Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Francisco Nórdman Costa Santos
Pedro Franco de Sá

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE POLÍGONOS

Belém - Pará

2020

Francisco Nórdman Costa Santos
Pedro Franco de Sá

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE POLÍGONOS

Produto Educacional apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia para Ensino de Matemática no Nível Fundamental. Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Belém - Pará

2020

Sumário

1. APRESENTAÇÃO 4

2 – OS POLÍGONOS NO CURRÍCULO 6

3. ESTUDOS SOBRE O ENSINO DE POLÍGONOS 11

3.4.1 - Estudos Diagnósticos 13

3.4.1.1 - 1º Estudo 13

3.4.1.2 - 2º Estudo 15

3.4.1.3 - 3º Estudo 16

3.4.1.4 - 4º Estudo 19

3.4.2 - Estudos Teóricos 20

3.4.2.1 - 1º Estudo 20

3.4.2.2 - 2º Estudo 22

3.4.2.3 - 3º Estudo 22

3.4.2.4 - 4º Estudo 23

3.4.3 - Estudos Experimentais 26

3.4.3.1 - 1º Estudo 26

3.4.3.2 - 2º Estudo 27

3.4.3.3 - 3º Estudo 28

3.4.3.4 - 4º Estudo 30

4. ASPECTOS HISTÓRICOS SOBRE POLÍGONOS 31

4. ASPECTOS MATEMÁTICOS DE POLÍGONOS 45

4.1 - Definição de Polígonos 45

4.2 - Elementos de um polígono 48

4.3 - Polígonos Côncavos e Polígonos Convexos 50

4.4 - Soma dos Ângulos de um polígono 52

4.4.1 – Região Interna 52

4.4.2 – Região Externa 54

4.5 - Número d de diagonais de polígono de n lados. 55

6 – METODOLOGIA DE ENSINO: ENSINO POR ATIVIDADE 56

6.1 - O Ensino de Matemática por Atividade 57

6.2 - Momentos do Ensino por Atividade 58

6.3 - Considerações do uso do Ensino por Atividade na pesquisa 61

7 – ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA 62

7.1 – Atividade 01 - Curvas 64

7.2 Atividade 2 – Tipos de Curvas 68

7.3 Atividade 3 - Tipos de Poligonal 72

7.4 Atividade 4 - Poligonais Fechadas 76

7.5 Atividade 5 - Tipos de Polígonos Simples 81

7.6 Atividade 6 - Classificação de Polígono Convexo 86

7.7 Atividade 7 – Elementos de um polígono 91

7.8 Atividade 8 – Diagonal de Polígono 96

7.9 Atividade 09 – Cálculo do número de diagonais de polígono 100

7.10 Atividade 10 – Cálculo da soma dos ângulos internos de um polígono. 103

4.11 Atividade 11 107
7 - CONSIDERAÇÕES FINAIS 111
8. REFERÊNCIAS 113

1. APRESENTAÇÃO

As práticas educativas para efetivar o ensino de conteúdos matemáticos são fundamentais para o sucesso da aprendizagem dos estudantes, salvo os casos em que poderão ocorrer fatores externos às práticas docentes que influenciam negativamente na aprendizagem dos estudantes. É importante salientar ainda, que o ensino matemático tratado nos PCN[1] e BNCC[2] corrobora para uma prática mais próxima à realidade dos estudantes, fugindo do ensino abstrato que visam ensinar fórmulas e cálculos.

Nesse contexto situacional, articulado com nossa experiência de lecionar a disciplina no ensino fundamental por seis anos (2002-2008), tanto em rede pública como rede privada, deparamo-nos com realidades bem divergentes do esperado para o nível de ensino que ora lecionávamos, principalmente no tocante a aprendizagem dos estudantes. A nossa prática docente sempre foi motivo de reflexão no sentido de melhoria dos índices educacionais revelados pelas avaliações externas (SAEB, Prova Brasil e PISA) para que viesse efetivamente nos conduzir a buscar melhorar a prática e consequentemente a aprendizagem dos estudantes.

Quando ingressamos no Mestrado profissional em Ensino de Matemática, agregado a linha de pesquisa Metodologias de Ensino para o Ensino Fundamental, fomos remetidos às memórias dos seis anos de docência no Ensino Fundamental da tão temida disciplina de Matemática, considerada assim, por grande parte do público atendido nos estabelecimentos de ensino. Nossa reflexão retórica nos trouxe a conteúdos abordados no nível de ensino em questão e buscamos nos ater aos conteúdos quase nunca trabalhados ou esquecidos pela maioria dos docentes que recordamos na oportunidade.

A nossa busca pelos conteúdos "esquecidos" por parte dos professores de matemática terminou apontando para os geométricos, supervalorizamos os conteúdos algébricos em detrimento dos demais. Diante disso, nasceu esta sequência didática baseada na metodologia de ensino denominada, Ensino por Atividade, aplicável ao Ensino Fundamental por conta de linha de pesquisa que estávamos inseridos no Programa Pós Graduação em Ensino de Matemática – PPGEM da Universidade do Estado do Pará – UEPA.

---

[1] Parâmetros Curriculares Nacionais.
[2] Base Nacional Comum Curricular.

Diante do leque de conteúdos geométricos que são abordados no ensino fundamental, escolhemos desenvolver nossa sequência didática sobre o Polígonos, visto que é um conteúdo abordado em praticamente todo ensino fundamental e facilmente é encontrado suas formas na natureza e no cotidiano. Entendemos sequência didática sobre o alicerce da definição de Zabala (1998) que conceitua como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para realização de certos objetivos educacionais” e sobre essa visão construímos nosso objeto de experimentação com a temática de polígonos para aplicar no 8º ano do ensino fundamental.

Portanto, para o constructo da sequência didática, tendo em vista a definição que absorvemos de Zabala (1998), foi necessária uma vasta revisão de estudo sobre a temática, que nos trouxe entre muitos direcionamentos e descobertas, e a confirmação de nossas suspeitas iniciais sobre a omissão dos docentes quanto ao ensino de geometria.

A sequência didática sobre polígonos é composta de 11(onze) atividades, dividida em dois grupos: atividades de conceituação e atividades de redescoberta. No constructo das onze atividades de ensino sobre polígonos, visando atingir os objetivos traçados, optamos pelo ensino por atividade. Nesta metodologia de ensino, segundo Sá (2009), sua característica essencial está no fato do próprio estudante descobrir aquele conteúdo que está sendo ensinado, ressalta também que ela pressupõe uma colaboração mútua entre estudantes e professor.

2 – OS POLÍGONOS NO CURRÍCULO

No contexto atual de mudanças significativas previstas para o ensino em geral, tomando como viés principal para tal afirmação a recém aprovação da Base Nacional Comum Curricular – BNCC, tratando-se especificamente dos níveis da educação básica, deparamo-nos com um futuro ainda imprevisível, fato que é de conhecido de todos os partícipes da educação escolar. Ressaltamos que neste mesmo documento traz somente a obrigatoriedade dos componentes curriculares de Matemática e Língua Portuguesa, dando uma supervalorização a esses em detrimento aos demais.

Diante de um cenário de incertezas vindouras que perpassa todos os níveis da educação básica, desde a adaptação de novos livros didáticos e outros a acontecer, temos como certo que o conhecimento matemático, é uma necessidade humana, seja pela sua aplicação no cotidiano das pessoas, nas áreas do conhecimento, no convívio social, etc., pois o mesmo não se restringe somente a quantificar, medir e demonstrar fenômenos, como alguns erroneamente pensam.

Com pensamento alinhado a afirmação acima sobre o conhecimento matemático e já em processo de pesquisa para desenvolver e aplicar uma sequência didática que trata da temática do objeto do conhecimento matemático “Polígonos”, classificada como produto educacional, como requisito de obtenção do título de mestre do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, faz-se necessário uma criteriosa revisão de estudos sobre a temática para atingirmos os objetivos propostos.

Portanto, faz-se necessário uma revisão de estudo que tem como objetivo analisar e levantar dados bibliográficos que embase o estudo sobre “O Ensino de Polígonos”, referindo-se principalmente sobre a parte matemática (conceitos e aplicação), como também sobre o ensino em sala de aula. Nos depreendemos de qualquer ideologismo pessoal, achismos, intuição e empiria para tal estudo, buscamos trabalhos publicados (Artigos Científicos, Dissertações e Teses) em repositórios on-line de IES[3] renomadas do nosso país. Também realizamos pesquisas em periódicos com qualis reconhecidos pela CAPES[4] e para finalizar fizemos buscas em anais de congressos de Educação Matemática.

[3] Instituições de Ensino Superior
[4] Coordenação de Apoio de Pessoal de Nível Superior

A pesquisa bibliográfica realizada apresenta a análise de doze trabalhos relacionados com a temática de estudo, buscamos entender o tema matemático num contexto histórico de ensino no Brasil, na visão de teorias, como do Pensamento Geométrico de Van Hiele, como o ensino ocorre na atualidade, a aplicação do tema em sala com experiências exitosas e quais as melhores metodologias abordadas nos estudos analisados.

O tema polígonos, nos remete à vivência própria enquanto fora estudante do ensino fundamental (antigo primário e ginásio) e nos faz refletir na atualidade sobre nossa prática enquanto docente. Ressaltamos como docente e quando estudante do nível fundamental que os conteúdos geométricos sempre foram esquecidos por parte dos professores da Educação Básica, afirmação confirmada por Lorenzato (1995), onde diz que há uma omissão sobre o ensino de geometria no Brasil.

Lorenzato (1995) afirma que são muitas as causas para tal omissão, dentre as quais destaca: “muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas”, “deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de dos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos”. Perante tais fatos e argumentos faz-nos refletir sobre a importância do ensino de geometria e quais as consequências da omissão deste para a vida do aluno.

> [...] sem estudar geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas [...]a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995, p. 5)

Segundo Pavanelo (1993) o Movimento da Matemática Moderna - MMM[5] é apontado como principal culpado para a situação de omissão de trabalhar conteúdos geométricos nas escolas. A ideia central era adaptar o ensino da matemática à novas concepções surgidas com a evolução movimento MMM, que posteriormente foram lançados os primeiros livros didáticos, onde abordavam simplesmente noções de figuras geométricas e de intersecção de figuras como conjuntos de pontos do plano, adotando-se, para sua apresentação, a linguagem da teoria dos conjuntos.

[5] Movimento Internacional da década de 60 para modernizar a Matemática.

Godoy e Santos (2012, p. 259) afirmam que os líderes do MMM eram matemáticos de renome internacional, o que deve ter influenciado a proliferação das ideias do movimento, provocando reformas nos currículos dos sistemas de ensino de diversos países como Estados Unidos, Inglaterra, França, Bélgica, Brasil, etc.

A geometria está em toda parte, deste os tempos da pré-história, o homem usava a imaginação para compor imagens visuais e mentais, traduziras em desenhos do cotidiano, como também formas de suas conjecturas mentais, fatos estes que podem ser constatados em pinturas rupestres em vários sítios arqueológicos espalhados por diversos lugares do planeta. A exemplo podemos citar as pinturas rupestres nos paredões da Serra da Capivara no Piauí.

A situação deficitária do ensino de geometria no país, relatada por Pavanello (1993) e Lorenzato (1995) começa a mudar, pelo menos no campo das intensões, com o lançamento dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN[6] para Educação Básica.

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problemas e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. (BRASIL, 1998, P.51)

Após período de lançamento dos PCN, as editoras tiveram que atualizar seus acervos de livros principalmente no tocante ao ensino de geometria nos livros de matemática, pois o documento (PCN) define as finalidades do ensino de Matemática visando à construção da cidadania indicam como objetivos do ensino fundamental levar o aluno a:

- identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
- fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico);
- selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;

[6] São referências para os Ensinos Fundamental e Médio de todo o país abordando todas as disciplinas do currículo escolar.

> - resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
> - comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
> - estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
> - sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;
> - interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (Brasil, 1998, p.48-49)

Houve a mudança dos livros didáticos, o fortalecimento do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD[7], onde os livros chegaram a todas as escolas públicas do país, mesmo assim o ensino de geometria continuou deficitário, atribuem a isso o fato do tempo para ministrar todos os conteúdos que o livro didático contempla, à formação deficitária do professor de matemática, enfim a muito outros problemas.

Com a aprovação Base Nacional Comum Curricular – BNCC para o ensino fundamental, o ensino de matemática sofrerá mudanças e percebe-se que a geometria dentro da matemática é tida como uma “unidade temática” e os conteúdos agora são denominados “objetos do conhecimento”. No caso de nosso objeto do conhecimento polígonos, é abordado durante todo o ensino fundamental e a BNCC traz distribuídos da seguinte forma:

- No 2º Ano do Ensino Fundamental – tem como objeto do conhecimento “Medida de comprimento: unidades não padronizadas e padronizadas (metro, centímetro e milímetro) e traz como habilidade (EF02MA16) - Estimar, medir e comparar comprimentos de lados de salas (incluindo contorno) e **de polígonos**, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas (metro, centímetro e milímetro) e instrumentos adequados.(BRASIL, 2017 p.283)

[7] O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é o mais antigo dos programas voltados à distribuição de obras didáticas aos estudantes da rede pública de ensino brasileira e iniciou-se, com outra denominação, em 1937.

- No 5º Ano do Ensino Fundamental - tem como objeto do conhecimento "figuras geométricas planas: características, representações e ângulos" e traz como habilidade (EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar **polígonos**, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais. (BRASIL, 2017 p.295)

- No 6º Ano do Ensino Fundamental - tem como objeto do conhecimento "**Polígonos**: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados" e traz como habilidades:

> (EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.
> (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.
> (EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção. (BRASIL, 2017 p.301)

- No 7º Ano do Ensino Fundamental - tem como objeto do conhecimento "Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero" e traz como habilidades:

> (EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.
> (EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado. (BRASIL, 2017, p.307)

- No 8º Ano do Ensino Fundamental – tem como objeto do conhecimento "Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares" e traz como habilidades:

> (EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.
> (EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso. (BRASIL, 2017 p.313)

- No 9º Ano do Ensino Fundamental – tem como objeto do conhecimento "Polígonos regulares" e traz como habilidade (EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares. (BRASIL, 2017, p.317)

Proença (2008) ressalta que...

> A compreensão dos conceitos geométricos pode ser favorecida com um trabalho que envolva visualização e representação plana de formas geométricas, percepção, materiais manipulativos e a utilização de softwares geométricos.

Não distante ao que é explicitado na BNCC, fazendo uma análise dos livros didáticos ainda em vigência, é perceptível a semelhantes quanto à distribuição do tema polígonos durante todo o ensino fundamental, então, é de se esperar que ao final do Ensino Fundamental os alunos tenham aprendido pelo menos as definições e conceitos de polígonos.

> Fica cada vez mais claro que viver, ser criativo e participativo, produtivo e responsável no novo cenário tecnológico, requer muito mais do que a acumulação de conhecimentos. Aprender a aprender, saber lidar com a informação cada vez mais disponível, aplicar conhecimentos para resolver problemas, ter autonomia para tomar decisões, ser proativo para identificar os dados de uma situação e buscar soluções, tornam-se objetivos mais valiosos do que o conhecimento desinteressado e erudito da escola do passado. (MELLO, 2014)

A discussão sobre o tema polígonos, é muito presente nos livros didáticos e na vida cotidiana das pessoas. Assim, o ensino de polígonos poderá ser desenvolvido em sala de aula sobre um novo olhar, um novo método, oportunizando aos alunos aprendizagem significativa, onde os estudantes sejam autônomos na aquisição de conhecimentos.

3. ESTUDOS SOBRE O ENSINO DE POLÍGONOS

A pesquisa bibliográfica, assim definida por Severino (2016), como a pesquisa que é realizada a partir de registo disponível, decorrente de pesquisas anteriores, em documentos impressos ou em forma de e-book, utiliza-se de dados ou de categorias teóricas já trabalhadas por outros pesquisadores, devidamente registrados.

Nossa pesquisa foi articulada sobre o tripé de análise quantos aos aspectos: de estudos diagnóstico, estudos teóricos e estudos experimentais. A análise dos estudos foi realizada em artigos científicos, dissertações e teses, selecionados em diversos repositórios de instituições de ensino superior. Para esta pesquisa, adotamos 12 trabalhos que se enquadravam em nossa busca, publicados em sua maioria entre os anos de 2014 a 2018.

Em síntese depois de todos os procedimentos ora citados, partimos para análise dos conteúdos abordados, as ferramentas envolvidas, os cenários e os contextos que estão inseridos, os objetivos propostos, as intervenções possíveis e demais fatos importantes para o estudo de ensino polígonos relatados nos trabalhos selecionados para a revisão de estudo.

O quadro seguinte traz um panorama geral da revisão de estudo, onde a organização foi pensada com a finalidade de ficar visível ao leitor os eixos/tipos de estudos que estão subdivididos os trabalhos, seus autores, ano de publicação, título e instituição/evento onde foram publicados.

Quadro 01: Estudos sobre Polígonos

Tipo de estudo	Autor(es)	Ano	Título do trabalho	Instituição / Evento
Estudos Diagnósticos	Rezende e Carneiro	2016	O ensino e a aprendizagem de polígonos em periódicos de Educação Matemática	ENEM[8]
	Morais Filho	2016	Re(significando) o ensino de polígonos regulares	EPBEM[9]
	Nagata	2016	Os níveis de desenvolvimento do pensamento Geométrico: O aprendizado do conteúdo de polígonos numa perspectiva do modelo Van Hiele.	UTFPR[10]
	Proença	2008	Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio	UNESP[11]
Estudos Teóricos	Pereira	2017	Práticas de ensino em geometria plana	UFVJM[12]
	Oliveira	2016	O Baricentro dos Polígonos Convexos	UFBA[13]
	Brigo	2010	As figuras geométricas no ensino de matemática: uma análise histórica nos livros didáticos	UFSC[14]
	Lauro	2007	Percepção – Construção – Representação – Concepção Os quatros processos do ensino da Geometria: Uma proposta de articulação.	USP[15]

[8] Encontro Nacional de Educação Matemática – São Paulo - SP, 13 a 16 de julho de 2016.
[9] Encontro Paraibano de Educação Matemática – Campina Grande – PB, 24 a 26 de novembro de 2016.
[10] Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
[11] Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”.
[12] Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri.
[13] Universidade Federal da Bahia
[14] Universidade Federal de Santa Catarina
[15] Universidade de São Paulo

Estudos Experimentais	Matreiro	2018	A desmitificação da geometria por meio de ludicidade: Geoplano como ferramenta facilitadora para o ensino e aprendizagem	UNESP
	Foss e Donel	2017	O ensino de polígonos regulares por meio de materiais manipuláveis.	EPREM/UNIOESTE[16]
	Amaral Junior	2013	O ensino de polígonos com o auxílio do Geogebra no ensino médio	UNIVASF[17]
	Oliveira	2013	A geometria do mosaico: uma sequência didática para a aprendizagem sobre polígonos	UFRPE[18]

Fonte: Autor (2018)

3.4.1 - Estudos Diagnósticos

Etimologicamente a palavra diagnóstico vem do grego *diagnōstikós,* significando “'capaz de distinguir, de discernir”, comumente adotada pela medicina, onde os profissionais se deparam diante de um problema e buscam investigar as causas deste para depois propor um tratamento. Em educação acreditamos ser uma situação mais complexa, uma vez que há uma variedade de fatores bem maiores, como os fatores físicos, intelectuais, emocionais e fatores externos ao ambiente escolar.

Os estudos diagnósticos apresentados a seguir trazem resultados de análise e identificação de dificuldades ora verificadas no ensino de geometria/polígonos, oportunizando-nos uma reflexão sobre a temática que venha embasar a construção da sequência didática desta pesquisa.

3.4.1.1 - 1º Estudo

A pesquisa de Rezende e Carneiro (2016)[19] publicada em forma de artigo no ENEM 2016 em forma de comunicação científica, fez um levantamento de artigos publicados no período de 2000 a 2014 em dez periódicos de Educação Matemática, que estavam abordando a temática em relação aos conceitos geométricos, em especial o estudo de polígonos, com o objetivo de suscitar uma discussão sobre a temática.

[16] Encontro Paranaense de Educação Matemática/Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 21 a 23 de setembro de 2017.
[17] Universidade Federal do Vale do São Francisco
[18] Universidade Federal Rural de Pernambuco
[19] Autores do Artigo “O Ensino e a Aprendizagem de Polígonos em Periódicos de Educação Matemática.

Rezende e Carneiro (2016) ressalta fazendo referência ao estudo de Lorenzanto(1995) que os professores não têm segurança para ensinar conteúdos geométricos, pois é dada uma supervalorizada aos livros didáticos e esses muitas vezes trazem os conteúdos geométricos apenas como um conjunto de fórmulas e definições para os estudantes decorarem.

O outro tópico abordado por Rezende e Carneiro (2016) trata do ensino e aprendizagem de geometria, onde baseia suas afirmações em diversos estudos publicados, cita principalmente os estudos de Perez (1995), onde mostra que as aulas de matemáticas são insuficientes para o currículo programado e que a geometria ficava sempre em segundo plano, dando margem a concluir que os conteúdos geométricos quase sempre não eram trabalhados em sala de aula. Nesta mesma pesquisa de Perez(1995), é citado que os professores partícipes afirmam também não detêm conhecimentos e metodologias assertivas para desenvolverem os conteúdos geométricos em sala de aula.

Dando prosseguimento Rezende e Carneiro (2016) aborda a temática do abandono do ensino de geometria no país, atribuídos por autores que ela cita como Lorenzato (1995) e Pavanello (1993) entre outras causas o mesmo não se deu pelo desenvolvimento da matemática moderna e que o mesmo já ocorria desde a década de 1950, afirma ainda que o excesso de algebrização, supervalorização da teoria de conjuntos, ocasionaram um esquecimento de uma proposta para o ensino de geometria. Mesmo com todos os fatos citados a autora (Rezende, 2016) deixa claro que diante de inúmeras razões para os professores deixarem o ensino de conteúdos geométricos de lado, ainda assim, não põem em dúvida sua importância.

Rezende e Carneiro (2016) ainda tratam sobre possíveis contribuições para o ensino e aprendizagem de polígonos, principalmente abordando o ensino de áreas. Citam que é necessário um diálogo construtivo a fim de promover uma aprendizagem munida de significados, fugindo da unicidade de propostas para o tema do livro didático. Faz uma crítica quanto a memorização de fórmulas enquanto ponto de partida para tentar ensinar, e que essa memorização das relações entre área e perímetro não fornece uma compreensão real do que se passa, pois, o uso sem uma contextualização e significado permite que os conceitos geométricos não sejam construídos corretamente.

A conclusão do trabalho por Rezende e Carneiro (2016) retoma o objetivo da pesquisa, ressalta que os trabalhos analisados em sua maioria abordaram a temática ensino e aprendizagem de polígonos, apontou ainda que há lacunas referentes aos conceitos geométricos e necessitam de mais pesquisas.

3.4.1.2 - 2º Estudo

A pesquisa de Morais Filho (2016)[20] traz como objetivo relatar as atividades realizadas por meio de um projeto pedagógico, desenvolvido em escola pública do município de Patos – PB, com a temática de Polígonos Regulares: Investigando revestimentos. A proposta consiste na elaboração de um roteiro de atividades que levasse os estudantes a uma investigação e exploração da geometria.

Morais Filho (2016) na parte introdutória de seu trabalho retoma a polêmica sobre o abandono do ensino de geometria nas escolas brasileiras, afirma que o ensino de conteúdos geométricos trabalhados nas décadas de 1970 e 1980, são basicamente o estudo do Teorema de Pitágoras e memorização de fórmulas para o estudo de áreas. O autor assevera que esta realidade tem mudado, que a geometria começa a ganhar a importância necessária no meio acadêmico e em sala de aula, pois, os conceitos geométricos absolvidos contribuem para o desenvolvimento do pensamento geométrico e o processo pedagógico precisa contemplar a geometria como forma de melhorar a aprendizagem dos estudantes por meio de investigação, descobertas e problematizações.

Segundo Morais Filho (2016) o ensino de geometria deve contemplar atividades para que o estudante desenvolva a observação, medição, comparação e abstração, permitindo que aprimore principalmente a percepção de espaço. O autor afirma ainda que a geometria é um campo matemático onde é possível promover a contextualização à realidade do estudante, fazendo-o constructo do saber científico.

Um tópico da pesquisa de Morais Filho (2016) trata sobre o ensinar e aprender geometria, onde reafirma a importância desta grande área da matemática e que os conceitos podem ser explorados pelos estudantes, e a partir da geometria os levam a compreensão do mundo real. Ressalta também o que os PCN discorre sobre os conceitos geométricos, pois, constituem parte importante do currículo de Matemática e por meio deles os estudantes desenvolvem o pensamento geométrico, permitindo-lhes compreender, descrever e repensar de outra forma o mundo em que vivem.

---

[20] Autor do Artigo “Re(significando) o Ensino de Polígonos Regulares.

Morais Filho (2016), aborda um tópico intitulado de metodologia, tratando exclusivamente das atividades desenvolvidas com estudantes do 6º ano do ensino fundamental da escola onde a pesquisa foi desenvolvida. O autor descreve que os estudantes foram orientados a fotografar diversos revestimentos em paredes e pisos nas residências do bairro, fazendo as devidas anotações sobre os polígonos encontrados. Os alunos descreverem as formas encontradas, tiraram dúvidas com o professor, principalmente sobre os polígonos regulares e irregulares. Para finalizar a atividade o professor solicitou aos alunos que construísse um mosaico de polígonos com materiais previamente preparados pelo autor.

A experiência das atividades desenvolvidas e aplicadas por Morais Filho (2016), levaram-no a concluir que partindo da sala de aula para o mundo concreto o conhecimento geométrico desperta no estudante a aproximação deste com sua realidade, torna-o mais agente do saber.

3.4.1.3 - 3º Estudo

A pesquisa desenvolvida por Proença (2008)[21] objetivou analisar o conhecimento declarativo de alunos do ensino médio sobre polígonos e poliedros em termos de seus atributos definidores, das relações subordinadas e supra ordenadas e de seus exemplos e não exemplos. O autor buscou sua concepção teórica para seu estudo em Klausmeier e Goodwin (1977), autores da obra “Manual de Psicologia Educacional”. A pesquisa foi desenvolvida com 253 estudantes de ensino médio da rede pública de ensino da cidade de Bauru-SP, aplicando na primeira fase do estudo: um questionário, uma prova de matemática sobre o conteúdo e um teste de exemplos e não exemplos. A Segunda fase o autor selecionou aleatoriamente três estudantes com médias abaixo de cinco pontos e três com médias igual ou superior a cinco pontos para participarem de uma entrevista. A pesquisa foi estruturada em oito capítulos que representam a base de investigação, abordando assuntos referentes à geometria, investigando a formação de conceitos de polígonos e poliedros.

Proença (2018) ressalta o papel do ensino de matemática referenciado nos PCN na formação dos estudantes, está ligado à formação de capacidades intelectuais, na

---

[21] Autor da dissertação intitulada “Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio” apresentada ao Programa de Pós-Graduação para a Ciência – Unesp – Bauru – SP.

estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio, na sua aplicação a problemas da vida cotidiana. O pesquisador deixa claro que o ensino baseado na concepção tradicional tem contribuídos para insucessos nas avaliações externas. Sucinta ainda a polêmica levantada pelos dois outros pesquisadores analisados anteriormente neste estudo, quando afirmam a negligência histórica quanto ao ensino de geometria e a supervalorização da álgebra.

Sobre o problema levantado anteriormente Proença (2008) cita estudos de Pirola (2000) e Passos (2000) onde mostram que professores em exercício docente não dominavam conceitos básicos de geometria, apresentando também falta de conhecimentos teóricos e metodológicos para trabalhar com conceitos geométricos. O problema da formação dos professores, detectado como uma das causas evidentes da negligência do ensino de geometria, não é único, o pesquisador levanta também a possível culpa do MMM, afirmando que o movimento gerou lacunas no ensino de geometria e esteve voltado aos estudos algébricos da Matemática.

Dando continuidade ao estudo, Proença (2008) profere que em detrimento de um ensino tradicional, assim definido por tratar a geometria como um conhecimento pronto e acabado, pois fazem unicamente que os estudantes apliquem fórmulas prontas e acabadas, é função do ensino escolar propiciar, entre outras condições para o desenvolvimento conceitual dos alunos.

No tópico que trata da Psicologia da Educação Matemática Proença (2008) explica que é uma área de pesquisa que tem como uma de suas preocupações a atividade mental na formação de conceitos em Matemática e que sua maior contribuição é aumentar, através de pesquisa, o entendimento sobre como as pessoas aprendem matemática. Surgiu a partir do interesse de profissionais da área da Psicologia Educacional, é considerado uma subárea da Educação que objetiva estudar a aprendizagem da matemática, bem como os demais fatores cognitivos e afetivos relacionados a disciplina.

