Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Francisco Nórdman Costa Santos

O Ensino de Polígonos por Atividades Experimentais

Belém - Pará

2020

Francisco Nórdman Costa Santos

O Ensino de Polígonos por Atividades Experimentais

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará como exigência parcial para obtenção de Título de Mestre em Ensino de Matemática.
Área de Concentração: Matemática no Ensino Fundamental.
Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Belém - Pará

2020

Francisco Nórdman Costa Santos

O Ensino de Polígonos por Atividades Experimentais

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará como exigência parcial para obtenção de Título de Mestre em Ensino de Matemática.
Área de Concentração: Matemática no Ensino Fundamental.
Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Data da Avaliação: 31/08/2020

Banca Examinadora

____ - Orientador
Prof. Dr. Pedro Franco de Sá
Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Universidade do Estado do Pará

____ - Membro Interno
Prof.ª Dr.ª Maria de Lourdes Silva Santos
Doutora em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
Universidade do Estado do Pará

____ - Membro Externo
Prof. Dr. José Roberto da Silva
Doutor em Ensino de Ciências pela Universidade de Burgos – Burgos/Espanha
Universidade de Pernambuco

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém – PA

Santos, Francisco Nordman Costa

O ensino de polígonos por atividades experimentais / Francisco Nordman Costa Santos; orientação de Pedro Franco de Sá. Belém – 2020.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, 2020.

1. Matemática - Ensino por atividades. 2. Polígonos. 3. Ensino fundamental I. Sá, Pedro Franco de, orient. II. Título.

CDD 23ª ed. 516.3

Ao Santo de Israel
pelo amor incondicional. A
Flávia (in memoriam),
minha neguinha.

AGRADECIMENTOS

. Agradecer tem um significado muito lindo, o dicionário Aurélio assim define, *“mostrar ou manifestar gratidão, render graças; penhorar, reconhecer”.* Diante desse significado, refletindo desde a inscrição para a prova do PPGEM/UEPA até o presente momento, nos deparamos com uma jornada muito longa, cheia de desafios, quase sempre considerados intransponíveis por mim. Mas superados através de ajuda, da paciência, da compreensão, do apoio financeiro, do apoio logístico, do apoio espiritual, da hospitalidade e das palavras de ânimo, de muitas pessoas que passaram comigo por esse desafio de me tornar mestre em Ensino de Matemática.

Começo agradecendo a Deus, meu Pai querido, em nome dos meus Pastores (José Flávio x Ana Cláudia e José Rorberto x Karla) que sempre me sustentou e proporcionou todas as minhas conquistas até o presente momento. Aba Pai! Te agradeço pelo sustento espiritual e pelos ensinamentos que me proporcionou nessa jornada, sem TI não seria possível.

A minha esposa Iasmine e aos meus filhos Pedro Henrique e Laura Sofia, por compreenderem a ausência física do Lar, pelos vídeos chamadas, pelos abraços e beijos quando retornava para casa, pelas declarações de amor manifestas a distância, enfim, não sou ninguém sem vocês.

A minha mãe, Jesusinha, pelos ensinamentos, pelos direcionamentos que sempre nos deu, pela confiança depositava, pelas palavras de ânimo, por me ensinar a ser forte diante de situações difíceis. Obrigado mãe por tudo mesmo... Não consigo me imaginar sem você. Te amo!

A minha irmã Emanoela, meu cunhado Maurício, minha sogra Cristina, meu sogro Sebastião, por tudo que vocês fizeram pelos meus filhos neste tempo de ausência física do meu lar.

A minha tia Didi, pela confiança depositada, por entender a minha ausência física neste período, pelos ensinamentos que sempre me deu, pela garra que mostrou no seu momento convalescente, pelo apoio financeiro que me deu, irrestritamente. Obrigado por ser minha “CAPES” neste período de estudo.

Agradeço ao amigo Renato Dárcio, pela indicação do PPGEM/UEPA, pela hospitalidade quando cheguei a Belém pela primeira vez, pela doação de utensílios domésticos e móveis para nosso “cafofo”, pelas orientações sobre as matérias estudadas, por passar as diretrizes de funcionamento do programa. Enfim, você é um “irmão(zão)”.

Agradeço meu orientador, Dr. Pedro Sá, por ser as minhas muletas, quando não me via capaz caminhar em sabedoria e conhecimento, aquele que me sustentou em conhecimento para construir este trabalho, aquele que trazia luz, onde eu não via saída. Obrigado por tudo e a parceria continua.

Agradeço em nome de meu orientador, Dr. Pedro Sá, todos os docentes do PPGEM pelos ensinamentos, orientações e direcionamentos dados para chegarmos até este momento.

Para finalizar, agradeço aos amigos que torceram por mim nesta jornada, a minha instituição de ensino que sou vinculado, Instituto Federal do Piauí - IFPI, por me liberar do trabalho para estudar e à Universidade do Estado do Pará - UEPA, por me permitir ser um pesquisador na área de ensino, pois é assim que sinto após o mestrado.

RESUMO

SANTOS, Francisco Nórdman Costa Santos. **O Ensino de Polígonos por Atividades.** 2020. 268f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2020.

Esta dissertação aborda o ensino de polígonos por atividades, visto que se constitui em uma temática do campo da geometria muito presente no cotidiano. A problemática de pesquisa deu-se sobre quais os efeitos, a aplicação de uma sequência didática, construída sobre os alicerces do Ensino por Atividades, abordando a temática de polígonos, provoca no tocante ao ensino aprendizagem dos estudantes? E teve como objetivo geral analisar os efeitos da aplicação de uma sequência didática para o ensino de polígonos com estudantes do 8º ano do ensino fundamental, construída com base na metodologia de ensino denominada ensino por atividades. A metodologia de pesquisa adotada foi a Engenharia Didática, abordando todas as suas fases (análises prévias, análises a priori, experimentação e validação) e como metodologia de ensino adotamos o ensino por atividades. O experimento ocorreu em uma escola pública do município de Uruçuí-PI, com 34 estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental regular. A análise dos resultados deu-se através da verificação do registro das observações e conclusões dos estudantes descritas nas atividades aplicadas, confronto entre análises a priori e a posteriori, além da análise do desempenho na resolução de questões no pré-teste (antes dos experimentos) e pós-teste (pós experimento). Entre os principais resultados verificados pós análises estão: aceitação dos estudantes à nova metodologia de ensino, compromisso em realizar as tarefas descritas nas atividades e participação razoável através da fala na institucionalização dos conteúdos. A conclusão foi que a sequência didática testada (produto educacional) com os estudantes impactou positivamente na aprendizagem deles, mostra ser um caminho viável para o ensino do conteúdo matemático abordado e pode ser adotada por escolas e professores, no processo de ensino.

Palavras-chave: Engenharia Didática. Ensino de Matemática. Ensino de Polígonos. Ensino por atividade.

ABSTRACT

SANTOS, Francisco Nórdman Costa Santos. **Teaching Polygons by Activities**. 2020. 268f. Dissertation (Master in Mathematics Teaching) - Pará State University, Belém, 2020.

This dissertation addresses the teaching of polygons by activities, since it is a theme in the field of geometry very present in everyday life. The research problem took place on what are the effects, the application of a didactic sequence, built on the foundations of Teaching by Activities, addressing the theme of polygons, provokes with regard to teaching student learning? And its general objective was to analyze the effects of applying a didactic sequence for teaching polygons to students in the 8th grade of elementary school, built based on the teaching methodology called activity-based teaching. The research methodology adopted was Didactic Engineering, covering all its phases (previous analysis, a priori analysis, experimentation and validation) and as teaching methodology we adopt teaching by activities. The experiment took place in a public school in the municipality of Uruçuí-PI, with 34 students from the 8th grade of regular elementary school. The analysis of the results occurred through the verification of the record of the observations and conclusions of the students described in the applied activities, confrontation between a priori and a posteriori analyzes, in addition to the analysis of the performance in solving questions in the pre-test (before the experiments) and post-test (post-experiment). Among the main results verified after analysis are: acceptance of students to the new teaching methodology, commitment to perform the tasks described in the activities and reasonable participation through speech in the institutionalization of content. The conclusion was that the tested didactic sequence (educational product) with the students had a positive impact on their learning, showing that it is a viable way to teach the mathematical content covered and can be adopted by schools and teachers, in the teaching process.

Keywords: Didactic Engineering. Mathematics teaching. Teaching Polygons. Teaching by activity.

LISTA DE QUADROS

LISTAS DE GRÁFICOS

LISTA DE FIGURAS

Sumário

1. INTRODUÇÃO

As práticas educativas para efetivar o ensino de conteúdos matemáticos são fundamentais para o sucesso da aprendizagem dos estudantes, salvo os casos em que poderão ocorrer fatores externos às práticas docentes que influenciam negativamente na aprendizagem dos estudantes. É importante salientar ainda, que o ensino matemático tratado nos PCN[1] e BNCC[2] corrobora para uma prática mais próxima à realidade dos estudantes, fugindo do ensino abstrato que visam ensinar fórmulas e cálculos.

Nesse contexto situacional, articulado com nossa experiência de lecionar a disciplina no ensino fundamental por seis anos (2002-2008), tanto em rede pública como rede privada, deparamo-nos com realidades bem divergentes do esperado para o nível de ensino que ora lecionávamos, principalmente no tocante a aprendizagem dos estudantes. A nossa prática docente sempre foi motivo de reflexão no sentido de melhoria dos índices educacionais revelados pelas avaliações externas (SAEB[3], Prova Brasil e PISA[4]) para que viesse efetivamente nos conduzir a buscar melhorar a prática e consequentemente a aprendizagem dos estudantes.

Quando ingressamos no Mestrado profissional em Ensino de Matemática, agregado a linha de pesquisa Metodologias de Ensino para o Ensino Fundamental, fomos remetidos às memórias dos seis anos de docência no Ensino Fundamental da tão temida disciplina de Matemática, considerada assim, por grande parte do público atendido nos estabelecimentos de ensino. Nossa reflexão retórica nos trouxe lembranças de conteúdos que são abordados no nível de ensino em questão e que em nosso tempo de estudante na série correspondente não foram trabalhados.

A nossa busca pelos conteúdos “esquecidos”, assim definimos, baseado em nossa retomada reflexiva aos tempos de estudante da sétima série do ensino fundamental, terminou em elencar que conteúdos geométricos eram menos importantes ou deixados de lados e conteúdos algébricos eram supervalorizados em detrimento dos demais. Diante disso, nasce nossa proposta de estudo baseada na metodologia de pesquisa Engenharia Didática, onde desenvolveríamos uma sequência didática baseada na metodologia de

---
[1] Parâmetros Curriculares Nacionais.
[2] Base Nacional Comum Curricular.
[3] Sistema de Avaliação da Educação Básica.
[4] Programa Internacional de Avaliação de Estudantes.

ensino denominada Ensino por Atividade, aplicável ao Ensino Fundamental por conta de linha de pesquisa que estávamos inseridos.

Diante do leque de conteúdos geométricos que são abordados no ensino fundamental, escolhemos desenvolver nossa sequência didática sobre o Polígonos, visto que é um conteúdo abordado em praticamente todo ensino fundamental e facilmente é encontrado suas formas na natureza e no cotidiano. Entendemos sequência didática sobre o alicerce da definição de Zabala (1998) que conceitua como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para realização de certos objetivos educacionais” e sobre essa visão construímos nosso objeto de experimentação com a temática de polígonos para aplicar no 8º ano do ensino fundamental.

Portanto, para o constructo da sequência didática, tendo em vista a definição que absorvemos de Zabala (1998), foi necessária uma vasta revisão de estudo sobre a temática, que nos trouxe entre muitos direcionamentos e descobertas, e a confirmação de nossas suspeitas iniciais sobre a omissão dos docentes quanto ao ensino de geometria.

Nosso estudo adotou a Engenharia Didática, como metodologia de pesquisa e o Ensino por Atividade, como metodologia de ensino para aplicação da sequência didática. Constituindo, portanto, em um referencial metodológico importante e viável para a pesquisa e para o processo de ensino e aprendizagem já que permite a busca e compreensão dos efeitos causados pelas práticas docentes desenvolvidas em sala de aula.

O objetivo da pesquisa é analisar os efeitos de uma sequência didática sobre polígonos, alicerçada na metodologia do ensino por atividade, aplicada a estudantes do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública do município de Uruçuí-PI.

Quando optamos pela Engenharia Didática como metodologia de pesquisa para conduzir nosso estudo no intuito de atingir os objetivos traçados, foi preocupação nossa dar um tratamento mais detalhado desta metodologia de pesquisa em seção específica neste texto. Segundo Almouloud (2008) a Engenharia Didática, vista como método de pesquisa, fica caracterizada inicialmente como um processo baseado em ações didáticas na sala de aula, que será desenvolvido através de observações e análises de sequências de ensino e divide-se em fases ou etapas metodológicas a saber: as análises prévias, as concepções e análises a priori, a experimentação e a análise a posteriori e por último a validação.

A sequência didática sobre polígonos é composta de 11(onze) atividades, dividida em dois grupos: atividades de conceituação e atividades de redescoberta. Além das atividades realizamos um pré-teste e um pós-teste com temática abordada na sequência, para verificação, comparação e correlação atrelados à aprendizagem, como também questionário composto de investigação: socioeducacional, atitudes dos alunos em relação a matemática e estilos de aprendizagem dos estudantes para compor o perfil dos participantes da pesquisa.

No processo de elaboração das onze atividades de ensino sobre polígonos, visando atingir os objetivos traçados, optamos pelo ensino por atividade. Nesta metodologia de ensino, segundo Sá (2009), sua característica essencial está no fato do próprio estudante descobrir aquele conteúdo que está sendo ensinado, ressalta também que ela pressupõe uma colaboração mútua entre estudantes e professor.

A partir da engenharia didática e suas fases, verificaremos se a sequência didática proposta sobre polígonos, construída sobre o alicerce do ensino por atividade, propiciará aos estudantes uma evolução na compreensão dos conteúdos abordados, e se os discentes se sentiram mais autônomos no processo de construção dos conceitos e redescobertas relativos a temática em questão.

Este texto dissertativo sobre o ensino polígonos por atividades foi estruturada da seguinte forma: Primeira Seção – Introdução que apresenta o problema, os objetivos e razões para a pesquisa; Segunda Seção - Engenharia Didática, faz a apresentação de nossa metodologia de pesquisa; Terceira Seção - Análises prévias, realizamos um diagnóstico geral da temática matemática abordada, Quarta Seção - Concepção e análise a priori, abordamos a metodologia de ensino para aplicação da sequência didática e as atividades que a compõem; Quinta Seção – Experimentação, descrevemos todas as atividades e as sessões ensinos da aplicação; Sexta Seção - Análise a posteriori e validação e Sétima Seção, tratamos sobre os resultados apurados da sequência didática e as Considerações finais.

2. ENGENHARIA DIDÁTICA

O trabalho docente é acompanhado de desafios enormes necessita de permanente busca de atualização e estratégias para o ensino. Nesse contexto, nos deparamos com muitos estudos a certa de estratégias e metodologias voltadas para o ensino, assim, corroborando Pommer (2013) afirma que um dos pressupostos para o trabalho docente em sala de aula, é a elaboração e aplicação de sequências de ensino que oportunize ao estudante ser inserido em uma dinâmica interativa e autônoma para conquistar e promover a própria aprendizagem.

Percebemos que as sequências de ensino, devem ser elaboradas com várias situações de aprendizagem, com o objetivo principal de levar os estudantes de forma interativa com seus pares e autônoma em relação ao conhecimento que ora o desafia. Vale ressaltar que os aportes teóricos principais para situações de aprendizagem, são Piaget, Vigostsky e colaboradores que são considerados mentores para muitos.

> [...] esses mentores construtivistas foram os balizadores de importantes fundamentos que podem instrumentalizar o professor para elaboração de situações onde o aluno tenha um papel dinâmico, social e participativo na aprendizagem. (POMMER, 2013. p.7)

Apoiando-se teoricamente nesses mentores construtivistas, Brousseau[5] em 1969 e Artigue[6] em 1996, dentre outros estudiosos da Didática da Matemática, fazem uma defesa contundente sobre a utilização de situações de aprendizagem que movam os estudantes a buscarem estratégias de base de conhecimentos anteriores para que sejam capazes de realizar as operações de seleção, organização e interpretação de informações, representando-as de diferentes formas e tomando decisões, de modo que o processo de construção do conhecimento matemático ocorra.

---

[5] Guy Brousseau é um educador matemático francês, pioneiros da didática da matemática, desenvolveu uma teoria para compreender as relações que se operam na sala de aula. Afirma que os educadores e os educandos são atores da relação ensino-aprendizagem. Sua Teoria das Situações Didáticas se baseia na ideia de que cada conhecimento ou saber pode ser determinado por uma situação. Em 2003 recebeu a medalha Felix Klein pelo desenvolvimento da Teoria das Situações Didáticas. (Wikipedia)

[6] Michèle Artigue é uma pesquisadora matemática francesa, uma das responsáveis pelo estabelecimento pelo método e teoria da Engenharia Didática. (Wikipedia)

Um dos referenciais para viabilizar a interação e autonomia do estudante no processo ensino-aprendizagem como defender vários estudiosos, podemos ousadamente afirmar que deu-se pela proposta da metodologia da Engenharia Didática delineada por Brousseau na década de 60 no decorrer das discussões desenvolvidas no IREM[7] e estruturada por Artigue na década de 80, ambos no século XX.

A princípio a Engenharia Didática concebida como uma metodologia para análise das situações didáticas, tomando outra utilidade, foi concebida de modo análogo ao:

> [...] ofício de um engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apóia sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos depurados na ciência e, portanto, a enfrentar [...] problemas que ciência não quer ou não pode levar em conta. (Pommer, 2013, p.26 apud Artigue, 1996, p. 193)

A Engenharia Didática pode ser uma produção para o ensino, como também pode ser uma metodologia de pesquisa qualitativa, pois teve inicialmente como finalidade estudar problemas relativos à aprendizagem de conhecimentos específicos da matemática. Ainda discorrendo sobre a Engenharia Didática, Almouloud (2007) afirma que pode ser utilizada em pesquisas que estudam os processos de ensino e aprendizagem, de um dado conceito e, em particular, a elaboração de gêneses artificiais para um dado conceito.

A instrumentalização da engenharia didática enquanto abordagem metodológica no ensino de matemática, percorre quatro fases: as análises prévias, as análises a priori, a experimentação e as análises a posteriori e validação.

Sobre as análises prévias da Engenharia didática:

> Um dos objetivos é identificar os problemas de ensino e aprendizagem do objeto de estudo e delinear de modo fundamentado as questões, as hipóteses, os fundamentos teóricos e metodológicos da pesquisa. É aquela fase na qual se faz um estudo da organização matemática, analisa a organização didática do objeto matemático escolhido e define as questões da pesquisa. (Almouloud,2007, p.172)

Sobre as análises a priori:

> O objetivo de uma análise a priori é determinar como as escolhas efetuadas (as variáveis que queremos admitir como pertinentes) permitem controlar os comportamentos dos alunos e explicar seu sentido. A análise é importantíssima,

[7] Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) é um centro de pesquisa e treinamento universitário dedicado à didática da matemática. Os IREM combinam professores do ensino primário, secundário e superior para realizar conjuntamente a investigação sobre educação matemática e, assim, proporcionam formação de professores com uma forte ênfase na investigação. (wikipedia)

> pois de sua qualidade depende o sucesso da situação-problema; além disso ela permite, ao professor, poder controlar a realização das atividades dos alunos, e, também, identificar e compreender os fatos observados. (Almouloud,2007, p.176)

Sobre a experimentação:

> É o momento de se colocar em funcionamento todo o dispositivo construído, corrigindo-o quando as análises locais do desenvolvimento experimental identificam essa necessidade, o que implica um retorno à análise a priori, um processo de complementação. (Almouloud,2007, p.177)

Sobre as análises a posteriori e validação:

> A análise a posteriori é o conjunto de resultados que se pode tirar da exploração dos dados recolhidos e que contribui para a melhoria dos conhecimentos didáticos que se têm sobre as condições da transmissão do saber em jogo. O objetivo é relacionar as observações com os objetivos definidos a priori e estimar a reprodutibilidade e a regularidade dos fenômenos didáticos identificados. (Almouloud,2007, p.177)

Pommer (2007) faz-nos um alerta sobre as etapas da Engenharia Didática, salienta que não acontecem de forma estanque e linear, necessitando, em alguns momentos da articulação, da antecipação e da superposição dos elementos destas quatro fases. A seguir continuamos com a primeira fase da engenharia didática, as análises prévias.

3 - ANÁLISES PRÉVIAS

No contexto atual de mudanças significativas previstas para o ensino em geral, tomando como viés principal para tal afirmação Base Nacional Comum Curricular – BNCC, tratando-se especificamente dos níveis da educação básica, deparamo-nos com um futuro ainda imprevisível, fato que é de conhecido de todos os partícipes da educação escolar. Ressaltamos que neste mesmo documento traz somente a obrigatoriedade dos componentes curriculares de Matemática e Língua Portuguesa, dando uma supervalorização a esses em detrimento aos demais.

Diante de um cenário de incertezas vindouras que perpassa todos os níveis da educação básica, desde a adaptação de novos livros didáticos e outros a acontecer, temos como certo que o conhecimento matemático, é uma necessidade humana, seja pela sua aplicação no cotidiano das pessoas, nas áreas do conhecimento, no convívio social, etc., pois o mesmo não se restringe somente a quantificar, medir e demonstrar fenômenos, como alguns erroneamente pensam.

Com pensamento alinhado a afirmação acima sobre o conhecimento matemático e já em processo de pesquisa para desenvolver e aplicar uma sequência didática que trata da temática do objeto do conhecimento matemático “Polígonos”, classificada como produto educacional, como requisito de obtenção do título de mestre do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, faz-se necessário uma criteriosa revisão de estudos sobre a temática para atingirmos os objetivos propostos.

Portanto, faz-se necessário uma revisão de estudo que tem como objetivo analisar e levantar dados bibliográficos que embase o estudo sobre “O Ensino de Polígonos”, referindo-se principalmente sobre a parte matemática (conceitos e aplicação), como também sobre o ensino em sala de aula. Nos desfazemos de qualquer ideologismo pessoal, achismos, intuição e empiria para tal estudo, buscamos trabalhos publicados (Artigos Científicos, Dissertações e Teses) em repositórios on-line de IES[8] renomadas do nosso país. Também realizamos pesquisas em periódicos com qualis reconhecidos pela CAPES[9] e para finalizar fizemos buscas em anais de congressos de Educação Matemática.

---
[8] Instituições de Ensino Superior
[9] Coordenação de Apoio de Pessoal de Nível Superior

A pesquisa bibliográfica realizada apresenta a análise de doze trabalhos relacionados com a temática de estudo, buscamos entender o tema matemático num contexto histórico de ensino no Brasil, na visão de teorias, como do Pensamento Geométrico de Van Hiele, como o ensino ocorre na atualidade, a aplicação do tema em sala com experiências exitosas e quais as melhores metodologias abordadas nos estudos analisados.

3.1 - Aspectos Curriculares sobre Polígonos

O tema polígonos, nosso objeto de investigação, nos remete à vivência própria enquanto fora estudante do ensino fundamental (antigo primário e ginásio) e nos faz refletir na atualidade sobre nossa prática enquanto docente. Ressaltamos como docente e quando estudante do nível fundamental que os conteúdos geométricos sempre foram esquecidos por parte dos professores da Educação Básica, afirmação confirmada por Lorenzato (1995), onde diz que há uma omissão sobre o ensino de geometria no Brasil.

Lorenzato (1995) afirma que são muitas as causas para tal omissão, dentre as quais destaca: “muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas”, “deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de dos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos”. Perante tais fatos e argumentos faz-nos refletir sobre a importância do ensino de geometria e quais as consequências da omissão deste para a vida do aluno.

> [...] sem estudar geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas [...]a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995, p. 5)

Segundo Pavanelo (1993) o Movimento da Matemática Moderna - MMM[10] é apontado como principal culpado para a situação de omissão de trabalhar conteúdos geométricos nas escolas. A ideia central era adaptar o ensino da matemática à novas concepções surgidas com a evolução movimento MMM, que posteriormente foram

[10] Movimento Internacional da década de 60 para modernizar a Matemática.

lançados os primeiros livros didáticos, onde abordavam simplesmente noções de figuras geométricas e de intersecção de figuras como conjuntos de pontos do plano, adotando-se, para sua apresentação, a linguagem da teoria dos conjuntos.

Godoy e Santos (2012, p. 259) afirmam que os líderes do MMM eram matemáticos de renome internacional, o que deve ter influenciado a proliferação das ideias do movimento, provocando reformas nos currículos dos sistemas de ensino de diversos países como Estados Unidos, Inglaterra, França, Bélgica, Brasil, etc.

A geometria está em toda parte, deste os tempos da pré-história, o homem usava a imaginação para compor imagens visuais e mentais, traduziras em desenhos do cotidiano, como também formas de suas conjecturas mentais, fatos estes que podem ser constatados em pinturas rupestres em vários sítios arqueológicos espalhados por diversos lugares do planeta. A exemplo podemos citar as pinturas rupestres nos paredões da Serra da Capivara no Piauí.

A situação deficitária do ensino de geometria no país, relatada por Pavanello (1993) e Lorenzato (1995) começa a mudar, pelo menos no campo das intensões, com o lançamento dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN[11] para Educação Básica.

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problemas e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. (BRASIL, 1998, P.51)

Após período de lançamento dos PCN, as editoras tiveram que atualizar seus acervos de livros principalmente no tocante ao ensino de geometria nos livros de matemática, pois o documento (PCN) define as finalidades do ensino de Matemática visando à construção da cidadania indicam como objetivos do ensino fundamental levar o aluno a:

> - identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;

---

[11] São referências para os Ensinos Fundamental e Médio de todo o país abordando todas as disciplinas do currículo escolar.

> - fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico);
> - selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;
> - resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
> - comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
> - estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
> - sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;
> - interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (Brasil, 1998, p.48-49)

Houve a mudança dos livros didáticos, o fortalecimento do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD[12], onde os livros chegaram a todas as escolas públicas do país, mesmo assim o ensino de geometria continuou deficitário, atribuem a isso o fato do tempo para ministrar todos os conteúdos que o livro didático contempla, à formação deficitária do professor de matemática, enfim a muito outros problemas.

Com a aprovação Base Nacional Comum Curricular – BNCC para o ensino fundamental, o ensino de matemática sofrerá mudanças e percebe-se que a geometria dentro da matemática é tida como uma “unidade temática” e os conteúdos agora são denominados “objetos do conhecimento”. No caso de nosso objeto do conhecimento polígonos, é abordado durante todo o ensino fundamental e a BNCC traz distribuídos da seguinte forma:

- No 2º Ano do Ensino Fundamental – tem como objeto do conhecimento “Medida de comprimento: unidades não padronizadas e padronizadas (metro, centímetro e milímetro) e traz como habilidade (EF02MA16) - Estimar, medir e comparar comprimentos de lados de salas (incluindo contorno) e **de polígonos**, utilizando

[12] O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é o mais antigo dos programas voltados à distribuição de obras didáticas aos estudantes da rede pública de ensino brasileira e iniciou-se, com outra denominação, em 1937.

unidades de medida não padronizadas e padronizadas (metro, centímetro e milímetro) e instrumentos adequados.(BRASIL, 2017 p.283)

- No 5º Ano do Ensino Fundamental - tem como objeto do conhecimento "figuras geométricas planas: características, representações e ângulos" e traz como habilidade (EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar **polígonos**, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais. (BRASIL, 2017 p.295)

- No 6º Ano do Ensino Fundamental - tem como objeto do conhecimento "**Polígonos**: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados" e traz como habilidades:

> (EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.
> (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.
> (EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção. (BRASIL, 2017 p.301)

- No 7º Ano do Ensino Fundamental - tem como objeto do conhecimento "Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero" e traz como habilidades:

> (EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.
> (EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado. (BRASIL, 2017, p.307)

- No 8º Ano do Ensino Fundamental – tem como objeto do conhecimento "Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares" e traz como habilidades:

> (EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.
> (EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso. (BRASIL, 2017 p.313)

- No 9º Ano do Ensino Fundamental – tem como objeto do conhecimento “Polígonos regulares” e traz como habilidade (EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares. (BRASIL, 2017, p.317)

Proença (2008) ressalta que...

> A compreensão dos conceitos geométricos pode ser favorecida com um trabalho que envolva visualização e representação plana de formas geométricas, percepção, materiais manipulativos e a utilização de softwares geométricos.

Não distante ao que é explicitado na BNCC, fazendo uma análise dos livros didáticos ainda em vigência, é perceptível a semelhantes quanto à distribuição do tema polígonos durante todo o ensino fundamental, então, é de se esperar que ao final do Ensino Fundamental os alunos tenham aprendido pelo menos as definições e conceitos de polígonos.

> Fica cada vez mais claro que viver, ser criativo e participativo, produtivo e responsável no novo cenário tecnológico, requer muito mais do que a acumulação de conhecimentos. Aprender a aprender, saber lidar com a informação cada vez mais disponível, aplicar conhecimentos para resolver problemas, ter autonomia para tomar decisões, ser proativo para identificar os dados de uma situação e buscar soluções, tornam-se objetivos mais valiosos do que o conhecimento desinteressado e erudito da escola do passado. (MELLO, 2014)

A discussão sobre o tema polígonos, é muito presente nos livros didáticos e na vida cotidiana das pessoas. Assim, o ensino de polígonos poderá ser desenvolvido em sala de aula sobre um novo olhar, um novo método, oportunizando aos alunos aprendizagem significativa, onde os estudantes sejam autônomos na aquisição de conhecimentos.

3.2 - Aspectos Históricos sobre Polígonos

Quando observamos a natureza, o espaço que nos cerca, os objetos que fazemos uso cotidianamente, encontramos formas, contornos, características e outros, que nos remete a algo Divino. Assim, definir a geometria como criação de Deus (criacionistas[13]) ou

---

[13] O criacionismo, em geral, é a crença de que tudo o que existe no mundo seria criação direta de um ser sobrenatural. (Wikipédia, 2019)

uma evolução da natureza (evolucionistas[14]) não é algo que nos custa uma prova, nem tão pouco causa uma controvérsia na academia. É confortavelmente aceitável pelos estudiosos e ao longo da história é provada. Atribui-se a Platão[15] a frase "Deus é o grande geômetra. Deus geometriza sem cessar", que fecha nosso raciocínio sobre a divindade e grandeza da geometria.

> [...] pode-se dizer que a matemática primitiva originou-se em certas áreas do Oriente Antigo primordialmente como uma ciência prática para assistir a atividades ligadas à agricultura e à engenharia. essas atividades requeriam o cálculo de um calendário utilizável, o desenvolvimento de um sistema de pesos e medidas para ser empregado na colheita, armazenamento e distribuição de alimentos, a criação de métodos de agrimensura para a construção de canais e reservatórios e para dividir a terra e a instituição de práticas financeiras e comerciais para o lançamento e a arrecadação de taxas e para propósitos mercantis. (Eves, 2011. p.57)

Ao homem primitivo não é atribuído a invenção da geometria, mas sua descoberta através das observações à natureza, gerada pelas necessidades que ora os acometiam. Teóricos da história da matemática afirmam que os primórdios da Geometria que se tem registros, atribuem-se aos povos do Vale do Indo que descobriram os triângulos obtusos.

> As primeiras considerações geométricas do homem são inquestionavelmente muito antigas, e parece que elas se originam em simples observações provenientes da capacidade humana de reconhecer a forma física e comparar formas e tamanhos. (Eves, 1992, p.1)

Vale ressaltar, que os estudiosos de história da matemática, fazem questão de frisar que as primeiras civilizações[16] adquire gradualmente alguns conhecimentos geométricos de natureza eminentemente prática.

Os Sumérios (4000 a.C – 1900 a.C) são considerados os primeiros povos a viverem em cidades, ou sejam, são considerados uma das primeiras civilizações. Viviam no vale pantanoso formado pelos rios Tigres e Eufrates e por conta disso, enfrentavam grandes obstáculos naturais como as cheias violentas e irregulares dos rios.

---

[14] É uma teoria desenvolvida por Charles Darwin, que propagou a ideia de que todo o universo, incluindo os seres que nele vivem, passaram por uma longa e progressiva evolução para ser o que seriam hoje. (Wikipedia, 2019)

[15] Foi um filósofo e matemático do período clássico da Grécia Antiga, autor de diversos diálogos filosóficos e fundador da Academia em Atenas. (Wikipedia, 2019)

[16] As primeiras civilizações se formaram a partir de quando o homem descobriu a agricultura e passou a ter uma vida mais sedentária, por volta de 4.000 a.C. Essas primeiras civilizações se formaram em torno ou em função de grandes rios: A Mesopotâmia estava ligada aos Rios Tigre e Eufrates, o Egito ao Nilo, a Índia ao Indo, a China ao Amarelo. (Só História, 2019)

Figura 1: Placa de Argila Escrita Cuneiforme - Sumérios

Fonte: Google Imagens, 2019.

A necessidade de enfrentar o problema era urgente e precisavam construir diques, barragens e reservatórios para conter as forças das águas dos rios Tigres e Eufrates. Os historiadores atribuem a esses fatos o desenvolvimento da geometria prática. Veja a seguir um fragmento de uma placa de argila cozida com escrita cuneiforme[17] feita pelos Sumérios por volta de 3200 a.C. onde vê-se claramente várias formas geométricas usadas para informar algo.

Aos Babilônios (1900 a.C – 1600 a.C) é creditada com a invenção da roda[18] por povos anteriores, a razão pela qual buscam investigar o comprimento das circunferências em relação ao seu diâmetro, encontrando o número 3 ou considerando-o 3. Essa descoberta permitiu aos babilônicos considerar que o comprimento de uma circunferência era um valor intermediário entre os perímetros dos quadrados inscritos e circunscritos em uma circunferência. Através de seus estudos sobre astronomia os Babilônicos em que o ano foi dividido em 360 dias, estabeleceu também que a circunferência foi dividida em 360 partes. Outro fato importante atribuído aos babilônicos é sobre desenhar um hexágono regular, além de encontrar a área de um trapézio.

> Os registros mais antigos da atividade do homem no campo da geometria são tábuas de argila cozida enterradas na Mesopotâmia e acredita-se que datam, em parte, ou pelo menos em parte, dos tempos sumérios de aproximadamente 3000 a.C. Existem outras disposições generosas das tabelas cuneiformes babilônicas

---

[17] Era uma escrita ideográfica, na qual o objeto representado expressava uma ideia, dificultando a representação de sentimento, ações ou ideias abstratas, com o tempo, os sinais pictóricos converteram-se em um sistema de sílabas.

[18] A prova mais antiga de seu uso data de cerca de 3500 a.C., e vem de um esboço em uma placa de argila encontrada na região da antiga Suméria, na Mesopotâmia (atual Iraque), mas é certo que sua utilização venha de períodos muito mais remotos. (Só Escola, 2019)

> que vêm de períodos posteriores, como a primeira dinastia babilônica da época do rei de Humarabi, o novo império babilônico de Nabucodonosor e as seguintes eras persa e selêucida. (EVES, 1992, p.3)

Destas tábuas antigas consegue-se estabelecer entre os teóricos uma conformidade de pensamentos e afirmações a respeito da geometria antiga a simplesmente uma medição prática. Dessa geometria prática, segundo Eves (1992), pode ser definida de uma forma melhor, como geometria do subconsciente, onde o homem primitivo apenas a empregou-a como ornamentos decorativos e formas, mas que foram úteis para o desenvolvimento geométrico posterior como ciência.

Eves (1992) afirma que o homem da época da geometria do subconsciente considerava só os problemas geométricos concretos, que se apresentavam individualmente e que nenhuma relação ou conexão eram observadas. Quando a inteligência humana foi capaz extrair relações geométricas gerais, tomando a princípio uma relação particular concreta, a geometria tornou-se ciência. Até onde a história permite investigar o passado, encontra-se uma grande quantidade de material que pode ser chamado de geometria prática ou científica presente. Veja:

Quadro 01: Cálculos Geométricos dos Babilônicos

Exemplos Cálculo Geométrico – Babilônicos
• Estavam familiarizados com uma regra geral para calcular a área de um retângulo; • Calculavam a área de triângulos retângulos e isósceles (Talvez a regra geral para um triângulo qualquer); • Calculavam a área de um trapézio especial que tem um lado perpendicular aos lados paralelos (trapézio retângulo); • Sabiam que lados correspondentes dos triângulos retângulos semelhantes são proporcionais; • Sabiam que a altura de um triângulo isósceles disseca a base; • Sabiam que o ângulo inscrito em um semicírculo é um ângulo reto; • O teorema de Pitágoras também era conhecido;
Equívocos Atribuídos aos Babilônicos
• O volume de um cone ou de uma pirâmide quadrada truncados é o produto da altura com a metade da soma das bases; • Para calcular área de um quadrilátero com lados consecutivos a, b, c, e d, utilizavam a fórmula K = (a + c) (b + d)/4;

Fonte: Eves, 1992.

Um fato importante noticiado amplamente pela mídia trata-se sobre a tábua de argila babilônica, chamada Plimpton 322[19], de 3.700 anos de idade que foi traduzida e pode reescrever a história da matemática, ao sugerir que a trigonometria pode ter sido desenvolvida antes dos gregos antigos. Os pesquisadores disseram que a tábua prova que os babilônios desenvolveram a trigonometria cerca de 1.500 anos antes dos gregos.

A tradução foi realizada pelos cientistas Daniel F. Mansfield e N.J. Wildberger[20], publicado em 2017 em forma artigo intitulado "*Plimpton 322 is Babylonian exact sexagesimal trigonometry*" tradução "*Plimpton 322 é a trigonometria sexagesimal exata da Babilônia*" os cientistas afirmam em sua pesquisa que Plimpton 322 descreve as formas de triângulos de ângulo reto usando um novo tipo de trigonometria com base em razões, não em ângulos e círculos.

Figura 2: Plimpton 322

Fonte: Mansfield e Wildberger (2017)

Os cientistas que fizeram a descoberta afirmam que é um trabalho matemático fascinante que demonstra um gênio indubitável, não contém apenas a tabela trigonométrica mais antiga do mundo, mas a única tabela trigonométrica completamente precisa, por causa da abordagem babilônica muito diferente da aritmética e da geometria.

---

[19] Plimpton 322 é uma tabela de argila parcialmente quebrada medindo cerca de 13 centímetros de largura, 9 centímetros de altura, e 2 centímetros de espessura. (Wikipedia, 2019)
[20] Professores da School of Mathematics and Statistics, UNSW, Sydney, Australia.

Figura 3: Dr. Daniel F. Mansfield

Fonte: Google Imagens, 2019.

A civilização Egípcia desenvolveu ao longo do vale fértil do Rio Nilo e com o aumento da população, viram-se obrigados a desenvolver conhecer conceitos de geometria, mesmo empiricamente, assim como os Babilônicos pela necessidade de estabelecer os limites de suas propriedades que foram destruídos pelas cheias do Rio Nilo. Heródoto[21] (485 – 425 a.C) afirma que Sesostris, rei do Egito, repartiu as terras dando a cada egípcio uma parcela para cultivarem e posterior recolher os impostos ao rei anualmente. Se fossem inundadas pelo rio Nilo, seu dono dirigia-se ao rei e este enviaria uma espécie de agrimensor (considerados como os primeiros geômetras) para medir enquanto diminuiu sua parcela de terra e posterior redução do imposto a pagar.

Heródoto afirma que ao primeiro rei do Egito, Menes, atribui-se os conhecimentos geométricos necessários para realizar trabalhos de nivelamento de seu território, assim como o armazenamento da colheita recebida como parcela pelo uso da terra.

As principais fontes de informação relacionadas à geometria egípcia antiga são os papiros de Moscou[22] (180 a.C) e Rhind[23] (1650 a. C), possivelmente escrito por Ahmes, contento 25 e 85 problemas respectivamente. Na atualidade é possível encontrar no Museu de Berlin, o mais antigo instrumento astronômico topográfico existente do Egito antigo

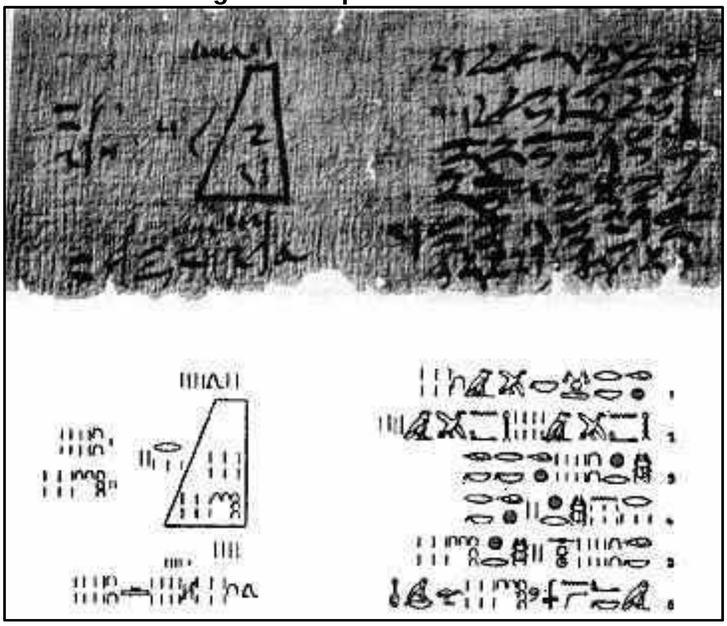
[21] Heródoto é amplamente conhecido como o "pai da história": suas histórias são homônimas de todo o campo. Escrito entre os anos 450 e 420 a.C, o trabalho de Heródoto chega a cerca de um século no passado, discutindo figuras históricas do século VI, como Dario I da Pérsia , Cambises II e Psamtik III , e aludindo a algumas do século VIII, como Candaules . (Wikipédia, 2019)
[22] O papiro, que foi adquirido no Egito em 1893 pelo colecionador russo Golenischev, agora se encontra no Museu de Belas-Artes de Moscou.
[23] Um texto matemático na forma de manual prático que contém 85 problemas copiados em escrita hierática pelo escriba Ahmes de um trabalho mais antigo.

datado de 1950 a.C e um relógio de Sol que data de 1500 a.C, aproximadamente, o mais antigo que se tem registro.

Figura 4: Papiro de Rhind

Fonte: Google Imagens, 2019.

Figura 5: Papiro de Moscou



Fonte: Google Imagens, 2019

A geometria egípcia não foi construída proveniente somente dos problemas ocasionados pelas inundações do Rio Nilo, mas também pela tendência deste povo a realizar construções monumentais como as pirâmides, templos e aquedutos, afinal, os impostos recolhidos eram proporcionais às áreas cultivadas e consequentemente necessitavam de medições mais exatas.

Os papiros de Moscou e Rhind trazem juntos um total de 110 problemas, destes, 26 são problemas geométricos. A maioria dos problemas provém fórmulas de medição necessárias para calcular áreas de terrenos e volumes de celeiros, fato que justifica a desenvolvimento geométrico para uso da atividade agrícola.

Quadro 02: Contribuições Egípcias à Geometria

Contribuições Egípcias - Papiros
• A área de um círculo era considerada igual a área de quadrado de 8/9 do diâmetro por lado; • O volume de um cilindro reto é o produto da área da base pela medida da altura; • A área de um triângulo é a metade do produto da base e altura; • Alguns problemas aparentam tratar sobre a cotangente do ângulo diedro entre a base e face da pirâmide; • Problemas mostram um conhecimento da teoria elementar de figuras semelhantes; • Fórmula correta para o calcular o volume do tronco de uma pirâmide quadrada; • Conheciam o teorema de Pitágoras exposto em problemas no papiro de Cairo[24].

Fonte: EVES, 1992.

Eves (1992) ressalta que em toda Matemática anterior aos gregos não foi encontrado um só caso de uma demonstração lógica, não havia definições, axiomas, teoremas nas suas demonstrações, a exposição dos conhecimentos matemáticos se reduzia a exemplos e descrição passo a passo destinadas a solução de problemas particulares. A Matemática anterior aos Gregos foi algo mais que um empirismo viável, foi uma descrição de procedimentos empíricos que deram resultados suficientemente aceitáveis para as necessidades das civilizações antigas.

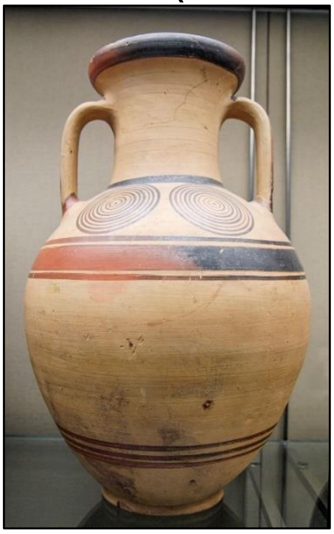
A Grécia antiga era uma civilização pertencente a um período da história desde a Idade das Trevas Grega (1200 a. C a 800 a. C) dos séculos XII a IX a. C até o fim da antiguidade (600 d. C). A antiguidade clássica na Grécia foi precedida pela Idade das Trevas grega, caracterizada arqueologicamente pelos estilos proto-geométricos[25] e geométricos[26] dos desenhos em cerâmica.

Durante o período proto-geométrico (1050 – 900 a. C), as formas dos vasos eliminaram a natureza fluida dos micênicos, criando um design mais rigoroso e simples.

[24] O chamado papiro matemático Cairo foi desenterrado em 1938 e investigado em 1962. O papiro, que data de 300 a.c. aproximadamente, contém 40 problemas de matemática, 9 dos quais lidam exclusivamente com o teorema de Pitágoras.
[25] O estilo protogeométrico é um estilo da cerâmica grega antiga liderada por Atenas produzida entre 1050 e 900 a. C, no período da idade das trevas gregas e o início do período arcaico. (Wikipédia, 2019)
[26] A arte geométrica é uma fase da arte grega, caracterizada em grande parte por motivos geométricos na pintura de vasos, que floresceram no final da Idade das Trevas gregas, por volta de 900 a. C - 700 a.C. (Wikipédia, 2019)

Existem faixas decorativas horizontais que apresentam formas geométricas, incluindo, entre outros, círculos ou semicírculos concêntricos.

Figura 6: Ânfora Proto-Geométrica (975 – 950 a. C) – Museu Britânico



Fonte: Wikipédia, 2019

O período geométrico (900 – 700 a. C) da arte grega divide-se em três fases: geométrico inicial, geométrico médio e geométrico final. Caracterizando cada fase:

- No período Geométrico Inicial - a altura dos vasos foi aumentada, enquanto a decoração é limitada ao redor do pescoço até o meio do corpo do vaso;
- No período da Geometria Média - as zonas decorativas aparecem multiplicadas devido à criação de uma malha atada;
- Alguns oleiros enriqueceram novamente a organização decorativa dos vasos, estabilizaram as formas dos animais nas áreas do pescoço e na base do vaso, e introduzido entre as alças, a forma humana.

Figura 7: Ânfora Geométrica – De Dipylon (Museu de Atenas)

Fonte: Wikipédia, 2019

Na Grécia antiga, principalmente na sua arte, é possível perceber nos objetos arqueológicos encontrados, como nos exemplos de ânforas mostrados por esse estudo a presença de objetos geométricos. Essa informação não garante que a origem da Geometria Grega se deu pela sua arte, mas podemos conjecturar que os artífices da Grécia antiga tinham grande conhecimento de geometria.

O domínio geométrico dos Egípcios e Babilônicos sobre a Geometria entrou em decadência e sabe-se que o desenvolvimento posterior passou a ser dos Gregos, passando antes pelos Indianos e Chineses.

A principal fonte histórica da geometria Indiana são os *Shulba Sutras*[27], o texto é conhecido como um manual para Arquitetura, pois se tratava de conhecimentos geométricos práticos para a construção de altares para os deuses. Os quatro principais Shulba Sutras para a matemática, são os atribuídos a Baudhayana , Manava , Apastamba e Katyayana.

> O conhecimento resumido no Shulba Sutra parece bem ao conhecimento dos primeiros pitagóricos gregos, embora os hindus e os helênicos não se conhecessem no momento desses escritos (s. VI-V a.C) Vale dizer que Shulba-Sutra não é um tratado matemático estrito. É, de fato, um conjunto de rituais religiosos, que aludem a conhecimento matemático quando se fala em construção altares. (RUBINOS, 2012. P. 9)

Vale ressaltar, que nos Sutras Indianos que versam sobre conhecimentos geométricos práticos para construção de altares aos deuses, é possível encontrar:

- A construção de formas geométricas, como quadrados e retângulos.
- Também fornece, às vezes aproximadas, transformações geométricas de preservação de área de uma forma geométrica para outra. Isso inclui transformar um quadrado em um retângulo, em um trapézio isósceles, em um triângulo isósceles, em um losango e em um círculo e vice versa;
- Construções de ângulos retos por meio de triângulos retângulos
- Um enunciado para o Teorema Pitágoras;

[27] Os Shulba Sutras fazem parte do corpo maior dos textos chamado Shrauta Sutras, considerados apêndices dos Vedas. São as únicas fontes de conhecimento da matemática indiana desde o período védico. (Wikipedia, 2019)

- Aplicações do teorema de Pitágoras ao encontrar a diagonal de quadrados e retângulos.

Muitos estudiosos consideram que os conhecimentos geométricos destas civilizações antigas passaram inteiramente para a cultura Grega através de Thales de Mileto, os Pitagóricos e Euclides.

> É difícil estimar o grau ou extensão da dívida da geometria grega com a antiga geometria oriental, e o caminho da transmissão de uma para outra ainda não foi satisfatoriamente descoberto. Que a dívida é consideravelmente maior do que se acreditava anteriormente tornou-se evidente com as investigações do século XX dos registros babilônicos e egípcios. Os escritores gregos antigos expressavam respeito pela sabedoria do Oriente, e essa sabedoria estava disponível para quem viaja ao Egito e à Babilônia. (EVES, 1992)

A Geometria para os Egípcios e Babilônicos era como uma técnica para resolução de problemas práticos, para os Gregos assume caráter de ciência, pois abordaram a generalidade e o rigor demonstrativo que veio tornar marcas de sua matemática. Eves (1992) nos informa que a principal fonte de informação da Geometria desta época clássica da Grécia vem da obra “Sumário de Eudemo[28]’’ de Proclo[29], onde cita vários geômetras e faz esboço breve sobre o desenvolvimento da Geometria grega desde os tempos primitivos até Euclides.

A Grécia é considerada pela academia o berço da Geometria como conhecimento científico, deve-se esse reconhecimento a matemáticos como Thales de Mileto[30] que fez várias viagens ao Egito durante a primeira metade de sua vida e teria recebido dos sacerdotes egípcios todos seus conhecimentos matemáticos que depois veio a compartilhar em Mileto. Atribui-se a ele o cálculo da altura das pirâmides egípcias através da sombra projetada por elas. É considerado o primeiro matemático a quem se atribui uma série de resultados teóricos gerais, embora não se saiba como Thales os demonstrou

[28] Eudemo foi um antigo filósofo grego, considerado o primeiro historiador da ciência, que viveu aproximadamente de 370 a 300 a.C. Ele foi um dos alunos mais importantes de Aristóteles, e mais tarde editou os trabalhos de seu professor e tornou-os mais acessíveis. (Wikipédia, 2019)
[29] Foi um filósofo neoplatônico grego do século V. Teve o mérito de desenvolver a corrente de pensamento baseada em Platão e escreveu um comentário ao primeiro livro dos Elementos de Euclides, uma fonte essencial sobre a história da matemática grega. (Wikipedia, 2019)
[30] Foi um dos sete sábios da Grécia, nascido em 640 a. C.

inicialmente e por conta disso afirmam que a Geometria Demonstrativa começou com ele. Segue os teoremas:

- Ângulos opostos pelos vértices tem medidas iguais;
- Dadas duas retas paralelas e uma transversal, os ângulos alterno internos são congruentes;
- Um diâmetro divide um círculo em duas partes iguais;
- Os ângulos da base de um triângulo isósceles são congruentes;
- Um ângulo inscrito em uma semicircunferência é um ângulo reto.

A Thales é atribuído a informação que ele usou o conhecimento teórico para resolver problemas práticos, como medição da altura de uma pirâmide de acordo com a sombra que produziu ou a determinação da distância de um navio para a costa, consequentemente aceita-se que a partir de então inicia-se a formalização da Geometria como ciência.

Um dos matemáticos mais notáveis depois de Thales foi Pitágoras, nascido em Samos em 572 a.C, que fundou uma escola em Crotona e seus membros foram denominados de Pitagóricos. Estudiosos afirmam que Thales já ancião conheceu Pitágoras, lhe passou alguns conhecimentos e o incentivou a ir estudar no Egito para ter contato com fontes da Geometria e ao retornar à Samos encontrou um cenário conturbado.

> [...] encontrou o poder nas mãos do tirano Polícrates e Jônia sob o domínio persa; decidiu então emigrar porto marítimo de Crotona. Lá ele fundou a famosa escola pitagórica, que, além de ser um centro de estudo de filosofia, matemática e ciências naturais era também uma irmandade estreitamente unida ritos secretos e cerimônias. (EVES, 2011, p. 97)

As descobertas de Pitágoras foram comuns, o que torna difícil determinar quais deve-se ao próprio Pitágoras e quais a seus seguidores, mas atribui-se a ele a ideia de pensar em conceitos matemáticos em si mesmos: a noção abstrata de prova ou o significado de conceitos matemáticos aparentemente tão simples como o triângulo ou o número.

Segundo Struik (1992) Pitágoras, no início da matemática como ciência, assume papel central por relacionar, de certa forma, os problemas aritméticos que dependem dos números com problemas geométricos relacionados a figuras. Além disso devemos a ele ou a sua escola o valor da soma dos ângulos internos de um polígono e a formalização do famoso Teorema de Pitágoras.

Após Pitágoras destaca-se os trabalhos de Euclides que o fizeram ser reconhecido como o “Pai da Geometria”. Não há conhecimento de muitos fatos sobre sua vida, mas sabe-se que ele viveu em Alexandria, Egito, por volta de 300 a.C., onde foi chamado para ensinar matemática no Instituto criado por Ptolomeu I. Ele foi o autor de cerca de uma dúzia de tratados que refletiam sobre questões tão variadas como: astronomia, mecânica, óptica, música e, claro, Matemática.

