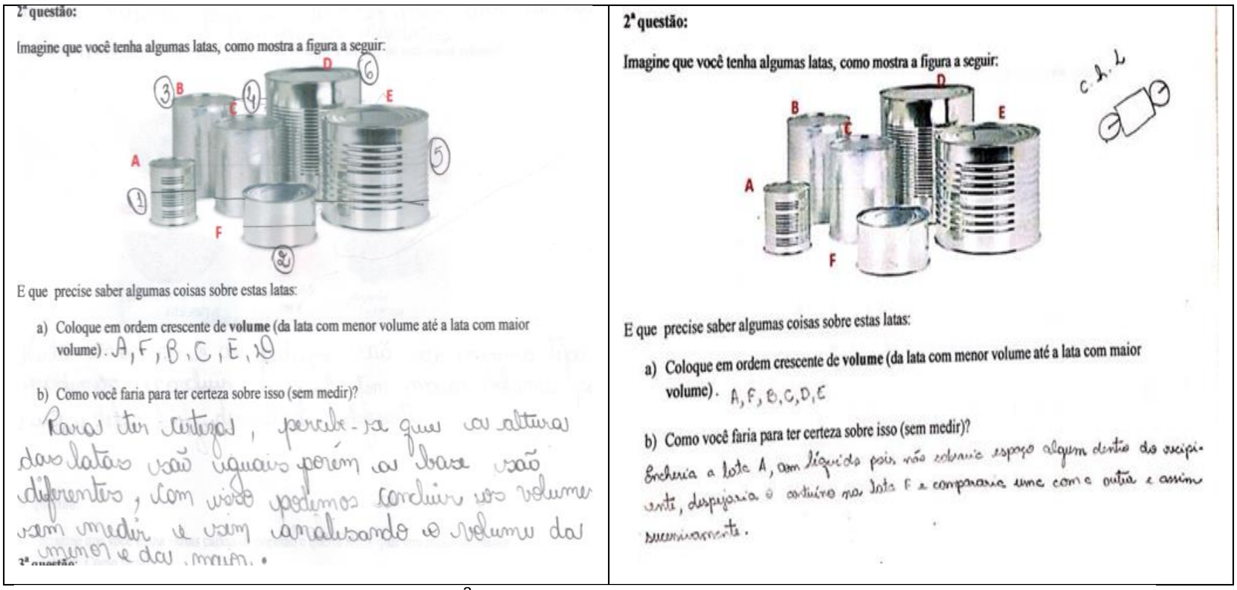


Figura 02: 2ª questão da Sequência Didática
Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Apresentam-se os diálogos ocorridos de modo a exemplificar algumas discussões que podem ocorrer na sala de aula com a articulação entre as grandezas volume e conteúdo:

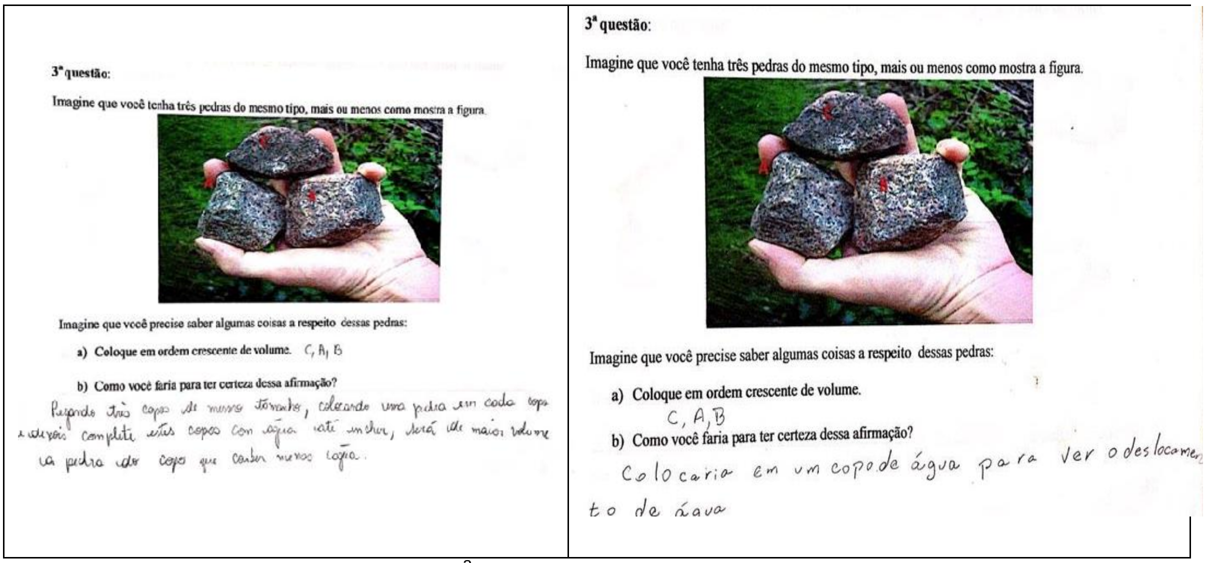
> **A7:** Colocar água dentro... Você vai saber quem é o maior se colocar dentro.
> **Pesquisadora:** E então aí, passa para o papel isso que você falou.
> **A7:** É porque se a ideia é sem medir a gente pensou... que a gente podia pegar por exemplo algum recipiente que tivesse um... em valor, em litros, por exemplo e colocar dentro do recipiente A. Então se aqui tivesse por exemplo 50 ml a gente conseguiria saber em relação ao outro. Mas como é sem medir, a gente pensou em pegar... Enche o recipiente de água na lata A, joga dentro da F que é a que a gente acha que é menor. Se for menor...
> **A5:** tem que ficar um espaço ....a gente enche a F e joga dentro da B. Fica um espaço.
> **A3:** Aí com o mesmo líquido a gente tem que comparar né... Enche essa aqui e coloca dentro da B que a gente acha que é maior. Aí se sobrar um espaço tá certo... Mas se passar não tá certo... Mas tem que ser o mesmo líquido da A.
> **Orientadora:** Sim. Água?
> **Pesquisadora:** Poderia ser só líquido?
> **A5:** Não. Pode ser outro tipo de coisa... Não, mas o líquido... Ele preenche totalmente não é?... Se você colocar grãos vai ter espaço, vai dar espaço. Então tem que ser líquido.

O fato de o aluno ser estimulado a argumentar as suas ideias a partir da simulação de ações com o material pode contribuir na articulação entre as grandezas conteúdo e volume, conforme se pretende.

3ª QUESTÃO

Na terceira questão, são apresentadas três pedras do mesmo tipo e pergunta-se qual delas tem maior volume. Como são sólidos irregulares uma estratégia possivel seria obter o peso das mesmas.

Na aplicação ocorrida, alguns participantes identificaram a relação B > A > C mas não sabiam justificar.



3ª questão:

Imagine que você tenha três pedras do mesmo tipo, mais ou menos como mostra a figura.

Imagine que você precise saber algumas coisas a respeito dessas pedras:

a) Coloque em ordem crescente de volume. C, A, B

b) Como você faria para ter certeza dessa afirmação?

Pegando três copos de mesmo tamanho, colocando uma pedra em cada copo e depois completa estes copos com água até encher, será de maior volume a pedra do copo que couber menos água.

3ª questão:

Imagine que você tenha três pedras do mesmo tipo, mais ou menos como mostra a figura.

Imagine que você precise saber algumas coisas a respeito dessas pedras:

a) Coloque em ordem crescente de volume.
C, A, B

b) Como você faria para ter certeza dessa afirmação?

Colocaria em um copo de água para ver o deslocamen to de água

Figura 03: 3ª questão da Sequência Didática
Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

Alguns disseram que usariam três copos de mesmo tamanho cheios de água, colocariam uma pedra em cada um e verificariam, assim, que a pedra de maior volume seria aquela contida no copo que deslocaria mais água. Outros afirmaram que pesariam as pedras, ou seja, a comparação dos volumes seria feita por meio das massas – medida em gramas ou em quilos.

As pedras cujo volume devem ser comparados são de natureza distinta, o que deve levar os alunos a perceber que não é possível pesá-las, já que a maior massa pode não indicar o maior volume. Uma solução possível é colocar as pedras em um recipiente com água a fim de observar o deslocamento de cada uma, separadamente. Assim, a pedra com maior volume seria aquela que deslocaria maior quantidade de líquido – esta seria verificada pela altura da água no recipiente.

A Figura 04, a seguir, ilustra algumas respostas dos licenciandos.