Como a pesquisa busca investigar a formação de conceitos, Proença (2008) sob a ótica dos estudos de Klausmeier e Goodwin (1977) fez uma investigação sobre a formação de conceitos voltados para a geometria, justificando que a formação de conceitos é questão primordial para o ensino escolar, pois cada área do conhecimento, através de seus conceitos ajuda no desenvolvimento de habilidades e capacidades do pensamento dos alunos. A pesquisa nos mostra que para favorecer a formação de conceitos é necessário investigar os conhecimentos prévios do indivíduo e elaborar material com conteúdo com uma estrutura conceitual elaborada para o ensino. Afirma ainda que a aprendizagem dos conceitos geométricos desde a educação infantil favorece o desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno e é importante para todos os níveis escolares, ficando o professor responsável por tal tarefa.

A pesquisa de Proença (2008) tratou sobre o conceito de polígono, fez análise de livros de autores brasileiros que escrevem sobre conteúdos matemáticos, a princípio notou que as definições de polígonos encontradas contemplam certos exemplos e outras não. A pesquisa faz menção a três definições de polígonos e considera adequada a de Barbosa (1995) escrita na Obra Geometria Euclidiana Plana, ficando assim definida:

> Uma poligonal é uma figura formada por uma sequência de pontos A_1, A_2, ..., A_n e pelos seguimentos A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$, os pontos são vértices da poligonal e os segmentos são seus lados. Uma poligonal pode ser aberta ou fechada.
> Um polígono é uma poligonal em que as seguintes condições são satisfeitas:
> a) $An = A_1$;
> b) Os lados da poligonal somente se interceptam em suas extremidades;
> c) Cada vértice é extremidade de dois lados;
> d) Dois lados com mesma extremidade não pertencem a uma mesma reta. (Proença, 2008, p. 66 apud Barbosa, 1995, p. 38)

Proença (2008) ainda conceitua os polígonos convexos e côncavos, cita exemplos e destaca entre os polígonos convexos, os polígonos regulares. Ressalta ainda que para a pesquisa foi investigado se os alunos conhecem o conceito de polígonos e poliedros, pois o interesse estava em evidenciar se os participantes conseguem identificar os atributos definidores e exemplos e não exemplos.

Após a análise dos dados da pesquisa Proença (2008) disserta sobre a primeira fase do estudo, afirmando que os participantes apresentaram um conhecimento declarativo sobre polígonos e poliedros muito aquém do esperado de estudantes de nível médio da educação básica, justifica tal afirmação pelos resultados de baixo desempenho nos testes, os estudantes em questão não foram capazes de identificarem os atributos definidores e a diferenciação de exemplos e não exemplos. Em relação a segunda fase do estudo, foi possível perceber o que pensavam os seis estudantes escolhidos aleatoriamente, sobre os conceitos investigados, bem como aprofundar o conhecimento sobre as respostas que haviam dado na primeira fase. O autor da pesquisa ainda relata que as atividades selecionadas para a discussão permitiram retratar o conhecimento que estes participantes possuíam sobre a temática investigada. Em síntese, o autor deixa claro, que as respostas dos entrevistados mostraram as dificuldades em declarar polígonos e poliedros em termos definidores, relações subordinadas e supra ordenadas e exemplos e não exemplos.

3.4.1.4 - 4º Estudo

A pesquisa realizada por Nagata (2016)[22] sobre a égide da Teoria do Van Hiele e os níveis de pensamento geométrico, elaborou instrumentos de pesquisas sobre o conteúdo matemático de Polígonos, aplicando-os a 253 estudantes da rede pública estadual na cidade Curitiba-PR. A pesquisadora afirma que durante as disciplinas do Mestrado Profmat, questionava-se sobre diversas dificuldades manifestadas por seus alunos sobre muitos conteúdos geométrico, quando lhe veio a ideia de investigar: Como o estudante adquire o conhecimento geométrico segundo o modelo Van Hiele? Como as linguagens para a construção de um pensamento matemático são estruturados? Com suas inquietações e questionamentos partiu para a pesquisa.

Nagata (2016) disserta sobre a teoria pesquisada, sobre os estudos que os autores da teoria desenvolveram e toda sua vida acadêmica. Faz a delimitação do tema dentro da grande área de geometria para polígonos, justificando que após pesquisar sobre outros estudos realizados sobre os níveis de pensamento geométrico, quase sempre foram realizados com quadriláteros. Após delimitação do tema, fez um estudo sobre os livros didáticos adotados nas escolas pesquisadas, como também no guia do PNLD em vigência, com o intuito de montar seus instrumentos de pesquisas sobre o conteúdo de polígonos.

Segundo Nagata (2016) o estudo realizado foi importante, principalmente por um motivo pessoal, sentiu-se transformada nas atitudes com os estudantes, em cada novo tópico estudado, percebia com mais clareza as possíveis causas dos alunos não compreender o que estava sendo ensinado, ocasiões que aproveitou para alterar seus procedimentos. Afirma ainda que dos 237 alunos pesquisados, 75 que atingiram somente o nível zero não estando em processo em nenhum outro nível. O nível zero é o "mais importante", pois forma uma base para os demais níveis que inclui situações dos alunos em sua vida diária e suas experiências, aos quais eles estão acostumados e os demais níveis são mais específicos da vida escolar, não sendo percebido no cotidiano anterior ao

[22] Autora da dissertação intitulada "Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico: O aprendizado do conteúdo de polígonos numa perspectiva no Modelo Van Hiele".

início dos estudos. Vale ressaltar que estes estudantes já são de ensino fundamental II e já deveriam estar mais evoluídos em relação ao seu nível de pensamento geométrico.

A autora Nagata (2016) afirma ter por certo que os dados obtidos na implementação da pesquisa não deverão ser utilizados isoladamente e para fazer uma análise mais aprofundada dos níveis que os alunos se encontram é necessário realizar uma entrevista com os casos em destaque, assim conclui seu estudo.

3.4.2 - Estudos Teóricos

A pesquisa teórica, assim definida por Demo (2000), é a pesquisa que é "dedicada a reconstruir teoria, conceitos, ideias, ideologias, polêmicas, tendo em vista, em termos imediatos, aprimorar fundamentos teóricos", aborda quadros de referência, condições explicativas da realidade, polêmicas e discussões pertinentes. Os estudos teóricos não implicam em imediata intervenção na realidade, mas seu papel é decisivo na criação de condições para a intervenção. Os estudos teóricos a seguir apresentam o processo de investigação dos resultados de trabalhos que obtiveram implicações satisfatórios nos aspectos conceituais sobre o ensino de polígonos.

3.4.2.1 - 1º Estudo

O trabalho de Pereira (2017)[23] foi desenvolvido tendo como base os princípios da Engenharia Didática, com objetivo principal de propor metodologias de ensino para a disciplina de Geometria Euclidiana Plana do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, com o auxílio do software de geometria dinâmica GeoGebra. Além disso, buscou-se detectar as principais dificuldades no ensino e aprendizagem de Geometria Plana e propor metodologias que melhorem o aprendizado dos conceitos de Geometria Plana no ensino superior.

Pereira(2017) ressalta a parte histórica da Geometria, afirma que dentre algumas teorias que relatam a razão pelo qual se motivou estudar a Geometria, duas delas são norteadas por pensar em Geometria a partir das necessidades do dia a dia, principalmente no âmbito da construção e medição de terras, outros já afirmam que a Geometria surgiu de

[23] Autor da dissertação intitulada “Práticas de Ensino em Geometria Plana”.

uma prática sacerdotal, ou seja, por lazer. Discorre ainda que a Geometria como ciência teve início a partir dos trabalhos de Euclides, cuja principal obra foi o livro ‘‘Os elementos”.

Pereira (2017) organizou sua pesquisa da seguinte maneira: foi feito um resgate histórico do ensino de Geometria no Brasil, apresentando uma transição do ensino básico até o ensino superior, retratando as principais dificuldades enfrentadas por docentes e discentes, também realizados por outros trabalho já analisados nesta revisão; seguindo foi realizado um aprofundamento teórico, detalhando as principais características da metodologia de pesquisa utilizada no trabalho, a Engenharia Didática; também foram apresentados os principais resultados e definições matemáticas que deram suporte ao longo do trabalho; também foi apresentado o software utilizado como ferramenta facilitadora do trabalho, o GeoGebra; trouxe ainda uma apresentação de todas as etapas das intervenções didáticas, tais como planejamento, aplicação e desenvolvimento, além de algumas considerações sobre os resultados obtidos; foi feita uma discussão dos questionários aplicados durante as intervenções didáticas e apresentados os resultados gerais de todas as etapas do estudo.

Nas considerações finais Pereira (2016) retoma o problema investigado, e se questiona sobre quais meios possibilitaria atenuar o contexto vivido pelos discentes, afirmando ainda ser o papel do docente constatar as possíveis falhas no material didático e método de ensino, adequando a novas práticas e buscando novos recursos. Constatou que a inserção dos recursos computacionais nas aulas de Geometria Plana é um fator que depende de um bom planejamento, pois a utilização de tecnologias implica em mudanças de aspectos operacionais, e de até aspectos epistemológicos. Verificou ainda que o uso dos recursos computacionais no processo de ensino-aprendizagem de Geometria Plana, na turma investigada, contribuiu significativamente em vários aspectos, como: maior interação entre os discentes; o desenvolvimento das habilidades e competências referentes ao Desenho Geométrico; o desenvolvimento das técnicas de demonstração; melhora significativa quanto às questões dissertativas, adequando-se da escrita formal matemática e o benefício do processo de visualização gráfica e geométrica, sem que haja um distanciamento do pensamento algébrico.

3.4.2.2 - 2º Estudo

Na pesquisa de Oliveira (2016)[24] discorre a cerda de algumas considerações sobre o estudo do Baricentro dos polígonos convexos. O trabalho objetivou apresentar uma nova abordagem para proporcionar um melhor entendimento e aprendizado para os alunos no que se refere ao baricentro de um triângulo e de um polígono convexo qualquer. Para tal foi apresentado algumas definições, propriedades, fórmulas, demonstrações etc., também foi relatado algumas experiências para encontrar o baricentro de alguns polígonos convexos e propôs, uma sequência de atividades para serem desenvolvidas em sala de aula.

O pesquisador Oliveira (2016) faz uma relato sobre o conceito de baricentro de uma forma perceptível, afirma que “quando um corpo ou massa suporta-se sobre seu peso, ou como se houvesse a concentração de seu peso em um só determinado ponto, obtém-se o que se chama de baricentro ou centro de gravidade”, afirma ainda que o desempenho dos estudantes em Matemática nos dias atuais tem sido motivo de preocupação para os professores. O autor ainda assevera que aproximar a Matemática do estudante, e tornar palpáveis os cálculos da geometria analítica, incorporando-a realidade dos fatos, é um desafio para todos os professores de matemática.

Ressaltamos que proposta de ensino na terceira parte do estudo não foi testada, contudo não podemos emitir uma opinião contundente quanto sua eficiência e eficácia para o ensino de baricentro de um polígono. Assim, podemos emitir comentários que foi bem estruturada no ponto de vista pedagógico, trabalha com materiais manipuláveis e de fácil acesso, permitindo um bom envolvimento dos estudantes na construção do saber. O autor afirma que geralmente os professores quando ensinam sobre o Baricentro limitam-se apenas a encontrar as coordenadas do baricentro do triângulo como vem sendo apresentado nos livros didáticos de matemática do ensino médio.

3.4.2.3 - 3º Estudo

A pesquisa de Brigo(2010)[25] faz um apanhado histórico sobre Ensino da Matemática. Mergulha num passado não muito distante para compreender como e com que

[24] Autor da dissertação intitulada “O Baricentro dos Polígonos Convexos”.
[25] Autora da dissertação intitulada “As figuras geométricas no ensino de matemática: Uma análise histórica nos livros didáticos.

propósito as figuras geométricas apareceram nos livros didáticos de matemática da década de 70, do século XX. Justifica a tomada de estudo por esta década, por se tratar de um dos momentos em que o ensino secundário de Matemática sofreu várias mudanças devido ao Movimento da Matemática Moderna (MMM). A partir disto a autora analisou seis livros didáticos de matemática, buscando verificar quais as funções das figuras geométricas nos conteúdos de geometria.

Brigo (2010) estruturou sua pesquisa em quatro diferentes tópicos: primeiro fez um apanhado histórico sobre o uso prático de figuras geométricas pelos povos antigos, passando pelo livro Os elementos de Euclides, pelos artesão do século XV, pela engenharia militar do século XVII, nas artes plásticas e na arquitetura renascentista; no segundo momento fez busca em documentos oficiais internacionais, nacionais e do Estado de Santa Catarina sobre o uso de figuras geométricas no período do MMM; na terceira parte foi análise de seis livros didáticos tratando-se da abordagem das figuras geométricas e último momento foi para as considerações finais.

Segundo Brigo (2010) a análise mostra que as figuras geométricas assumiram diversas funções, tais como: função explicativa, ilustrativa, demonstrativa e formativa. Remarca que cada autor do livro didático se apropriou à sua maneira do que propunha o MMM, e essa subjetividade fez emergir diferentes funções para as figuras geométricas nos livros didáticos de matemática. Ressalta que por vezes foi notado o mesmo uso em livros distintos, e isso remete a um olhar singular das fontes como objeto de estudos históricos. Não existiu um único modo de ensinar, um único livro didático, um único programa de ensino.

3.4.2.4 - 4º Estudo

A pesquisa de Lauro[26] (2007) é um estudo a respeito do ensino de Geometria no ensino fundamental de 5ª a 8ª série, hoje com nova nomenclatura de 6º a 9º ano. A autora cita como motivação para pesquisa, sua experiência vivenciada em cursos de formação que ministrou para professores de matemática dos níveis fundamental e médio, como também de sua vivência como docente das disciplinas de Geometria e Desenho Geométrico no curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade privada onde

[26] Autora da dissertação intitulada “Percepção-Costrução-Representação-Concepção – Os quatros processos do ensino da Geometria: uma proposta de articulação.

trabalhou. Ressalta que em ambos os casos pode observar grandes problemas de sua clientela em relação ao entendimento de conceitos geométricos elementares.

Lauro (2007) em seu estudo admite como hipótese de trabalho que há no ensino de Geometria uma polarização entre percepção(observação) e a concepção (sistematização, elementos conceituais), deixando evidente que essa polarização é insatisfatória para a compreensão da dinâmica do processo de construção do conhecimento geométrico em todos os níveis de ensino. Admite também, que o desenho geométrico (representação), bem como a confecção de materiais de ensino (construção) são aspectos importantes no processo de construção do conhecimento geométrico. Afirma que quase sempre o ensino de geometria vem com sua maior ênfase na observação e na manipulação de objetos materiais, causando uma busca pela memorização por parte dos estudantes para enfrentarem as dificuldades lógicas apresentadas pelo método axiomático dedutivo.

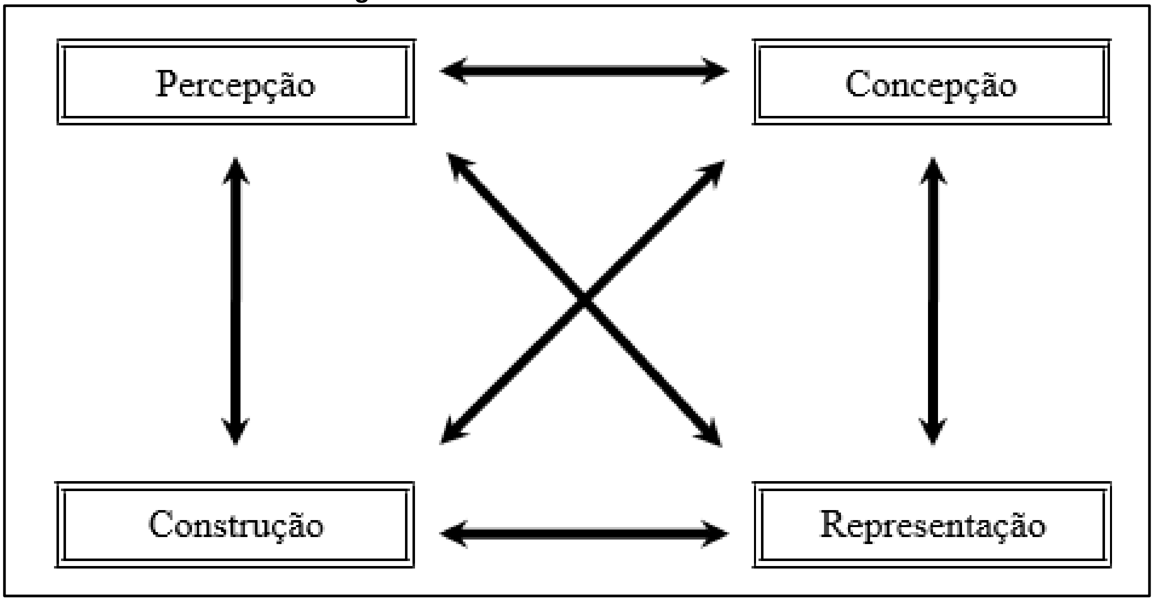
Ainda afirma Lauro (2007) que o ensino de geometria é construído de maneira linear, obedecendo a uma ordem hierárquica, partindo do mais simples (percepção), em direção ao mais complexo (concepção), ressalta ainda que este modelo é concebido segundo a rigidez do pensamento do filósofo francês René Descartes. Baseando nos estudos de Machado (2002), a pesquisadora afirma que há uma passagem muito abrupta da percepção para concepção. A percepção ou estágio inicial parece estar voltado a uma certa infantilização, havendo, um rompimento em seguida, onde busca-se o conhecimento geométrico por meio do raciocínio lógico dedutivo e a teorização, deixando assim, sem articulação, é insuficiente para a concretização do conhecimento geométrico.

A autora em estudo cita Machado (2002) que diz:

> Ocorre, no entanto, que essas atividades intermediárias, sobretudo as correspondentes à representação, não costumam ser suficientemente valorizadas como elementos fundamentais dos processos cognitivos, sendo, muitas vezes, concebidas tendo em vista primordialmente alcançar-se, o mais rapidamente possível, a organização conceitual. (p. 54) [...] mesmo as concepções mais inovadoras têm como referência percepções já sentidas ou construções anteriormente realizadas, ainda que se contraponham a seus pressupostos ou transcendam seus limites. (p.55)

Lauro (2007) embasada nos estudos de Machado (2002) afirma que é fundamental a existência de ênfases em quatro dimensões desse tipo de conhecimento: a percepção, a construção, a representação e a concepção e que muitas vezes enquanto docentes queremos simplificar e terminamos pulamos etapas fundamentais para construção do saber. Ainda esquematiza uma organização desejada do ensino de geometria, veja a seguir:

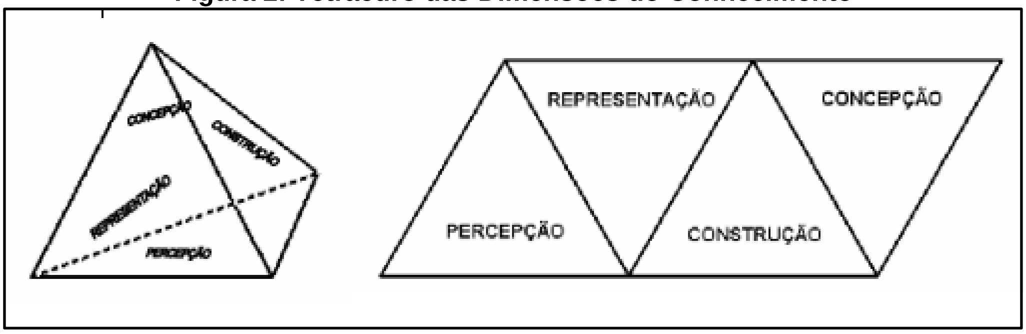
Figura 1: Dimensões do Conhecimento



Fonte: Lauro, 2007.

Considera, portanto, que a articulação entre os quatro dos quatros aspectos ora citados, percepção-concepção-construção-representação podem "compor metaforicamente as faces de um tetraedro com elementos comuns e articulados nos quais podem ser apreendidos não apenas o significado e as funções do ensino de Geometria, como também alguns elementos básicos na dinâmica dos processos cognitivos de uma maneira em geral". (Machado, 2002, p. 54) Veja a seguir:

Figura 2: Tetraedro das Dimensões do Conhecimento



Fonte: Lauro (2007).

Dando prosseguimento ao estudo, Lauro (2007) faz um apanhado histórico sobre o ensino de matemática no Brasil, analisando principalmente a trajetória percorrida pelo ensino de ensino da Geometria no decorrer das principais reformas curriculares instituídas no sistema nacional de ensino. Continua com o estudo fazendo uma análise de livros didáticos desde o século XIX até 2007, verificando como vem abordado a temática da Geometria, verificando se há um equilíbrio e trânsito entre percepção-concepção-construção-representação no seu ensino. Sobre a análise a autora relata que “atualmente”, referindo-se ao ano de 2007 quando concluiu o estudo, os livros didáticos de uma forma geral, distribuem a Geometria no decorrer do livro articulando os quatro processos de construção do conhecimento geométrico.

Lauro (2007) após todo percurso de pesquisa bibliográfica, fundamentação teórica, levantamento histórico e análise de livros didáticos, propôs atividades com conteúdos de Geometria, baseando-se principalmente nos PCN, procurando estabelecer o equilíbrio e trânsito entre percepção-concepção-construção-representação, logo após apresenta considerações finais sobre o estudo, afirmando que autores de livros da atualidade estão preocupados com os quatro processos de construção do conhecimento geométrico e que cabe ao professor utiliza-lo evitando o tratamento isolado de qualquer uma das faces do tetraedro.

3.4.3 - Estudos Experimentais

Os estudos experimentais podem ser caracterizados pela manipulação e/ou aplicação de atividades que permitem aos estudantes, além de compreenderem a teoria, participem do processo de construção do conhecimento. A seguir temos estudos que propõem e realizam atividades para o ensino de polígonos com o objetivo de minimizar as dificuldades no ensino deste objeto do conhecimento da Geometria.

3.4.3.1 - 1º Estudo

A pesquisa de Amaral Júnior (2013)[27] traz no seu cerne o uso do software de geometria dinâmica, o geogebra, como ferramenta para o ensino de polígonos em classes de ensino médio. Objetiva apresentar uma sequência didática com o Geogebra, disponibilizando um método de aprendizagem dinâmica, mostrando ao professor que o uso

[27] Autor da dissertação “O ensino de polígonos com o auxílio do Geogebra no ensino médio.

dos recursos disponíveis no Geogebra é possível criar ambientes interativos que podem ser usados em sala de aula ou extra sala, ocasionando assim, um dinamismo nos conteúdos trabalhados em de aula. O tema escolhido como alicerce do trabalho foi o estudo dos polígonos, abordando as construções gráficas e suas propriedades.

O estudo de Amaral Júnior (2013) veio estruturado com o segundo capítulo tratando sobre recursos computacionais, o geogebra e todas as funções e interfaces para o desenvolvimento da sequência didática proposta pelo autor. O terceiro capítulo trouxe uma abordagem teórica sobre o tema polígonos, desvendando sua importância, elementos, propriedades, cálculos até uma abordagem sobre as dificuldades da aprendizagem de tal conteúdo. O quarto capítulo tratou exclusivamente da sequência didática, trouxe as atividades e orientações de aplicação.

Ressaltamos que sequência didática desenvolvida por Amaral Júnior (2013) não foi testada, portanto, não conseguimos extrair resultados efetivos sobre a mesma quanto ao ensino de polígonos. O autor afirma acreditar que o Geogebra possa contribuir significativamente para melhoria no processo de ensino aprendizagem da educação básica, tendo como foco principal o ensino de matemática, dadas as conhecidas deficiências encontradas em seu aprendizado.

Baseando-se em sua própria experiência profissional com estudantes e colegas, Amaral Júnior (2013) afirma sem citá-las, conhecer as dificuldades mais comuns encontradas no ensino e aprendizagem de Polígonos. Assevera que o uso dos recursos sofisticados presentes no Geogebra, com a sequência de atividades e roteiros de soluções desenvolvidas no trabalho, serem bastante atraentes ao aluno, por seu dinamismo e facilidade de visualização de conceitos, e ao mesmo tempo eficaz para os objetivos do professor, o aprendizado.

3.4.3.2 - 2º Estudo

O estudo apresentado por Foss e Donel (2017)[28] no Encontro Paranaense de Educação Matemática tem como objetivo apresentar uma proposta do uso de materiais manipulativos para o ensino de diagonais de polígonos regulares inscritos na circunferência, com tábuas de madeira (cada uma possui a representação de um polígono

[28] Autoras do Artigo Científico intitulado “O ensino de polígonos regulares por meio de materiais manipuláveis”

regular inscrito na circunferência onde foram fixados pregos pequenos em seus vértices) e barbantes coloridos, soma das medidas dos ângulos internos de um polígono utilizando-se do mesmo material e de elásticos de borracha já que o uso dos materiais manipuláveis possibilita agir com objetos físicos representando objetos matemáticos para entendê-los abstratamente.

As pesquisadoras Foss e Donel (2017) fazem uma descrição e conceituação do tema polígonos e já partem pra descrever uma sequência de atividades que podem ser feitas com materiais concretos no ensino de polígonos. O trabalho na verdade resume-se a uma sequência de atividades, as autoras não fazem aplicação e nem considerações e conjecturas sobre a produção em questão.

3.4.3.3 - 3º Estudo

Matreiro (2018)[29] afirma em sua pesquisa que ao investigar percebeu o quanto as pessoas possuem aversão a Matemática e ao analisar a maneira que a Matemática vem sendo ensinada atualmente, afirma talvez ter encontrado as respostas dos motivos pelo qual a matemática ser tão odiada. Reconhece como uma grande necessidade a mudança do método de ensino para que os alunos passem a se interessar e gostar mais da matemática. Afirma ainda que as atividades lúdicas podem ser uma saída, por meio delas pode-se construir conceitos, ao invés de impô-los, pode-se concluir fórmulas, ao invés de dizer ao estudante que as decore.

Nesse contexto, Matreiro (2018) apresenta o estudo que teve como objetivo criar estratégias pedagógicas, que tornem as aulas de matemáticas mais interessantes e significativas, quebrando paradigmas e o tradicionalismo presentes no ensino aprendizagem da matemática, utilizando material pedagógico lúdico. Assim, a proposta é trabalhar com a visualização mais facilitada utilizando recurso didático pedagógico lúdico e a partir da análise de resultados, concluir a utilidade destas ferramentas no ensino da matemática.

A pesquisadora Matreiro (2018) afirma na parte introdutória do seu trabalho que de início foi realizado estudo sobre a evolução histórica da matemática, sobretudo no estudo da geometria, para que fosse possível perceber a importância dessa ciência para evolução

---

[29] Autora da dissertação intitulada “A desmitificação da geometria por meio da ludicidade: Geoplano como ferramenta facilitadora para o ensino e aprendizagem”.

da espécie humana. Apresentou ao longo do trabalho, ferramentas lúdicas facilitadoras no processo de ensino aprendizagem, mostrando como o aluno aprende com o lúdico e como o professor pode ser um facilitador em potencial se souber usar ferramentas corretas.

Segundo Matreiro (2018), os conceitos geométricos concretos auxiliam na construção do conhecimento, pois o sujeito aprendiz consegue interagir melhor com o meio em que vive, consegue atribuir significados aos conceitos matemáticos. Afirma ainda que a matemática é muito vasta e útil para ser rebaixada a mera memorização de fórmulas e reprodução de exercícios. Ela deve ser investigativa, significativa, útil por meio das ferramentas lúdicas consegue trazer muitas aplicabilidades aos conceitos matemáticos. Para a pesquisa em questão utilizou-se o geoplano, material constituído geralmente de um pedaço de madeira e pregos, este material é de fácil acesso, manuseio e permite a exploração de uma infinidade de conteúdos em quase todos os anos dos ensinos fundamental e médio, apresenta possibilidade de utilização até em conteúdos de ensino superior.

No estudo Matreiro (2018) relaciona alguns conteúdos que podem ser trabalhados no ensino fundamental e no ensino médio. Além disso, mostra aplicação com uso do geoplano e sugere várias atividades, deixando evidente também que a possibilidade de trabalho pode ser ampliada. Os conteúdos citados são contemplados pelo currículo do Estado de São Paulo (locus da pesquisa) e é possível enriquecer o ensino aprendizado deles através da utilização da ferramenta estudo.

Segundo Matreiro (2018) após a aplicação das atividades elaboradas, foi possível perceber que ferramentas lúdicas são importantes, uma vez que prende atenção dos estudantes tornando o aprendizado mais divertido, deixa de ser monótono, fazendo com que o aluno aprenda de modo mais prazeroso. A autora continua em suas considerações finais afirmando que comparando as atividades antes e após a ferramenta lúdica geoplano, foi possível perceber que os alunos realizaram a atividade de forma bem mais simples e conseguiram visualizar a situação proposta de maneira rápida e com mais facilidade, nas três situações propostas. Os alunos conseguiram assimilar conceitos geométricos facilmente e algebrizar os conceitos explorados.

3.4.3.4 - 4º Estudo

A pesquisa de Oliveira (2013)[30] baseou-se em atividades propostas em Matemática na Prática, do Módulo I - Desafio Geométrico dos autores: Cláudio Carlos Dias e João Carlos Vieira Sampaio. A proposta foi aplicado a uma turma do 2° ano do ensino médio de uma escola pública, desenvolve-se enfocando os aspectos teórico e prático dos conteúdos matemáticos e objetivava aplicar uma sequência didática de ensino sobre polígonos regulares e seus elementos a partir da confecção e estudo de mosaicos com figuras poligonais variadas, tornando o estudante um observador da existência da geometria plana em sua volta, explorando sua criatividade para a construção de conceitos geométricos pouco vistos no ensino básico.