Nos Elementos, um trabalho composto por 13 livros, tente desenvolver geometria estabelecendo primeiro definições e postulados para a partir do qual eles obtêm as proposições com um raciocínio rigoroso do ponto de vista lógico. Ainda sobre Euclides:

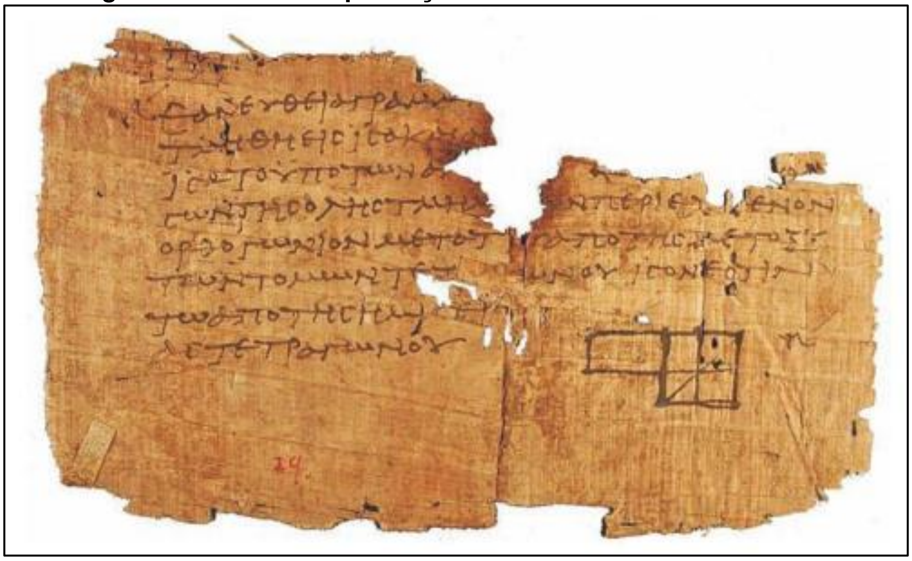
> É desapontador, mas muito pouco se sabe sobre a vida e a personalidade de Euclides, salvo que foi ele, segundo parece, o criador da famosa e duradoura escola de matemática de Alexandria da qual, sem dúvida, foi professor. Desconhecem-se também a data e o local de seu nascimento, mas é provável que sua formação matemática tenha se dado na escola platônica de Atenas. (EVES, 2011. p. 167)

Sobre a obra mais importante de Euclides de Alexandria:

> Embora Euclides fosse autor de pelo menos dez trabalhos (textos razoavelmente completos de cinco deles chegaram até nós), sua fama repousa principalmente sobre seus Elementos. Parece que esse trabalho notável imediata e completamente superou todos os Elementos precedentes; de fato, nenhum vestígio restou de esforços anteriores. Tão logo o trabalho apareceu, ganhou o mais alto respeito e, dos sucessores de Euclides até os tempos modernos, a mera citação do número de um livro e o de uma proposição de sua obra-prima é suficiente para identificar um teorema ou construção particular. Nenhum trabalho, exceto a Bíblia, foi tão largamente usado ou estudado e, provavelmente, nenhum exerceu influência maior no pensamento científico. Mais de mil edições impressas dos Elementos já apareceram desde a primeira delas em 1482; por mais de dois milênios esse trabalho dominou o ensino de geometria. (EVES, 2011. p. 168)

Os Elementos são compostos por treze livros com um total de 465 proposições. Diferente do o dito popular que é um de Geometria, muitas tratam também Teoria dos Números e Álgebra Elementar (geometria). Em nossa pesquisa focaremos nos livros de I a IV, pois trata especificamente de Geometria.

Figura 8: Parte de Reprodução "Os Elementos de Euclides"



Fonte: Google imagens, 2019.

O Livro I é composto por 48 proposições (definições, postulados e axiomas); o Livro II, relativamente pequeno, pois só possui 14 proposições, traz transformações de áreas e a álgebra geométrica da escola pitagórica; o Livro III, contém 39 proposições, com muitos dos teoremas familiares sobre círculos, cordas, secantes, tangentes e medidas de ângulos associados e o Livro IV, com apenas 16 proposições, discute-se a construção, com régua e compasso, de polígonos regulares de 3, 4, 5, 6 e 15 lados bem como a inscrição e a circunscrição desses polígonos num círculo dado. No quadro a seguir faremos alguns destaques da obra citada dentro dessa temática de estudo.

Quadro 03: Destaques sobre Polígonos - Elementos de Euclides

Destaques Relacionados a Polígonos – Os Elementos	
LIVRO I	I - 7. Superfície plana é a que está posta por igual com as retas sobre si mesma; I - 13. E fronteira é aquilo que é extremidade de alguma coisa; I - 14. Figura é o que é contido por alguma ou algumas fronteiras; I - 19. Figuras retilíneas são as contidas por retas, por um lado, triláteras, as por três, e, por outro lado, quadriláteras, as por quatro, enquanto multiláteras, as contidas por mais do que quatro retas; I - 20. E, das figuras triláteras, por um lado, triângulo equilátero é o que tem os três lados iguais, e, por outro lado, isósceles, o que tem só dois lados iguais, enquanto escaleno, o que tem os três lados desiguais. I - 21. E, ainda das figuras triláteras, por um lado, triângulo retângulo é o que tem um ângulo reto, e, por outro lado, obtusângulo, o que tem um ângulo obtuso, enquanto acutângulo, o que tem os três ângulos agudos. I - 22. E das figuras quadriláteras, por um lado, quadrado é aquela que é tanto equilátera quanto retangular, e, por outro lado, oblongo, a que, por um lado, é retangular, e, por outro lado, não é equilátera, enquanto losango, a que, por um lado, é equilátera, e, por outro lado, não é retangular, e romboide, a que tem tanto os lados opostos quanto os ângulos opostos iguais entre si, a qual não é equilátera nem retangular; e as quadriláteras, além dessas, sejam chamadas trapézios. I - 23. Paralelas são retas que, estando no mesmo plano, e sendo prolongadas ilimitadamente em cada um dos lados, em nenhum se encontram.

LIVRO II	II - 11. Cortar a reta dada, de modo a o retângulo contido pela inteira e por um dos segmentos ser igual ao quadrado sobre o segmento restante; II – 12. Nos triângulos obtusângulos, o quadrado sobre o lado que se estende sob o ângulo obtuso é maior do que os quadrados sobre os lados que contêm o ângulo obtuso por duas vezes o contido por um dos à volta do ângulo obtuso, sobre o qual cai a perpendicular, e também pela cortada exteriormente pela perpendicular relativamente ao ângulo obtuso. Têm interesse particular as Proposições II 12 e II 13 que, conjuntamente, em linguagem mais moderna, enunciam o seguinte: Num triângulo obtusângulo (acutângulo), o quadrado do lado oposto ao ângulo obtuso (agudo), é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados acrescida (diminuída) do dobro do produto de um desses lados pela projeção do outro sobre ele. Assim, essas duas proposições estabelecem a generalização do teorema de Pitágoras hoje conhecida como “lei dos cossenos”. (Eves, 2011, p. 170)

Fonte: Euclides, 2009

Nos destaques que apontamos do Livro I fica evidente as definições serviram para conceituarmos polígonos e os destaques do Livro II para a generalização do Teorema de Pitágoras. Eves (2011, p.178) destaca que, apesar da grande importância do conteúdo dos Elementos, talvez mais importante ainda seja a maneira formal como se apresenta esse conteúdo. De fato, os Elementos de Euclides tornaram-se o protótipo da forma matemática moderna.

A Geometria alcançou na Grécia seu desenvolvimento máximo, culminando com o feito de Euclides de escrever seus Elementos, considerado como um verdadeiro tratado ou um curso completo de Geometria que circulou por todo o mundo, perdendo em circulação apenas para a Bíblia. Vale ressaltar, que a obra de Euclides durante muitos séculos foi considerada o melhor texto para o ensino de Geometria nas escolas por todo o mundo.

As formas poligonais são de fácil percepção em todos os segmentos da vida social ou não social como a própria natureza. Na antiguidade, embora sem conhecer a formalização do conceito de polígonos e suas propriedades os povos antigos já utilizam implicitamente: quando faziam a medição de suas terras e as cercavam ou marcavam seus limites; quando desenvolveram uma escrita com símbolos e outros.

Os polígonos são formas geométricas planas encontras por toda a passagem histórica que ora descrevemos nesta pesquisa, desde a formas de escritas cuneiformes dos sumérios, onde é possível identificar várias formas poligonais muito conhecidas atualmente à formalização de um conceito por Euclides em seus Elementos. A importância das formas poligonais é algo muita estima, para os Geômetras, para as ciências e para a humanidade com comprovação científica com simples observação nas construções modernas da atualidade e na natureza.

Vale ressaltar que em nosso apanhado histórico, não conseguimos identificar para dá nomes aos estudiosos que descobriram algumas propriedades dos polígonos que são bastantes conhecidas na era moderna, embora é possível conjecturar que tenham sidos formalizadas nas escolas gregas.

3.3 – Aspectos Matemáticos de Polígonos

3.3.1 - Definição de Polígonos

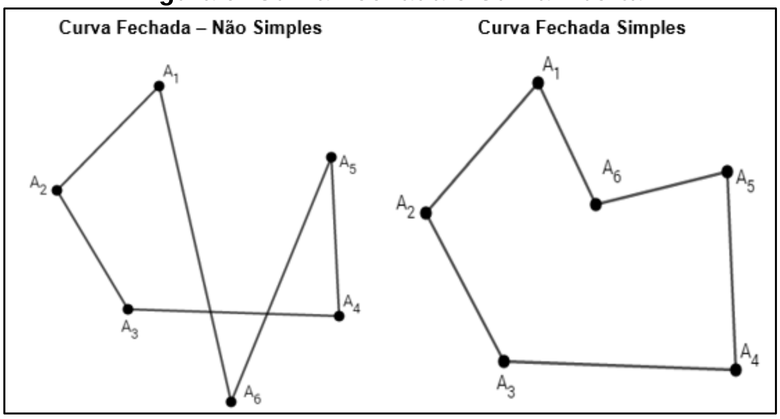
Em geral, os polígonos são os primeiros objetos geométricos no qual os estudantes têm contato durante sua vida escolar. Muitos conceitos geométricos se encontram nos polígonos: ângulo, perímetro, área etc. A palavra polígonos do grego "polígonos" que significa: poli(muitos) e gonos(ângulos). A definição usada por Euclides[31] era "uma figura limitada por linhas retas". Para chegarmos à definição de polígono vamos fazer um percurso de algumas outras definições.

Conforme Martins (2005):

Definição 1 - Uma curva poligonal é uma sequência finita (A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$, A_nA_1), onde A_1, A_2, A_3 e A_n são pontos no plano e A_nA_{n+1} é um segmento de reta com extremidades A_n e A_{n+1}. Os pontos A_1, ..., A_n também são chamados de vértices e os segmentos A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$, A_nA_1 de arestas.

Definição 2 - Uma curva poligonal é classificada como fechada simples se o último ponto é igual ao primeiro $A_1 = A_n$ e não se auto intersectam. Vejam os exemplos:

Figura 9: Curva Fechada e Curva Aberta



Autor, 2019

---

[31] Euclides de Alexandria (em grego antigo: Εὐκλείδης Eukleidēs; fl. c. 300 AC) foi um professor, matemático platónico e escritor grego, muitas vezes referido como o "Pai da Geometria". Além de sua principal obra, Os Elementos, Euclides também escreveu sobre perspectivas, seções cônicas, geometria esférica, teoria dos números e rigor. (Wikipédia, 2019)

Como definimos uma poligonal, faz-se necessário comentarmos sobre o Teorema da Curva de Jordan[32]. O famoso teorema diz que toda curva plana fechada simples divide o plano em duas regiões: o interior (int) e o exterior (ext) da curva. Assim, podemos verificar que uma curva poligonal fechada simples (P) qualquer há uma fronteira fr(P) ou ∂P entre o interior e o exterior.

Assim definimos:

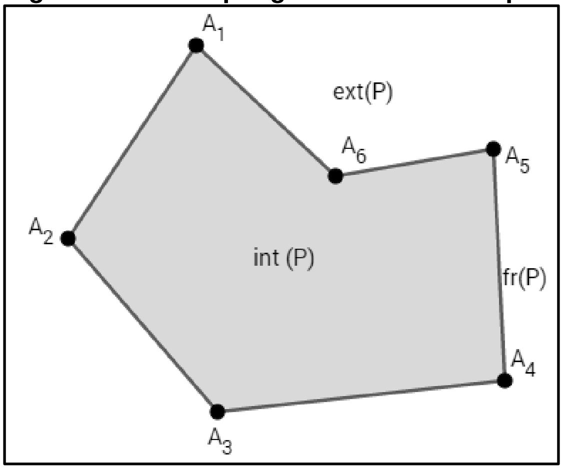
(i) P – Curva poligonal fechada simples;

(ii) int (P) – região interna à curva;

(iii) ext (P) – região externa à curva;

(iv) fr(p) ou ∂P – fronteira entre a região interna e região externa;

Figura 10: Curva poligonal fechada Simples



Autor, 2019

Assim Martins (2005) conclui que a definição de polígono simples pode ser assim descrita: Define-se polígono simples(P), para qualquer inteiro $n \geq 3$ no plano euclidiano R^2, como sendo a figura $P = [A_1, A_2, ..., A_n]$ formada por n pontos $A_1, A_2, ..., A_n$ em R^2 e por n segmentos de reta $[A_1A_2, A_2A_3, ..., A_nA_1]$. Aos pontos A_i chamamos de vértices do polígono e aos segmentos retas de arestas ou lados. Um polígono simples fica bem definido se e somente se:

[32] Marie Ennemond Camille Jordan (Lyon, 5 de janeiro de 1838 — Paris, 22 de janeiro de 1922) foi um matemático francês. É conhecido pelos seus trabalhos em teoria dos grupos e análise. Estudou na École Polytechnique. Foi engenheiro e mais tarde ensinou na École Polytechnique e no Collège de France. O teorema da curva de Jordan é um resultado muito usado em análise complexa.

(i) a intersecção de cada par de segmentos adjacentes é um e um só vértice, isto é, $[A_1A_2] \cap [A_nA_1] = A_1$;

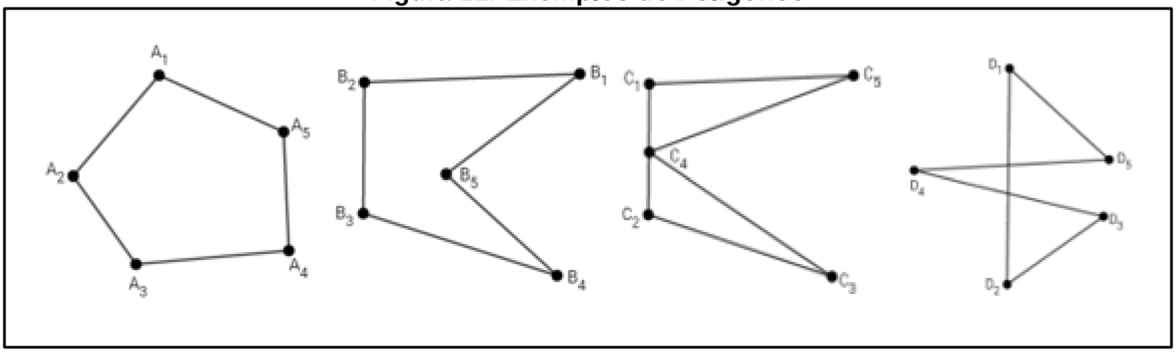
(ii) segmentos que não sejam adjacentes não se interceptam;

O polígono simples é definido como um conjunto dos pontos da região interior da poligonal reunidos com os pontos de sua fronteira ficando perfeitamente determinado por um conjunto formado pelos seus vértices ordenados, quando se percorre a fronteira de P, e por uma orientação que nos permita conhecer onde irá situar o interior de P.

Dolce e Pompeo (2013) define polígonos: Dada uma sequência de pontos de um plano (A_1, A_2, ..., A_n) com n≥3, todos distintos, onde três pontos consecutivos não são colineares, considerando-se consecutivos A_{n-1}, A_n e A_1, assim como A_n, A_1 e A_2, chama-se polígono a reunião dos segmentos A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$, A_nA_1.

Tomando como base a definição de Dolce e Pompeo (2013) podemos desenhar as sequências de pontos ($A_1A_2A_3A_4A_5$, $B_1B_2B_3B_4B_5$, $C_1C_2C_3C_4C_5$ e $D_1D_2D_3D_4D_5$) e afirmar que formam polígonos. Veja o exemplo:

Figura 11: Exemplos de Polígonos



Autor, 2019

Marques (2002) diverge sobre a definição de polígono de Dolce e Pompeo (2013) em relação a intersecção dos seguimentos que os formam. Assim o define:

Considere uma sequência de n pontos (A_1, A_2, ..., A_n) de um plano, com n≥3, diferentes dois a dois, sendo que quaisquer três pontos consecutivos não são colineares. Consideramos consecutivos também os pontos A_{n-1}, A_n e A_1, assim como A_n, A_1 e A_2. Chama-se polígono a reunião dos segmentos $A_1A_2A_3$, ..., $A_{n-1}A_n$, à reunião dos segmentos A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$, A_nA_1 se estiverem satisfeitas as condições:

(i) os segmentos A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$, A_nA_1 se interceptam, quando o fazem, apenas em suas extremidades;

(ii) dois segmentos quaisquer com a mesma extremidade não pertencem à mesma reta;

A definição de Marques (2002) considera polígonos apenas as figuras poligonais que não se auto intersectam, ou melhor, considera polígonos apenas os polígonos simples. Este estudo prefere considerar a definição de Dolce e Pompeo (2013) tendo em vista a clara existência dos polígonos simples e dos polígonos que se auto intersectam, também classificados por vários autores como polígonos complexos.

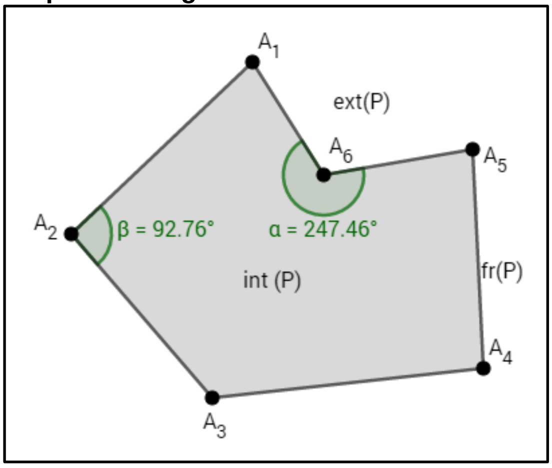
3.3.2 - Elementos de um polígono

Considerando o polígono simples $P = [A_1A_2A_3 \ldots A_{n-1}A_n]$, definiremos seus elementos:

(i) os pontos A_1, A_2, A_3, ..., A_{n-1} e A_n, são denominados vértices do polígono;

Um vértice de um polígono diz-se convexo se a amplitude do ângulo, pertencente ao seu interior, formado por duas arestas que lhe são incidentes for menor igual a 180° graus ou π rad. Caso contrário o vértice diz-se côncavo ou reflexo. Veja o exemplo na figura abaixo o vértice A_6 côncavo e vértice A_2 é convexo conforme a definição de vértice de um polígono.

Figura 12: Exemplo de Polígono com Vértices Côncavos e Convexos



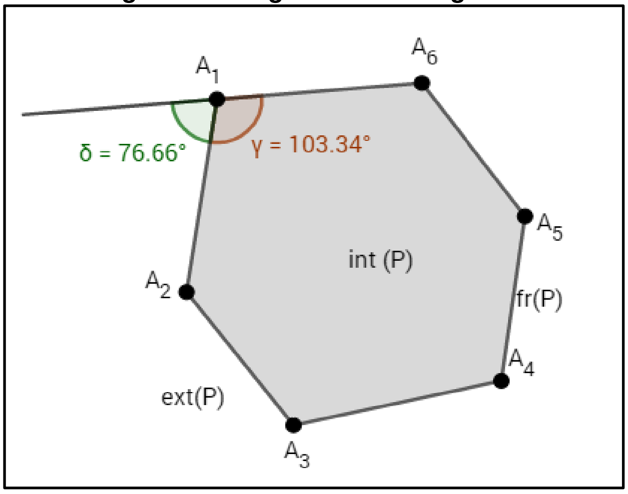
Autor, 2019

(ii) os segmentos A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$, A_nA_1, são os lados do polígono;

(iii) $\angle A_1 = \angle A_nA_1A_2$, $\angle A_2 = A_1A_2A_3$, ..., $\angle A_n = \angle A_{n-1}A_nA_1$ são denominados ângulos dos polígonos;

Nos polígonos simples podemos classificar os ângulos como internos e externos. O ângulo interno é o ângulo formado por dois lados do mesmo vértice, enquanto o ângulo externo é formado pelo prolongamento de um dos lados do vértice com o outro lado do vértice sem prolongamento. Veja a figura que ilustra os dois tipos de ângulos de um polígono simples.

Figura 13: Ângulos dos Polígonos

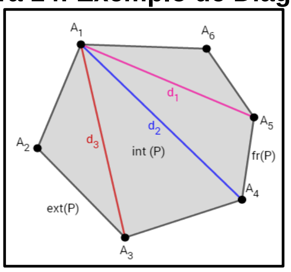


Autor, 2019

- O ângulo interno $\angle \Upsilon = A_6A_1A_2$ e verifica-se que está contido no interior de P e é formado pelos lados do vértice A_1.
- O ângulo externo $\angle\delta$ é formado pelo prolongamento do lado A_1A_6 com o lado A_1A_2 e fica localizado no exterior de P;
- Nota-se também que os ângulos interno e externo de um mesmo vértice são suplementares, isto é, $\angle \Upsilon + \angle\delta = 180°$.

(iv) Os segmentos não consecutivos A_1A_{n-3} e A_1A_{n-1} são exemplos de diagonais de um polígono. Então, uma diagonal de um polígono é um segmento de reta cuja extremidades são vértices não consecutivos de um polígono, ficando totalmente contida no interior do polígono. Veja a figura que ilustra a diagonal de um polígono.

Figura 14: Exemplo de Diagonal



Autor, 2019

Assim, $d_1 = A_1A_5$, $d_2 = A_1A_4$ e $d_3 = A_1A_3$, são exemplos de diagonais de um polígono simples P que partem de um mesmo vértice.

3.3.3 - Polígonos Côncavos e Polígonos Convexos

Um polígono simples pode ser classificado em côncavo ou convexo. Veja as definições:

(i) Um polígono simples $P = [A_1, A_2, ..., A_n]$, diz-se convexo se para todo $x \epsilon P$, $y \epsilon P$, o segmento $[xy] \subset P$.

(ii) Se um polígono simples $P = [A_1, A_2, ..., A_n]$ é convexo, todos os seus vértices (A_1, A_2, ..., A_n) são convexos.

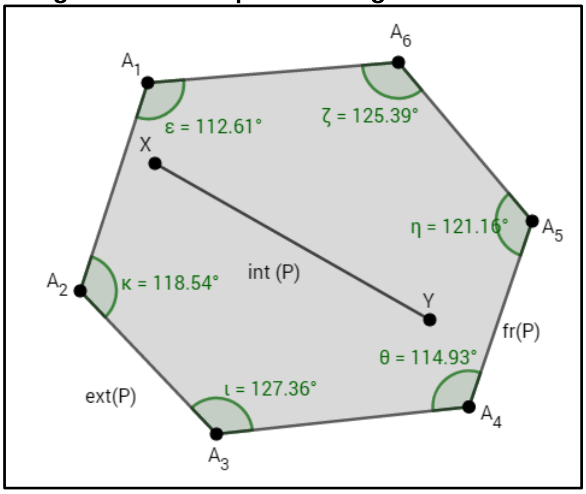
Assim, conclui-se que um polígono simples é convexo se qualquer par de pontos pertencentes ao seu interior [int(P)] ou à [fr(P)], são visíveis, isto é:

$$\forall\ x, y \in int(P) \cup fr(P), [x,y] \cap ext(P) = \emptyset.$$

(iii) Se um polígono simples $P = [A_1, A_2, ..., A_n]$ possui pelo menos um vértice (A_1, A_2, ..., A_n) côncavo, ele é definido como polígono côncavo.

A figura abaixo ilustrar as definições acima sobre polígono convexo. Observe que todos os vértices são convexos e o segmento de reta [xy] com extremidades contidas em P, fica totalmente contido na região interna do polígono.

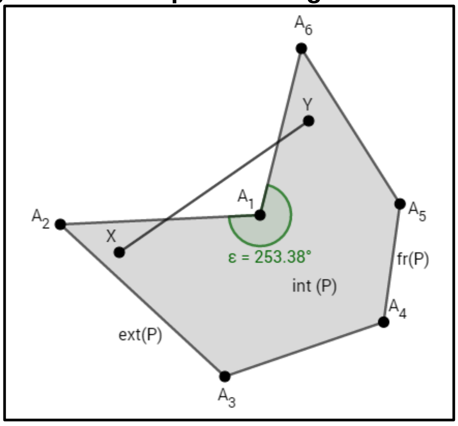
Figura 15: Exemplo de Polígono Convexo



Autor, 2019

Observe que a figura abaixo ilustra com fidelidade a definição de polígono côncavo ou não convexo, pois possui pelo menos um vértice côncavo (A_1) e o seguimento de reta [xy] com extremidades contidas no polígono simples (P) não fica contido em sua totalidade no interior de P.

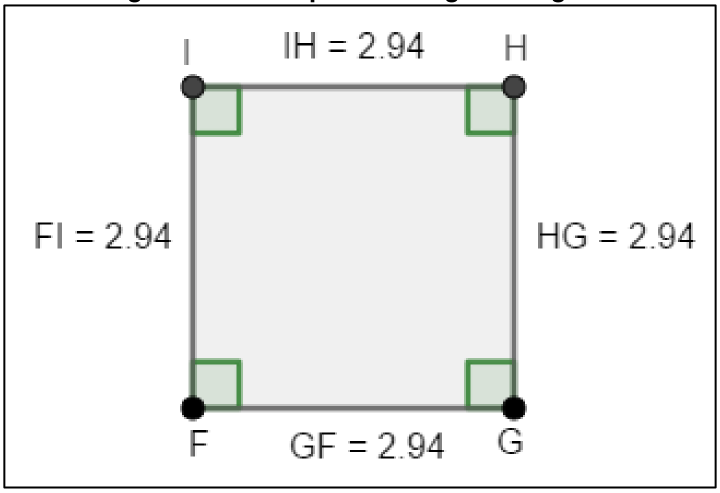
Figura 16: Exemplo de Polígono Côncavo



Autor, 2019

Um polígono simples convexo também pode ser classificado como um polígono regular, para tanto, o polígono deve ser equiângulo (possui medida angular interna nos vértices iguais) e equilátero (possui medidas dos lados iguais) ao mesmo tempo. Veja o exemplo:

Figura 17: Exemplo de Polígono Regular



Autor: 2019

3.3.4 - Soma dos Ângulos de um polígono

3.3.4.1 – Região Interna

Teorema: Em um polígono de n lados, a soma das medidas de seus ângulos internos (S_i) é dada por: $S_i = (n – 2) x180°$.

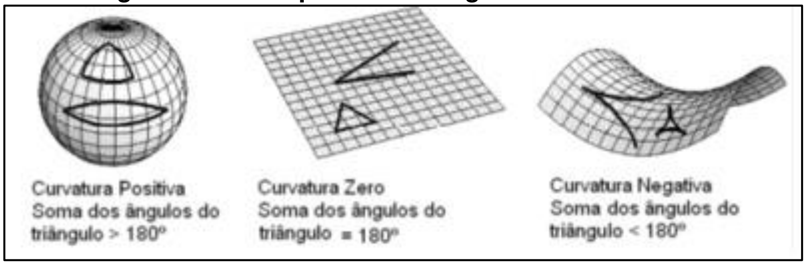
Para demonstrarmos o teorema da soma das medidas dos ângulos internos de polígono, necessitamos demostrar:

(i) A soma dos ângulos internos de um triângulo que é 180°;

(ii) Qualquer triangulação de um polígono simples P com n vértices tem exatamente (n −2) triângulos.

Também necessário ressaltar que a demonstração será dentro do campo da geometria Euclidiana (curvatura zero) superfície plana, pois sabemos que na geometria não euclidiana o teorema do (i) não é válido conforme ilustra o exemplo a seguir.

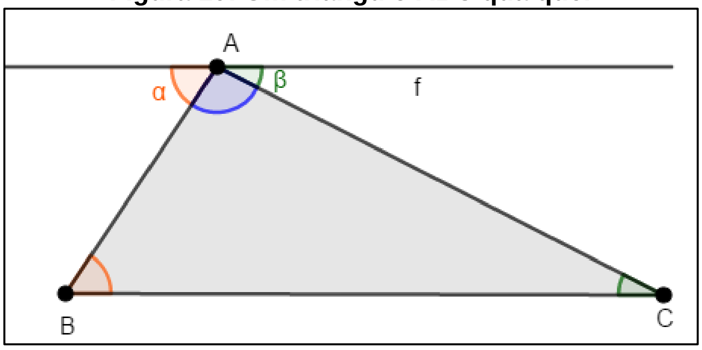
Figura 18: Exemplos de Triângulos fora do Plano



Fonte: Google Imagens, 2019

(i) Seja ABC um triângulo:

Figura 19: Um triângulo ABC qualquer



Autor: 2019

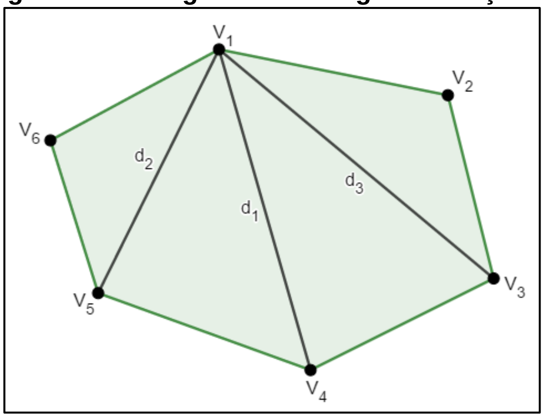
Pelo vértice A tracemos a reta f paralela ao lado BC. Por construção, temos que $\angle\alpha + \angle BAC + \angle\beta = 180°$. Daí, como $\angle\alpha = \angle ABC$ e $\angle\beta = \angle ACB$, pois são ângulos alternos internos, então substituindo estas igualdades, temos que $\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = 180°$.

Portanto, a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. Ficando assim demonstrado (i).

(ii) Consideremos uma diagonal qualquer. Esta diagonal divide P em dois polígonos, P_1 e P_2 com V_1 e V_2 vértices, respectivamente. Cada vértice de P pertence exatamente a um dos dois polígonos, exceto para os dois vértices que definem a diagonal, que pertence a ambos. Então, $V_1 + V_2 = v + 2$. Pela indução, qualquer triangulação de Pi tem $V_i - 2$ triângulos o que implica que a triangulação de P tem $(V_1 - 2) + (V_2 - 2) = V - 2$ triângulos.

Veja o exemplo de um hexágono onde escolhemos o V_1 e traçamos todas as diagonais que partem dele (d_1, d_2 e d_3), quando realizamos esse procedimento, conseguimos a triangulação do polígono.

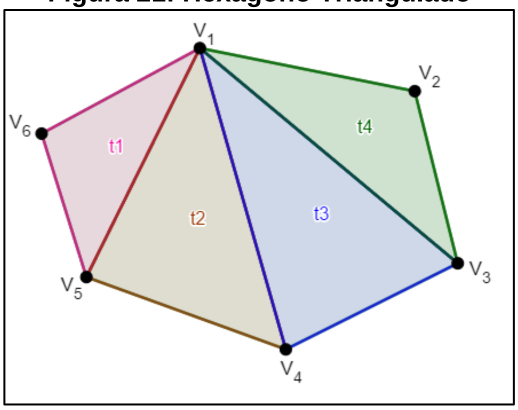
Figura 20: Hexágono com diagonais traçadas



Autor, 2019

Neste caso, conseguimos a triangulação de hexágono (polígono de 6 lados) na partição em 4 triângulos, ou seja, confirmando a 6 vértices menos 2 é igual a 4 triângulos (t_1, t_2, t_3 e t_4).

Figura 21: Hexágono Triangulado



Autor, 2019

De (i) e (ii) podemos concluir que:

- A soma dos ângulos internos de triângulo qualquer é 180°;
- Um polígono simples é triangulável, isto é, quando traçamos todas as diagonais possíveis partindo de um mesmo vértice V qualquer, o polígono simples P qualquer fica composto por triângulos na sua região interna;
- A quantidade de triângulos derivados da triangulação de um polígono simples convexo de n lados é sempre (n-2);

Então:

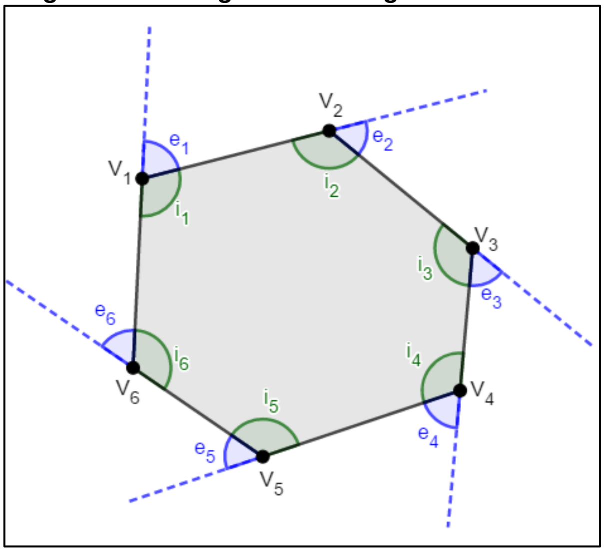
A soma dos ângulos internos de um polígono simples de n lados Si é determinada pelo produto da quantidade de triângulos obtidos na triangulação (n – 2) com soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer (180°), concluir-se que $S_i = (n-2) \times 180°$.

3.3.4.2 – Região Externa

Teorema: A soma dos ângulos externo de polígono de n lados é 360°.

Dedução: Considere o polígono $P = [A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, ..., A_n]$ um polígono de n lados. Considerando os ângulos externos $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, ..., e_n$ suplementares adjacentes dos respectivos ângulos internos $i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, ..., i_n$ temos:

Figura 22: Hexágono com ângulos marcados



Autor, 2019

$$e_1 + i_1 = 180°$$
$$e_2 + i_2 = 180°$$
$$e_3 + i_3 = 180°$$

$$\vdots$$

$$\boldsymbol{e_n + i_n = 180°}$$

Somando-se membro a membro as n igualdades obtemos como resultado:

$$\boldsymbol{S_e + S_i = n \,.\, 180°}$$

Substituindo S_i por $(\boldsymbol{n-2})\,.\,\boldsymbol{180°}$, vem:

$$\boldsymbol{S_e + (n-2)\,.\,180° = n\,.\,180°}$$

$$\boldsymbol{S_e + n\,.\,180° - 360° = n\,.\,180°}$$

$$\boldsymbol{S_e = 360°}$$

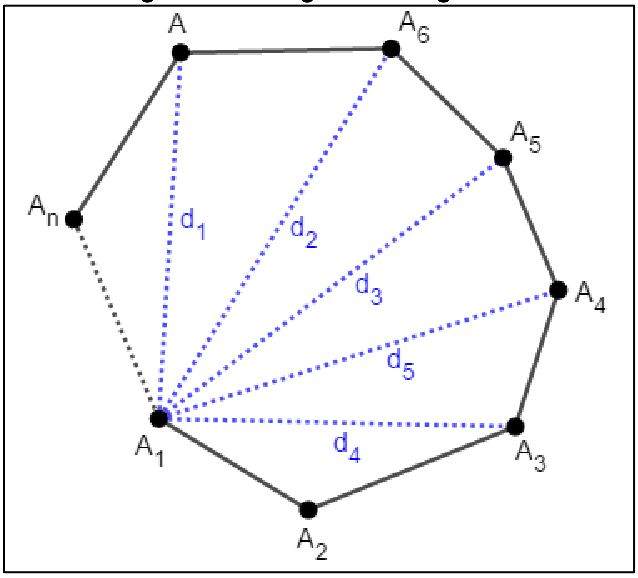
3.3.5 - Número d de diagonais de polígono de n lados.

Teorema: O número de diagonais d de um polígono de n lados $(n \geq 3)$ é dada por:

$$\boldsymbol{d = \frac{n\,.\,(n-3)}{2}}$$

Dedução: Seja P = [A_1, A_2, A_3 ... A_n] um polígono de n lados. Com extremidades num dos vértices do polígono (Vértice A_1, por exemplo), temos (n – 3) diagonais.

Figura 23: Polígono e Diagonais



Autor, 2019

Se com extremidades em cada vértice temos (n-3) diagonais, então com extremidades nos n vértices, temos n.(n – 3) diagonais. Porém nesta conta observa-se que cada diagonal é contada duas vezes, pois tem extremidades em dois vértices. Logo conclui-se que o número d de diagonais de um polígono é:

$$\boldsymbol{d = \frac{n\,.\,(n-3)}{2}}$$

3.4 - Estudos sobre o Ensino de Polígonos

A pesquisa bibliográfica, assim definida por Severino (2016), como a pesquisa que é realizada a partir de registo disponível, decorrente de pesquisas anteriores, em documentos impressos ou em forma de e-book, utiliza-se de dados ou de categorias teóricas já trabalhadas por outros pesquisadores, devidamente registrados.

Nossa pesquisa foi articulada sobre o tripé de análise quantos aos aspectos: de estudos diagnóstico, estudos teóricos e estudos experimentais. A análise dos estudos foi realizada em artigos científicos, dissertações e teses, selecionados em diversos repositórios de instituições de ensino superior. Para esta pesquisa, adotamos 12 trabalhos que se enquadravam em nossa busca, publicados em sua maioria entre os anos de 2014 a 2018.

Em síntese depois de todos os procedimentos ora citados, partimos para análise dos conteúdos abordados, as ferramentas envolvidas, os cenários e os contextos que estão inseridos, os objetivos propostos, as intervenções possíveis e demais fatos importantes para o estudo de ensino polígonos relatados nos trabalhos selecionados para a revisão de estudo.

O quadro seguinte traz um panorama geral da revisão de estudo, onde a organização foi pensada com a finalidade de ficar visível ao leitor os eixos/tipos de estudos que estão subdivididos os trabalhos, seus autores, ano de publicação, título e instituição/evento onde foram publicados.

Quadro 04: Estudos sobre Polígonos

Tipo de estudo	Autor(es)	Ano	Título do trabalho	Instituição / Evento
Estudos Diagnóst	Rezende e Carneiro	2016	O ensino e a aprendizagem de polígonos em periódicos de Educação Matemática	ENEM[33]

---

[33] Encontro Nacional de Educação Matemática – São Paulo - SP, 13 a 16 de julho de 2016.

	Morais Filho	2016	Re(significando) o ensino de polígonos regulares	EPBEM[34]
	Nagata	2016	Os níveis de desenvolvimento do pensamento Geométrico: O aprendizado do conteúdo de polígonos numa perspectiva do modelo Van Hiele.	UTFPR[35]
	Proença	2008	Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio	UNESP[36]
Estudos Teóricos	Pereira	2017	Práticas de ensino em geometria plana	UFVJM[37]
	Oliveira	2016	O Baricentro dos Polígonos Convexos	UFBA[38]
	Brigo	2010	As figuras geométricas no ensino de matemática: uma análise histórica nos livros didáticos	UFSC[39]
	Lauro	2007	Percepção – Construção – Representação – Concepção Os quatros processos do ensino da Geometria: Uma proposta de articulação.	USP[40]
Estudos Experimentais	Matreiro	2018	A desmitificação da geometria por meio de ludicidade: Geoplano como ferramenta facilitadora para o ensino e aprendizagem	UNESP
	Foss e Donel	2017	O ensino de polígonos regulares por meio de materiais manipuláveis.	EPREM/UNIOESTE[41]
	Amaral Junior	2013	O ensino de polígonos com o auxílio do Geogebra no ensino médio	UNIVASF[42]
	Oliveira	2013	A geometria do mosaico: uma sequência didática para a aprendizagem sobre polígonos	UFRPE[43]

Fonte: Autor (2018)

3.4.1 - Estudos Diagnósticos

Etimologicamente a palavra diagnóstico vem do grego *diagnōstikós,* significando "'capaz de distinguir, de discernir", comumente adotada pela medicina, onde os profissionais se deparam diante de um problema e buscam investigar as causas deste para depois propor um tratamento. Em educação acreditamos ser uma situação mais complexa,

---

[34] Encontro Paraibano de Educação Matemática – Campina Grande – PB, 24 a 26 de novembro de 2016.
[35] Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
[36] Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho".
[37] Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri.
[38] Universidade Federal da Bahia
[39] Universidade Federal de Santa Catarina
[40] Universidade de São Paulo
[41] Encontro Paranaense de Educação Matemática/Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 21 a 23 de setembro de 2017.
[42] Universidade Federal do Vale do São Francisco
[43] Universidade Federal Rural de Pernambuco

uma vez que há uma variedade de fatores bem maiores, como os fatores físicos, intelectuais, emocionais e fatores externos ao ambiente escolar.

Os estudos diagnósticos apresentados a seguir trazem resultados de análise e identificação de dificuldades ora verificadas no ensino de geometria/polígonos, oportunizando-nos uma reflexão sobre a temática que venha embasar a construção da sequência didática desta pesquisa.

3.4.1.1 - 1º Estudo

A pesquisa de Rezende e Carneiro (2016)[44] publicada em forma de artigo no ENEM 2016 em forma de comunicação científica, fez um levantamento de artigos publicados no período de 2000 a 2014 em dez periódicos de Educação Matemática, que estavam abordando a temática em relação aos conceitos geométricos, em especial o estudo de polígonos, com o objetivo de suscitar uma discussão sobre a temática.

Rezende e Carneiro (2016) ressalta fazendo referência ao estudo de Lorenzanto(1995) que os professores não têm segurança para ensinar conteúdos geométricos, pois é dada uma supervalorizada aos livros didáticos e esses muitas vezes trazem os conteúdos geométricos apenas como um conjunto de fórmulas e definições para os estudantes decorarem.

O outro tópico abordado por Rezende e Carneiro (2016) trata do ensino e aprendizagem de geometria, onde baseia suas afirmações em diversos estudos publicados, cita principalmente os estudos de Perez (1995), onde mostra que as aulas de matemáticas são insuficientes para o currículo programado e que a geometria ficava sempre em segundo plano, dando margem a concluir que os conteúdos geométricos quase sempre não eram trabalhados em sala de aula. Nesta mesma pesquisa de Perez(1995), é citado que os professores partícipes afirmam também não detêm conhecimentos e metodologias assertivas para desenvolverem os conteúdos geométricos em sala de aula.

Dando prosseguimento Rezende e Carneiro (2016) aborda a temática do abandono do ensino de geometria no país, atribuídos por autores que ela cita como Lorenzato (1995) e Pavanello (1993) entre outras causas o mesmo não se deu pelo desenvolvimento da matemática moderna e que o mesmo já ocorria desde a década de 1950, afirma ainda que

[44] Autores do Artigo “O Ensino e a Aprendizagem de Polígonos em Periódicos de Educação Matemática.

o excesso de algebrização, supervalorização da teoria de conjuntos, ocasionaram um esquecimento de uma proposta para o ensino de geometria. Mesmo com todos os fatos citados a autora (Rezende, 2016) deixa claro que diante de inúmeras razões para os professores deixarem o ensino de conteúdos geométricos de lado, ainda assim, não põem em dúvida sua importância.

Rezende e Carneiro (2016) ainda tratam sobre possíveis contribuições para o ensino e aprendizagem de polígonos, principalmente abordando o ensino de áreas. Citam que é necessário um diálogo construtivo a fim de promover uma aprendizagem munida de significados, fugindo da unicidade de propostas para o tema do livro didático. Faz uma crítica quanto a memorização de fórmulas enquanto ponto de partida para tentar ensinar, e que essa memorização das relações entre área e perímetro não fornece uma compreensão real do que se passa, pois, o uso sem uma contextualização e significado permite que os conceitos geométricos não sejam construídos corretamente.

A conclusão do trabalho por Rezende e Carneiro (2016) retoma o objetivo da pesquisa, ressalta que os trabalhos analisados em sua maioria abordaram a temática ensino e aprendizagem de polígonos, apontou ainda que há lacunas referentes aos conceitos geométricos e necessitam de mais pesquisas.

3.4.1.2 - 2º Estudo

A pesquisa de Morais Filho (2016)[45] traz como objetivo relatar as atividades realizadas por meio de um projeto pedagógico, desenvolvido em escola pública do município de Patos – PB, com a temática de Polígonos Regulares: Investigando revestimentos. A proposta consiste na elaboração de um roteiro de atividades que levasse os estudantes a uma investigação e exploração da geometria.

Morais Filho (2016) na parte introdutória de seu trabalho retoma a polêmica sobre o abandono do ensino de geometria nas escolas brasileiras, afirma que o ensino de conteúdos geométricos trabalhados nas décadas de 1970 e 1980, são basicamente o estudo do Teorema de Pitágoras e memorização de fórmulas para o estudo de áreas. O autor assevera que esta realidade tem mudado, que a geometria começa a ganhar a importância necessária no meio acadêmico e em sala de aula, pois, os conceitos

---

[45] Autor do Artigo "Re(significando) o Ensino de Polígonos Regulares.

geométricos absolvidos contribuem para o desenvolvimento do pensamento geométrico e o processo pedagógico precisa contemplar a geometria como forma de melhorar a aprendizagem dos estudantes por meio de investigação, descobertas e problematizações.

Segundo Morais Filho (2016) o ensino de geometria deve contemplar atividades para que o estudante desenvolva a observação, medição, comparação e abstração, permitindo que aprimore principalmente a percepção de espaço. O autor afirma ainda que a geometria é um campo matemático onde é possível promover a contextualização à realidade do estudante, fazendo-o constructo do saber científico.

Um tópico da pesquisa de Morais Filho (2016) trata sobre o ensinar e aprender geometria, onde reafirma a importância desta grande área da matemática e que os conceitos podem ser explorados pelos estudantes, e a partir da geometria os levam a compreensão do mundo real. Ressalta também o que os PCN discorre sobre os conceitos geométricos, pois, constituem parte importante do currículo de Matemática e por meio deles os estudantes desenvolvem o pensamento geométrico, permitindo-lhes compreender, descrever e repensar de outra forma o mundo em que vivem.

Morais Filho (2016), aborda um tópico intitulado de metodologia, tratando exclusivamente das atividades desenvolvidas com estudantes do 6º ano do ensino fundamental da escola onde a pesquisa foi desenvolvida. O autor descreve que os estudantes foram orientados a fotografar diversos revestimentos em paredes e pisos nas residências do bairro, fazendo as devidas anotações sobre os polígonos encontrados. Os alunos descreverem as formas encontradas, tiraram dúvidas com o professor, principalmente sobre os polígonos regulares e irregulares. Para finalizar a atividade o professor solicitou aos alunos que construísse um mosaico de polígonos com materiais previamente preparados pelo autor.

A experiência das atividades desenvolvidas e aplicadas por Morais Filho (2016), levaram-no a concluir que partindo da sala de aula para o mundo concreto o conhecimento geométrico desperta no estudante a aproximação deste com sua realidade, torna-o mais agente do saber.

3.4.1.3 - 3º Estudo

A pesquisa desenvolvida por Proença (2008)[46] objetivou analisar o conhecimento declarativo de alunos do ensino médio sobre polígonos e poliedros em termos de seus atributos definidores, das relações subordinadas e supra ordenadas e de seus exemplos e não exemplos. O autor buscou sua concepção teórica para seu estudo em Klausmeier e Goodwin (1977), autores da obra “Manual de Psicologia Educacional”. A pesquisa foi desenvolvida com 253 estudantes de ensino médio da rede pública de ensino da cidade de Bauru-SP, aplicando na primeira fase do estudo: um questionário, uma prova de matemática sobre o conteúdo e um teste de exemplos e não exemplos. A Segunda fase o autor selecionou aleatoriamente três estudantes com médias abaixo de cinco pontos e três com médias igual ou superior a cinco pontos para participarem de uma entrevista. A pesquisa foi estruturada em oito capítulos que representam a base de investigação, abordando assuntos referentes à geometria, investigando a formação de conceitos de polígonos e poliedros.

Proença (2018) ressalta o papel do ensino de matemática referenciado nos PCN na formação dos estudantes, está ligado à formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio, na sua aplicação a problemas da vida cotidiana. O pesquisador deixa claro que o ensino baseado na concepção tradicional tem contribuídos para insucessos nas avaliações externas. Sucinta ainda a polêmica levantada pelos dois outros pesquisadores analisados anteriormente neste estudo, quando afirmam a negligência histórica quanto ao ensino de geometria e a supervalorização da álgebra.

Sobre o problema levantado anteriormente Proença (2008) cita estudos de Pirola (2000) e Passos (2000) onde mostram que professores em exercício docente não dominavam conceitos básicos de geometria, apresentando também falta de conhecimentos teóricos e metodológicos para trabalhar com conceitos geométricos. O problema da formação dos professores, detectado como uma das causas evidentes da negligência do ensino de geometria, não é único, o pesquisador levanta também a possível culpa do MMM, afirmando que o movimento gerou lacunas no ensino de geometria e esteve voltado aos estudos algébricos da Matemática.

---

[46] Autor da dissertação intitulada “Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio” apresentada ao Programa de Pós-Graduação para a Ciência – Unesp – Bauru – SP.

Dando continuidade ao estudo, Proença (2008) profere que em detrimento de um ensino tradicional, assim definido por tratar a geometria como um conhecimento pronto e acabado, pois fazem unicamente que os estudantes apliquem fórmulas prontas e acabadas, é função do ensino escolar propiciar, entre outras condições para o desenvolvimento conceitual dos alunos.

No tópico que trata da Psicologia da Educação Matemática Proença (2008) explica que é uma área de pesquisa que tem como uma de suas preocupações a atividade mental na formação de conceitos em Matemática e que sua maior contribuição é aumentar, através de pesquisa, o entendimento sobre como as pessoas aprendem matemática. Surgiu a partir do interesse de profissionais da área da Psicologia Educacional, é considerado uma subárea da Educação que objetiva estudar a aprendizagem da matemática, bem como os demais fatores cognitivos e afetivos relacionados a disciplina.

Como a pesquisa busca investigar a formação de conceitos, Proença (2008) sob a ótica dos estudos de Klausmeier e Goodwin (1977) fez uma investigação sobre a formação de conceitos voltados para a geometria, justificando que a formação de conceitos é questão primordial para o ensino escolar, pois cada área do conhecimento, através de seus conceitos ajuda no desenvolvimento de habilidades e capacidades do pensamento dos alunos. A pesquisa nos mostra que para favorecer a formação de conceitos é necessário investigar os conhecimentos prévios do indivíduo e elaborar material com conteúdo com uma estrutura conceitual elaborada para o ensino. Afirma ainda que a aprendizagem dos conceitos geométricos desde a educação infantil favorece o desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno e é importante para todos os níveis escolares, ficando o professor responsável por tal tarefa.

A pesquisa de Proença (2008) tratou sobre o conceito de polígono, fez análise de livros de autores brasileiros que escrevem sobre conteúdos matemáticos, a princípio notou que as definições de polígonos encontradas contemplam certos exemplos e outras não. A pesquisa faz menção a três definições de polígonos e considera adequada a de Barbosa (1995) escrita na Obra Geometria Euclidiana Plana, ficando assim definida:

> Uma poligonal é uma figura formada por uma sequência de pontos A_1, A_2, ..., A_n e pelos seguimentos A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$, os pontos são vértices da poligonal e os segmentos são seus lados. Uma poligonal pode ser aberta ou fechada.
> Um polígono é uma poligonal em que as seguintes condições são satisfeitas:
> a) $An = A_1$;
> b) Os lados da poligonal somente se interceptam em suas extremidades;

> c) Cada vértice é extremidade de dois lados;
> d) Dois lados com mesma extremidade não pertencem a uma mesma reta. (Proença, 2008, p. 66 apud Barbosa, 1995, p. 38)

Proença (2008) ainda conceitua os polígonos convexos e côncavos, cita exemplos e destaca entre os polígonos convexos, os polígonos regulares. Ressalta ainda que para a pesquisa foi investigado se os alunos conhecem o conceito de polígonos e poliedros, pois o interesse estava em evidenciar se os participantes conseguem identificar os atributos definidores e exemplos e não exemplos.

Após a análise dos dados da pesquisa Proença (2008) disserta sobre a primeira fase do estudo, afirmando que os participantes apresentaram um conhecimento declarativo sobre polígonos e poliedros muito aquém do esperado de estudantes de nível médio da educação básica, justifica tal afirmação pelos resultados de baixo desempenho nos testes, os estudantes em questão não foram capazes de identificarem os atributos definidores e a diferenciação de exemplos e não exemplos. Em relação a segunda fase do estudo, foi possível perceber o que pensavam os seis estudantes escolhidos aleatoriamente, sobre os conceitos investigados, bem como aprofundar o conhecimento sobre as respostas que haviam dado na primeira fase. O autor da pesquisa ainda relata que as atividades selecionadas para a discussão permitiram retratar o conhecimento que estes participantes possuíam sobre a temática investigada. Em síntese, o autor deixa claro, que as respostas dos entrevistados mostraram as dificuldades em declarar polígonos e poliedros em termos definidores, relações subordinadas e supra ordenadas e exemplos e não exemplos.

3.4.1.4 - 4º Estudo

A pesquisa realizada por Nagata (2016)[47] sobre a égide da Teoria do Van Hiele e os níveis de pensamento geométrico, elaborou instrumentos de pesquisas sobre o conteúdo matemático de Polígonos, aplicando-os a 253 estudantes da rede pública estadual na cidade Curitiba-PR. A pesquisadora afirma que durante as disciplinas do Mestrado Profmat, questionava-se sobre diversas dificuldades manifestadas por seus alunos sobre muitos conteúdos geométrico, quando lhe veio a ideia de investigar: Como o estudante adquire o conhecimento geométrico segundo o modelo Van Hiele? Como as

[47] Autora da dissertação intitulada “Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico: O aprendizado do conteúdo de polígonos numa perspectiva no Modelo Van Hiele”.

linguagens para a construção de um pensamento matemático são estruturados? Com suas inquietações e questionamentos partiu para a pesquisa.

Nagata (2016) disserta sobre a teoria pesquisada, sobre os estudos que os autores da teoria desenvolveram e toda sua vida acadêmica. Faz a delimitação do tema dentro da grande área de geometria para polígonos, justificando que após pesquisar sobre outros estudos realizados sobre os níveis de pensamento geométrico, quase sempre foram realizados com quadriláteros. Após delimitação do tema, fez um estudo sobre os livros didáticos adotados nas escolas pesquisadas, como também no guia do PNLD em vigência, com o intuito de montar seus instrumentos de pesquisas sobre o conteúdo de polígonos.

Segundo Nagata (2016) o estudo realizado foi importante, principalmente por um motivo pessoal, sentiu-se transformada nas atitudes com os estudantes, em cada novo tópico estudado, percebia com mais clareza as possíveis causas dos alunos não compreender o que estava sendo ensinado, ocasiões que aproveitou para alterar seus procedimentos. Afirma ainda que dos 237 alunos pesquisados, 75 que atingiram somente o nível zero não estando em processo em nenhum outro nível. O nível zero é o “mais importante”, pois forma uma base para os demais níveis que inclui situações dos alunos em sua vida diária e suas experiências, aos quais eles estão acostumados e os demais níveis são mais específicos da vida escolar, não sendo percebido no cotidiano anterior ao início dos estudos. Vale ressaltar que estes estudantes já são de ensino fundamental II e já deveriam estar mais evoluídos em relação ao seu nível de pensamento geométrico.

A autora Nagata (2016) afirma ter por certo que os dados obtidos na implementação da pesquisa não deverão ser utilizados isoladamente e para fazer uma análise mais aprofundada dos níveis que os alunos se encontram é necessário realizar uma entrevista com os casos em destaque, assim conclui seu estudo.

3.4.2 - Estudos Teóricos

A pesquisa teórica, assim definida por Demo (2000), é a pesquisa que é "dedicada a reconstruir teoria, conceitos, ideias, ideologias, polêmicas, tendo em vista, em termos imediatos, aprimorar fundamentos teóricos", aborda quadros de referência, condições explicativas da realidade, polêmicas e discussões pertinentes. Os estudos teóricos não implicam em imediata intervenção na realidade, mas seu papel é decisivo na criação de condições para a intervenção. Os estudos teóricos a seguir apresentam o processo de investigação dos resultados de trabalhos que obtiveram implicações satisfatórios nos aspectos conceituais sobre o ensino de polígonos.

3.4.2.1 - 1º Estudo

O trabalho de Pereira (2017)[48] foi desenvolvido tendo como base os princípios da Engenharia Didática, com objetivo principal de propor metodologias de ensino para a disciplina de Geometria Euclidiana Plana do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, com o auxílio do software de geometria dinâmica GeoGebra. Além disso, buscou-se detectar as principais dificuldades no ensino e aprendizagem de Geometria Plana e propor metodologias que melhorem o aprendizado dos conceitos de Geometria Plana no ensino superior.