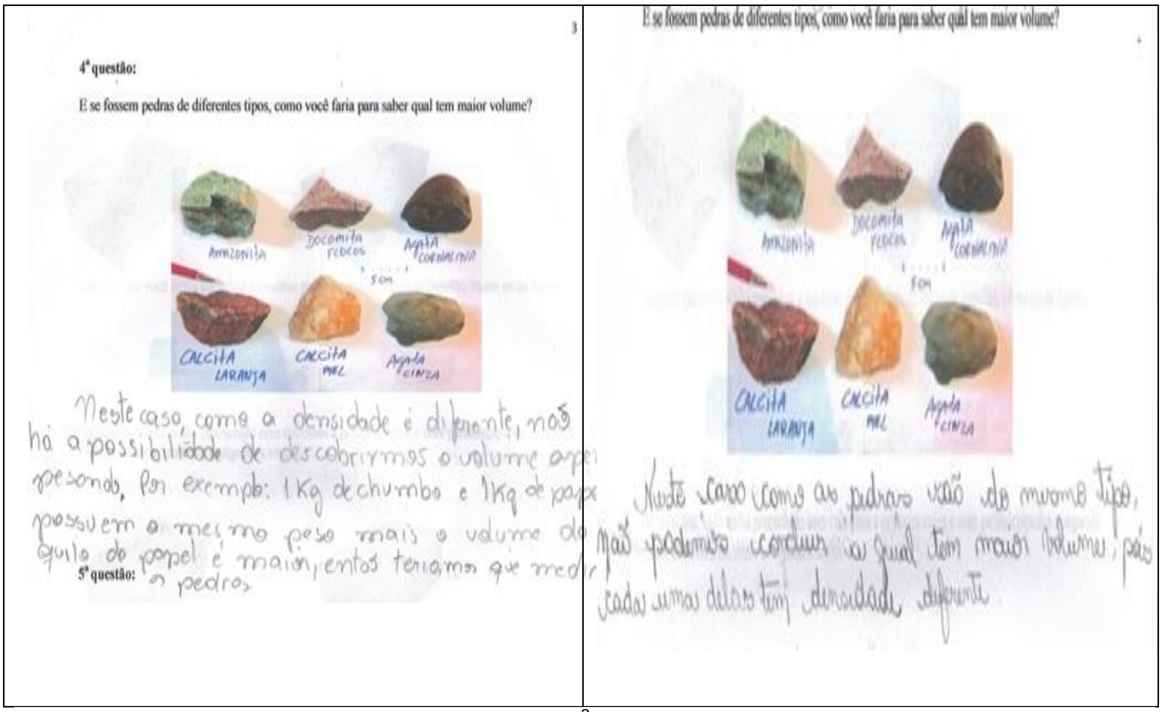


Figura 04: Respostas dadas à 4ª questão da Sequência Didática
Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

5ª QUESTÃO

A quinta questão apresenta algumas caixas de tamanhos distintos e é solicitado que se coloque em ordem crescente de volume, justificando a resposta.

Os alunos devem concluir que pesar não seria adequado, tampouco mergulhar na água. Uma das sugestões para comparar as caixas duas a duas, pode ser a de preencher uma delas com areia e depois despejar este conteúdo na outra caixa; se na ação ainda restar espaço na primeira caixa, esta é a maior.

Outra sugestão pode ser utilizar uma caixa menor como unidade de medida de areia e então contar quantas vezes seu conteúdo preenche cada caixa. Assim, cada volume seria expresso por um número – e então seria fácil compará-los. A Figura 05 ilustra uma das respostas dos licenciados.

Figura 05: Resposta à 5ª questão da Sequência Didática
Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

6ª QUESTÃO

A sexta questão apresenta duas caixas iguais A e B cujos volumes teriam sido medidos por duas unidades de medida distintas: cubos para A e paralelepípedos para B (Figura 09).

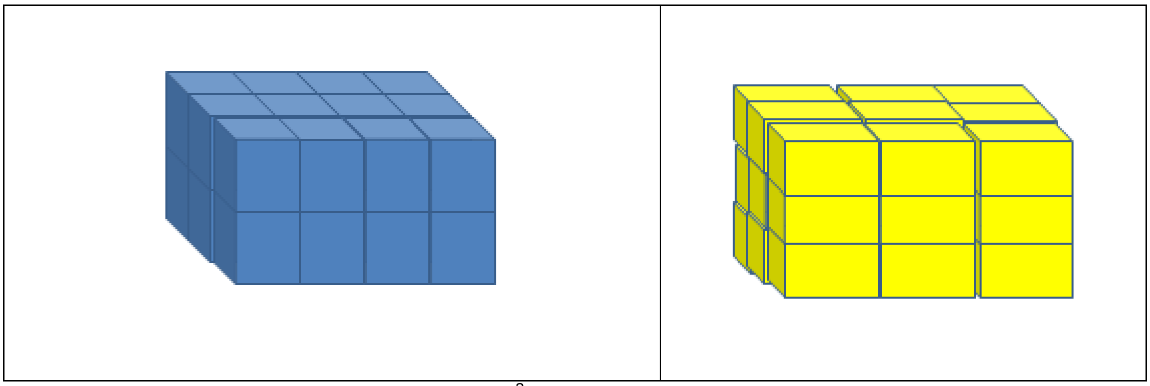


Figura 06: Parte da 6ª qestão da Sequência Didática
Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

É necessário constatar que, apesar de, evidentemente, o volume ser o mesmo, a medida do volume depende da unidade de medida adotada. Algumas respostas são mostradas na Figura 07.

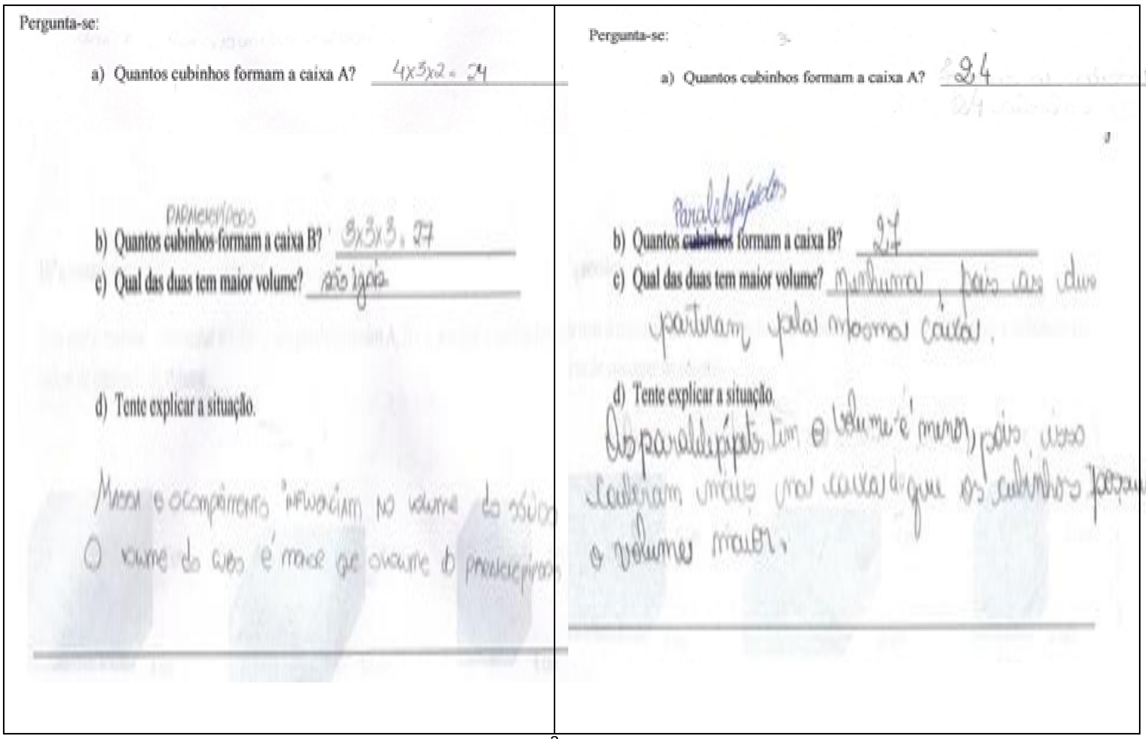


Figura 07 - Respostas à 6ª qestão da Sequência Didática.
Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

Na primeira resposta acima podemos verificar que o participante compreende que as duas caixas possuem volumes iguais e, portanto, explica que massa e comprimento influenciam no volume do sólido e que o volume do cubo é menor que o volume do paralelepípedo. Já na segunda resposta, percebe-se que as duas caixas são exatamente iguais.