Oliveira (2013) tratou de descrever as oito atividades da sequência que seriam aplicadas na turma escolhida, abordaram conceitos, construção de figuras, cálculos e aplicações na vida cotidiana. Dando prosseguimento a autora explica a avaliação prévia que foi aplicado aos alunos, anteriormente à sequência didática aplicada. Ainda discorre sobre a metodologia aplicada na pesquisa, diagnóstico da escola e descrição da aplicação da sequência didática. Seguindo, a autora discorre sobre os resultados da aplicação das atividades, estranhamos que apenas as atividades dois, quatro e oito foram comentadas nas análises dos resultados.

As considerações finais apresentadas por Oliveira (2013), fez uma comparação dos resultados obtidos com a avaliação prévia, a autora diz que percebeu no requisito do ambiente escolar os objetivos foram alcançados, pois as atividades manuais possibilitaram uma cooperação entre os alunos, principalmente na execução da atividade das construções geométricas. Afirma ainda que mais da metade da turma não obtiveram um aprendizado esperado, a autora ainda justifica tal fato, afirmando que a turma é muito heterogenia, com uma distorção idade/série muito alta, e que esse público seriam necessários mais tempo no que diz respeito à formalização das respostas, pois não dominam as técnicas algébricas, conseguindo responder apenas quando explicado pelo professor.

---

[30] Autora da dissertação intitulada “A geometria do mosaico: uma sequência didática para a aprendizagem sobre polígonos”.

4. ASPECTOS HISTÓRICOS SOBRE POLÍGONOS

Quando observamos a natureza, o espaço que nos cerca, os objetos que fazemos uso cotidianamente, encontramos formas, contornos, características e outros, que nos remete a algo Divino. Assim, definir a geometria como criação de Deus (criacionistas[31]) ou uma evolução da natureza (evolucionistas[32]) não é algo que nos custa uma prova, nem tão pouco causa uma controvérsia na academia. É confortavelmente aceitável pelos estudiosos e ao longo da história é provada. Atribui-se a Platão[33] a frase "Deus é o grande geômetra. Deus geometriza sem cessar", que fecha nosso raciocínio sobre a divindade e grandeza da geometria.

> [...] pode-se dizer que a matemática primitiva originou-se em certas áreas do Oriente Antigo primordialmente como uma ciência prática para assistir a atividades ligadas à agricultura e à engenharia. essas atividades requeriam o cálculo de um calendário utilizável, o desenvolvimento de um sistema de pesos e medidas para ser empregado na colheita, armazenamento e distribuição de alimentos, a criação de métodos de agrimensura para a construção de canais e reservatórios e para dividir a terra e a instituição de práticas financeiras e comerciais para o lançamento e a arrecadação de taxas e para propósitos mercantis. (Eves, 2011. p.57)

Ao homem primitivo não é atribuído a invenção da geometria, mas sua descoberta através das observações à natureza, gerada pelas necessidades que ora os acometiam. Teóricos da história da matemática afirmam que os primórdios da Geometria que se tem registros, atribuem-se aos povos do Vale do Indo que descobriram os triângulos obtusos.

> As primeiras considerações geométricas do homem são inquestionavelmente muito antigas, e parece que elas se originam em simples observações provenientes da capacidade humana de reconhecer a forma física e comparar formas e tamanhos. (Eves, 1992, p.1)

Vale ressaltar, que os estudiosos de história da matemática, fazem questão de frisar que as primeiras civilizações[34] adquire gradualmente alguns conhecimentos geométricos de natureza eminentemente prática.

---

[31] O criacionismo, em geral, é a crença de que tudo o que existe no mundo seria criação direta de um ser sobrenatural. (Wikipédia, 2019)

[32] É uma teoria desenvolvida por Charles Darwin, que propagou a ideia de que todo o universo, incluindo os seres que nele vivem, passaram por uma longa e progressiva evolução para ser o que seriam hoje. (Wikipedia, 2019)

[33] Foi um filósofo e matemático do período clássico da Grécia Antiga, autor de diversos diálogos filosóficos e fundador da Academia em Atenas. (Wikipedia, 2019)

[34] As primeiras civilizações se formaram a partir de quando o homem descobriu a agricultura e passou a ter uma vida mais sedentária, por volta de 4.000 a.C. Essas primeiras civilizações se formaram em torno ou em

Os Sumérios (4000 a.C – 1900 a.C) são considerados os primeiros povos a viverem em cidades, ou sejam, são considerados uma das primeiras civilizações. Viviam no vale pantanoso formado pelos rios Tigres e Eufrates e por conta disso, enfrentavam grandes obstáculos naturais como as cheias violentas e irregulares dos rios.

Figura 3: Placa de Argila Escrita Cuneiforme - Sumérios

Fonte: Google Imagens, 2019.

A necessidade de enfrentar o problema era urgente e precisavam construir diques, barragens e reservatórios para conter as forças das águas dos rios Tigres e Eufrates. Os historiadores atribuem a esses fatos o desenvolvimento da geometria prática. Veja a seguir um fragmento de uma placa de argila cozida com escrita cuneiforme[35] feita pelos Sumérios por volta de 3200 a.C. onde vê-se claramente várias formas geométricas usadas para informar algo.

Aos Babilônios (1900 a.C – 1600 a.C) é creditada com a invenção da roda[36] por povos anteriores, a razão pela qual buscam investigar o comprimento das circunferências em relação ao seu diâmetro, encontrando o número 3 ou considerando-o 3. Essa descoberta permitiu aos babilônicos considerar que o comprimento de uma circunferência era um valor intermediário entre os perímetros dos quadrados inscritos e circunscritos em uma

---

função de grandes rios: A Mesopotâmia estava ligada aos Rios Tigre e Eufrates, o Egito ao Nilo, a Índia ao Indo, a China ao Amarelo. (Só História, 2019)

[35] Era uma escrita ideográfica, na qual o objeto representado expressava uma ideia, dificultando a representação de sentimento, ações ou ideias abstratas, com o tempo, os sinais pictóricos converteram-se em um sistema de sílabas.

[36] A prova mais antiga de seu uso data de cerca de 3500 a.C., e vem de um esboço em uma placa de argila encontrada na região da antiga Suméria, na Mesopotâmia (atual Iraque), mas é certo que sua utilização venha de períodos muito mais remotos. (Só Escola, 2019)

circunferência. Através de seus estudos sobre astronomia os Babilônicos em que o ano foi dividido em 360 dias, estabeleceu também que a circunferência foi dividida em 360 partes. Outro fato importante atribuído aos babilônicos é sobre desenhar um hexágono regular, além de encontrar a área de um trapézio.

> Os registros mais antigos da atividade do homem no campo da geometria são tábuas de argila cozida enterradas na Mesopotâmia e acredita-se que datam, em parte, ou pelo menos em parte, dos tempos sumérios de aproximadamente 3000 a.C. Existem outras disposições generosas das tabelas cuneiformes babilônicas que vêm de períodos posteriores, como a primeira dinastia babilônica da época do rei de Humarabi, o novo império babilônico de Nabucodonosor e as seguintes eras persa e selêucida. (EVES, 1992, p.3)

Destas tábuas antigas consegue-se estabelecer entre os teóricos uma conformidade de pensamentos e afirmações a respeito da geometria antiga a simplesmente uma medição prática. Dessa geometria prática, segundo Eves (1992), pode ser definida de uma forma melhor, como geometria do subconsciente, onde o homem primitivo apenas a empregou-a como ornamentos decorativos e formas, mas que foram úteis para o desenvolvimento geométrico posterior como ciência.

Eves (1992) afirma que o homem da época da geometria do subconsciente considerava só os problemas geométricos concretos, que se apresentavam individualmente e que nenhuma relação ou conexão eram observadas. Quando a inteligência humana foi capaz extrair relações geométricas gerais, tomando a princípio uma relação particular concreta, a geometria tornou-se ciência. Até onde a história permite investigar o passado, encontra-se uma grande quantidade de material que pode ser chamado de geometria prática ou científica presente. Veja:

Quadro 02: Cálculos Geométricos dos Babilônicos

Exemplos Cálculo Geométrico – Babilônicos
• Estavam familiarizados com uma regra geral para calcular a área de um retângulo; • Calculavam a área de triângulos retângulos e isósceles (Talvez a regra geral para um triângulo qualquer); • Calculavam a área de um trapézio especial que tem um lado perpendicular aos lados paralelos (trapézio retângulo); • Sabiam que lados correspondentes dos triângulos retângulos semelhantes são proporcionais; • Sabiam que a altura de um triângulo isósceles disseca a base; • Sabiam que o ângulo inscrito em um semicírculo é um ângulo reto; • O teorema de Pitágoras também era conhecido;

Equívocos Atribuídos aos Babilônicos
• O volume de um cone ou de uma pirâmide quadrada truncados é o produto da altura com a metade da soma das bases; • Para calcular área de um quadrilátero com lados consecutivos a, b, c, e d, utilizavam a fórmula K = (a + c) (b + d)/4;

Fonte: Eves, 1992.

Um fato importante noticiado amplamente pela mídia trata-se sobre a tábua de argila babilônica, chamada Plimpton 322[37], de 3.700 anos de idade que foi traduzida e pode reescrever a história da matemática, ao sugerir que a trigonometria pode ter sido desenvolvida antes dos gregos antigos. Os pesquisadores disseram que a tábua prova que os babilônios desenvolveram a trigonometria cerca de 1.500 anos antes dos gregos.

A tradução foi realizada pelos cientistas Daniel F. Mansfield e N.J. Wildberger[38], publicado em 2017 em forma artigo intitulado "*Plimpton 322 is Babylonian exact sexagesimal trigonometry*" tradução "*Plimpton 322 é a trigonometria sexagesimal exata da Babilônia*" os cientistas afirmam em sua pesquisa que Plimpton 322 descreve as formas de triângulos de ângulo reto usando um novo tipo de trigonometria com base em razões, não em ângulos e círculos.

Figura 4: Plimpton 322

Fonte: Mansfield e Wildberger (2017)

[37] Plimpton 322 é uma tabela de argila parcialmente quebrada medindo cerca de 13 centímetros de largura, 9 centímetros de altura, e 2 centímetros de espessura. (Wikipedia, 2019)
[38] Professores da School of Mathematics and Statistics, UNSW, Sydney, Australia.

Os cientistas que fizeram a descoberta afirmam que é um trabalho matemático fascinante que demonstra um gênio indubitável, não contém apenas a tabela trigonométrica mais antiga do mundo, mas a única tabela trigonométrica completamente precisa, por causa da abordagem babilônica muito diferente da aritmética e da geometria.

Figura 5: Dr. Daniel F. Mansfield

Fonte: Google Imagens, 2019.

A civilização Egípcia desenvolveu ao longo do vale fértil do Rio Nilo e com o aumento da população, viram-se obrigados a desenvolver conhecer conceitos de geometria, mesmo empiricamente, assim como os Babilônicos pela necessidade de estabelecer os limites de suas propriedades que foram destruídos pelas cheias do Rio Nilo. Heródoto[39] (485 – 425 a.C) afirma que Sesostris, rei do Egito, repartiu as terras dando a cada egípcio uma parcela para cultivarem e posterior recolher os impostos ao rei anualmente. Se fossem inundadas pelo rio Nilo, seu dono dirigia-se ao rei e este enviaria uma espécie de agrimensor (considerados como os primeiros geômetras) para medir enquanto diminuiu sua parcela de terra e posterior redução do imposto a pagar.

Heródoto afirma que ao primeiro rei do Egito, Menes, atribui-se os conhecimentos geométricos necessários para realizar trabalhos de nivelamento de seu território, assim como o armazenamento da colheita recebida como parcela pelo uso da terra.

[39] Heródoto é amplamente conhecido como o "pai da história": suas histórias são homônimas de todo o campo. Escrito entre os anos 450 e 420 a.C, o trabalho de Heródoto chega a cerca de um século no passado, discutindo figuras históricas do século VI, como Dario I da Pérsia , Cambises II e Psamtik III , e aludindo a algumas do século VIII, como Candaules . (Wikipédia, 2019)

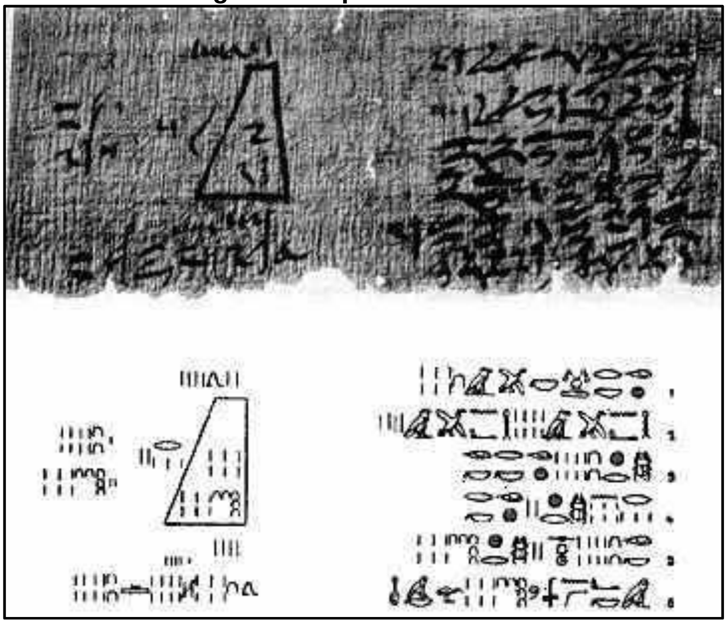
As principais fontes de informação relacionadas à geometria egípcia antiga são os papiros de Moscou[40] (180 a.C) e Rhind[41] (1650 a. C), possivelmente escrito por Ahmes, contento 25 e 85 problemas respectivamente. Na atualidade é possível encontrar no Museu de Berlin, o mais antigo instrumento astronômico topográfico existente do Egito antigo datado de 1950 a.C e um relógio de Sol que data de 1500 a.C, aproximadamente, o mais antigo que se tem registro.

Figura 6: Papiro de Rhind

Fonte: Google Imagens, 2019.

[40] O papiro, que foi adquirido no Egito em 1893 pelo colecionador russo Golenischev, agora se encontra no Museu de Belas-Artes de Moscou.
[41] Um texto matemático na forma de manual prático que contém 85 problemas copiados em escrita hierática pelo escriba Ahmes de um trabalho mais antigo.

Figura 7: Papiro de Moscou



Fonte: Google Imagens, 2019

A geometria egípcia não foi construída proveniente somente dos problemas ocasionados pelas inundações do Rio Nilo, mas também pela tendência deste povo a realizar construções monumentais como as pirâmides, templos e aquedutos, afinal, os impostos recolhidos eram proporcionais às áreas cultivadas e consequentemente necessitavam de medições mais exatas.

Os papiros de Moscou e Rhind trazem juntos um total de 110 problemas, destes, 26 são problemas geométricos. A maioria dos problemas provém fórmulas de medição necessárias para calcular áreas de terrenos e volumes de celeiros, fato que justifica a desenvolvimento geométrico para uso da atividade agrícola.

Quadro 03: Contribuições Egípcias à Geometria

Contribuições Egípcias - Papiros
• A área de um círculo era considerada igual a área de quadrado de 8/9 do diâmetro por lado; • O volume de um cilindro reto é o produto da área da base pela medida da altura; • A área de um triângulo é a metade do produto da base e altura; • Alguns problemas aparentam tratar sobre a cotangente do ângulo diedro entre a base e face da pirâmide; • Problemas mostram um conhecimento da teoria elementar de figuras semelhantes; • Fórmula correta para o calcular o volume do tronco de uma pirâmide quadrada; • Conheciam o teorema de Pitágoras exposto em problemas no papiro de Cairo[42].

Fonte: EVES, 1992.

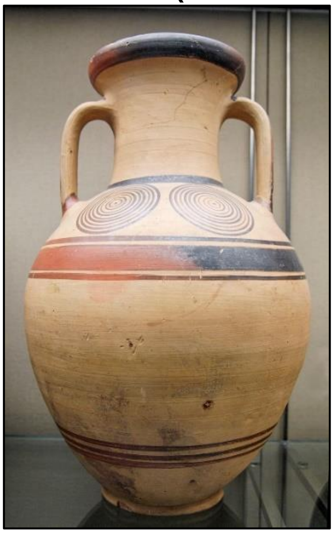
[42] O chamado papiro matemático Cairo foi desenterrado em 1938 e investigado em 1962. O papiro, que data de 300 a.c. aproximadamente, contém 40 problemas de matemática, 9 dos quais lidam exclusivamente com o teorema de Pitágoras.

Eves (1992) ressalta que em toda Matemática anterior aos gregos não foi encontrado um só caso de uma demonstração lógica, não havia definições, axiomas, teoremas nas suas demonstrações, a exposição dos conhecimentos matemáticos se reduzia a exemplos e descrição passo a passo destinadas a solução de problemas particulares. A Matemática anterior aos Gregos foi algo mais que um empirismo viável, foi uma descrição de procedimentos empíricos que deram resultados suficientemente aceitáveis para as necessidades das civilizações antigas.

A Grécia antiga era uma civilização pertencente a um período da história desde a Idade das Trevas Grega (1200 a. C a 800 a. C) dos séculos XII a IX a. C até o fim da antiguidade (600 d. C). A antiguidade clássica na Grécia foi precedida pela Idade das Trevas grega, caracterizada arqueologicamente pelos estilos proto-geométricos[43] e geométricos[44] dos desenhos em cerâmica.

Durante o período proto-geométrico (1050 – 900 a. C), as formas dos vasos eliminaram a natureza fluida dos micênicos, criando um design mais rigoroso e simples. Existem faixas decorativas horizontais que apresentam formas geométricas, incluindo, entre outros, círculos ou semicírculos concêntricos.

Figura 8: Ânfora Proto-Geométrica (975 – 950 a. C) – Museu Britânico



Fonte: Wikipédia, 2019

[43] O estilo protogeométrico é um estilo da cerâmica grega antiga liderada por Atenas produzida entre 1050 e 900 a. C, no período da idade das trevas gregas e o início do período arcaico. (Wikipédia, 2019)
[44] A arte geométrica é uma fase da arte grega, caracterizada em grande parte por motivos geométricos na pintura de vasos, que floresceram no final da Idade das Trevas gregas, por volta de 900 a. C - 700 a.C. (Wikipédia, 2019)

O período geométrico (900 – 700 a. C) da arte grega divide-se em três fases: geométrico inicial, geométrico médio e geométrico final. Caracterizando cada fase:

- No período Geométrico Inicial - a altura dos vasos foi aumentada, enquanto a decoração é limitada ao redor do pescoço até o meio do corpo do vaso;
- No período da Geometria Média - as zonas decorativas aparecem multiplicadas devido à criação de uma malha atada;
- Alguns oleiros enriqueceram novamente a organização decorativa dos vasos, estabilizaram as formas dos animais nas áreas do pescoço e na base do vaso, e introduzido entre as alças, a forma humana.

Figura 9: Ânfora Geométrica – De Dipylon (Museu de Atenas)

Fonte: Wikipédia, 2019

Na Grécia antiga, principalmente na sua arte, é possível perceber nos objetos arqueológicos encontrados, como nos exemplos de ânforas mostrados por esse estudo a presença de objetos geométricos. Essa informação não garante que a origem da Geometria Grega se deu pela sua arte, mas podemos conjecturar que os artífices da Grécia antiga tinham grande conhecimento de geometria.

O domínio geométrico dos Egípcios e Babilônicos sobre a Geometria entrou em decadência e sabe-se que o desenvolvimento posterior passou a ser dos Gregos, passando antes pelos Indianos e Chineses.

A principal fonte histórica da geometria Indiana são os *Shulba Sutras*[45], o texto é conhecido como um manual para Arquitetura, pois se tratava de conhecimentos

[45] Os Shulba Sutras fazem parte do corpo maior dos textos chamado Shrauta Sutras, considerados apêndices dos Vedas. São as únicas fontes de conhecimento da matemática indiana desde o período védico. (Wikipedia, 2019)

geométricos práticos para a construção de altares para os deuses. Os quatro principais Shulba Sutras para a matemática, são os atribuídos a Baudhayana , Manava , Apastamba e Katyayana.

> O conhecimento resumido no Shulba Sutra parece bem ao conhecimento dos primeiros pitagóricos gregos, embora os hindus e os helênicos não se conhecessem no momento desses escritos (s. VI-V a.C) Vale dizer que Shulba-Sutra não é um tratado matemático estrito. É, de fato, um conjunto de rituais religiosos, que aludem a conhecimento matemático quando se fala em construção altares. (RUBINOS, 2012. P. 9)

Vale ressaltar, que nos Sutras Indianos que versam sobre conhecimentos geométricos práticos para construção de altares aos deuses, é possível encontrar:

- A construção de formas geométricas, como quadrados e retângulos.
- Também fornece, às vezes aproximadas, transformações geométricas de preservação de área de uma forma geométrica para outra. Isso inclui transformar um quadrado em um retângulo, em um trapézio isósceles, em um triângulo isósceles, em um losango e em um círculo e vice versa;
- Construções de ângulos retos por meio de triângulos retângulos
- Um enunciado para o Teorema Pitágoras;
- Aplicações do teorema de Pitágoras ao encontrar a diagonal de quadrados e retângulos.

Muitos estudiosos consideram que os conhecimentos geométricos destas civilizações antigas passaram inteiramente para a cultura Grega através de Thales de Mileto, os Pitagóricos e Euclides.

> É difícil estimar o grau ou extensão da dívida da geometria grega com a antiga geometria oriental, e o caminho da transmissão de uma para outra ainda não foi satisfatoriamente descoberto. Que a dívida é consideravelmente maior do que se acreditava anteriormente tornou-se evidente com as investigações do século XX dos registros babilônicos e egípcios. Os escritores gregos antigos expressavam respeito pela sabedoria do Oriente, e essa sabedoria estava disponível para quem viaja ao Egito e à Babilônia. (EVES, 1992)

A Geometria para os Egípcios e Babilônicos era como uma técnica para resolução de problemas práticos, para os Gregos assume caráter de ciência, pois abordaram a generalidade e o rigor demonstrativo que veio tornar marcas de sua matemática. Eves

(1992) nos informa que a principal fonte de informação da Geometria desta época clássica da Grécia vem da obra "Sumário de Eudemo[46]" de Proclo[47], onde cita vários geômetras e faz esboço breve sobre o desenvolvimento da Geometria grega desde os tempos primitivos até Euclides.

A Grécia é considerada pela academia o berço da Geometria como conhecimento científico, deve-se esse reconhecimento a matemáticos como Thales de Mileto[48] que fez várias viagens ao Egito durante a primeira metade de sua vida e teria recebido dos sacerdotes egípcios todos seus conhecimentos matemáticos que depois veio a compartilhar em Mileto. Atribui-se a ele o cálculo da altura das pirâmides egípcias através da sombra projetada por elas. É considerado o primeiro matemático a quem se atribui uma série de resultados teóricos gerais, embora não se saiba como Thales os demonstrou inicialmente e por conta disso afirmam que a Geometria Demonstrativa começou com ele. Segue os teoremas:

- Ângulos opostos pelos vértices tem medidas iguais;
- Dadas duas retas paralelas e uma transversal, os ângulos alterno internos são congruentes;
- Um diâmetro divide um círculo em duas partes iguais;
- Os ângulos da base de um triângulo isósceles são congruentes;
- Um ângulo inscrito em uma semicircunferência é um ângulo reto.

A Thales é atribuído a informação que ele usou o conhecimento teórico para resolver problemas práticos, como medição da altura de uma pirâmide de acordo com a sombra que produziu ou a determinação da distância de um navio para a costa, consequentemente aceita-se que a partir de então inicia-se a formalização da Geometria como ciência.

Um dos matemáticos mais notáveis depois de Thales foi Pitágoras, nascido em Samos em 572 a.C, que fundou uma escola em Crotona e seus membros foram denominados de Pitagóricos. Estudiosos afirmam que Thales já ancião conheceu

[46] Eudemo foi um antigo filósofo grego, considerado o primeiro historiador da ciência, que viveu aproximadamente de 370 a 300 a.C. Ele foi um dos alunos mais importantes de Aristóteles, e mais tarde editou os trabalhos de seu professor e tornou-os mais acessíveis. (Wikipédia, 2019)

[47] Foi um filósofo neoplatônico grego do século V. Teve o mérito de desenvolver a corrente de pensamento baseada em Platão e escreveu um comentário ao primeiro livro dos Elementos de Euclides, uma fonte essencial sobre a história da matemática grega. (Wikipedia, 2019)

[48] Foi um dos sete sábios da Grécia, nascido em 640 a. C.

Pitágoras, lhe passou alguns conhecimentos e o incentivou a ir estudar no Egito para ter contato com fontes da Geometria e ao retornar à Samos encontrou um cenário conturbado.

> [...] encontrou o poder nas mãos do tirano Polícrates e Jônia sob o domínio persa; decidiu então emigrar porto marítimo de Crotona. Lá ele fundou a famosa escola pitagórica, que, além de ser um centro de estudo de filosofia, matemática e ciências naturais era também uma irmandade estreitamente unida ritos secretos e cerimônias. (EVES, 2011, p. 97)

As descobertas de Pitágoras foram comuns, o que torna difícil determinar quais deve-se ao próprio Pitágoras e quais a seus seguidores, mas atribui-se a ele a ideia de pensar em conceitos matemáticos em si mesmos: a noção abstrata de prova ou o significado de conceitos matemáticos aparentemente tão simples como o triângulo ou o número.

Segundo Struik (1992) Pitágoras, no início da matemática como ciência, assume papel central por relacionar, de certa forma, os problemas aritméticos que dependem dos números com problemas geométricos relacionados a figuras. Além disso devemos a ele ou a sua escola o valor da soma dos ângulos internos de um polígono e a formalização do famoso Teorema de Pitágoras.

Após Pitágoras destaca-se os trabalhos de Euclides que o fizeram ser reconhecido como o "Pai da Geometria". Não há conhecimento de muitos fatos sobre sua vida, mas sabe-se que ele viveu em Alexandria, Egito, por volta de 300 a.C., onde foi chamado para ensinar matemática no Instituto criado por Ptolomeu I. Ele foi o autor de cerca de uma dúzia de tratados que refletiam sobre questões tão variadas como: astronomia, mecânica, óptica, música e, claro, Matemática.

Nos Elementos, um trabalho composto por 13 livros, tente desenvolver geometria estabelecendo primeiro definições e postulados para a partir do qual eles obtêm as proposições com um raciocínio rigoroso do ponto de vista lógico. Ainda sobre Euclides:

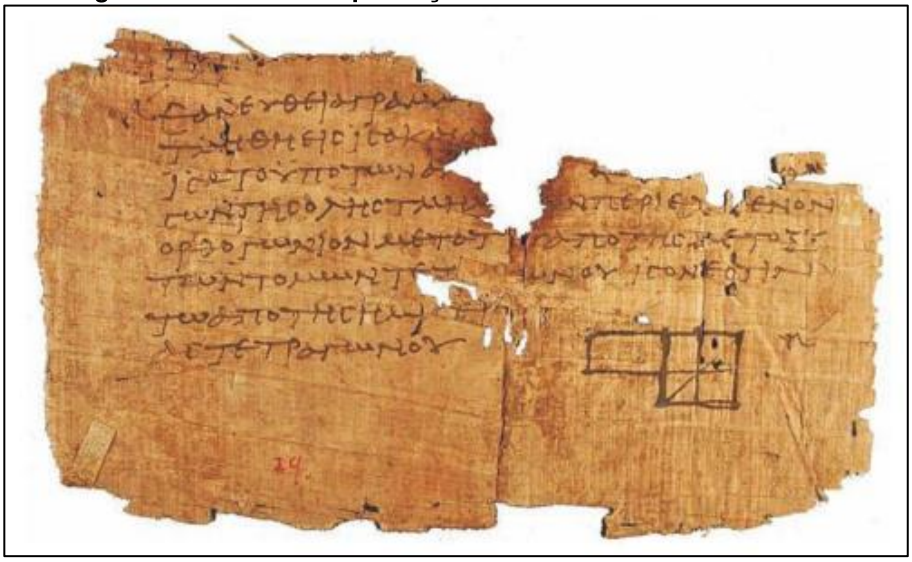
> É desapontador, mas muito pouco se sabe sobre a vida e a personalidade de Euclides, salvo que foi ele, segundo parece, o criador da famosa e duradoura escola de matemática de Alexandria da qual, sem dúvida, foi professor. Desconhecem-se também a data e o local de seu nascimento, mas é provável que sua formação matemática tenha se dado na escola platônica de Atenas. (EVES, 2011. p. 167)

Sobre a obra mais importante de Euclides de Alexandria:

> Embora Euclides fosse autor de pelo menos dez trabalhos (textos razoavelmente completos de cinco deles chegaram até nós), sua fama repousa principalmente sobre seus Elementos. Parece que esse trabalho notável imediata e completamente superou todos os Elementos precedentes; de fato, nenhum vestígio restou de esforços anteriores. Tão logo o trabalho apareceu, ganhou o mais alto respeito e, dos sucessores de Euclides até os tempos modernos, a mera citação do número de um livro e o de uma proposição de sua obra-prima é suficiente para identificar um teorema ou construção particular. Nenhum trabalho, exceto a Bíblia, foi tão largamente usado ou estudado e, provavelmente, nenhum exerceu influência maior no pensamento científico. Mais de mil edições impressas dos Elementos já apareceram desde a primeira delas em 1482; por mais de dois milênios esse trabalho dominou o ensino de geometria. (EVES, 2011. p. 168)

Os Elementos são compostos por treze livros com um total de 465 proposições. Diferente do o dito popular que é um de Geometria, muitas tratam também Teoria dos Números e Álgebra Elementar (geometria). Em nossa pesquisa focaremos nos livros de I a IV, pois trata especificamente de Geometria.