Pereira(2017) ressalta a parte histórica da Geometria, afirma que dentre algumas teorias que relatam a razão pelo qual se motivou estudar a Geometria, duas delas são norteadas por pensar em Geometria a partir das necessidades do dia a dia, principalmente no âmbito da construção e medição de terras, outros já afirmam que a Geometria surgiu de uma prática sacerdotal, ou seja, por lazer. Discorre ainda que a Geometria como ciência teve início a partir dos trabalhos de Euclides, cuja principal obra foi o livro ‘‘Os elementos”.

Pereira (2017) organizou sua pesquisa da seguinte maneira: foi feito um resgate histórico do ensino de Geometria no Brasil, apresentando uma transição do ensino básico até o ensino superior, retratando as principais dificuldades enfrentadas por docentes e discentes, também realizados por outros trabalho já analisados nesta revisão; seguindo foi realizado um aprofundamento teórico, detalhando as principais características da metodologia de pesquisa utilizada no trabalho, a Engenharia Didática; também foram apresentados os principais resultados e definições matemáticas que deram suporte ao longo do trabalho; também foi apresentado o software utilizado como ferramenta facilitadora do trabalho, o GeoGebra; trouxe ainda uma apresentação de todas as etapas das intervenções didáticas, tais como planejamento, aplicação e desenvolvimento, além de algumas considerações sobre os resultados obtidos; foi feita uma discussão dos questionários aplicados durante as intervenções didáticas e apresentados os resultados gerais de todas as etapas do estudo.

[48] Autor da dissertação intitulada “Práticas de Ensino em Geometria Plana”.

Nas considerações finais Pereira (2016) retoma o problema investigado, e se questiona sobre quais meios possibilitaria atenuar o contexto vivido pelos discentes, afirmando ainda ser o papel do docente constatar as possíveis falhas no material didático e método de ensino, adequando a novas práticas e buscando novos recursos. Constatou que a inserção dos recursos computacionais nas aulas de Geometria Plana é um fator que depende de um bom planejamento, pois a utilização de tecnologias implica em mudanças de aspectos operacionais, e de até aspectos epistemológicos. Verificou ainda que o uso dos recursos computacionais no processo de ensino-aprendizagem de Geometria Plana, na turma investigada, contribuiu significativamente em vários aspectos, como: maior interação entre os discentes; o desenvolvimento das habilidades e competências referentes ao Desenho Geométrico; o desenvolvimento das técnicas de demonstração; melhora significativa quanto às questões dissertativas, adequando-se da escrita formal matemática e o benefício do processo de visualização gráfica e geométrica, sem que haja um distanciamento do pensamento algébrico.

3.4.2.2 - 2º Estudo

Na pesquisa de Oliveira (2016)[49] discorre a cerda de algumas considerações sobre o estudo do Baricentro dos polígonos convexos. O trabalho objetivou apresentar uma nova abordagem para proporcionar um melhor entendimento e aprendizado para os alunos no que se refere ao baricentro de um triângulo e de um polígono convexo qualquer. Para tal foi apresentado algumas definições, propriedades, fórmulas, demonstrações etc., também foi relatado algumas experiências para encontrar o baricentro de alguns polígonos convexos e propôs, uma sequência de atividades para serem desenvolvidas em sala de aula.

O pesquisador Oliveira (2016) faz uma relato sobre o conceito de baricentro de uma forma perceptível, afirma que "quando um corpo ou massa suporta-se sobre seu peso, ou como se houvesse a concentração de seu peso em um só determinado ponto, obtém-se o que se chama de baricentro ou centro de gravidade", afirma ainda que o desempenho dos estudantes em Matemática nos dias atuais tem sido motivo de preocupação para os professores. O autor ainda assevera que aproximar a Matemática do estudante, e tornar

[49] Autor da dissertação intitulada "O Baricentro dos Polígonos Convexos".

palpáveis os cálculos da geometria analítica, incorporando-a realidade dos fatos, é um desafio para todos os professores de matemática.

Ressaltamos que proposta de ensino na terceira parte do estudo não foi testada, contudo não podemos emitir uma opinião contundente quanto sua eficiência e eficácia para o ensino de baricentro de um polígono. Assim, podemos emitir comentários que foi bem estruturada no ponto de vista pedagógico, trabalha com materiais manipuláveis e de fácil acesso, permitindo um bom envolvimento dos estudantes na construção do saber. O autor afirma que geralmente os professores quando ensinam sobre o Baricentro limitam-se apenas a encontrar as coordenadas do baricentro do triângulo como vem sendo apresentado nos livros didáticos de matemática do ensino médio.

3.4.2.3 - 3º Estudo

A pesquisa de Brigo(2010)[50] faz um apanhado histórico sobre Ensino da Matemática. Mergulha num passado não muito distante para compreender como e com que propósito as figuras geométricas apareceram nos livros didáticos de matemática da década de 70, do século XX. Justifica a tomada de estudo por esta década, por se tratar de um dos momentos em que o ensino secundário de Matemática sofreu várias mudanças devido ao Movimento da Matemática Moderna (MMM). A partir disto a autora analisou seis livros didáticos de matemática, buscando verificar quais as funções das figuras geométricas nos conteúdos de geometria.

Brigo (2010) estruturou sua pesquisa em quatro diferentes tópicos: primeiro fez um apanhado histórico sobre o uso prático de figuras geométricas pelos povos antigos, passando pelo livro Os elementos de Euclides, pelos artesão do século XV, pela engenharia militar do século XVII, nas artes plásticas e na arquitetura renascentista; no segundo momento fez busca em documentos oficiais internacionais, nacionais e do Estado de Santa Catarina sobre o uso de figuras geométricas no período do MMM; na terceira parte foi análise de seis livros didáticos tratando-se da abordagem das figuras geométricas e último momento foi para as considerações finais.

Segundo Brigo (2010) a análise mostra que as figuras geométricas assumiram diversas funções, tais como: função explicativa, ilustrativa, demonstrativa e formativa.

[50] Autora da dissertação intitulada "As figuras geométricas no ensino de matemática: Uma análise histórica nos livros didáticos.

Remarca que cada autor do livro didático se apropriou à sua maneira do que propunha o MMM, e essa subjetividade fez emergir diferentes funções para as figuras geométricas nos livros didáticos de matemática. Ressalta que por vezes foi notado o mesmo uso em livros distintos, e isso remete a um olhar singular das fontes como objeto de estudos históricos. Não existiu um único modo de ensinar, um único livro didático, um único programa de ensino.

3.4.2.4 - 4º Estudo

A pesquisa de Lauro[51] (2007) é um estudo a respeito do ensino de Geometria no ensino fundamental de 5ª a 8ª série, hoje com nova nomenclatura de 6º a 9º ano. A autora cita como motivação para pesquisa, sua experiência vivenciada em cursos de formação que ministrou para professores de matemática dos níveis fundamental e médio, como também de sua vivência como docente das disciplinas de Geometria e Desenho Geométrico no curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade privada onde trabalhou. Ressalta que em ambos os casos pode observar grandes problemas de sua clientela em relação ao entendimento de conceitos geométricos elementares.

Lauro (2007) em seu estudo admite como hipótese de trabalho que há no ensino de Geometria uma polarização entre percepção(observação) e a concepção (sistematização, elementos conceituais), deixando evidente que essa polarização é insatisfatória para a compreensão da dinâmica do processo de construção do conhecimento geométrico em todos os níveis de ensino. Admite também, que o desenho geométrico (representação), bem como a confecção de materiais de ensino (construção) são aspectos importantes no processo de construção do conhecimento geométrico. Afirma que quase sempre o ensino de geometria vem com sua maior ênfase na observação e na manipulação de objetos materiais, causando uma busca pela memorização por parte dos estudantes para enfrentarem as dificuldades lógicas apresentadas pelo método axiomático dedutivo.

Ainda afirma Lauro (2007) que o ensino de geometria é construído de maneira linear, obedecendo a uma ordem hierárquica, partindo do mais simples (percepção), em direção ao mais complexo (concepção), ressalta ainda que este modelo é concebido segundo a rigidez do pensamento do filósofo francês René Descartes. Baseando nos

---

[51] Autora da dissertação intitulada “Percepção-Costrução-Representação-Concepção – Os quatros processos do ensino da Geometria: uma proposta de articulação.

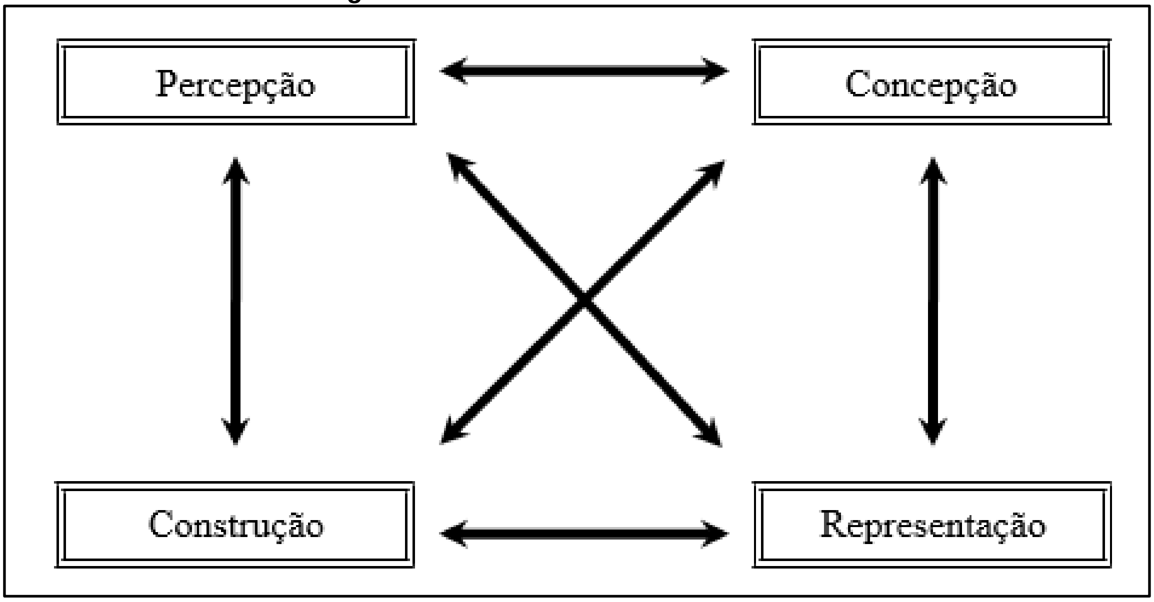
estudos de Machado (2002), a pesquisadora afirma que há uma passagem muito abrupta da percepção para concepção. A percepção ou estágio inicial parece estar voltado a uma certa infantilização, havendo, um rompimento em seguida, onde busca-se o conhecimento geométrico por meio do raciocínio lógico dedutivo e a teorização, deixando assim, sem articulação, é insuficiente para a concretização do conhecimento geométrico.

A autora em estudo cita Machado (2002) que diz:

> Ocorre, no entanto, que essas atividades intermediárias, sobretudo as correspondentes à representação, não costumam ser suficientemente valorizadas como elementos fundamentais dos processos cognitivos, sendo, muitas vezes, concebidas tendo em vista primordialmente alcançar-se, o mais rapidamente possível, a organização conceitual. (p. 54) [...] mesmo as concepções mais inovadoras têm como referência percepções já sentidas ou construções anteriormente realizadas, ainda que se contraponham a seus pressupostos ou transcendam seus limites. (p.55)

Lauro (2007) embasada nos estudos de Machado (2002) afirma que é fundamental a existência de ênfases em quatro dimensões desse tipo de conhecimento: a percepção, a construção, a representação e a concepção e que muitas vezes enquanto docentes queremos simplificar e terminamos pulamos etapas fundamentais para construção do saber. Ainda esquematiza uma organização desejada do ensino de geometria, veja a seguir:

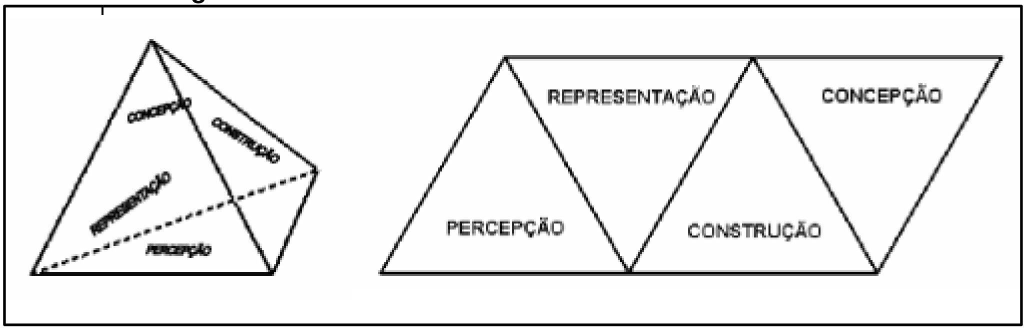
Figura 24: Dimensões do Conhecimento



Fonte: Lauro, 2007.

Considera, portanto, que a articulação entre os quatro dos quatros aspectos ora citados, percepção-concepção-construção-representação podem “compor metaforicamente as faces de um tetraedro com elementos comuns e articulados nos quais podem ser apreendidos não apenas o significado e as funções do ensino de Geometria, como também alguns elementos básicos na dinâmica dos processos cognitivos de uma maneira em geral”. (Machado, 2002, p. 54) Veja a seguir:

Figura 25: Tetraedro das Dimensões do Conhecimento



Fonte: Lauro (2007).

Dando prosseguimento ao estudo, Lauro (2007) faz um apanhado histórico sobre o ensino de matemática no Brasil, analisando principalmente a trajetória percorrida pelo ensino de ensino da Geometria no decorrer das principais reformas curriculares instituídas no sistema nacional de ensino. Continua com o estudo fazendo uma análise de livros didáticos desde o século XIX até 2007, verificando como vem abordado a temática da Geometria, verificando se há um equilíbrio e trânsito entre percepção-concepção-construção-representação no seu ensino. Sobre a análise a autora relata que “atualmente”, referindo-se ao ano de 2007 quando concluiu o estudo, os livros didáticos de uma forma geral, distribuem a Geometria no decorrer do livro articulando os quatro processos de construção do conhecimento geométrico.

Lauro (2007) após todo percurso de pesquisa bibliográfica, fundamentação teórica, levantamento histórico e análise de livros didáticos, propôs atividades com conteúdos de Geometria, baseando-se principalmente nos PCN, procurando estabelecer o equilíbrio e trânsito entre percepção-concepção-construção-representação, logo após apresenta considerações finais sobre o estudo, afirmando que autores de livros da atualidade estão preocupados com os quatro processos de construção do conhecimento geométrico e que cabe ao professor utiliza-lo evitando o tratamento isolado de qualquer uma das faces do tetraedro.

3.4.3 - Estudos Experimentais

Os estudos experimentais podem ser caracterizados pela manipulação e/ou aplicação de atividades que permitem aos estudantes, além de compreenderem a teoria, participem do processo de construção do conhecimento. A seguir temos estudos que propõem e realizam atividades para o ensino de polígonos com o objetivo de minimizar as dificuldades no ensino deste objeto do conhecimento da Geometria.

3.4.3.1 - 1º Estudo

A pesquisa de Amaral Júnior (2013)[52] traz no seu cerne o uso do software de geometria dinâmica, o geogebra, como ferramenta para o ensino de polígonos em classes de ensino médio. Objetiva apresentar uma sequência didática com o Geogebra, disponibilizando um método de aprendizagem dinâmica, mostrando ao professor que o uso dos recursos disponíveis no Geogebra é possível criar ambientes interativos que podem ser usados em sala de aula ou extra sala, ocasionando assim, um dinamismo nos conteúdos trabalhados em de aula. O tema escolhido como alicerce do trabalho foi o estudo dos polígonos, abordando as construções gráficas e suas propriedades.

O estudo de Amaral Júnior (2013) veio estruturado com o segundo capítulo tratando sobre recursos computacionais, o geogebra e todas as funções e interfaces para o desenvolvimento da sequência didática proposta pelo autor. O terceiro capítulo trouxe uma abordagem teórica sobre o tema polígonos, desvendando sua importância, elementos, propriedades, cálculos até uma abordagem sobre as dificuldades da aprendizagem de tal conteúdo. O quarto capítulo tratou exclusivamente da sequência didática, trouxe as atividades e orientações de aplicação.

Ressaltamos que sequência didática desenvolvida por Amaral Júnior (2013) não foi testada, portanto, não conseguimos extrair resultados efetivos sobre a mesma quanto ao ensino de polígonos. O autor afirma acreditar que o Geogebra possa contribuir

[52] Autor da dissertação “O ensino de polígonos com o auxílio do Geogebra no ensino médio.

significativamente para melhoria no processo de ensino aprendizagem da educação básica, tendo como foco principal o ensino de matemática, dadas as conhecidas deficiências encontradas em seu aprendizado.

Baseando-se em sua própria experiência profissional com estudantes e colegas, Amaral Júnior (2013) afirma sem citá-las, conhecer as dificuldades mais comuns encontradas no ensino e aprendizagem de Polígonos. Assevera que o uso dos recursos sofisticados presentes no Geogebra, com a sequência de atividades e roteiros de soluções desenvolvidas no trabalho, serem bastante atraentes ao aluno, por seu dinamismo e facilidade de visualização de conceitos, e ao mesmo tempo eficaz para os objetivos do professor, o aprendizado.

3.4.3.2 - 2º Estudo

O estudo apresentado por Foss e Donel (2017)[53] no Encontro Paranaense de Educação Matemática tem como objetivo apresentar uma proposta do uso de materiais manipulativos para o ensino de diagonais de polígonos regulares inscritos na circunferência, com tábuas de madeira (cada uma possui a representação de um polígono regular inscrito na circunferência onde foram fixados pregos pequenos em seus vértices) e barbantes coloridos, soma das medidas dos ângulos internos de um polígono utilizando-se do mesmo material e de elásticos de borracha já que o uso dos materiais manipuláveis possibilita agir com objetos físicos representando objetos matemáticos para entendê-los abstratamente.

As pesquisadoras Foss e Donel (2017) fazem uma descrição e conceituação do tema polígonos e já partem pra descrever uma sequência de atividades que podem ser feitas com materiais concretos no ensino de polígonos. O trabalho na verdade resume-se a uma sequência de atividades, as autoras não fazem aplicação e nem considerações e conjecturas sobre a produção em questão.

[53] Autoras do Artigo Científico intitulado “O ensino de polígonos regulares por meio de materiais manipuláveis”

3.4.3.3 - 3º Estudo

Matreiro (2018)[54] afirma em sua pesquisa que ao investigar percebeu o quanto as pessoas possuem aversão a Matemática e ao analisar a maneira que a Matemática vem sendo ensinada atualmente, afirma talvez ter encontrado as respostas dos motivos pelo qual a matemática ser tão odiada. Reconhece como uma grande necessidade a mudança do método de ensino para que os alunos passem a se interessar e gostar mais da matemática. Afirma ainda que as atividades lúdicas podem ser uma saída, por meio delas pode-se construir conceitos, ao invés de impô-los, pode-se concluir fórmulas, ao invés de dizer ao estudante que as decore.

Nesse contexto, Matreiro (2018) apresenta o estudo que teve como objetivo criar estratégias pedagógicas, que tornem as aulas de matemáticas mais interessantes e significativas, quebrando paradigmas e o tradicionalismo presentes no ensino aprendizagem da matemática, utilizando material pedagógico lúdico. Assim, a proposta é trabalhar com a visualização mais facilitada utilizando recurso didático pedagógico lúdico e a partir da análise de resultados, concluir a utilidade destas ferramentas no ensino da matemática.

A pesquisadora Matreiro (2018) afirma na parte introdutória do seu trabalho que de início foi realizado estudo sobre a evolução histórica da matemática, sobretudo no estudo da geometria, para que fosse possível perceber a importância dessa ciência para evolução da espécie humana. Apresentou ao longo do trabalho, ferramentas lúdicas facilitadoras no processo de ensino aprendizagem, mostrando como o aluno aprende com o lúdico e como o professor pode ser um facilitador em potencial se souber usar ferramentas corretas.

Segundo Matreiro (2018), os conceitos geométricos concretos auxiliam na construção do conhecimento, pois o sujeito aprendiz consegue interagir melhor com o meio em que vive, consegue atribuir significados aos conceitos matemáticos. Afirma ainda que a matemática é muito vasta e útil para ser rebaixada a mera memorização de fórmulas e reprodução de exercícios. Ela deve ser investigativa, significativa, útil por meio das ferramentas lúdicas consegue trazer muitas aplicabilidades aos conceitos matemáticos. Para a pesquisa em questão utilizou-se o geoplano, material constituído geralmente de um pedaço de madeira e pregos, este material é de fácil acesso, manuseio e permite a

[54] Autora da dissertação intitulada “A desmitificação da geometria por meio da ludicidade: Geoplano como ferramenta facilitadora para o ensino e aprendizagem”.

exploração de uma infinidade de conteúdos em quase todos os anos dos ensinos fundamental e médio, apresenta possibilidade de utilização até em conteúdos de ensino superior.

No estudo Matreiro (2018) relaciona alguns conteúdos que podem ser trabalhados no ensino fundamental e no ensino médio. Além disso, mostra aplicação com uso do geoplano e sugere várias atividades, deixando evidente também que a possibilidade de trabalho pode ser ampliada. Os conteúdos citados são contemplados pelo currículo do Estado de São Paulo (locus da pesquisa) e é possível enriquecer o ensino aprendizado deles através da utilização da ferramenta estudo.

Segundo Matreiro (2018) após a aplicação das atividades elaboradas, foi possível perceber que ferramentas lúdicas são importantes, uma vez que prende atenção dos estudantes tornando o aprendizado mais divertido, deixa de ser monótono, fazendo com que o aluno aprenda de modo mais prazeroso. A autora continua em suas considerações finais afirmando que comparando as atividades antes e após a ferramenta lúdica geoplano, foi possível perceber que os alunos realizaram a atividade de forma bem mais simples e conseguiram visualizar a situação proposta de maneira rápida e com mais facilidade, nas três situações propostas. Os alunos conseguiram assimilar conceitos geométricos facilmente e algebrizar os conceitos explorados.

3.4.3.4 - 4º Estudo

A pesquisa de Oliveira (2013)[55] baseou-se em atividades propostas em Matemática na Prática, do Módulo I - Desafio Geométrico dos autores: Cláudio Carlos Dias e João Carlos Vieira Sampaio. A proposta foi aplicado a uma turma do 2° ano do ensino médio de uma escola pública, desenvolve-se enfocando os aspectos teórico e prático dos conteúdos matemáticos e objetivava aplicar uma sequência didática de ensino sobre polígonos regulares e seus elementos a partir da confecção e estudo de mosaicos com figuras poligonais variadas, tornando o estudante um observador da existência da geometria plana em sua volta, explorando sua criatividade para a construção de conceitos geométricos pouco vistos no ensino básico.

[55] Autora da dissertação intitulada “A geometria do mosaico: uma sequência didática para a aprendizagem sobre polígonos”.

Oliveira (2013) tratou de descrever as oito atividades da sequência que seriam aplicadas na turma escolhida, abordaram conceitos, construção de figuras, cálculos e aplicações na vida cotidiana. Dando prosseguimento a autora explica a avaliação prévia que foi aplicado aos alunos, anteriormente à sequência didática aplicada. Ainda discorre sobre a metodologia aplicada na pesquisa, diagnóstico da escola e descrição da aplicação da sequência didática. Seguindo, a autora discorre sobre os resultados da aplicação das atividades, estranhamos que apenas as atividades dois, quatro e oito foram comentadas nas análises dos resultados.

As considerações finais apresentadas por Oliveira (2013), fez uma comparação dos resultados obtidos com a avaliação prévia, a autora diz que percebeu no requisito do ambiente escolar os objetivos foram alcançados, pois as atividades manuais possibilitaram uma cooperação entre os alunos, principalmente na execução da atividade das construções geométricas. Afirma ainda que mais da metade da turma não obtiveram um aprendizado esperado, a autora ainda justifica tal fato, afirmando que a turma é muito heterogenia, com uma distorção idade/série muito alta, e que esse público seriam necessários mais tempo no que diz respeito à formalização das respostas, pois não dominam as técnicas algébricas, conseguindo responder apenas quando explicado pelo professor.

3.5 - O Ensino de Polígonos – Diagnóstico

O conhecimento matemático, é uma necessidade humana, seja pela sua aplicação no cotidiano das pessoas, nas áreas do conhecimento, no convívio social etc., pois ele não se restringe somente a quantificar, medir e demonstrar fenômenos, como alguns erroneamente pensam. Ressaltando esta importância a Base Nacional Comum Curricular – BNCC[56] (Ensino Fundamental) diz que:

> Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. (Brasil, 2017)

Uma conexão da matemática com a realidade, tornando-a mais atrativa, parece ser hoje um grande desafio para os estabelecimentos de ensino, considerando que o nível de

[56] Aprovada em 22/12/2017 pelo Conselho Nacional de Educação – CNE

complexidade, com o qual essa disciplina é vista pelos alunos, é muito alto. A nível nacional, esta realidade é verificada pelas avaliações (internas e externas) a que são submetidas as redes de ensino.

O Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB (avaliação interna), verificou, tomando como base o 9º ano do ensino fundamental na última verificação que foi realizada no ano de 2017, apenas 13% de um universo de quase dois milhões de alunos avaliados, são considerados proficientes em matemática. Na avaliação do "Programme for International Student Assessment (Pisa)", traduzindo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes - PISA (Avaliação Externa) também realizada no ano de 2015, num universo de 70 países avaliados, amargamos a 65ª posição na área de matemática. É válido ressaltar que as metodologias de avaliação aqui citadas pelo SAEB/MEC e PISA sofrem severas críticas por diversos teóricos, no entanto, este trabalho não entrará no mérito da questão.

Diante de dados no mínimo preocupantes, traz-nos enquanto educadores/pesquisadores à reflexão de que os antigos "conteúdos matemáticos", hoje definidos na BNCC, como "Objetos de Conhecimento", que são considerados pela maioria dos alunos "maçantes", "cansativos", "sem necessidade", etc, tornar-se atrativos e prazerosos, é preciso, mudanças de hábitos, culturas, investimentos em tecnologias de ensino aprendizagem, que os levem a adquirir autonomia enquanto cidadãos.

Tendo em vista que uma das competências básicas da matemática para o ensino fundamental, definida na BNCC (2017) é a utilização de processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados, faz-se necessário um reordenamento da prática docente para preencher os lapsos deixado por um sistema educacional que ora se mostra deficitário em relação à proficiência em Matemática pelos estudantes.

Toda exposição de fatos e argumentos relatados até aqui, a pesquisa propõe dentro da "Unidade Temática" – Geometria (Polígonos), como é tratada na BNCC, realizar um diagnóstico sobre o ensino de polígonos na rede pública do Município de Uruçuí-PI[57], para tanto fizemos uso de aplicação de questionários que abordaram temáticas referentes:

[57] Uruçuí é um município brasileiro do Estado do Piauí e destaca-se nacionalmente pela cadeia de produção do Agronegócio.

à vivência em sala de aula (processo de ensino) e fora do ambiente escolar; níveis de dificuldades sobre objetos do conhecimento referentes aos polígonos e teste de verificação de aprendizagem, estruturado de forma que abordasse toda a temática (objeto de conhecimento).

A cidade de Uruçuí-PI muitas vezes tem sido destaque no cenário nacional por causa da sua grande produção agrícola e potencial de crescimento no setor, fatores esses que seriam importantes para alavancar e desenvolver a cidade como todo. Na verdade, não é o que se verifica, trazendo para a educação o município tem índices divulgados pelo SAEB, que não geram motivos para comemoração, quando se trata da aprendizagem dos alunos da rede pública de ensino.

Quando se faz um comparativo da Prova Brasil nas edições de 2011, 2013, 2015 e 2017 o desempenho da rede pública de ensino do Município de Uruçuí anda muito longe de se atingir uma porcentagem considerada razoável para se comemorar como um avanço satisfatório no que diz respeito a aprendizagem matemática. Na última verificação da Prova Brasil em 2017 apurou que os alunos ficaram: 51% com desempenho considerado básico (pouco aprendizado), 41% com desempenho insuficiente (nenhum aprendizado), 7% proficientes (aprendizado esperado) e apenas 1% avançado (além das expectativas), cabendo-nos uma reflexão, pois mostra que o ensino da rede pesquisada não está atingindo os objetivos para área da matemática.

Quadro 05: Desempenho Prova Brasil

DESEMPENHO PROVA BRASIL – 9 ANO MATEMÁTICA ESCOLAS PÚBLICAS – URUÇUÍ – PIAUÍ			
2011	**2013**	**2015**	**2017**
1 % - Avançado	**0 % - Avançado**	**1 % - Avançado**	**1 % - Avançado**
7 % - Proficiente	**2 % - Proficiente**	**5 % - Proficiente**	**7 % - Proficiente**
54 % - Básico	**58 % - Básico**	**51 % - Básico**	**51 % - Básico**
38 % - Insuficiente	**40 % - Insuficiente**	**45 % - Insuficiente**	**41 % - Insuficiente**
Avançado: Além das Expectativas; Proficiente: Aprendizado Esperado, Básico: Pouco Aprendizado e Insuficiente: Quase Nenhum Aprendizado			
Fonte: INEP[58]			

Diante de dados como estes, nos faz pesquisar melhorias para o ensino de matemática na rede pública do município de Uruçuí-PI, para isso é essencial realizar um diagnóstico sobre os níveis de dificuldades apresentados pelos estudantes da rede pública referentes ao ensino de polígonos, pois nosso experimento trata desta temática curricular.

[58] O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira é uma autarquia federal vinculada ao Ministério da Educação.

Com um ensino de matemática mais significativo para o aluno, o mesmo poderá desenvolver habilidades que contribuam com o desenvolvimento de uma visão de mundo mais apurada, devido ao uso de ferramentas matemáticas e tecnológicas avançadas aplicadas na sua prática enquanto estudante, tornando sua compreensão mais consciente, o que possibilitará a investigação e aplicabilidade do conhecimento matemático que envolve operações mentais, possibilitando conjecturas e soluções para problemas do cotidiano.

O foco deste trabalho é produzir um diagnóstico sobre o ensino de polígonos na rede pública de ensino do Município de Uruçuí-PI, aplicando instrumentos de pesquisa[59] na última etapa do Ensino Fundamental (9º ano). Portanto, foi necessária uma criteriosa pesquisa bibliográfica em livros, periódicos, artigos científicos, dissertações e teses que tratam: do objeto de conhecimento em questão (polígonos); da abordagem nos livros didáticos do ensino fundamental; das dificuldades de aprendizagem e assimilação conteúdo pelos discentes, dentre outras demandas.

De posse deste levantamento bibliográfico partimos para a escolha dos locais de aplicação da pesquisa, fato este que não foi de difícil escolha, pois ficamos incomodados por morarmos no Município de Uruçuí e detém índices educacionais preocupantes apurados e publicados pelos órgãos governamentais. Logo após, partimos para definição dos instrumentos que nos levariam a apurar os dados para embasar nosso estudo.

Optamos por aplicação de questionários aos alunos do 9º ano da rede pública de ensino do referido município, pois sabemos que ao longo ensino fundamental é previsto que eles já tenham estudado polígonos. O questionário foi desenvolvido em três partes, a primeira trata de aspectos pedagógicos, da vivência professor/estudante em sala de aula e de estudos fora da sala de aula, dentre outras questões. A segunda parte trata de um quadro de dificuldades sobre os diversos conteúdos e subdivisões sobre o tema polígonos. A última parte do questionário é um teste com questões subjetivas, que aborda os diversos conteúdos explorados no quadro de dificuldades.

Os questionários foram aplicados a uma amostra de 100 alunos da rede pública de Uruçuí-PI, sendo duas escolas da Rede Municipal de Ensino (67% da amostra) e uma

[59] Questionário e teste aplicado

escola da Rede Estadual de Ensino (33% da amostra), optamos por estas escolas por conta da localização geográfica no centro da cidade e em bairro em região periférica.

O levantamento de dados através da aplicação dos questionários deu-se de forma muito tranquila, fizemos em três dias, um para cada escola, tivemos boa receptividade pela gestão dos espaços escolares e pelos alunos que prontamente nos atenderam, assinaram termo de livre consentimento e levaram para casa para que seus responsáveis tivessem ciência que os mesmos estavam participando de uma pesquisa acadêmica.

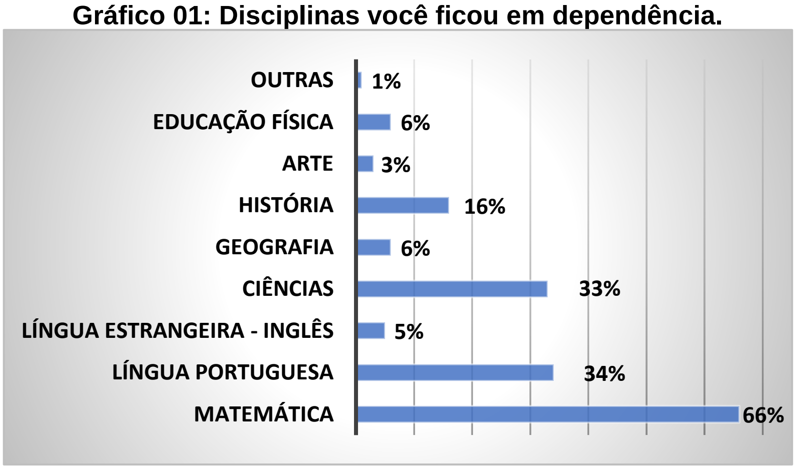
3.5.2 - Resultados e Análises

A primeira parte do questionário aplicado aos discentes tratava basicamente de questões pertinentes à vida escolar, como: o trabalho pedagógico (segurança e domínio nas aulas) do professor com a disciplina; aos métodos de avaliação aplicados; às estratégias utilizadas pelo professor em sala aula; frequência dos estudos dentro e fora da escola, dentre outras.

A pesquisa nos mostrou que 56% da amostra dos alunos matriculados no 9º do ensino fundamental do extrato estatístico em questão, estão com idade entre 13 e 14 anos (idade considerada ideal para cursar o 9º ano), 27% com 15 anos, e 17% entre 16 e 18 anos (considerado distorção idade/série).

No estudo apuramos que a maioria estão desfrutando do ensino em idade correta, no entanto, as respostas mostraram que 65% da amostra já ficaram em dependência em alguma disciplina durante sua vida escolar, destes, 65,6% foram em matemática, mostrando assim, que a matemática ainda é considerada uma disciplina difícil, um obstáculo a ser vencido pela maioria dos alunos. Veja o gráfico a seguir.

Gráfico 01: Disciplinas você ficou em dependência.



FONTE: Pesquisa, 2018

O presidente do Instituto Alfa e Beto[60], João Batista Oliveira, em 22/08/2017 disse em entrevista à revista Veja tomando por base os dados do SAEB, referente às avaliações de 2015 que:

> No Brasil a repetência nas escolas públicas é um fenômeno de massa, diferente do que ocorre em países desenvolvidos, em que o atraso é um evento raro e ocasional. Aqui, a proporção de alunos repetentes é tão elevada que forma um grupo grande dentro de sala de aula com incidência maior de dificuldades, o que acaba alterando o posicionamento de todos os alunos (VEJA, 2017)

Conjecturamos que a repetência e a dependência é um problema em massa a ser vencido pelos sistemas de ensino em disciplinas como a matemática, para assim, saírmos dos rankings negativos que ora o Brasil se encontra. Foi apurado na amostra que somente 23% detesta ou suporta a disciplina de Matemática, caracterizando que a grande maioria 77% adora ou gosta um pouco de Matemática, fica evidente que o insucesso, a dependência e a repetência não são oriundas de uma não afinidade com a disciplina. Então, é necessário uma revisão e uma adequação do modo de ensinar, do currículo e das formas de avaliar.

> [...] são poucos os especialistas que têm justificado adequadamente a inclusão da Matemática no currículo escolar e, como frequência, as justificativas específicas são superficiais, revelam as disparidades entre os fundamentos e as práticas e não refletem as relações entre os procedimentos matemáticos formais e suas raízes socioculturais. Não basta uma lista de enunciados sobre os valores e utilidades da matemática que não venha acompanhada de uma planificação adequada que indique o que fazer, como fazer, quando realizar etc. (Rico 1997, apud GODOY, SANTOS, 2012)

Na década de 90 com o surgimento dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino fundamental que vinham a indicar, que o conhecimento matemático é fundamental para a construção da cidadania, neste sentido, o currículo deve ser firmado sobre a máxima da aprendizagem do aluno. O gostar de matemática pelos discentes deve ser um ponto positivo para buscar a mudança da realidade e a atuação do professor é muito importante no desempenho dos estudantes, pois,

> [...] a tendência para conseguir o sucesso é uma disposição motivacional aprendida...para conseguir o sucesso em relação a qualquer tarefa ou atividade é

[60] Organização não governamental que promove a alfabetização em redes públicas de ensino.

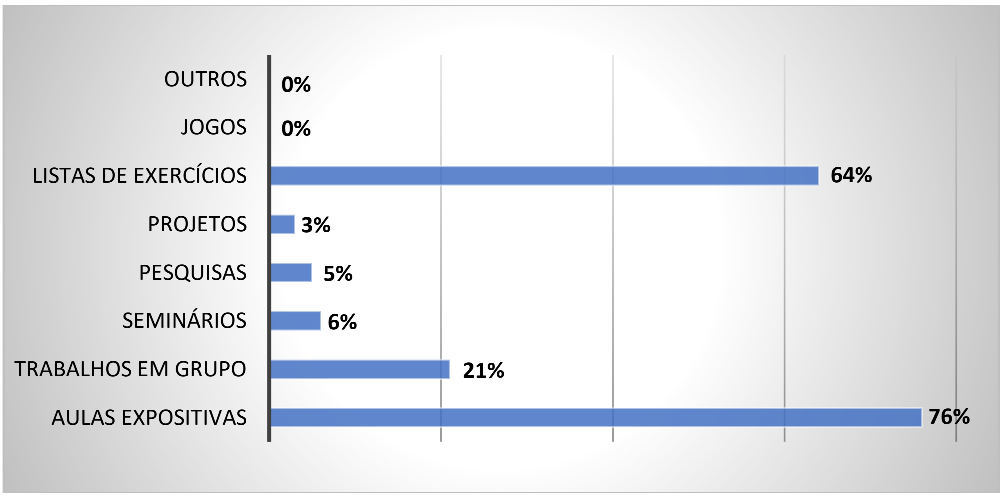
> uma função de três variáveis: o motivo para conseguir, a probabilidade de conseguir e a atração para conseguir. (KLAUSMEIER, GOODWIN, 1977, p.46)

Contudo o professor na sua labuta pedagógica deve focalizar a atenção do aluno, aproveitando suas necessidades individuais de realização, orientando-os a estabelecer seus objetivos para o conteúdo matemático que está sendo proposto em sala de aula. Não obstante, deve também fornecer o feedback e corrigir eventuais erros, relacionar o objeto de conhecimento matemático com a vida real, evitando sempre a mesmice e o excesso de repetições maçantes.

Os alunos pesquisados responderam que as estratégias de aprendizagem ou ferramentas mais utilizadas por parte de seus professores de matemáticas durante as aulas resumem-se, a aulas expositivas e listas de exercícios, caindo assim na mesmice e na famigerada repetição, que não traz significado para a vida cotidiana dos alunos.

Santos e Weber (2012, p.80) afirma professores e alunos estão conectados em rede, significando que o currículo rizomático, em que as pessoas constroem seus conhecimentos em rede, muito além dos espaços escolares. Para tanto, é necessário a mudança de pragmática da concepção de currículo, exigindo assim, o manuseio de dispositivos comunicacionais que sejam realmente capazes de potencializar a articulações dos saberes, rompendo com as limitações de espaço e tempo. Veja a seguir o gráfico sobre as estratégias realizadas em sala.

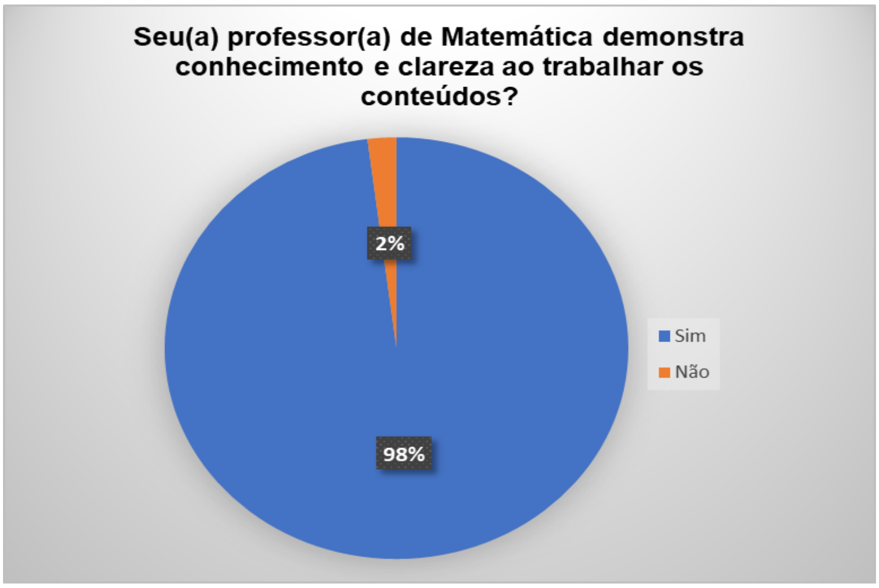
Gráfico 02: Atividades e/ou trabalhos utilizadas nas aulas.



FONTE: Pesquisa, 2018

O gráfico 03 trata sobre o domínio dos conteúdos matemáticos trabalhado em sala de aula pelos professores, 98% dos alunos responderam que os docentes demonstram conhecimento e clareza ao trabalhar os conteúdos matemáticos em sala. Veja o gráfico:

Gráfico 03: Demonstra conhecimento e clareza nas aulas



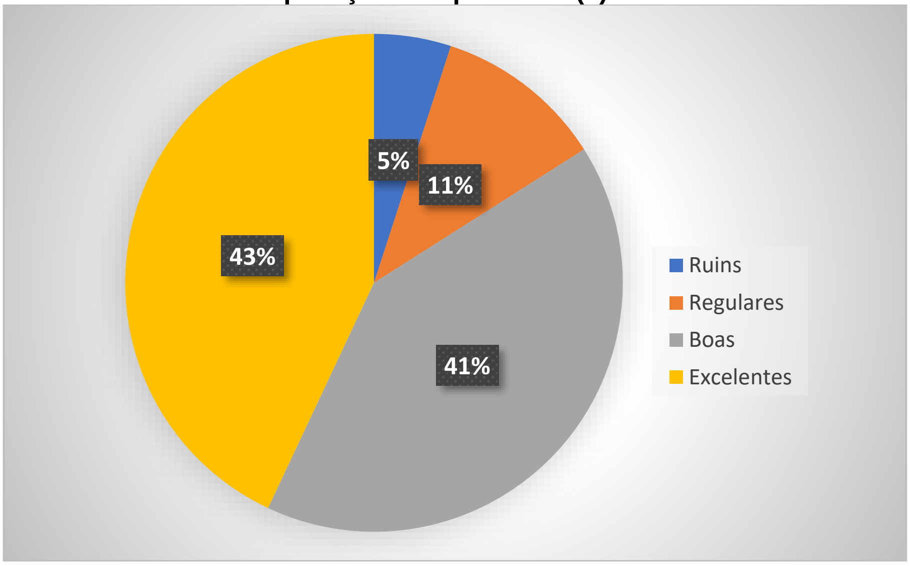
FONTE: Pesquisa, 2018

Para Gil (2011) há dois tipos de professores em relação à sua atuação em sala de aula, uns atuam com foco no ensino outro na aprendizagem, porém é importante discerni-los para obter um melhor resultado. Os professores que atuam com o foco no ensino, percebe-se como "um especialista" da disciplina em que atuam, utiliza-se de exposição de conteúdo e cuida para que toda a grade seja servida aos alunos, deixando de lado a recepção e assimilação dos conteúdos pelos alunos. O segundo tipo com foco na aprendizagem, onde o aluno é visto como um agente importante no processo educativo, os professores:

> [...] preocupam em identificar suas aptidões, necessidades e interesses com vistas a auxiliá-los na coleta de informações de que necessitam no desenvolvimento de novas habilidades, na modificação de atitudes e comportamentos e na busca de novos significados nas pessoas, nas coisas e nos fatos. (GIL, 2011, p.6)

O gráfico 4 mostra a visibilidade do aluno em relação à atuação do professor quando faz a exposição dos conteúdos matemáticos em sala. Veja o gráfico:

Gráfico 04: Explicações do professor(a) de Matemática.



FONTE: Pesquisa, 2018

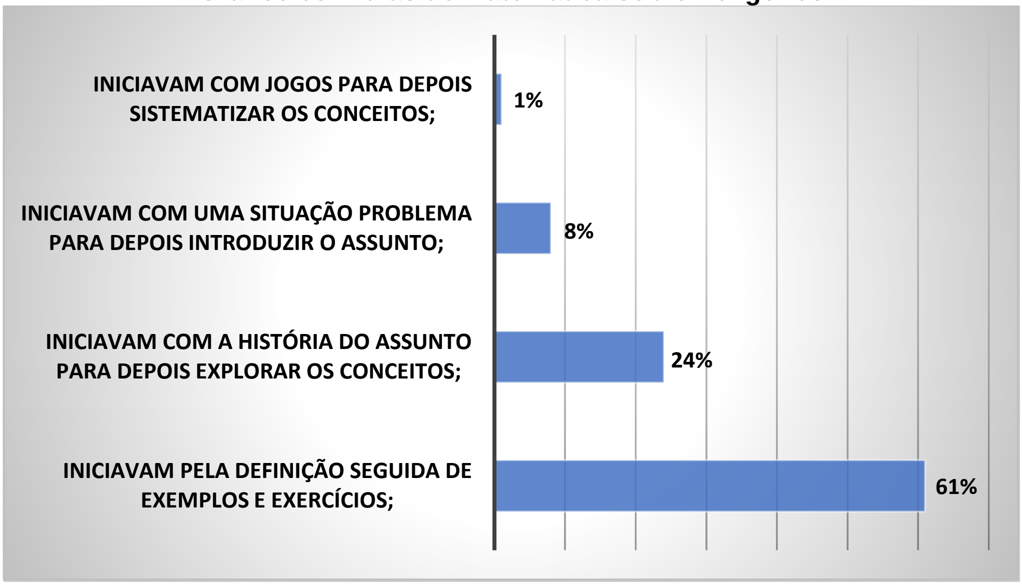
Verificamos que 84% da amostra visualiza as explicações dos seus professores de matemática como excelentes ou boas, somando-se ainda ao gostar da matéria, ao domínio de conteúdo por parte do professor, não seriam suficientes para o sucesso escolar na disciplina em questão? Fica claro que não é suficiente, pois os dados divulgados pelos órgãos governamentais que avaliam o desempenho (SAEB, 2015) dos estudantes, nos revelam que no Brasil, apenas 12% dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental são considerados proficientes em Matemática. No Município de Uruçuí-PI, menos de 10% são considerados proficientes em matemática.

Vale ressaltar que fatores internos ao ambiente escolar, como a estrutura da instituição e o corpo docente; externos, como o ambiente familiar e fatores internos da sala de aula, influenciam no desempenho escolar. Realizar um diagnóstico para o conhecimento destes fatores,

> [...]possibilita ações no sentido de melhorar o desempenho dos estudantes. Ao professor surge a oportunidade de rever e refletir suas práticas, buscando aperfeiçoar o seu trabalho. Da mesma forma, a Instituição de Ensino tem subsídios para intervir no processo de ensino e aprendizagem, apontando soluções para fatores que estejam sob seu controle. (CAVALCANTE, JÚNIOR, 2013, p.30)

O gráfico a seguir trata especificamente sobre o objeto do conhecimento “Polígonos”, como o professor abordou e como se deu a prática do tema em sala de aula. Veja os resultados apurados:

Gráfico 05: Aulas de Matemática sobre Polígonos

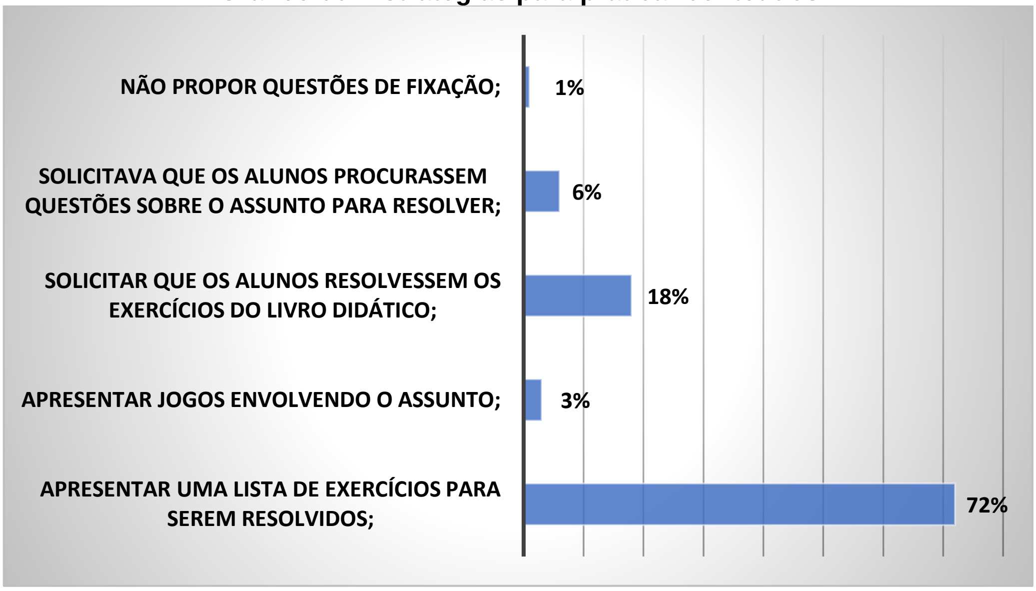


FONTE: Pesquisa, 2018

Na amostra apuramos que 61% dos professores iniciaram suas aulas sobre polígonos pela definição seguida de exemplos e exercícios. Sabemos que os polígonos fazem parte da Geometria, que é um ramo da matemática. É originada do grego e significa, (geo = terra metron = medida), ou seja, trata com questões de forma, tamanho e posição relativa de figuras e com as propriedades dos espaços. Fica claro, diante do conceito do significado da palavra Geometria, que a definição de objetos geométricos em sala de aula, seguida de exemplos (teóricos e práticos) e exercícios, não são as estratégias mais eficientes para atingir os objetivos de aprendizagem.

Lorenzato (1995) afirma que a Geometria possui méritos próprios, o maior de todos, é o fato dela exigir do aluno uma maneira específica de raciocinar, pois ter um bom desempenho em outros ramos da matemática como a Álgebra e Aritmética não é suficiente para resolver um problema que venha envolver Geometria. Além de habilidades algébricas e aritméticas para resolver situações problemas em Geometria é necessário que o estudante tenha: percepção geométrica, raciocínio geométrico e linguagem geométrica. Estes atributos são adquiridos com a observação do meio, a manipulação de materiais, a aplicação de novas tecnologias, dentre outros.

Gráfico 06: Estratégias para praticar conteúdos

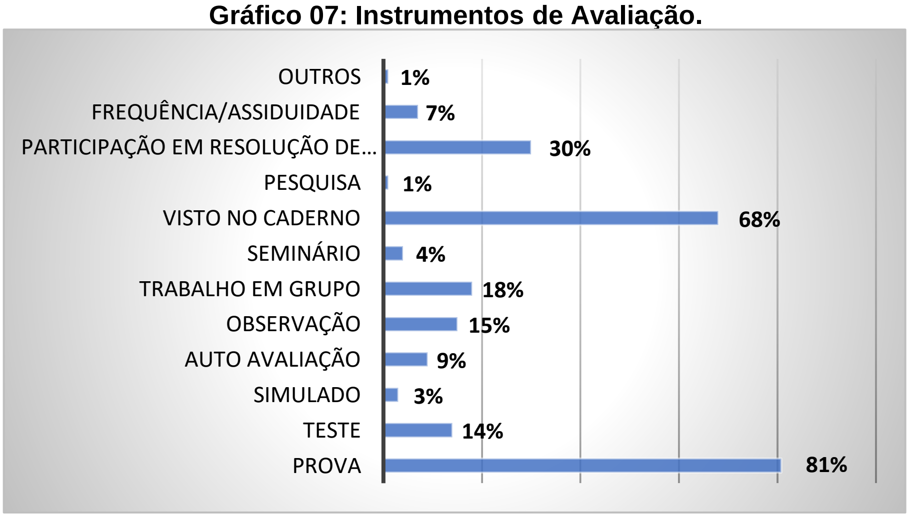


FONTE: Pesquisa, 2018

PROENÇA (2009) et al, afirma que o ensino baseado em uma concepção que visa somente à prática de reprodução de exercícios e a memorização de fórmulas, pode gerar problemas na aprendizagem e no posterior desenvolvimento cognitivo dos alunos, podendo apresentar dificuldades para realizar abstrações e transferir a nova aprendizagem para diversas situações.

O gráfico de número 7 aborda a temática da avaliação, os alunos participes da amostra foram indagados sobre quais instrumentos eram mais utilizados para verificar a avaliação da aprendizagem pelo seu professor de matemática, a velha prova e o visto no caderno foram dois instrumentos avaliativos mais apontados na pesquisa. Veja o quadro:

Gráfico 07: Instrumentos de Avaliação.



FONTE: Pesquisa, 2018

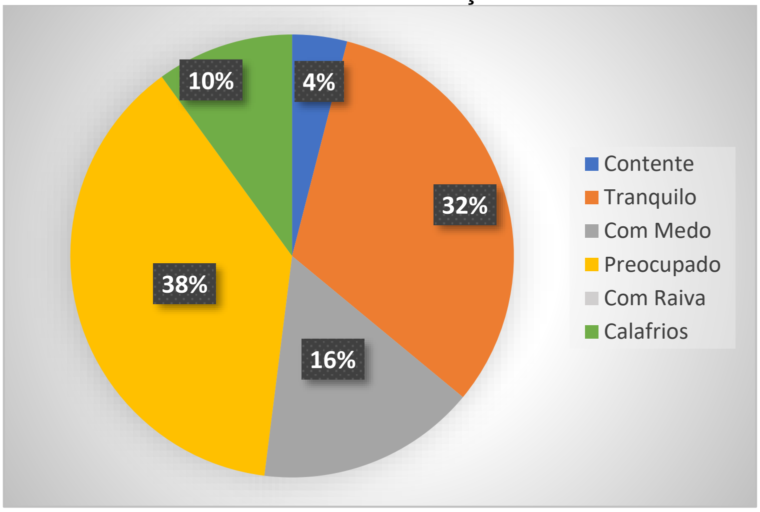
As redes de ensino pesquisadas adotam unicamente a avaliação somativa, que é na verdade, apenas preocupam-se com os resultados das notas atribuídas aos instrumentos de “verificação de aprendizagem” escolhidos pelo professor. Assumindo assim, o caráter classificatório e de aprovação. É considerada muito geral, serve apenas para atribuir notas aos alunos no fim no período referente aquela avaliação.

> A avaliação deve ir além das práticas existentes, na maioria das escolas, indo além da mensuração vislumbrando a possibilidade do professor refletir sobre sua ação docente. Nesse sentido, há a necessidade dos professores que ensinam matemática conceberem uma prática avaliativa que permeie todas nossas atividades escolares, indo além da mera transmissão do conhecimento e com isso contribuindo com significativas mudanças na educação e, principalmente, no ensino da matemática. (AMARAL, COSTA, 2014 p. 2).

O ato de avaliar vai muito além da nota da prova, embora essa seja prática mais constatada no estudo em questão. Ao aplicar uma prova o professor está colocando também a sua prática docente em análise, afinal, o principal papel do professor é fazer o aluno aprender. Quando um percentual expressivo de estudantes não forem “capaz” de aprender o conteúdo que foi abordado em sala aula, podemos afirmar que é um indicador para a reflexão docente sobre a sua prática, sobre os métodos aplicados, sobre condução da aula, sobre o bem-estar do estudante, etc., resumindo o professor deve ter um visão holística da situação avaliativa, ajudando os estudantes a não temer o conteúdo matemático ou a prova de matemática.