Ao medir o volume das caixas, pode-se atribuir um número que irá compor o campo numérico, e a unidade de medida escolhida para medir compõe o campo das grandezas geométricas.

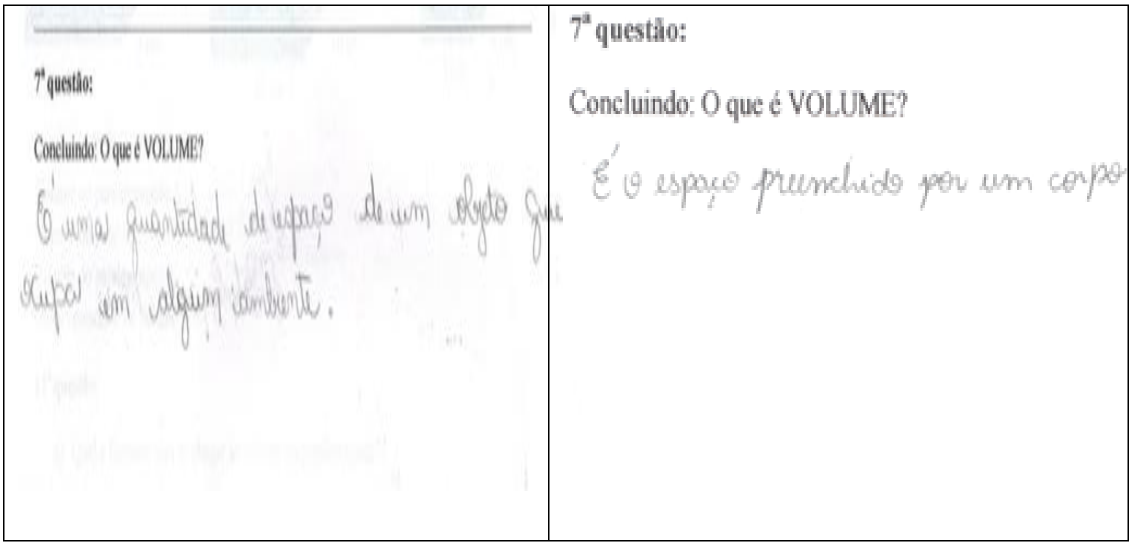
Conforme foi possível constatar, mesmo compreendendo que o volume é o mesmo, um participante confundiu-se ao tentar explicar a situação:

> **A3:** O volume é o mesmo, mas!!!...
> **Pesquisadora**: Pode falar: !!!!
> **A3:** Então. No primeiro momento eu também pensei assim. Mas... quando fui fazer a questão seis vi que, não!...
> **A6:** A seis !!!!...
> **A3:** Na questão seis; um é cubo e o outro é paralelepípedo. Aí fiquei na dúvida. Será que a caixa vai ficar com o mesmo volume?
> **A5:** Eu acho que o que mudou foi o volume dos objetos... A caixa é a mesma!...
> **Orientadora:** Pode falar também!...
> **A1:** Deixou-me encucada a seis. Tenho comprimento, largura e altura! Mas... Ela tinha que dar o mesmo volume da outra caixa...

7ª QUESTÃO

Esta questão foi composta de uma pergunta: o que é volume?

Podem surgir várias respostas, sendo que alguns exemplos são mostrados na Figura 08.


7ª questão:
Concluindo: O que é VOLUME?
É uma quantidade de espaço de um objeto que ocupa em algum ambiente.

7ª questão:
Concluindo: O que é VOLUME?
É o espaço preenchido por um corpo.

Figura 08 –Respostas à 7ª questão da Sequência Didática
Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

Nota-se que para entender volume não basta utilizar corretamente as fórmulas; é preciso usar o conhecimento conceitual que exige a articulação dos quadros geométrico, das grandezas e numérico e, que para Figueiredo et al. (2014), embora a fórmula seja uma ferramenta importante para o cálculo de volume e de outras grandezas geométricas, o seu uso de forma mecânica, sem a compreensão do seu sentido, e a aplicação exagerada das mesmas para compreensão das grandezas têm se mostrado ineficazes e geradores de entraves, como por exemplo, a omissão ou o uso inadequado de unidades de volume; o que gera como uma das consequências, a incapacidade de resolver problemas de cálculo de volume, que exijam outros tipos de estratégia.

Podemos observar ainda que, os conceitos que dão suporte à construção de volume são: medida, densidade, massa, peso, forma e dimensão; e que devemos trabalhar com os alunos com objetos para que comparem, construam e pesem.

Dando continuidade ao trabalho, os alunos, em duplas, devem receber pelo menos duas caixas em forma de paralelepípedos para medir com cubinhos, anotando todo o procedimento, ou seja, quantos cubinhos utilizariam para calcular o volume.

Cada grupo deve receber um kit formado por uma caixa de material dourado[2], a apostila (ANEXO A), umas caixinhas de cartolina e duas tabelas (ANEXO B e ANEXO C), uma contendo a densidade de alguns metais e outra com a densidade de madeiras, de modo a dar continuidade às questões propostas.

8ª QUESTÃO

A oitava questão solicita que se forme em cima da carteira alguns paralelepípedos a partir do volume dado e utilizando os cubinhos distribuídos; em seguida, os participantes devem dar as medidas da largura, comprimento e altura, preenchendo uma tabela. O objetivo é que verifiquem as diversas construções dos colegas e concluíssem que o volume dos paralelepípedos pode ser medido em centímetros cúbicos (cm^3) – tomados como unidade de medida e que sólidos distintos poderiam ter o mesmo volume. A Figura 09 ilustra as ações realizadas e a Figura 10 o preenchimento da tabela solicitada.

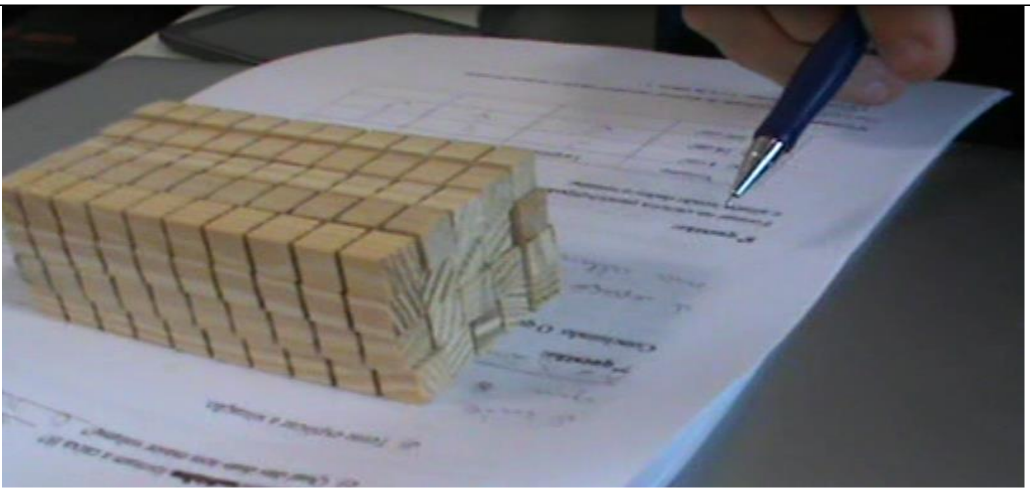
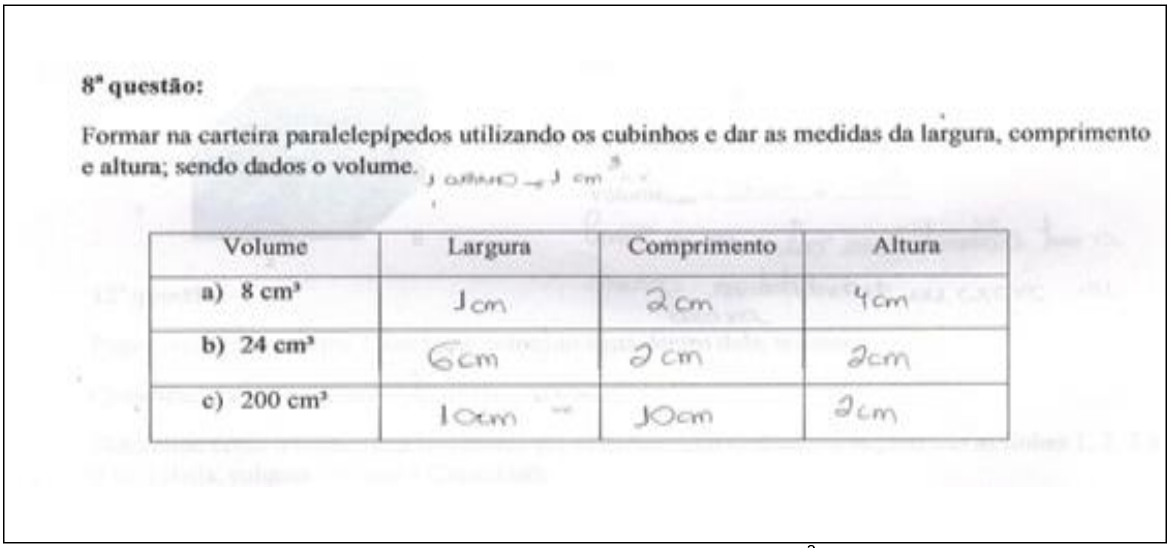