Figura 10: Parte de Reprodução "Os Elementos de Euclides"



Fonte: Google imagens, 2019.

O Livro I é composto por 48 proposições (definições, postulados e axiomas); o Livro II, relativamente pequeno, pois só possui 14 proposições, traz transformações de áreas e a álgebra geométrica da escola pitagórica; o Livro III, contém 39 proposições, com muitos dos teoremas familiares sobre círculos, cordas, secantes, tangentes e medidas de ângulos associados e o Livro IV, com apenas 16 proposições, discute-se a construção, com régua e compasso, de polígonos regulares de 3, 4, 5, 6 e 15 lados bem como a inscrição e a circunscrição desses polígonos num círculo dado. No quadro a seguir faremos alguns destaques da obra citada dentro dessa temática de estudo.

Quadro 04: Destaques sobre Polígonos - Elementos de Euclides

Destaques Relacionados a Polígonos – Os Elementos	
LIVRO I	I - 7. Superfície plana é a que está posta por igual com as retas sobre si mesma; I - 13. E fronteira é aquilo que é extremidade de alguma coisa; I - 14. Figura é o que é contido por alguma ou algumas fronteiras; I - 19. Figuras retilíneas são as contidas por retas, por um lado, triláteras, as por três, e, por outro lado, quadriláteras, as por quatro, enquanto multiláteras, as contidas por mais do que quatro retas; I - 20. E, das figuras triláteras, por um lado, triângulo equilátero é o que tem os três lados iguais, e, por outro lado, isósceles, o que tem só dois lados iguais, enquanto escaleno, o que tem os três lados desiguais. I - 21. E, ainda das figuras triláteras, por um lado, triângulo retângulo é o que tem um ângulo reto, e, por outro lado, obtusângulo, o que tem um ângulo obtuso, enquanto acutângulo, o que tem os três ângulos agudos. I - 22. E das figuras quadriláteras, por um lado, quadrado é aquela que é tanto equilátera quanto retangular, e, por outro lado, oblongo, a que, por um lado, é retangular, e, por outro lado, não é equilátera, enquanto losango, a que, por um lado, é equilátera, e, por outro lado, não é retangular, e romboide, a que tem tanto os lados opostos quanto os ângulos opostos iguais entre si, a qual não é equilátera nem retangular; e as quadriláteras, além dessas, sejam chamadas trapézios. I - 23. Paralelas são retas que, estando no mesmo plano, e sendo prolongadas ilimitadamente em cada um dos lados, em nenhum se encontram.
LIVRO II	II - 11. Cortar a reta dada, de modo a o retângulo contido pela inteira e por um dos segmentos ser igual ao quadrado sobre o segmento restante; II – 12. Nos triângulos obtusângulos, o quadrado sobre o lado que se estende sob o ângulo obtuso é maior do que os quadrados sobre os lados que contêm o ângulo obtuso por duas vezes o contido por um dos à volta do ângulo obtuso, sobre o qual cai a perpendicular, e também pela cortada exteriormente pela perpendicular relativamente ao ângulo obtuso. Têm interesse particular as Proposições II 12 e II 13 que, conjuntamente, em linguagem mais moderna, enunciam o seguinte: Num triângulo obtusângulo (acutângulo), o quadrado do lado oposto ao ângulo obtuso (agudo), é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados acrescida (diminuída) do dobro do produto de um desses lados pela projeção do outro sobre ele. Assim, essas duas proposições estabelecem a generalização do teorema de Pitágoras hoje conhecida como “lei dos cossenos”. (Eves, 2011, p. 170)

Fonte: Euclides, 2009

Nos destaques que apontamos do Livro I fica evidente as definições serviram para conceituarmos polígonos e os destaques do Livro II para a generalização do Teorema de Pitágoras. Eves (2011, p.178) destaca que, apesar da grande importância do conteúdo dos Elementos, talvez mais importante ainda seja a maneira formal como se apresenta esse conteúdo. De fato, os Elementos de Euclides tornaram-se o protótipo da forma matemática moderna.

A Geometria alcançou na Grécia seu desenvolvimento máximo, culminando com o feito de Euclides de escrever seus Elementos, considerado como um verdadeiro tratado ou um curso completo de Geometria que circulou por todo o mundo, perdendo em circulação apenas para a Bíblia. Vale ressaltar, que a obra de Euclides durante muitos séculos foi considerada o melhor texto para o ensino de Geometria nas escolas por todo o mundo.

As formas poligonais são de fácil percepção em todos os segmentos da vida social ou não social como a própria natureza. Na antiguidade, embora sem conhecer a formalização do conceito de polígonos e suas propriedades os povos antigos já utilizam implicitamente: quando faziam a medição de suas terras e as cercavam ou marcavam seus limites; quando desenvolveram uma escrita com símbolos e outros.

Os polígonos são formas geométricas planas encontras por toda a passagem histórica que ora descrevemos nesta pesquisa, desde a formas de escritas cuneiformes dos sumérios, onde é possível identificar várias formas poligonais muito conhecidas atualmente à formalização de um conceito por Euclides em seus Elementos. A importância das formas poligonais é algo muita estima, para os Geômetras, para as ciências e para a humanidade com comprovação científica com simples observação nas construções modernas da atualidade e na natureza.

Vale ressaltar que em nosso apanhado histórico, não conseguimos identificar para dá nomes aos estudiosos que descobriram algumas propriedades dos polígonos que são bastantes conhecidas na era moderna, embora é possível conjecturar que tenham sidos formalizadas nas escolas gregas.

4. ASPECTOS MATEMÁTICOS DE POLÍGONOS

4.1 - Definição de Polígonos

Em geral, os polígonos são os primeiros objetos geométricos no qual os estudantes têm contato durante sua vida escolar. Muitos conceitos geométricos se encontram nos polígonos: ângulo, perímetro, área etc. A palavra polígonos do grego “polígonos” que significa: poli(muitos) e gonos(ângulos). A definição usada por Euclides[49] era “uma figura limitada por linhas retas”. Para chegarmos à definição de polígono vamos fazer um percurso de algumas outras definições.

---

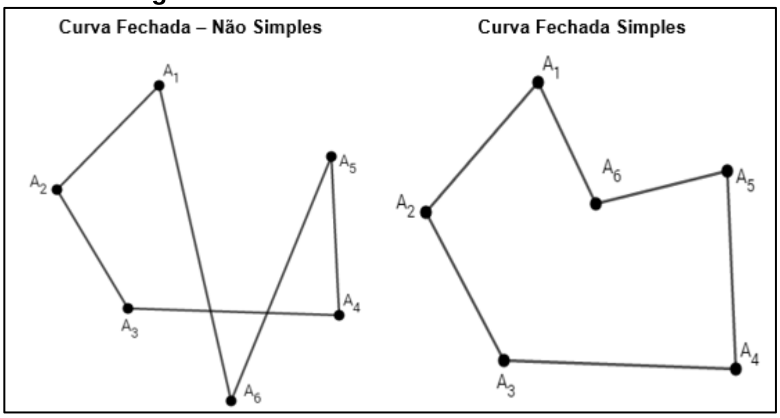
[49] Euclides de Alexandria (em grego antigo: Εὐκλείδης Eukleidēs; fl. c. 300 AC) foi um professor, matemático platónico e escritor grego, muitas vezes referido como o "Pai da Geometria". Além de sua principal obra, Os Elementos, Euclides também escreveu sobre perspectivas, seções cônicas, geometria esférica, teoria dos números e rigor. (Wikipédia, 2019)

Conforme Martins (2005):

Definição 1 - Uma curva poligonal é uma sequência finita (A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$, A_nA_1), onde A_1, A_2, A_3 e A_n são pontos no plano e A_nA_{n+1} é um segmento de reta com extremidades A_n e A_{n+1}. Os pontos A_1, ..., A_n também são chamados de vértices e os segmentos A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$, A_nA_1 de arestas.

Definição 2 - Uma curva poligonal é classificada como fechada simples se o último ponto é igual ao primeiro $A_1 = A_n$ e não se auto intersectam. Vejam os exemplos:

Figura 11: Curva Fechada e Curva Aberta



Autor, 2019

Como definimos uma poligonal, faz-se necessário comentarmos sobre o Teorema da Curva de Jordan[50]. O famoso teorema diz que toda curva plana fechada simples divide o plano em duas regiões: o interior (int) e o exterior (ext) da curva. Assim, podemos verificar que uma curva poligonal fechada simples (P) qualquer há uma fronteira fr(P) ou ∂P entre o interior e o exterior.

Assim definimos:

(i) P – Curva poligonal fechada simples;

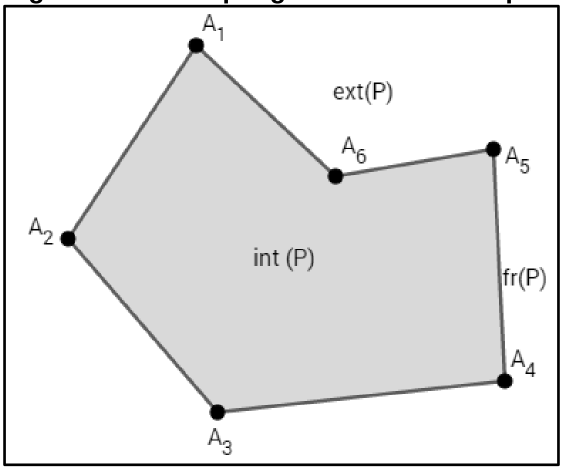
(ii) int (P) – região interna à curva;

(iii) ext (P) – região externa à curva;

(iv) fr(p) ou ∂P – fronteira entre a região interna e região externa;

[50] Marie Ennemond Camille Jordan (Lyon, 5 de janeiro de 1838 — Paris, 22 de janeiro de 1922) foi um matemático francês. É conhecido pelos seus trabalhos em teoria dos grupos e análise. Estudou na École Polytechnique. Foi engenheiro e mais tarde ensinou na École Polytechnique e no Collège de France. O teorema da curva de Jordan é um resultado muito usado em análise complexa.

Figura 12: Curva poligonal fechada Simples



Autor, 2019

Assim Martins (2005) conclui que a definição de polígono simples pode ser assim descrita: Define-se polígono simples(P), para qualquer inteiro n≥3 no plano euclidiano R^2, como sendo a figura P = [A_1, A_2, ..., A_n] formada por n pontos A_1, A_2, ..., A_n em R^2 e por n segmentos de reta [A_1A_2, A_2A_3, ..., A_nA_1]. Aos pontos A_i chamamos de vértices do polígono e aos segmentos retas de arestas ou lados. Um polígono simples fica bem definido se e somente se:

(i) a intersecção de cada par de segmentos adjacentes é um e um só vértice, isto é, $[A_1A_2] \cap [A_nA_1] = A_1$;

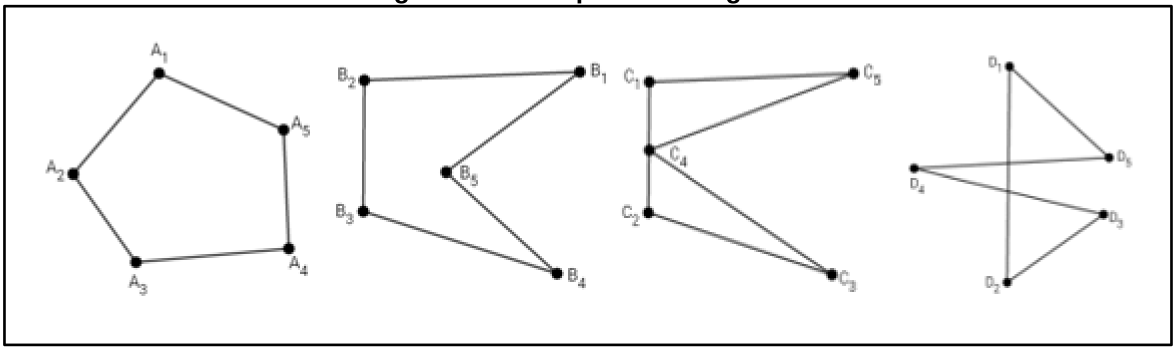
(ii) segmentos que não sejam adjacentes não se interceptam;

O polígono simples é definido como um conjunto dos pontos da região interior da poligonal reunidos com os pontos de sua fronteira ficando perfeitamente determinado por um conjunto formado pelos seus vértices ordenados, quando se percorre a fronteira de P, e por uma orientação que nos permita conhecer onde irá situar o interior de P.

Dolce e Pompeo (2013) define polígonos: Dada uma sequência de pontos de um plano (A_1, A_2, ..., A_n) com n≥3, todos distintos, onde três pontos consecutivos não são colineares, considerando-se consecutivos A_{n-1}, A_n e A_1, assim como A_n, A_1 e A_2, chama-se polígono a reunião dos segmentos A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$, A_nA_1.

Tomando como base a definição de Dolce e Pompeo (2013) podemos desenhar as sequências de pontos ($A_1A_2A_3A_4A_5$, $B_1B_2B_3B_4B_5$, $C_1C_2C_3C_4C_5$ e $D_1D_2D_3D_4D_5$) e afirmar que formam polígonos. Veja o exemplo:

Figura 13: Exemplos de Polígonos



Autor, 2019

Marques (2002) diverge sobre a definição de polígono de Dolce e Pompeo (2013) em relação a intersecção dos seguimentos que os formam. Assim o define:

Considere uma sequência de n pontos (A_1, A_2, ..., A_n) de um plano, com n≥3, diferentes dois a dois, sendo que quaisquer três pontos consecutivos não são colineares. Consideramos consecutivos também os pontos A_{n-1}, A_n e A_1, assim como A_n, A_1 e A_2. Chama-se polígono a reunião dos segmentos $A_1A_2A_3$, ..., $A_{n-1}A_n$, à reunião dos segmentos A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$, A_nA_1 se estiverem satisfeitas as condições:

(i) os segmentos A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$, A_nA_1 se interceptam, quando o fazem, apenas em suas extremidades;

(ii) dois segmentos quaisquer com a mesma extremidade não pertencem à mesma reta;

A definição de Marques (2002) considera polígonos apenas as figuras poligonais que não se auto intersectam, ou melhor, considera polígonos apenas os polígonos simples. Este estudo prefere considerar a definição de Dolce e Pompeo (2013) tendo em vista a clara existência dos polígonos simples e dos polígonos que se auto intersectam, também classificados por vários autores como polígonos complexos.

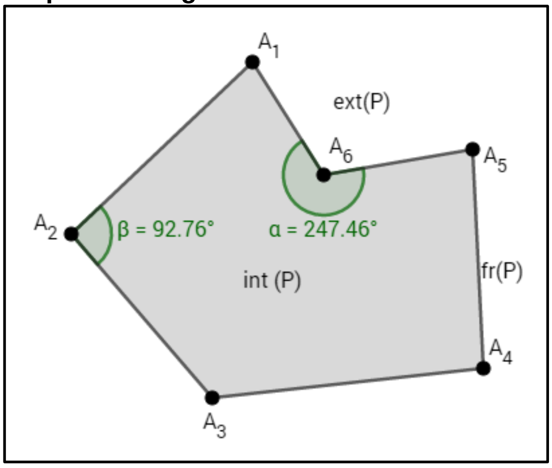
4.2 - Elementos de um polígono

Considerando o polígono simples P = [$A_1A_2A_3$ ... $A_{n-1}A_n$], definiremos seus elementos:

(i) os pontos A_1, A_2, A_3, ..., A_{n-1} e A_n, são denominados vértices do polígono;

Um vértice de um polígono diz-se convexo se a amplitude do ângulo, pertencente ao seu interior, formado por duas arestas que lhe são incidentes for menor igual a 180° graus ou π rad. Caso contrário o vértice diz-se côncavo ou reflexo. Veja o exemplo na figura abaixo o vértice A_6 côncavo e vértice A_2 é convexo conforme a definição de vértice de um polígono.

Figura 14: Exemplo de Polígono com Vértices Côncavos e Convexos



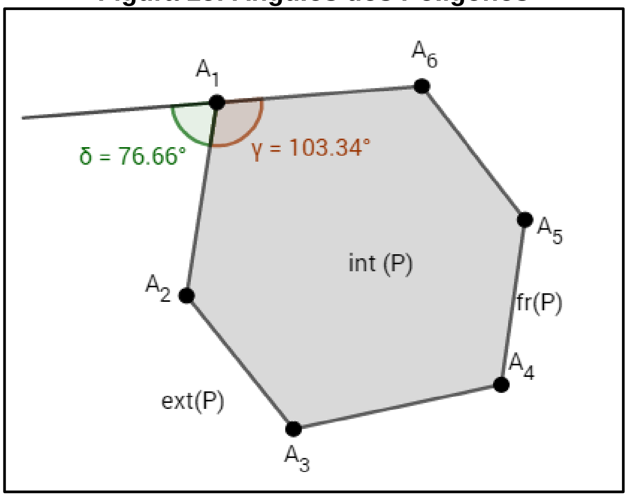
Autor, 2019

(ii) os segmentos A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$, A_nA_1, são os lados do polígono;

(iii) $\angle A_1 = \angle A_nA_1A_2$, $\angle A_2 = A_1A_2A_3$, ..., $\angle A_n = \angle A_{n-1}A_nA_1$ são denominados ângulos dos polígonos;

Nos polígonos simples podemos classificar os ângulos como internos e externos. O ângulo interno é o ângulo formado por dois lados do mesmo vértice, enquanto o ângulo externo é formado pelo prolongamento de um dos lados do vértice com o outro lado do vértice sem prolongamento. Veja a figura que ilustra os dois tipos de ângulos de um polígono simples.

Figura 15: Ângulos dos Polígonos



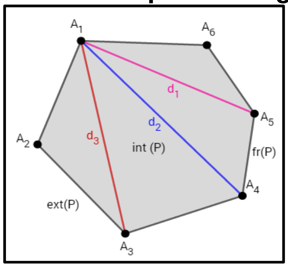
Autor, 2019

- O ângulo interno $\angle \Upsilon = A_6A_1A_2$ e verifica-se que está contido no interior de P e é formado pelos lados do vértice A_1.

- O ângulo externo $\angle\delta$ é formado pelo prolongamento do lado A_1A_6 com o lado A_1A_2 e fica localizado no exterior de P;
- Nota-se também que os ângulos interno e externo de um mesmo vértice são suplementares, isto é, $\angle\Upsilon + \angle\delta = 180°$.

(iv) Os segmentos não consecutivos A_1A_{n-3} e A_1A_{n-1} são exemplos de diagonais de um polígono. Então, uma diagonal de um polígono é um segmento de reta cuja extremidades são vértices não consecutivos de um polígono, ficando totalmente contida no interior do polígono. Veja a figura que ilustra a diagonal de um polígono.

Figura 16: Exemplo de Diagonal



Autor, 2019

Assim, $d_1 = A_1A_5$, $d_2 = A_1A_4$ e $d_3 = A_1A_3$, são exemplos de diagonais de um polígono simples P que partem de um mesmo vértice.

4.3 - Polígonos Côncavos e Polígonos Convexos

Um polígono simples pode ser classificado em côncavo ou convexo. Veja as definições:

(i) Um polígono simples $P = [A_1, A_2, ..., A_n]$, diz-se convexo se para todo $x \epsilon P$, $y \epsilon P$, o segmento $[xy] \subset P$.

(ii) Se um polígono simples $P = [A_1, A_2, ..., A_n]$ é convexo, todos os seus vértices ($A_1, A_2, ..., A_n$) são convexos.

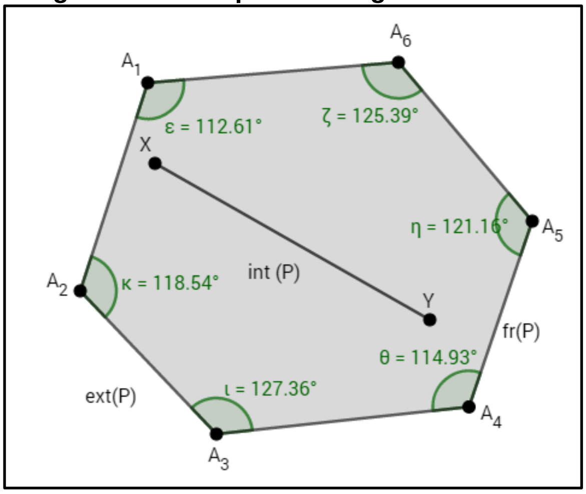
Assim, conclui-se que um polígono simples é convexo se qualquer par de pontos pertencentes ao seu interior [int(P)] ou à [fr(P)], são visíveis, isto é:

$$\forall\ x, y \in int(P) \cup fr(P), [x,y] \cap ext(P) = \emptyset.$$

(iii) Se um polígono simples P = [A_1, A_2, ..., A_n] possui pelo menos um vértice (A_1, A_2, ..., A_n) côncavo, ele é definido como polígono côncavo.

A figura abaixo ilustrar as definições acima sobre polígono convexo. Observe que todos os vértices são convexos e o segmento de reta [xy] com extremidades contidas em P, fica totalmente contido na região interna do polígono.

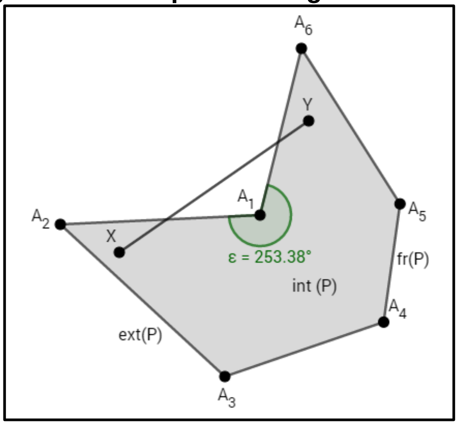
Figura 17: Exemplo de Polígono Convexo



Autor, 2019

Observe que a figura abaixo ilustra com fidelidade a definição de polígono côncavo ou não convexo, pois possui pelo menos um vértice côncavo (A_1) e o seguimento de reta [xy] com extremidades contidas no polígono simples (P) não fica contido em sua totalidade no interior de P.

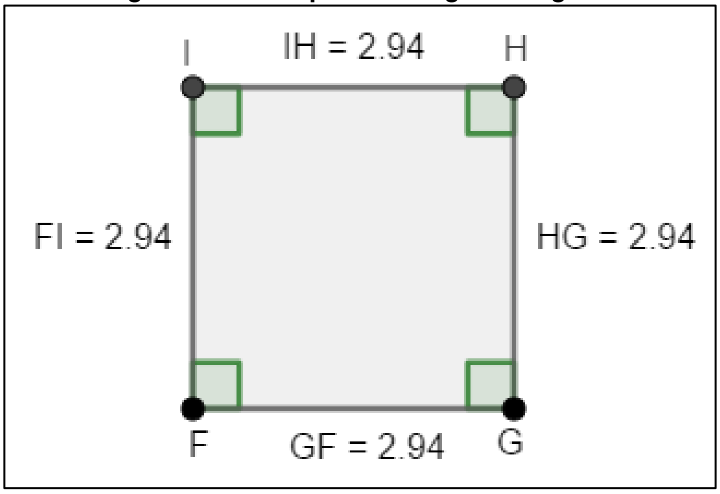
Figura 18: Exemplo de Polígono Côncavo



Autor, 2019

Um polígono simples convexo também pode ser classificado como um polígono regular, para tanto, o polígono deve ser equiângulo (possui medida angular interna nos vértices iguais) e equilátero (possui medidas dos lados iguais) ao mesmo tempo. Veja o exemplo:

Figura 19: Exemplo de Polígono Regular



Autor: 2019

4.4 - Soma dos Ângulos de um polígono

4.4.1 – Região Interna

Teorema: Em um polígono de n lados, a soma das medidas de seus ângulos internos (S_i) é dada por: $S_i = (n – 2) x180°$.

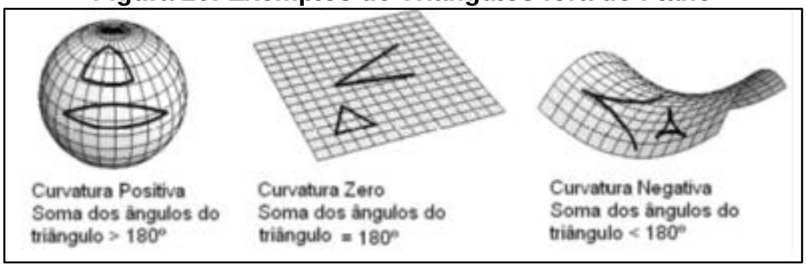
Para demonstrarmos o teorema da soma das medidas dos ângulos internos de polígono, necessitamos demostrar:

(i) A soma dos ângulos internos de um triângulo que é 180°;

(ii) Qualquer triangulação de um polígono simples P com n vértices tem exatamente (n −2) triângulos.

Também necessário ressaltar que a demonstração será dentro do campo da geometria Euclidiana (curvatura zero) superfície plana, pois sabemos que na geometria não euclidiana o teorema do (i) não é válido conforme ilustra o exemplo a seguir.

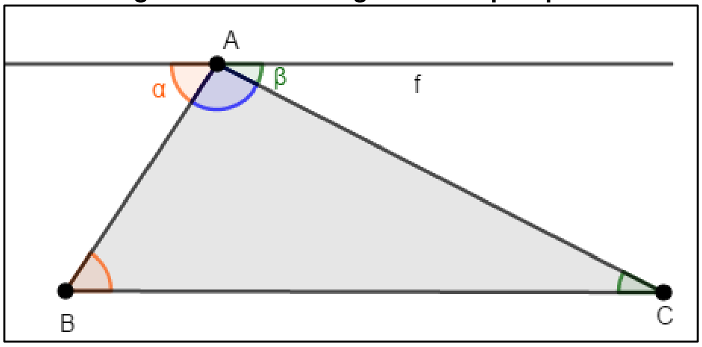
Figura 20: Exemplos de Triângulos fora do Plano



Fonte: Google Imagens, 2019

(i) Seja ABC um triângulo:

Figura 21: Um triângulo ABC qualquer



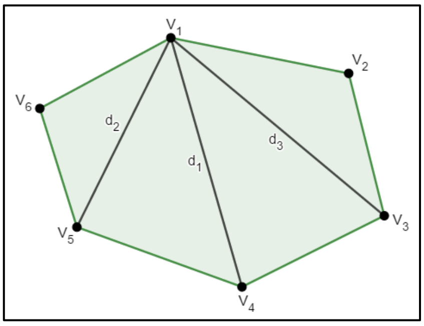
Autor: 2019

Pelo vértice A tracemos a reta f paralela ao lado BC. Por construção, temos que $\angle\alpha + \angle BAC + \angle\beta = 180°$. Daí, como $\angle\alpha = \angle ABC$ e $\angle\beta = \angle ACB$, pois são ângulos alternos internos, então substituindo estas igualdades, temos que $\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = 180°$. Portanto, a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. Ficando assim demonstrado (i).

(ii) Consideremos uma diagonal qualquer. Esta diagonal divide P em dois polígonos, P_1 e P_2 com V_1 e V_2 vértices, respectivamente. Cada vértice de P pertence exatamente a um dos dois polígonos, exceto para os dois vértices que definem a diagonal, que pertence a ambos. Então, $V_1 + V_2 = v + 2$. Pela indução, qualquer triangulação de Pi tem $V_i - 2$ triângulos o que implica que a triangulação de P tem $(V_1 - 2) + (V_2 - 2) = V - 2$ triângulos.

Veja o exemplo de um hexágono onde escolhemos o V_1 e traçamos todas as diagonais que partem dele (d_1, d_2 e d_3), quando realizamos esse procedimento, conseguimos a triangulação do polígono.

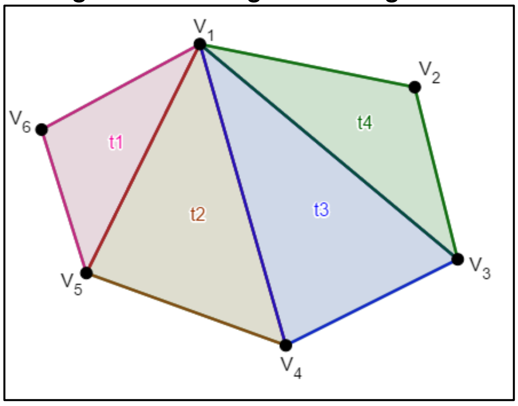
Figura 22: Hexágono com diagonais traçadas



Autor, 2019

Neste caso, conseguimos a triangulação de hexágono (polígono de 6 lados) na partição em 4 triângulos, ou seja, confirmando a 6 vértices menos 2 é igual a 4 triângulos (t_1, t_2, t_3 e t_4).