O gráfico a seguir mostra como os alunos sentem-se diante de uma avaliação de matemática. Apenas 36% da amostra consideram-se tranquilos ou contentes e 64% consideram-se preocupados, com medo e até sentem calafrios, quando estão fazendo uma avaliação de matemática. O aluno amedrontado, preocupado, em pânico, dificilmente terá sucesso diante de uma avaliação, principalmente tratando-se de matemática.

Gráfico 08: Sentimento na avaliação de Matemática.



FONTE: Pesquisa, 2018

Cabe a reflexão que:

> Dos diversos fatores intrapessoais e ambientais que respondem pelo insucesso escolar, [...], a alta ansiedade dos alunos compromete sua performance nas situações de avaliação. Em outras palavras, a alta ansiedade é fator crucial a desencadear todo um círculo vicioso, em que o estudante não vê como superar seu problema de sub-rendimento. (BZUNDECK, SILVA, 1989 p.200).

A segunda parte do questionário investigativo traz uma sequência de conteúdos de polígonos desde seus conceitos, elementos, nomenclatura, áreas e ângulos, onde os estudantes teriam que afirmar se lembravam ou não de terem estudados e em caso afirmativo, eram indagados sobre o grau de dificuldades que aqueles conteúdos apresentavam, numa escala com extremos em muito fácil e muito difícil. A seguir apresentamos o quadro de dificuldades sobre os conteúdos de polígonos com as frequências relativas apuradas sobre as variáveis pesquisadas.

Quadro 06: Investigação sobre os Conteúdos de Polígonos e Grau de Dificuldades

CONTEÚDOS		Você lembra de ter estudado?		Qual grau de dificuldade que você teve para aprender?			
		SIM	NÃO	Muito Fácil	Fácil	Difícil	Muito Difícil
01	Conceito de polígono	56%	44%	9,1%	50,9%	32,7%	7,3%
02	Conceito de Polígono Convexo	22%	78%	8,7%	52,2%	26,1%	13%

03	Conceito de Polígono Côncavo	**22%**	**78%**	**12,5%**	**37,5%**	**29,2%**	**20,8%**
04	Conceito de polígono regular	**53%**	**47%**	**8%**	**52%**	**30%**	**10%**
05	Vértices de um polígono	**65%**	**35%**	**13,3%**	**51,7%**	**23,3%**	**11,7%**
06	Lados de um polígono	**57%**	**43%**	**15,7%**	**49%**	**23,5%**	**11,8%**
07	Diagonais de um polígono	**58%**	**43%**	**13,2%**	**36,8%**	**31,6%**	**18,4%**
08	Ângulos internos de um polígono	**56%**	**44%**	**13%**	**40,7%**	**29,6%**	**16,7%**
09	Ângulos externos de um polígono	**47%**	**53%**	**18,2%**	**36,4%**	**27,3%**	**18,2%**
10	Nomenclatura de um polígono	**27%**	**73%**	**20,8%**	**29,2%**	**25%**	**25%**
11	Condição de existência de um triângulo	**34%**	**66%**	**10%**	**56,7%**	**10%**	**23,3%**
12	Triângulo equilátero	**47%**	**53%**	**13,6%**	**40,9%**	**20,5%**	**25%**
13	Triângulo isósceles	**27%**	**73%**	**19,2%**	**38,5%**	**26,9%**	**15,4%**
14	Triângulo escaleno	**37%**	**63%**	**19,4%**	**44,4%**	**22,2%**	**13,9%**
15	Triângulo retângulo	**44%**	**56%**	**14,6%**	**46,3%**	**29,3%**	**9,8%**
16	Triângulo acutângulo	**36%**	**64%**	**12,1%**	**48,5%**	**24,2%**	**15,2%**
17	Triângulo obtusângulo	**38%**	**62%**	**18,9%**	**37,8%**	**27%**	**16,2%**
18	Losango	**41%**	**59%**	**17,9%**	**33,3%**	**30,8%**	**17,9%**
19	Retângulo	**55%**	**45%**	**15,7%**	**43,1%**	**27,5%**	**13,7%**
20	Quadrado	**50%**	**50%**	**10,2%**	**55,1%**	**22,4%**	**12,2%**
21	Área do losango	**39%**	**61%**	**5,8%**	**51,4%**	**31,4%**	**11,4%**
22	Área do retângulo	**49%**	**51%**	**14%**	**46,5%**	**27,9%**	**11,6%**
23	Área do quadrado	**50%**	**50%**	**17,4%**	**43,5%**	**28,3%**	**10,9%**
24	Trapézio isósceles	**33%**	**67%**	**14,7%**	**35,3%**	**32,4%**	**17,6%**
25	Trapézio retângulo	**36%**	**64%**	**6,1%**	**39,4%**	**30,3%**	**24,2%**
26	Trapézio escaleno	**33%**	**67%**	**19,4%**	**45,2%**	**19,4%**	**16,1%**
27	Área do trapézio	**36%**	**64%**	**17,6%**	**50%**	**17,6%**	**14,7%**
28	Perímetro de um polígono	**52%**	**48%**	**13%**	**41,3%**	**26,1%**	**19,6%**
29	Relação entre ângulo interno e externo correspondente	**43%**	**57%**	**14,6%**	**46,3%**	**24,4%**	**14,6%**
30	Soma das medidas dos ângulos internos de um polígono qualquer	**52%**	**48%**	**18,8%**	**37,5%**	**31,3%**	**12,5%**
31	Soma das medidas dos ângulos externos de um polígono qualquer	**50%**	**50%**	**11,8%**	**43,1%**	**27,5%**	**17,6%**
32	Área de um polígono regular.	**56%**	**44%**	**17,3%**	**32,7%**	**34,6%**	**15,4%**

FONTE: Pesquisa, 2018

Pelo quadro de dificuldade podemos perceber que dos 32 (trinta e dois) itens investigados sobre polígonos, em 23 (vinte e três) destes, foi apurado com porcentagens que variam de 50% a 78% não lembrar de terem estudados, fato este que nos remete aos estudos de Pavanello(1993), Kaleff(1994) e Lorenzato(1995), onde chamam a atenção para a “omissão”, “abandono” sobre o ensino de Geometria no Brasil.

PEREZ (1995) em pesquisa semelhante buscava mostrar “A Realidade do Ensino de Geometria”, fez menção a estudos realizados de 1984 a 1987, onde tinha o propósito de obter informações, se a Geometria é ou não ensinada. “Se é, o que é ensinado e como é. Se não é, por quê. Na época foi constatado que o número de aulas semanais não eram suficientes para cumprir todo o programa de matemática e que a parte de geometria que ficava no final do programa, era pouco ou quase nada ensinado.

Com as mudanças ocorridas, pós PCN, adequação e universalização dos livros didáticos, com os avanços tecnológicos, mesmo assim, amargamos índices preocupantes e os alunos saem do Ensino Fundamental sem as competências e habilidades definidas para este nível de ensino, segundo dados apurados da Prova Brasil mostrado neste estudo.

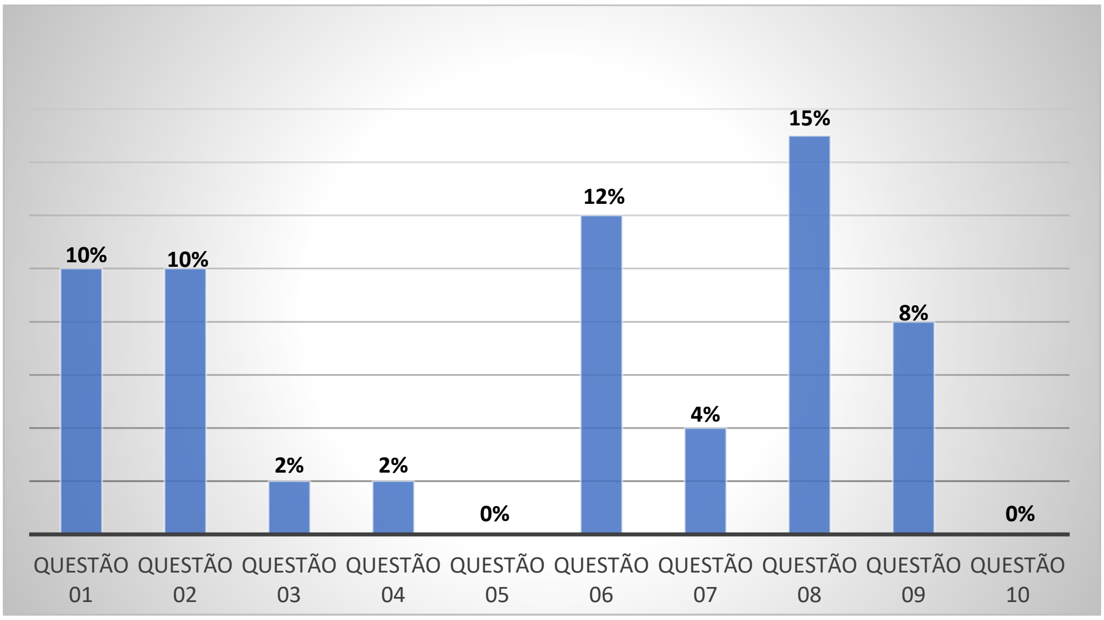
Dos itens lembrados pelos estudantes como tema já estudado por eles dentro da temática de polígonos, quando perguntados sobre o grau de dificuldade encontrado, variando de muito fácil a muito difícil, a maioria respondeu que foi muito fácil ou fácil. Entendemos que o conteúdo geométrico munido de estratégias significativas e manipuláveis (tecnologias e outros) tornam-se de fácil aprendizagem.

Para finalizar o diagnóstico inicial, foi construído um teste sobre os conteúdos de polígonos, estruturado com 10 questões abordando itens do quadro de dificuldades. As questões foram de caráter diagnóstico, solicitavam respostas numéricas em sua grande maioria, como também buscavam raciocínio geométrico, leitura geométrica de figuras, abstração de imagens no seu intelecto e conjecturas sobre alguns problemas levantados. O resultado teste não foi muito favorável, pois os alunos responderam no quadro de dificuldades na sua grande maioria não lembrar de ter estudado tais conteúdos que ora estavam diante deles no teste aplicado.

O gráfico a seguir expõe o resultado do teste aplicado aos estudantes deste diagnóstico inicial. As questões abordaram os seguintes temas: Questão 01 – Soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer e a classificação dos triângulos quanto aos ângulos; Questão 02 – Classificação, semelhança e diferença entre os quadriláteros; Questão 03 – Classificação de um polígono em convexo, côncavo e regular; Questão 04 – Soma dos ângulos internos de um polígono regular; Questão 05 – O ângulo central de um polígono regular e o número de lados; Questão 06 – Classificação do polígono quanto ao número de lados; Questão 07 – Número de diagonais de um polígono; Questão 08 -

Perímetro de um Polígono; Questão 09 – Área de quadriláteros e Questão 10 – Condição de existência de um triângulo.

Gráfico 09: Acertos no Teste



FONTE: Pesquisa, 2018

O resultado do teste mostra que os alunos da rede pública de ensino de Uruçuí-PI, não tem desfrutado de uma aprendizagem significativa, tomando por base os conhecimentos inerentes ao ensino de polígonos. A grande maioria não define, não conceitua e não faz conjecturas diante de “fatos geométricos”, o que indica, uma lacuna em sua formação matemática no Ensino de Fundamental.

3.5.3 – Considerações sobre o diagnóstico

A pesquisa propôs fazer um diagnóstico sobre o ensino de polígonos na rede pública de ensino do município de Uruçuí-PI, para tanto, foi necessário debruçar sobre o tema polígonos, buscar instrumentos que conduzisse a pesquisa no trabalho de campo.

O município de Uruçuí-PI, possui dados negativos em se tratando do ensino de matemática nas escolas públicas. O IDEB[61] apurado em 2017 da rede pública para os anos finais do Ensino Fundamental é 3,5 (três e meio), bem abaixo da meta estabelecida que era de 4,2. É perceptível uma estagnação do ensino, fazendo uma comparação entre os

[61] Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

levantamentos de 2011, 2013, 2015 e 2017, não houve uma evolução significativa, e mais de 90% dos alunos ainda não são proficientes em matemática.

Não muito distante de tais resultados, o teste aplicado sobre polígonos aos alunos da rede pública de ensino mostrou que em 2018, ainda possuem um déficit de aprendizagem muito grande, muitos desconhecem, nem lembram de ter estudado em sua vida escolar temas até considerados simples que envolvem o ensino de polígonos. Os dados apurados apontam uma possível negligência quanto ao ensino de geometria ou a hipótese que os estudantes ao procederem seus estudos o fazem focados em uma aprendizagem real.

O estudo apontou uma possível ineficiência dos sistemas de ensino, grande parte desta, da escola, dos professores e dos gestores. Encontramos professores desmotivados pela falta de estrutura das escolas, professores acomodados com o seu método de ensino, estudantes desmotivados pela falta de infraestrutura das escolas e pelos métodos e estratégias de ensino usados pelos docentes nas aulas de matemática.

Diante da problemática revelada e a falta de inovação no ensino, ressaltamos que as equipes pedagógicas juntamente com professores e gestão, precisam articular um novo projeto de ensino, que olhe para o estudante como um ser capaz de desenvolver atributos geométricos que o capacite para os mais diversos saberes da vida.

Os questionários e teste revelou-nos que na amostra estudada, a geometria ainda é, em geral, ensinada de forma mecânica, o professor faz uso na maioria das vezes, apenas de aula expositiva e lista de exercícios, reduzindo assim a capacidade do aluno, fazendo que ele venha apenas memorizar fórmulas da geometria.

Nas passagens pelas escolas, observamos que elas não dispõem de certos meios tecnológicos, mas em quase sua totalidade, percebemos que os estudantes fazem uso de aparelhos celulares próprios e este fato poderia ser usado como meio para o ensino de conteúdos geométricos, visto que na atualidade, dispomos de muitos aplicativos geométricos que funcionam sem uso de internet. Materiais manipuláveis simples, como papel, tesoura, barbante, régua, caixas de embalagens e diversos outros, também poderiam enriquecer a aula, tornando-a mais agradável a seu público.

São muitas as razões apresentadas para o insucesso escolar mostrado através das avaliações externas, a escola tem a obrigação de mostrar resultados apraz à sociedade, não devemos nos acomodar com as mazelas, busquemos refletir para mudar. Se a realidade é ruim, então é necessário refazer tudo, espelhar-se nos exemplos que estão dando certo, buscar qualificação paras as equipes (gestão, pedagógica e docente) e só assim atingiremos o verdadeiro objetivo da escola, ou seja, formar bem nossos estudantes.

4 - CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI

Nesta seção apresentamos, concepção e análise a priori, as quais são baseadas nas análises prévias realizadas. Trata sobre a segunda parte da Engenharia didática, onde faremos a disposição das variáveis macro didáticas, como também das variáveis micro didáticas, no qual permitem a concepção da sequência didática que aborda o ensino de polígonos. As variáveis macros envolvendo o ensino de polígonos, a saber: adotamos alguns aspectos da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (2007) e consequentemente do Ensino por Atividade de Sá (2009); utilização de atividades desenvolvida à luz do "ensino por atividade"; realização de todas as atividades em grupo, que viabiliza a interação entre os sujeitos.

4.1 - Fundamentação Teórica da Sequência Didática

Nesta seção trataremos sobre a fundamentação teórica da Sequência Didática, faremos uso da metodologia de ensino definida por Sá (2009) como "Ensino por Atividade", fundamentada na corrente construtivista de Piaget e colaboradores.

Destacamos que o papel fundamental do professor nesta metodologia de ensino, em conformidade com a Teoria das Situações Didática de Brousseau, é ofertar a sua clientela um conjunto de boas situações de ensino que aperfeiçoe a autonomia. Para tanto,

> [...] pressupõe mútua colaboração entre professor e aluno durante o ato de construção do saber, pois a característica essencial desse tipo de abordagem metodológica de ensino está no fato de que os tópicos a serem aprendidos serão descobertos pelo próprio aluno durante o processo de busca, que é conduzido pelo professor até que ele seja incorporado à estrutura cognitiva do aprendiz. (Sá, 2009, p 18)

As sequências de atividades têm a finalidade de oportunizar aos estudantes uma atuação autônoma, com o mínimo de interferência explícita ou condução docente.

4.1.1 - O Ensino de Matemática por Atividade

Como já visto, o Ensino por atividade é uma metodologia de ensino, comumente estruturada para a matemática, visa levar o aluno a construir e materializar o aprendizado, alicerça-se principalmente nos teóricos construtivistas. Pensando assim, o ensino por atividade quebra os esquemas corriqueiros do ensino de matemática.

A título de exemplo de uma situação corriqueira encontrada, podemos citar a aula pautada na exposição clássica da definição de um conteúdo, seguido de exemplos e exercícios de fixação. O ensino por atividade alonga o trabalho docente, pela preparação minuciosa que lhe é exigido, e pode sofrer alguma resistência de início, tendo em vista o círculo vicioso da aula clássica já descrita acima, porém, oportuniza aos educandos atingirem os objetivos descritos nos documentos oficiais para nível de ensino em que estão. Nesse contexto apresentamos sugestões de elementos imprescindíveis para a elaboração das atividades pautadas no Ensino por Atividade.

> - As atividades devem apresentar-se de maneira auto orientadas para que os alunos consigam conduzir-se durante a construção de sua aprendizagem;
> - Toda a atividade deve procurar conduzir o aluno a construção das noções matemáticas através de três fazes: a experiência, a comunicação oral das ideias apreendidas e a representação simbólica noções construídas;
> - As atividades devem prever um momento de socialização das informações entre os alunos, pois isso é fundamental para crescimento intelectual do grupo. Para que isso ocorra, o professor deve criar um ambiente adequado e de respeito mútuo entre os alunos e adotar a postura de um membro mais experiente do grupo e que possa colaborar na aprendizagem deles;
> - As atividades devem ter características de continuidade, visto que precisam conduzir o aluno ao nível de representação abstrata das ideias matemáticas construídas a partir das experiências concretas vivenciadas por ele;
> - De acordo com o modelo proposto por Dockweiller(1996), as atividades propostas pelo professor podem se apresentar de três maneiras: desenvolvimento, conexão e abstração, de modo que sejam sequencialmente apresentadas e possam contribuir para a construção gradual dos conceitos matemáticos (Mendes e Sá, 2006, p.11).

Corroborando sobre o papel docente na elaboração de sequência de atividades, pautadas na metodologia do ensino por atividade, cabe:

> [...] porém, ao professor preocupar-se como o modo de elaboração dessas atividades e com as orientações dadas aos estudantes durante a realização das mesmas, por isso poderá ser decisivo no processo de aprendizagem do aluno. Esta abordagem de ensino pressupõe a experiência direta do aprendiz com situações reais vivenciadas, nas quais a abordagem instrucional é centrada no aluno e seus interesses espontâneos. (Sá, 2009, p. 18)

Os tipos básicos de atividades agregadas a metodologia do ensino por atividade, segundo Sá (2017), relatam-nos que há dois tipos de atividades a saber:

> - Atividade de Conceituação – Uma atividade tem como objetivo levar o estudante a perceber a ocorrência de determinado tipo de situação/tipo de objeto matemático. A definição deste objeto percebido é o objetivo da atividade de conceituação.
> - Atividade de Redescoberta – Uma atividade de redescoberta tem como objetivo levar o estudante a descobrir uma relação ou propriedade relativa a um dado objeto ou operação matemática. Uma atividade de redescoberta não corresponde a uma demonstração de um resultado matemático, mas sim ao momento de exploração do objeto que antecede a demonstração do resultado. (Sá, 2017, p.1)

Cada tipo de atividade se divide em vários momentos para a efetiva experimentação, que serão descritos no item seguinte. Momentos estes, frutos de estudo e pesquisa de Sá (2017).

4.1.2 - Momentos do Ensino por Atividade

O Ensino por Atividade como já foi exposto, além de toda articulação e preparação pelo docente para construir, instrumentalizar e aplicar uma sequência de atividades, também é preciso que se aproprie dos tipos de atividades que o agregam, conhecer os momentos em que é dividida a experimentação/aplicação da sequência didática construída sobre a ótica do ensino por atividade.

Qualquer atividade humana para sua execução com excelência, é necessário um planejamento, no ensino por atividade, tanto as atividades de conceituação como de redescoberta, necessita de um minucioso planejamento para atingir o sucesso esperado. Sá (2017) dividiu o planejamento de cada atividade em vários momentos:

- **Momentos do Planejamento nas Atividades de Conceituação**: Determinação (Onde o professor seleciona a definição que pretende apresentar aos estudantes), Construção do Objetivo (Onde o professor determina o objetivo da atividade que será apresentada, deve ser único, elaborado de tal forma que o estudante não descubra o resultado antes da conclusão da atividade), Seleção do Material, Elaboração do Procedimento, Elaboração do espaço de registro, elaboração do desafio, Previsão da institucionalização, Finalização do roteiro, Verificação e Elaboração de questões.

- **Momentos do Planejamento nas Atividades de Redescoberta**: Determinação (Onde o professor seleciona a definição que pretende apresentar aos estudantes), Construção do Objetivo (Onde o professor determina o objetivo da atividade que será apresentada, deve ser único, elaborado de tal forma que o estudante não descubra o resultado antes da conclusão da atividade), Seleção do Material, Elaboração do Procedimento, Elaboração do espaço de registro, Elaboração do desafio, Verificação, Previsão da institucionalização e Elaboração do roteiro.

Sá (2017) afirma que em ambos os tipos de atividades, os momentos para concretizar a experimentação são assim descritos em sequência ordenada:

- **Organização** – a turma deve ser, preferencialmente, organizada em equipes com o máximo 4 alunos e no mínimo 2, podendo também ocorrer de forma individual, embora não seja o recomendável por não estimular a troca de ideias que é fundamental para o processo de aprendizagem. Ao professor fica a responsabilidade de dirigir as ações: demonstrar segurança e zelo pelo material preparado; deve orientar a formação das equipes, mas sem interferir na escolha dos membros e interferir sempre que necessário para que os alunos não desperdicem tempo com ações alheias à organização da turma;

- **Apresentação** – No momento da apresentação cabe ao professor distribuir todo o material necessário, inclusive o roteiro que será seguido pelos estudantes para realizarem a atividade. O roteiro poderá ser impresso, disponibilizado no quadro ou disponibilizado de outra forma, dependendo das condições do ambiente de aplicação. Vale ressaltar que: para atividades muito longas é preferível o roteiro impresso; o material deverá ser organizado em kits para facilitar a distribuição do material, evitando assim, desperdício de tempo.

- **Execução** – Momento referente a experimentação, quando o pesquisador manipula os materiais, realiza as medidas e/ou cálculo, compara e/ou observa as equipes. Espera-se que as equipes consigam executar os procedimentos estabelecidos para atividade, seguindo as instruções previstas no roteiro de atividade, sem conversas paralelas ou desvio de atenção para assuntos alheios. O professor deve deixar as equipes trabalharem livres, supervisionar o desenvolvimento das ações e auxiliar para sanar as dúvidas, quando for solicitado ou perceber alguma dificuldade da equipe na execução do procedimento. Caso venha ocorrer algum questionamento ou dúvida durante a execução do procedimento, ocasionados por falhas nas orientações contidas no roteiro ou da confecção do material utilizado para a atividade, cabe ao professor socializar imediatamente com a turma com o problema e apresentar uma solução que contorne o ocorrido e permita o prosseguimento da atividade.

- **Registro** – Corresponde ao momento da sistematização das informações na pesquisa científica, espera-se que cada equipe faça os registros das informações obtidas durante a execução nos espaços destinados pra tal. Ao professor cabe supervisionar o desenvolvimento das ações e auxiliar as equipes sobre quaisquer dúvidas durante o momento de registros.
- **Análise** – Corresponde ao momento de reflexão sobre os registros feitos para descobrir uma relação válida entre as informações registradas. Se vier a ocorrer de alguma equipe não perceber uma relação válida a partir das informações registradas, o professor deve auxiliar a equipe por meio de formulação de questões que venha a favorecer encontrar a relação desejada pela atividade. A finalização deste momento é feita com uma conclusão pela equipe ou participante da equipe.
- **Institucionalização** – é o momento em que será produzida a conclusão oficial da turma a partir das conclusões que cada equipe elaborou no momento da análise.

4.1.3 - Considerações do uso do Ensino por Atividade na pesquisa

Diante de cenários desafiadores, tomando como parâmetros estudos abordados em revisão nesta pesquisa, vislumbrando uma nova forma de ensinar, buscando mecanismos que facilite a aprendizagem dos estudantes, nos deparamos com o ensino por atividade. Enxergamos como uma metodologia com um potencial de transformar o discente em autor principal do seu aprendizado, de forma a percorrer o caminho necessário, por meio de atividades com situações intencionalmente elaboradas pelo professor para que possa vivenciar todos os momentos descritos no tópico anterior, configurando assim, a construção do conhecimento por ele próprio.

Nesse contexto, pensamos na elaboração de atividades voltadas para o ensino de polígonos, tendo por finalidade construir definições e conceitos, fazendo uso de atividades de conceituação e deduzir fórmulas, por meio de atividades de redescoberta. Todas as atividades vislumbram a aprendizagem dos educandos, de forma autônoma e significativa, oportunizando também ao docente, um novo aprendizado como metodologia de ensino viável para qualquer realidade.

Com o direcionamento oportunizado nas análises prévias, elaboramos 11 (onze) atividades fundamentadas no ensino por atividade, desenvolvidas a partir da temática de polígonos, conteúdos muito relevante na geometria plana e espacial, abordado desde a 2º ano do ensino fundamental nos livros didáticos em validade e também na BNCC para o nível de ensino que ora falamos. Além das atividades de conceituação e redescoberta para construir o conteúdo, fizemos atividades de aprofundamento do conteúdo trabalhado por meio do ensino por atividade. Assim, esperamos obter êxito na sequência didática desenvolvida por esta pesquisa.

4.2 - Apresentação e Análise a Priori das Atividades para a Abordagem do Ensino de Polígonos

Neste tópico apresentamos as atividades que compõem a sequência didática que será desenvolvida em nossa pesquisa, vale ressaltar que as 11 (onze) atividades da sequência didática serão trabalhadas sempre com um quadro de figuras e quadro de anotações com o roteiro para o seu desenvolvimento.

4.3 - Sequência Didática sobre o Ensino de Polígonos

A sequência didática aborda a temática de polígonos e conteúdos anteriores ao conceito de polígonos regulares, justifica a tomada de conceitos anteriores, pois em estudos diagnósticos realizados por nós com 100 estudantes da rede pública de ensino, mostrou que os estudantes, mesmo já cursando a última etapa do ensino fundamental, só o mínimo consegue conceituar e reconhecer um polígono, dificultando assim, a aprendizagem dos demais tópicos sobre a temática.

A proposta elaborada para o ensino polígonos, desenvolveu-se a priori com base nos estudos diagnósticos realizados, fazendo uso de aplicação de questionários que tratava a temática dentro de um viés pedagógico, como também deu-se com resultados obtidos com a aplicação de um teste construído tomando como base principal os descritores da Prova Brasil/SAEB. Vale ressaltar que além dos estudos diagnósticos, nos preocupamos em analisar (o conteúdo, metodologias e atividades) de diversos livros didáticos adotados pelas escolas da rede pública de ensino pesquisada.

A sequência didática aborda atividades que possibilita a descoberta de conceitos sobre a temática de polígonos e foram divididas para serem realizadas em sessões de experimentação e aplicação, as quais visam abordar diversos assuntos relacionados ao conteúdo ensino de polígonos, assunto esse que normalmente é encontrado nas provas realizadas, Prova Brasil e Enem, assim como nos livros didáticos utilizados por professores de matemática durante suas aulas.

As atividades foram organizadas em uma sequência que possibilite aos estudantes chegar ao conceito de polígono, a reconhecer seus elementos, a deduzir as fórmulas para o cálculo da quantidade de diagonais, para o cálculo da soma dos ângulos internos, dentre outros conteúdos que envolvem a temática estudada. Levamos em consideração as dificuldades encontradas no diagnóstico realizado junto aos estudantes egressos do 8º ano do Ensino Fundamental da rede de ensino pesquisada. Nosso roteiro está assim configurado: Titulo; Objetivo; Material; Procedimento e Conclusão. Nosso objeto didático será dividido conforme o quadro abaixo e respectivos descritores que são cobrados pelo SAEP/Prova Brasil.

Quadro 07: Distribuição dos Conteúdos da Sequência Didática e Descritores

<table>
<tr><th colspan="3">SEQUÊNCIA DIDÁTICA</th></tr>
<tr><td colspan="3">1.CONCEITO DE POLÍGONO
D2 - Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com suas planificações</td></tr>
<tr><td>1.1 Linhas</td><td>1.2 Linhas Abertas e Fechadas</td><td>1.3 Poligonal Aberta e Fechada</td></tr>
<tr><td colspan="3">2. POLÍGONOS CONCAVOS E CONVEXOS</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2.1 Côncavos</td><td colspan="2">2.2 Convexos</td></tr>
<tr><td>2.2.1 Regulares</td><td>2.2.2 Irregulares</td></tr>
<tr><td colspan="3">3. ELEMENTOS DO POLÍGONO</td></tr>
</table>

3.1 Vértices, Lados, Diagonais, Ângulo Interno e Ângulo Externo
5. SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DOS POLÍGONOS D8 **-** Resolver problema utilizando a propriedade dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares)
6. SOMA DOS ANGULOS EXTERNOS DOS POLÍGONOS D8 **-** Resolver problema utilizando a propriedade dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares)
7. CÁLCULO DO NÚMERO DE DIAGONAIS DE UM POLÍGONO D8 **-** Resolver problema utilizando a propriedade dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares)

Fonte: Pesquisa 2018

4.3.1 Atividade 1

É uma atividade conceitual, que traz um quadro que contém 10 figuras que representam curvas, o objetivo principal da atividade é que os estudantes identifiquem uma curva fechada, pois é necessário esse atributo para a definição de um polígono. Para isso, os estudantes deverão realizar a observação das figuras para responder à pergunta “o início da curva coincide com o seu final?” E colocar as respostas, afirmativa ou negativa, no quadro de respostas seguindo o roteiro da atividade.

Título: Curvas

Objetivo: Classificar Curvas

Material: Roteiro de Atividades; quadro de figuras

Procedimentos:

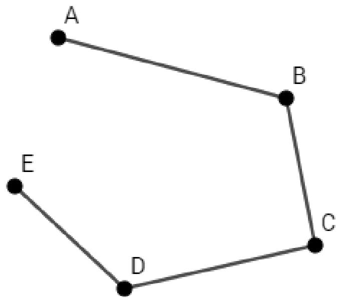
Para cada figura do Quadro de Figuras:

- Contorne a figura na ordem alfabética dos pontos;
- Identifique as figuras em que o início coincide o final com CF;
- Identifique as figuras que o início e o final não coincidem com CA;
- Com as informações obtidas preencha o quadro a seguir.

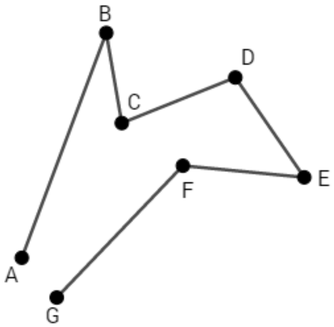
Quadro 08: Quadro resposta atividade 01

FIGURAS	O início da curva coincide com o seu final?	
	Sim	Não
Figura 01		
Figura 02		
Figura 03		
Figura 04		
Figura 05		
Figura 06		
Figura 07		
Figura 08		
Figura 09		
Figura 10		
Observação:		
Definição:		

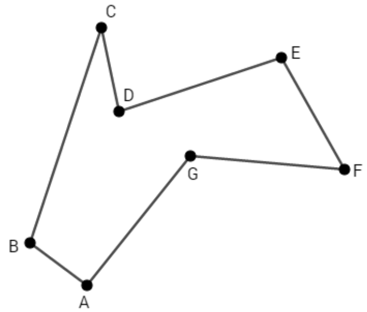
Quadro 09: Figuras para atividade 1



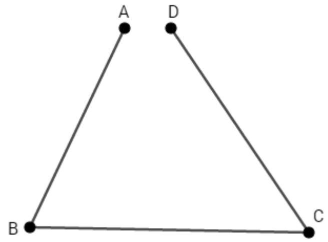
01



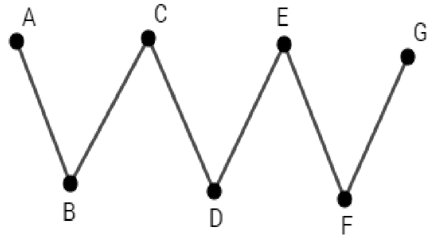
02



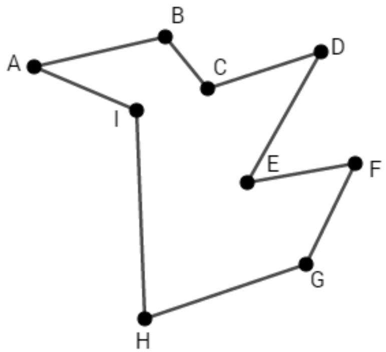
03



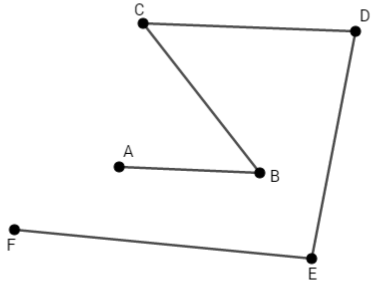
04



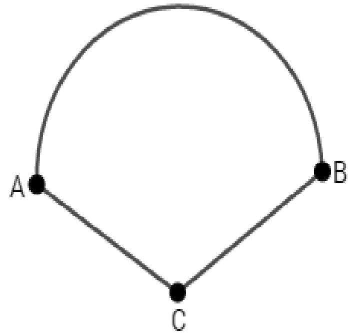
05



06

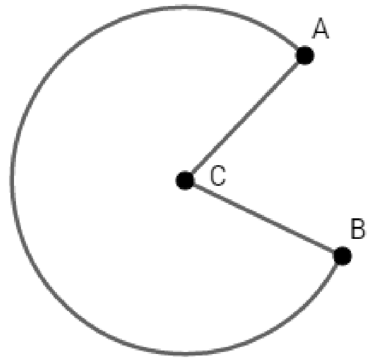


07



08

09



10

Fonte: Pesquisa, 2019

Análise a priori da Atividade 1

No primeiro momento como os estudantes ainda não tiveram um contato com a metodologia de ensino, “ensino por atividade”, é esperado que possa ocorrer um pouco de dificuldade para se chegar à conclusão esperada. Porém, faremos as intervenções necessárias tomando por base as observações captadas pelo grupo de alunos que participarão do experimento e assim, esperamos que, através da observação do quadro de figuras, os estudantes contornem as figuras, obedecendo a ordem alfabética dos pontos e identifiquem como CF, as figuras que em que o ponto inicial coincide com o ponto final, oportunizando ainda que os mesmos cheguem conclusão que são curvas fechadas e no caso contrário, quando identificadas como CA em que o ponto inicial não coincide com o ponto final, possam defini-las como curvas abertas.

Quadro 10: Quadro resposta preenchido atividade 01

FIGURAS	**O início da curva coincide com o seu final?**	
	Sim	**Não**
Figura 01		X
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04		X
Figura 05		X
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08	X	
Figura 09		X
Figura 10	X	

Observações esperadas:

1) Quando o início da curva coincide com o seu final forma uma figura fechada (curva fechada) e quando não coincide com o seu final forma uma figura aberta (curva aberta);

2) Há curvas formadas só por segmentos de retas;

3) Há curvas formadas por segmentos de retas e outras formas;

4) Há curvas formadas só por outras formas que não são segmentos de retas.

Definição:

Quando o ponto inicial de curva coincide com o ponto final, caracteriza como curva fechada, caso contrário, quando o ponto inicial não coincide com o ponto final a curva é definida como aberta.

4.3.2 Atividade 2

É uma atividade de conceituação, que traz um quadro composto por 10 figuras que representam curva poligonal e curva não poligonal, o objetivo principal da atividade é que os estudantes identifiquem uma curva formada só por segmentos de retas, pois é necessário esse atributo para a definição de um polígono. Para isso, os estudantes deverão observar as figuras e responder à pergunta “A curva é formado só por segmentos de retas?” E colocar as respostas no quadro seguinte aos procedimentos da atividade.

Título: Linhas

Objetivo: Definir linha poligonal

Material: Roteiro de atividade e quadro de figuras.

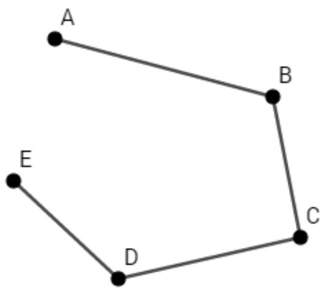
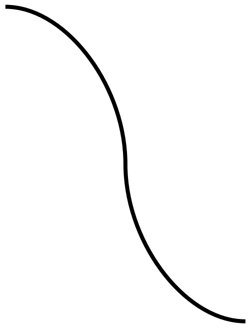
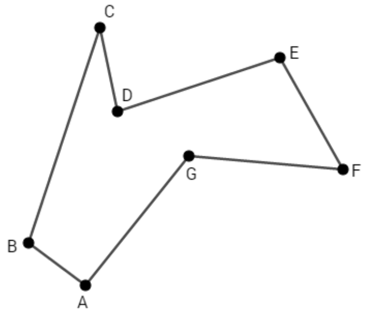
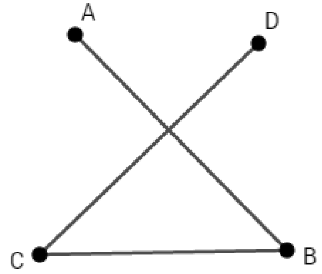
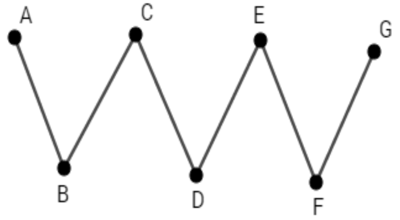
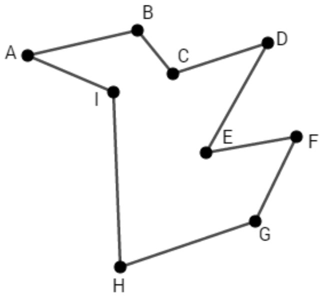
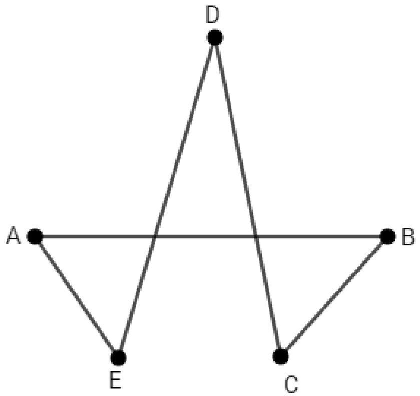
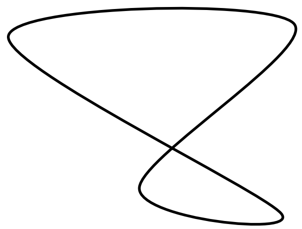
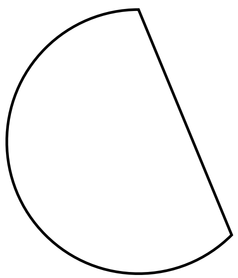
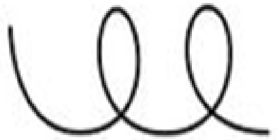
Procedimentos:

- Observe as figuras do quadro;
- Responda a pergunta do quadro a seguir e faça as anotações.

Quadro 11: Quadro resposta atividade 02

<table>
<tr><th rowspan="2">FIGURAS</th><th colspan="2">A curva é formada só por segmentos de retas?</th></tr>
<tr><th>Sim</th><th>Não</th></tr>
<tr><td>Figura 01</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Figura 02</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Figura 03</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Figura 04</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Figura 05</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Figura 06</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Figura 07</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Figura 08</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Figura 09</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Figura 10</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Observações esperadas:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Definição:</td></tr>
</table>

Quadro 12: Figuras para Atividade 2

 **01**	 **02**	 **03**	 **04**	 **05**
 **06**	 **07**	 **08**	 **09**	 **10**

Fonte: Pesquisa, 2019

Análise a priori da Atividade 2

Através da observação do quadro de figuras, esperamos que os estudantes identifiquem as figuras que são formadas só por segmentos de reta e que venha formalizar ou diferenciar uma curva poligonal (formada somente por segmentos de reta consecutivos) de uma curva não poligonal. Acreditamos que será uma atividade de fácil entendimento e fácil percepção para atingir o objetivo pretendido. A atividade torna-se importante para que os estudantes venham absorver o conceito de poligonal para formalizar o conceito de polígono.

Quadro 13: Quadro resposta preenchido atividade 02.

FIGURAS	**A curva é formada só por segmentos de reta?**	
	Sim	**Não**
Figura 01	X	
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04	X	
Figura 05	X	
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09		X
Figura 10		X

Observações esperadas:

1) Há curvas formadas só por segmentos de retas;
2) Há curvas formadas só por segmentos de retas e outras formas;
3) Há curvas formadas sem segmentos de retas.

Definição:

As curvas formadas só por segmentos de retas são chamadas de poligonais, as demais são definidas como linhas não poligonal.

4.3.3 Atividade 3

É uma atividade de conceituação, que traz um quadro composto por 10 figuras que representam curvas poligonais fechadas e poligonais abertas. O objetivo principal da atividade é que os estudantes identifiquem uma poligonal fechada, pois é necessário esse atributo para a definição de um polígono. Para isso, os estudantes deverão responder à pergunta “O início da poligonal coincide com o seu final?” E colocar as respostas (afirmativa ou negativa) no quadro seguinte aos procedimentos da atividade.

Título: Tipos de Poligonal

Objetivo: Classificar as poligonais através da observação do ponto inicial e seu ponto final.

Material: Roteiro de atividade e quadro de figuras.

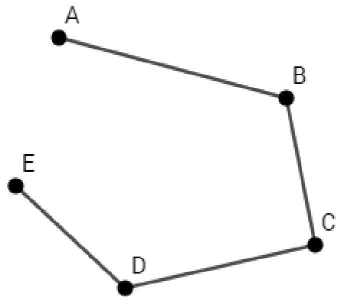
Procedimentos:

- Observar o quadro de figuras,
- Contorne as figuras obedecendo a ordem alfabética dos pontos marcados;
- Com base na observação, responda à pergunta exposta no quadro a seguir e marque a opção (sim ou não) para cada figura analisada.

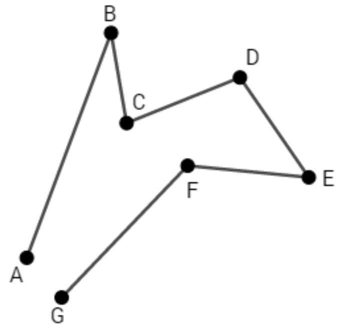
Quadro 14: Quadro resposta atividade 03

FIGURAS	**O início da poligonal coincide com o seu final?**	
	Sim	**Não**
Figura 01		
Figura 02		
Figura 03		
Figura 04		
Figura 05		
Figura 06		
Figura 07		
Figura 08		
Figura 09		
Figura 10		
Observações Esperadas:		
Definição:		

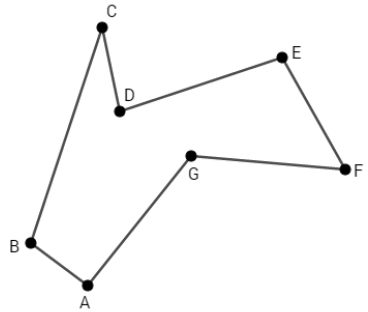
Quadro 15: Figuras para Atividade 3



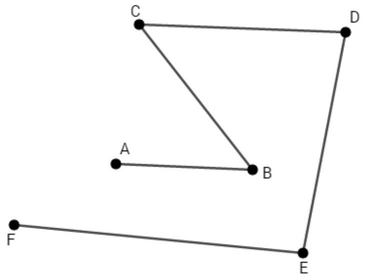
01



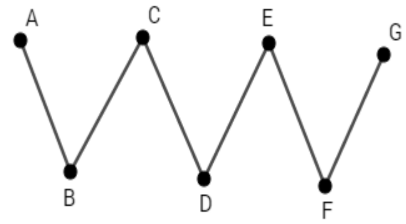
02



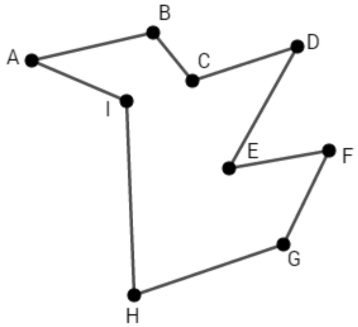
03



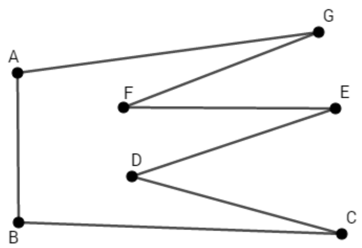
04



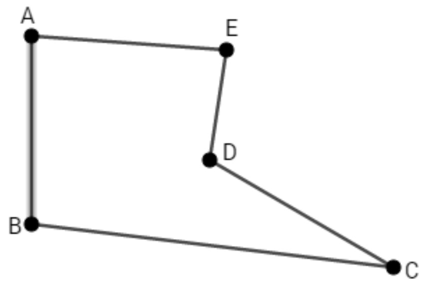
05



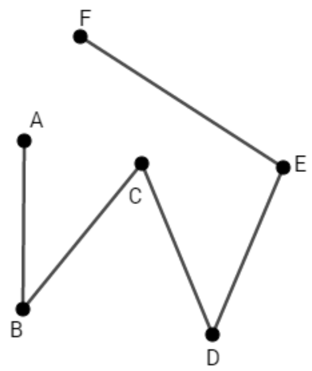
06



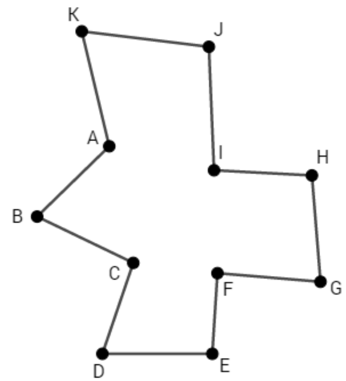
07



08



09



10

Fonte: Pesquisa, 2019

Análise a Priori da Atividade 3

Com a observação do quadro de figuras, acreditamos que os estudantes serão capazes de identificar uma poligonal fechada e uma poligonal aberta, tendo em vista ser um conceito de fácil percepção e acreditarmos em conhecimentos prévios já adquiridos pelos estudantes em séries anteriores. A atividade torna-se importante para que os estudantes venham absorver o conceito de poligonal aberta e poligonal fechada para formalizar o conceito de polígono.

Quadro 16: Quadro resposta preenchido atividade 03.

FIGURAS	O início da poligonal coincide com o seu final?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04		X
Figura 05		X
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08	X	
Figura 09		X
Figura 10	X	
Observações esperadas: 1) Há poligonais que o ponto inicial coincide com o ponto final (poligonal fechada). 2) Há poligonais que o ponto inicial não coincide com o ponto final (poligonal aberta)		
Definição: Uma poligonal que o ponto inicial coincide com o ponto final é uma poligonal fechada caso contrário, quando o ponto inicial não coincide com o ponto final, estamos diante de uma poligonal aberta.		

4.3.4 Atividade 4

É uma atividade de conceituação, que traz um quadro composto por 10 figuras que representam poligonais fechadas, o objetivo principal da atividade é que os estudantes identifiquem uma poligonal fechada simples (sem cruzamento de segmentos de retas), pois é necessário esse atributo para a definição de um polígono simples. Para isso, os estudantes deverão observar as figuras e responder à questão “A poligonal fechada possui segmentos que se cruzam?” E colocar as respostas no quadro seguinte aos procedimentos da atividade.

Título: Poligonais Fechadas

Objetivo: Classificar as poligonais fechadas.

Material: Roteiro de Atividades e quadro de figuras

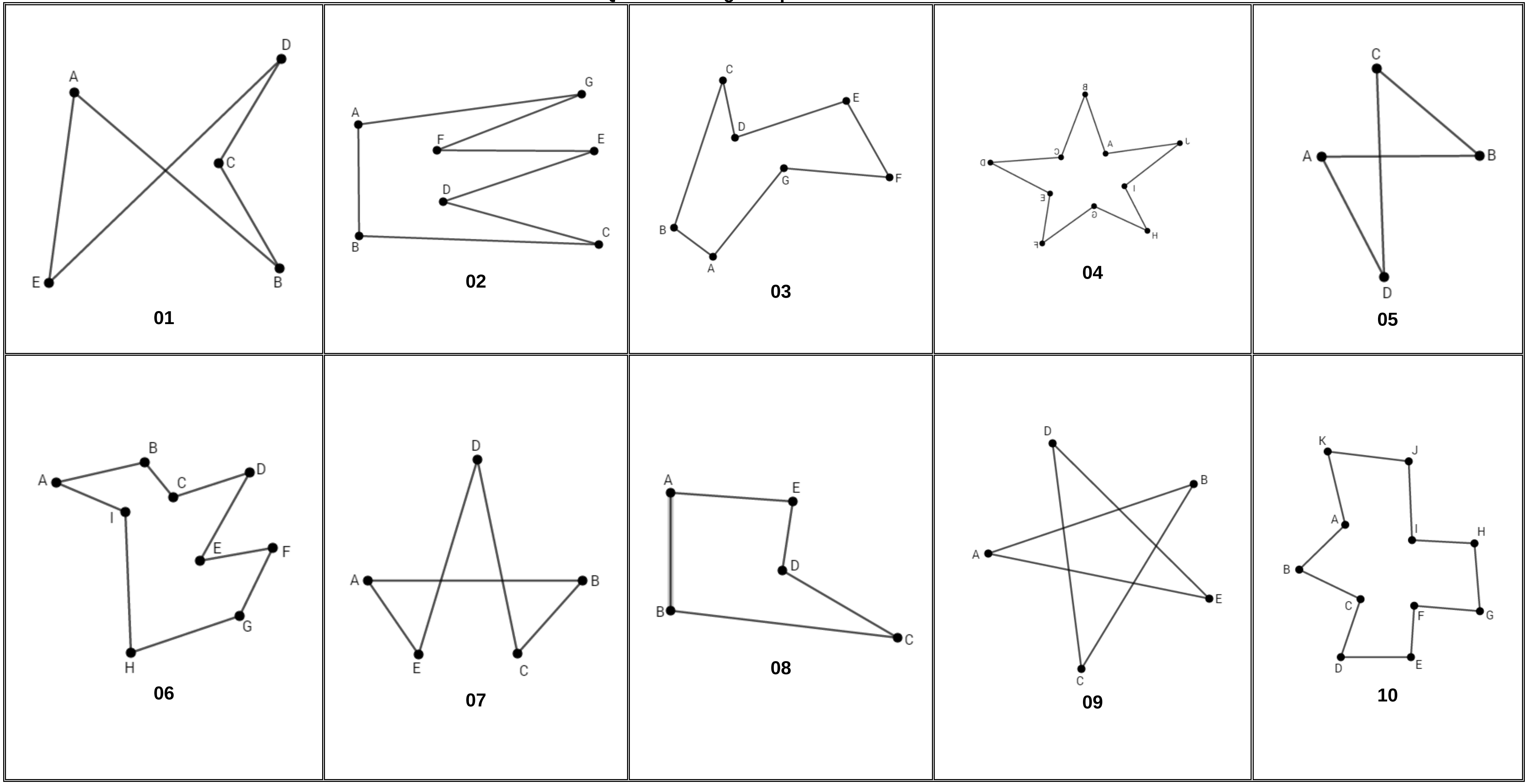
Procedimentos:

- Observar o quadro de figuras com poligonais fechadas;
- Com base na observação, responda à pergunta exposta no quadro e marque a opção (sim ou não) para cada figura analisada.

Quadro 17: Quadro resposta atividade 04

FIGURAS	**A poligonal fechada possui segmentos que se cruzam?**	
	Sim	**Não**
Figura 01		
Figura 02		
Figura 03		
Figura 04		
Figura 05		
Figura 06		
Figura 07		
Figura 08		
Figura 09		
Figura 10		
Observações esperadas:		
Definição:		

Quadro 18: Figuras para Atividade 4



Fonte: Pesquisa, 2019

Análise a Priori Atividade 4

Como os estudantes já detêm o conceito de poligonal fechada, agora pretendemos com esta atividade de observação do quadro de figuras composto só com poligonais fechadas, que percebam que existe dois tipos de poligonais fechadas, as que possuem segmentos de retas que se auto intersectam além de suas extremidades e as que não se intersectam além das extremidades. A atividade torna-se importante para que os estudantes venham absorver o conceito de poligonal fechada simples (quando os segmentos não se intersectam além das extremidades) e poligonal fechada complexa (quando os segmentos de retas se intersectam além dos extremos) para formalizar o conceito de polígono simples com a orientação do professor.

Quadro 19: Quadro resposta preenchido atividade 04

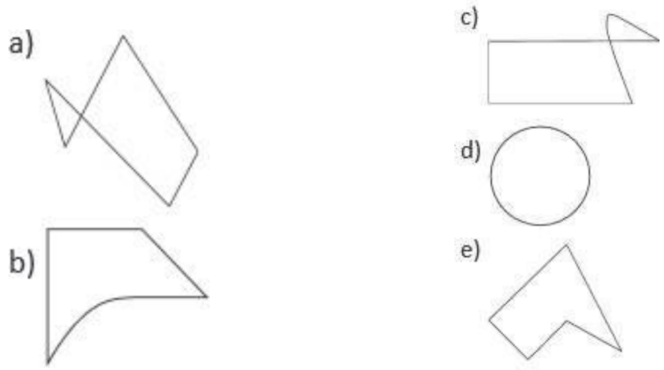
FIGURAS	A poligonal fechada possui segmentos que se cruzam?	
	Sim	Não
Figura 01	X	
Figura 02		X
Figura 03		X
Figura 04		X
Figura 05	X	
Figura 06		X
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09	X	
Figura 10		X
Observações esperadas: 1) Há poligonais fechadas que possui segmentos que se cruzam. 2) Há poligonais fechadas que não possui segmentos que se cruzam.		
Definição: Uma poligonal fechada que não possui segmentos que se cruzam, é denominada poligonal fechada simples ou polígono simples, caso contrário quando possui segmentos que se cruzam, denomina-se poligonal fechada não simples ou não polígono.		

Atividade de Aprofundamento – Atividades 1, 2, 3 e 4

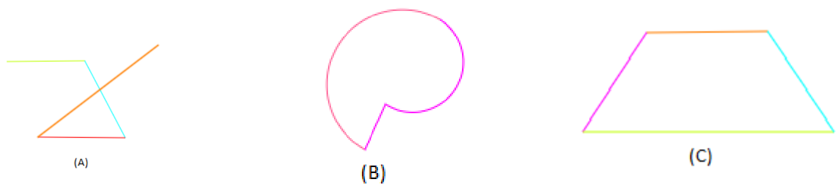
A atividade a seguir tem o intuito de aprofundar os conhecimentos adquiridos nas atividades de ensino de números um, dois, três e quatro. Descrevemos a seguir:

- A questão de número um, aborda o conceito de poligonal fechada simples e solicita do estudante que marque o item que traz a figura que representa uma poligonal fechada simples;
- A questão de número dois, aborda o conceito de poligonal, não poligonal, poligonal simples, poligonal fechada, polígono e não polígono. Solicita dos estudantes que responda cada item solicitado com as letras: A identifica primeira figura, B identifica segunda figura e C identifica a terceira figura;
- A questão de número três, aborda a definição de polígono. Traz uma pergunta sobre os atributos definidores de um polígono, o que uma figura geométrica plana precisa ser para ser definida como polígono? Os estudantes escolherão em os itens A, B, C e D que possui as características de um polígono.