Figura 09. Material utilizado para responder a 8ª questão
Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

[2] O Material Dourado a ser distribuído é constituído por cubinhos, barras, placas e cubo maior, todos feitos de madeira. Em geral, esse tipo de material é utilizado para conceituar o sistema de numeração decimal.

Os alunos devem completar o quadro com a largura, comprimento e altura, para dar o volume e a capacidade aproximados de algumas caixinhas (linhas 5 e 6 da Tabela).



8ª questão:

Formar na carteira paralelepípedos utilizando os cubinhos e dar as medidas da largura, comprimento e altura; sendo dados o volume.

Volume	Largura	Comprimento	Altura
a) 8 cm³	1cm	2cm	4cm
b) 24 cm³	6cm	2 cm	2cm
c) 200 cm³	10cm	10cm	2cm

Figura 10 - Exemplo de tabela preenchida na 8ª questão
Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

Comparando as respostas dos alunos, é necessário perceber que, para um mesmo volume, podem ser apresentados paralelepípedos de medidas diferentes. Assim, as observações e discussões provocadas entre os estudantes podem contribuir para a compreensão do quadro numérico na conceituação de volume, pois a interação aluno- professor e aluno-aluno possibilitam diferentes interpretações do que está sendo discutido.

9ª QUESTÃO

A nona questão solicita o volume aproximado de algumas caixinhas – a serem distribuídas pelo professor – usando o material dourado. Espera-se que os alunos utilizem os cubinhos para dar a resposta e, assim, preencher as linhas 5 e 6 da tabela fornecida; as ações são ilustradas pela Figura 11.

Figura 11 - Ações realizadas para responder à 9ª questão.
Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

Conforme pode ser visto na Figura 11, os alunos não necessitam se valer da régua para medir as caixinhas e sim utilizar o material para obter um valor aproximado do volume. Esta ação busca conceituar o centímetro cúbico como unidade de medida para objetos do cotidiano, sem ainda utilizar o cálculo que geralmente é aprendido mecanicamente na escola. A Figura 12 ilustra o preenchimento da tabela solicitada.

Formar na carteira paralelepípedos utilizando os cubinhos e dar as medidas da largura, comprimento e altura; sendo dados o volume.

Volume	Largura	Comprimento	Altura
a) 8 cm^3			
b) 24 cm^3			
c) 200 cm^3			

Figura 12 - Exemplo de tabela solicitada na 9ª questão
Fonte: Arquivo da pesquisadora

10ª QUESTÃO

Sem usar o material, a décima questão solicita determinar o volume de três paralelepípedos – figuras desenhadas acompanhadas das três medidas, conforme mostra a Figura 13. Espera-se que os alunos concluam que a medida do volume de um paralelepípedo deve ser dada pelo produto de suas medidas.

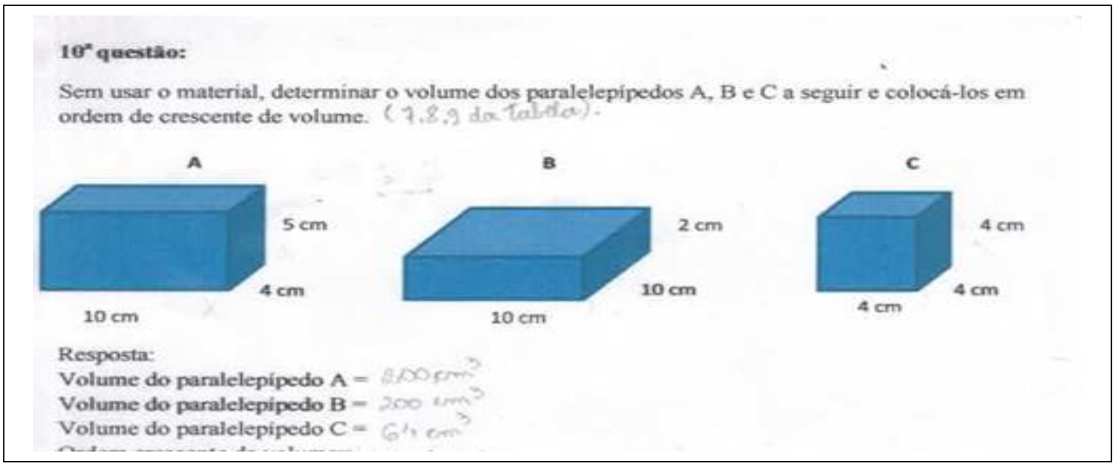


Figura 13- Resposta dada à 10ª questão.
Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

11ª QUESTÃO

Para sintetizar, nesta questão indaga-se qual a fórmula para se obter o volume do paralelepípedo, apresentando um desenho da figura. Espera-se que os alunos cheguem fórmula *V= a. b. c.*

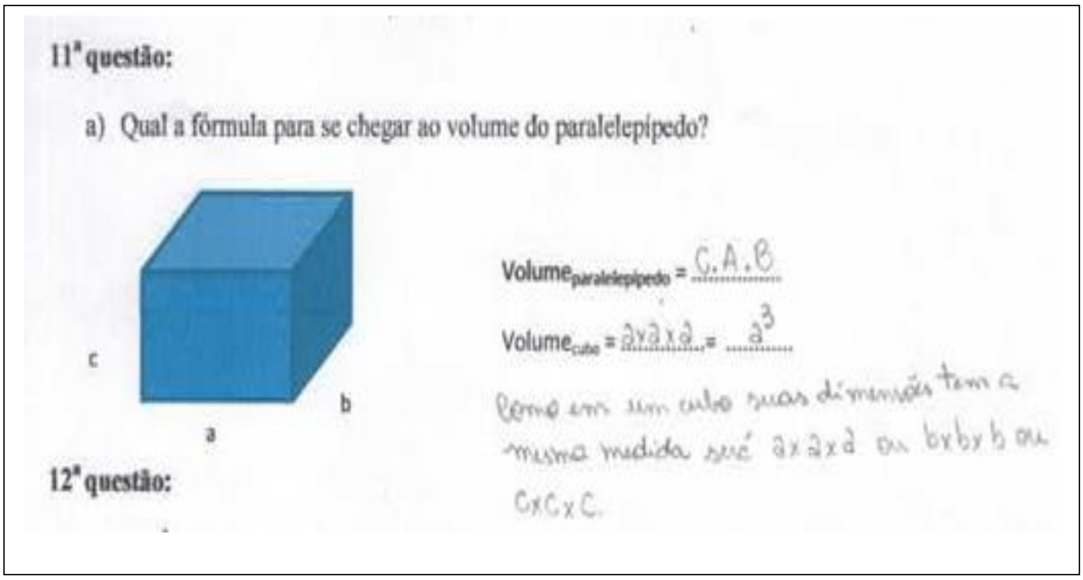


Figura 14 – Resposta dada à 11ª questão.
Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

12ª QUESTÃO

Nesta questão, os alunos devem relacionar o volume do cubinho de madeira (cm^3) com a capacidade da forma, caso pudesse ser preenchida com líquido e então completar: 1 cm^3 (volume) = ... ml (capacidade). Articulando as duas grandezas, solicita-se que determinem a capacidade das outras peças do material dourado (supondo peças ocas e desprezando as paredes), completando todas as linhas da Tabela nas colunas Volume e Capacidade.

Nota-se que as duas últimas linhas exigiram a revisão das unidades de medida de volume e capacidade, conforme mostra a Figura 15.