Figura 23: Hexágono Triangulado



Autor, 2019

De (i) e (ii) podemos concluir que:

- A soma dos ângulos internos de triângulo qualquer é 180°;
- Um polígono simples é triangulável, isto é, quando traçamos todas as diagonais possíveis partindo de um mesmo vértice V qualquer, o polígono simples P qualquer fica composto por triângulos na sua região interna;
- A quantidade de triângulos derivados da triangulação de um polígono simples convexo de n lados é sempre (n-2);

Então:

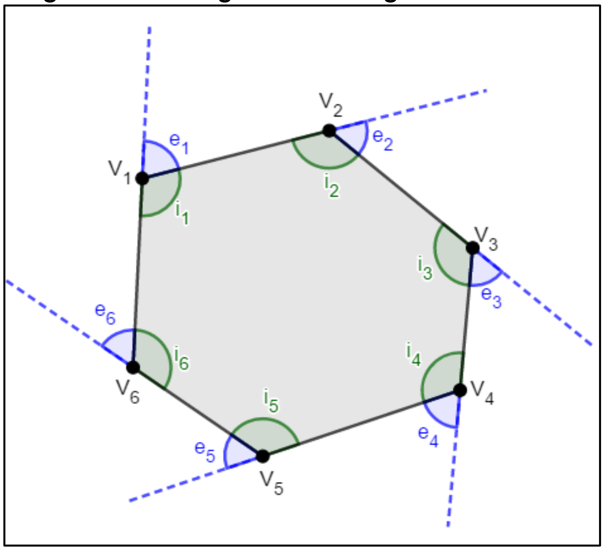
A soma dos ângulos internos de um polígono simples de n lados Si é determinada pelo produto da quantidade de triângulos obtidos na triangulação (n – 2) com soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer (180°), concluir-se que $S_i = (n-2) \times 180°$.

4.4.2 – Região Externa

Teorema: A soma dos ângulos externo de polígono de n lados é 360°.

Dedução: Considere o polígono $P = [A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, ..., A_n]$ um polígono de n lados. Considerando os ângulos externos e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, ..., e_n suplementares adjacentes dos respectivos ângulos internos i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, ..., i_n temos:

Figura 24: Hexágono com ângulos marcados



Autor, 2019

$$e_1 + i_1 = 180°$$
$$e_2 + i_2 = 180°$$
$$e_3 + i_3 = 180°$$
$$\vdots$$
$$e_n + i_n = 180°$$

Somando-se membro a membro as n igualdades obtemos como resultado:

$$S_e + S_i = n \,.\, 180°$$

Substituindo S_i por $(n-2)\,.\,180°$, vem:

$$S_e + (n-2)\,.\,180° = n\,.\,180°$$
$$S_e + n\,.\,180° - 360° = n\,.\,180°$$
$$S_e = 360°$$

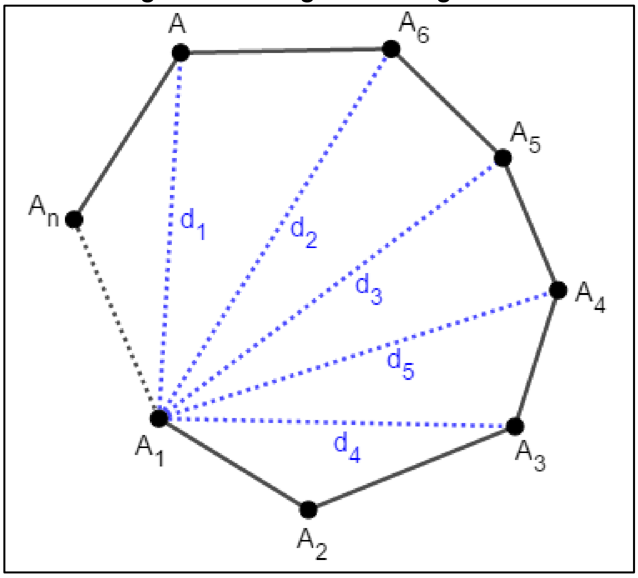
4.5 - Número d de diagonais de polígono de n lados.

Teorema: O número de diagonais d de um polígono de n lados $(n \geq 3)$ é dada por:

$$d = \frac{n\,.\,(n-3)}{2}$$

Dedução: Seja P = [A_1, A_2, A_3 ... A_n] um polígono de n lados. Com extremidades num dos vértices do polígono (Vértice A_1, por exemplo), temos (n – 3) diagonais.

Figura 25: Polígono e Diagonais



Autor, 2019

Se com extremidades em cada vértice temos (n-3) diagonais, então com extremidades nos n vértices, temos n.(n – 3) diagonais. Porém nesta conta observa-se que cada diagonal é contada duas vezes, pois tem extremidades em dois vértices. Logo conclui-se que o número d de diagonais de um polígono é:

$$\boldsymbol{d = \frac{n\,.\,(n-3)}{2}}$$

6 – METODOLOGIA DE ENSINO: ENSINO POR ATIVIDADE

Nesta seção trataremos sobre a fundamentação teórica desta Sequência Didática, faremos uso da metodologia de ensino definida por Sá (2009) como “Ensino por Atividade”, fundamentada na corrente construtivista de Piaget e colaboradores.

Destacamos que o papel fundamental do professor nesta metodologia de ensino, em conformidade com a Teoria das Situações Didática de Brousseau, é ofertar a sua clientela um conjunto de boas situações de ensino que aperfeiçoe a autonomia. Para tanto,

> [...] pressupõe mútua colaboração entre professor e aluno durante o ato de construção do saber, pois a característica essencial desse tipo de abordagem metodológica de ensino está no fato de que os tópicos a serem aprendidos serão descobertos pelo próprio aluno durante o processo de busca, que é conduzido pelo professor até que ele seja incorporado à estrutura cognitiva do aprendiz. (Sá, 2009, p 18)

As sequências de atividades têm a finalidade de oportunizar aos estudantes uma atuação autônoma, com o mínimo de interferência explícita ou condução docente.

6.1 - O Ensino de Matemática por Atividade

Como já visto, o Ensino por atividade é uma metodologia de ensino, comumente estruturada para a matemática, visa levar o aluno a construir e materializar o aprendizado, alicerça-se principalmente nos teóricos construtivistas. Pensando assim, o ensino por atividade quebra os esquemas corriqueiros do ensino de matemática.

A título de exemplo de uma situação corriqueira encontrada, podemos citar a aula pautada na exposição clássica da definição de um conteúdo, seguido de exemplos e exercícios de fixação. O ensino por atividade alonga o trabalho docente, pela preparação minuciosa que lhe é exigido, e pode sofrer alguma resistência de início, tendo em vista o círculo vicioso da aula clássica já descrita acima, porém, oportuniza aos educandos atingirem os objetivos descritos nos documentos oficiais para nível de ensino em que estão. Nesse contexto apresentamos sugestões de elementos imprescindíveis para a elaboração das atividades pautadas no Ensino por Atividade.

> - As atividades devem apresentar-se de maneira auto orientadas para que os alunos consigam conduzir-se durante a construção de sua aprendizagem;
> - Toda a atividade deve procurar conduzir o aluno a construção das noções matemáticas através de três fazes: a experiência, a comunicação oral das ideias apreendidas e a representação simbólica noções construídas;
> - As atividades devem prever um momento de socialização das informações entre os alunos, pois isso é fundamental para crescimento intelectual do grupo. Para que isso ocorra, o professor deve criar um ambiente adequado e de respeito mútuo entre os alunos e adotar a postura de um membro mais experiente do grupo e que possa colaborar na aprendizagem deles;
> - As atividades devem ter características de continuidade, visto que precisam conduzir o aluno ao nível de representação abstrata das ideias matemáticas construídas a partir das experiências concretas vivenciadas por ele;
> - De acordo com o modelo proposto por Dockweiller(1996), as atividades propostas pelo professor podem se apresentar de três maneiras: desenvolvimento, conexão e abstração, de modo que sejam sequencialmente apresentadas e possam contribuir para a construção gradual dos conceitos matemáticos (Mendes e Sá, 2006, p.11).

Corroborando sobre o papel docente na elaboração de sequência de atividades, pautadas na metodologia do ensino por atividade, cabe:

> [...] porém, ao professor preocupar-se como o modo de elaboração dessas atividades e com as orientações dadas aos estudantes durante a realização das mesmas, por isso poderá ser decisivo no processo de aprendizagem do aluno. Esta abordagem de ensino pressupõe a experiência direta do aprendiz com situações reais vivenciadas, nas quais a abordagem instrucional é centrada no aluno e seus interesses espontâneos. (Sá, 2009, p. 18)

Os tipos básicos de atividades agregadas a metodologia do ensino por atividade, segundo Sá (2017), relatam-nos que há dois tipos de atividades a saber:

- Atividade de Conceituação – Uma atividade tem como objetivo levar o estudante a perceber a ocorrência de determinado tipo de situação/tipo de objeto matemático. A definição deste objeto percebido é o objetivo da atividade de conceituação.
- Atividade de Redescoberta – Uma atividade de redescoberta tem como objetivo levar o estudante a descobrir uma relação ou propriedade relativa a um dado objeto ou operação matemática. Uma atividade de redescoberta não corresponde a uma demonstração de um resultado matemático, mas sim ao momento de exploração do objeto que antecede a demonstração do resultado. (Sá, 2017, p.1)

Cada tipo de atividade se divide em vários momentos para a efetiva experimentação, que serão descritos no item seguinte. Momentos estes, frutos de estudo e pesquisa de Sá (2017).

6.2 - Momentos do Ensino por Atividade

O Ensino por Atividade como já foi exposto, além de toda articulação e preparação pelo docente para construir, instrumentalizar e aplicar uma sequência de atividades, também é preciso que se aproprie dos tipos de atividades que o agregam, conhecer os momentos em que é dividida a experimentação/aplicação da sequência didática construída sobre a ótica do ensino por atividade.

Qualquer atividade humana para sua execução com excelência, é necessário um planejamento, no ensino por atividade, tanto as atividades de conceituação como de redescoberta, necessita de um minucioso planejamento para atingir o sucesso esperado. Sá (2017) dividiu o planejamento de cada atividade em vários momentos:

- **Momentos do Planejamento nas Atividades de Conceituação**: Determinação (Onde o professor seleciona a definição que pretende apresentar aos estudantes), Construção do Objetivo (Onde o professor determina o objetivo da atividade que será apresentada, deve ser único, elaborado de tal forma que o estudante não descubra o resultado antes da conclusão da atividade), Seleção do Material, Elaboração do Procedimento, Elaboração do espaço de registro, elaboração do desafio, Previsão da institucionalização, Finalização do roteiro, Verificação e Elaboração de questões.

- **Momentos do Planejamento nas Atividades de Redescoberta**: Determinação (Onde o professor seleciona a definição que pretende apresentar aos estudantes), Construção do Objetivo (Onde o professor determina o objetivo da atividade que será apresentada, deve ser único, elaborado de tal forma que o estudante não descubra o resultado antes da conclusão da atividade), Seleção do Material, Elaboração do Procedimento, Elaboração do espaço de registro, Elaboração do desafio, Verificação, Previsão da institucionalização e Elaboração do roteiro.

Sá (2017) afirma que em ambos os tipos de atividades, os momentos para concretizar a experimentação são assim descritos em sequência ordenada:

- **Organização** – a turma deve ser, preferencialmente, organizada em equipes com o máximo 4 alunos e no mínimo 2, podendo também ocorrer de forma individual, embora não seja o recomendável por não estimular a troca de ideias que é fundamental para o processo de aprendizagem. Ao professor fica a responsabilidade de dirigir as ações: demonstrar segurança e zelo pelo material preparado; deve orientar a formação das equipes, mas sem interferir na escolha dos membros e interferir sempre que necessário para que os alunos não desperdicem tempo com ações alheias à organização da turma;

- **Apresentação** – No momento da apresentação cabe ao professor distribuir todo o material necessário, inclusive o roteiro que será seguido pelos estudantes para realizarem a atividade. O roteiro poderá ser impresso, disponibilizado no quadro ou disponibilizado de outra forma, dependendo das condições do ambiente de aplicação. Vale ressaltar que: para atividades muito longas é preferível o roteiro impresso; o material deverá ser organizado em kits para facilitar a distribuição do material, evitando assim, desperdício de tempo.

- **Execução** – Momento referente a experimentação, quando o pesquisador manipula os materiais, realiza as medidas e/ou cálculo, compara e/ou observa as equipes. Espera-se que as equipes consigam executar os procedimentos estabelecidos para atividade, seguindo as instruções previstas no roteiro de atividade, sem conversas paralelas ou desvio de atenção para assuntos alheios. O professor deve deixar as equipes trabalharem livres, supervisionar o desenvolvimento das ações e auxiliar para sanar as dúvidas, quando for solicitado ou perceber alguma dificuldade da equipe na execução do procedimento. Caso venha ocorrer algum questionamento ou dúvida durante a execução do procedimento, ocasionados por falhas nas orientações contidas no roteiro ou da confecção do material utilizado para a atividade, cabe ao professor socializar imediatamente com a turma com o problema e apresentar uma solução que contorne o ocorrido e permita o prosseguimento da atividade.
- **Registro** – Corresponde ao momento da sistematização das informações na pesquisa científica, espera-se que cada equipe faça os registros das informações obtidas durante a execução nos espaços destinados pra tal. Ao professor cabe supervisionar o desenvolvimento das ações e auxiliar as equipes sobre quaisquer dúvidas durante o momento de registros.
- **Análise** – Corresponde ao momento de reflexão sobre os registros feitos para descobrir uma relação válida entre as informações registradas. Se vier a ocorrer de alguma equipe não perceber uma relação válida a partir das informações registradas, o professor deve auxiliar a equipe por meio de formulação de questões que venha a favorecer encontrar a relação desejada pela atividade. A finalização deste momento é feita com uma conclusão pela equipe ou participante da equipe.
- **Institucionalização** – é o momento em que será produzida a conclusão oficial da turma a partir das conclusões que cada equipe elaborou no momento da análise.

6.3 - Considerações do uso do Ensino por Atividade na pesquisa

Diante de cenários desafiadores, tomando como parâmetros estudos abordados em revisão nesta pesquisa, vislumbrando uma nova forma de ensinar, buscando mecanismos que facilite a aprendizagem dos estudantes, nos deparamos com o ensino por atividade. Enxergamos como uma metodologia com um potencial de transformar o discente em autor principal do seu aprendizado, de forma a percorrer o caminho necessário, por meio de atividades com situações intencionalmente elaboradas pelo professor para que possa vivenciar todos os momentos descritos no tópico anterior, configurando assim, a construção do conhecimento por ele próprio.

Nesse contexto, pensamos na elaboração de atividades voltadas para o ensino de polígonos, tendo por finalidade construir definições e conceitos, fazendo uso de atividades de conceituação e deduzir fórmulas, por meio de atividades de redescoberta. Todas as atividades vislumbram a aprendizagem dos educandos, de forma autônoma e significativa, oportunizando também ao docente, um novo aprendizado como metodologia de ensino viável para qualquer realidade.

Com o direcionamento oportunizado nas análises prévias, elaboramos 12 (doze) atividades fundamentadas no ensino por atividade, desenvolvidas a partir da temática de polígonos, conteúdos muito relevante na geometria plana e espacial, abordado desde a 2º ano do ensino fundamental nos livros didáticos em validade e também na BNCC para o nível de ensino que ora falamos. Além das atividades de conceituação e redescoberta para construir o conteúdo, fizemos atividades de aprofundamento do conteúdo trabalhado por meio do ensino por atividade. Assim, esperamos obter êxito na sequência didática desenvolvida por esta pesquisa.

7 – ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática aborda a temática de polígonos e conteúdos anteriores ao conceito de polígonos, justifica a tomada de conceitos anteriores, pois em estudos diagnósticos realizados anteriormente, apontou que os estudantes, mesmo já cursando a última etapa do ensino fundamental, só um parcela mínima consegue conceituar e reconhecer um polígono, dificultando assim, a aprendizagem dos demais tópicos sobre a temática.

A proposta elaborada para o ensino polígonos, desenvolveu-se a priori com base nos estudos diagnósticos realizados, fazendo uso de aplicação de questionários que tratava a temática dentro de um viés pedagógico, como também se deu com resultados obtidos com a aplicação de um teste construído tomando como base principal os descritores da Prova Brasil/SAEB. Vale ressaltar que além dos estudos diagnósticos, nos preocupamos em analisar (o conteúdo, metodologias e atividades) de diversos livros didáticos adotados pelas escolas da rede pública de ensino pesquisada.

A sequência didática aborda atividades que possibilita a descoberta de conceitos sobre a temática de polígonos e foram divididas para serem realizadas em sessões de experimentação e aplicação, as quais visam abordar diversos assuntos relacionados ao conteúdo ensino de polígonos, assunto esse que normalmente é encontrado nas provas realizadas, Prova Brasil e Enem, assim como nos livros didáticos utilizados por professores de matemática durante suas aulas.

As atividades foram organizadas em uma sequência que possibilite aos estudantes chegar ao conceito de polígono, a reconhecer seus elementos, a deduzir as fórmulas para o cálculo da quantidade de diagonais, para o cálculo da soma dos ângulos internos, dentre outros conteúdos que envolvem a temática estudada. Levamos em consideração as dificuldades encontradas no diagnóstico realizado junto aos estudantes egressos do 8º ano do Ensino Fundamental da rede de ensino pesquisada. Nosso roteiro está assim configurado: Título; Objetivo; Material; Procedimento e Conclusão. Nosso objeto didático será dividido conforme o quadro abaixo e respectivos descritores que são cobrados pelo SAEP/Prova Brasil.

Quadro 05: Distribuição dos Conteúdos da Sequência Didática e Descritores

<table>
<tr><th colspan="3">SEQUÊNCIA DIDÁTICA</th></tr>
<tr><td colspan="3">1.CONCEITO DE POLÍGONO
D2 - Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com suas planificações</td></tr>
<tr><td>1.1 Linhas</td><td>1.2 Linhas Abertas e Fechadas</td><td>1.3 Poligonal Aberta e Fechada</td></tr>
<tr><td colspan="3">2. POLÍGONOS CONCAVOS E CONVEXOS</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2.1 Côncavos</td><td colspan="2">2.2 Convexos</td></tr>
<tr><td>2.2.1 Regulares</td><td>2.2.2 Irregulares</td></tr>
<tr><td colspan="3">3. ELEMENTOS DO POLÍGONO</td></tr>
<tr><td colspan="3">3.1 Vértices, Lados, Diagonais, Ângulo Interno e Ângulo Externo</td></tr>
<tr><td colspan="3">5. SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DOS POLÍGONOS
D8 - Resolver problema utilizando a propriedade dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares)</td></tr>
<tr><td colspan="3">6. SOMA DOS ANGULOS EXTERNOS DOS POLÍGONOS
D8 - Resolver problema utilizando a propriedade dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares)</td></tr>
<tr><td colspan="3">7. CÁLCULO DO NÚMERO DE DIAGONAIS DE UM POLÍGONO
D8 - Resolver problema utilizando a propriedade dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares)</td></tr>
</table>

Fonte: Pesquisa 2018

7.1 – Atividade 01 - Curvas

É uma atividade conceitual, que traz um quadro que contém 10 figuras que representam curvas, o objetivo principal da atividade é que os estudantes identifiquem uma curva fechada, pois é necessário esse atributo para a definição de um polígono. Para isso, os estudantes deverão realizar a observação das figuras para responder à pergunta: “o início da curva coincide com o seu final?” E colocar as respostas, afirmativa ou negativa, no quadro de respostas seguindo o roteiro da atividade.

Título: Curvas
Objetivo: Classificar Curvas
Material: Roteiro de Atividades; quadro de figuras
Procedimentos:

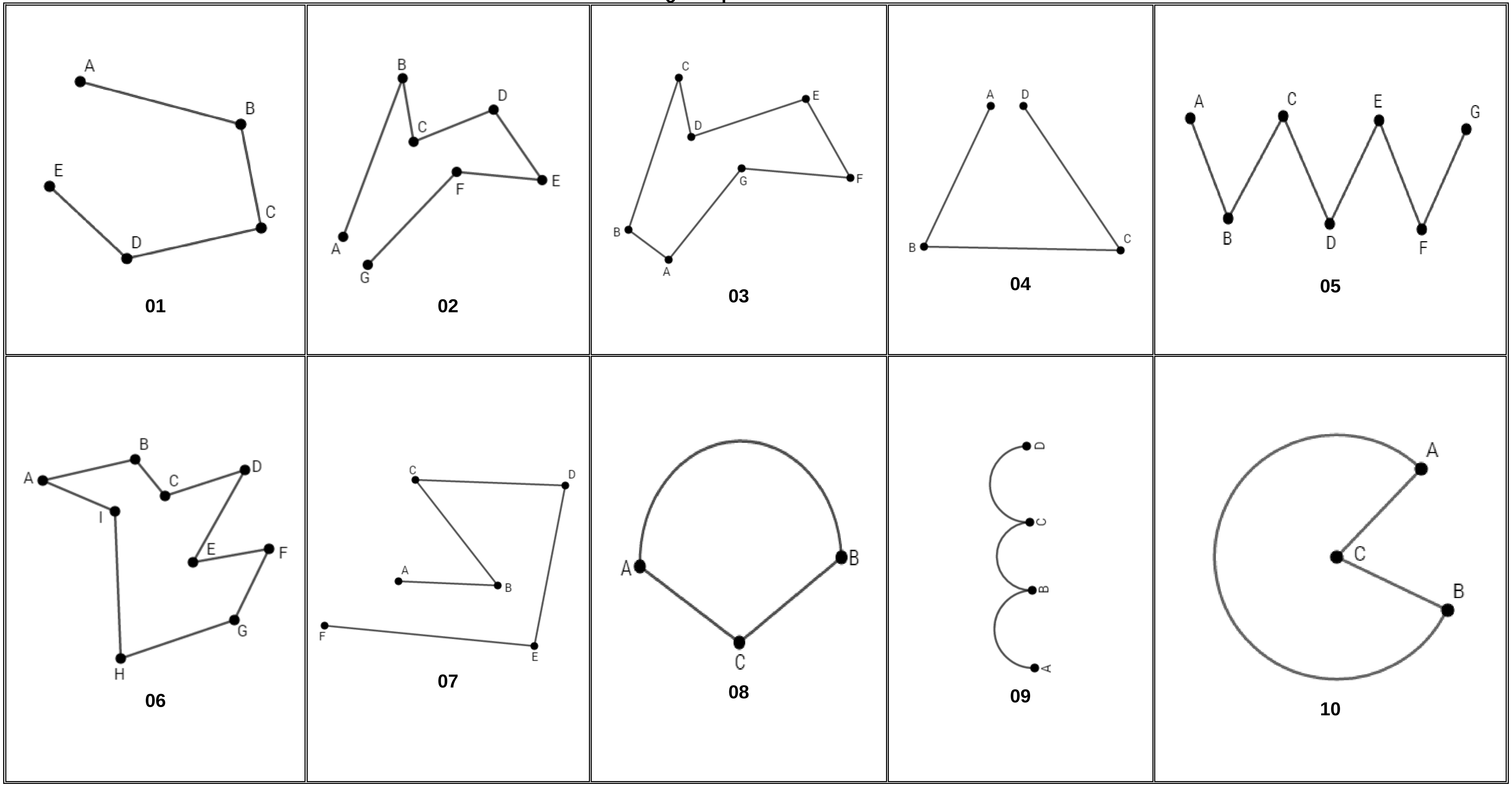
Para cada figura do Quadro de Figuras:

- Contorne a figura na ordem alfabética dos pontos;
- Identifique as figuras em que o início coincide o final com CF;
- Identifique as figuras que o início e o final não coincidem com CA;
- Com as informações obtidas preencha o quadro a seguir.

Quadro resposta atividade 01

FIGURAS	O início da curva coincide com o seu final?	
	Sim	Não
Figura 01		
Figura 02		
Figura 03		
Figura 04		
Figura 05		
Figura 06		
Figura 07		
Figura 08		
Figura 09		
Figura 10		
Observação:		
Definição:		

Figuras para atividade 1



Fonte: Pesquisa, 2019

Orientação didática específica:

Depois da execução dos procedimentos descritos no roteiro, espera-se que os estudantes consigam responder o quadro de atividades expressando as características de curvas abertas e curvas fechadas, para posteriormente chegarmos na seguinte conclusão: ***Quando o ponto inicial de curva coincide com o ponto final, caracteriza-se como uma curva fechada, caso contrário, quando o ponto inicial não coincide com o ponto final a curva é definida como aberta.***

Orientações Didáticas Gerais:

- Oportunizar que os estudantes se organizem em equipes e quando possível que fiquem em quantidades de membros iguais;
- Distribuir os envelopes contendo o roteiro da atividade, quadro de resposta e quadro figuras de acordo com o número de integrantes de cada equipe;
- Orientar os estudantes na realização dos procedimentos descritos no roteiro da atividade;
- Auxiliar sempre os estudantes em casos de dúvidas ou na ocorrência de dificuldades durante a execução da atividade;
- Intervir, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade, evitando assim, o abandono e desinteresse pela realização o procedimento proposto;
- Orientar os estudantes para o preenchimento do quadro de respostas com as observações realizadas no quadro de figuras.
- Orientar os estudantes para a socialização das características encontradas nas figuras que foram observadas;
- Apresentar aos estudantes a formalização do conceito que a atividade propõe ensinar, tomando por base as características apresentadas por eles no quadro de resposta;

A seguir apresentamos um quadro preenchido como modelo para esta atividade sobre curvas fechadas e curvas abertas.

Quadro resposta preenchido atividade 01

FIGURAS	**O início da curva coincide com o seu final?**	
	Sim	**Não**
Figura 01		X
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04		X
Figura 05		X
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08	X	
Figura 09		X
Figura 10	X	

Observações esperadas:
1) Quando o início da curva coincide com o seu final forma uma figura fechada (curva fechada) e quando não coincide com o seu final forma uma figura aberta (curva aberta);
2) Há curvas formadas só por segmentos de retas;
3) Há curvas formadas por segmentos de retas e outras formas;
4) Há curvas formadas só por outras formas que não são segmentos de retas.

Definição:

Quando o ponto inicial de curva coincide com o ponto final, caracteriza como curva fechada, caso contrário, quando o ponto inicial não coincide com o ponto final a curva é definida como aberta.

7.2 Atividade 2 – Tipos de Curvas

É uma atividade de conceituação, que traz um quadro composto por 10 figuras que representam curva poligonal e curva não poligonal, o objetivo principal da atividade é que os estudantes identifiquem uma curva formada só por segmentos de retas, pois é necessário esse atributo para a definição de um polígono. Para isso, os estudantes deverão observar as figuras e responder à pergunta: "A curva é formado só por segmentos de retas?" E colocar as respostas no quadro seguinte aos procedimentos da atividade.

Título: Tipos de Curvas

Objetivo: Definir linha poligonal

Material: Roteiro de atividade e quadro de figuras.

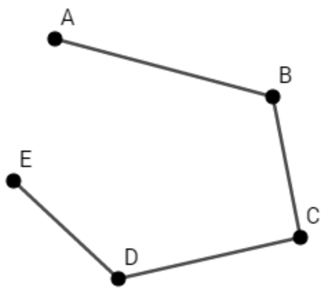
Procedimentos:

- Observe as figuras do quadro;
- Responda à pergunta do quadro a seguir e faça as anotações.

