Sequências Numéricas

Filipe Russo

21/03/2021

Definição de Sequência Numérica

Sequência de números reais é uma função $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ qualquer. Sendo assim uma sequência associa a cada número natural n um número real r_n, o qual chamaremos de *n-ésimo termo* da sequência. Considere para tanto $0 \notin \mathbb{N}$.

Progressão Aritmética (PA)

Progressão aritmética é uma *sequência* tal que $r_{n+1} - r_n = k$, $n \in \mathbb{N}$, $k \in \mathbb{R}$.

Exercícios

1. Defina uma progressão aritmética em particular. Lembre-se que uma PA é uma função numérica constituída de domínio, contradomínio e expressão algébrica.
2. Qual é a fórmula do termo geral de uma PA? Prove usando a definição.
3. Qual é a fórmula para a soma dos primeiros n termos de uma PA? Demonstre. (Dica: demonstre primeiro que em uma PA, a soma dos termos equidistantes das extremidades é igual a soma das extremidades, depois use este resultado de modo conveniente.)

Progressão Geométrica (PG)

Progressão geométrica é uma *sequência* tal que $\frac{r_{n+1}}{r_n} = k$, $n \in \mathbb{N}$, $k \in \mathbb{R}^*$ ou $r_n = 0$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

Exercícios

1. Defina uma progressão geométrica em particular. Lembre-se que uma PG é uma função numérica constituída de domínio, contradomínio e expressão algébrica.
2. Qual é a fórmula do termo geral de uma PG? Prove usando a definição.
3. Qual é a fórmula para a soma dos primeiros n termos de uma PG? Demonstre.

Sequência de Fibonacci

Sequência de Fibonacci é uma *sequência* de números inteiros tais que $f(1) = 1$, $f(2) = 1$ e $f(n) = f(n-1) + f(n-2)$, $n \in \mathbb{N}$ e $n \geq 3$. A sequência recebe o nome do matemático italiano Leonardo de Pisa, mais conhecido por Fibonacci, quem descreveu no ano 1202 o crescimento de uma população de coelhos a partir desta famosa sequência no seu livro Liber Abaci. Por outro lado a sequência já era conhecida na antiguidade.

Exercício

1. Seja $f(n)$ a sequência de Fibonacci, explicite os valores de $f(5)$, $f(10)$, $f(50)$. Mostre as soluções passo a passo.

Considerações Finais

Note que o que define uma PA e uma PG são a arbitrariedade do termo inicial r_1 e a regularidade da constante k entre termos consecutivos, segundo alguma relação algébrica. Já no caso da sequência de Fibonacci observamos dois termos iniciais arbitrários r_1 e r_2 e uma relação de recorrência, onde valores "futuros" da função são definidos a partir de valores "passados".

Outras sequências interessantes são as progressões aritmético–geométricas (PAG) e as progressões geométrico–aritméticas (PGA). Uma progressão aritmético-geométrica (PAG) é uma função da forma $f(n) = a_n b_n$, onde a_n é o termo geral de uma dada PA e b_n é o termo geral de uma dada PG. Já uma progressão geométrico-aritmética (PGA) é uma função da forma $f(n) = c_n + d_n$, onde c_n é o termo geral de uma dada PA e d_n é o termo geral de uma dada PG.

Referências

LIMA, Elon Lages. Análise Real volume 1: Funções de Uma Variável. 10. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2008. 189 p., 23 cm. (Coleção Matemática Universitária).

CERIOLI, Márcia R. Números de Fibonacci e representação de números inteiros positivos. RPM. Disponível em: http://www.rpm.org.br/cdrpm/53/6.htm. Acesso em: 21 de mar. de 2021.

PAIVA, R. E. B. Progressões Aritmético–Geométricas (PAG) e as Progressões Geométrico–Aritméticas (PGA). RPM. Disponível em: http://www.rpm.org.br/cdrpm/73/12.html. Acesso em: 21 de mar. de 2021.

Direitos Autorais

Figure 1: (CC BY-NC-SA 4.0)