Medida de	Grandeza	Fator	Múltiplos			Unidade	Submúltiplos		
Capacidade	Litro	10	kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
Volume	Metro Cúbico	1000	km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm
Área	Metro Quadrado	100	km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm
Comprimento	Metro	10	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
Massa	Grama	10	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
			→ x ← :	→ x ← :	→ x ← :	→ x ← :	→ x ← :	→ x ← :	← :

Figura 15– Tabela de transformação de unidade de capacidade, volume, área, comprimento e massa. Fonte: **super**esforço. blogspot.com/**2012**/11/sistemas-de-metrico-decimal-**medidas**-de.html.

13ª QUESTÃO

Esta questão solicita que os alunos peguem as caixinhas e os paralelepípedos usados anteriormente e determinem sua capacidade, completando as linhas 5 a 11 da Tabela 1, colunas Volume e Capacidade.

Finalizando a articulação entre volume e capacidade, os alunos devem ser solicitados a completar as demais linhas da Tabela, colunas Volume e Capacidade.

14ª QUESTÃO

A articulação entre volume, capacidade e massa foi iniciada por meio desta questão. Os alunos devem ser solicitados a pegar o cubinho de madeira e imaginar que, caso a água contida nele fosse pesada em uma balança, qual seria sua massa;completando, assim, a igualdade: 1 cm^3 (volume) = ... ml (capacidade) = ...(massa). Após isso, devem determinar a massa das outras peças do material dourado, supondo que elas sejam feitas de água, completando as linhas 1, 2, 3 e 4 da Tabela, coluna Massa (em água).

Uma tabela com a densidade de materiais deve ser entregue aos alunos para que, conhecendo esses valores, possam completar a Tabela nas colunas Massa (em ferro, em madeira, em outro material qualquer). Antes do preenchimento da tabela, devem ser oferecidos vários objetos (inclusive peças do material dourado) para que, individualmente, determinem qual seria seu volume, sua capacidade (supondo oco) e sua massa (supondo feito em ferro, madeira, ouro etc.).

Questionamentos devem aparecer com relação aos conceitos de volume, massa e densidade e também acerca da densidade da madeira – já que esta depende do tipo de madeira.

A Figura 16 a seguir mostra um exemplo da tabela 1 preenchida.

8

TABELA m l x D

Nº	Objeto/figura	Volume	Capacidade	Massa (peso)			
				Em água	Em ferro	Em madeira Oliveira	Escolha material Abeto
1	**Cubinho do material dourado**	1 cm³	1 ml	1 g	7,8 g	0,95 g	0,55 g
2	**Barra do material dourado**	10 cm³	10 ml	10 g	78 g	9,5 g	5,5 g
3	**Placa do material dourado**	100 cm³	100 ml	100 g	780 g	95 g	55 g
4	**Cubo grande**	1000 cm³	1000 ml = 1 L	1000 g ou 1 Kg	7800 g 7,8 Kg	950 g	550 g
5	**Caixinha A (aproximado)**	150 cm³	150 ml	150 g	1,170 g ou 1,170 Kg	142,5 g	82,5 g
6	**Caixinha B (aproximado)**	240 cm³	240 ml	240 g	1,872 g 1 Kg 872 g	228 g	132 g
7	**Paralelepípedo IA**	200 cm³	200 ml	200 g	1560 g 1 Kg 560 g	190 g	110 g
8	**Paralelepípedo IB**	200 cm³	200 ml	200 g	1560 g 1 Kg 560 g	190 g	110 g
9	**Paralelepípedo III C**	64 cm³	64 ml	64 g	421,2 g	60,8 g	35,2 g
10	**Caixinha A (exato)** régua	5,3 x 6 x 5,5 = 174,9 cm³	174,9 ml	174,9 g	1,364 g	166,15 g	96,19 g
11	**Caixinha B (exato)**	9,8 x 3,7 x 7 = 253,82 cm³	253,82 ml	253,82 g	1,979 g 1 Kg 979 g	241,13 g	139,600 g
12	**Paralelepípedo medinho 30cm por 20 cm e tendo 20cm de altura.** Ling didático	12,000 cm³	12,000 ml 12 L	12000 g 12 Kg	93,600 g 93 Kg 600 g	11,400 g	6,600 g 6 Kg 600 g
13	**Água de uma piscina retangular medindo 10 m por 4m e com 1,5m de altura.**	60 m³ 1 m³ = 1000 L	60000 L	60000 Kg 60 Ton	468 000 000 g 468 000 Kg 468 Ton	57 000 000 g 57 000 Kg 57 ton	33,000 000 g 33000 Kg 33 Ton

Figura 16 - Tabela de comparação de volume, capacidade e massa de alguns materiais. Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

SEGUNDA PARTE

Nesta parte constam problemas relacionados com a construção, comparação e decomposição de paralelepípedos a serem resolvidos de forma individual a fim de contribuir para a fixação dos conceitos e também refletir sobre a potencialidade do material apresentado no minicurso.

A figura 17 ilustra os dois primeiros problemas.

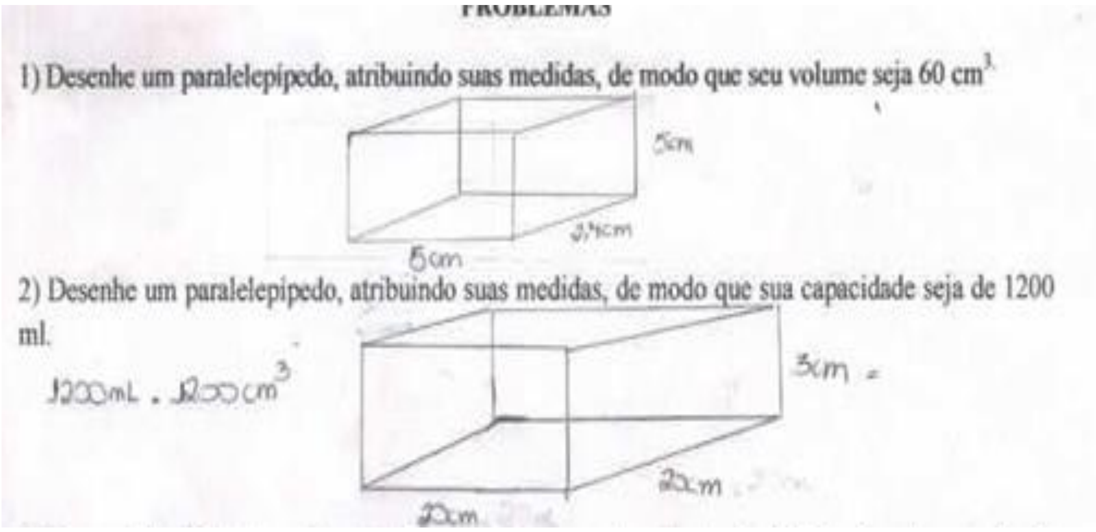


Figura 17 – Respostas dadas ao 1º e 2º problema.
Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

Conforme mostra a Figura 17, os dois primeiros problemas propostos solicitam a construção de paralelepípedos, atribuindo-lhes medidas de comprimento, largura e altura.

Já o terceiro problema considera o deslocamento da água após a imersão do cubo de metal na mesma vasilha que estava com um volume inicial de 250 ml e que, após a imersão, passou para 350 ml. É necessário verificar que o volume do cubo seria obtido pela diferença entre Vf e Vi, ou seja, volume final e volume inicial; assim, o volume do cubo seria igual ao volume da água deslocada, que corresponde à elevação de 100 ml do nível da agua na vasilha.

Nesta questão, apenas um dos licenciandos não conseguiu identificar a medida da aresta mesmo calculando o volume do cubo corretamente (Figura 20).