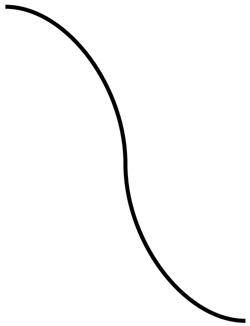
Quadro resposta atividade 02

FIGURAS	**A curva é formada só por segmentos de retas?**	
	Sim	**Não**
Figura 01		
Figura 02		
Figura 03		
Figura 04		
Figura 05		
Figura 06		
Figura 07		
Figura 08		
Figura 09		
Figura 10		
Observações esperadas:		
Definição:		

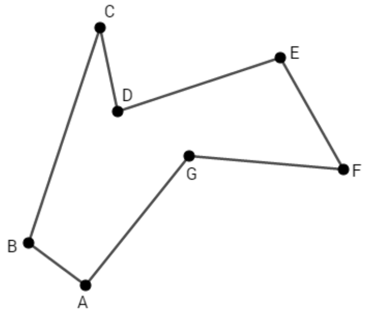
Figuras para Atividade 2



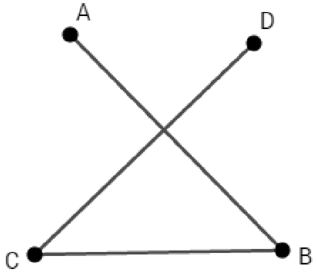
01



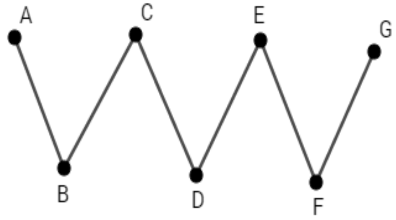
02



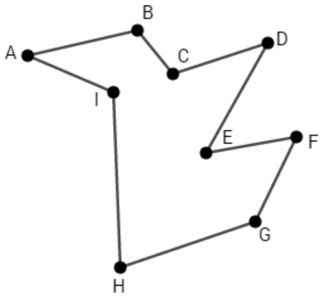
03



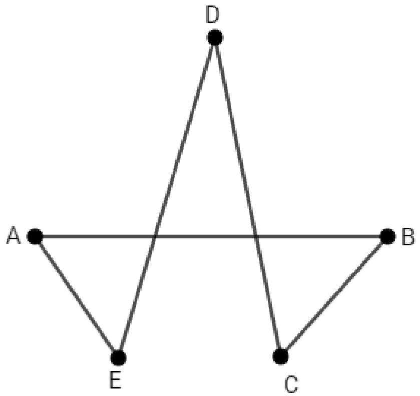
04



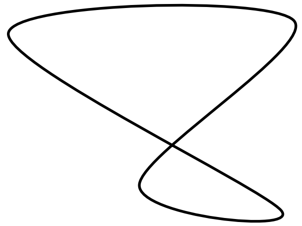
05



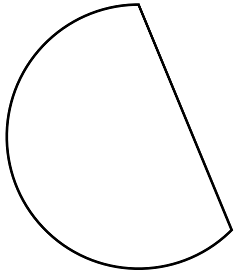
06



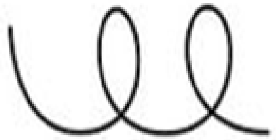
07



08



09



10

Fonte: Pesquisa, 2019

Orientação didática específica:

Depois da execução dos procedimentos descritos no roteiro, espera-se que os estudantes consigam responder o quadro de atividades expressando as características de uma poligonal, para posteriormente chegarmos na seguinte conclusão: As curvas formadas só por segmentos de retas são chamadas de poligonais, as demais são definidas como linhas não poligonal

Orientações Didáticas Gerais:

- Oportunizar que os estudantes se organizem em equipes e quando possível que fiquem em quantidades de membros iguais;
- Distribuir os envelopes contendo o roteiro da atividade, quadro de resposta e quadro figuras de acordo com o número de integrantes de cada equipe;
- Orientar os estudantes na realização dos procedimentos descritos no roteiro da atividade;
- Auxiliar sempre os estudantes em casos de dúvidas ou na ocorrência de dificuldades durante a execução da atividade;
- Intervir, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade, evitando assim, o abandono e desinteresse pela realização o procedimento proposto;
- Orientar os estudantes para o preenchimento do quadro de respostas com as observações realizadas no quadro de figuras.
- Orientar os estudantes para a socialização das características encontradas nas figuras que foram observadas;
- Apresentar aos estudantes a formalização do conceito que a atividade propõe ensinar, tomando por base as características apresentadas por eles no quadro de resposta;

A seguir apresentamos um quadro preenchido como modelo para esta atividade sobre tipos de curvas.

Quadro resposta preenchido atividade 02.

FIGURAS	**A curva é formada só por segmentos de reta?**	
	Sim	**Não**
Figura 01	X	
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04	X	
Figura 05	X	
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09		X
Figura 10		X
Observações esperadas: 1) Há curvas formadas só por segmentos de retas; 2) Há curvas formadas só por segmentos de retas e outras formas; 3) Há curvas formadas sem segmentos de retas.		
Definição: As curvas formadas só por segmentos de retas são chamadas de poligonais, as demais são definidas como linhas não poligonal.		

7.3 Atividade 3 - Tipos de Poligonal

É uma atividade de conceituação, que traz um quadro composto por 10 figuras que representam curvas poligonais fechadas e curvas poligonais abertas. O objetivo principal da atividade é que os estudantes identifiquem uma poligonal fechada, pois é necessário esse atributo para a definição de um polígono. Para isso, os estudantes deverão responder à pergunta: “O início da poligonal coincide com o seu final?” E colocar as respostas (afirmativa ou negativa) no quadro seguinte aos procedimentos da atividade.

Título: Tipos de Poligonal

Objetivo: Classificar as poligonais através da observação do ponto inicial e seu ponto final.

Material: Roteiro de atividade e quadro de figuras.

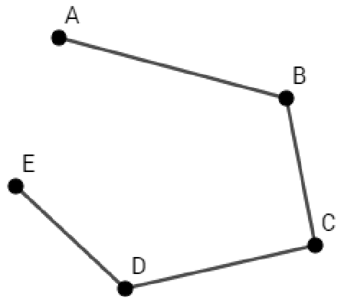
Procedimentos:

- Observar o quadro de figuras,
- Contorne as figuras obedecendo a ordem alfabética dos pontos marcados;
- Com base na observação, responda à pergunta exposta no quadro a seguir e marque a opção (sim ou não) para cada figura analisada.

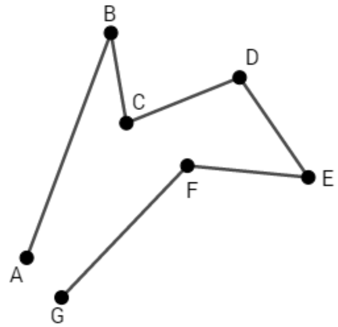
Quadro resposta atividade 03

FIGURAS	**O início da poligonal coincide com o seu final?**	
	Sim	**Não**
Figura 01		
Figura 02		
Figura 03		
Figura 04		
Figura 05		
Figura 06		
Figura 07		
Figura 08		
Figura 09		
Figura 10		
Observações Esperadas:		
Definição:		

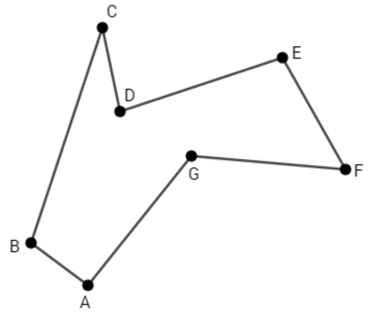
Figuras para Atividade 3



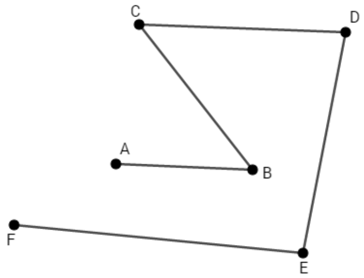
01



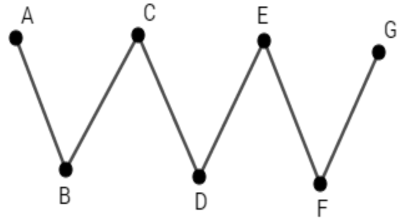
02



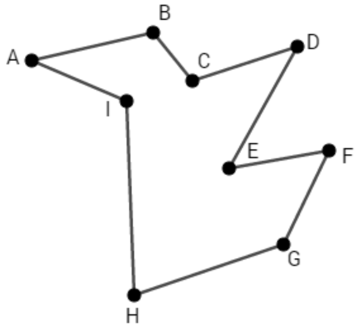
03



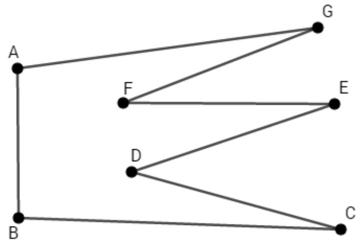
04



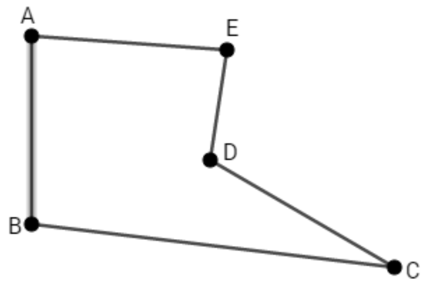
05



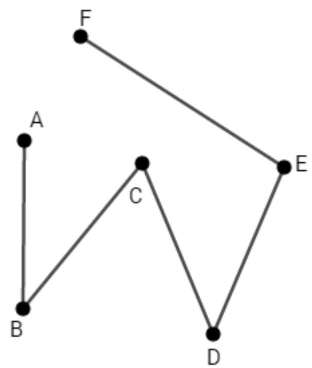
06



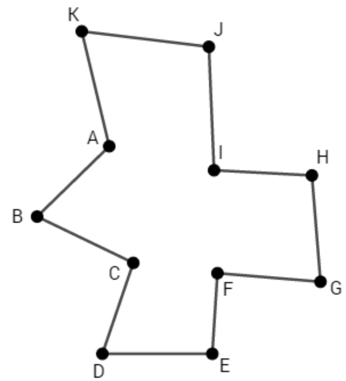
07



08



09



10

Fonte: Pesquisa, 2019

Orientação didática específica:

Depois da execução dos procedimentos descritos no roteiro, espera-se que os estudantes consigam responder o quadro de atividades expressando as características de uma poligonal fechada e uma poligonal aberta, para posteriormente chegarmos na seguinte conclusão: ***Uma poligonal em que seu ponto inicial coincide com o seu ponto final é uma poligonal fechada, caso contrário, quando o ponto inicial não coincide com o ponto final, estamos diante de uma poligonal aberta.***

Orientações Didáticas Gerais:

- Oportunizar que os estudantes se organizem em equipes e quando possível que fiquem em quantidades de membros iguais;
- Distribuir os envelopes contendo o roteiro da atividade, quadro de resposta e quadro figuras de acordo com o número de integrantes de cada equipe;
- Orientar os estudantes na realização dos procedimentos descritos no roteiro da atividade;
- Auxiliar sempre os estudantes em casos de dúvidas ou na ocorrência de dificuldades durante a execução da atividade;
- Intervir, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade, evitando assim, o abandono e desinteresse pela realização o procedimento proposto;
- Orientar os estudantes para o preenchimento do quadro de respostas com as observações realizadas no quadro de figuras.
- Orientar os estudantes para a socialização das características encontradas nas figuras que foram observadas;
- Apresentar aos estudantes a formalização do conceito que a atividade propõe ensinar, tomando por base as características apresentadas por eles no quadro de resposta;

A seguir apresentamos um quadro preenchido como modelo para esta atividade sobre tipos de poligonais.

Quadro resposta preenchido atividade 03.

FIGURAS	**O início da poligonal coincide com o seu final?**	
	Sim	**Não**
Figura 01		X
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04		X
Figura 05		X
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08	X	
Figura 09		X
Figura 10	X	

Observações esperadas:

1) Há poligonais que o ponto inicial coincide com o ponto final (poligonal fechada).

2) Há poligonais que o ponto inicial não coincide com o ponto final (poligonal aberta)

Definição:

Uma poligonal que o ponto inicial coincide com o ponto final é uma poligonal fechada caso contrário, quando o ponto inicial não coincide com o ponto final, estamos diante de uma poligonal aberta.

7.4 Atividade 4 - Poligonais Fechadas

É uma atividade de conceituação, que traz um quadro composto por 10 figuras que representam poligonais fechadas, o objetivo principal da atividade é que os estudantes identifiquem uma poligonal fechada simples (sem cruzamento de segmentos de retas), pois é necessário esse atributo para a definição de um polígono simples. Para isso, os estudantes deverão observar as figuras e responder à questão: “A poligonal fechada possui segmentos que se cruzam?” e colocar as respostas no quadro seguinte aos procedimentos da atividade.

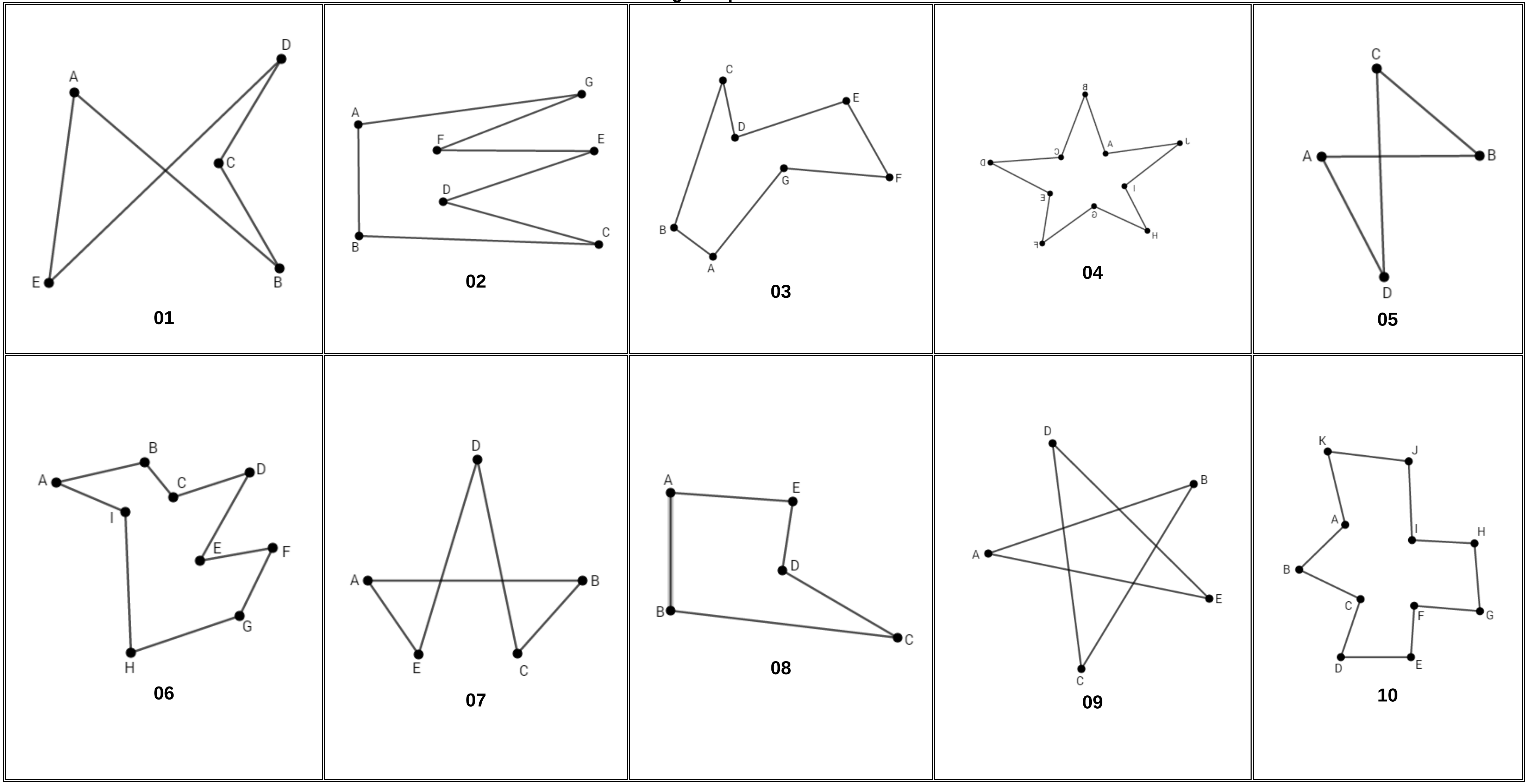
Título: Poligonais Fechadas
Objetivo: Classificar as poligonais fechadas.
Material: Roteiro de Atividades e quadro de figuras
Procedimentos:

- Observar o quadro de figuras com poligonais fechadas;
- Com base na observação, responda à pergunta exposta no quadro e marque a opção (sim ou não) para cada figura analisada.

Quadro resposta atividade 04

FIGURAS	**A poligonal fechada possui segmentos que se cruzam?**	
	Sim	**Não**
Figura 01		
Figura 02		
Figura 03		
Figura 04		
Figura 05		
Figura 06		
Figura 07		
Figura 08		
Figura 09		
Figura 10		
Observações esperadas:		
Definição:		

Figuras para Atividade 4



Fonte: Pesquisa, 2019

Orientação didática específica:

Depois da execução dos procedimentos descritos no roteiro, espera-se que os estudantes consigam responder o quadro de atividades expressando as características de uma poligonal fechada, para posteriormente chegarmos na seguinte conclusão: ***Uma poligonal fechada que não possui segmentos que se cruzam, é denominada poligonal fechada simples ou polígono simples, caso contrário quando possui segmentos que se cruzam, denomina-se poligonal fechada não simples ou polígono não simples.***

Orientações Didáticas Gerais:

- Oportunizar que os estudantes se organizem em equipes e quando possível que fiquem em quantidades de membros iguais;
- Distribuir os envelopes contendo o roteiro da atividade, quadro de resposta e quadro figuras de acordo com o número de integrantes de cada equipe;
- Orientar os estudantes na realização dos procedimentos descritos no roteiro da atividade;
- Auxiliar sempre os estudantes em casos de dúvidas ou na ocorrência de dificuldades durante a execução da atividade;
- Intervir, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade, evitando assim, o abandono e desinteresse pela realização o procedimento proposto;
- Orientar os estudantes para o preenchimento do quadro de respostas com as observações realizadas no quadro de figuras.
- Orientar os estudantes para a socialização das características encontradas nas figuras que foram observadas;
- Apresentar aos estudantes a formalização do conceito que a atividade propõe ensinar, tomando por base as características apresentadas por eles no quadro de resposta;

A seguir apresentamos um quadro preenchido como modelo para esta atividade sobre tipos de poligonais fechadas.

Quadro resposta preenchido atividade 04

FIGURAS	A poligonal fechada possui segmentos que se cruzam?	
	Sim	Não
Figura 01	X	
Figura 02		X
Figura 03		X
Figura 04		X
Figura 05	X	
Figura 06		X
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09	X	
Figura 10		X

Observações esperadas:

1) Há poligonais fechadas que possui segmentos que se cruzam.

2) Há poligonais fechadas que não possui segmentos que se cruzam.

Definição:

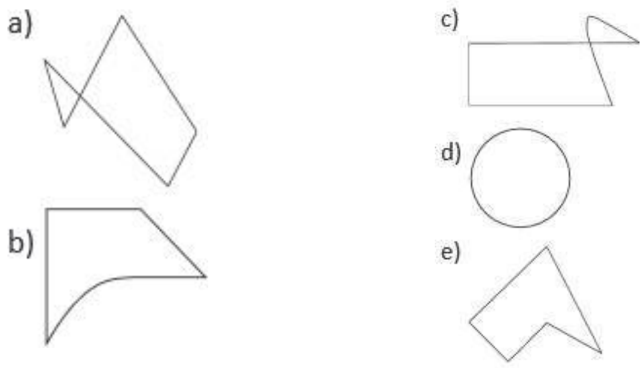
Uma poligonal fechada que não possui segmentos que se cruzam, é denominada poligonal fechada simples ou polígono simples, caso contrário quando possui segmentos que se cruzam, denomina-se poligonal fechada não simples ou não polígono.

Atividade de Aprofundamento – Conceito de Polígono

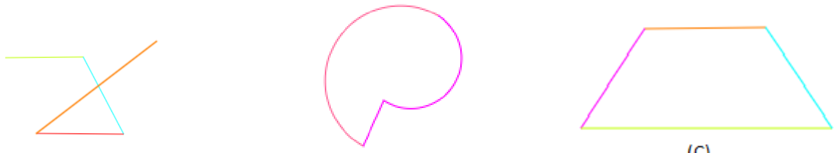
A atividade a seguir tem o intuito de aprofundar os conhecimentos adquiridos nas atividades de ensino de números um, dois, três e quatro, pois os livros didáticos geralmente não abordam essa temática introdutória ao conceito de polígono.

- A questão de número um, aborda o conceito de poligonal fechada simples e solicita do estudante que marque o item que traz a figura que representa uma poligonal fechada simples;
- A questão de número dois, aborda o conceito de poligonal, não poligonal, poligonal simples, poligonal fechada, polígono e não polígono. Solicita dos estudantes que responda cada item atribuindo as letras: A identifica primeira figura, B identifica segunda figura e C identifica a terceira figura;
- A questão de número três, aborda a definição de polígono. Traz uma pergunta sobre os atributos definidores de um polígono, o que uma figura geométrica plana precisa ser para ser definida como polígono? Os estudantes escolherão em os itens A, B, C e D que possui as características de um polígono.

1) Na aula de Arte, a professora pediu que cada aluno traçasse uma linha poligonal fechada simples. Com base na definição de poligonal fechada simples, qual das alternativas representa o que a professora de Arte solicitou?



2) Observa as seguintes figuras e coloque a letra correspondente (A, B ou C) nos itens abaixo:



(A) (B) (C)

a) É uma linha poligonal: ___________________________
b) É uma linha poligonal simples:_________________
c) É uma linha poligonal fechada:_____________________
d) É um polígono: ________________________
e) Não são polígonos: ________________________

3) Para ser um polígono, uma figura geométrica plana precisa ser

a) Aberta e formada por segmentos de retas que não se cruzam.
b) Aberta e limitada por segmentos de retas que se cruzam.
c) Fechada e formada por segmentos de retas que se cruzam.
d) Fechada e limitada por segmentos de retas que não se cruzam.

7.5 Atividade 5 - Tipos de Polígonos Simples

É uma atividade de conceituação, que traz um quadro composto por 10 figuras que representam polígonos simples, o objetivo principal da atividade é que os estudantes identifiquem dois tipos de polígonos simples. Para isso, os estudantes deverão responder à pergunta: "Quando traçamos os seguimentos de reta AB, CD e EF, em quais figuras os seguimentos traçados ficam totalmente contidos no interior do polígono simples que contém seus extremos?" e colocar as respostas no quadro seguinte aos procedimentos da atividade.

Título: Tipos de Polígono Simples

Objetivo: Classificar através da observação um polígono simples.

Material: Roteiro de atividades e quadro de figuras.

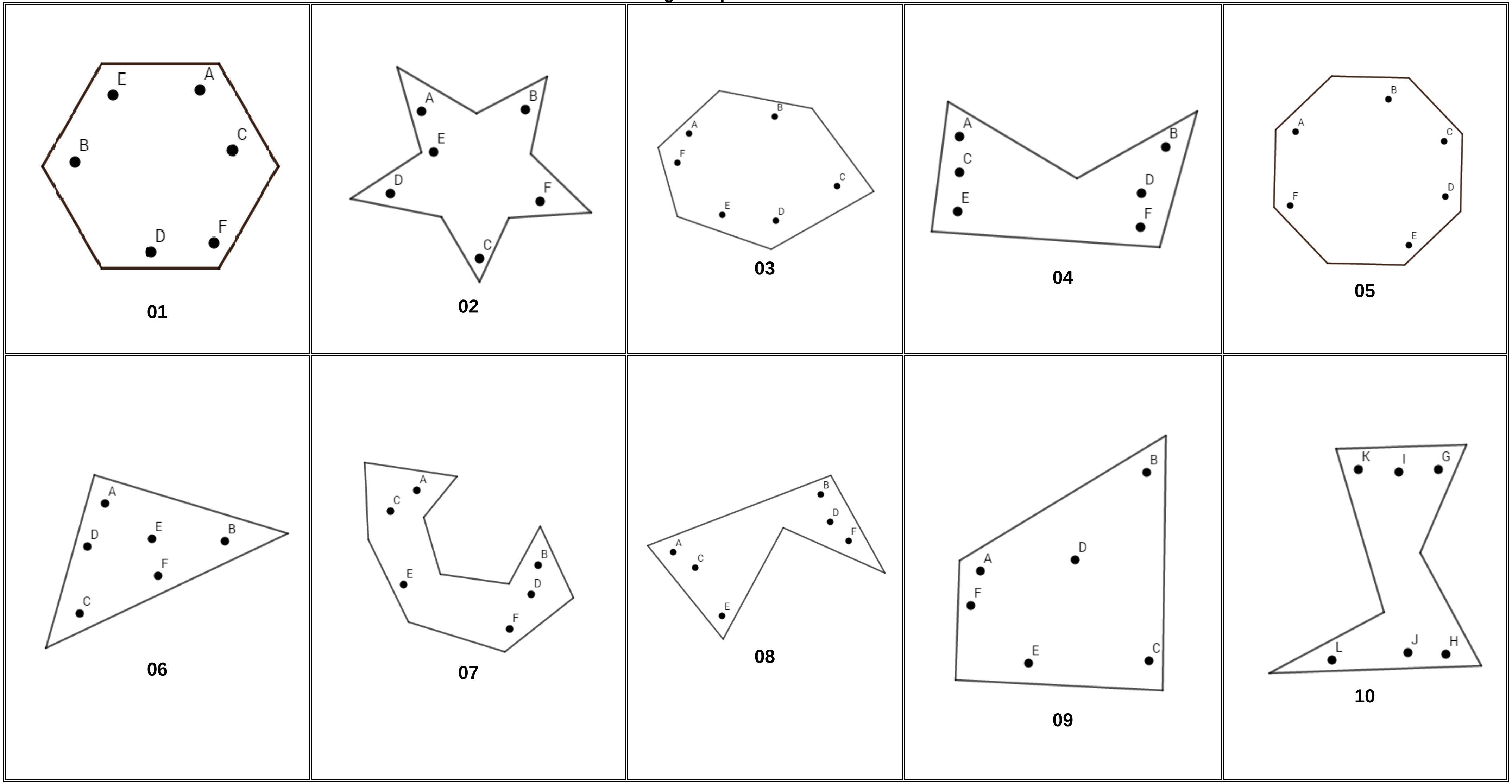
Procedimentos:

- Observe os polígonos simples do quadro;
- Trace os segmentos de reta (AB, CD e EF) em cada uma das figuras do quadro;
- Com base na observação, responda à pergunta exposta no quadro a seguir e marque a figura em que o segmento de reta fica totalmente contido no polígono simples.

Quadro resposta atividade 05

FIGURAS	Quando traçamos os seguimentos de reta AB, CD e EF, em quais figuras os seguimentos traçados ficam totalmente contidos no polígono simples que contém seus extremos?
Figura 01	
Figura 02	
Figura 03	
Figura 04	
Figura 05	
Figura 06	
Figura 07	
Figura 08	
Figura 09	
Figura 10	
Observações esperadas:	
Definição:	

Figuras para Atividade 5



Fonte: Pesquisa, 2019

Orientação didática específica:

Depois da execução dos procedimentos descritos no roteiro, espera-se que os estudantes consigam responder o quadro de atividades expressando as características de um polígono simples que possui segmentos de retas com extremos pertencentes ao seu interior e que ficam por completos contidos neste e, para posteriormente chegarmos na seguinte conclusão: ***Um polígono simples é convexo, quando podemos traçar qualquer segmento de reta na região interna e ele ficará totalmente contido no polígono, caso o segmento de reta fique com uma parte na área externa, podemos afirmar que este polígono simples é côncavo ou não convexo***.

Orientações Didáticas Gerais:

- Oportunizar que os estudantes se organizem em equipes e quando possível que fiquem em quantidades de membros iguais;
- Distribuir os envelopes contendo o roteiro da atividade, quadro de resposta e quadro figuras de acordo com o número de integrantes de cada equipe;
- Orientar os estudantes na realização dos procedimentos descritos no roteiro da atividade;
- Auxiliar sempre os estudantes em casos de dúvidas ou na ocorrência de dificuldades durante a execução da atividade;
- Intervir, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade, evitando assim, o abandono e desinteresse pela realização o procedimento proposto;
- Orientar os estudantes para o preenchimento do quadro de respostas com as observações realizadas no quadro de figuras.
- Orientar os estudantes para a socialização das características encontradas nas figuras que foram observadas;
- Apresentar aos estudantes a formalização do conceito que a atividade propõe ensinar, tomando por base as características apresentadas por eles no quadro de resposta;

A seguir apresentamos um quadro preenchido como modelo para esta atividade sobre tipos de polígonos simples.

Quadro resposta preenchido atividade 05

FIGURAS	**Quando traçamos os seguimentos de reta AB, CD e EF, em quais figuras os seguimentos traçados ficam totalmente contidos no polígono simples que contém seus extremos?**
Figura 01	X
Figura 02	
Figura 03	X
Figura 04	
Figura 05	X
Figura 06	X
Figura 07	
Figura 08	
Figura 09	X
Figura 10	

Observações esperadas:

1) Há polígonos simples que contém segmentos de reta por completo no seu interior;

2) Há polígonos simples que não contém segmentos de reta por completo no seu interior;

3) Quando os segmentos de reta ficam totalmente contidos no polígono simples, todos os cantinhos (vértices) ficam apontados para a região externa ao polígono;

4) Quando um segmento de reta não fica totalmente contido no polígono simples, a parte que fica contida na área externa estará de frente pra um cantinho do polígono que aponta para região interna.

Definição:

Um polígono simples é convexo, quando podemos traçar qualquer segmento de reta na região interna e ele ficará totalmente contido no polígono, caso o segmento de reta fique com uma parte na área externa, podemos afirmar que este polígono simples é côncavo ou não convexo.

7.6 Atividade 6 - Classificação de Polígono Convexo

É uma atividade de conceituação, que traz um quadro composto por 10 figuras que representam polígonos simples, o objetivo principal da atividade é que os estudantes identifiquem dois tipos de polígonos convexo. Para isso, os estudantes deverão observar as figuras, seguir a orientação do roteiro e responder à pergunta: “As medidas dos lados são iguais?”, “As medidas dos ângulos internos são iguais?” e colocar as respostas no quadro seguinte aos procedimentos da atividade.

Título: Classificando o polígono convexo

Objetivo: Classificar através da observação um polígono simples convexo

Material: Roteiro de atividades e quadro com figuras.