1) Na aula de Arte, a professora pediu que cada aluno traçasse uma linha poligonal fechada simples. Com base na definição de poligonal fechada simples, qual das alternativas representa o que a professora de Arte solicitou?



2) Observa as seguintes figuras e coloque a letra correspondente (A, B ou C) nos itens abaixo:



a) É uma linha poligonal: ___________________________

b) É uma linha poligonal simples:________________

c) É uma linha poligonal fechada:____________________

d) É um polígono: _______________________

e) Não são polígonos: _______________________

3) Para ser um polígono, uma figura geométrica plana precisa ser

A) Aberta e formada por segmentos de retas que não se cruzam.

B) Aberta e limitada por segmentos de retas que se cruzam.

C) Fechada e formada por segmentos de retas que se cruzam.

D) Fechada e limitada por segmentos de retas que não se cruzam.

4.3.5 Atividade 5

É uma atividade de conceituação, que traz um quadro composto por 10 figuras que representam polígonos simples, o objetivo principal da atividade é que os estudantes identifiquem dois tipos de polígonos simples. Para isso, os estudantes deverão responder à pergunta "Quando traçamos os seguimentos de reta AB, CD e EF, em quais figuras os seguimentos traçados ficam totalmente contidos no interior do polígono simples que contém seus extremos?" e colocar as respostas no quadro seguinte aos procedimentos da atividade.

Título: Tipos de Polígono Simples

Objetivo: Classificar através da observação um polígono simples.

Material: Roteiro de atividades e quadro de figuras.

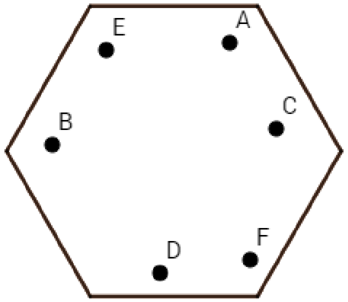
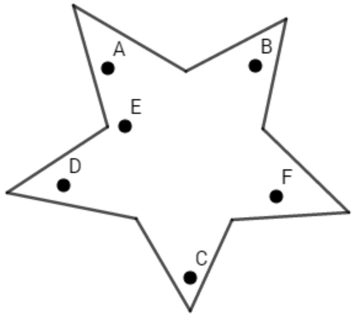
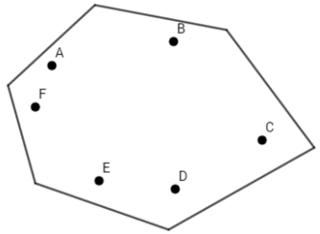
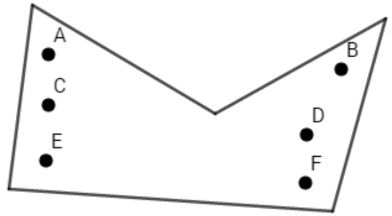
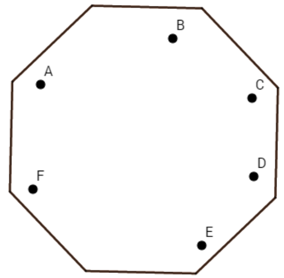
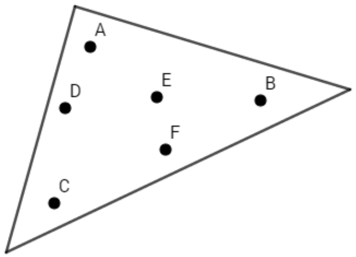
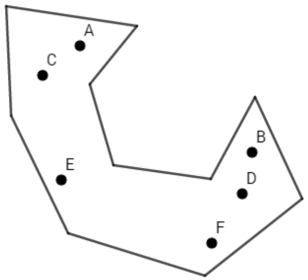
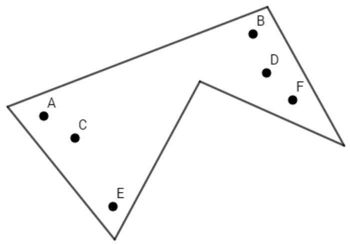
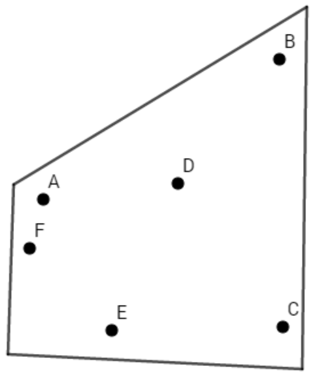
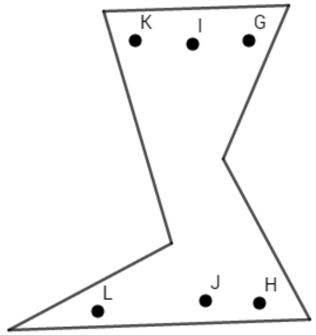
Procedimentos:

- Observe os polígonos simples do quadro;
- Trace os segmentos de reta (AB, CD e EF) em cada uma das figuras do quadro;
- Com base na observação, responda à pergunta exposta no quadro a seguir e marque a figura em que o segmento de reta fica totalmente contido no polígono simples.

Quadro 20: Quadro resposta atividade 05

FIGURAS	Quando traçamos os seguimentos de reta AB, CD e EF, em quais figuras os seguimentos traçados ficam totalmente contidos no polígono simples que contém seus extremos?
Figura 01	
Figura 02	
Figura 03	
Figura 04	
Figura 05	
Figura 06	
Figura 07	
Figura 08	
Figura 09	
Figura 10	
Observações esperadas:	
Definição:	

Quadro 21: Figuras para Atividade 5

 **01**	 **02**	 **03**	 **04**	 **05**
 **06**	 **07**	 **08**	 **09**	 **10**

Fonte: Pesquisa, 2019

Análise a priori da Atividade 5

Ao analisar as figuras expostas no quadro de figuras após os procedimentos realizados com base no roteiro, esperamos que os estudantes observem que há segmentos de retas com extremos pertencentes ao interior do polígono e que ficam por completo contidos neste. Assim, também esperamos que estudantes percebam que há segmentos de retas com extremos no interior do polígono que não ficam totalmente contidos no interior do polígono. Diante da percepção que esperamos dos estudantes, ao docente compete classificar esses polígonos simples em convexos e côncavos, podendo ainda explorar a ideia dos cantinhos (vértices) dos polígonos simples, se pelo menos um cantinho(vértice) apontando pra área interna do polígono, podemos classifica-lo como côncavo, caso contrário, onde todos os cantinhos (vértices) apontam para área externa ao polígono, podemos classifica-lo como convexo.

Quadro 22: Quadro resposta preenchido atividade 05

FIGURAS	**Quando traçamos os seguimentos de reta AB, CD e EF, em quais figuras os seguimentos traçados ficam totalmente contidos no polígono simples que contém seus extremos?**
Figura 01	X
Figura 02	
Figura 03	X
Figura 04	
Figura 05	X
Figura 06	X
Figura 07	
Figura 08	
Figura 09	X
Figura 10	

Observações esperadas: 1) Há polígonos simples que contém segmentos de reta por completo no seu interior; 2) Há polígonos simples que não contém segmentos de reta por completo no seu interior; 3) Quando os segmentos de reta ficam totalmente contidos no polígono simples, todos os cantinhos (vértices) ficam apontados para a região externa ao polígono; 4) Quando um segmento de reta não fica totalmente contido no polígono simples, a parte que fica contida na área externa estará de frente pra um cantinho do polígono que aponta para região interna.
Definição: Um polígono simples é convexo, quando podemos traçar qualquer segmento de reta na região interna e ele ficará totalmente contido no polígono, caso o segmento de reta fique com uma parte na área externa, podemos afirmar que este polígono simples é côncavo ou não convexo.

4.3.6 Atividade 6

É uma atividade de conceituação, que traz um quadro composto por 10 figuras que representam polígonos simples, o objetivo principal da atividade é que os estudantes identifiquem dois tipos de polígonos convexo. Para isso, os estudantes deverão observar as figuras, seguir a orientação do roteiro e responder à pergunta "As medidas dos lados são iguais?", "As medidas dos ângulos internos são iguais?" e colocar as respostas no quadro seguinte aos procedimentos da atividade.

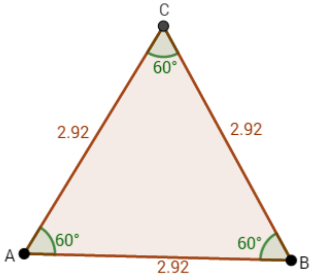
Título: Classificando o polígono convexo
Objetivo: Classificar através da observação um polígono simples convexo
Material: Roteiro de atividades e quadro com figuras.
Procedimentos:

- Observe o quadro com as figuras de polígonos simples convexo;
- Com base na observação, responda as perguntas expostas no quadro a seguir anotando as informações solicitadas sobre cada figura.

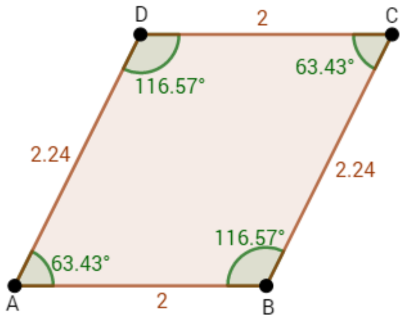
Quadro 23: Quadro resposta atividade 06

MARQUE A RESPOSTA		SIM	NÃO
FIGURA 01	**As medidas dos lados são iguais?**		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
FIGURA 02	**As medidas dos lados são iguais?**		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
FIGURA 03	**As medidas dos lados são iguais?**		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
FIGURA 04	**As medidas dos lados são iguais?**		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
FIGURA 05	**As medidas dos lados são iguais?**		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
FIGURA 06	**As medidas dos lados são iguais?**		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
FIGURA 07	**As medidas dos lados são iguais?**		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
FIGURA 08	**As medidas dos lados são iguais?**		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
FIGURA 09	**As medidas dos lados são iguais?**		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
FIGURA 10	**As medidas dos lados são iguais?**		
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		
Observações esperadas:			
Definição:			

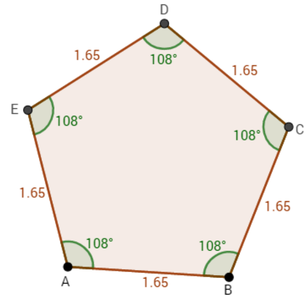
Quadro 24: Figuras para Atividade 6



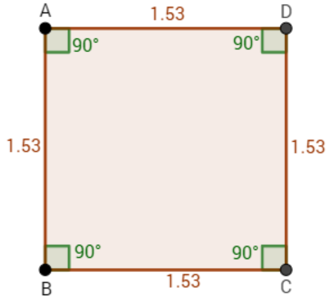
01



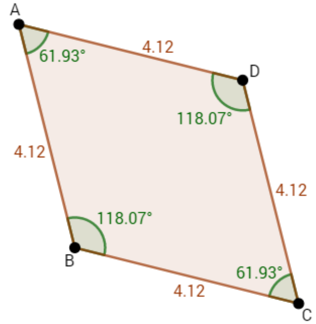
02



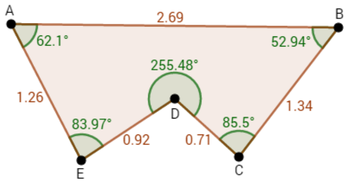
03



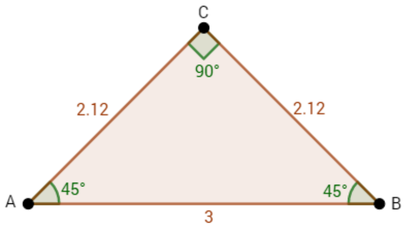
04



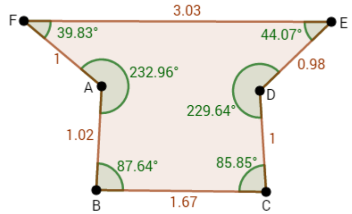
05



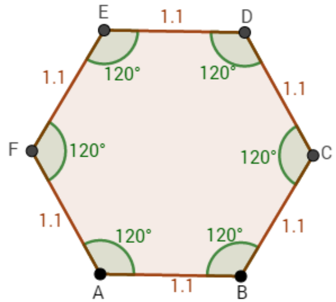
06



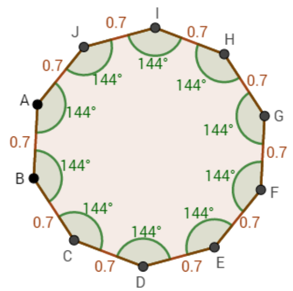
07



08



09



10

FONTE: Pesquisa, 2019

Análise a priori da Atividade 6

Esperamos que, através da observação do quadro de figuras, os estudantes identifiquem: que há polígonos simples com medidas dos lados iguais (equilátero); que há polígonos simples com medidas dos ângulos iguais (equiângulo) e que há polígonos simples com as duas características (equilátero e equiângulo). Partindo desta observação, ao docente é esperado que faça a classificação dos polígonos simples convexos. Para os polígonos simples convexo que possui as duas características (equilátero e equiângulo) chamamos de polígono regular aos demais de polígono irregular.

Quadro 25: Quadro resposta preenchido atividade 06

MARQUE A RESPOSTA		SIM	NÃO
FIGURA 01	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 02	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 03	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 04	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 05	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 06	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 07	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 08	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 09	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 10	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
Observações esperadas: 1) Há polígonos simples convexo que possui mesma medida para os lados e mesma medida para os ângulos internos; 2) Há polígonos simples convexo que possui mesma medida para os lados e medidas diferentes para os ângulos internos; 3) Há polígonos simples convexo que possui diferentes medidas para os lados e também para seus ângulos internos.			

Definição:

Os polígonos convexos simples que possui medidas dos lados iguais (equilátero) e medidas dos ângulos internos iguais (equiângulo) são definidos como polígonos regulares, caso contrário é chamado polígono irregular.

Atividade de Aprofundamento – Atividade 5 e 6

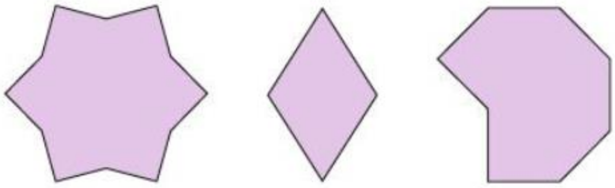
A atividade a seguir tem o intuito de aprofundar os conhecimentos adquiridos nas atividades de ensino de números cinco e seis. Descrevemos a seguir:

- A questão 01, aborda a classificação de um polígono simples que pode ser convexo ou côncavo, como também pode classificar o convexo em regular ou irregular. O estudante escolherá a opção correta para marcar entre os itens A, B, C, D e E;
- A questão 02, aborda a definição de um polígono regular e o estudante irá escolher entre as quatro opções, as que visualmente podem ser considera polígono regular;
- A questão 03, aborda a definição de polígono regular. Traz uma pergunta sobre os atributos definidores de um polígono regular, afirma que os polígonos da questão têm medidas de lados iguais, mas não são regulares e solicita dos estudantes uma justificativa para tal fato.

01) A respeito das classificações que os polígonos podem sofrer, assinale a alternativa que for correta:
(A) Um polígono é chamado convexo quando, dados os pontos A e B em seu interior, existe um único segmento que liga esses pontos.
(B) Um polígono é chamado não convexo quando, dados os pontos A e B, nem todos os pontos do segmento AB estão no interior do polígono.
(C) Um polígono é chamado regular quando todos os seus ângulos possuem a mesma medida.
(D) Um polígono é chamado regular quando todos os seus lados possuem a mesma medida.
(E) Um polígono convexo não pode ser regular.

02) Quais destas placas de trânsito têm forma de polígono regular?

03) Os polígonos representados a seguir têm os lados com medidas iguais, mas não são regulares. Por quê?



4.3.7 Atividade 7

É uma atividade de conceituação, que traz um quadro composto por 10 figuras que representam polígonos simples, o objetivo principal da atividade é que os estudantes identifiquem os elementos de um polígono simples. Para isso, os estudantes deverão responder as perguntas: Quantos segmentos de reta formam o polígono simples? Há quantos encontros de segmentos? Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples? e colocar as respostas no quadro seguinte aos procedimentos da atividade.

Título: Conhecendo um polígono

Objetivo: Descobrir os elementos de um polígono através da observação de vários polígonos.

Material: Roteiro de atividade e quadro de figuras.

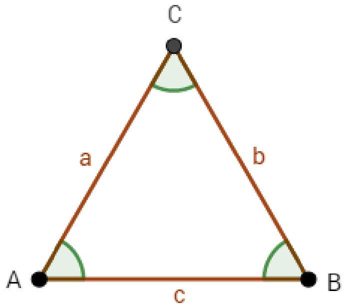
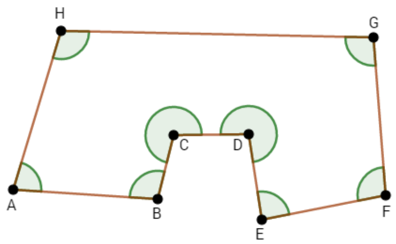
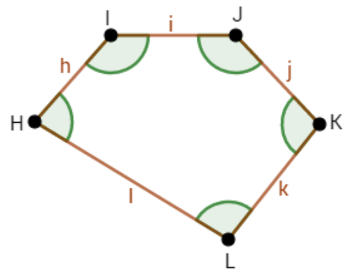
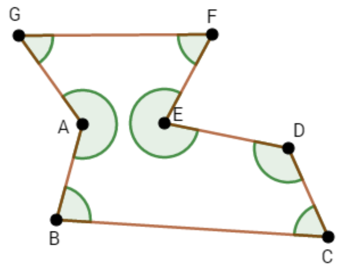
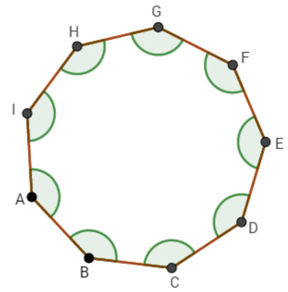
Procedimentos:

- Observe os polígonos do quadro de figuras;
- Com base na observação, responda as quatro perguntas do quadro a seguir, referente a cada uma das figuras que foram analisadas;
- Anote no quadro as informações solicitadas.

Quadro 26: Quadro resposta atividade 07

FIGURA 01	**Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?**	
	Há quantos encontros de segmentos?	
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?	
FIGURA 02	**Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?**	
	Há quantos encontros de segmentos?	
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?	
FIGURA 03	**Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?**	
	Há quantos encontros de segmentos?	
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?	
FIGURA 04	**Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?**	
	Há quantos encontros de segmentos?	
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?	
FIGURA 05	**Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?**	
	Há quantos encontros de segmentos?	
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?	
Observações esperadas:		
Definição:		

Quadro 27: Figuras para Atividade 7

 **01**	 **02**	 **03**	 **04**	 **05**

FONTE: Pesquisa, 2019

Análise a priori da Atividade 7

Com a observação das figuras e obediência ao roteiro da atividade. Esperamos que os estudantes identifiquem a relação de equivalência que há entre: quantidade de segmentos de reta que formam o polígono; a quantidade de encontros de segmentos de retas que há no polígono e a quantidade de mudanças de direção dos segmentos retas que formam os polígonos. Além de identificar a relação citada, esperamos que os estudantes possam descobrir que é possível traçar novos segmentos unindo dois encontros de segmentos não consecutivos. Assim, o docente poderá nomear os elementos de polígono: segmentos de reta (lado), encontro de segmentos (vértice), mudanças de direção dos segmentos (ângulo).

Quadro 28: Quadro resposta preenchido atividade 07

FIGURA 01	**Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?**	3
	Há quantos encontros de segmentos?	3
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?	3
FIGURA 02	**Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?**	8
	Há quantos encontros de segmentos?	8
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?	8
FIGURA 03	**Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?**	5
	Há quantos encontros de segmentos?	5
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?	5
FIGURA 04	**Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?**	7
	Há quantos encontros de segmentos?	7
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?	7
FIGURA 05	**Quantos segmentos de reta formam o polígono simples?**	9
	Há quantos encontros de segmentos?	9
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono simples?	9
Observações esperadas: 1) Um polígono simples possui quantidades iguais: de segmentos(lados), de encontro de segmentos (vértices) e de mudanças de direção (ângulos); 2) Os segmentos de reta que formam os polígonos são os lados; 3) Os encontros de segmentos de reta que formam os polígonos são os vértices; 4) As mudanças de direção dos segmentos de retas dos polígonos formam os ângulos;		

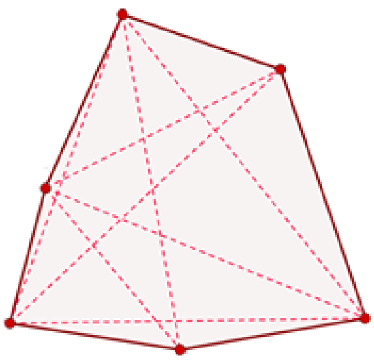
Definição: 1) Em um polígono simples qualquer, a quantidade de lados, a quantidade de vértices e de ângulos são iguais; 2) Um polígono simples qualquer é composto de lados, vértices, ângulos e diagonais;

Atividades de Aprofundamentos – Atividade 7

A atividade a seguir tem o intuito de aprofundar os conhecimentos adquiridos na atividade de ensino de número sete. Descrevemos a seguir:

- As três primeiras questões abordam os elementos de um polígono, para a resolução, os estudantes terão que observar a figura introdutória às questões e marcar a opção correta;
- A questão de número quatro, afirma que "todo polígono é composto por elementos que são outras figuras geométricas e que recebem um nome especial por causa de sua função, definição e propriedades", solicita dos estudantes que analise todas as alternativas (A, B, C, D e E) e marque a correta

Observe o desenho a seguir, escolha a opção correta nas questões 1, 2 e 3.



01) Os segmentos de contorno do polígono são chamados:
(A) diagonal.
(B) lados.
(C) diagonais e lados.
(D) Vértices.

02) Os pontos marcados indicam:
(A) os 6 vértices do polígono.
(B) os pontos em que todos os lados se encontram.
(C) os pontos onde todas as diagonais se encontram.
(D) os lados do polígono.

03) Um polígono tem:
(A) o número de lados igual ao número de diagonais.
(B) mais vértices que lados.
(C) mais lados do que vértices.
(D) o mesmo número de lados, o mesmo número de vértices e o mesmo número de ângulos.

4.3.8 Atividade 8

É uma atividade de conceituação que traz um quadro que contém 10 figuras que representam polígonos simples, o objetivo principal da atividade é que os estudantes possam descobrir que ao ligar dois vértices não consecutivos por um segmento de reta, construirão uma diagonal de um polígono. Para isso, os estudantes terão que responder à pergunta “É possível ligar um vértice a outro por um segmento de reta que não seja os lados do polígono?” E fazer as anotações no quadro de respostas que dar seguimento aos procedimentos da atividade de ensino.

Título: Um segmento de reta interno ao polígono

Objetivo: Conceituar a diagonal de um polígono.

Material: Roteiro de atividade e quadro de figuras.

Procedimentos:

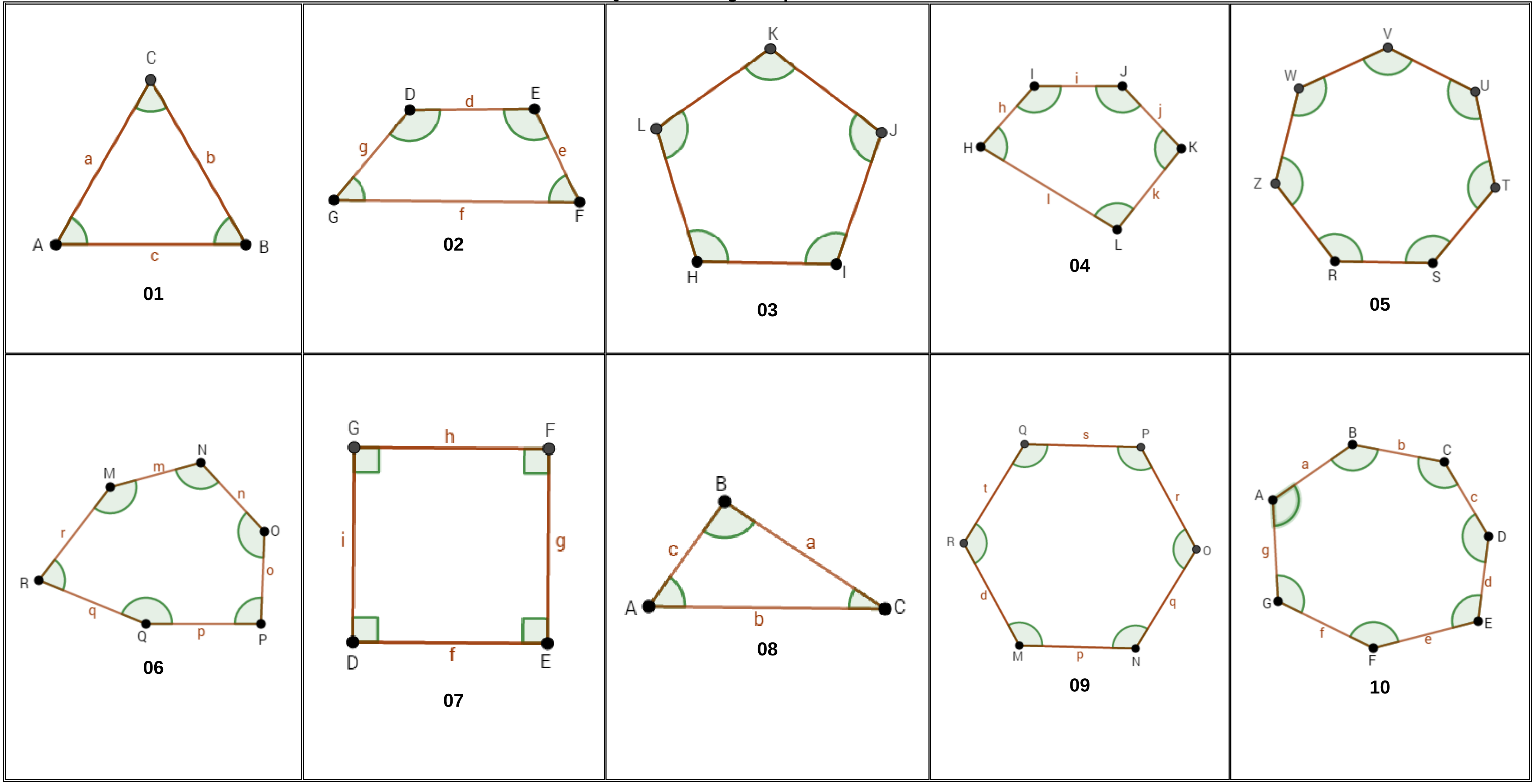
- Observe os polígonos dispostos no quadro de figuras;
- Observe que cada um dos vértices estão identificados com uma letra maiúscula do nosso alfabeto (Obedeça a ordem alfabética);
- Responda as questões do quadro de respostas.

Quadro 29: Quadro resposta atividade 08

FIGURAS	**É possível ligar um vértice a outro por um segmento de reta que não seja os lados do polígono?**	
	Sim	**Não**
Figura 01		
Figura 02		
Figura 03		
Figura 04		
Figura 05		
Figura 06		
Figura 07		

Figura 08		
Figura 09		
Figura 10		
Observações esperadas:		
Definição:		

Quadro 30: Figuras para Atividade 8



Fonte: Pesquisa, 2019

Análise a priori da Atividade 8

Com a observação das figuras e obediência ao roteiro da atividade. Esperamos que os estudantes possam descobrir que é possível traçar novos segmentos unindo dois encontros de segmentos não consecutivos (vértices). Assim, o docente poderá nomear esses segmentos traçados através de dois encontros não consecutivos de diagonal de um polígono.

Quadro 31: Quadro resposta preenchido atividade 08

FIGURAS	É possível ligar um vértice a outro por um segmento de reta que não seja os lados do polígono?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02	X	
Figura 03	X	
Figura 04	X	
Figura 05	X	
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09	X	
Figura 10	X	
Observações esperadas: 1) O segmento de reta que liga um vértice a outro que não seja seus vizinhos é chamado de diagonal; 2) Só o polígono de três lados não possui diagonal.		
Definição: A diagonal de um polígono é um segmento de reta que liga um vértice a outro passando pela região interna do polígono.		

4.3.9 Atividade 09

É uma atividade de redescoberta e traz um quadro composto por cinco figuras que representam polígonos simples, o objetivo principal da atividade é que os estudantes possam deduzir a fórmula do cálculo do número de diagonais, por meio das respostas que colocarão no quadro de respostas que dar seguimento aos procedimentos da atividade de ensino.

Título: Número de diagonais de um polígono

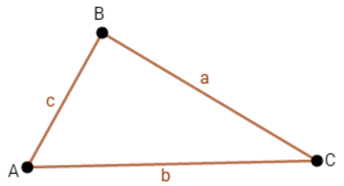
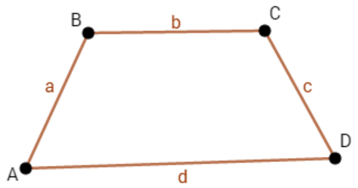
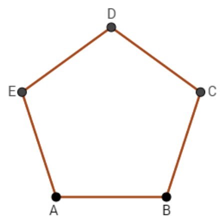
Objetivo – Deduzir a fórmula do cálculo de diagonais de um polígono qualquer.

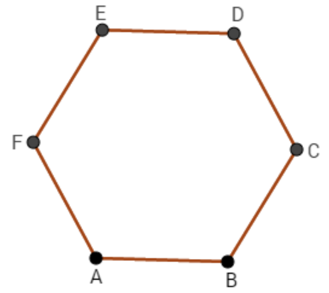
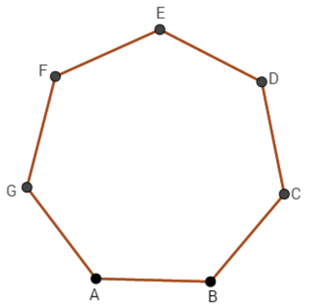
Material: Quadro de figuras, régua e lápis.

Procedimento:

- Através da contagem determine o número de vértices de cada polígono e coloque o resultado na coluna 1 (N° de vértices);
- Através da contagem determine quantas diagonais partem de único vértice e coloque a quantidade na coluna 2;
- Observe quanto diminui da quantidade de vértices do polígono (coluna 1) para a quantidade de diagonais que partem de um único vértice (coluna 2);
- Multiplique o resultado da coluna 1 com a coluna 2;
- Faça a divisão do resultado da coluna 3 por 2;
- Observe o resultado encontrado e compare com o número de diagonais traçadas em cada polígono.

Quadro 32: Quadro resposta atividade 09

FIGURAS	**Nº DE VÉRTICES (n)**	**Nº DE DIAGONAIS DE CADA VÉRTICE (d)**	**(d x n)**	**(d x n)/2**
	Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3	Coluna 4
				
				
				

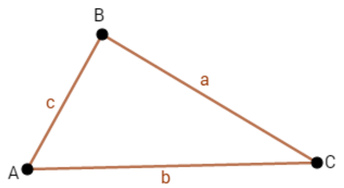
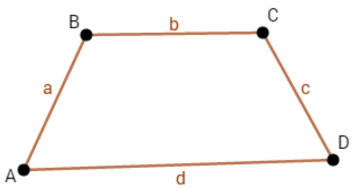
				
				
Conclusão:				

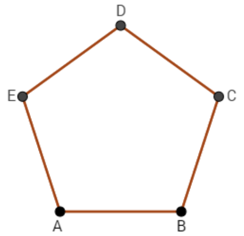
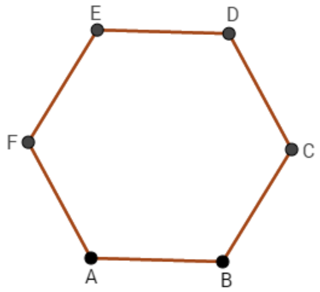
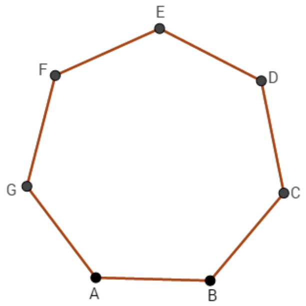
Fonte: Adaptado de Sá (1988)

Análise a priori da Atividade 09

Esperamos que, através do preenchimento da tabela, os estudantes possam deduzir a relação que calcula o número de diagonais de polígono qualquer ou façam conclusões válidas para dedução da fórmula.

Quadro 33: Quadro resposta preenchido atividade 09

FIGURAS	**Nº DE VÉRTICES (n)**	**Nº DE DIAGONAIS DE CADA VÉRTICE (d)**	**(d x n)**	**(d x n)/2**
	Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3	Coluna 4
	3	0	3 x 0 = 0	0/2 = 0
	4	1	4 x 1 = 4	4/2 = 2

	5	2	5 x 2 = 10	10/2 = 5
	6	3	6 x 3 = 18	18/2 = 9
	7	4	7 x 4 = 28	28/2 = 14
Conclusão: **O cálculo do número de diagonais de um polígono é dado por** $d = \frac{n\,x\,(n-3)}{2}$**.**				

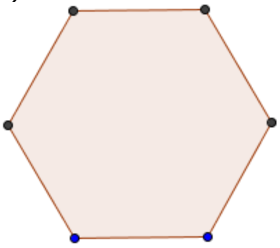
Atividades de Aprofundamento – Atividade 9

A atividade a seguir tem o intuito de aprofundar os conhecimentos adquiridos na atividade de ensino de número 9 e 10. Descrevemos a seguir:

- A primeira questão traz uma figura de um hexágono regular e afirma que uma pessoa traçou todas as diagonais e em seguida pergunta quantas diagonais ela veio a encontrar. Esta questão os estudantes poderão tentar desenhar todas as diagonais e fazer a contagem, como também poderá aplicar a fórmula do cálculo do número de diagonais;
- A segunda questão traz uma figura de um quadrilátero irregular e pergunta sobre o número de diagonais deste polígono. Esta questão os estudantes poderão tentar desenhar todas as diagonais e fazer a contagem, como também poderá aplicar a fórmula do cálculo do número de diagonais;

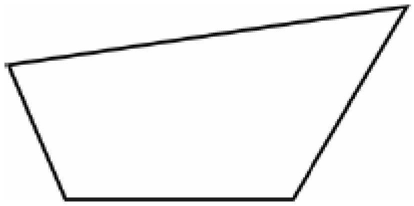
- A terceira questão afirma que há um polígono convexo que possui 170 diagonais e em seguida faz uma pergunta sobre quantos lados tem esse polígono. Nesta questão os estudantes terão que usar a fórmula do cálculo do número de diagonais para o calcular o valor de *n* que indicará quantos lados tem esse polígono.

1) Renata construiu todas as diagonais de hexágono regular.



O número de diagonais presentes no hexágono é:
(A) 9 diagonais.
(B) 8 diagonais.
(C) 6 diagonais.
(D) 16 diagonais.

2) (Saresp 2005). O número de diagonais da figura abaixo é:



(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4

3) Um polígono convexo que possua exatamente 170 diagonais é formado por quantos lados?
(A) 10 lados
(B) 13 lados
(C) 17 lados
(D) 20 lados

4.3.10 Atividade 10

É uma atividade de redescoberta e traz um quadro composto por 05 figuras que representam polígonos simples, o objetivo principal da atividade é que os estudantes possam deduzir a fórmula do cálculo da soma dos ângulos internos (Si), por meio das resoluções que colocarão no quadro de respostas que dá seguimento aos procedimentos da atividade de ensino.

Título: Soma dos ângulos internos de um polígono regular

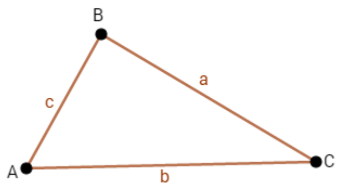
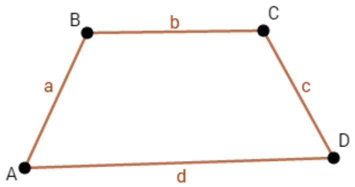
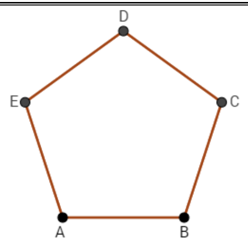
Objetivo: Deduzir a fórmula para calcular a soma dos ângulos internos de um polígono regular.

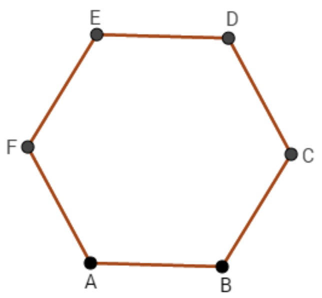
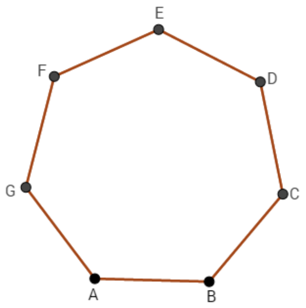
Material: Roteiro de Atividades, quadro para anotação, lápis e régua.

Procedimento:

- Escolha um vértice qualquer do polígono;
- Traçar todas as diagonais que partem do vértice que foi escolhido;
- Observe o tipo de figuras que foram formadas no interior do polígono após traças as diagonais;
- Observe quantas figuras foram formadas no interior de cada polígono após traçar as diagonais;
- Observe quanto diminui da quantidade de lados do polígono (coluna 1) para a quantidade de triângulos formados após traçar as diagonais de um vértice qualquer do polígono;
- Preencha o quadro com o que se pede em cada coluna

Quadro 34: Quadro de resposta atividade 10

FIGURAS	Nº DE LADOS (n)	Nº DE TRIÂNGULOS	SOMA TOTAL DOS ANGULOS INTERNOS DOS TRIÂNGULOS
	Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3
			
			
			

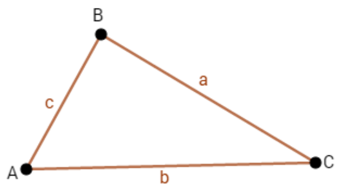
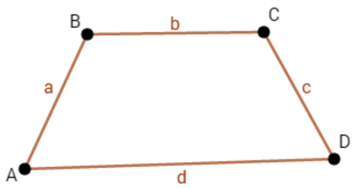
			
			
CONCLUSÃO:			

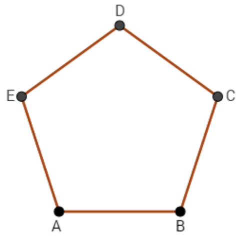
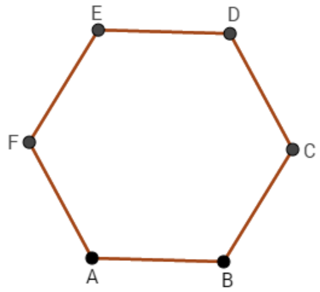
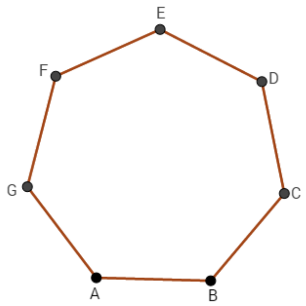
Fonte: Adaptado de Sá (1988)

Análise *a priori* da Atividade 10

Esperamos que, através do preenchimento da tabela, os estudantes possam deduzir a relação que define a soma dos ângulos internos de polígono qualquer ou produza conclusões válidas para deduzir a fórmula.

Quadro 35: Quadro de resposta preenchido atividade 10

FIGURAS	**Nº DE LADOS (n)**	**Nº DE TRIÂNGULOS**	**SOMA TOTAL DOS ANGULOS INTERNOS DOS TRIÂNGULOS**
	Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3
	3	3 – 2 = 1	1 x 180º
	4	4 – 2 = 2	2 x 180º = 360º

	5	5 – 2 = 3	3 x 180º = 540°
	6	6 – 2 = 4	4 x 180º = 720°
	7	7 – 2 = 5	5 x 180º = 900°
CONCLUSÃO: A soma dos ângulos internos de polígono simples qualquer será calculada por (n-2) x 180º.			

Atividades de Aprofundamento – Atividade 10

A atividade a seguir tem o intuito de aprofundar os conhecimentos adquiridos na atividade de ensino de número 10. Descrevemos a seguir:

- A primeira questão traz uma figura de uma embalem de pizza que tem o formato de octógono regular e marca o ângulo interno *α*, solicitando aos estudantes o seu valor. Para resolução os estudantes poderão usar a fórmula da soma dos ângulos internos Si = (n – 2) x 180º onde encontrará o total e depois divide-se por oito, pois o polígono em questão possui oito ângulos de mesma medida;
- A segunda questão afirma que uma pessoa desenhou quatro polígonos regulares e anotou no seu interior a soma de seus ângulos internos. A questão solicita dos estudantes qual é medida de cada um dos ângulos internos do

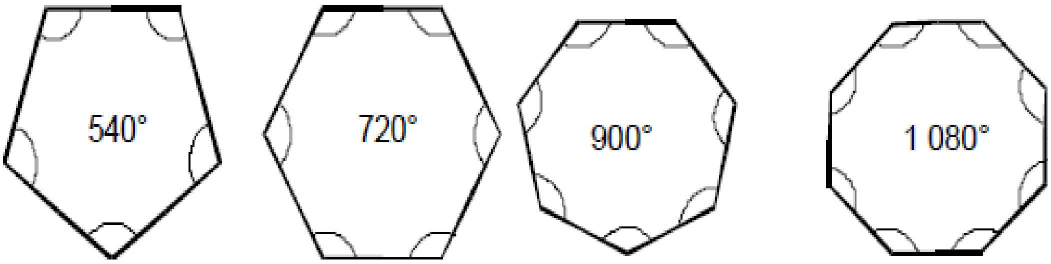
hexágono regular. Para resolução os estudantes poderão usar a fórmula da soma dos ângulos internos Si = (n – 2) x 180º onde encontrará o total e depois divide-se por seis, pois o polígono em questão possui seis ângulos de mesma medida;

- A terceira questão pede aos estudantes que calcule a soma dos ângulos internos de um decágono. Para resolução os estudantes deverão aplicar a fórmula que calcula a soma dos ângulos internos Si = (n – 2) x 180º e lembrar que um decágono é um polígono de 10 lados, portanto, *n* é igual a 10.

1) A figura, abaixo, representa uma embalagem de pizza que tem a forma de um octógono regular.

Nessa embalagem, qual é a medida do ângulo α?

2) Cristina desenhou quatro polígonos regulares e anotou dentro deles o valor da soma de seus ângulos internos.



Qual é a medida de cada ângulo interno do hexágono regular?

03) Calcular a soma dos ângulos internos de um decágono.

4.3.11 Atividade 11

É uma atividade de redescoberta, que traz um quadro que contém 10 figuras que representam polígonos simples, o objetivo principal da atividade é que os estudantes possam deduzir que a soma dos ângulos externos (Se) de um polígono sempre será 360º. Para deduzir os estudantes farão as medições dos ângulos externos marcados e depois efetuará a soma dos ângulos externos de cada figura, em seguida verificará através da comparação de resultados, que todos foram iguais a 360º.

Título: Soma dos ângulos externos de um polígono

Objetivo – Descobrir o resultado da soma dos ângulos externos de um polígono simples qualquer.

Material: Roteiro de Atividades e quadro com figuras.

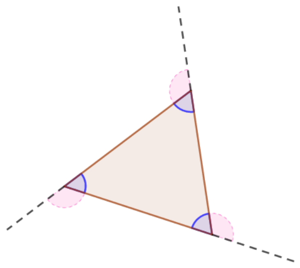
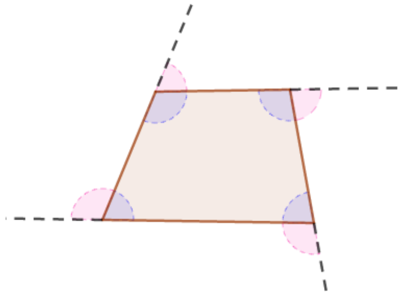
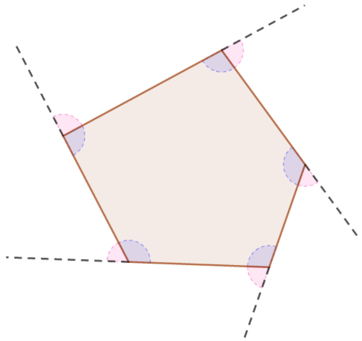
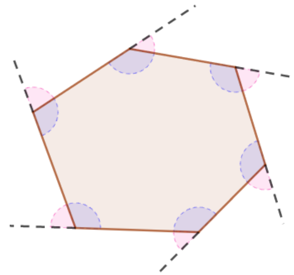
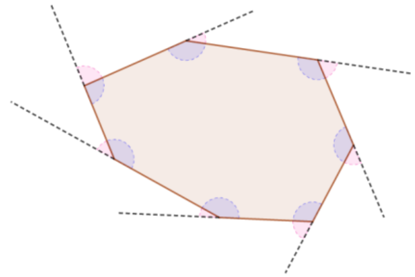
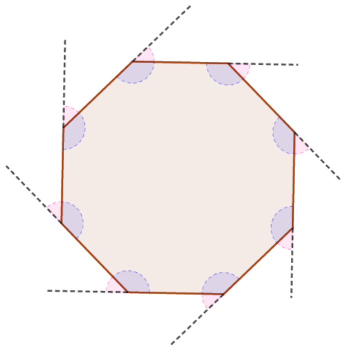
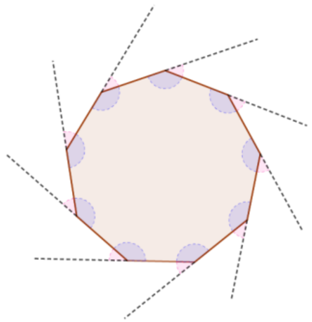
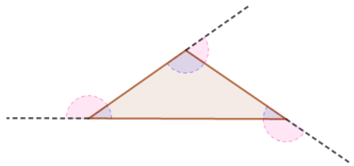
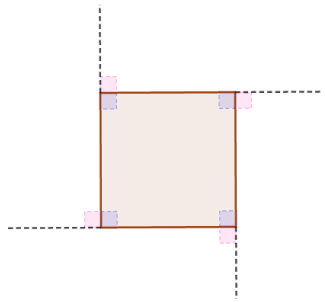
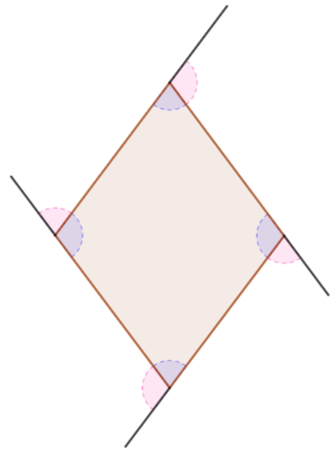
Procedimento:

- Fazer a medição dos ângulos externos que estão em destaque nos polígonos simples, fazendo uso do transferidor;
- Somar em cada figura que representa um polígono simples todos os ângulos externos;
- Anote as somas no quadro;
- Observe os resultados das somas dos ângulos externos de cada figura.

Quadro 36: Quadro resposta atividade 11

	SOMA DOS ANGULOS EXTERNOS
FIGURA O1	
FIGURA O2	
FIGURA O3	
FIGURA O4	
FIGURA O5	
FIGURA O6	
FIGURA O7	
FIGURA O8	
FIGURA O9	
FIGURA 10	
Conclusão:	

Quadro 37: Figuras para Atividade 11

 **01**	 **02**	 **03**	 **04**	 **05**
 **06**	 **07**	 **08**	 **09**	 **10**

Fonte: Pesquisa, 2019.

Análise a priori da Atividade 11

Esperamos que, através da medição e soma dos ângulos externos de polígono qualquer, os estudantes possam deduzir que a soma dos ângulos externos de um polígono qualquer é igual a 360º.

Quadro 38: Quadro resposta preenchido atividade 11

	SOMA DOS ANGULOS EXTERNOS
FIGURA O1	360º
FIGURA O2	360º
FIGURA O3	360º
FIGURA O4	360º
FIGURA O5	360º
FIGURA O6	360º
FIGURA O7	360º
FIGURA O8	360º
FIGURA O9	360º
FIGURA 10	360º
Conclusão: **A soma dos ângulos externos de um polígono simples qualquer é sempre 360º.**	

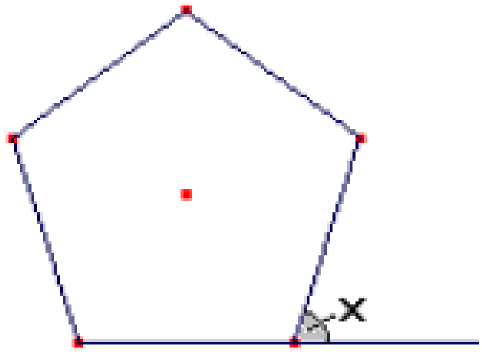
Atividades de Aprofundamento – Atividade 11

A atividade a seguir tem o intuito de aprofundar os conhecimentos adquiridos na atividade de ensino de número 12. Descrevemos a seguir:

- A primeira questão traz uma figura representando um pentágono regular e solicita que o estudante calcule o ângulo externo x. Para a solução os estudantes deverão dividir a Se = 360º por 5, pois estamos tratando de um polígono regular de cinco lados.
- A segunda questão quer descobrir qual o polígono regular que possui a medida de um ângulo externo igual a 36º. Para descobri os estudantes deverão dividir 360º por 36º que nos dará o valor do n lados do polígono em questão.
- A terceira questão nos dar a medida de um ângulo interno ***ai = 36º*** pertencente a um polígono regular e quer que seja calculado a medida de um ângulo externo deste mesmo polígono de ***n*** lados. Para resolver o exercício, os estudantes deverão a princípio utilizar a fórmula da soma dos ângulos internos ***Si = (n -2) x 180º*** para calcular o número ***n*** de lados que possui o polígono

em questão. Após descobrir o número ***n*** de lados do polígono divide-se ***Se = 360º*** por ***n***, chegando assim ao resultado esperado de ***ae.***

01) A figura abaixo representa um pentágono regular.



Qual o valor do ângulo x que representa um ângulo externo do pentágono regular?

02) O polígono regular que tem a medida do ângulo externo a_e = 36º é:

a) pentágono.

b) decágono.

c) octógono.

d) hexágono.

e) eneágono.

03) Se um polígono regular tem a medida dos ângulos internos a_i = 36º, as medidas dos seus ângulos externos a_e é de:

a) 135º.

b) 35º.

c) 45º.

d) 180º.

e) 144º.

5. Experimentação

Nesta seção apresentaremos a experimentação, onde descrevemos a aplicação da sequência didática apresentado na seção anterior, bem como, a caracterização do lócus da pesquisa. O local onde realizamos o experimento, foi uma escola da rede estadual de ensino do Estado do Piauí, localizada no município de Uruçuí-PI, com estudantes do 8º ano do ensino fundamental. A sequência didática, objeto de aplicação de nosso experimento, abordou o conteúdo de polígono que faz parte do currículo da disciplina matemática do 8° ano do ensino fundamental. Vale ressaltar que, é preciso entender o significado da experimentação tão difundida pela escola francesa, a saber:

> [...] que se recorre à experiência, ou seja, os fatos e acontecimentos são apreendidos em um contexto de normas constantes e, por isso, podem ser sistematicamente observados, deliberadamente organizados e sujeitos a uma intervenção planificada para permitir inferências e previsões sobre os fatos que se deem nas mesmas condições. Chizzotti (1991, p.26)

A escolha pela referida unidade de ensino como lócus da pesquisa, deu-se por motivações pessoais, devido o pesquisador ter iniciado na docência em seus espaços no ano 2000, por ser a única escola rede estadual de ensino no município que atende a população do experimento (8° ano EF) e também pela receptividade demonstrada pela equipe gestora da unidade de ensino.

O conteúdo matemático escolhido para pesquisa foi polígonos, diante disso, escolhemos o 8º ano do ensino fundamental para aplicação do experimento, justifica-se por ser o momento de consolidação do ensino de polígonos segundo o currículo da disciplina matemática. A turma escolhida que representa a população da pesquisa possui 35 (trinta e cinco alunos) regularmente matriculados, dos quais 34 (trinta e quatro) participaram efetivamente do experimento, passando pelos levantamentos dos questionários de pesquisa e estiveram presentes no pré-teste, nas sessões da sequência e no pós-teste, respectivamente.

Na instituição de ensino os professores são lotados conforme orientação da GRE – Gerência Regional de Ensino que abrande a cidade de Uruçuí-PI, cada professor assume uma turma no início do ano e o esperado é que conclua o ano letivo na mesma turma. Procuramos o professor de matemática do turno Vespertino que prontamente nos disponibilizou a turma do 8° ano B para nosso experimento pelo período de dez aulas semanais, sendo cada aula de 50 minutos. O professor da turma acompanhou a aplicação de nossa sequência e orientou os alunos que a experiência valeria nota para a conclusão do bimestre.

O processo de experimentação, composto pela aplicação do pré-teste, pós-teste e as atividades da sequência didática, com suas respectivas atividades de aprofundamento, foram registrados criteriosamente por meio de anotações em fichas de acompanhamento para atividades de conceituação e redescoberta elaboradas por Sá (2018), aplicáveis ao ensino por atividade. Os registros nas fichas de observação foram realizados por colegas, alunos da licenciatura em Matemática do IFPI/URUÇUÍ que são bolsistas do PIBID e fazem laboratório na referida unidade de ensino.

Os encontros aconteceram, conforme roteiro da experimentação organizado em quadro a seguir, foi feito: os estudos diagnósticos, a aplicação do pré-teste e a aplicação das atividades da sequência didática, com suas respectivas atividades de aprofundamento.

Quadro 39: Roteiro da experimentação

DATA	SESSÃO	ATIVIDADE DESENVOLVIDA	FORMATO	TEMPO
26/06/19	**DI**	Questionário Socioeducacional /Estilos de Aprendizagem	Individual	20 min
		Pré-teste	Individual	30 min
27/06/19	**1º**	Atividade 1 - Curvas	Grupo	32 min
		Atividade 2 - Linhas	Grupo	21min
		Atividade 3 – Tipos de poligonal	Grupo	18 min
		Atividade 4 – Tipos de poligonal fechada	Grupo	17 min
28/06/19	**2º**	Atividade 5 – Polígono Convexo	Grupo	18 min
		Atividade 6 – Classificar o polígono convexo	Grupo	16 min
		Atividade de Aprofundamento	Grupo	30 min
01/07/19	**3º**	Atividade 7 – Elementos do polígono	Grupo	16 min
		Atividade 8 – Um segmento de reta interno ao polígono	Grupo	16 min
		Atividade de Aprofundamento	Grupo	25 min
02/07/19	**4º**	Atividade 09 – Número de diagonais de um polígono	Grupo	45 min
		Atividade de Aprofundamento 10	Grupo	15 min
03/07/19	**5º**	Atividade 10 – Soma dos ângulos internos de um polígono	Grupo	40 min
		Atividade 11 – Soma dos ângulos externos de um polígono	Grupo	38 min
		Atividade de Aprofundamento	Grupo	25 min
04/07/19	**6º**	Revisão de Conteúdos	Grupo	50 min
05/07/19	**DF**	Pós-teste	Individual	50 min
Legenda: DI – Diagnóstico Inicial e DF – Diagnóstico Final				

Fonte: Experimentação, 2019.

O processo de experimentação aconteceu com o início do diagnóstico, que além de um pré-teste com questões sobre a temática de estudo, investigava as relações socioeducacionais, aplica questionários de escala, sobre os estilos de aprendizagem (Kolb[62]) e sobre as atitudes em relação a Matemática, compondo um questionário de duas partes, realizados em apenas uma sessão.