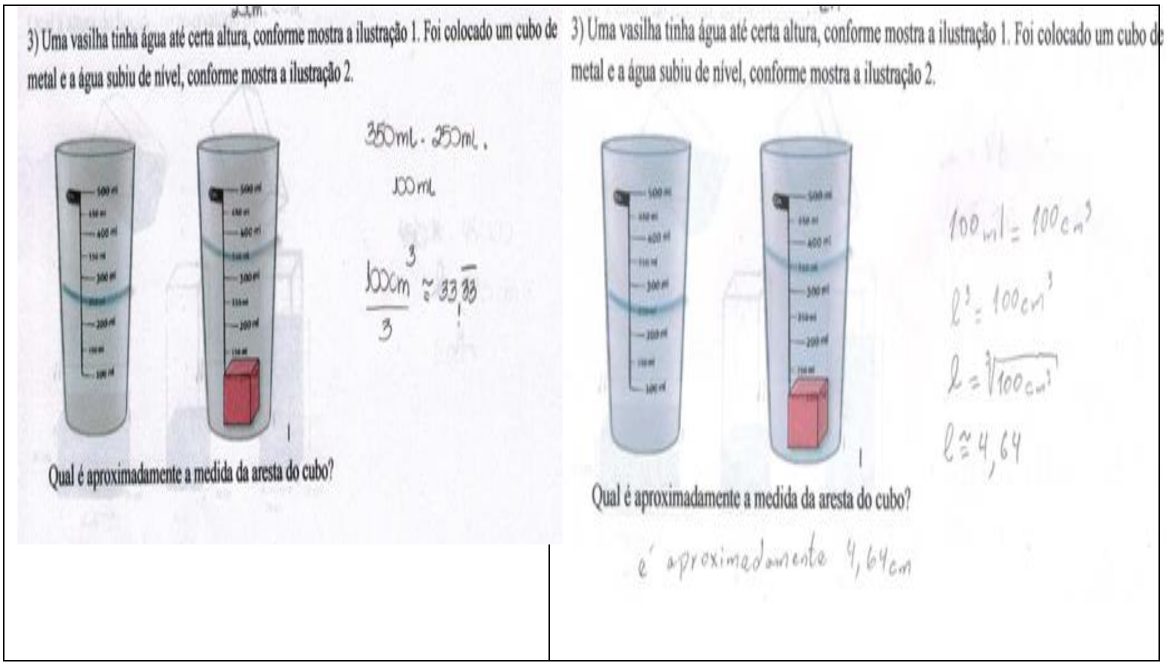


Figura 18 – Respostas dadas ao terceiro problema.
Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

O quarto problema apresenta um sólido formado por blocos que podem ser decompostos. A Figura 19 ilustra uma estratégia apresentada por um licenciando.

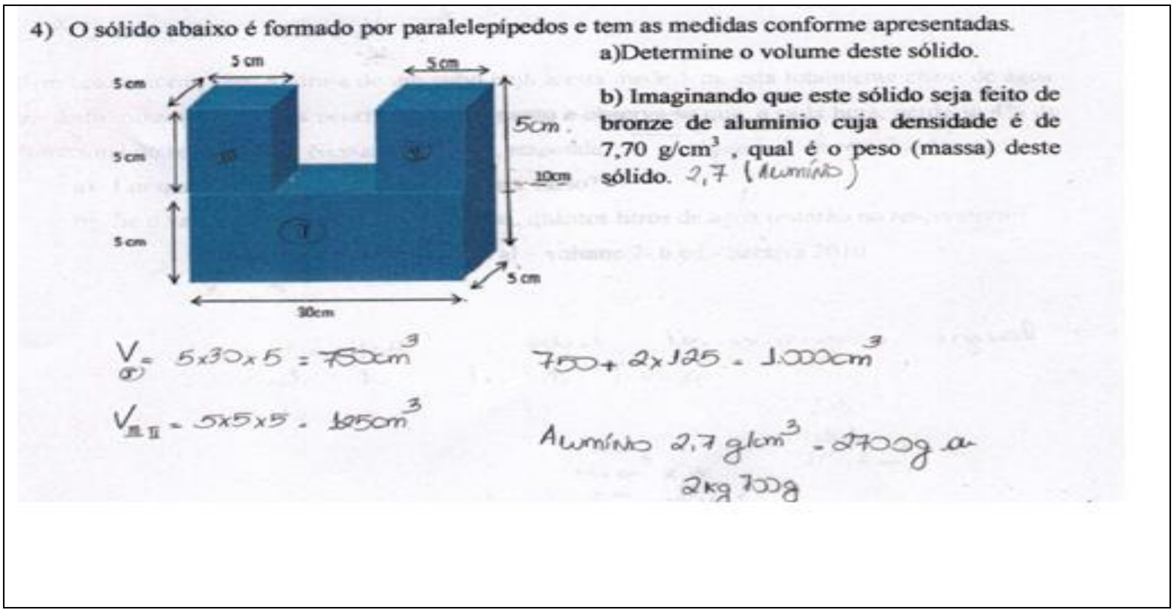


Figura 19 – Resposta dada ao quarto problema.
Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

O quinto problema requer a noção de conservação de volume. A Figura 20 ilustra duas estratégias utilizadas pelos licenciandos.

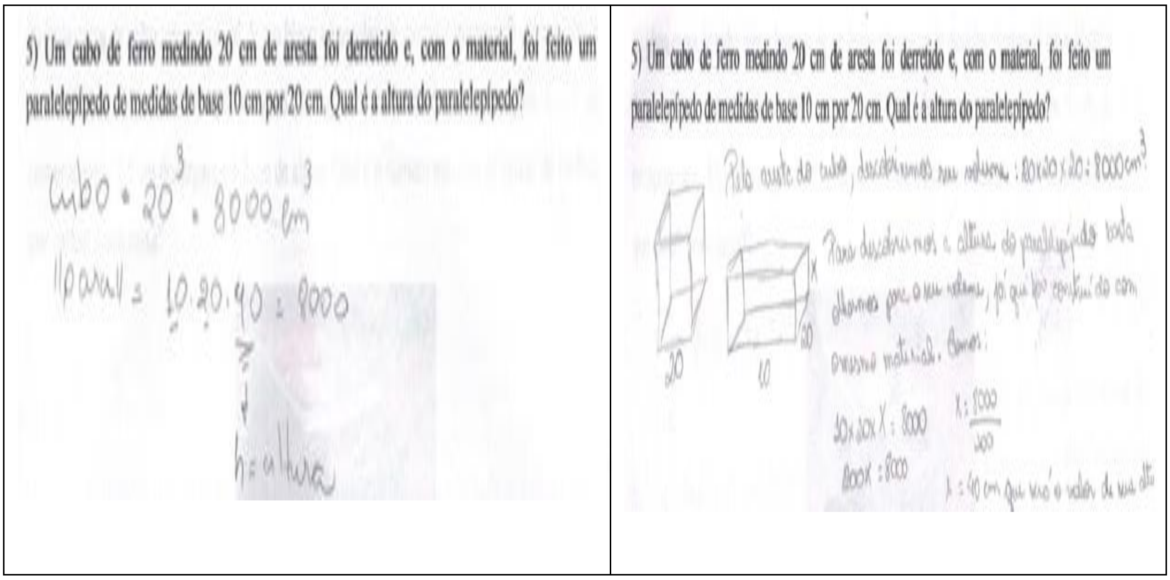


Figura 20 – Respostas dadas ao quinto problema.
Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

O sexto problema mostra sólidos com medidas diferentes; porém com volumes iguais. O sólido A completamente cheio é despejado (Figura 21) em outro recipiente denominado sólido B.