Procedimentos:

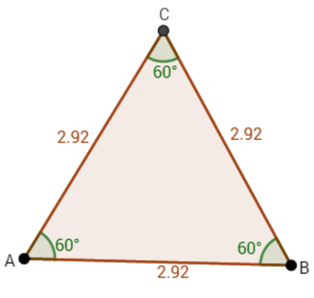
- Observe o quadro com as figuras de polígonos simples convexo;
- Com base na observação, responda as perguntas expostas no quadro a seguir anotando as informações solicitadas sobre cada figura.

Quadro 23: Quadro resposta atividade 06

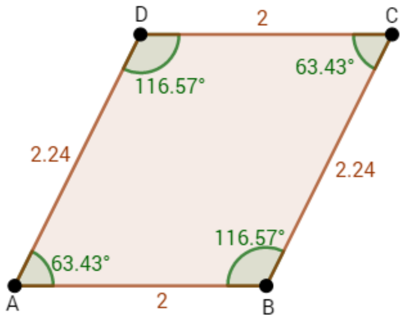
MARQUE A RESPOSTA		SIM	NÃO
FIGURA 01	As medidas dos lados são iguais?		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
FIGURA 02	As medidas dos lados são iguais?		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
FIGURA 03	As medidas dos lados são iguais?		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
FIGURA 04	As medidas dos lados são iguais?		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
FIGURA 05	As medidas dos lados são iguais?		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
FIGURA 06	As medidas dos lados são iguais?		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
FIGURA 07	As medidas dos lados são iguais?		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
FIGURA 08	As medidas dos lados são iguais?		

	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
FIGURA 09	**As medidas dos lados são iguais?**		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
FIGURA 10	**As medidas dos lados são iguais?**		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
Observações esperadas:			
Definição:			

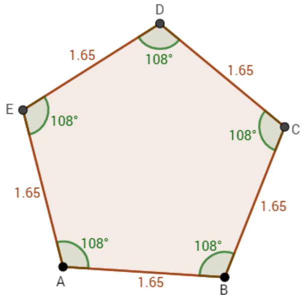
Figuras para Atividade 6



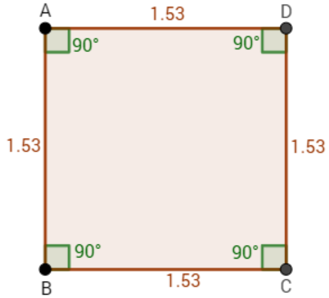
01



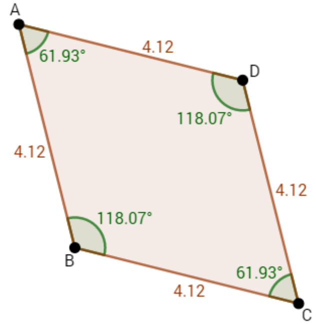
02



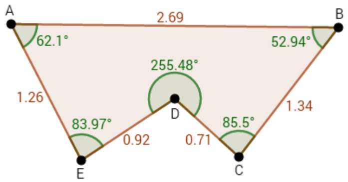
03



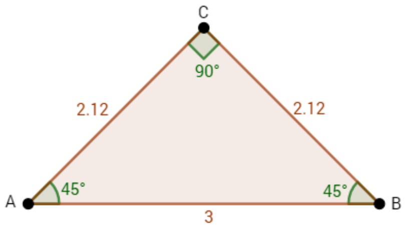
04



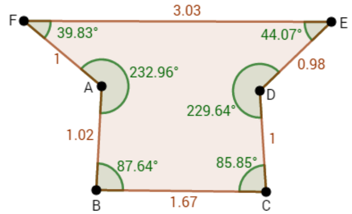
05



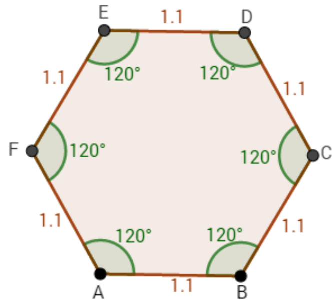
06



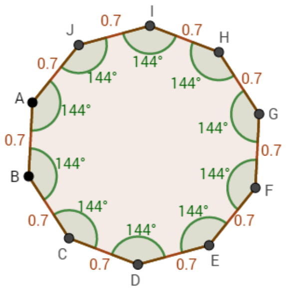
07



08



09



10

FONTE: Pesquisa, 2019

Orientação didática específica:

Depois da execução dos procedimentos descritos no roteiro, espera-se que os estudantes consigam responder o quadro de atividades expressando as características de um polígono simples convexo quanto à medida de seus ângulos e de seus lados, para posteriormente chegarmos na seguinte conclusão: ***Os polígonos convexos simples que possui medidas dos lados iguais (equilátero) e medidas dos ângulos internos iguais (equiângulo) são definidos como polígonos regulares, caso contrário é chamado polígono irregular.***

Orientações Didáticas Gerais:

- Oportunizar que os estudantes se organizem em equipes e quando possível que fiquem em quantidades de membros iguais;
- Distribuir os envelopes contendo o roteiro da atividade, quadro de resposta e quadro figuras de acordo com o número de integrantes de cada equipe;
- Orientar os estudantes na realização dos procedimentos descritos no roteiro da atividade;
- Auxiliar sempre os estudantes em casos de dúvidas ou na ocorrência de dificuldades durante a execução da atividade;
- Intervir, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade, evitando assim, o abandono e desinteresse pela realização o procedimento proposto;
- Orientar os estudantes para o preenchimento do quadro de respostas com as observações realizadas no quadro de figuras.
- Orientar os estudantes para a socialização das características encontradas nas figuras que foram observadas;
- Apresentar aos estudantes a formalização do conceito que a atividade propõe ensinar, tomando por base as características apresentadas por eles no quadro de resposta;

A seguir apresentamos um quadro preenchido como modelo para esta atividade sobre tipos de polígonos simples.

Quadro resposta preenchido atividade 06

MARQUE A RESPOSTA		SIM	NÃO
FIGURA 01	**As medidas dos lados são iguais?**	**X**	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	**X**	
FIGURA 02	**As medidas dos lados são iguais?**		**X**
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		**X**
FIGURA 03	**As medidas dos lados são iguais?**	**X**	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	**X**	
FIGURA 04	**As medidas dos lados são iguais?**	**X**	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	**X**	
FIGURA 05	**As medidas dos lados são iguais?**	**X**	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		**X**
FIGURA 06	**As medidas dos lados são iguais?**		**X**
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		**X**
FIGURA 07	**As medidas dos lados são iguais?**		**X**
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		**X**
FIGURA 08	**As medidas dos lados são iguais?**		**X**
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		**X**
FIGURA 09	**As medidas dos lados são iguais?**	**X**	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	**X**	
FIGURA 10	**As medidas dos lados são iguais?**	**X**	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	**X**	

Observações esperadas:

1) Há polígonos simples convexo que possui mesma medida para os lados e mesma medida para os ângulos internos;
2) Há polígonos simples convexo que possui mesma medida para os lados e medidas diferentes para os ângulos internos;
3) Há polígonos simples convexo que possui diferentes medidas para os lados e para seus ângulos internos.

Definição:

Os polígonos convexos simples que possui medidas dos lados iguais (equilátero) e medidas dos ângulos internos iguais (equiângulo) são definidos como polígonos regulares, caso contrário é chamado polígono irregular.

Para as atividades de ensino 5 e 6 sugerimos aos docentes que aplique atividades de aprofundamento do livro didático adotado que aborde esta temática.

7.7 Atividade 7 – Elementos de um polígono

É uma atividade de conceituação, que traz um quadro composto por 10 figuras que representam polígonos simples, o objetivo principal da atividade é que os estudantes identifiquem os elementos de um polígono simples. Para isso, os estudantes deverão responder as perguntas: Quantos segmentos de reta formam o polígono simples? Há quantos encontros de segmentos? Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples? e colocar as respostas no quadro seguinte aos procedimentos da atividade.

Título: Conhecendo um polígono

Objetivo: Descobrir os elementos de um polígono através da observação de vários polígonos.

Material: Roteiro de atividade e quadro de figuras.

Procedimentos:

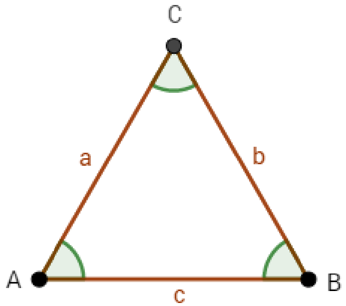
- Observe os polígonos do quadro de figuras;
- Com base na observação, responda as quatro perguntas do quadro a seguir, referente a cada uma das figuras que foram analisadas;
- Anote no quadro as informações solicitadas.

Quadro resposta atividade 07

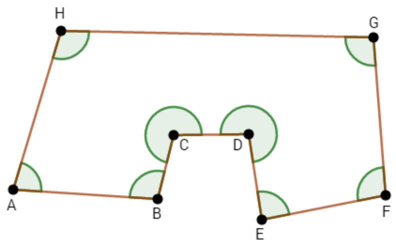
FIGURA 01	**Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?**	
	Há quantos encontros de segmentos?	
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?	
FIGURA 02	**Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?**	
	Há quantos encontros de segmentos?	
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?	
FIGURA 03	**Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?**	
	Há quantos encontros de segmentos?	
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?	
FIGURA 04	**Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?**	
	Há quantos encontros de segmentos?	
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?	

<table>
<tr><td rowspan="3">FIGURA 05</td><td>Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?</td><td></td></tr>
<tr><td>Há quantos encontros de segmentos?</td><td></td></tr>
<tr><td>Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Observações esperadas:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Definição:</td></tr>
</table>

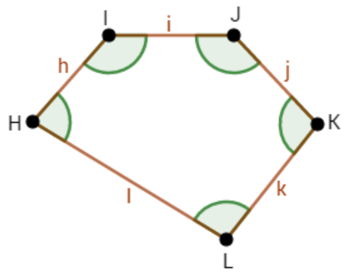
Figuras para Atividade 7



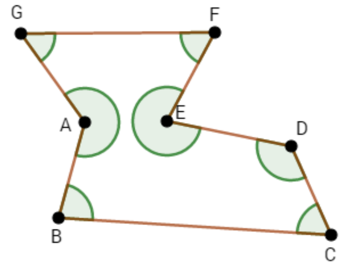
01



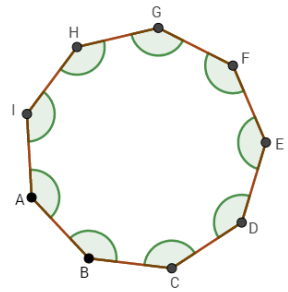
02



03



04



05

FONTE: Pesquisa, 2019

Orientação didática específica:

Depois da execução dos procedimentos descritos no roteiro, espera-se que os estudantes consigam responder o quadro de atividades expressando as características de um polígono simples quanto as quantidades de lados, ângulos e vértices, para posteriormente chegarmos na seguinte conclusão: ***em um polígono simples qualquer é formado por lados, ângulos e vértices e suas quantidades são iguais;***

Orientações Didáticas Gerais:

- Oportunizar que os estudantes se organizem em equipes e quando possível que fiquem em quantidades de membros iguais;
- Distribuir os envelopes contendo o roteiro da atividade, quadro de resposta e quadro figuras de acordo com o número de integrantes de cada equipe;
- Orientar os estudantes na realização dos procedimentos descritos no roteiro da atividade;
- Auxiliar sempre os estudantes em casos de dúvidas ou na ocorrência de dificuldades durante a execução da atividade;
- Intervir, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade, evitando assim, o abandono e desinteresse pela realização o procedimento proposto;
- Orientar os estudantes para o preenchimento do quadro de respostas com as observações realizadas no quadro de figuras.
- Orientar os estudantes para a socialização das características encontradas nas figuras que foram observadas;
- Apresentar aos estudantes a formalização do conceito que a atividade propõe ensinar, tomando por base as características apresentadas por eles no quadro de resposta;

A seguir apresentamos um quadro preenchido como modelo para esta atividade sobre os elementos de polígonos simples.

Quadro resposta preenchido atividade 07

<table>
<tr><td rowspan="3">FIGURA 01</td><td>Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Há quantos encontros de segmentos?</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?</td><td>3</td></tr>
<tr><td rowspan="3">FIGURA 02</td><td>Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?</td><td>8</td></tr>
<tr><td>Há quantos encontros de segmentos?</td><td>8</td></tr>
<tr><td>Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?</td><td>8</td></tr>
<tr><td rowspan="3">FIGURA 03</td><td>Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?</td><td>5</td></tr>
<tr><td>Há quantos encontros de segmentos?</td><td>5</td></tr>
<tr><td>Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?</td><td>5</td></tr>
<tr><td rowspan="3">FIGURA 04</td><td>Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?</td><td>7</td></tr>
<tr><td>Há quantos encontros de segmentos?</td><td>7</td></tr>
<tr><td>Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?</td><td>7</td></tr>
<tr><td rowspan="3">FIGURA 05</td><td>Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?</td><td>9</td></tr>
<tr><td>Há quantos encontros de segmentos?</td><td>9</td></tr>
<tr><td>Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?</td><td>9</td></tr>
<tr><td colspan="3">Observações esperadas:
1) Um polígono simples possui quantidades iguais: de segmentos(lados), de encontro de segmentos (vértices) e de mudanças de direção (ângulos);
2) Os segmentos de reta que formam os polígonos são os lados;
3) Os encontros de segmentos de reta que formam os polígonos são os vértices;
4) As mudanças de direção dos segmentos de retas dos polígonos formam os ângulos;</td></tr>
<tr><td colspan="3">Definição:
1) Em um polígono simples qualquer, a quantidade de lados, a quantidade de vértices e de ângulos são iguais;
2) Um polígono simples qualquer é composto de lados, vértices, ângulos e diagonais;</td></tr>
</table>

7.8 Atividade 8 – Diagonal de Polígono

É uma atividade de conceituação que traz um quadro que contém 10 figuras que representam polígonos simples, o objetivo principal da atividade é que os estudantes possam descobrir que ao ligar dois vértices não consecutivos por um segmento de reta, construirão uma diagonal de um polígono. Para isso, os estudantes terão que responder à pergunta "É possível ligar um vértice a outro por um segmento de reta que não seja os lados do polígono?" E fazer as anotações no quadro de respostas que dar seguimento aos procedimentos da atividade de ensino.

Título: Um segmento de reta interno ao polígono

Objetivo: Conceituar a diagonal de um polígono.

Material: Roteiro de atividade e quadro de figuras.

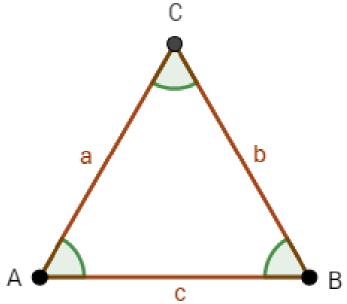
Procedimentos:

- Observe os polígonos dispostos no quadro de figuras;
- Observe que cada um dos vértices estão identificados com uma letra maiúscula do nosso alfabeto (Obedeça a ordem alfabética);
- Responda as questões do quadro de respostas.

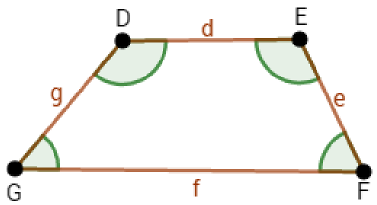
Quadro resposta atividade 08

FIGURAS	É possível ligar um vértice a outro por um segmento de reta que não seja os lados do polígono?	
	Sim	Não
Figura 01		
Figura 02		
Figura 03		
Figura 04		
Figura 05		
Figura 06		
Figura 07		
Figura 08		
Figura 09		
Figura 10		
Observações esperadas:		
Definição:		

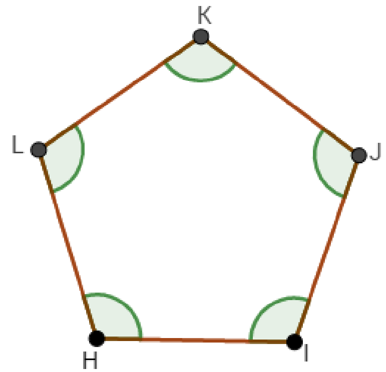
Figuras para Atividade 8



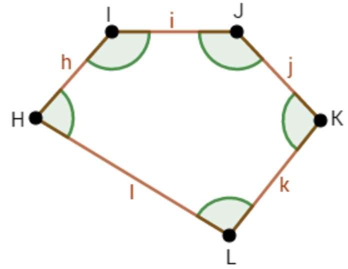
01



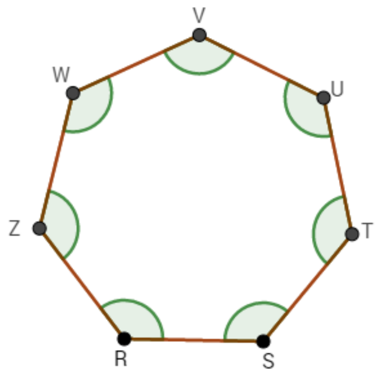
02



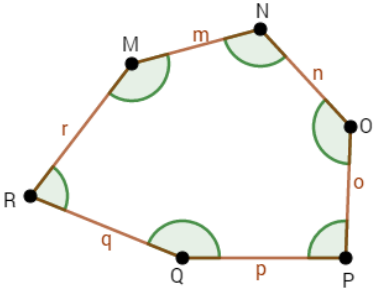
03



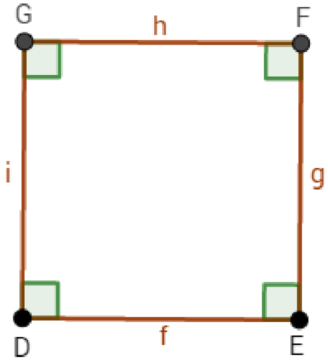
04



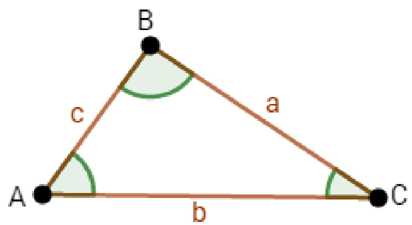
05



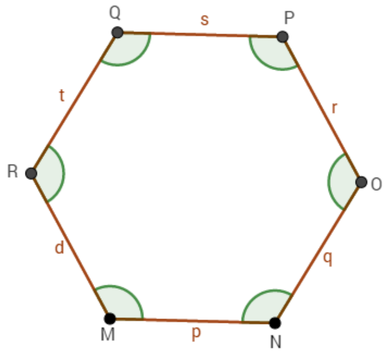
06



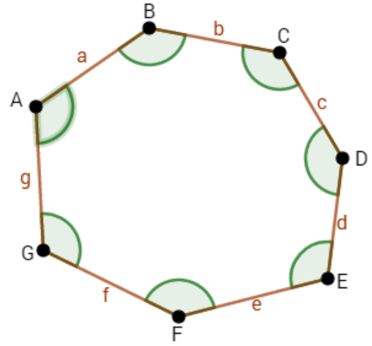
07



08



09



10

Fonte: Pesquisa, 2019

Orientação didática específica:

Depois da execução dos procedimentos descritos no roteiro, espera-se que os estudantes consigam responder o quadro de atividades expressando as características de um polígono simples quanto a possibilidade de traçar um segmento de reta ligando dois vértices não consecutivos de um polígono, para posteriormente chegarmos na seguinte conclusão: ***A diagonal de um polígono é um segmento de reta que liga um vértice a outro passando pela região interna do polígono.***

Orientações Didáticas Gerais:

- Oportunizar que os estudantes se organizem em equipes e quando possível que fiquem em quantidades de membros iguais;
- Distribuir os envelopes contendo o roteiro da atividade, quadro de resposta e quadro figuras de acordo com o número de integrantes de cada equipe;
- Orientar os estudantes na realização dos procedimentos descritos no roteiro da atividade;
- Auxiliar sempre os estudantes em casos de dúvidas ou na ocorrência de dificuldades durante a execução da atividade;
- Intervir, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade, evitando assim, o abandono e desinteresse pela realização o procedimento proposto;
- Orientar os estudantes para o preenchimento do quadro de respostas com as observações realizadas no quadro de figuras.
- Orientar os estudantes para a socialização das características encontradas nas figuras que foram observadas;
- Apresentar aos estudantes a formalização do conceito que a atividade propõe ensinar, tomando por base as características apresentadas por eles no quadro de resposta;

A seguir apresentamos um quadro preenchido como modelo para esta atividade sobre o reconhecimento de uma diagonal de um polígono

.

Quadro resposta preenchido atividade 08

FIGURAS	É possível ligar um vértice a outro por um segmento de reta que não seja os lados do polígono?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02	X	
Figura 03	X	
Figura 04	X	
Figura 05	X	
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09	X	
Figura 10	X	

Observações esperadas:

1) O segmento de reta que liga um vértice a outro que não seja seus vizinhos é chamado de diagonal;

2) Só o polígono de três lados não possui diagonal.

Definição:

A diagonal de um polígono é um segmento de reta que liga um vértice a outro passando pela região interna do polígono.

Para as atividades 7 e 8 que trata especificamente sobre os elementos de um polígono sugerimos a aplicação de atividades de aprofundamento do livro didático adotado.

7.9 Atividade 09 – Cálculo do número de diagonais de polígono

É uma atividade de redescoberta e traz um quadro composto por cinco figuras que representam polígonos simples, o objetivo principal da atividade é que os estudantes possam deduzir a fórmula do cálculo do número de diagonais, por meio das respostas que colocarão no quadro de respostas da atividade de ensino.

Título: Número de diagonais de um polígono

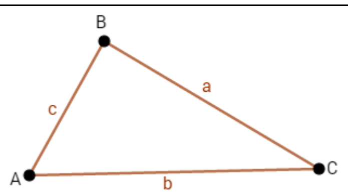
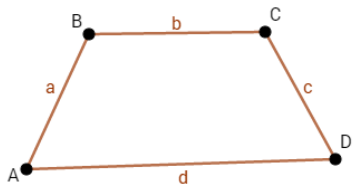
Objetivo – Deduzir a fórmula do cálculo de diagonais de um polígono qualquer.

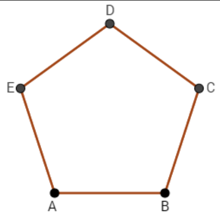
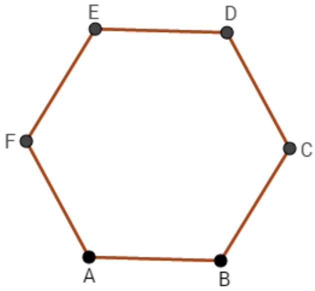
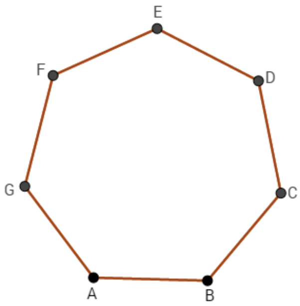
Material: Quadro de figuras, régua e lápis.

Procedimento:

- Através da contagem determine o número de vértices de cada polígono e coloque o resultado na coluna 1 (N° de vértices);
- Através da contagem determine quantas diagonais partem de único vértice e coloque a quantidade na coluna 2;
- Observe quanto diminui da quantidade de vértices do polígono (coluna 1) para a quantidade de diagonais que partem de um único vértice (coluna 2);
- Multiplique o resultado da coluna 1 com a coluna 2;
- Faça a divisão do resultado da coluna 3 por 2;
- Observe o resultado encontrado e compare com o número de diagonais traçadas em cada polígono.

Quadro resposta atividade 09

FIGURAS	Nº DE VÉRTICES (n)	Nº DE DIAGONAIS DE CADA VÉRTICE (d)	(d x n)	(d x n)/2
	Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3	Coluna 4
				
				

				
				
				
Conclusão:				

Fonte: Adaptado de Sá (1988)

Orientação didática específica:

Depois da execução dos procedimentos descritos no roteiro, espera-se que os estudantes consigam responder o quadro de atividades, para posteriormente chegarmos na seguinte conclusão: ***O cálculo do número de diagonais de um polígono é dado por*** $\boldsymbol{d = \frac{n\,x\,(n-3)}{2}}$**.**

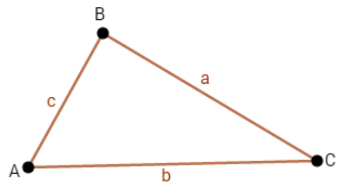
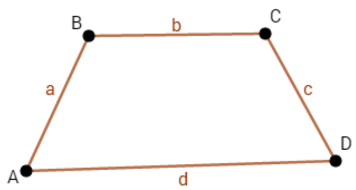
Orientações Didáticas Gerais:

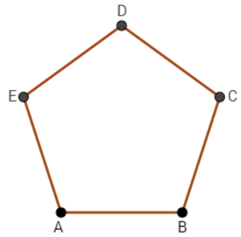
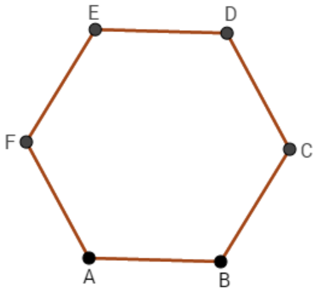
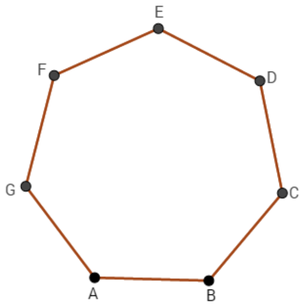
- Oportunizar que os estudantes se organizem em equipes e quando possível que fiquem em quantidades de membros iguais;
- Distribuir os envelopes contendo o roteiro da atividade, quadro de resposta e quadro figuras de acordo com o número de integrantes de cada equipe;

- Orientar os estudantes na realização dos procedimentos descritos no roteiro da atividade;
- Auxiliar sempre os estudantes em casos de dúvidas ou na ocorrência de dificuldades durante a execução da atividade;
- Intervir, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade, evitando assim, o abandono e desinteresse pela realização o procedimento proposto;
- Orientar os estudantes para o preenchimento do quadro de respostas com as observações realizadas no quadro de figuras.
- Orientar os estudantes para a socialização das características encontradas nas figuras que foram observadas;
- Apresentar aos estudantes a formalização do conceito que a atividade propõe ensinar, tomando por base as características apresentadas por eles no quadro de resposta;

A seguir apresentamos um quadro preenchido como modelo para esta atividade sobre a dedução da fórmula do cálculo do número de diagonais de um polígono simples qualquer.

Quadro resposta preenchido atividade 09

FIGURAS	**Nº DE VÉRTICES (n)**	**Nº DE DIAGONAIS DE CADA VÉRTICE (d)**	**(d x n)**	**(d x n)/2**
	Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3	Coluna 4
	3	0	3 x 0 = 0	0/2 = 0
	4	1	4 x 1 = 4	4/2 = 2

	5	2	5 x 2 = 10	10/2 = 5
	6	3	6 x 3 = 18	18/2 = 9
	7	4	7 x 4 = 28	28/2 = 14
Conclusão: **O cálculo do número de diagonais de um polígono é dado por** $d = \frac{n\,x\,(n-3)}{2}$**.**				

Para esta atividade de redescoberta sugerimos aos docentes que trabalhem exercícios de aprofundamento do livro didático adotado.

7.10 Atividade 10 – Cálculo da soma dos ângulos internos de um polígono.

É uma atividade de redescoberta e traz um quadro composto por 05 figuras que representam polígonos simples, o objetivo principal da atividade é que os estudantes possam deduzir a fórmula do cálculo da soma dos ângulos internos (Si), por meio das resoluções que colocarão no quadro de respostas da atividade de ensino.

Título: Soma dos ângulos internos de um polígono regular

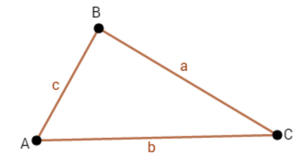
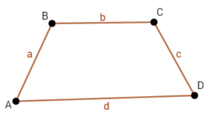
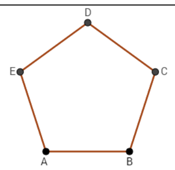
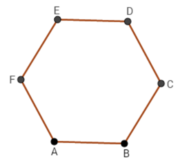
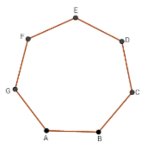
Objetivo: Deduzir a fórmula para calcular a soma dos ângulos internos de um polígono regular.

Material: Roteiro de Atividades, quadro para anotação, lápis e régua.