O planejamento da experimentação foi distribuído da seguinte forma: diagnóstico inicial (único encontro); Aplicação da Sequência Didática (cinco encontros); Revisão (único encontro) e Diagnóstico Final/Pós teste (único encontro), totalizando assim, (oito) encontros ocorridos conforme quadro descrito anteriormente. A equipe gestora foi bem receptiva e garantiu as condições necessárias para execução da pesquisa na escola.

5.1 Primeira sessão do Experimento

O primeiro encontro ocorreu de uma forma bem espontânea e natural, onde o docente de matemática da turma nos apresentou aos estudantes, falando da importância de nossa pesquisa para o ensino de matemática e que as próximas aulas abordariam a temática de polígonos e valeriam para compor a nota bimestral, após esse momento despediu-se dos estudantes deixando-os conosco.

Após conversa inicial de apresentação informamos aos estudantes que aquele momento seria realizado a aplicação de um questionário que iria colher informações socio educacionais, o estilo de aprendizagem de cada estudante e suas atitudes em relação em matemática. A aplicação do questionário transcorreu de forma tranquila, conforme o esperado, vez ou outra os estudantes nos perguntavam o significado de algumas palavras contidas no questionário, nada além disso foi observado por nós durante esse evento.

A primeira parte do questionário aplicado refere-se às questões sócio educacionais, abordando temáticas pessoais (idade, gênero) e outras tratativas (reprovação, interesse nas aulas, estratégias de ensino, material utilizado em aula, segurança do professor em sala, dentre outros) específicas do ensino de matemática. A segunda parte do questionário era sobre os estilos de aprendizagem, onde usamos

[62] Teórico educacional norte-americano cujos interesses e publicações se concentram na aprendizagem experimental.

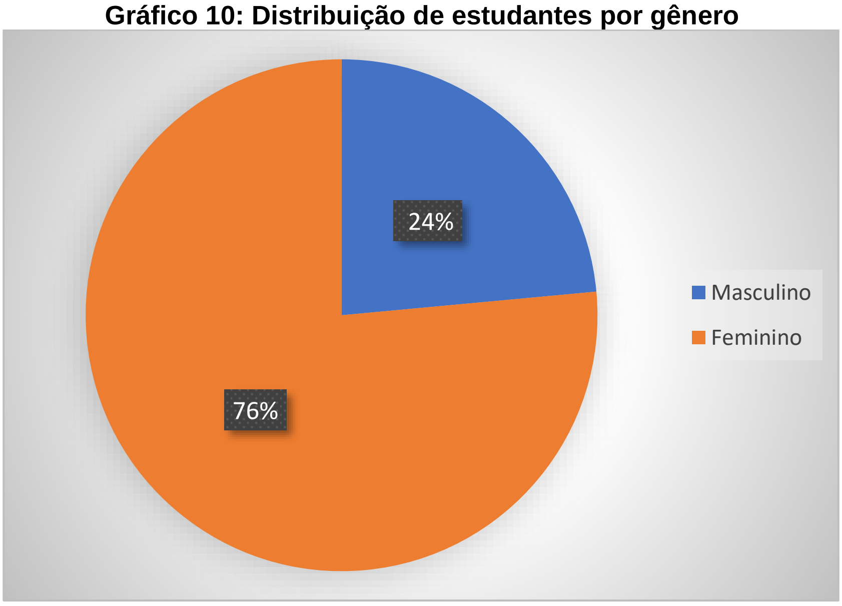
o inventário de Kolb e uma terceira parte que investigava as atitudes dos estudantes em relação a matemática.

5.2 Perfil dos Estudantes do Experimento

A construção do perfil dos discentes participantes do experimento dar-se-á principalmente pela análise dos questionários, fazendo a comparação com o perfil de egressos do 8° ano do ensino fundamental da rede pública do município de Uruçuí-PI que foi realizado em junho de 2018 e publicado nos anais do Seminário de Cognição e Educação Matemática que ocorreu na cidade de Belém-PA nos dias 02, 03 e 04 de outubro de 2018.

A primeira parte do questionário buscar saber o gênero dos estudantes que participam do experimento. Baseado nas respostas dadas no questionário, construímos o gráfico a seguir:

Gráfico 10: Distribuição de estudantes por gênero

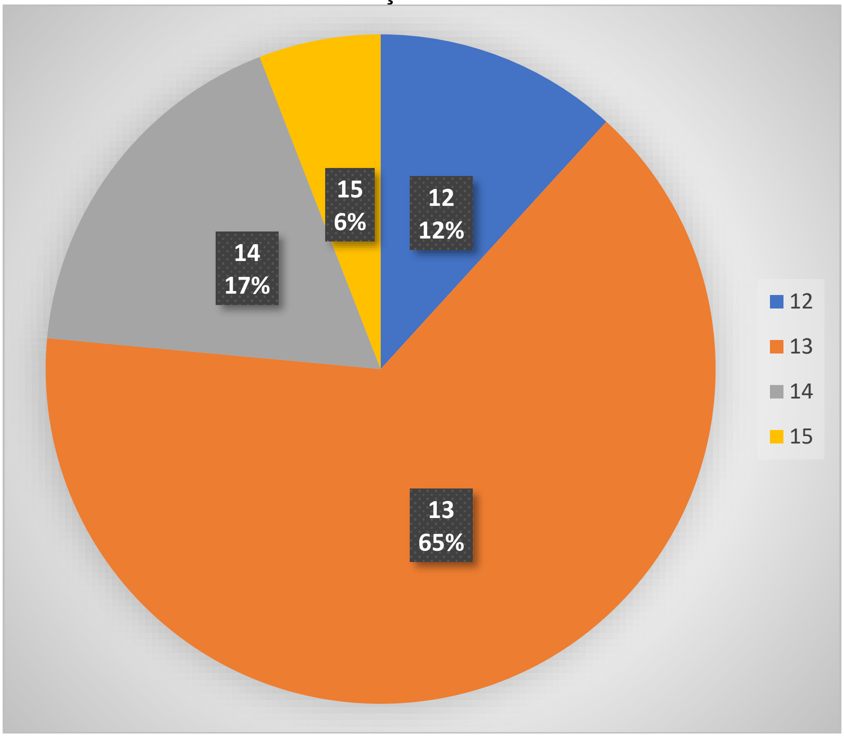


Fonte: Experimentação, 2019.

Os dados apurados sobre o gênero dos estudantes participantes do experimento, nos mostram que os o gênero predominante é o gênero feminino que compõe 76%, mais que o triplo dos participantes do gênero masculino que foi apurado uma porcentagem de apenas 24%. Quando fazemos a comparação com os resultados dos egressos do 8° ano realizado por Santos et al (2018), percebemos uma realidade bem diferente, pois o resultado em relação a essa variável foi bem mais equilibrado, ficando 53% para o gênero masculino e 47% para o gênero feminino. A seguir mostramos os resultados por idade.

A partir das respostas apresentadas pelos estudantes em relação às suas idades montamos a distribuição que segue:

Gráfico 11: Distribuição Etária dos Estudantes



Fonte: Experimentação, 2019.

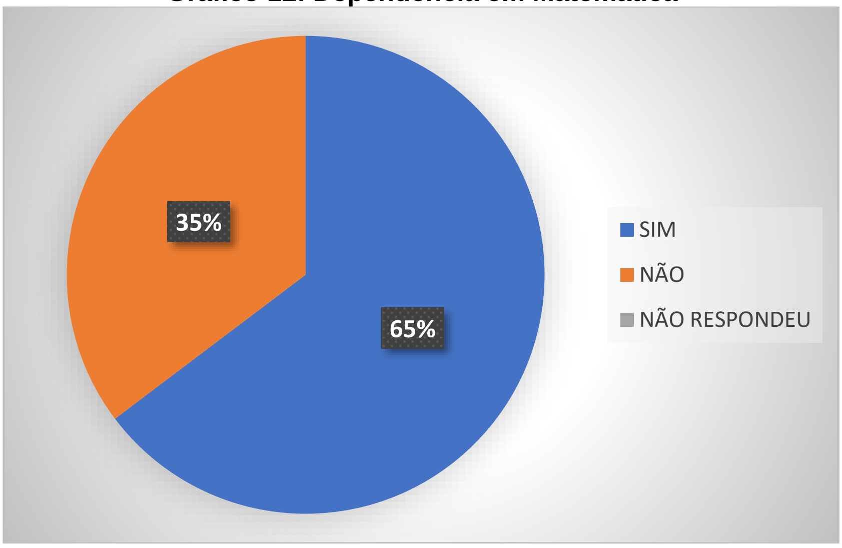
A turma que realizamos nosso experimento em sua maioria, encontram-se sem distorção idade/série. Observamos que 77% dos participantes estão com idades entre 12 e 13 anos, dentro do esperado para a etapa de ensino que cursam e apenas 23% estão entre as idades de 14 e 15 anos, um pouco acima da idade esperada para série que estão. É considerado pelo sistema de ensino uma distorção idade/série, mas não é tão severa, visto que a distância é muito próxima do considerado normal.

Sobre o estudo de Santos et al (2018) destacado nas análises prévias desta pesquisa a distorção idade/série dos estudantes egressos ficou em torno de 44% e com uma distância de até 5 anos para o que é considerado normal pelos sistemas de ensino na atualidade.

Dando prosseguimento na descrição do perfil da clientela da experimentação discorremos agora sobre a possibilidade de já terem ficado em dependência em matemática. Os estudantes afirmaram, cerca de 65% da amostra que já ficaram em dependência em matemática, embora afirmem em sua grande maioria, cerca de 68% gostar da disciplina e estarem em idade considerada normal para a série que estudam.

Portando, conjecturamos diante do cenário que ora nos deparamos que talvez falte estratégias e/ou metodologias de ensino para sanar este alto índice de dependência. Vale ressaltar que dependência foi esclarecido aos participantes da pesquisa se trataria de reprovação e/ou ter ficado de recuperação na disciplina de matemática. Veja a seguir os gráficos que tratam sobre ficar em dependência em matemática e a preferência dos estudantes pela disciplina.

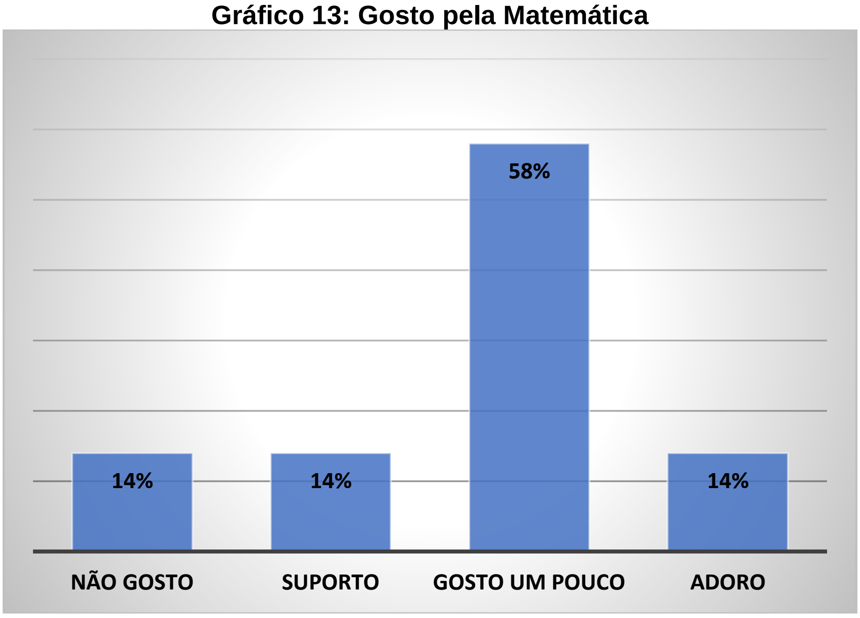
Gráfico 12: Dependência em Matemática



Fonte: Experimentação, 2019.

O gráfico traz o resumo dos dados apurados sobre a questão se estudante gosta de Matemática, julgamos bem importante este questionamento porque há um boato muito forte no meio educacional que os estudantes detestam a disciplina e/ou conteúdos matemáticos.

Gráfico 13: Gosto pela Matemática

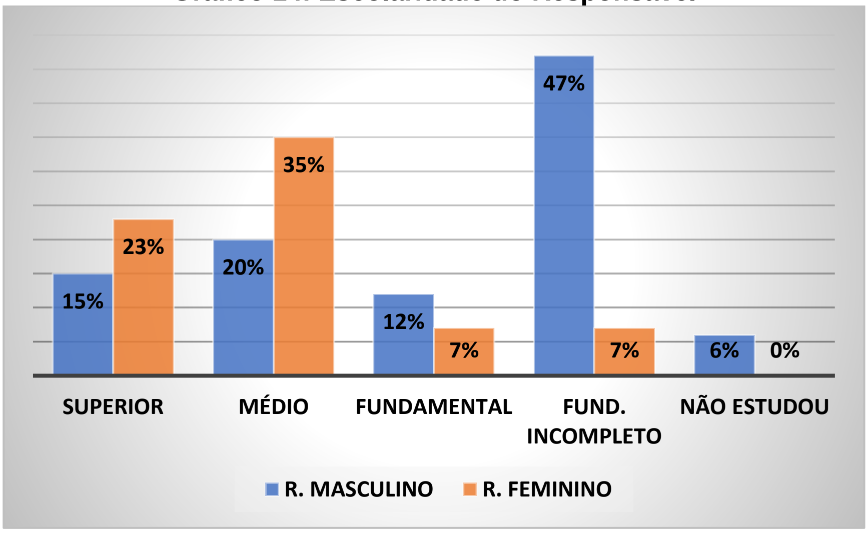


Fonte: Experimentação, 2019.

Os resultados obtidos e mostrados em relação ao gostar de matemática, comparando com os estudos realizados com egressos pesquisados em 2018 por Santos et al, são bem semelhantes aos atuais. Em Santos et al (2018) os egressos que participaram da pesquisa, cerca de 65% da amostra, afirmaram já terem ficado em dependência em matemática e 77% afirmam gostar da disciplina de matemática, resultados bem parecidos com os obtidos pelos que ora cursam o 8° ano do ensino fundamental e fazem parte deste experimento.

No instrumento de pesquisa também tratava sobre o nível de escolaridade dos responsáveis (masculino e feminino). A partir das respostas dadas construímos o gráfico a seguir.

Gráfico 14: Escolaridade do Responsável



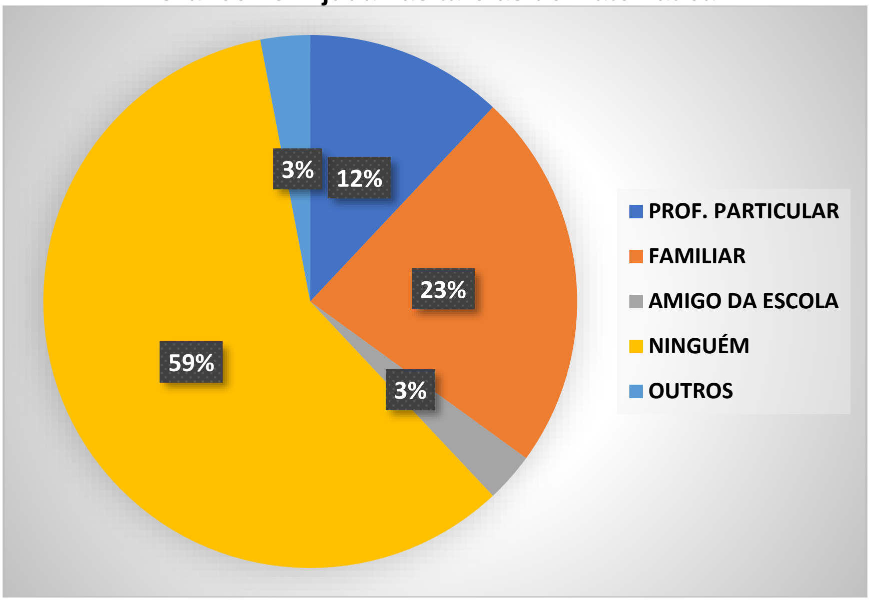
Fonte: Experimentação, 2019.

A escolaridade dos responsáveis ficou bem diversificada, a opção que obteve mais votos foi a de ensino fundamental incompleto, 47% dos responsáveis masculinos e 7% para responsáveis femininos, mostrando-nos a baixa a escolaridade dos responsáveis pelos estudantes da amostra. Outro destaque trazemos para o nível superior que não foi o mais baixo (15% masculino e 23% feminino) juntamente o nível de escolaridade média que figurou em 20% para o masculino e 35% para o médio.

Os dados nos fazem conjecturar em comparação ao estudo de Santos et al (2018) que nos mostrou também uma baixa escolaridade para ambos os gêneros dos responsáveis, vem refletir negativamente na educação dos filhos e no prosseguimento dos estudos. A seguir trataremos sobre ajuda nos estudos extraclasse, procedimento muito importante para o sucesso escolar.

Em nosso instrumento de pesquisa perguntamos aos estudantes quem os ajudavam nas tarefas de casa de matemática e elencamos como opções: o professor particular, familiar, amigo da escola, ninguém e outros. Com base nas respostas veja o gráfico que construímos com os dados e conjecturas que fizemos comparando com Santos et al (2018) apresentado nas análises prévias desta pesquisa.

Gráfico 15: Ajuda nas tarefas de Matemática



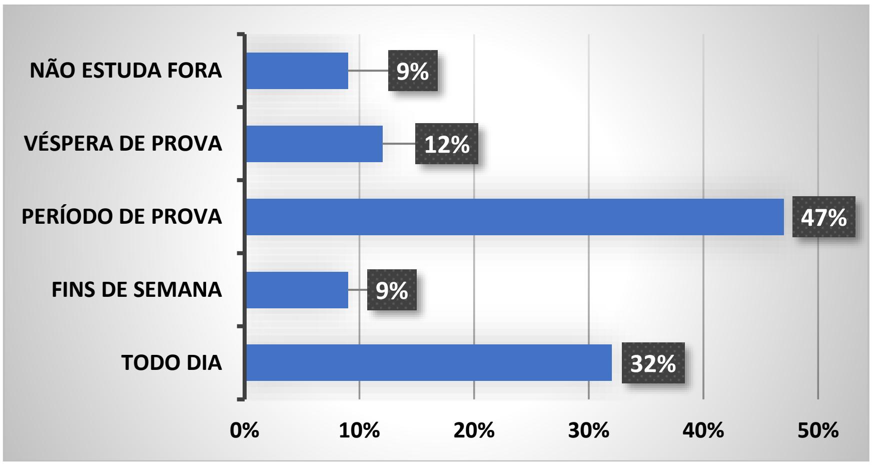
Fonte: Experimentação, 2019.

A respeito sobre a ajuda que recebem para resolver as tarefas de casa da disciplina de matemática, os estudantes afirmam, cerca de 59%, não receber nenhuma ajuda. Os dados de Santos et al (2018) revelaram que 52% também afirmam não receber nenhuma ajuda nas tarefas de matemática que são direcionadas a serem realizadas em casa.

O fato de ninguém lhe ajudar nas tarefas de casa em ambos períodos pesquisados, pode estar relacionado à baixa escolaridade dos responsáveis que não possuem capacidade cognitiva ou técnica para ajudar os seus nas tarefas de matemática trazidas da escola. Assim, conjecturamos que cabe ao docente otimizar o tempo em sala de aula para oportunizar aos estudantes um ensino eficaz que promova a autonomia para resolver suas tarefas de casa sozinhos, pois, ficou claro neste estudo que a maioria dos estudantes não têm assistência ou auxílio extra escolar.

Outro fator também importante para o sucesso escolar é a frequência com o qual os estudantes se dedicam aos estudos dos conteúdos matemáticos. Nosso trabalho também investigou dos participantes essa variável e colhemos os dados que seguem no gráfico a seguir.

Gráfico 16: Estudar matemática fora da escola

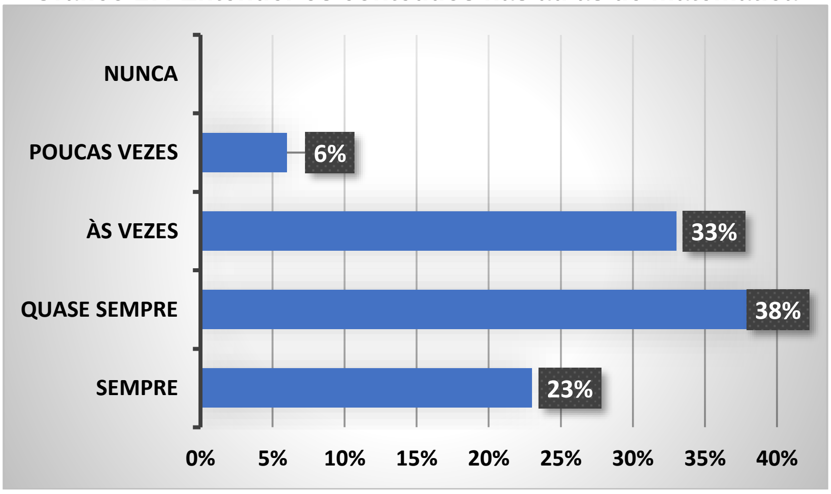


Fonte: Experimentação, 2019.

Os dados apurados neste quesito referente aos estudos fora da escola nos mostram que apenas 30% da amostra estudam todos os dias e outros 8% estudam nos fins de semana, abrindo assim, em nossa visão, um caminho para o insucesso escolar. Fazendo um comparativo com o estudo de Santos et al (2018) nos deparamos com situação semelhante, só estudam em período de prova ou em véspera de prova.

Diante de tal realidade, entendendo que a prática dos conteúdos matemáticos é necessária para o sucesso escolar, sugerimos para os docentes desta ciência que otimizem o tempo em sala de aula, façam aulas mais produtivas e envolva os estudantes o máximo possível com o conteúdo ora ministrado. Aos estudantes também foi perguntado se eles conseguiam entender os as explicações sobre os conteúdos matemáticos ministrados em sala em aula. Sobre a amostra de estudantes apuramos os dados referente a essa temática e organizamos no gráfico a seguir.

Gráfico 17: Entender os conteúdos nas aulas de matemática



Fonte: Experimentação, 2019.

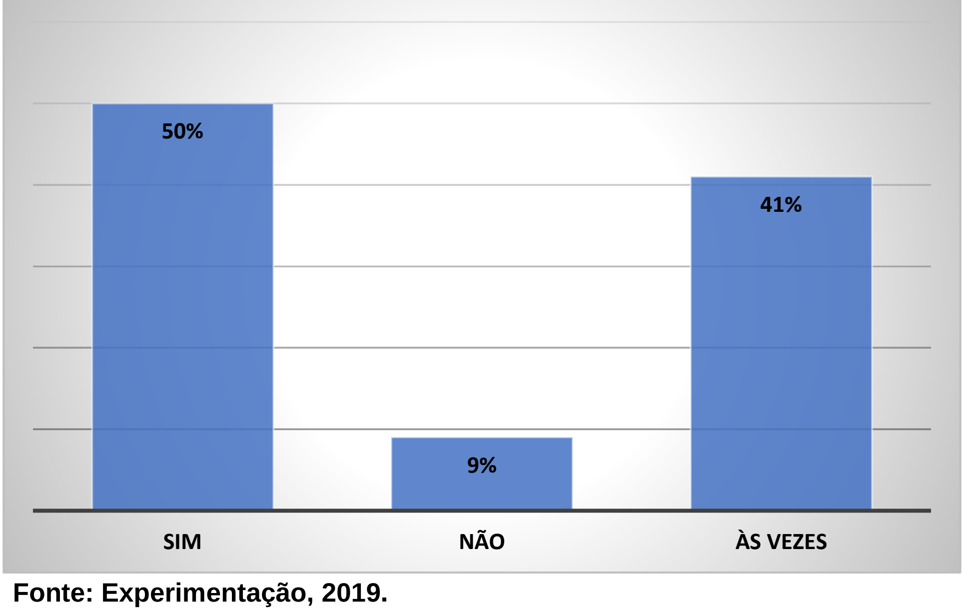
A maioria dos estudantes, cerca de 61%, afirmam entender sempre ou quase sempre as explicações dadas em sala de aula pelo docente da disciplina, e quando se faz um comparativo com aplicação feita com os egressos do 8° ano, realizada por Santos et al 2018, essa porcentagem cai para 42%, mais ainda assim, continuar figurando entre a maioria dos estudantes.

Os estudantes entendem o conteúdo na maioria das vezes e este fato deve ser levado em consideração para que o docente otimize mais o tempo em sala de aula, oportunizando uma aprendizagem mais eficaz e que o leve ao sucesso escolar na disciplina de matemática.

Vale ressaltar que nosso estudo também quis saber sobre quais instrumentos avaliativos mais utilizados pelo docente da disciplina e o resultado foi de 65% para provas e 35% para outros instrumentos, excetuando, projetos, pesquisas e seminários. Observa-se neste item que o docente quase sempre só aplica uma prova e isso é um ponto que precisa ser melhorado para o alcance dos objetivos do ensino de matemática, visto que, existem outras formas de avaliar, dando assim, mais oportunidades aos estudantes no processo de avaliação.

Aos estudantes também foi perguntado se as aulas de matemática despertam sua atenção para aprender os conteúdos ministrados. A apuração destes dados está organizada no gráfico a seguir.

Gráfico 18: Aulas de Matemática despertam a atenção



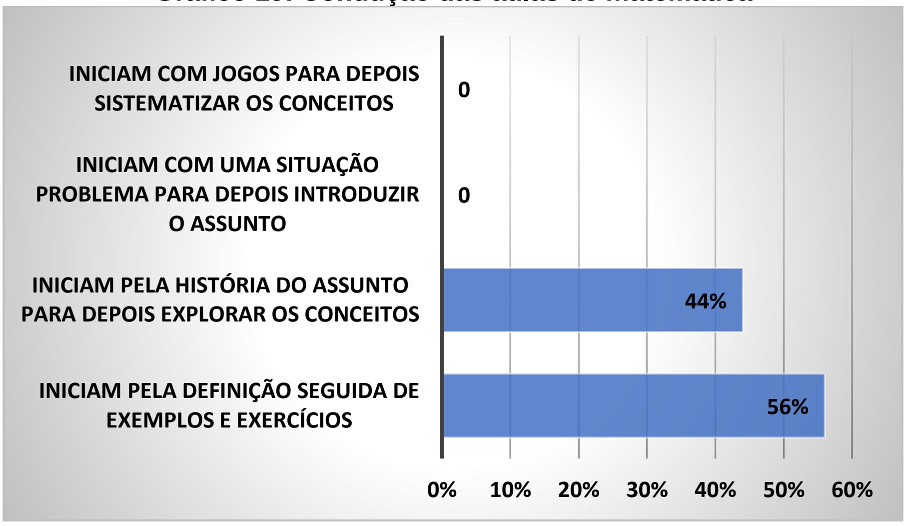
Fonte: Experimentação, 2019.

A pesquisa mostrou que 50% dos estudantes afirmam que as aulas de matemática despertam sua atenção para aprender os conteúdos ministrados, 41% afirmam que só as vezes despertam interesse para aprender os conteúdos matemáticos e 9% afirmam que as aulas de matemática não despertam seu interesse para aprender os conteúdos ministrados.

A apuração dos dados nos mostrou que há um equilíbrio entres os itens desta variável pesquisada e que precisa de uma ação docente para melhorar a prática e conseguir reter a atenção do estudante para aquele conteúdo que está sendo apresentado, possibilitando assim, uma melhor assimilação do objeto do conhecimento que trata sendo retratado na aula.

No questionário de pesquisa também abordamos a temática sobre como se dá a condução das aulas de matemática. Aos estudantes perguntamos como as aulas eram iniciadas quando era abordado conteúdo matemático novo e como o professor fazia para praticar aquele conteúdo que ora tinha explanado aos estudantes. A seguir mostramos os gráficos os dados apurados que tratam destas duas questões investigativas.

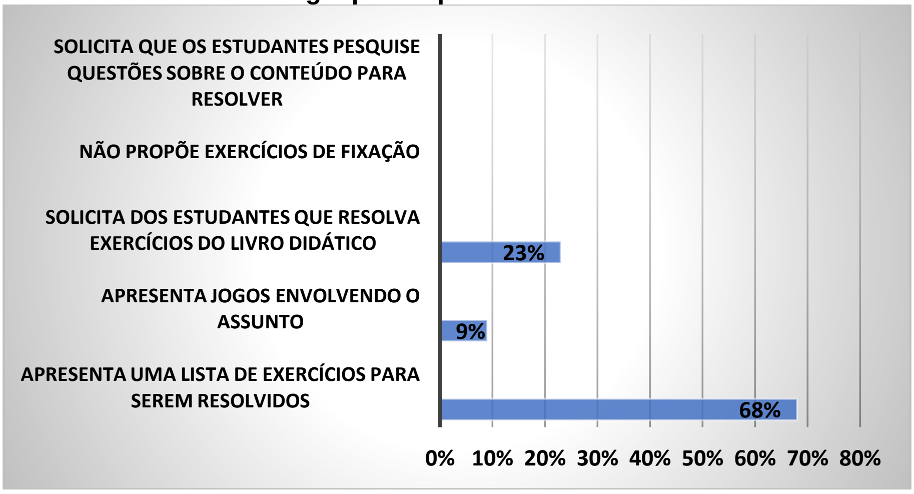
Gráfico 19: Condução das aulas de matemática



Fonte: Experimentação, 2019.

Como é possível observar no gráfico as aulas de matemática em sua maioria começam pela definição dos conteúdos matemáticos, seguida de exemplos e exercícios, seguindo o modelo de uma aula clássica, por muito definida como aula tradicional. Constatamos mais uma vez pelas respostas dos estudantes que é preciso uma inovação no ensino de matemática para melhorar o desempenho dos estudantes nos diversos testes e avaliações que são submetidos.

Gráfico 20: Estratégia para a prática do conteúdo matemático



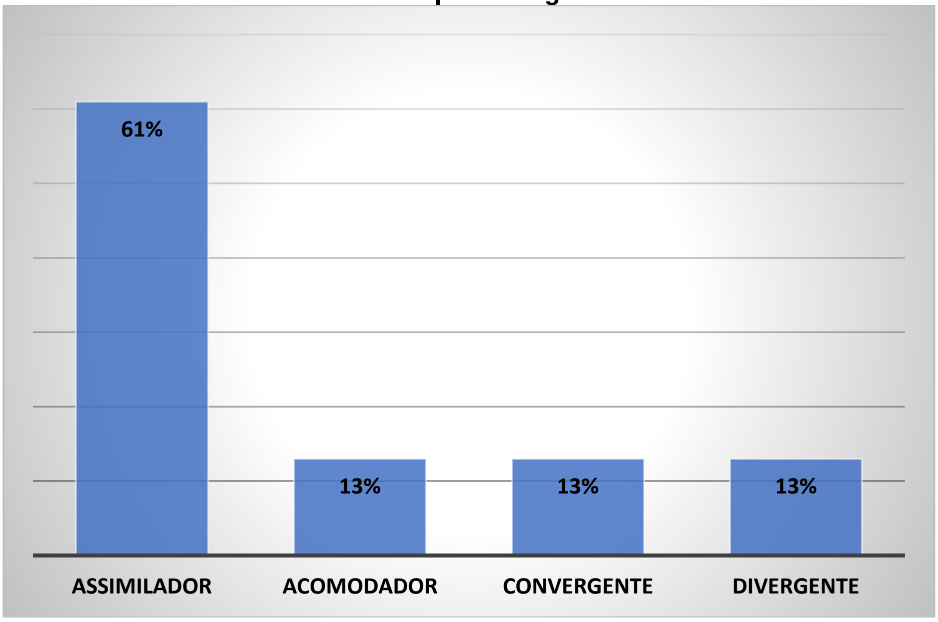
Fonte: Experimentação, 2019.

Ao analisarmos as respostas obtidas quando perguntados sobre a forma de praticar o conteúdo de matemática pelo professor, como resultado 68% responderam que o docente apresenta uma lista exercícios e 23% afirmam que o docente solicita que os estudantes resolvam exercícios do livro didático. Os resultados sobre a forma de praticar o conteúdo de matemática usado pelo professor em nossa pesquisa também é encontrado de forma semelhante na pesquisa das análises prévias realizada com os egressos do 8° ano do ensino fundamental.

A seguir apresentamos os estilos de aprendizagem pesquisados sobre a turma do 8º Ano B do ensino fundamental que participou deste experimento. Os dados foram extraídos com a aplicação do inventário de kolb através de uma plataforma eletrônica do UFPB – Universidade Federal da Paraíba (http://www.cchla.ufpb.br/ccmd/aprendizagem/) que disponibiliza pela internet o inventário, onde o usuário insere os dados e já sai o resultado. Vale lembram que fizemos a aplicação do inventário impresso, que foi inserido posteriormente na plataforma citada um de cada e organizados os resultados em tabelas.

Antes de expormos os resultados sobre os estilos de aprendizagem dos estudantes do experimento é preciso deixar claro que Kolb (1984) define estilo de aprendizagem como sendo: "*um estado duradouro e estável que deriva de configurações consistentes das transações entre indivíduo e o seu meio ambiente*" e define os estilos de aprendizagem como: acomodador, divergente, convergente e assimilador. A seguir apresentamos um gráfico com os resultados obtidos sobre os estilos de aprendizagem apurados de nossa amostra.

Gráfico 21: Estilos de Aprendizagem dos Estudantes



Fonte: Experimentação, 2019.

Após os dados apurados, podemos constatar que o estilo de aprendizagem predominante na turma de nosso experimento foi o estilo assimilador, abrangendo mais de 60% da turma. Kolb (1984) afirma que as que as pessoas que possuem este estilo da conceituação abstrata e da observação reflexiva e cita várias características a saber:

> As pessoas que se indicam por esse tipo de aprendizagem se destacam quando se trata de entender uma ampla gama de informações e dar-lhe uma forma concisa e lógica. Se esse é o estilo de aprendizagem de alguém, provavelmente seu interesse por pessoas será menor, pois se interessará mais pelas ideias abstratas e conceitos. Em geral, as pessoas com esse estilo de aprendizagem consideram que é mais importante que uma teoria tenha um sentido lógico do que um valor prático. Esse estilo de aprendizagem é eficaz em carreiras científicas e de informações. (Cerqueira. 1993, p. 89)

Os outros estilos de aprendizagem também apareceram em nossa amostra com porcentagens iguais a 13% cada. Kolb (1984) assim os define as pessoas com os estilos: Convergente – combina as etapas de aprendizagem da conceituação abstrata e da experimentação ativa, Divergente – combina as etapas de aprendizagem da experiência concreta e da observação reflexiva e Acomodador – combina as etapas de aprendizagem da experiência concreta e da experimentação ativa.

O perfil dos estudantes participantes do experimento ainda contou com a análise de suas atitudes em relação à disciplina de Matemática. Esse estudo sobre atitudes dos estudantes em relação à Matemática foi publicado nos anais da 10ª edição do Seminário de Cognição e Educação Matemática realizada em Belém – PA nos dias 01, 02 e 03 de outubro de 2019.

Para mostrar a atitude dos estudantes em relação a matemática é preciso entender o que é atitude. Por Santos et al (2019) o conceito mais aceito pela comunidade científica sobre atitudes seria algo definido como sendo uma disposição ou tendência de um indivíduo ou de um grupo social para responder de determinada maneira a um determinado objeto social (pessoas, objeto qualquer, ideias etc.). Refere-se sempre como “atitude em relação a”, é um julgamento positivo ou negativo em relação a algo que está sendo observado ou vivenciado.

> [...] as atitudes são adquiridas e não inatas e embora algumas atitudes sejam mais duradouras e persistentes que outras, elas não são estáveis e variam ao longo da vida dos indivíduos, de acordo com circunstâncias ambientais. As atitudes são altamente suscetíveis às influências da cultura na qual o indivíduo está imerso. (BRITO, 1996. P.12)

Santos et al (2019), baseando-se nos estudos de Brito (1996) em concordância com Aronson, Wilson e Akert (2015) nos levam a entender que as atitudes são aprendidas, modificadas, moldadas ou excluídas, através das interações com “o ambiente”. Neste aspecto, trazendo para o convívio pedagógico, é válido a tentativa de mudar as atitudes dos estudantes em relação a vários aspectos no convívio escolar, oportunizando-os um melhor desempenho escolar. Veja:

> O ensino de atitudes deveria fazer parte dos objetivos dos vários currículos escolares de qualquer nível de ensino. A definição de atitude e a compreensão de seus fatores determinantes precisam conhecidos pelos educadores matemáticos para possibilitar a análise da(s) variável(is) que está(ão) influenciando a situação de ensino aprendizagem, possibilitando a previsão de comportamentos desejáveis que influenciarão tanto no desempenho do indivíduo como na sua futura escolha profissional. (BRITO, 1996, p. 12)

A mudança de atitude no ambiente pedagógico começa pela mudança de atitude docente, quando buscam entender as atitudes dos estudantes em relação a algo (prova, conteúdo, estratégias de ensino, disciplina do currículo etc.|). Corroborando Brito (1996) afirma que os estudantes no ambiente escolar, de certa forma, são influenciados ou devem ser pelas atitudes dos docentes.

> [...] se estes professores apresentam atitudes positivas com relação ao ensino da disciplina e buscam formas eficazes para que os alunos entendam

> o significado daquilo que está sendo ensinado, despertam o interesse do aluno pela disciplina, tornando-a motivadora, mostrando a eles como a Matemática pode ser interessante, útil e motivadora seguramente contribuirá para o surgimento de atitudes positivas. (BRITO, 1996. p. 26)

O instrumento de pesquisa para analisar as atitudes dos estudantes do experimento é composto por escala Likert de 1 (Discordo totalmente) a 5 (Concordo Totalmente), resolvemos descartar a média aritmética, pois o indivíduo que marca a opção 3 (indiferente) não revela seu sentimento em relação àquela proposição respondida. Assim, apresentaremos de uma forma geral a moda e a mediana das escalas de atitudes em quadro geral.

A escala foi submetida a verificação de confiabilidade, optamos por submeter ao cálculo de Alfa de Cronbach[63], com uso do IBM-SPSS[64], obtendo o resultado de $\alpha = 0{,}640$, considerado substancial ou boa para validade do estudo. Vale lembrar conforme demonstra no quadro a seguir as questões (1, 2, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 16 e 20) exprimem sentimentos negativos e as questões (3, 4, 5, 9, 11, 14, 15, 17, 18 e 19) expressam sentimentos positivos.

Quadro 39: Escalas de Atitudes em Relação a Matemática

Atitudes	Class.	Mediana	Moda
1.Eu fico sempre sob uma terrível tensão na aula de matemática.	N	1	1
2.Eu não gosto de matemática e me assusta ter que fazer essa matéria.	N	1	1
3.Eu acho a matemática muito interessante e gosto das aulas de matemática.	P	4	5
4. A matemática é fascinante e divertida.	P	4	5
5. A matemática me faz sentir seguro(a) e é ao mesmo tempo, estimulante.	P	4	5
6. "Dá um branco" na minha cabeça e não consigo pensar claramente quando estudo matemática.	N	3	1
7. Eu tenho sensação de insegurança quando me esforço em matemática.	N	2	1
8. A matemática me deixa inquieto(a), descontente, irritado(a) e impaciente.	N	2	1
9. O sentimento que tenho em relação a matemática é bom.	P	4	5
10. A matemática me faz sentir como se estivesse perdido(a) em uma selva de números e sem encontrar a saída.	N	2	1
11. A matemática é algo que aprecio grandemente.	P	3	5
12. Quando eu ouço a palavra matemática, eu tenho um sentimento de aversão.	N	2	1
13. Eu encaro a matemática com um sentimento de indecisão, que é resultado do medo de não ser capaz em matemática.	N	3	1
14. Eu gosto realmente de matemática.	P	4	5
15. A matemática é uma das matérias que eu realmente gosto de estudar na escola.	P	4	4

[63] O coeficiente α de Cronbach estima a confiabilidade interna de um questionário que se aplica em uma pesquisa. Como os itens de um questionário utilizam a mesma escala de medição, o coeficiente tem valor de 0 a 1.
[64] Statistical Package for Social Sciences – Pacote Estatístico para Ciências Sociais – Software da IBM

16. Pensar sobre a obrigação de resolver um problema matemático me deixa nervoso(a).	N	3	1
17. Eu fico mais feliz na aula de matemática que na aula de qualquer outra matéria.	P	3	5
18. Eu me sinto tranquilo(a) em matemática e gosto muito dessa matéria.	P	4	4
19. Eu tenho uma relação definitivamente positiva com relação à matemática. eu gosto e aprecio essa matéria.	P	4	4
20. Não tenho um bom desempenho em matemática.	N	3	2
Legendas: N – Negativa, P – Positiva, 1 – Discordo Totalmente, 2 – Discordo Parcialmente, 3 – Indiferente, 4 – Concordo Parcialmente e 5 – Concordo Totalmente			

Fonte: Experimentação, 2019

A análise do quadro geral que traz a mediana e moda de cada uma das proposições, quando agrupamos proposições negativas e proposições positivas, vê-se de forma muito clara, em quase totalidade que os estudantes “discordaram totalmente” quando as proposições expressaram um sentimento negativo e “concordaram totalmente” quando as proposições expressaram um sentimento positivo em relação a matemática.

O quadro a seguir traz os resultados das frequências (absoluta e relativa) de cada uma das 20 (vinte) proposições que os estudantes foram submetidos. Os destaques feitos nas duas primeiras colunas (discordo totalmente e discordo parcialmente) são referentes às proposições de atitudes negativas. Pôde-se verificar que os estudantes na sua grande maioria se opuseram ao que afirmavam, expressando assim, a discordância de algumas proposições que expressavam um sentimento negativo em relação à matemática, fato verificado em sete das 10 (dez) proposições negativas (1, 2, 6, 7, 8, 10 e 12).

Quadro 40: Distribuição de Frequência – Escala de Atitudes

TABELA DE FREQUÊNCIA					
PROPOSIÇÕES	**D.T.**	**D. P.**	**I**	**C.P.**	**C.T.**
1.Eu fico sempre sob uma terrível tensão na aula de matemática. (N)	15(42,9%)	10(28,6%)	4(11,4%)	2(5,7%)	4(11,4%)
2.Eu não gosto de matemática e me assusta ter que fazer essa matéria. (N)	19(54,3%)	9(25,7%)	5(14,3%)	1(2,9%)	1(2,9%)
3.Eu acho a matemática muito interessante e gosto das aulas de matemática. (P)	3(8,6%)	4(11,4%)	4(11,4%)	10(28,6%)	14(40%)

4. A matemática é fascinante e divertida. (P)	3(8,6%)	4(11,4%)	4(11,4%)	11(31,4%)	13(37,1%)
5. A matemática me faz sentir seguro(a) e é ao mesmo tempo, estimulante. (P)	5(14,3%)	2(5,7%)	3(8,6%)	12(34,3%)	13(37,1%)
6. "Dá um branco" na minha cabeça e não consigo pensar claramente [...] matemática. (N)	12(34,3%)	5(14,3%)	1(2,9%)	10(28,6%)	7(20%)
7. Eu tenho sensação de insegurança quando me esforço em matemática. (N)	11(31,4%)	7(20%)	2(5,7%)	4(11,4%)	11(31,4%)
8. A matemática me deixa inquieto(a), descontente, irritado(a) e impaciente. (N)	17(48,6%)	7(20%)	2(5,7%)	4(11,4%)	5(14,3%)
9. O sentimento que tenho em relação a matemática é bom. (P)	5(14,3%)	2(5,7%)	4(11,4%)	9(25,7%)	15(42,9%)
10. A matemática me faz sentir como se estivesse [...] números e sem encontrar a saída. (N)	13(37,1%)	5(14,3%)	3(8,6%)	4(11,4%)	10(28,6%)
11. A matemática é algo que aprecio grandemente. (P)	6(17,1%)	7(20%)	7(20%)	7(20%)	8(22,9%)
12. Quando eu ouço a palavra matemática, eu tenho um sentimento de aversão. (N)	13(37,1%)	11(31,4%)	4(11,4%)	5(14,3%)	2(5,7%)
13. Eu encaro a matemática com um sentimento de indecisão, que [...] capaz em matemática. (N)	12(34,3%)	3(8,6%)	5(14,3%)	11(31,4%)	4(11,4%)
14. Eu gosto realmente de matemática. (P)	5(14,3%)	4(11,4%)	4(11,4%)	10(28,6%)	12(34,3%)
15. A matemática é uma das matérias que eu realmente gosto de estudar na escola. (P)	5(14,3%)	4(11,4%)	6(17,1%)	10(28,6%)	10(28,6%)

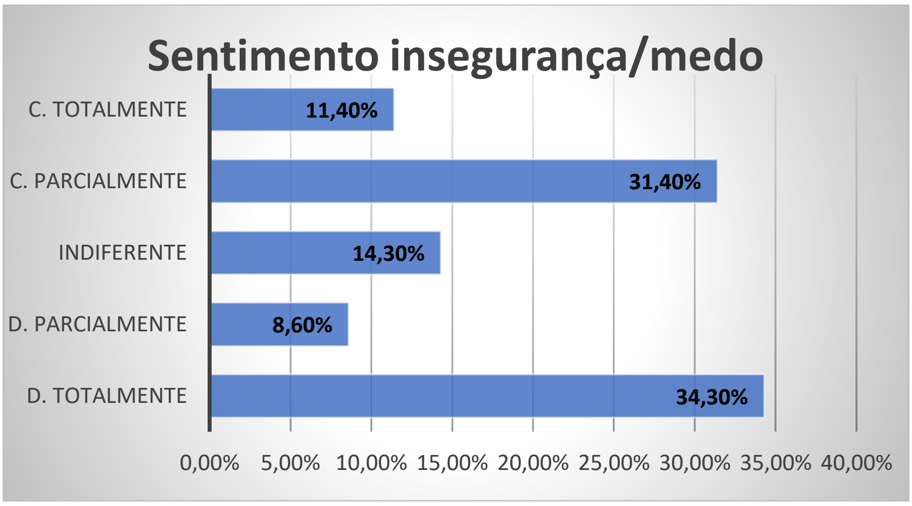
16. Pensar sobre a obrigação de resolver um problema matemático me deixa nervoso(a). (N)	11(31,4%)	6(17,1%)	3(8,6%)	7(20%)	8(22,9%)
17. Eu fico mais feliz na aula de matemática que na aula de qualquer outra matéria. (P)	7(20%)	6(17,1%)	7(20%)	7(20%)	8(22,9%)
18. Eu me sinto tranquilo(a) em matemática e gosto muito dessa matéria. (P)	8(22,9%)	3(8,6%)	6(17,1%)	11(31,4%)	7(20%)
19. Eu tenho uma relação definitivamente positiva com [...]. Eu gosto e aprecio essa matéria. (P)	5(14,3%)	5(14,3%)	1(2,9%)	12(34,3%)	12(34,3%)
20. Não tenho um bom desempenho em matemática. (N)	6(17,1%)	11(31,4%)	2(5,7%)	6(17,1%)	10(28,6%)
Legenda: **D.T – Discordo Totalmente, D.P. – Discordo Parcialmente, I – Indiferente, C.P. – Concordo Parcialmente e C.T. – Concordo Totalmente**					

Fonte: Experimentação, 2019.

Sobre os destaques na 4ª e 5ª colunas (Concordo Parcialmente e Concordo Totalmente) no quadro de frequência acima, refere-se às atitudes positivas e é possível verificar em sua grande maioria das proposições positivas (3, 4, 5, 9, 11, 14, 15, 18 e 19) que há uma concordância significativa dos estudantes pesquisados com tais afirmações.

No gráfico a seguir destacamos os resultados da proposição 13 (treze) que expressa um sentimento negativo, especificamente trata sobre sentimento de indecisão que é resultado de medo de não ser capaz em relação a matemática. Veja:

Gráfico 22: Sentimento Insegurança/Medo



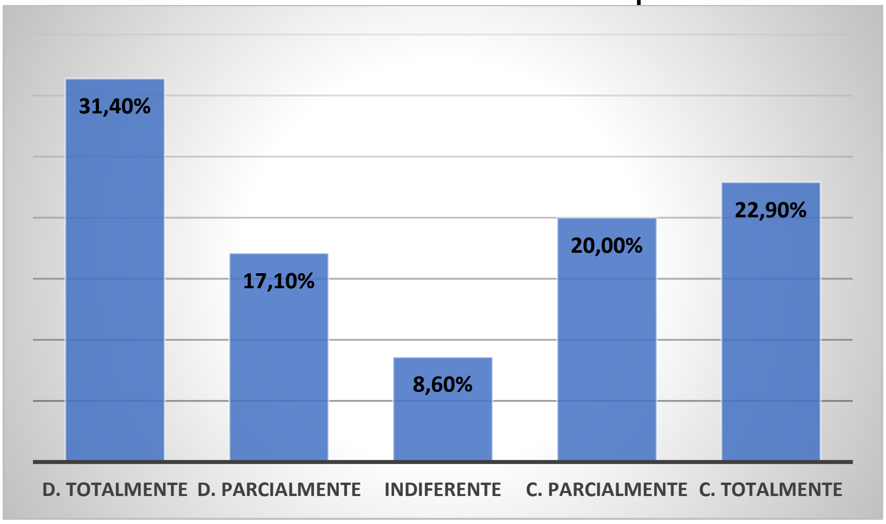
FONTE: Experimentação, 2019

A análise do gráfico acima verifica-se que há um certo equilíbrio entre os estudantes que discordam (a frequência acumulada chega 42,9%), e os que concordam (a frequência acumulada chega 42,8%) com a proposição negativa de número 13, que diz “Eu encaro a Matemática com um sentimento de indecisão que é resultado do medo de não ser capaz em Matemática”. Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, orienta-nos, sobre os fatores emocionais, afirma que eles influenciam no desempenho dos estudantes, e que “a afetividade, o grau de aceitação ou rejeição, a competitividade e o ritmo de produção estabelecidos em um grupo interferem diretamente na produção do trabalho” (BRASIL, 1997, p. 98). Discorre ainda:

> [...] certa instabilidade, medo e insegurança, que caracterizam as reações dos adolescentes diante das situações diversas, intensifica-se a capacidade para questionar, acirra-se a crítica, às vezes pouco fundamentada, que faz com que coloquem em dúvida a importância de certos valores, atitudes e comportamentos e, inclusive, a necessidade de certas aprendizagens. (Brasil, 1998. p.61)

O gráfico a seguir trata uma situação relacionada ao nervosismo que acomete os estudantes com relação a possibilidade de resolver um problema matemático. A proposição de número 16 (Pensar sobre a obrigação de resolver um problema matemático me deixa nervoso) é classificada como uma atitude negativa em relação a matemática, e mais uma vez percebe-se um certo equilíbrio entre os estudantes que discordam (frequência acumulada 48,5%) e os concordam (frequência acumulada 42,9%) com a proposição, mas com uma leve maioria para os estudantes que discordam da atitude negativa.

Gráfico 23: Nervosismo ao resolver um problema



Fonte: Experimentação, 2019.

Nos PCN de Matemática do ensino fundamental discorre sobre as relações dos estudantes com relação a matemática e orienta nosso trabalho para lidar com situações que poderão ocorrer com os adolescentes no tocante a vários aspectos, inclusive em relação a gostar ou não da matéria. Veja:

> [...] a grande maioria dos alunos tem a sensação de que a Matemática é uma matéria difícil e que seu estudo se resume em decorar uma série de fatos matemáticos, sem compreendê-los e sem perceber suas aplicações e que isso lhes será de pouca utilidade. Tal constatação os leva a assumir atitudes bastante negativas, que se manifestam no desinteresse, na falta de empenho e mesmo na pouca preocupação diante de resultados insatisfatórios ou nos sentimento de insegurança, bloqueio e até em certa convicção de que são incompetentes para aprendê-la, o que os leva a se afastar da Matemática em situações na vida futura. (BRASIL, 1998. p. 79)

A proposição de número 17 (Eu nunca gostei de matemática e é a matéria que me dá mais medo) e proposição 20 (eu tenho uma reação definitivamente positiva com relação à Matemática: Eu gosto e aprecio essa matéria), a primeira expressa um sentimento negativo e segunda um sentimento positivo em relação a matemática. Quando analisamos o sentindo das proposições, percebemos significados antagônicos e resultados bem equilibrados entre discordar e concordar.

A revisão teórica sobre a temática de atitudes, levou-nos a entender que é muito importante o conhecimento que os professores deverão adquirir sobre as atitudes dos estudantes em relação a disciplina que lecionam, nosso caso a Matemática. De posse desses conhecimentos, poderão planejar melhor sua ação docente, influenciando os estudantes a mudanças de atitudes em relação à disciplina ou conteúdo que lecionam.

De modo geral, pelo menos neste estudo realizado e em conformidade com Brito (1996), os resultados contrariam o que é comumente disseminado que a matemática é a disciplina causadora de medo e terror entre os estudantes. O que se sabe a respeito é que há um alarde desnecessário e talvez essa desinformação, muitas vezes causada pelos docentes da disciplina, que acaba de certa forma, ensinando atitudes negativas. A seguir dando prosseguimento as análises do experimento iremos abordar sobre a aplicação do pré-teste.

5.3 Aplicação do pré-teste

Como consta no quadro de roteiro da experimentação a realização do pré-teste deu-se logo após o término da aplicação do questionário de pesquisa sobre as informações sócio educacionais, estilos de aprendizagens e atitudes em relação a matemática. Foi realizada a distribuição a todos os 34 estudantes presentes e feito uma leitura completa das 10 questões que compunha o teste.

Após um período, em torno de 10 minutos a entrega do teste começaram as perguntas dos estudantes, muitos não entendiam as questões, outros falavam que não sabiam aquele conteúdo abordado, ficando uma situação um pouco caótica. Diante da situação tivemos que intervir e esclarecer para os mesmos que aquele momento era esperado, que eles não iriam sair prejudicados e que nos próximos encontros iríamos estudar o conteúdo abordado no teste.

Os estudantes ficaram mais tranquilos e tentaram responder as 10 questões abordadas no teste entregando os testes em um tempo de 30 mim, conforme informamos no quando do roteiro da experimentação.

5.4 Aplicação da sequência didática

5.4.1 - 1ª Sessão de Ensino (Atividades: 01, 02, 03 e 04)

A primeira sessão de ensino foi realizada no dia 26 de junho de 2019 no turno vespertino, das 13h às 14:40h, com a participação de 34 alunos do 8° ano do ensino fundamental. Como já realizamos aplicação dos questionários e pré-teste, nosso experimento prosseguiu nesta sessão com a aplicação de quatro atividades de ensino que vieram a compor nosso primeiro encontro específico da aplicação da sequência didática, conforme discorremos a seguir. Ressaltamos que o início de nosso encontro foi marcado pelas orientações de como ocorreriam o desenvolvimento das atividades da sequência didática.

Após as orientações os estudantes se dividiram em equipes (forma espontânea) e informados que eram para continuar com a mesma formação até o final da aplicação da sequência didática. O total de estudantes participantes do experimento era de 34 (trinta e quatro), por conta desse quantitativo, solicitamos que eles se dividissem em 6 equipes, ficando cinco equipes de seis membros e 1 equipe composta por quatros membros.

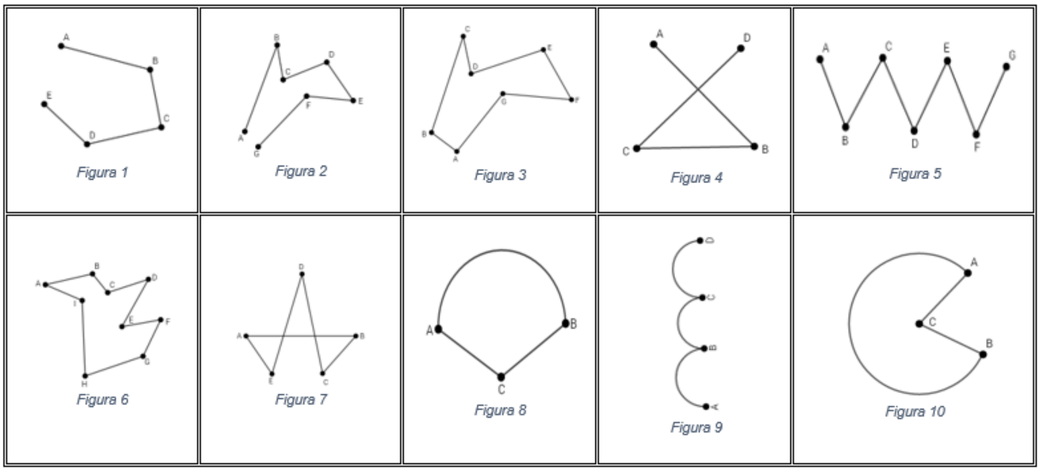
Nossa primeira atividade de ensino da primeira sessão de nossa sequência didática, é uma atividade de conceituação onde os estudantes iriam analisar e manusear um lápis sobre 10 figuras que representavam curvas, para ao final da atividade classificar as figuras em curvas fechadas ou curvas abertas.