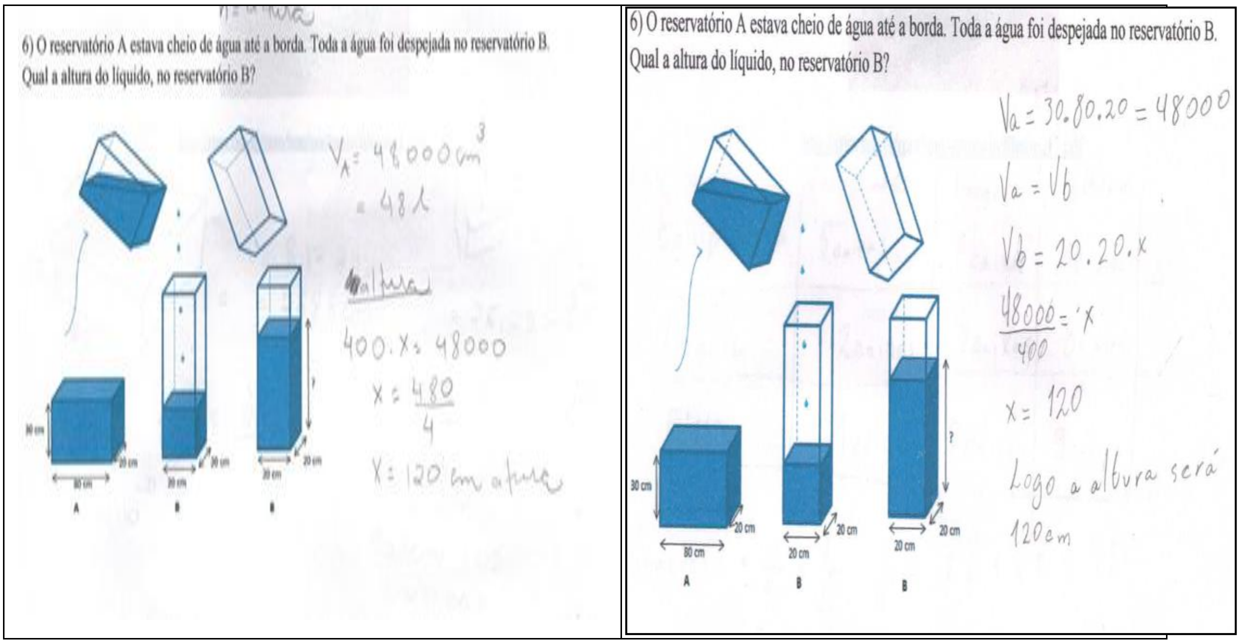
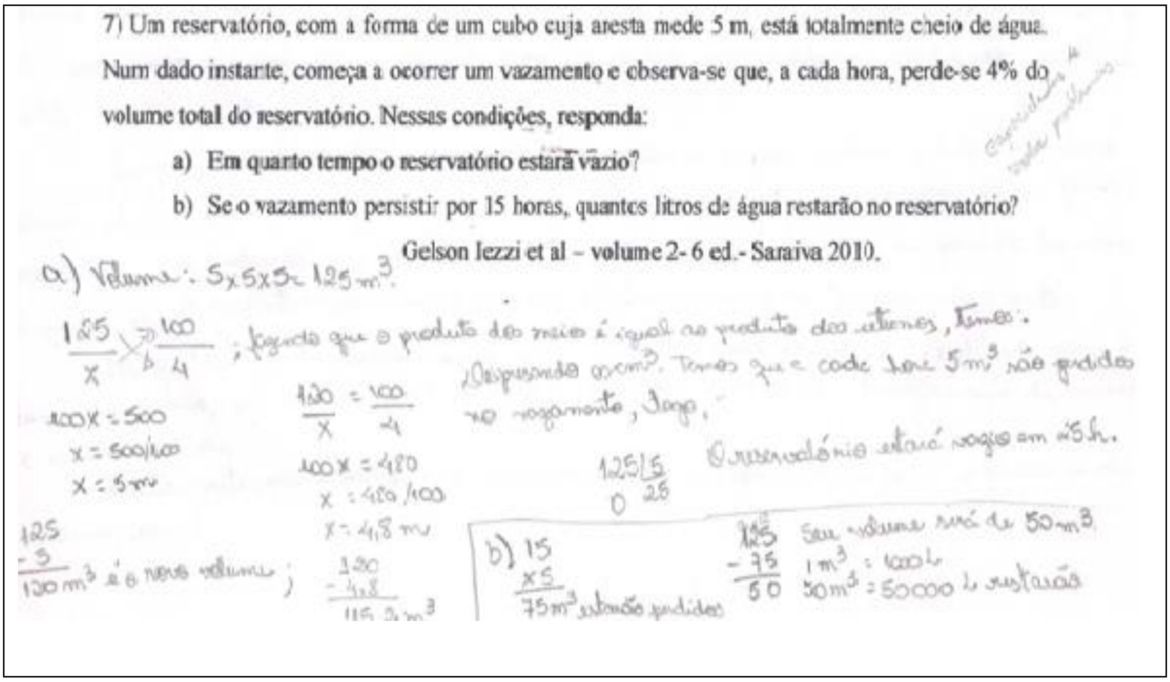


Figura 21 – Respostas dadas ao sexto problema
Fonte: Arquivo da - pesquisadora, 2016.

O sétimo problema articula as grandezas volume e capacidade, exigindo, inicialmente, o conhecimento da capacidade total de um reservatório, sendo dadas as medidas. A informação dada era que a cada hora perdia-se uma quantidade de água.



7) Um reservatório, com a forma de um cubo cuja aresta mede 5 m, está totalmente cheio de água. Num dado instante, começa a ocorrer um vazamento e observa-se que, a cada hora, perde-se 4% do volume total do reservatório. Nessas condições, responda:

a) Em quanto tempo o reservatório estará vazio?

b) Se o vazamento persistir por 15 horas, quantos litros de água restarão no reservatório?

Gelson Iezzi et al – volume 2- 6 ed.- Saraiva 2010.

a) Volume: 5x5x5 = 125 m³.

125/x = 100/4 ; sabendo que o produto dos meios é igual ao produto dos extremos, temos:

100x = 500
x = 500/100
x = 5 m

125
− 5
120 m³ é o novo volume ;

Respondendo os cm³. Temos que a cada hora 5 m³ são perdidos no vazamento, logo,

120/x = 100/4
100x = 480
x = 480/100
x = 4,8 m

120
− 4,8
115,2 m³

125 | 5
0 | 25

O reservatório estará vazio em 25 h.

b) 15
× 5
75 m³ estarão perdidos

125
− 75
50

Seu volume será de 50 m³
1 m³ = 1000 L
50 m³ = 50000 L restarão

Figura 22 – Resposta dada ao sétimo problema.
Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

Para a resolução dessa questão, pode-se calcular inicialmente o volume do reservatório cheio, observando-se que a cada hora ocorre a perda de certa quantidade no volume total da água. Posteriormente, relaciona-se o volume de água em função do tempo de vazamento.

CONSIDERAÇÕES

O professor pode ajudar a ativar os conhecimentos prévios dos alunos, para favorecer a aprendizagem significativa de conceitos. Para isso, precisa conhecer que ideias anteriores se relacionam ao novo material, a fim de proporcionar oportunidades para que os aprendizes reflitam sobre elas (justificando, organizando, comparando) e, assim, desenvolvam novas concepções – mais próximas daquelas cientificamente aceitas e, tornando assim o conceito de volume algo mais consistente.

Os conhecimentos prévios dos alunos e os materiais utilizados e organizados a fim de estabelecer relações significativas entre os termos aprendidos, absorvidos progressivamente, proporcionará a mobilização do conhecimento conceitual de volume envolvendo massa e conteúdo, como a questão das latas (Figura 05); em que os alunos podem discutir possibilidades de preenchimento das mesmas com líquidos devido ao fato de não sobrar espaço dentro do recipiente.

Desta forma, considera-se que a sequência didática aqui proposta apresenta elementos para ser considerada como potencialmente significativa e, assim, adequada para ser aplicada a alunos do ensino fundamental, desde que as discussões promovidas em sala sejam adaptadas à realidade desses estudantes.

Nesse contexto, vislumbra-se como elo mais forte o educador, capaz de diminuir a distância entre a teoria e a prática na escola a partir de uma linguagem familiar ao aluno, capaz de desafiá-lo e levá-lo a refletir sobre seus sonhos e anseios, permitindo com que o discente exponha suas ideias e não seja apenas um repetidor de ideias, um mero decorador de fórmulas que serão esquecidas com o tempo.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva.** 1. Ed. PT- 467. Jan. 2003. ISBN 972 - 707 - 364 – 6 2003.

BARROS, J. S. **Investigando o conceito de volume no ensino fundamental: um estudo exploratório**. Recife, 2002. Dissertação (Mestrado em Educação), Programa de Pós Graduação em Educação, Centro de Educação, UFPE, 2002.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Conselho Nacional de Secretaria de Educação. Brasília: Distrito Federal, 2016. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>. Acesso em 15 de maio de 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental)**.** Brasília: MEC, 1998.

FIGUEIREDO, A. P. N. B.; BELLEMAIN, P. M. B.; TELES, R. A. de MELO. Grandeza volume: um estudo exploratório sobre como alunos do ensino médio lidam com situações de comparação. **Bolema** - Rio Claro (SP), v. 28, n. 50, p. 1172-1192, dez. 2014.

MORAIS, L. B. de. **Analise da Abordagem da Grandeza Volume em livros didáticos do Ensino Médio**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnologia). Universidade Federal de Pernambuco - Recife, PE. Disponível em: <http://repositorio.ufpe.br/bitstream/handle Acesso em: 26 jun. 2015.

OLIVEIRA, G. R. F. de. **Construção do conceito de volume no ensino fundamental: um estudo de caso**. 2002 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2002. Disponível em <http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/02/CC61125067420.pdf> Acesso em: 10 ago. 2015.