Procedimento:

- Escolha um vértice qualquer do polígono;
- Traçar todas as diagonais que partem do vértice que foi escolhido;
- Observe o tipo de figuras que foram formadas no interior do polígono após traças as diagonais;
- Observe quantas figuras foram formadas no interior de cada polígono após traçar as diagonais;
- Observe quanto diminui da quantidade de lados do polígono (coluna 1) para a quantidade de triângulos formados após traçar as diagonais de um vértice qualquer do polígono;
- Preencha o quadro com o que se pede em cada coluna

Quadro de resposta atividade 10

FIGURAS	**Nº DE LADOS (n)**	**Nº DE TRIÂNGULOS**	**SOMA TOTAL DOS ANGULOS INTERNOS DOS TRIÂNGULOS**
	Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3
			
			
			
			
			
CONCLUSÃO:			

Fonte: Adaptado de Sá (1988)

Orientação didática específica:

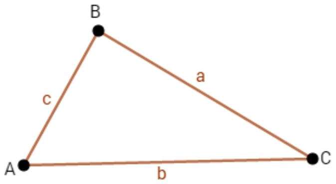
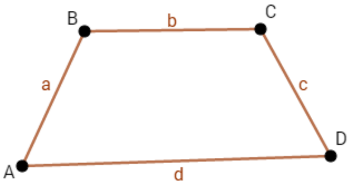
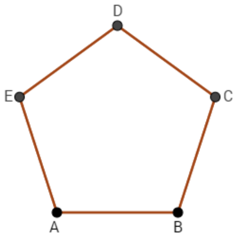
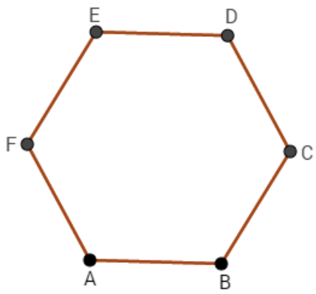
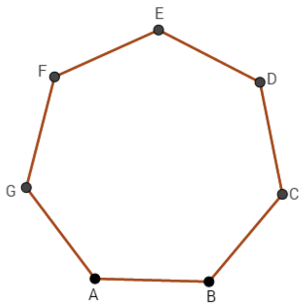
Depois da execução dos procedimentos descritos no roteiro, espera-se que os estudantes consigam responder o quadro de atividades, para posteriormente chegarmos na seguinte conclusão: ***A soma dos ângulos internos de polígono simples qualquer será calculada por Si = (n-2) x 180º.***

Orientações Didáticas Gerais:

- Oportunizar que os estudantes se organizem em equipes e quando possível que fiquem em quantidades de membros iguais;
- Distribuir os envelopes contendo o roteiro da atividade, quadro de resposta e quadro figuras de acordo com o número de integrantes de cada equipe;
- Orientar os estudantes na realização dos procedimentos descritos no roteiro da atividade;
- Auxiliar sempre os estudantes em casos de dúvidas ou na ocorrência de dificuldades durante a execução da atividade;
- Intervir, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade, evitando assim, o abandono e desinteresse pela realização o procedimento proposto;
- Orientar os estudantes para o preenchimento do quadro de respostas com as observações realizadas no quadro de figuras.
- Orientar os estudantes para a socialização das características encontradas nas figuras que foram observadas;
- Apresentar aos estudantes a formalização do conceito que a atividade propõe ensinar, tomando por base as características apresentadas por eles no quadro de resposta;

A seguir apresentamos um quadro preenchido como modelo para esta atividade sobre a dedução da fórmula do cálculo da soma dos ângulos internos de um polígono simples qualquer.

Quadro de resposta preenchido atividade 10

FIGURAS	Nº DE LADOS (n)	Nº DE TRIÂNGULOS	SOMA TOTAL DOS ANGULOS INTERNOS DOS TRIÂNGULOS
	Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3
	3	3 – 2 = 1	1 x 180º
	4	4 – 2 = 2	2 x 180º = 360º
	5	5 – 2 = 3	3 x 180º = 540°
	6	6 – 2 = 4	4 x 180º = 720°
	7	7 – 2 = 5	5 x 180º = 900°

CONCLUSÃO:
A soma dos ângulos internos de polígono simples qualquer será calculada por (n-2) x 180º.

Para esta atividade de redescoberta sugerimos aos docentes que trabalhem exercícios de aprofundamento do livro didático adotado.

4.11 Atividade 11

É uma atividade de redescoberta, que traz um quadro que contém 10 figuras que representam polígonos simples, o objetivo principal da atividade é que os estudantes possam deduzir que a soma dos ângulos externos (Se) de um polígono sempre será 360º. Para deduzir os estudantes farão as medições dos ângulos externos marcados e depois efetuará a soma dos ângulos externos de cada figura, em seguida verificará através da comparação de resultados, que todos foram iguais a 360º.

Título: Soma dos ângulos externos de um polígono

Objetivo – Descobrir o resultado da soma dos ângulos externos de um polígono simples qualquer.

Material: Roteiro de Atividades e quadro com figuras.

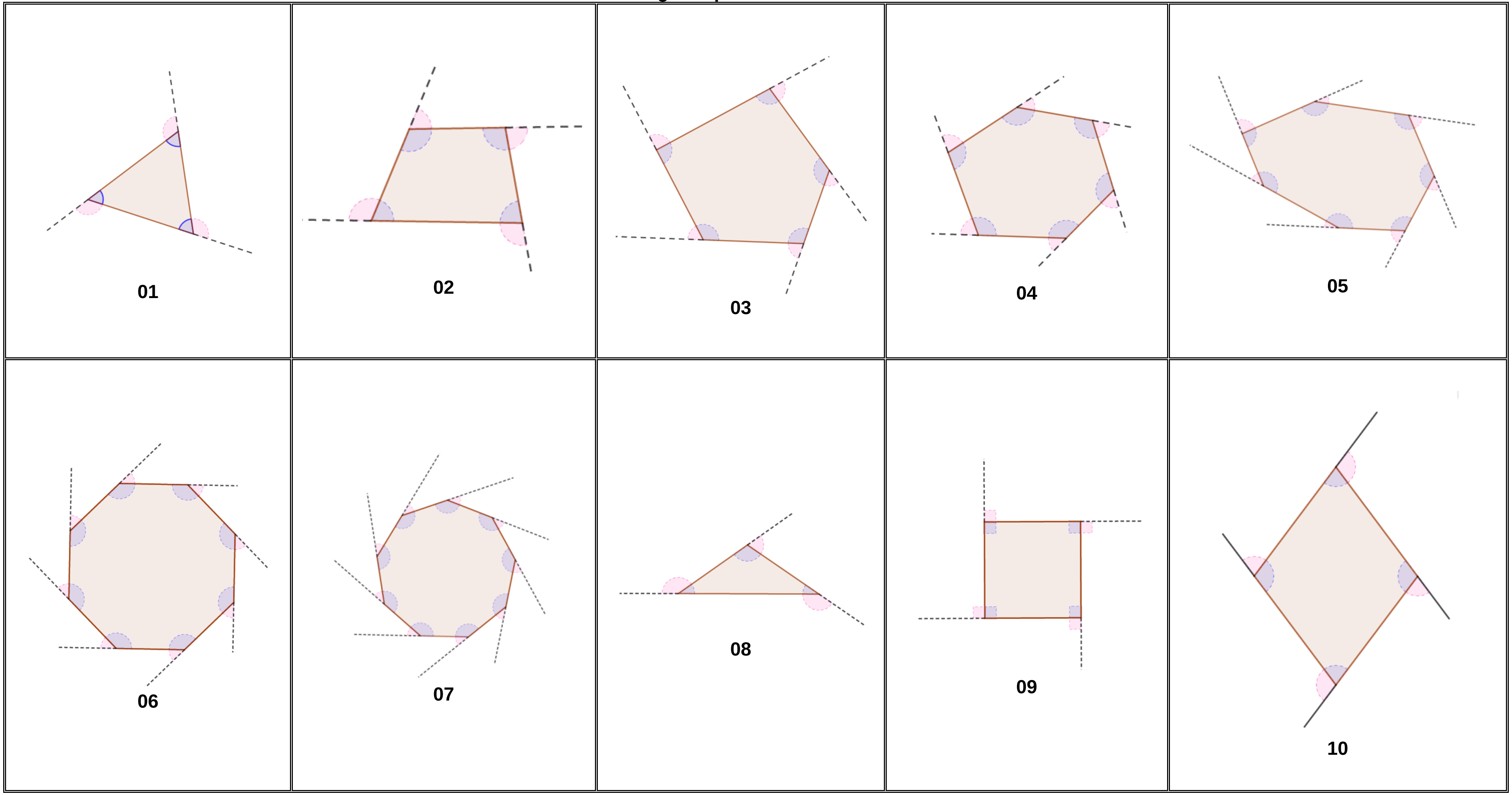
Procedimento:

- Fazer a medição dos ângulos externos que estão em destaque nos polígonos simples, fazendo uso do transferidor;
- Somar em cada figura que representa um polígono simples todos os ângulos externos;
- Anote as somas no quadro;
- Observe os resultados das somas dos ângulos externos de cada figura.

Quadro 36: Quadro resposta atividade 11

	SOMA DOS ANGULOS EXTERNOS
FIGURA O1	
FIGURA O2	
FIGURA O3	
FIGURA O4	
FIGURA O5	
FIGURA O6	
FIGURA O7	
FIGURA O8	
FIGURA O9	
FIGURA 10	
Conclusão:	

Figuras para Atividade 11



Fonte: Pesquisa, 2019.

Orientação didática específica:

Depois da execução dos procedimentos descritos no roteiro, espera-se que os estudantes consigam responder o quadro de atividades, para posteriormente chegarmos na seguinte conclusão: ***A soma dos ângulos externos de polígono simples qualquer será sempre 360º.***

Orientações Didáticas Gerais:

- Oportunizar que os estudantes se organizem em equipes e quando possível que fiquem em quantidades de membros iguais;
- Distribuir os envelopes contendo o roteiro da atividade, quadro de resposta e quadro figuras de acordo com o número de integrantes de cada equipe;
- Orientar os estudantes na realização dos procedimentos descritos no roteiro da atividade;
- Auxiliar sempre os estudantes em casos de dúvidas ou na ocorrência de dificuldades durante a execução da atividade;
- Intervir, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade, evitando assim, o abandono e desinteresse pela realização o procedimento proposto;
- Orientar os estudantes para o preenchimento do quadro de respostas com as observações realizadas no quadro de figuras.
- Orientar os estudantes para a socialização das características encontradas nas figuras que foram observadas;
- Apresentar aos estudantes a formalização do conceito que a atividade propõe ensinar, tomando por base as características apresentadas por eles no quadro de resposta;
- Treinar os estudantes anteriormente quanto ao uso do transferidor;

A seguir apresentamos um quadro preenchido como modelo para esta atividade sobre a dedução da soma dos ângulos externos de um polígono qualquer.

Quadro resposta preenchido atividade 11

	SOMA DOS ANGULOS EXTERNOS
FIGURA O1	360º
FIGURA O2	360º
FIGURA O3	360º
FIGURA O4	360º
FIGURA O5	360º
FIGURA O6	360º
FIGURA O7	360º
FIGURA O8	360º
FIGURA O9	360º
FIGURA 10	360º
Conclusão: **A soma dos ângulos externos de um polígono simples qualquer é sempre 360º.**	

Para esta atividade sugerimos ao docente que trabalhe exercícios de aprofundamento escolhidos no livro didático adotado pela escola.

7 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta sequência didática é fruto de uma pesquisa para dissertação de mestrado em ensino de matemática, foi construída visando a autonomia do estudante amparada pela metodologia de ensino, denominada por SÁ (2009), de ensino por atividade. O objetivo da pesquisa em si foi analisar os efeitos deste experimento didático aplicado em uma turma do 8º ano do ensino fundamental em uma escola da rede pública de ensino.

Na primeira fase da pesquisa, realizamos as análises prévias, buscamos nos documentos oficiais da educação brasileira, como PCN e BNCC, como é tratado nosso conteúdo matemático de estudo e quais orientações sobre o ensino desta temática. As descobertas foram de encontro a associar sempre a algo concreto, da vivência do estudante, que fosse algo significante para ele, casando-se assim perfeitamente com nossa metodologia de ensino.

Os estudos bibliográficos sobre tema, deu-se em cima do currículo, dos aspectos históricos e de seus aspectos matemáticos. Os estudos foram relevantes para nos situar e nos direcionar na pesquisa. Encontramos situações exemplos de sequências didáticas sobre polígonos, teoria do pensamento geométrico e de construção do conhecimento geométrico, que se dá sobre o equilíbrio e trânsito da percepção-concepção-construção-representação. Os aspectos históricos foram importantes para percebermos como o homem descobriu a geometria, já os aspectos matemáticos nos coloram sobre dúvidas quanto à definição de um polígono, principalmente quando analisamos os livros didáticos da atualidade.

Na segunda fase da pesquisa, realizamos estudos sobre metodologia de ensino intitulada ensino por atividade e construção das atividades que comporiam a sequência didática. A maioria das atividades propostas foram conceituais, por esse motivo trabalhamos mais com observação dos estudantes para perceberem aquele conceito que a atividade queria ensinar, e nas atividades de redescoberta, além da percepção, os estudantes tiveram que instrumentalizar para atingir o objetivo da atividade.

Na realização da primeira atividade os estudantes tiveram um pouco de dificuldade, por não estarem acostumados com aquele novo método de ensino, porém do decorrer das demais atividades essa barreira foi vencida e constantemente nos deparávamos com comentários deles sobre o desejo das aulas de matemática continuasse daquela forma.

Os resultados apurados da sequência didática como: pré-teste, pós-teste, confronto entre as análises a priori e análises a posteriori, análises das observações e conclusões dos estudantes sobre atividades, nos fazem acreditar que uma mudança de hábito pode repercutir muito positivo para as gerações vindouras. O ensino por atividade foi essencial para avanço descrito neste trabalho, os estudantes foram ativos, conseguiram ver o que estávamos propondo na atividade, embora muitas vezes não chegaram com a exatidão das palavras no conceito que queríamos ensinar.

Mesmo validando o experimento e atribuindo sucesso a metodologia de ensino, é importante ressaltar que em algumas questões dos testes, exatamente três, os estudantes não foram capazes de obter um resultado correto. Nas análises posteriores constatamos que este fato se deva principalmente ao pouco tempo que ficou para o treino de questões semelhantes à do teste.

Sobre o estudo que realizamos em cima desta sequência didática referente ao ensino de polígonos, acreditamos que abra espaço para novas descobertas sobre a temática, cremos na continuidade deste sobre a mesma metodologia de ensino, acrescentada de novos instrumentos, por exemplo os aplicativos e softwares mais avançados, sempre com o objetivo de melhorar o ensino. Enfim, os efeitos da sequência didática foram positivos e mostrou avanços significativos dos estudantes participantes, evidenciados claramente com as observações e conclusões das atividades e notas do pós-teste.

8. REFERÊNCIAS

AMARAL JÚNIOR, José Rutênio do. **O ensino de polígonos com o auxílio do geogebra no ensino médio**. 2013. 79 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Profmat – Universidade Federal do Vale do São Francisco, Juazeiro – BA. Disponível em https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=44888. Acesso em 15/04/2018.

AMARAL, Wagner Alexandre do; COSTA, Reginaldo Rodrigues da. **Avaliação da Aprendizagem no Ensino da Matemática: Tendências e Perspectivas**. Disponível em <http://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2017/26060_12377.pdf> acesso em 15/06/2018.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba. Ed. UFPR, 2007.

ALMOULOUD, Saddo Ag. e COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Engenharia Didática: Características e seus usos em trabalhos apresentados no GT19/ANPED. **Revemat – Revista Eletrônica de Educação Matemática**. V3.6, p. 62-77, UFSC: 2008.

ARQUIMEDES. **Wikipédia**, 2018. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Arquimedes. Acesso em 12/12/2018.

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática. In: BRUN, J. Didática das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4. p. 193-217.

ARTIGUE, Michèle. Ingeniería didáctica. In: GOMEZ, Pedro. **Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas**. San Rafael- México: Iberoamérica,1995. Cap. 4, pag. 33-60. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/676/1/Artigueetal195.pdf >. Acesso: 24/04/2018.

BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática – SBM, IMPA, 1985.

BARBOSA, João Lucas Marques. **Geometria Euclidiana Plana: Coleção do professor de matemática.** Rio de Janeiro: SBM, 2012.

BARIANI, Isabel Cristina Dib. Estilos Cognitivos de Universitários e Iniciação Científica. 1998, 146 f. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

BRIGO, Jussara. **As Figuras geométricas no ensino de matemática: uma análise histórica nos livros didáticos**. 2010. 163 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC. Disponível em http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/94507. Acesso em 15/04/2018.

BRITO, Maria Regina Ferreira de. **Um estudo sobre as atitudes em relação à matemática em estudantes de 1º e 2º grau.** 1996, 398 f. Concurso de Livre Docência. Faculdade de Educação. Unicamp.
BROUSSEAU, Guy. **Iniciación al estúdio de la teoria de las situaciones didáticas**. 1ª Ed. Bueno Aires – Argentina: Libros del Zorzal, 2007.

BRUNER, Jerome S. **Uma nova teoria da aprendizagem**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Bloch editores, 1969.

BZUNECK, José Aloyseo; SILVA, Rosangela. O Problema da Ansiedade nas Provas: Perspectivas Contemporâneas. **Semina**, Londrina-PR, v. 10, n. 3, 1989.

CAVALCANTE, Carmem Haab Lutte; JUNIOR, Pedro Aureliano dos Santos. Fatores que influenciam o desempenho escolar: a percepção dos estudantes do curso Técnico em Contabilidade do IFRS – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, Campus Porto Alegre. **Revista Liberato**, Novo Hamburgo, v. 14, n. 21, p. 01-112 jan./jun. 2013.

CERQUEIRA, Teresa Cristina Siqueira. **Estilos de Aprendizagem em Universitários**. 2000, 155 f. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação

CHIZZOTTI A. **Pesquisas em ciências humanas e sociais**. 3a ed. São Paulo: Cortez.

DAVID A. Kolb. **Wikipédia**, 2018. Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/David_A._Kolb. Acesso em 12/12/2018.

DANCEY, Christine & REIDY, John. (2006), **Estatística Sem Matemática para Psicologia: Usando SPSS para Windows**. Porto Alegre, Artmed.

DEMO, Pedro. **Metodologia do conhecimento científico**. São Paulo: Atlas, 2000.

DEMO, Pedro. **Pesquisa e construção do conhecimento: metodologia científica no caminho de Habermas.** Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1994.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N., **Fundamentos de Matemática Elementar** - Volume 10, 4ª edição. São Paulo. Editora ATUAL. 1985.

EUCLIDES. **Os Elementos**; Tradução: Irineu Bicudo. São Paulo: Editora Unesp. 2009.

EVES, Howard. **História da Geometria**; Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**; Tradução H. Domingues. 5ª Ed. Campinas – SP. Edittora Unicamp, 2011.

EVES, Howard. **A Survey of Geometry**. Revised Edition, Allyn & Bacon, 1972. Boston

ESCALA Likert. Wikipédia. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Escala_Likert. Acesso em 15/12/2018.

FONSECA, Jairon Saimon da. MARTINS, Gilberto de Andrade. Curso de Estatística. 6ª Ed. Atlas. SãoPaulo, 2011.

FOSS, Ana Maria; DONEL, Daniele. O ensino de polígonos regulares por meio de materiais manipuláveis. **EPREM**. Anais. Unioeste. Cascavel-PR. 21 a 23/09/2017. Disponível em http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/viewFile/21/134.Acesso em 12/11/2018.

GIL, A. C. **Didática do ensino superior**. São Paulo: Atlas, 2011.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinício de Macedo. O Cenário do Ensino de Matemática e o Debate sobre o Currículo de Matemática. **Práxis Educacional**, Vitória da Conquista-BA, v. 8, n.13, p.253-280, jul/dez 2012.

GUI Brouseau. **Wikipédia**, 2018. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Guy_Brousseau. Acesso em 12/12/2018.

INEP, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **PISA**. Disponível em: http://www.pisa.oecd.org/pages/0,2987,en_32252351_32235731_1_1_1_1_1,00.html. Acesso em: 17/04/2018 às 21:16h.

INRE - Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques. **Wikipédia**, 2018. Disponível em: https://fr.wikipedia.org/wiki/Institut_de_recherche_sur_l%27enseignement_des_math%C3%A9matiques. Acesso em 12/12/2018.

INVENTÁRIO de Estilos de Aprendizagem de Kolb. **Centro Ciências Humanas Letras e Artes – UFPB**.Disponível em: http://www.cchla.ufpb.br/ccmd/aprendizagem/. Acesso em 15/12/2018.

KALEFF, A. M. M. R. **Do fazer concreto ao desenho em geometria:** ações e atividades desenvolvidas no laboratório de ensino de geometria da Universidade Federal Fluminense. In: Sergio Lorenzato. (Org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. 1ed.Campinas-SP: Autores Associados, 2006, p. 113-134.

KALEFF, A. M. M. R. et al. **Desenvolvimento do pensamento geométrico-** O modelo de Van Hiele. 1989. pag. 9-14. 2º Congresso Nacional de Iniciação Científica- Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1989.

KALEFF, A. M. M. R. Tomando o ensino de geometria em nossas mãos... **A Educação Matemática em Revista**. SBEM, n.2, p.19-25, 1994.

KLAUSMEIER, H. M.; GOODWIN, W. **Manual da psicologia Educacional: Aprendizagem e Capacidades Humanas**: (Tradução de Abreu, M.C.T.A.) São Paulo: Harper & Row, 1977.

KOLB, D. (1984). **Experiential learning**. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

LAURO, Maira Mendias. **Percepção-Construção-Representação-Concepção. Os quatro processos do ensino da geometria: uma proposta de articulação.** 2007. 396 f. Dissertação (mestrado) – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2007. Disponível em: http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-20042007-103710/pt-br.php. Acesso em 12/11/2018.

LORENZATO, Sérgio. **O laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas: Autores Associados,2006.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista,** SBEM, São Paulo, Ano III, n.4, p. 3-13, 1995.

MACHADO, Nilson José. **Epistemologia e Didática. As concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente**. São Paulo: Cortez, 2002.

MARTINS, Nuno Lopes. Classificação e Partição de Polígono Simples. 2005. 130 f. Dissertação – Universidade de Aveiro – Portugal. Disponível em https://myesecweb.esec.pt/cdi/ebooks/docentes/N_Martins/Tese%20mestrado.pdf. Acesso em 15/04/2018

MATREIRO, Amanda. **A desmistificação da geometria por meio da ludicidade: Geoplano como ferramenta facilitadora para o ensino e aprendizagem**. 2018. 82 f. Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Estadual Paulista, 2018 – Presidente Prudente – SP. Disponível em https://repositorio.unesp.br/handle/11449/154589. Acesso em 15/04/2018.

MELLO, Guiomar Namo de. **Currículo da Educação Básica no Brasil: concepções e políticas**. 2014. Disponível em <movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2015/09/guiomar_pesquisa.pdf>. Acesso em 06/06/2018.

MENDES, Iran Abreu e SÁ, Pedro Franco de. **Matemática por Atividades: Sugestões para a sala de aula**. Natal: Flecha do Tempo, 2006.

MICHÈLLE Artigue. **Wikipédia**, 2018. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Mich%C3%A8le_Artigue. Acesso em 12/12/2018.

MORAIS FILHO, Francisco Marcelino de. Re(significando) o ensino de polígono regulares. **IX EPBEM.** Anais. Campina Grande – PB. 24 a 26/11/2016. Disponível em https://editorarealize.com.br/revistas/epbem/trabalhos/TRABALHO_EV065_MD1_SA4_ID60_30102016124200.pdf>. Acesso em 12/11/2018.

MORGADO, Augusto Cesar. Wagner, E. Jorge, Miguel. **Geometria I**. 5ª Ed. Rio de Janeiro. Editora F. Alves.

MOREIRA, Herivelton. Luiz Gonzaga Caleffe. **Metodologia da Pesquisa para o Professor Pesquisador**. 2ª Edição. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

NAGATA, Rosenilda de Sousa. **Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico: O aprendizado do conteúdo de polígonos numa perspectiva do modelo Van Hiele**. 2016. 120 f. Dissertação (mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2016. Disponível em http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/1615/1/CT_PROFMAT_M_Nagata%2C%20Rosenilda%20de%20Souza_2016.pdf>. Acesso em 15/04/2018.

NOVAES, Maria Helena. O valor do diagnóstico na educação. **Boletim,** Volume 5. 1968 . p 67-80. Rio de Janeiro – Brasil. Disponível em http://www.ufrgs.br/museupsi/valordigeduc.htm. Acesso em 12/11/2018.

OLIVEIRA, Rubens Gualberto de. **O Baricentro dos Polígonos Convexos**. 2017. 84 f. Dissertação (Mestrado Profissinal) - Instituto de Matematica - Universidade Federal da Bahia, Salvador - BA Disponível em https://repositorio.ufba.br/ri/handle/ri/23382. Acesso em 15/04/2018.

OLIVEIRA, TATIANA MARIA DOMINGUES DE. **A geometria do mosaico: uma sequência didática para a aprendizagem sobre polígonos**. Disponível em http://www.dm.ufrpe.br/dissertacao/geometria-do-mosaico-uma-sequ%C3%AAncia-did%C3%A1tica-para-aprendizagem-sobre-pol%C3%ADgonos. 2013. 60 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Profmat. Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife – PE. Acesso em 15/04/2018.

OLIVEIRA, Antônio Marmo de. Biblioteca da Matemática Moderna: **Tomo I – Aritmética, Geometria Plana e Teoria de Conjuntos**. 4ª ed. Lisa. São Paulo, 1971.

PASSOS, C. L. B. **Representações, interpretações e prática pedagógica: a geometria na sala de aula**. 2000. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

PAVANELO, R. M. O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**. Campinas, Ano 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

PEREIRA, Lucas Rodrigues. **Práticas de ensino em geometria plana**. 2017. 171 p. Dissertação (Mestrado Profissional) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Teófilo Otoni, 2017. Disponível em http://acervo.ufvjm.edu.br/jspui/handle/1/1691. Acesso em 15/04/2018.

PEREZ, Geraldo. A Realidade sobre o Ensino de Geometria no 1º e 2º graus, no Estado de São Paulo. **A Educação Matemática em Revista** - SBEM – n.4 – 1º Semestre de 1995.

PIROLA, N. A. **Solução de problemas geométricos: dificuldades e perspectivas**. 2000. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

POMMER, Wagner Marcelo. **A engenharia didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo equações diofantinas lineares**. 2013. 72 p. Disponível em: http://stoa.usp.br/wmpommer/files/3915/20692/Livro+Eng%C2%AA+Did%C3%A1tica+2013.pdf. Acesso em 15/12/2018.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. **Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio**. 2008. 200 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências, 2008. Disponível em http://hdl.handle.net/11449/90947. Aceso 15/04/2018.

PROENÇA, Marcelo Carlos de; PIROLA, Nelso Antônio. O Conhecimento de Polígonos e Poliedros: Uma Análise do desempenho de alunos do ensino médio em exemplos e não exemplos. **Ciência e Educação**. Bauru, v.17, n. 1, p. 199-217, 2011.

PROENÇA, Marcelo Carlos de; PIROLA, Nelso Antônio.Um estudo sobre o desempenho e as dificuldades apresentadas por alunos do ensino médio na identificação de atributos definidores de polígono. **Zetetiké**. Campinas, v.17, n. 31, p. 11-37, 2009.

REZENDE, Dayselane Pimenta Lopes; CARNEIRO, Reginaldo Fernando. O ensino e a aprendizagem de polígonos em periódicos de educação matemática. **ENEM**. Anais. São Paulo – SP. 13 a 17/07/2016. Disponível em http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7871_3448_ID.pdf>. Acesso em 12/11/2018.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de matemática no nível fundamental**. Belém: Eduepa, 2009.

SÁ, Pedro Franco de. **Momentos de aula de matemática por atividade**. Belém: (Ainda não publicado). 2018.

SÁ, Pedro Franco de. **Tópicos de Geometria Experimental: Técnica da Redescoberta**. Dissertação (especialização). 1988. 37 f. Universidade Federal do Pará.

SÁ, Pedro Franco de. **Possibilidades do Ensino de Matemática por Atividades**. SBEM-PA. Belém, 2019.

SANCHES, Juan Carlos Huate e BRAVO, José A. Fernandes. **O Ensino da Matemática: Fundamentos Teóricos e Bases Psicopedagógicas**. Tradução: Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

SANTOS, Antônio Raimundo dos Santos. **Metodologia Científica: A Construção do Conhecimento.** 8ª Edição. Rio de Janeiro: Lamparina, 2015.

SANTOS, Francisco Nordman Costa Santos. SILVA, Ana Kely Martins da. SÁ, Pedro Franco de. O Ensino de Polígonos Segundo Estudantes de Uruçuí-PI. In: **Seminário de Cognição e Educação Matemática: Implicações para sala de aula**, 8, 2018, Belém. Anais, Belém, pág 677 a 694.

SANTOS, E. **Currículos - Teoria e Práticas**. Rio de Janeiro: Gen LTC, 2012.

SEVERINO, **Antônio Joaquim. Metodologia do Trabalho Científico**. 24ª ed. São Paulo: Cortez, 2016.

STRUIK, Dirk J. A Consise History of Mathematics. Tradução de João Cosme Santos Guerreiro. 2ª Ed. Lisboa – Portugal. Editora Gradiva.

VEJA, Site. **Em turmas com mais repetentes, alunos têm desempenho pior**. Disponível em <https://veja.abril.com.br/educacao/em-turmas-com-mais-repetentes-alunos-tem-desempenho-pior/ > Acesso em 10/06/2018.

ZABALA, Antoni. A Prática Educativa: Como Ensinar. Tradução: Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZARO, Milton; Hillebrand. **Matemática Experimental**. 1990. São Paulo – SP. Editora Ática.

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Trav. Djalma Dutra, s/nº – Telégrafo
66113-010 Belém-PA
www.uepa.br