Ao início da atividade foi distribuído aos estudantes de cada equipe a folha de atividade que continha os procedimentos e o quadro de figuras necessários para sua realização. Primeiramente, solicitamos aos estudantes que fizessem uma leitura minuciosa dos procedimentos contidos na folha de atividade e após esta leitura, poderiam responder à pergunta solicitada no quadro de atividade, conforme fosse feito a análise das figuras e posteriormente tentar preencher o quadro com as respostas solicitadas, expressando observações até chegar a uma definição do que seria uma curva fechada e uma curva aberta.

Conforme previsto nas análises a priori, foi constatado durante a aplicação da primeira atividade, os estudantes tiveram dificuldades de entender a proposta metodológica de ensino no início da aplicação da sequência didática. Porém, isto foi sanado com nossas intervenções em cada grupo, assim éramos solicitados, o que possibilitou um melhor entendimento dos procedimentos e consequentemente a efetivação da atividade.

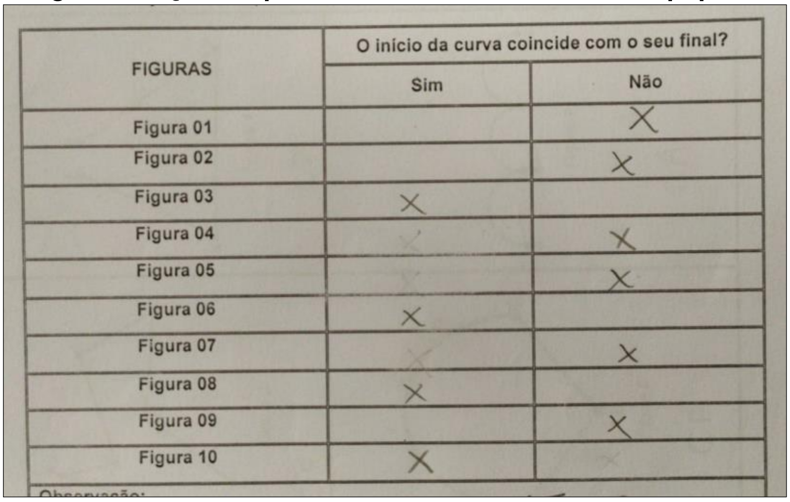
De modo geral, os estudantes conseguiram efetivar a atividade proposta, uma vez que conseguiram identificar no quadro as figuras as curvas fechadas e as curvas abertas, respondendo com segurança a pergunta chave da atividade (O início da curva coincide com seu final?), marcando em umas das opções que lhes eram disponibilizados, sim ou não. Posteriormente fazendo suas deduções, pois no roteiro da atividade deixamos estabelecido que era para identificar as curvas que coincidiam seu início com seu final com as letras CF e o contrário com as letras CA. A seguir apresentamos o quadro de observação e os quadros preenchidos pelos estudantes referente à atividade de conceituação 01 e suas observações.

Figura 26: Quadro de Observação – Atividade 01



Fonte: Experimentação, 2019

Figura 27: Quadro preenchido da Atividade 01 – Equipe 01

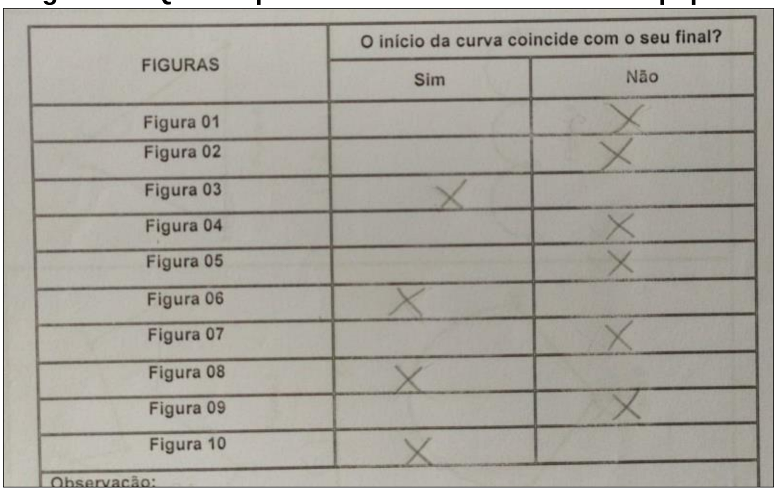


FIGURAS	O início da curva coincide com o seu final?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04		X
Figura 05		X
Figura 06	X	
Figura 07		X
Figura 08	X	
Figura 09		X
Figura 10	X	

Observação:

Fonte: Pesquisa de Campo, 2019.

Figura 28: Quadro preenchido da Atividade 01 – Equipe 02



FIGURAS	O início da curva coincide com o seu final?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04		X
Figura 05		X
Figura 06	X	
Figura 07		X
Figura 08	X	
Figura 09		X
Figura 10	X	

Observação:

Fonte: Pesquisa de Campo, 2019.

Figura 29: Quadro preenchido da Atividade 01 – Equipe 03

FIGURAS	O início da curva coincide com o seu final?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04		X
Figura 05		X
Figura 06	X	
Figura 07		X
Figura 08	X	
Figura 09		X
Figura 10	X	

Fonte: Pesquisa de Campo, 2019.

Figura 30: Quadro preenchido da Atividade 01 – Equipe 04

FIGURAS	O início da curva coincide com o seu final?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04		X
Figura 05		X
Figura 06	X	
Figura 07		X
Figura 08	X	
Figura 09		X
Figura 10	X	

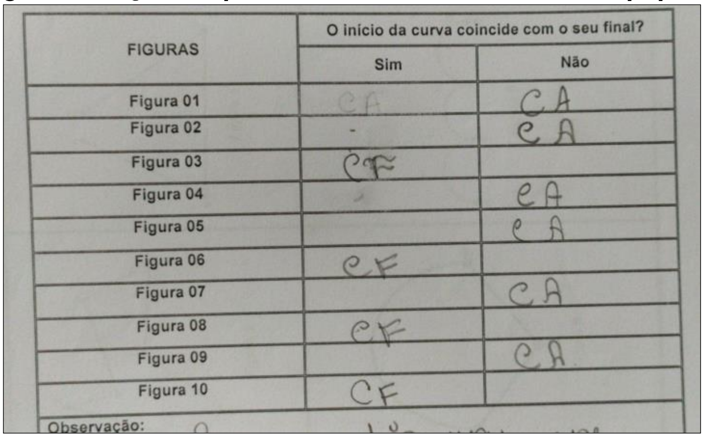
Fonte: Pesquisa de Campo, 2019.

Figura 31: Quadro preenchido da Atividade 01 – Equipe 05

FIGURAS	O início da curva coincide com o seu final?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04		X
Figura 05		X
Figura 06	X	
Figura 07		X
Figura 08	X	
Figura 09		X
Figura 10	X	
Observação:		

Fonte: Pesquisa de Campo, 2019.

Figura 32: Quadro preenchido da Atividade 01 – Equipe 06



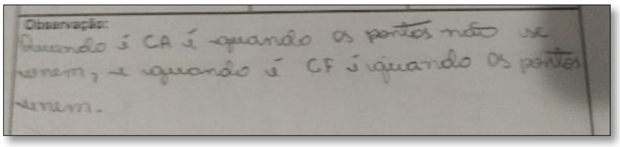
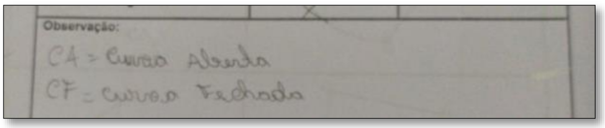
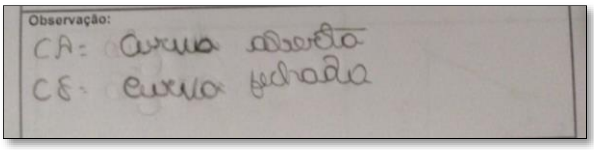
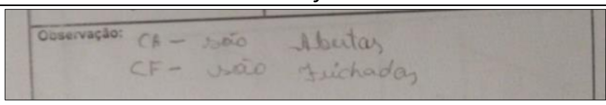
FIGURAS	O início da curva coincide com o seu final?	
	Sim	Não
Figura 01	CA	CA
Figura 02	-	CA
Figura 03	CF	
Figura 04		CA
Figura 05		CA
Figura 06	CF	
Figura 07		CA
Figura 08	CF	
Figura 09		CA
Figura 10	CF	

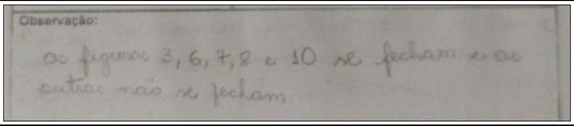
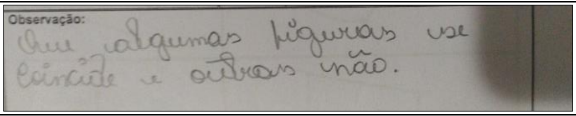
Observação:

Fonte: Pesquisa de Campo, 2019.

Conforme observamos nos quadros preenchidos, as equipes foram capazes de identificar as figuras que coincidiam seu início com o seu final e as que não coincidiam, marcaram no quadro de respostas como CF (coincidiam o início com o final) e CA (não coincidiam seu início com o final) e posteriormente foram capazes de deduzir que CF era curva fechada e CA curva aberta. O preenchimento correto do quadro referente à atividade 01 demonstra que os estudantes entenderam a proposta e conseguiram realizar com êxito a tarefa dada.

Quadro 41: Observações apresentas pelos Estudantes – Atividade 01

Equipes	Observação dos Estudantes	Análise
Equipe - 01 (E_1, E_2, E_{11}, E_{20}, E_{22} e E_{26})	 *“ Quando é CA é quando os pontos não se unem, e quando é CF é quando os pontos se unem.”*	Válida, Prevista e Desejada.
Equipe - 02 (E_7, E_9, E_{10}, E_{13}, E_{18} e E_{23})	 *“CA = Curva Aberta CF = Curva Fechada”*	Válida, Prevista e Desejada.
Equipe - 03 (E_3, E_5, E_6, E_{15}, E_{16} e E_{24})	 *“CA = Curva aberta CF = Curva fechada”*	Válida, Prevista e Desejada.
Equipe - 04		Válida, Prevista e Desejada.

(E_4, E_8, E_{12}, E_{14}, E_{19} e E_{21})	*“CA = Curva aberta CF = Curva fechada”*	
Equipe - 05 (E_{17}, E_{25}, E_{34}, E_{33}, E_{31} e E_{30})	 *“as figuras 3, 6, 7, 8 e 10 se fecham e as outras não se fecham”*	Válida, Prevista e Desejada.
Equipe - 06 (E_{27}, E_{28}, E_{29}, e E_{32})	 *“Que algumas figuras se coincide e outras não”*	Válida, Não prevista e Desejada.

Fonte: Experimentação, 2019.

Resultado da institucionalização ao final da atividade 01: Quando o ponto inicial de uma curva coincide com o seu ponto final, a curva é fechada, caso contrário, quando o ponto inicial não coincide com o ponto final a curva é aberta.

Como podemos observar, as respostas escritas dadas pelas equipes que participaram do experimento foram bastantes satisfatórias para podermos classificar uma curva e posteriormente introduzir o conceito de uma curva fechada e de uma curva aberta.

De posse das observações levantadas pelas equipes foi possível concluir esta atividade de conceituação no quadro, fazendo a institucionalização do conceito final para curvas abertas e curvas fechadas, visto que, os estudantes já sabiam olhando as figuras que representavam uma curva fechada e quais representavam uma curva aberta.

Quadro 42: Classificação das Observações da Atividade 01

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	5	83,33%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	1	16,67%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação, 2019.

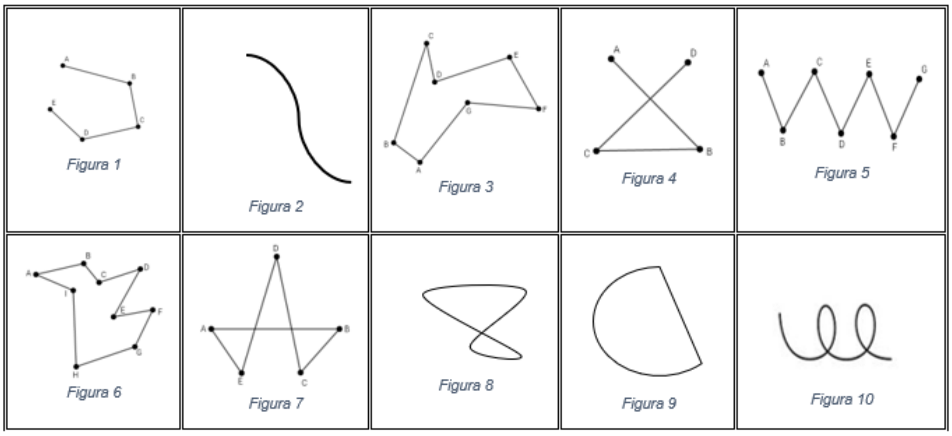
Conforme resumimos no quadro anterior, a maioria dos estudantes conseguiu observar de maneira satisfatória o que pretendíamos quando propomos a atividade de ensino 01, colaborando assim para suas próprias conclusões.

A segunda atividade tratava sobre classificar as linhas que compunham as curvas das figuras. A atividade trazia um quadro de curvas abertas e fechadas, formadas por linhas retas, por linhas não retas e outras formadas por linhas retas e não retas ao mesmo tempo. O objetivo principal desta atividade era classificar uma curva poligonal.

Para o desenvolvimento da segunda atividade foi proposto no roteiro para os estudantes que fizessem uma observação no quadro de figuras e conforme o que observaram, respondessem à questão principal (A curva é formada só por segmentos de reta?) e marcassem a resposta (sim ou não) no quadro exposto na atividade para este fim.

A seguir mostramos o quadro de observação, onde os estudantes iriam colher as informações para preencher o quadro resposta, baseando-se no roteiro da atividade, como também os quadros respostas preenchidos.

Figura 33: Quadro de Observação – Atividade 02



Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 34: Quadro preenchido da Atividade 02 – Equipe 01

FIGURAS	A curva é formada só por segmentos de retas?	
	Sim	Não
Figura 01	X	
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04	X	
Figura 05	X	
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09		X
Figura 10		X

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 35: Quadro preenchido da Atividade 02 – Equipe 02

FIGURAS	A curva é formada só por segmentos de retas?	
	Sim	Não
Figura 01	X	
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04	X	
Figura 05	X	
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09		X
Figura 10		X

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 36: Quadro preenchido da Atividade 02 – Equipe 03

FIGURAS	A curva é formada só por segmentos de retas?	
	Sim	Não
Figura 01	X	
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04	X	
Figura 05	X	
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09		X
Figura 10		X

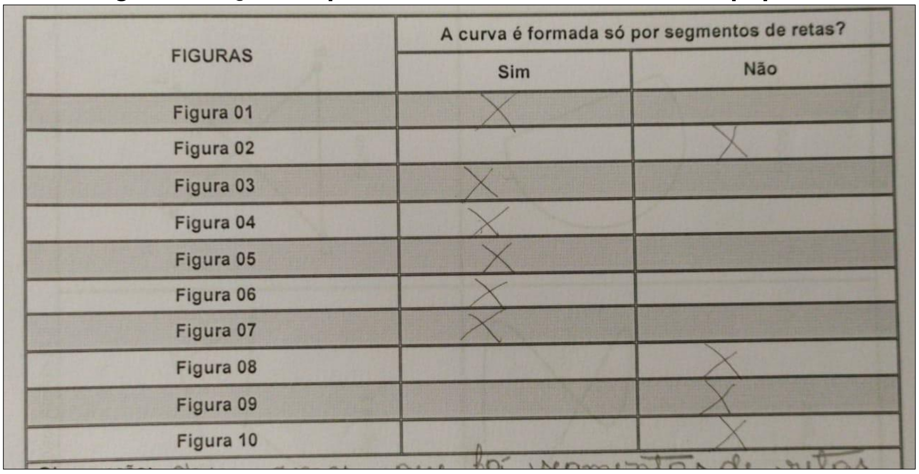
Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 37: Quadro preenchido da Atividade 02 – Equipe 04

FIGURAS	A curva é formada só por segmentos de retas?	
	Sim	Não
Figura 01	X	
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04	X	
Figura 05	X	
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09		X
Figura 10		X

Fonte: Experimentação, 2019.

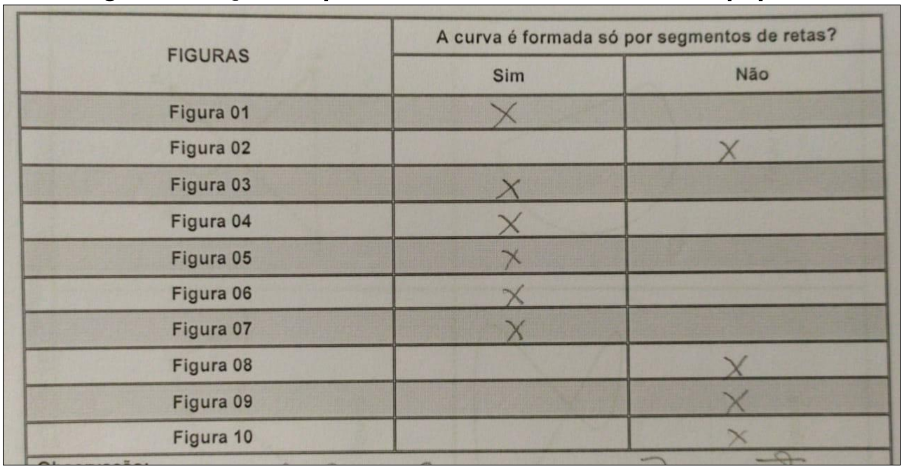
Figura 38: Quadro preenchido da Atividade 02 – Equipe 05



FIGURAS	A curva é formada só por segmentos de retas?	
	Sim	Não
Figura 01	X	
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04	X	
Figura 05	X	
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09		X
Figura 10		X

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 39: Quadro preenchido da Atividade 02 – Equipe 06



FIGURAS	A curva é formada só por segmentos de retas?	
	Sim	Não
Figura 01	X	
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04	X	
Figura 05	X	
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09		X
Figura 10		X

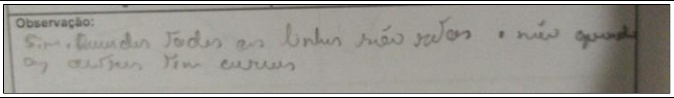
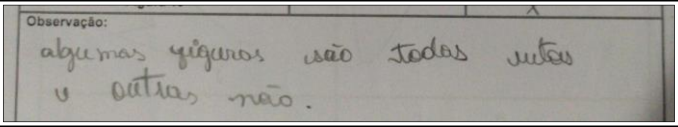
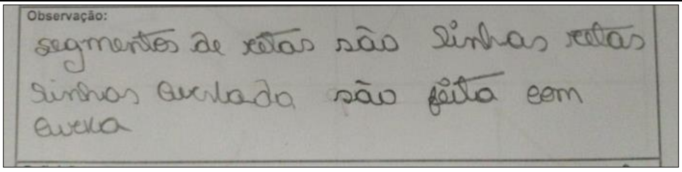
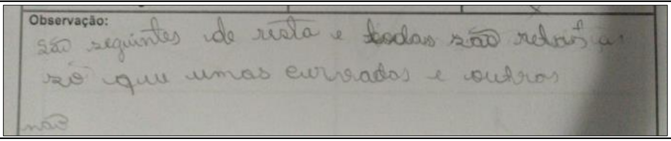
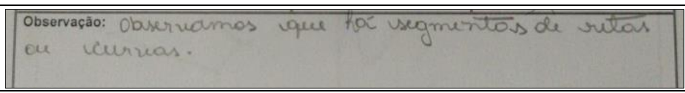
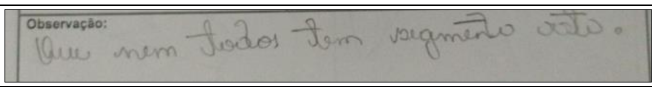
Fonte: Experimentação, 2019.

A atividade 2 transcorreu sem nenhuma interrupção por parte das equipes, tendo em vista que é bem semelhante à atividade 1 e percebemos que os estudantes já se sentiram familiarizados com a metodologia de ensino. Observamos durante a aplicação uma melhor desenvoltura dos estudantes, já leram o roteiro e partiram para resolver o que lhes era pedido. Sem nenhuma dificuldade, preencheram o quadro conforme foram observando as figuras e posteriormente anotando suas observações e conclusões.

Conforme analisamos os quadros preenchidos da atividade 2, as equipes foram capazes de identificar as figuras que eram compostas só por segmentos de retas e marcaram no quadro de respostas de forma correta. O preenchimento correto do quadro referente à atividade 02 demonstra que os estudantes entenderam a proposta e conseguiram realizar com êxito a tarefa dada.

Como a atividade 2 é uma atividade de conceituação, não era esperado que os estudantes fossem capazes de chegar a um conceito de curvas poligonais, mas que enxergassem características comuns às poligonais para que formalizássemos tal conceito para toda a turma na institucionalização da atividade.

Quadro 43: Observações apresentas pelos Estudantes – Atividade 02

Equipes	Observações dos Estudantes	Análise
Equipe - 01 (E_1, E_2, E_{11}, E_{20}, E_{22} e E_{26})	 *"Sim. Quando todas as linhas são retas e não quando as outras tem curvas"*	Válida, Prevista e Desejada.
Equipe - 02 (E_7, E_9, E_{10}, E_{13}, E_{18} e E_{23})	 *"algumas figuras são todas retas e outras não"*	Válida, Prevista e Desejada.
Equipe - 03 (E_3, E_5, E_6, E_{15}, E_{16} e E_{24})	 "segmentos de retas são linhas retas linhas curvadas são feita com curvas"	Válida, Prevista e Desejada.
Equipe - 04 (E_4, E_8, E_{12}, E_{14}, E_{19} e E_{21})	 *"São seguintes de resta e todas são retas só que umas curvadas e outras não"*	Válida, Prevista e Desejada.
Equipe - 05 (E_{17}, E_{25}, E_{34}, E_{33}, E_{31} e E_{30})	 *"observamos que há segmentos de retas ou curvas"*	Válida, Prevista e Desejada.
Equipe - 06 (E_{27}, E_{28}, E_{29}, e E_{32})	 *"Que nem todos tem segmentos de reta."*	Válida, Prevista e Desejada.

Fonte: Experimentação, 2019.

Resultado da institucionalização ao final da atividade 02: As curvas formadas só por seguimentos de retas são chamadas de poligonais.

Diante das observações descritas pelas equipes, foi possível constatar que eles identificaram que existem curvas formadas só por segmentos retas, principal característica para conceituarmos uma poligonal. Assim, com base nas respostas dos estudantes concretizamos a atividade de conceituação e definimos uma poligonal como sendo uma curva formada só por segmentos de reta. A seguir apresentamos o quadro com a classificação das observações.

Quadro 44: Classificação das Observações da atividade 02

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	6	100%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

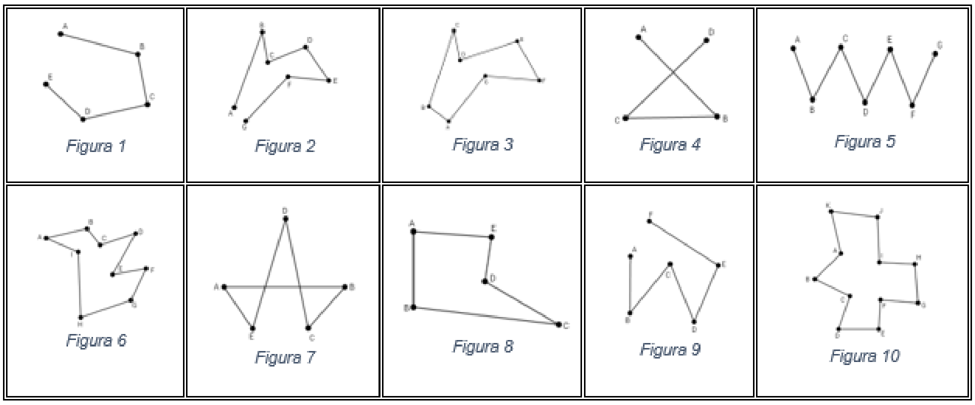
Fonte: Experimentação, 2019.

Conforme resumimos no quadro anterior, a maioria dos estudantes conseguiu observar de maneira satisfatória o que pretendíamos quando propomos a atividade de ensino 02, colaborando assim para suas próprias conclusões.

A atividade 03 é muito semelhante a atividade 01, pois é composta de um quadro composto por 10 figuras que representam poligonais abertas e poligonais fechadas. Na atividade o estudante teria que responder à pergunta norteadora (O início da poligonal coincide com o seu final?) para cada uma das figuras e anotar sim ou não como resposta na coluna correspondente à figura analisada.

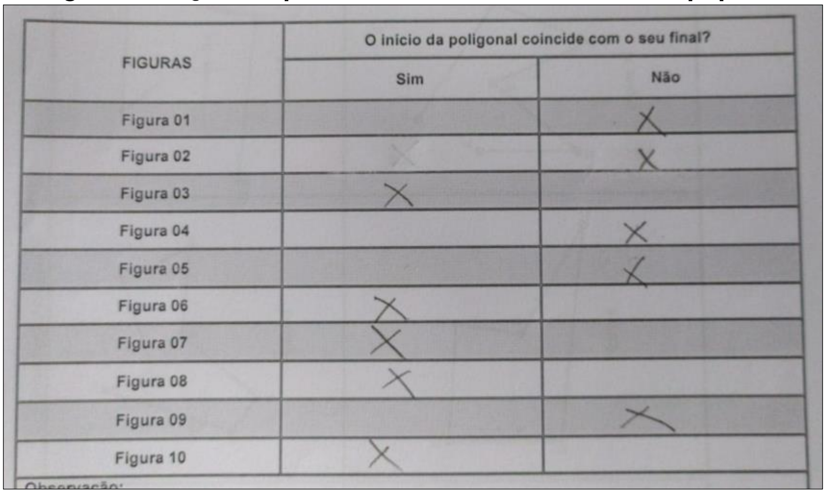
Seguindo o roteiro da atividade, as equipes prontamente fizeram o que lhes era solicitado e anotaram as observações que colheram da observação e as conclusões sobre a pergunta feita na atividade. Ressaltamos que o percurso da atividade transcorreu de forma muito tranquila, sem interrupções das equipes, nos fazendo conjecturar que os estudantes já se apropriaram da metodologia de ensino aplicada.

Figura 40: Quadro de Observação – Atividade 03



Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 41: Quadro preenchido da Atividade 03 – Equipe 01

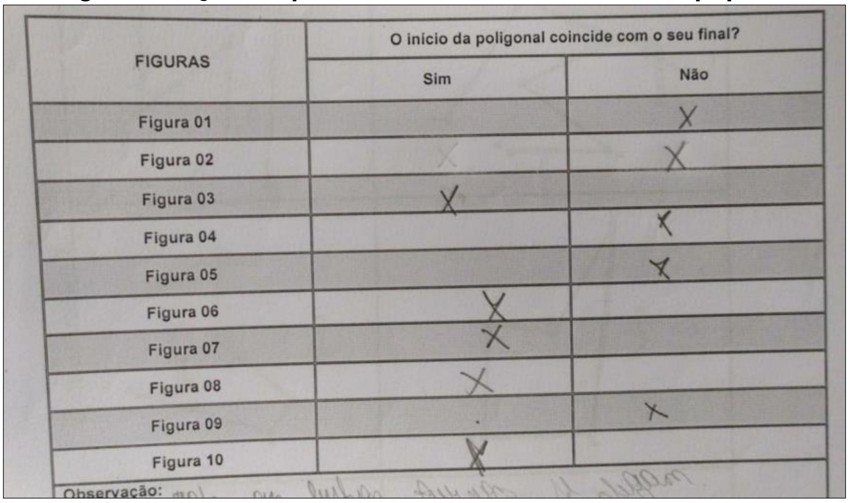


FIGURAS	O início da poligonal coincide com o seu final?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04		X
Figura 05		X
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08	X	
Figura 09		X
Figura 10	X	

Observação:

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 42: Quadro preenchido da Atividade 03 – Equipe 02

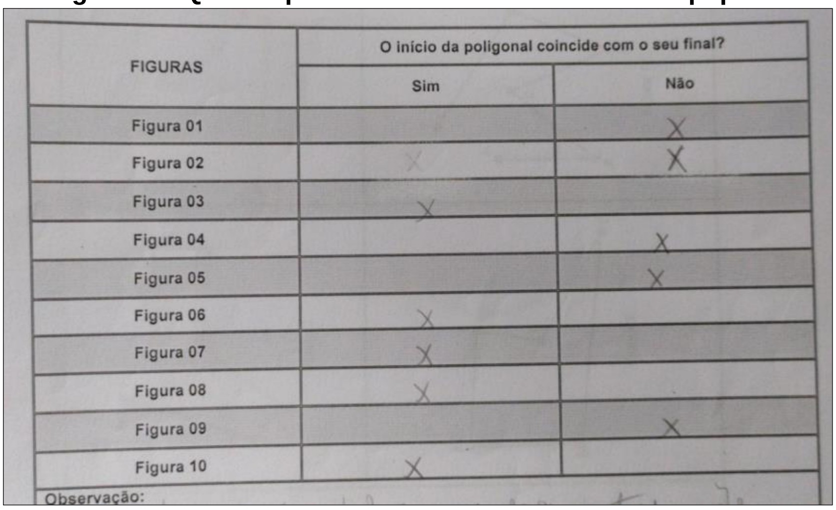


FIGURAS	O início da poligonal coincide com o seu final?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04		X
Figura 05		X
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08	X	
Figura 09		X
Figura 10	X	

Observação:

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 43: Quadro preenchido da Atividade 03 – Equipe 03

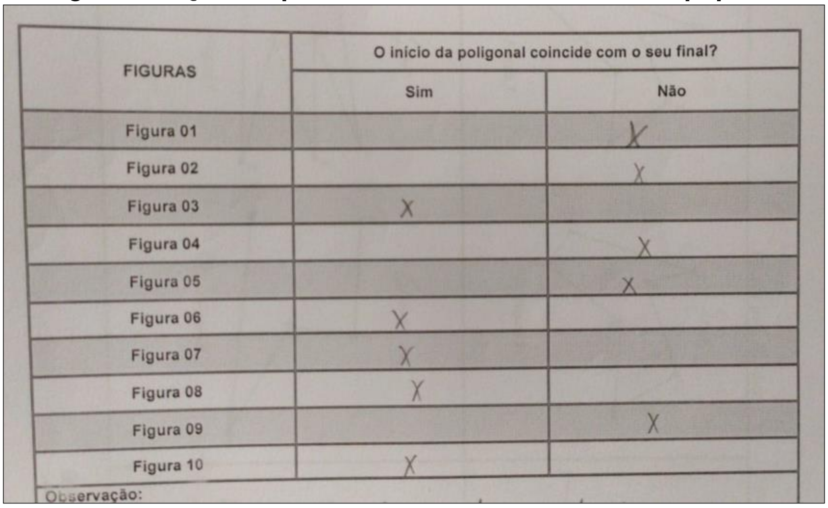


FIGURAS	O início da poligonal coincide com o seu final?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04		X
Figura 05		X
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08	X	
Figura 09		X
Figura 10	X	

Observação:

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 44: Quadro preenchido da Atividade 03 – Equipe 04

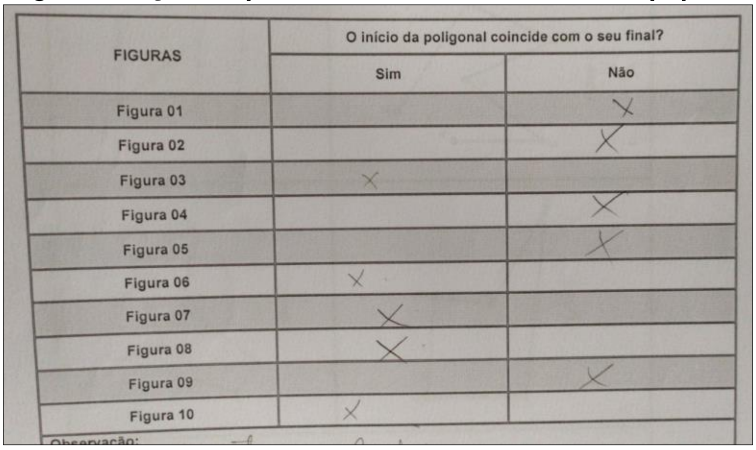


FIGURAS	O início da poligonal coincide com o seu final?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04		X
Figura 05		X
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08	X	
Figura 09		X
Figura 10	X	

Observação:

Fonte: Experimentação, 2019.

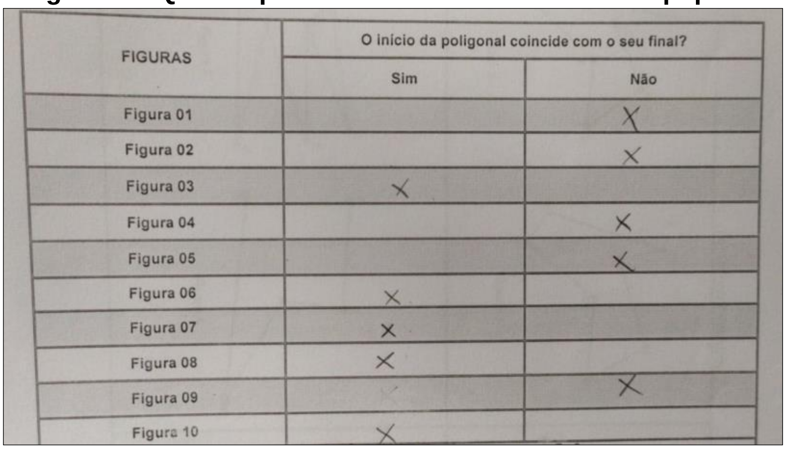
Figura 45: Quadro preenchido da Atividade 03 – Equipe 05



FIGURAS	O início da poligonal coincide com o seu final?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04		X
Figura 05		X
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08	X	
Figura 09		X
Figura 10	X	

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 46: Quadro preenchido da Atividade 03 – Equipe 06



FIGURAS	O início da poligonal coincide com o seu final?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02		X
Figura 03	X	
Figura 04		X
Figura 05		X
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08	X	
Figura 09		X
Figura 10	X	

Fonte: Experimentação, 2019.

A atividade 03 é de conceituação, e por conta disso, não era esperado que estudantes fossem capazes de já definirem uma poligonal fechada ou poligonal aberta, embora na atividade 01 já havíamos trabalhado este conceito de curva aberta e de curva fechada. Notemos pelo preenchimento do quadro referente a atividade 03 que estudantes entenderam o que lhes era solicitado e fizeram a atividade com total aproveitamento.

As observações feitas pelos estudantes levantaram características importantes sobre as poligonais, principalmente pelo fato de reconhecerem com maestria uma poligonal fechada e uma poligonal aberta, que foram fundamentais para a institucionalização do conceito de poligonal aberta e poligonal fechada. A seguir mostramos as observações que foram escritas pelas equipes participantes do experimento.

Quadro 45: Observações apresentas pelos Estudantes – Atividade 03

Equipes	Observações dos Estudantes	Análise
Equipe - 01 (E_1, E_2, E_{11}, E_{20}, E_{22} e E_{26})	Observação: Que algumas figuras se coincidem e outras não. *"Que algumas figuras se coincidem e outras não."*	Válida, prevista e desejada.
Equipe - 02 (E_7, E_9, E_{10}, E_{13}, E_{18} e E_{23})	Observação: Todas as linhas curvas se ligam *"Todas as linhas curvas se ligam"*	Não válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 03 (E_3, E_5, E_6, E_{15}, E_{16} e E_{24})	Observação: Que todas são feitas por segmentos de retas. *"Que todas são feitas por segmentos de retas."*	Válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 04 (E_4, E_8, E_{12}, E_{14}, E_{19} e E_{21})	Observação: quando á figura não é esta feichada e sim quando esta feichada *"quando á figura não é esta feichada e sim quando está feichada."*	Válida, prevista e desejada.
Equipe - 05 (E_{17}, E_{25}, E_{34}, E_{33}, E_{31} e E_{30})	Observação: Quando o ponto inicial de uma curva conside com um ponto final defini-se uma curva fechada. Quando o ponto final de uma reta não coicide com o ponto final define-se uma curva aberta. *"Quando o ponto inicial de uma curva conside com um ponto final define-se uma curva fechada. Quando o ponto final de uma reta não coincide com o ponto final define-se uma curva abeta."*	Válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 06 (E_{27}, E_{28}, E_{29}, e E_{32})	Observação: Quando o ponto inicial coincide com o ponto final. *"Quando o ponto inicial coincide com o ponto final."*	Válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Experimentação, 2019.

Resultado da institucionalização ao final da atividade 03: Uma poligonal em que o ponto inicial coincide com o ponto final, é uma poligonal fechada. Quando a o ponto inicial não coincide com o ponto final a poligonal é aberta.

Diante das observações descritas pelas equipes, foi possível constatar que eles identificaram que existem poligonais fechadas e poligonais abertas. Assim, com base nas respostas dos estudantes concretizamos a atividade de conceituação e definimos uma poligonal fechada e uma poligonal aberta. A seguir apresentamos o quadro com a classificação das observações.

Quadro 46: Classificação das Observações da atividade 03

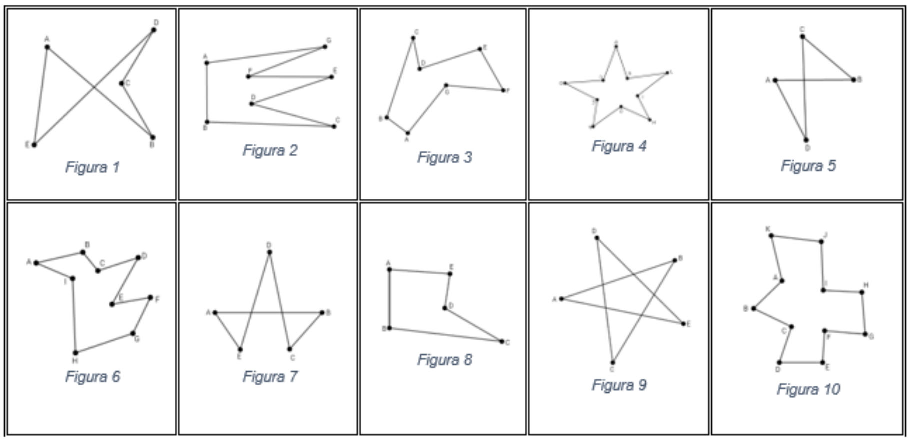
CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	2	33,33%
Válida, prevista e não desejada	0	16,67%
Válida, não prevista e não desejada	3	50%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	1	0%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação, 2019.

Conforme resumimos no quadro anterior, a maioria dos estudantes conseguiu observar de maneira satisfatória o que pretendíamos quando propomos a atividade de ensino 03, colaborando assim, para suas próprias conclusões.

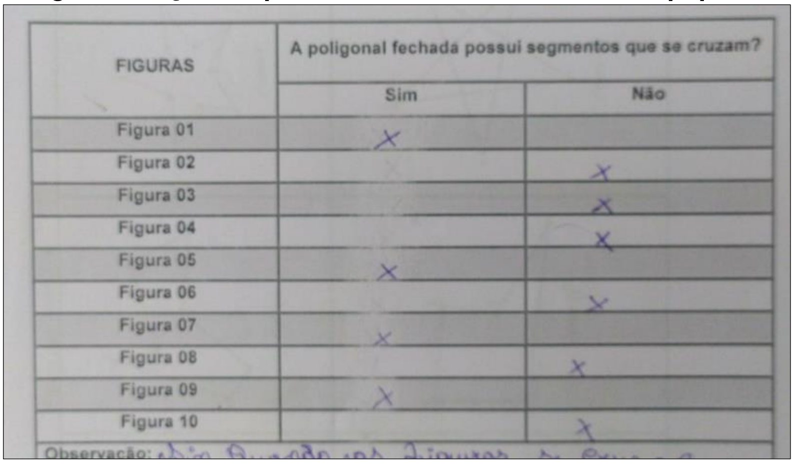
A quarta e última atividade dessa primeira sessão de estudos trouxe um quadro composto por 10 figuras que representam poligonais fechadas com segmentos cruzados e poligonais fechadas sem segmentos cruzados. O objetivo principal desta atividade, era fazer as equipes perceberem esses dois tipos de poligonais, para isso, foi necessário que estudantes respondessem à pergunta norteadora (A poligonal fechada possui segmentos que se cruzam?) e anotar as respostas (sim ou não) na coluna correspondente no quadro de atividades.

Figura 47: Quadro de Observação – Atividade 04



Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 48: Quadro preenchido da Atividade 04 – Equipe 01

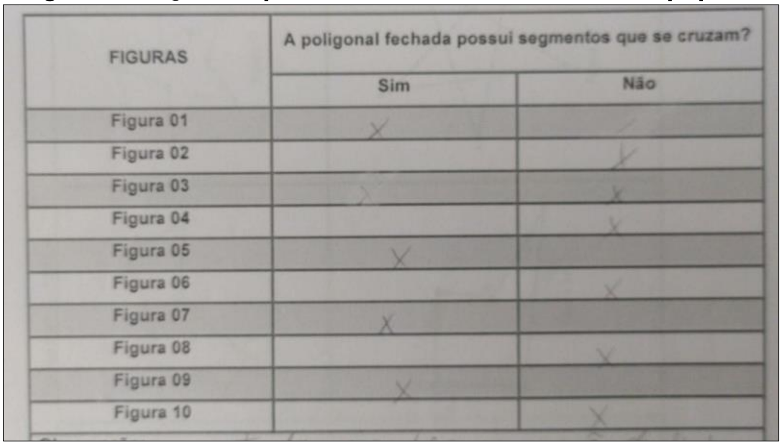


FIGURAS	A poligonal fechada possui segmentos que se cruzam?	
	Sim	Não
Figura 01	X	
Figura 02		X
Figura 03		X
Figura 04		X
Figura 05	X	
Figura 06		X
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09	X	
Figura 10		X

Observação: [illegible]

Fonte: Experimentação, 2019.

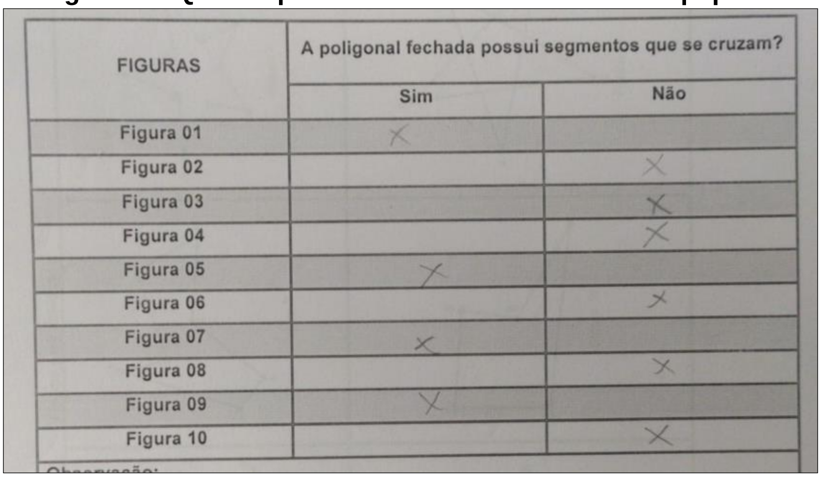
Figura 49: Quadro preenchido da Atividade 04 – Equipe 02



FIGURAS	A poligonal fechada possui segmentos que se cruzam?	
	Sim	Não
Figura 01	X	
Figura 02		X
Figura 03		X
Figura 04		X
Figura 05	X	
Figura 06		X
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09	X	
Figura 10		X

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 50: Quadro preenchido da Atividade 04 – Equipe 03

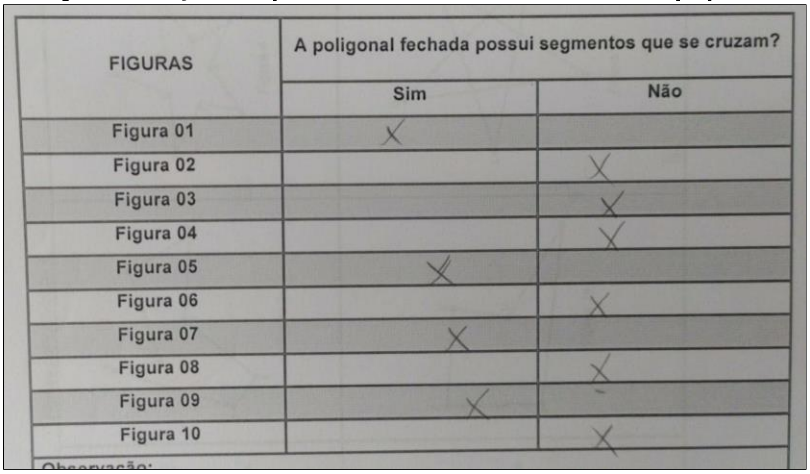


FIGURAS	A poligonal fechada possui segmentos que se cruzam?	
	Sim	Não
Figura 01	X	
Figura 02		X
Figura 03		X
Figura 04		X
Figura 05	X	
Figura 06		X
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09	X	
Figura 10		X

Observação:

Fonte: Experimentação, 2019.

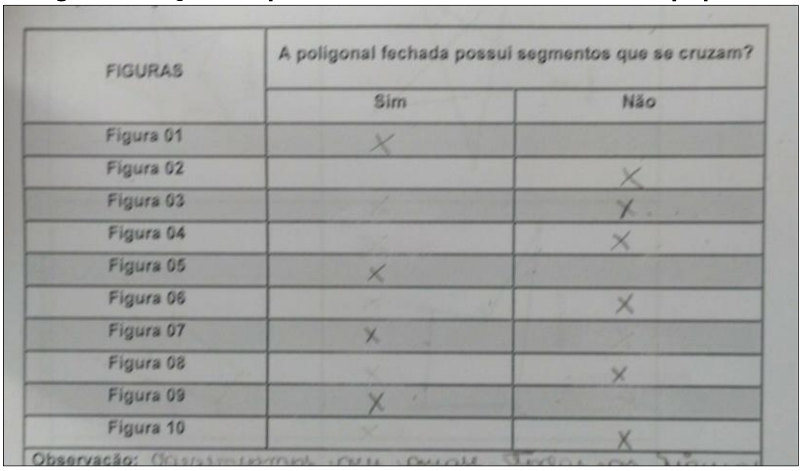
Figura 51: Quadro preenchido da Atividade 04 – Equipe 04



FIGURAS	A poligonal fechada possui segmentos que se cruzam?	
	Sim	Não
Figura 01	X	
Figura 02		X
Figura 03		X
Figura 04		X
Figura 05	X	
Figura 06		X
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09	X	
Figura 10		X

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 52: Quadro preenchido da Atividade 04 – Equipe 05

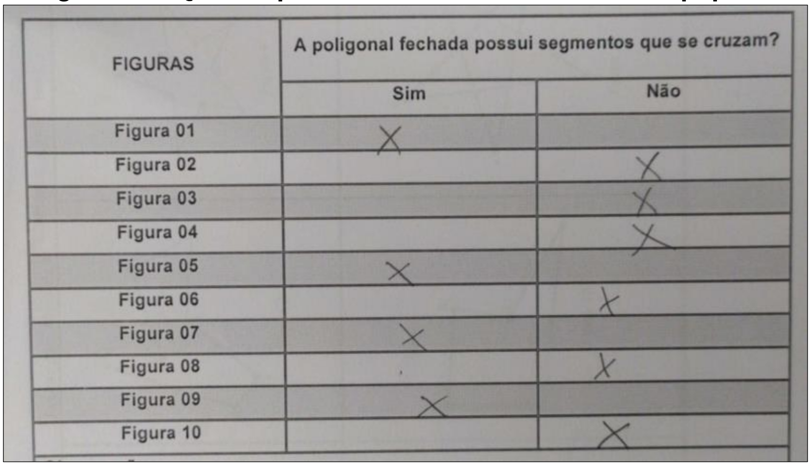


FIGURAS	A poligonal fechada possui segmentos que se cruzam?	
	Sim	Não
Figura 01	X	
Figura 02		X
Figura 03		X
Figura 04		X
Figura 05	X	
Figura 06		X
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09	X	
Figura 10		X

Observação: [illegible]

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 53: Quadro preenchido da Atividade 04 – Equipe 06



FIGURAS	A poligonal fechada possui segmentos que se cruzam?	
	Sim	Não
Figura 01	X	
Figura 02		X
Figura 03		X
Figura 04		X
Figura 05	X	
Figura 06		X
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09	X	
Figura 10		X

Fonte: Experimentação, 2019.

Conforme analisamos os quadros preenchidos da atividade 4, todas as equipes foram capazes de identificar as poligonais fechadas que possuem segmentos de retas que se cruzam e as poligonais fechadas que não possuem segmentos de retas cruzados. Assim, demonstraram a capacidade de entendimento sobre a atividade proposta e conseguiram preencher o quadro de respostas com total aproveitamento.

Vale ressaltar que a atividade 04 fluiu tranquilamente e percebemos que os estudantes demonstravam cada vez mais íntimos da metodologia de ensino, tecendo por muitas vezes elogios àquele novo método de ensinar. Veja a seguir os quadros preenchidos com as respostas das equipes referente à atividade de ensino número 04.

Quadro 47: Observações apresentas pelos Estudantes – Atividade 04

Equipes	Observações dos Estudantes	Análise
Equipe - 01 (E_1, E_2, E_{11}, E_{20}, E_{22} e E_{26})	Observação: sim Quando as figuras se cruzam. *“sim Quando as figuras se cruzam”*	Válida, não prevista e desejada.
Equipe - 02 (E_7, E_9, E_{10}, E_{13}, E_{18} e E_{23})	Observação: que toda as figuras são de linhas retas *“que todas as figuras são de linhas retas”*	Não válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 03 (E_3, E_5, E_6, E_{15}, E_{16} e E_{24})	Observação: figura que se crusar com segumento de retas *“figura que se crusar com segmentos de retas”*	Válida, prevista e desejada.
Equipe - 04 (E_4, E_8, E_{12}, E_{14}, E_{19} e E_{21})	Observação: Quando as linhas se cruzam. *“Quando as linhas se cruzam.”*	Não válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 05 (E_{17}, E_{25}, E_{34}, E_{33}, E_{31} e E_{30})	Observação: Observamos que quase todas as figuras se cruzam. *“Observamos que quase todas as figuras se cruzam.”*	Válida, não prevista e desejada.
Equipe - 06 (E_{27}, E_{28}, E_{29}, e E_{32})	Observação: Que alguma se cruzam e outros não. *“Que algumas se cruzam e outras não.”*	Válida, prevista e desejada.

Fonte: Experimentação, 2019.

Resultado da institucionalização ao final da atividade 04: Uma poligonal fechada que não possui segmentos de retas que se cruzam, é denominada poligonal fechada simples ou polígono simples. A poligonal que possui segmentos de retas que se cruzam é denominada poligonal não simples.

Assim como nas atividades anteriores, a atividade 04 é classificada como uma atividade de conceituação e não esperávamos que estudantes viessem definir uma poligonal fechada simples ou uma poligonal fechada não simples.

A atividade em questão serviu para os estudantes perceberem que existe poligonais fechadas que cruzam seus segmentos e poligonais fechadas que não cruzam seus segmentos.

Diante das observações descritas pelas equipes, foi possível constatar que eles identificaram que existem poligonais fechadas com segmentos de retas que se cruzam e poligonais em que seus segmentos de retas não se cruzam. Assim, com base nas respostas dos estudantes fizemos a institucionalização da atividade de conceituação e definimos uma poligonal fechada simples como um polígono simples. A seguir apresentamos o quadro com a classificação das observações.

Quadro 48: Classificação das Observações da atividade 04

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	2	33,33%
Válida, prevista e não desejada	2	33,33%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	2	33,33%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação, 2019.

Conforme resumimos no quadro anterior, a maioria dos estudantes conseguiu observar de maneira satisfatória o que pretendíamos quando propomos a atividade de ensino 04, colaborando assim, para suas próprias conclusões.

Vale ressaltar que, todas equipes conseguiram fazer a atividade proposta, embora não tenham conseguido expressar com clareza as observações levantadas. Contudo, foi possível com as observações relatadas concretizarmos a atividade dando-lhes o conceito de poligonal fechada simples ou polígono simples.

Os estudos realizados pelas quatro atividades relatadas nesta primeira sessão de ensino vieram casados para que fosse possível aos estudantes uma formalização do conceito de polígono simples, tendo em vista a necessidade imediata para prosseguimentos nos estudos sobre a temática de polígonos.

Uma grande preocupação nossa era em relação ao tempo de aplicação das quatro atividades, tínhamos 100 minutos disponíveis, correspondentes a duas aulas de matemática. Para a realização fizemos uma planejamento inicial dividindo os 100min em quatro tempos 25min para cada atividade, no entanto, a atividade 01 demorou mais que o planejado, devido as orientações iniciais e intervenções feitas pelos estudantes, consumindo em torno de 32 min, as demais atividades foram bem rápidas, respectivamente consumiram 21 min, 18min e 17 min, pois as estudantes já estavam familiarizados com a metodologia de ensino.

Analisando o tempo gasto na realização da primeira sessão de estudos, podemos concluir que as atividades foram realizadas com um saldo positivo de 8 min e fazendo oposição ao argumento levantado por críticos ao ensino por atividade que a metodologia de ensino consome muito tempo, tornando-a inviável.

Finalizamos a sessão proposta de estudos com um sentimento de dever cumprido, embora ressaltemos as dificuldades no entendimento da primeira atividade pelas equipes, que causou, um consumo maior de tempo, o que é aceitável, afinal naquele momento estavam diante de algo nova para eles.

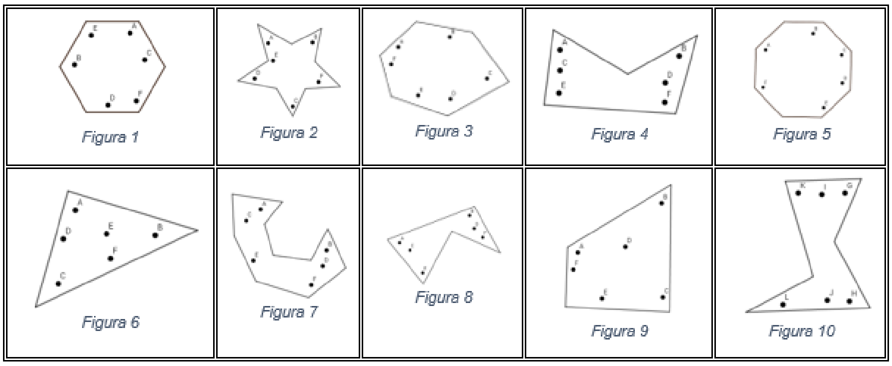
5.4.2 - 2ª Sessão de Ensino (Atividades 05 e 06)

A segunda sessão de ensino ocorreu em 27 de junho de 2019 no turno vespertino, no horário das 13h às 14:10h, com presença confirmada dos 34 estudantes da turma de 8° ano do ensino fundamental. Esta sessão de ensino é composta de duas atividades de ensino e uma atividade para aprofundar o conteúdo ensinado. A seguir discorreremos sobre as atividades propostas e consequentemente sobre as suas aplicações.