RODRIGUES, W.R. **Uma abordagem conceitual de volumes no Ensino Médio.** São Paulo, SP. PUC/SP, 2011.

VIANA, O. A. A avaliação em geometria espacial feita pelo SIMAVE**. Estudos em Avaliação Educacional** (Impresso), v. 21, p. 505-528, 2010.

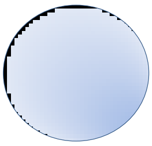
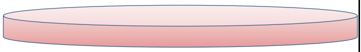
______. Solução de Problemas Geométricos Envolvendo a Noção de Volume: Um Estudo Exploratório com Alunos do Ensino Médio. VI SIPEM- Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Pirenópolis, GO, Brasil. **Anais**... 2015.

ANEXOS

ANEXO A

1ª questão:

Imagine que você tenha três porções de massas de modelar, todas iguais, logo as três tem mesmo **volume.** Você, então, faz as seguintes formas:

Massa de modelar 	Massa de modelar 	Massa de modelar 
Transforma no formato de bola (esfera)	Transforma no formato de pizza ou disco	Não modifica
 Sólido A	 Sólido B	 Sólido C

O que você pode afirmar sobre os **volumes** dos sólidos A B e C? Qual tem maior volume? E menor?

Resposta:

2ª questão:

Imagine que você tenha algumas latas, como mostra a figura a seguir:

E que precise saber algumas coisas sobre estas latas:

a) Coloque em ordem crescente de **volume** (da lata com menor volume até a lata com maior volume) .

b) Como você faria para ter certeza sobre isso (sem medir)?

3ª questão:

Imagine que você tenha três pedras do mesmo tipo, mais ou menos como mostra a figura.

Imagine que você precise saber algumas coisas a respeito dessas pedras:

a) Coloque em ordem crescente de volume.
b) Como você faria para ter certeza dessa afirmação?

4ª questão:

E se fossem pedras de diferentes tipos, como você faria para saber qual tem maior volume?

5ª questão:

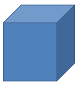
Imagine que você tenha várias caixas de papelão e queira saber qual tem maior ou menor volume. Como faria?

Resposta

6ª questão:

Considere duas caixas exatamente iguais como as que aparecem na figura.

Imagine que você tenha cubinhos e também paralelepípedos feitos de papelão, como os da figura.



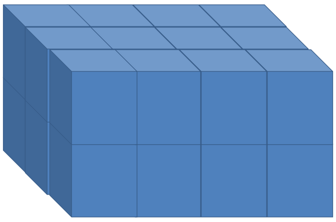

Imagine que você tenha preenchido com cubinhos a primeira caixa e com paralelepípedos a segunda caixa, conforme mostram as figuras a seguir
Pergunta-se:

caixa A

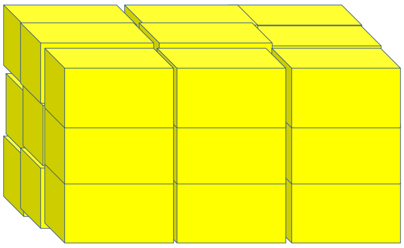
caixa B

Esboço da caixa A

Esboço da caixa B



Caixa A formada por cubinhos



Caixa B formada por paralelepípedos

a) Quantos cubinhos formam a caixa A?

b) Quantos paralelepípedos formam a caixa B?

____

c) Qual das duas tem maior volume?

____

d) Tente explicar a situação.

____

7ª questão:

Concluindo: O que é VOLUME?

8ª questão:

Formar na carteira paralelepípedos utilizando os cubinhos e dar as medidas da largura, comprimento e altura; sendo dados o volume.

Volume	Largura	Comprimento	Altura
a) 8 cm³			
b) 24 cm³			
c) 200 cm³			

9ª questão:

Dar o volume aproximado de algumas caixinhas usando o material dourado.

(Preencher as linhas 5 e 6 da página 91).

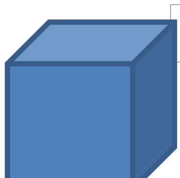
10ª questão:

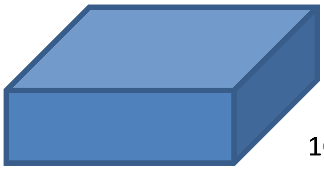
Sem usar o material, determinar o volume dos paralelepípedos A, B e C a seguir e colocá-los em ordem de crescente de volume.

A

B

C

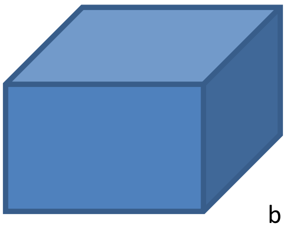




Resposta:
Volume do paralelepípedo A =
Volume do paralelepípedo B =
Volume do paralelepípedo C =
Ordem crescente de volume=

11ª questão:

a) Qual a fórmula para se chegar ao volume do paralelepípedo?



Volume$_{paralelepípedo}$ = ...

Volume$_{cubo}$ = ...= ....

12ª questão:

Pegue o cm^3 de madeira. Caso fosse colocado água dentro dele, teríamos:

Complete: 1 cm^3 (volume) = ... ml (capacidade)

Determine então a capacidade das outras peças do material dourado, completando as linhas 1, 2, 3 e 4 da Tabela, colunas Volume e Capacidade.

13ª questão:

Pegue as caixinhas e os paralelepípedos usados anteriormente e determine a capacidade delas, completando as linhas 5 a 11 da página 91, colunas Volume e Capacidade.

14ª questão:

Complete as demais linhas da página 91, colunas Volume e Capacidade.

15ª questão:

Pegue o cm^3 de madeira. Caso fosse colocado água dentro dele e depois fosse pesado em uma balança, sua massa seria, teríamos:

Complete: 1 cm^3 (volume) = ... ml (capacidade) = ...(massa)

Determine então a massa das outras peças do material dourado, supondo que elas sejam feitas de água, completando as linhas 1, 2, 3 e 4 da Tabela 1, coluna Massa (em água).

16ª questão:

Conhecendo-se a Tabela de densidade dada a seguir, complete a Tabela nas colunas Massa (em ferro, em madeira, em outro material qualquer).

TABELA 1

Nº	Objeto/figura	Volume	Capacidade	Massa (peso)			
				Em água	Em ferro	Em madeira	Escolha material
1	Cubinho do material dourado						
2	Barra do material dourado						
3	Placa do material dourado						
4	Cubo grande						
5	Caixinha A (aproximado)						
6	Caixinha B (aproximado)						

7	Paralelepípedo I						
8	Paralelepípedo II						
9	Paralelepípedo III						
10	Caixinha A (exato)						
11	Caixinha B (exato)						
12	Paralelepípedo medinho 30cm por 20 cm e tendo 20cm de altura.						
13	Água de uma piscina retangular medindo 10 m por 4m e com 1,5m de altura.						

Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2016.

ANEXO B

Tabela de densidade de madeiras

TABELA DE DENSIDADE DE MADEIRAS www.artimanha.com.br

MADEIRA	DENSIDADE	MADEIRA	DENSIDADE	MADEIRA	DENSIDADE
Balsa	0,16	Platano	0,32	Nogueira	0,70
Cortiça	0,24	Teca	0,43	Faia	0,75
Samba	0,32	Pereira	0,45	Carvalho	0,75
Pinho	0,43	Ameixeira	0,47	Freixo	0,80
Choupo	0,45	Cerejeira	0,55	Teixo	0,80
Tília	0,47	Sicômoto (2)	0,55	Mogno	0,90
Aulne	0,55	Castanheiro	0,60	Pau Brasil	0,93
Abeto	0,55	Nogueira	0,70	Oliveira	0,95
Olmo	0,60	Faia	0,75	Buxo	1,05
Videira	0,16	Carvalho	0,75	Jacarandá	1,05
Sicômoro	0,24	Freixo	0,80	Ébano	1,20

www.artimanha.com.br

Fonte: Artimanha Modelismo, 20111.

ANEXO C

Tabela de densidade de metais

METAL	DENSIDADE (g/cm^3)	METAL	DENSIDADE (g/cm^3)
Alumínio	2,7	Mercúrio	13,5
Chumbo	11,3	Níquel	8,9
Cobre	8,9	Ouro	19,3
Estanho	7,2	Platina	21,4
Ferro	7,8	Prata	10,5
Magnésio	1,7	Titânio	4,5

Tabela 1- Densidade de alguns metais. (Handbook of Chemistry and Physics).

Fonte: GEPEQ/ USP, 2012.