A atividade de número 05 é composta de um roteiro, um quadro de figuras que representam polígonos convexos e polígonos côncavos e traz uma pergunta norteadora para que os estudantes possam respondê-la obedecendo o que o é orientado no roteiro.

Na atividade 05 é feito à pergunta aos estudantes: Quando traçamos os seguimentos de reta AB, CD e EF, em quais figuras os seguimentos traçados ficam totalmente contidos no polígono simples que contém seus extremos? Ressaltamos os pontos já vinham gravados nas figuras, cabendo aos estudantes traçar os seguimentos e responder à pergunta norteadora. A seguir mostramos os quadros preenchidos com as respostas das equipes e o quadro de observação referente a atividade.

Figura 54: Quadro de Observação – Atividade 05



Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 55: Quadro preenchido da Atividade 05 – Equipe 01

Figura	Quando traçamos os seguimentos de reta AB, CD e EF, em quais figuras os seguimentos traçados ficam totalmente contidos no polígono simples que contém seus extremos?
Figura 01	sim
Figura 02	não
Figura 03	sim
Figura 04	não
Figura 05	sim
Figura 06	sim
Figura 07	não
Figura 08	não
Figura 09	sim
Figura 10	não

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 56: Quadro preenchido da Atividade 05 – Equipe 02

Figura	Quando traçamos os seguimentos de reta AB, CD e EF, em quais figuras os seguimentos traçados ficam totalmente contidos no polígono simples que contém seus extremos?
Figura 01	X
Figura 02	
Figura 03	X
Figura 04	
Figura 05	X
Figura 06	X
Figura 07	
Figura 08	
Figura 09	X
Figura 10	

Observações esperadas:

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 57: Quadro preenchido da Atividade 05 – Equipe 03

Figura	Quando traçamos os seguimentos de reta AB, CD e EF, em quais figuras os seguimentos traçados ficam totalmente contidos no polígono simples que contém seus extremos?
Figura 01	X
Figura 02	
Figura 03	X
Figura 04	
Figura 05	X
Figura 06	X
Figura 07	
Figura 08	
Figura 09	X
Figura 10	

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 58: Quadro preenchido da Atividade 05 – Equipe 04

Figura	Quando traçamos os seguimentos de reta AB, CD e EF, em quais figuras os seguimentos traçados ficam totalmente contidos no polígono simples que contém seus extremos?
Figura 01	X
Figura 02	
Figura 03	X
Figura 04	
Figura 05	X
Figura 06	X
Figura 07	
Figura 08	
Figura 09	X
Figura 10	

Observações esperadas:

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 59: Quadro preenchido da Atividade 05 – Equipe 05

Figura	Quando traçamos os seguimentos de reta AB, CD e EF, em quais figuras os seguimentos traçados ficam totalmente contidos no polígono simples que contém seus extremos?
Figura 01	X
Figura 02	
Figura 03	X
Figura 04	
Figura 05	X
Figura 06	X
Figura 07	
Figura 08	
Figura 09	X
Figura 10	

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 60: Quadro preenchido da Atividade 05 – Equipe 06

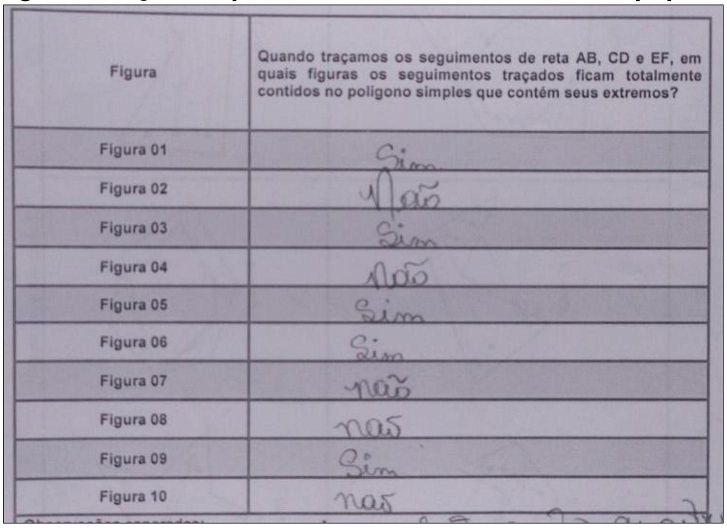


Figura	Quando traçamos os seguimentos de reta AB, CD e EF, em quais figuras os seguimentos traçados ficam totalmente contidos no polígono simples que contém seus extremos?
Figura 01	Sim
Figura 02	Não
Figura 03	Sim
Figura 04	Não
Figura 05	Sim
Figura 06	Sim
Figura 07	não
Figura 08	nas
Figura 09	Sim
Figura 10	nas

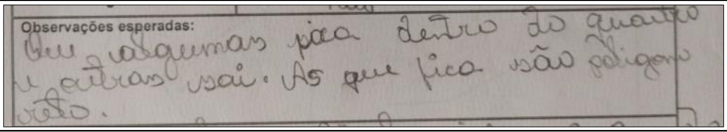
Fonte: Experimentação, 2019.

Conforme analisamos os quadros preenchidos da atividade de ensino número 5, todas as equipes foram capazes, após traçar os segmentos que a atividade exigia, de identificar os polígonos simples em os seguimentos ficavam totalmente contidos nas figuras e com isso responder à pergunta feita no quadro de resposta. Assim, demonstraram a capacidade de entendimento sobre a atividade proposta e conseguiram total êxito no preenchimento do quadro de respostas.

No quadro a seguir mostramos as observações levantadas pelas equipes e análise feita para concretização desta atividade de conceituação de um polígono convexo.

Quadro 49: Observações apresentas pelos Estudantes – Atividade 05

Equipes	Observações dos Estudantes	Análise
Equipe - 01 (E_1, E_2, E_{11}, E_{20}, E_{22} e E_{26})	Observações esperadas: sim quando as retas não sairam das figuras *"sim quando as retas não saíram das figuras"*	Válida, prevista e desejada.
Equipe - 02 (E_7, E_9, E_{10}, E_{13}, E_{18} e E_{23})	Observações esperadas: E que todas são retas, mais com o fomorto difirentes. *"E que todas são retas, mas com formas diferentes."*	Não válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 03 (E_3, E_5, E_6, E_{15}, E_{16} e E_{24})	Observações esperadas: ligar ponto á ponto dirandos em linhas retas. *"ligar ponto a ponto deixando em linhas retas."*	Não válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 04 (E_4, E_8, E_{12}, E_{14}, E_{19} e E_{21})	Observações esperadas: Todas as linhas que se trasam ficam total mente dentro dos poligono. *"todas as linhas que se trasam ficam totalmente dentro dos polígono."*	Não válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 05	Observações esperadas: Quando elas estão totalmente dentro, eles são poligono simples.	Válida, prevista e desejada.

(E_{17}, E_{25}, E_{34}, E_{33}, E_{31} e E_{30})	*"Quando elas estão totalmente dentro, eles são polígonos simples."*	
Equipe - 06 (E_{27}, E_{28}, E_{29} e E_{32})	 Observações esperadas: *"Que algumas fica dentro do quadro e outras sai. As que fica são poligono reto."*	Válida, prevista e desejada

Fonte: Experimentação, 2019.

Resultado da institucionalização ao final da atividade 04: Um polígono simples é convexo, quando podemos traçar qualquer segmento de reta com extremos contidos no seu interior e o seguimento fica totalmente dentro do polígono.

As observações relatadas pelos estudantes no quadro de resposta nos mostram claramente que eles perceberam que existem polígonos que contém um seguimento de reta traçado no seu interior e que existem também polígonos que não contém totalmente segmentos de retas traçados com extremos em sua parte interna. A seguir apresentamos o quadro com a classificação das observações apresentas pelos estudantes referentes a esta atividade de ensino.

Quadro 50: Classificação das Observações da atividade 05

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	3	50%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	3	50%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação, 2019.

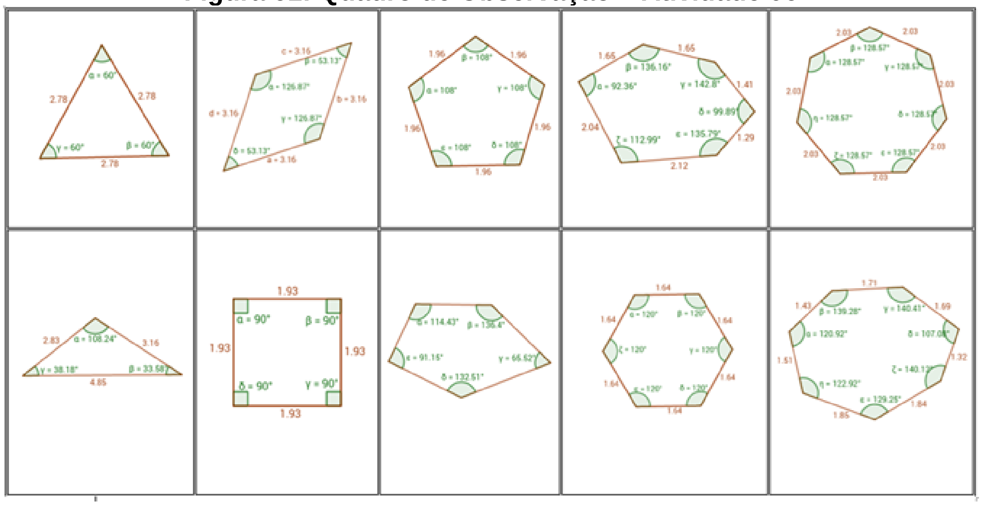
Conforme resumimos no quadro anterior, a maioria dos estudantes conseguiu observar de maneira satisfatória o que pretendíamos quando propomos a atividade de ensino 04, colaborando assim, para suas próprias conclusões.

Mesmo não sendo possível às equipes definirem um polígono convexo, ficou claro pelas observações levantadas por eles, características necessárias para sua definição, concretizando assim, o conceito de polígono convexo e de polígono côncavo. Ressaltamos que neste momento o suporte do professor é fundamental.

A atividade de número 06 consiste em ser analisado pelos estudantes um quadro composto por figuras contendo polígonos com lados iguais e consequentemente medidas dos ângulos internos iguais, como também continha polígonos com lados de medidas diferentes e medidas de ângulos internos também diferentes.

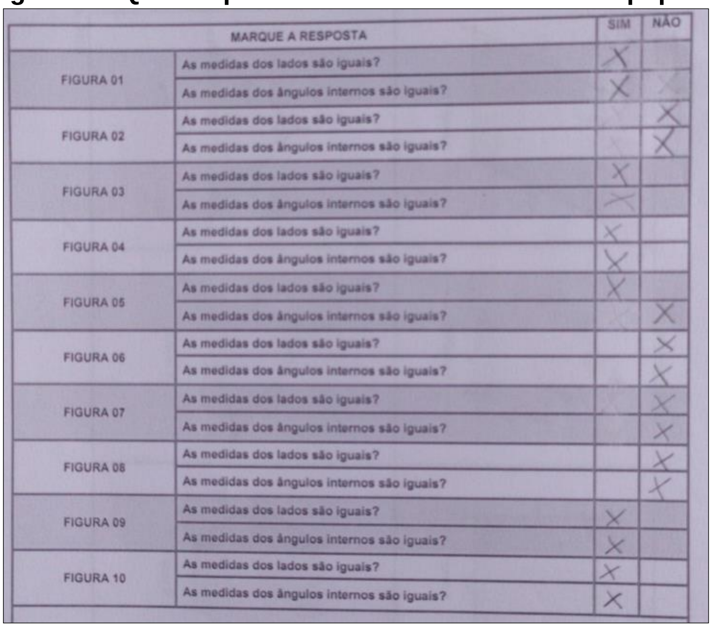
Nesta atividade solicitamos dos estudantes que respondessem às perguntas norteadoras (As medidas dos lados são iguais? As medidas dos ângulos internos são iguais?) para cada figura observada e posteriormente marcasse a resposta no quadro da atividade. Veja a seguir os quadros com as respostas apresentadas pelos estudantes à pergunta norteadora da atividade e o quadro de observação da referida atividade.

Figura 61: Quadro de Observação – Atividade 06



Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 62: Quadro preenchido da Atividade 06 – Equipe 01



MARQUE A RESPOSTA		SIM	NÃO
FIGURA 01	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 02	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 03	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 04	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 05	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 06	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 07	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 08	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 09	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 10	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 63: Quadro preenchido da Atividade 06 – Equipe 02

MARQUE A RESPOSTA		SIM	NÃO
FIGURA 01	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 02	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 03	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 04	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 05	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 06	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 07	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 08	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 09	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 10	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 64: Quadro preenchido da Atividade 06 – Equipe 03

MARQUE A RESPOSTA		SIM	NÃO
FIGURA 01	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 02	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 03	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 04	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 05	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 06	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 07	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 08	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 09	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 10	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 65: Quadro preenchido da Atividade 06 – Equipe 04

MARQUE A RESPOSTA		SIM	NÃO
FIGURA 01	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 02	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 03	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 04	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 05	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 06	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 07	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 08	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 09	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 10	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	

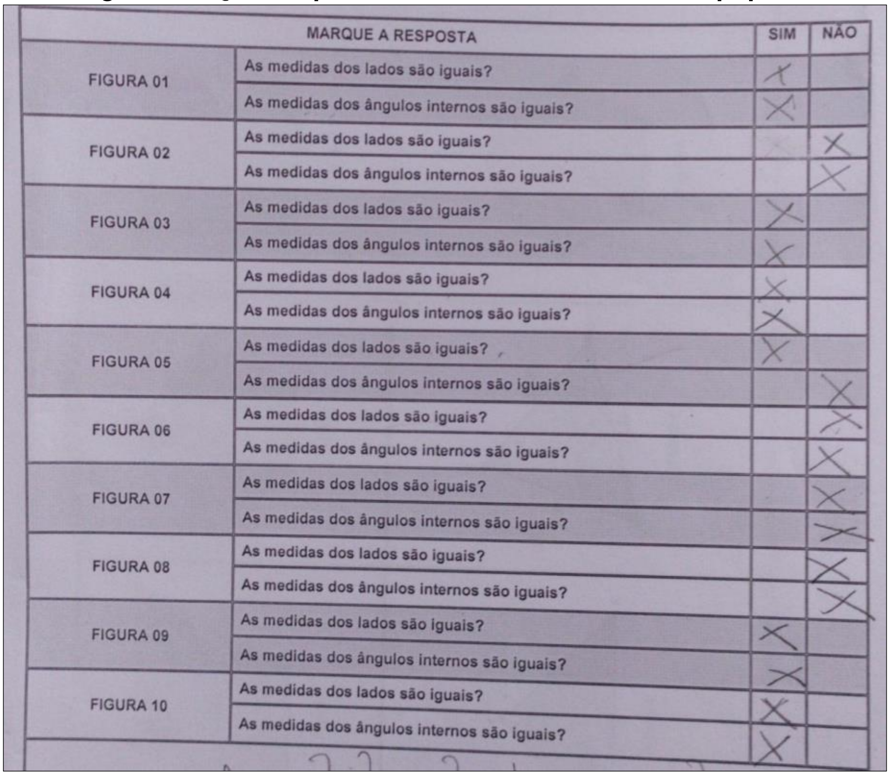
Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 66: Quadro preenchido da Atividade 06 – Equipe 05

MARQUE A RESPOSTA		SIM	NÃO
FIGURA 01	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 02	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 03	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 04	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 05	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 06	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 07	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 08	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 09	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 10	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 67: Quadro preenchido da Atividade 06 – Equipe 06

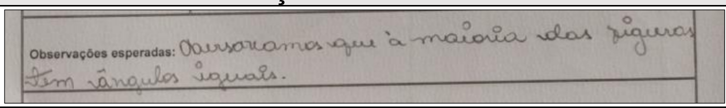
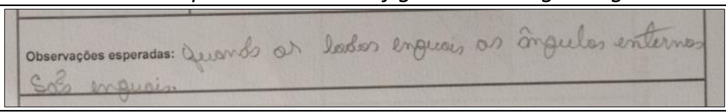
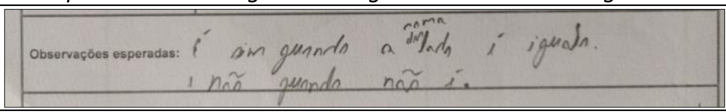
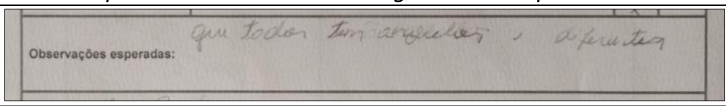


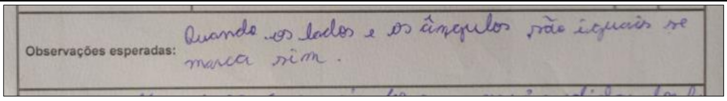
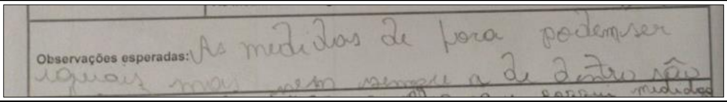
MARQUE A RESPOSTA		SIM	NÃO
FIGURA 01	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 02	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 03	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 04	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 05	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 06	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 07	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 08	As medidas dos lados são iguais?		X
	As medidas dos ângulos internos são iguais?		X
FIGURA 09	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	
FIGURA 10	As medidas dos lados são iguais?	X	
	As medidas dos ângulos internos são iguais?	X	

Fonte: Experimentação, 2019.

A atividade de número 06, é conceitual e busca definir através das observações levantadas o conceito de polígono regular. Todas as equipes foram capazes de responder atividade de ensino seguindo as orientações do roteiro e escrevendo as observações que constam no quadro resumo a seguir. Afirmaram nas observações características necessárias para que o professor pudesse formalizar com eles o conceito de um polígono regular.

Quadro 51: Observações apresentas pelos Estudantes – Atividade 06

Equipes	Observações dos Estudantes	Análise
Equipe - 01 (E_1, E_2, E_{11}, E_{20}, E_{22} e E_{26})	 *"Observamos que à maioria das figuras tem ângulos iguais."*	Válida, prevista e desejada.
Equipe - 02 (E_7, E_9, E_{10}, E_{13}, E_{18} e E_{23})	 *"quando os lados iguais os ângulos enternos são enguais"*	Válida, prevista e desejada.
Equipe - 03 (E_3, E_5, E_6, E_{15}, E_{16} e E_{24})	 *"É sim quando a soma dos lado é iguais. e não quando não é."*	Válida, prevista e desejada.
Equipe - 04 (E_4, E_8, E_{12}, E_{14}, E_{19} e E_{21})	 *"que todos tem ângulos i diferentes"*	Não válida, não prevista e não desejada.

Equipe - 05 (E_{17}, E_{25}, E_{34}, E_{33}, E_{31} e E_{30})	 *"Quando os lados e os ângulos são iguais se marca sim."*	Válida, prevista e desejada.
Equipe - 06 (E_{27}, E_{28}, E_{29} e E_{32})	 *"As medidas de fora podem ser iguais mas nem sempre a de dentro são."*	Válida, prevista e desejada.

Fonte: Experimentação, 2019.

Resultado da institucionalização ao final da atividade 06: Os polígonos simples que possui medidas dos lados iguais e medidas dos seus ângulos internos iguais, é um polígono regular.

As observações relatadas pelos estudantes no quadro de resposta nos mostram claramente que eles perceberam que existem polígonos que contém medidas dos lados iguais e dos seus ângulos internos também iguais ao mesmo tempo.

Quadro 52: Classificação das Observações da atividade 06

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	5	83,33%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	1	16,67%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação, 2019.

Conforme resumimos no quadro anterior, a maioria dos estudantes conseguiu observar de maneira satisfatória o que pretendíamos quando propomos a atividade de ensino 06, colaborando assim, para suas próprias conclusões.

Após a concretização das atividades 05 e 06 tivemos um momento de aplicação de questões de aprofundamento tratando sobre a temática conceitual de polígonos e não-polígonos, polígonos convexos e côncavos, e por fim, abordamos também, polígonos regulares. Este momento serviu para a fixação do conteúdo ensinado nas atividades até o momento do experimento.

Nas análises prévias deste estudo, estimamos o tempo de aplicação para este segundo momento de ensino em torno de 100 minutos. No entanto, fizemos a aplicação das duas atividades de ensino (05 e 06), respectivamente em 18min e 16 min, sobrando um tempo considerável para as questões de aprofundamento.

Notemos que atividade 05 e atividade 06 que são específicas referentes ao ensino do conteúdo matemático (polígonos convexos ou côncavos e polígonos regulares), ficaram abaixo dos 20 min suas execuções. Vale lembrar que nas análises prévias em nosso roteiro de experimentação tínhamos planejado 25 min para cada uma e mais 30 min para as atividades de aprofundamento.

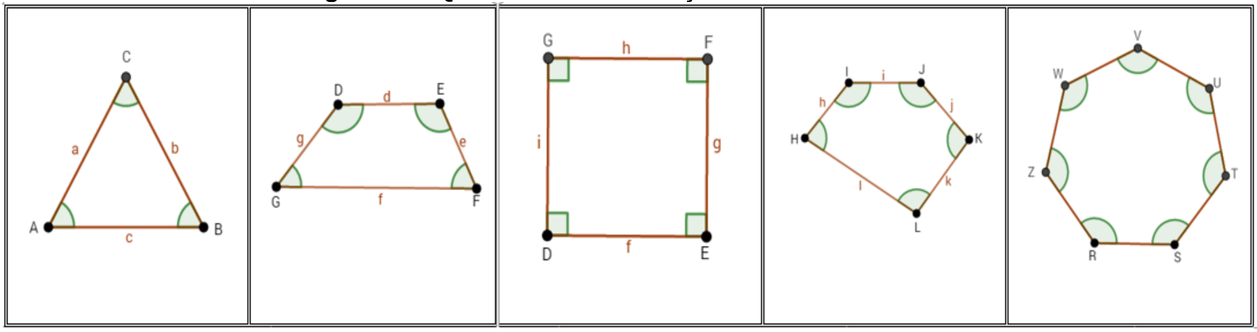
Assim como na primeira sessão de ensino, nosso segundo momento de estudos foi bastante célere e proveitoso, confirmando mais uma vez que a variável tempo não é um obstáculo para ensinar conteúdos matemáticos através do ensino por atividades. A seguir continuaremos com a descrição e análises das atividades da sequência didática referente agora à 3ª sessão de estudos.

5.4.3 - 3ª Sessão de Estudos (Atividades 07 e 08)

A terceira sessão de ensino referente a aplicação de nossa sequência didática, aconteceu no dia 03 de julho de 2019 no turno vespertino das 13:50h às 14:50h, foi aplicada aos estudantes do 8° Ano do Ensino fundamental, constando com a presenta de todos os 34 estudantes. Este momento de aprendizagem foi composto por duas atividades de ensino e uma atividade de aprofundamento. A seguir discorremos sobre a aplicação das atividades e suas análises após as observações descritas pelas equipes participantes do experimento.

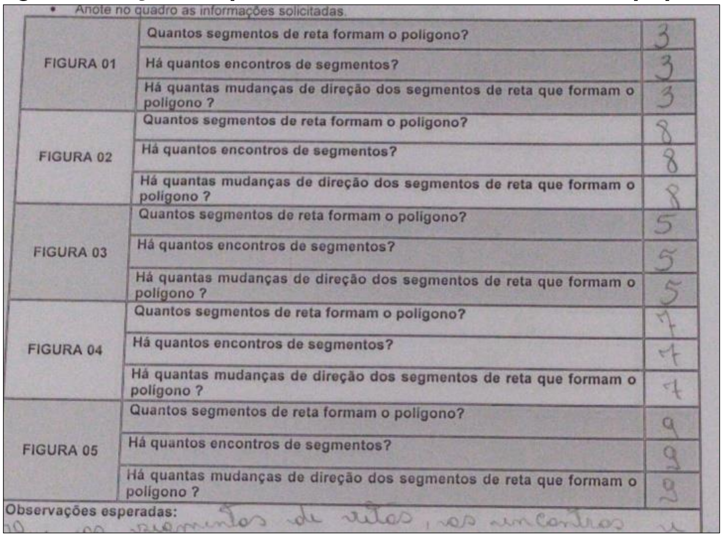
A sessão de ensino abordou na atividade de número 07 os elementos que compõem um polígono, solicitava dos estudantes que observasse as cinco figuras que representavam polígonos e respondesse três perguntas (Quantos segmentos de reta formam o polígono? Há quantos encontros de segmentos? Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono?) referentes à figura observada. A seguir mostraremos os quadros preenchidos pelos estudantes que participaram do experimento, como também o quadro com as figuras usadas para os estudantes colher as informações solicitadas.

Figura 68: Quadro de Observação – Atividade 07



Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 69: Quadro preenchido da Atividade 07 – Equipe 01



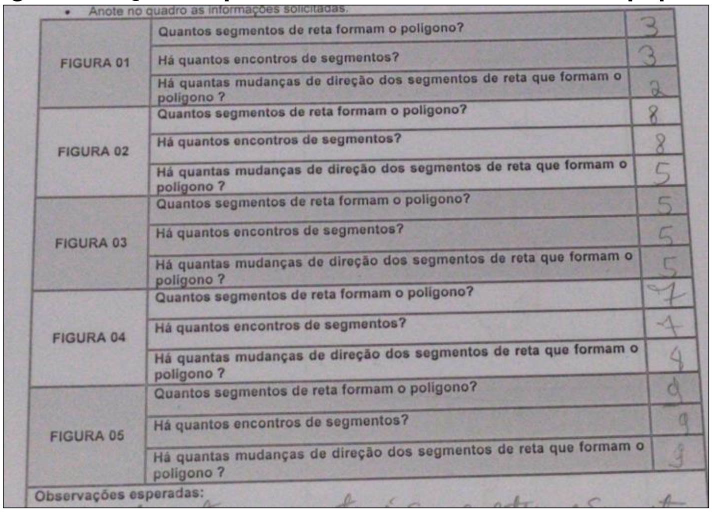
• Anote no quadro as informações solicitadas.

FIGURA 01	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	3
	Há quantos encontros de segmentos?	3
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	3
FIGURA 02	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	8
	Há quantos encontros de segmentos?	8
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	8
FIGURA 03	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	5
	Há quantos encontros de segmentos?	5
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	5
FIGURA 04	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	7
	Há quantos encontros de segmentos?	7
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	7
FIGURA 05	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	9
	Há quantos encontros de segmentos?	9
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	9

Observações esperadas: segmentos de retas, os encontros

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 70: Quadro preenchido da Atividade 07 – Equipe 02



• Anote no quadro as informações solicitadas.

FIGURA 01	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	3
	Há quantos encontros de segmentos?	3
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	2
FIGURA 02	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	8
	Há quantos encontros de segmentos?	8
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	5
FIGURA 03	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	5
	Há quantos encontros de segmentos?	5
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	5
FIGURA 04	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	7
	Há quantos encontros de segmentos?	7
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	4
FIGURA 05	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	9
	Há quantos encontros de segmentos?	9
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	3

Observações esperadas:

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 71: Quadro preenchido da Atividade 07 – Equipe 03

• Anote no quadro as informações solicitadas.

FIGURA 01	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	3
	Há quantos encontros de segmentos?	3
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	3
FIGURA 02	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	8
	Há quantos encontros de segmentos?	8
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	8
FIGURA 03	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	5
	Há quantos encontros de segmentos?	5
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	5
FIGURA 04	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	7
	Há quantos encontros de segmentos?	7
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	7
FIGURA 05	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	9
	Há quantos encontros de segmentos?	9
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	9

Observações esperadas:

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 72: Quadro preenchido da Atividade 07 – Equipe 04

• Anote no quadro as informações solicitadas.

FIGURA 01	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	3
	Há quantos encontros de segmentos?	3
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	3
FIGURA 02	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	8
	Há quantos encontros de segmentos?	8
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	8
FIGURA 03	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	5
	Há quantos encontros de segmentos?	5
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	5
FIGURA 04	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	7
	Há quantos encontros de segmentos?	7
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	7
FIGURA 05	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	9
	Há quantos encontros de segmentos?	9
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	9

Observações esperadas:

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 73: Quadro preenchido da Atividade 07 – Equipe 05

FIGURA 01	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	3
	Há quantos encontros de segmentos?	3
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	3
FIGURA 02	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	8
	Há quantos encontros de segmentos?	8
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	8
FIGURA 03	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	5
	Há quantos encontros de segmentos?	5
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	5
FIGURA 04	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	7
	Há quantos encontros de segmentos?	7
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	7
FIGURA 05	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	9
	Há quantos encontros de segmentos?	9
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	9

Observações esperadas:

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 74: Quadro preenchido da Atividade 07 – Equipe 06

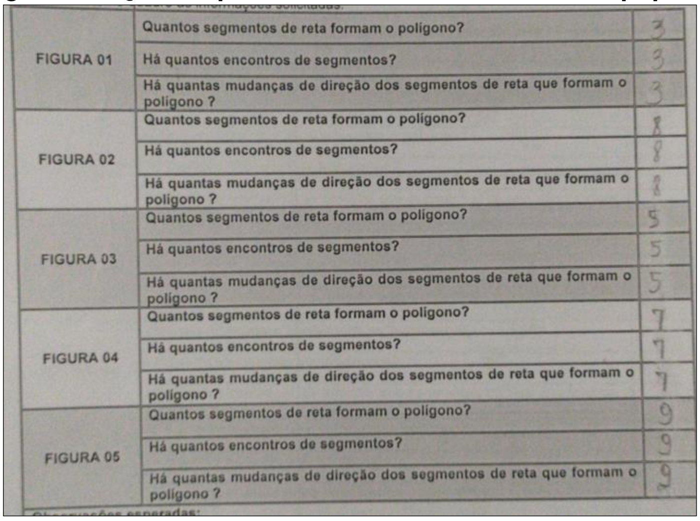


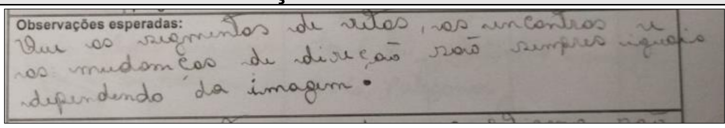
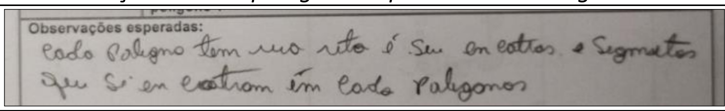
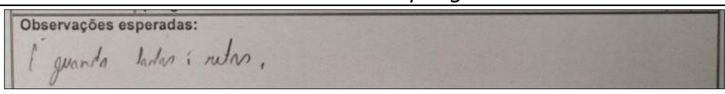
FIGURA 01	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	3
	Há quantos encontros de segmentos?	3
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	3
FIGURA 02	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	8
	Há quantos encontros de segmentos?	8
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	8
FIGURA 03	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	5
	Há quantos encontros de segmentos?	5
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	5
FIGURA 04	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	7
	Há quantos encontros de segmentos?	7
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	7
FIGURA 05	Quantos segmentos de reta formam o polígono?	9
	Há quantos encontros de segmentos?	9
	Há quantas mudanças de direção dos segmentos de reta que formam o polígono ?	9

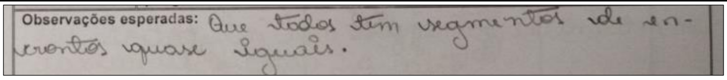
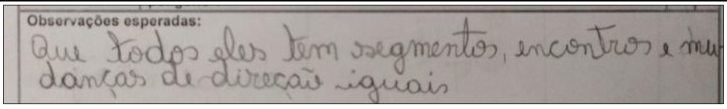
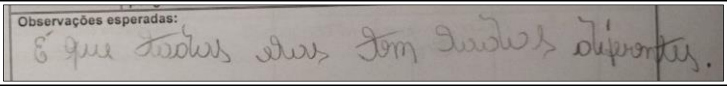
Fonte: Experimentação, 2019.

O objetivo principal da atividade 07 era que os estudantes notassem através das respostas dadas às três perguntas realizadas, que seriam quantidades iguais para cada polígono observado, assim podendo concluir que independente do polígono, aqueles itens solicitados sempre teriam quantidades iguais. Outrossim, poderiam ainda buscar nomes para os três itens perguntados, descobrindo assim, os elementos que compõem um polígono qualquer.

Conforme analisamos os quadros preenchidos da atividade de ensino número 7, todas as equipes foram capazes, após observação das figuras e contagem dos itens que as perguntas se referiam, de preencherem o quadro de resposta conforme se esperava. Assim, demonstraram a capacidade de entendimento sobre a atividade proposta e conseguiram total êxito em resolver a atividade proposta. A seguir mostramos no quadro as observações apresentadas pelos estudantes.

Quadro 53: Observações apresentas pelos Estudantes – Atividade 07

Equipes	Observações dos Estudantes	Análise
Equipe - 01 (E_1, E_2, E_{11}, E_{20}, E_{22} e E_{26})	 Observações esperadas: *"Que os segmentos de retas, os encontros e as mudanças de direção são sempre iguais dependendo da imagem."*	Válida, prevista e desejada.
Equipe - 02 (E_7, E_9, E_{10}, E_{13}, E_{18} e E_{23})	 Observações esperadas: *"cada polígono tem sua reta é seu encotros e segmentos que se encontram em cada poligonos."*	Válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 03 (E_3, E_5, E_6, E_{15}, E_{16} e E_{24})	 Observações esperadas: *"É quando lados é retas."*	Não válida, não prevista e não desejada.

Equipe - 04 (E_4, E_8, E_{12}, E_{14}, E_{19} e E_{21})	 Observações esperadas: Que todos tem segmentos de encontros quase iguais. *"Que todos tem segmentos de encontros quase iguais."*	Não válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 05 (E_{17}, E_{25}, E_{34}, E_{33}, E_{31} e E_{30})	 Observações esperadas: Que todos eles tem segmentos, encontros e mudanças de direção iguais *"Que todos eles tem segmentos, encontros e mudanças de direção iguais."*	Válida, prevista e desejada.
Equipe - 06 (E_{27}, E_{28}, E_{29} e E_{32})	 Observações esperadas: É que todos elas tem lados diferentes. *"É que todos elas tem lados diferentes."*	Não válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Experimentação, 2019.

Resultado da institucionalização ao final da atividade 07: A quantidade de lados, de vértices e de ângulo em polígono qualquer é sempre a mesma. Um polígono é composto por lados, vértices e ângulos.

Quando analisamos os quadros da atividade preenchidos pelos estudantes, pudemos perceber que entenderam a atividade e seguiram o roteiro corretamente, embora tenha equipe que não conseguiu relacionar as três quantidades iguais (equipe 03 e equipe 05) para os itens solicitados nas perguntas e colocar isso nas observações.

As observações relatadas pelos estudantes no quadro de resposta nos mostram claramente que eles perceberam que existem polígonos que contém medidas dos lados iguais, e dos seus ângulos internos também iguais ao mesmo tempo.

Como atividade de número 07 era de conceituação, não esperávamos que os estudantes fossem capazes conceituar os elementos de um polígono, ficando a nosso encargo diante das observações feitas mostra-lhes o conceito para os lados, vértices e ângulos internos.

Quadro 54: Classificação das Observações da atividade 07

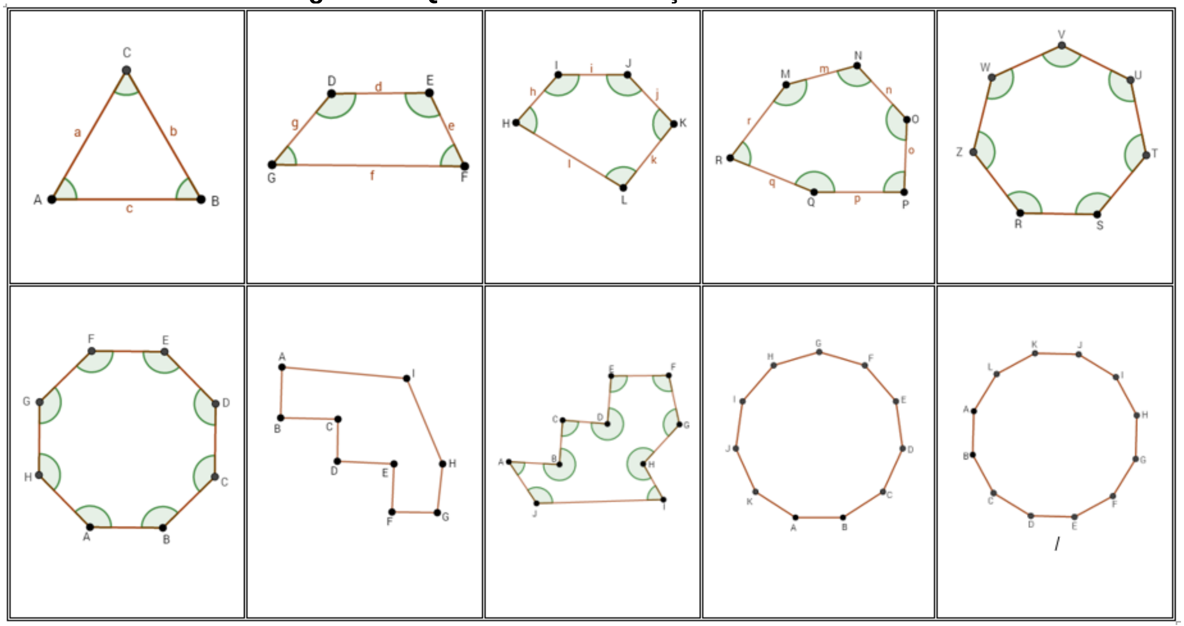
CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	2	33,33%
Válida, prevista e não desejada	0	33,33%
Válida, não prevista e não desejada	2	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	2	0%
Não formulou	0	33,33%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação, 2019.

Conforme resumimos no quadro anterior, a maioria dos estudantes conseguiu observar de maneira satisfatória o que pretendíamos quando propomos a atividade de ensino 07, colaborando assim, para suas próprias conclusões.

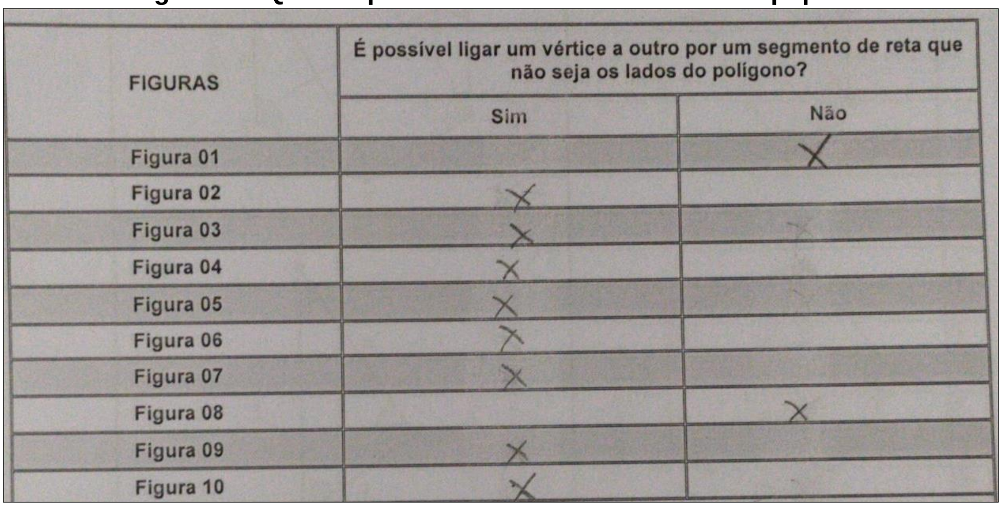
A outra atividade componente da terceira sessão de ensino, atividade de número 08 tem por objetivo conceituar a diagonal de um polígono qualquer. No roteiro da atividade é solicitado aos estudantes que observe as figuras de polígonos convexos constantes no quadro e respondam à pergunta norteadora da atividade (É possível ligar um vértice a outro por um segmento de reta que não seja os lados do polígono?). A seguir mostramos os quadros preenchidos pelos estudantes participantes do experimento e o quadro de observação.

Figura 75: Quadro de Observação – Atividade 08



Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 76: Quadro preenchido da Atividade 08 – Equipe 01



FIGURAS	É possível ligar um vértice a outro por um segmento de reta que não seja os lados do polígono? Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02	X	
Figura 03	X	
Figura 04	X	
Figura 05	X	
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09	X	
Figura 10	X	

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 77: Quadro preenchido da Atividade 08 – Equipe 02

FIGURAS	É possível ligar um vértice a outro por um segmento de reta que não seja os lados do polígono?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02	X	
Figura 03	X	
Figura 04	X	
Figura 05	X	
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09	X	
Figura 10	X	
Observações:		

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 78: Quadro preenchido da Atividade 08 – Equipe 03

FIGURAS	É possível ligar um vértice a outro por um segmento de reta que não seja os lados do polígono?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02	X	
Figura 03	X	
Figura 04	X	
Figura 05	X	
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09	X	
Figura 10	X	
Observações:		

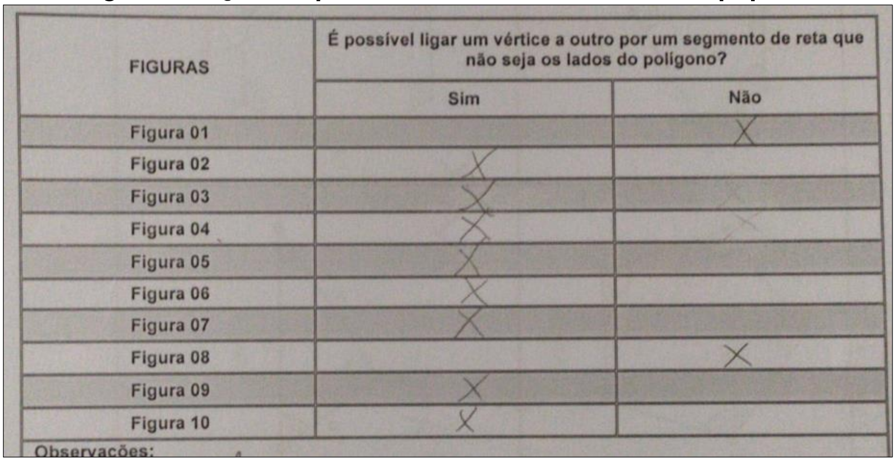
Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 79: Quadro preenchido da Atividade 08 – Equipe 04

FIGURAS	É possível ligar um vértice a outro por um segmento de reta que não seja os lados do polígono?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02	X	
Figura 03	X	
Figura 04	X	
Figura 05	X	
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09	X	
Figura 10	X	
Observações:		

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 80: Quadro preenchido da Atividade 08 – Equipe 05

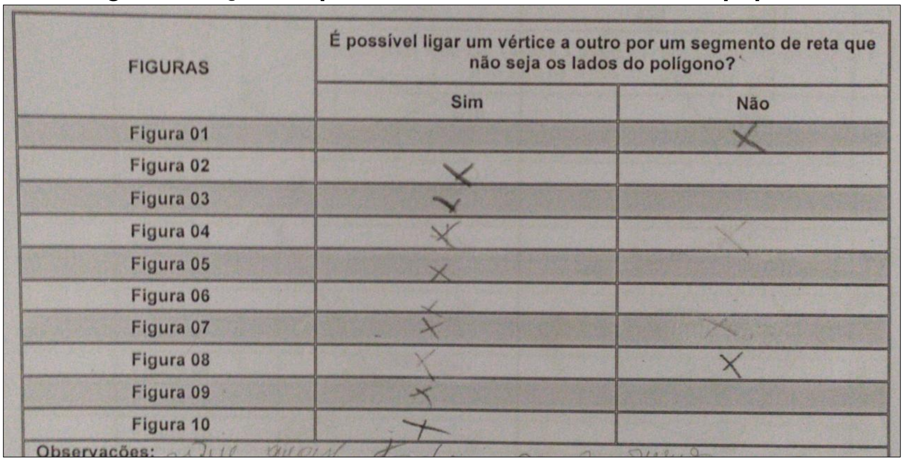


FIGURAS	É possível ligar um vértice a outro por um segmento de reta que não seja os lados do polígono?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02	X	
Figura 03	X	
Figura 04	X	
Figura 05	X	
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09	X	
Figura 10	X	

Observações:

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 81: Quadro preenchido da Atividade 08 – Equipe 06



FIGURAS	É possível ligar um vértice a outro por um segmento de reta que não seja os lados do polígono?	
	Sim	Não
Figura 01		X
Figura 02	X	
Figura 03	X	
Figura 04	X	
Figura 05	X	
Figura 06	X	
Figura 07	X	
Figura 08		X
Figura 09	X	
Figura 10	X	

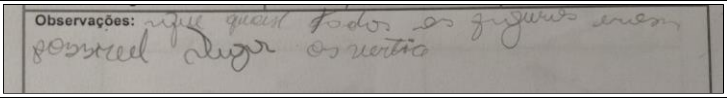
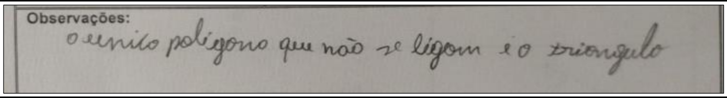
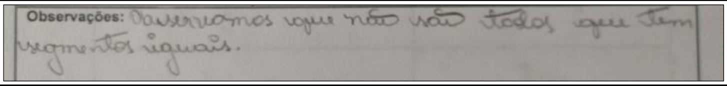
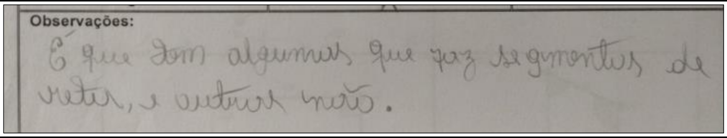
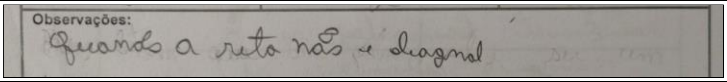
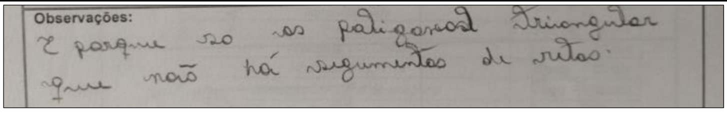
Observações:

Fonte: Experimentação, 2019.

Para os estudantes não houve dificuldade de compreensão, todas as equipes prontamente começaram a observar as figuras e tentar ligar os vértices dos polígonos por segmentos de retas excluindo as ligações pelos lados.

Conforme analisamos os quadros preenchidos da atividade de ensino número 8, todas as equipes foram capazes de preencherem o quadro de resposta conforme se esperava. Assim, demonstraram a capacidade de entendimento sobre a atividade proposta e conseguiram total êxito em resolver a atividade. A seguir mostramos no quadro as observações apresentadas pelos estudantes após a realização da atividade de ensino número 08.

Quadro 55: Observações apresentas pelos Estudantes – Atividade 08

Equipes	Observações dos Estudantes	Análise
Equipe - 01 (E_1, E_2, E_{11}, E_{20}, E_{22} e E_{26})	 *"que quase todas as figuras eram possível ligar os vértices"*	Válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 02 (E_7, E_9, E_{10}, E_{13}, E_{18} e E_{23})	 *"o único poligono que se ligam é o triangulo"*	Válida, prevista e desejada.
Equipe - 03 (E_3, E_5, E_6, E_{15}, E_{16} e E_{24})	 *"Observamos que não são todos que tem segmentos iguais"*	Não válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 04 (E_4, E_8, E_{12}, E_{14}, E_{19} e E_{21})	 *"É que tem algumas que faz segmentos de reta e outras não."*	Válida, prevista e desejada.
Equipe - 05 (E_{17}, E_{25}, E_{34}, E_{33}, E_{31} e E_{30})	 *"quando a reta não e diagnal"*	Não válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 06 (E_{27}, E_{28}, E_{29} e E_{32})	 "E porque so as polinonal triangular que não há segmentos de retas."	Válida, prevista e desejada.

Fonte: Experimentação, 2019.

Resultado da institucionalização ao final da atividade 08: Um segmento de reta que liga dois vértices de um polígono passando pela região interna é chamado de diagonal de um polígono.

As equipes responderam corretamente à pergunta feita na atividade de número 08, tínhamos 10 figuras que representavam polígonos e dentre elas dois triângulos, nos quais as equipes souberam identificar como figuras impossíveis de ligar os vértices ao não ser pelos próprios lados. Os estudantes fizeram algumas observações importantes que foram fundamentais para a concretização do conceito de uma diagonal, afinal esta atividade trata-se de uma conceituação.

Diante das observações descritas pelas equipes, foi possível constatar que foram capazes de identificar os polígonos que são possíveis traçarmos segmentos de reta que ligam um vértice a outro passando pela região interna dos polígonos, e até relatar que no triângulo não foi possível tal feito. Assim, com base nas respostas dos estudantes concretizamos a atividade de conceituação e definimos a diagonal de um polígono. A seguir apresentamos o quadro com a classificação das observações.

Quadro 56: Classificação das Observações da atividade 08

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	3	50%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	1	16,67%
Não válida, não prevista e não desejada	2	33,33%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação, 2019.

O preenchimento do quadro das atividades 07 e 08 consumiu apenas 16 minutos respectivamente, decidimos então, aplicar atividade com questões de aprofundamento para fixação dos elementos de um polígono qualquer. As atividades de aprofundamento referentes à terceira sessão de ensino da sequência didática, durou um total de 25 minutos, ficando dentro do tempo previsto para este fim.

As atividades de ensino da sequência didática continuaram sendo realizadas com intervalos de tempo abaixo dos 20 minutos previstos nas análises prévias, respectivamente ficando com 16 minutos cada uma e as questões de aprofundamento levou um pouco mais tempo, ficando com 25 minutos. Esses dados corroboram para que o tempo de aplicação não seja um vilão para uso do ensino por atividade como metodologia de ensino.

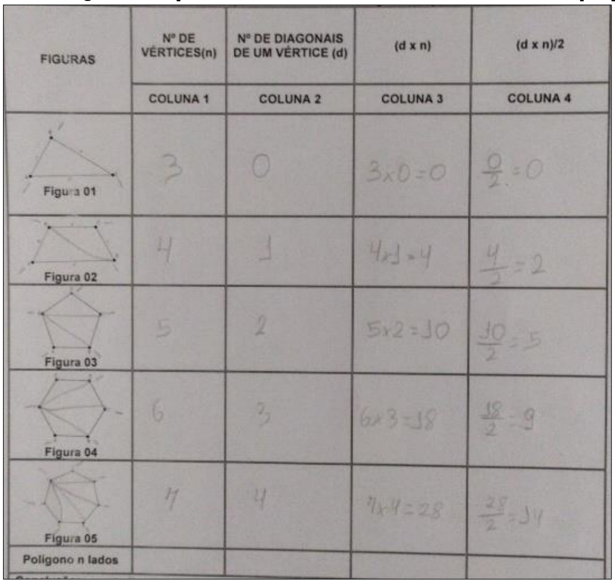
5.4.4 – 4ª Sessão de Ensino (Atividade 09)

A quarta sessão de ensino foi realizada em 04 de julho de 2019, contou com a presença dos 34 estudantes do 8° ano do ensino fundamental, turno vespertino e aconteceu das 13h às 14h. A sessão de ensino foi composta por uma atividade para deduzir o cálculo do número de diagonais de um polígono e com uma atividade de aprofundamento.

A atividade de ensino tinha como objetivo principal que os estudantes fossem capazes de deduzir a fórmula do cálculo de diagonais de um polígono. Para este fim, adotamos com adaptações atividade de Sá (2009, p. 71) que trata sobre essa temática proposta. A atividade consiste em um quadro organizado como uma tabela com a primeira linha composta pelos itens: figuras, número de vértices (n), número de diagonais que partem de um vértice (d), (d X n) e (d x n)/2.

Ao estudante era solicitado preencher o quadro com os passos descritos em cada coluna que o compõem, para isso deveria, obedecer às orientações dada no roteiro da atividade. Conforme fosse preenchendo o quadro esperava-se que estudantes fossem descobrindo e entendendo as relações dos passos que eles realizaram na atividade para ao final deduzir a fórmula do cálculo de diagonais de um polígono qualquer. A seguir mostramos os quadros preenchidos pelas equipes.

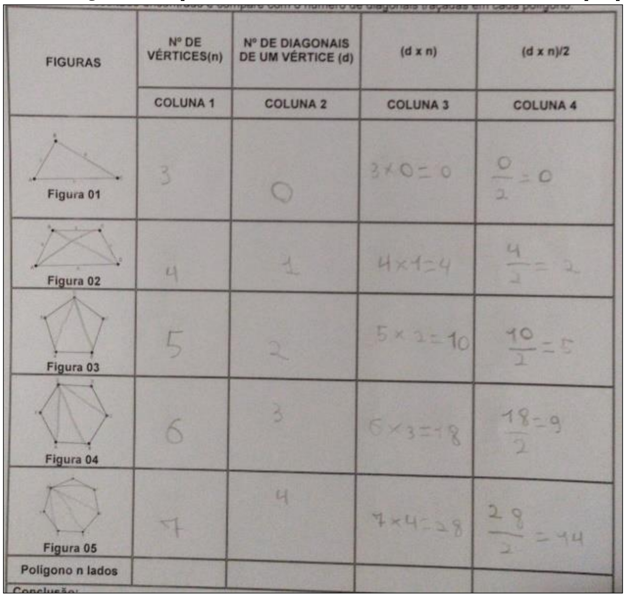
Figura 82: Quadro preenchido da Atividade 09 – Equipe 01



FIGURAS	Nº DE VÉRTICES(n)	Nº DE DIAGONAIS DE UM VÉRTICE (d)	(d x n)	(d x n)/2
	COLUNA 1	COLUNA 2	COLUNA 3	COLUNA 4
Figura 01	3	0	3x0=0	$\frac{0}{2}=0$
Figura 02	4	1	4x1=4	$\frac{4}{2}=2$
Figura 03	5	2	5x2=10	$\frac{10}{2}=5$
Figura 04	6	3	6x3=18	$\frac{18}{2}=9$
Figura 05	7	4	7x4=28	$\frac{28}{2}=14$
Polígono n lados				

Fonte: Experimentação, 2019.

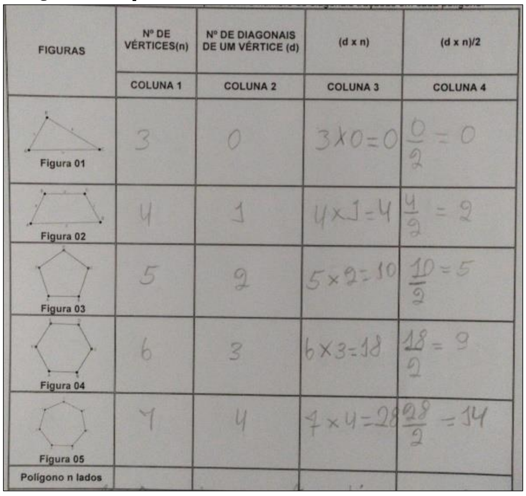
Figura 83: Quadro preenchido da Atividade 09 – Equipe 02



FIGURAS	Nº DE VÉRTICES(n)	Nº DE DIAGONAIS DE UM VÉRTICE (d)	(d x n)	(d x n)/2
	COLUNA 1	COLUNA 2	COLUNA 3	COLUNA 4
Figura 01	3	0	3×0=0	$\frac{0}{2}=0$
Figura 02	4	1	4×1=4	$\frac{4}{2}=2$
Figura 03	5	2	5×2=10	$\frac{10}{2}=5$
Figura 04	6	3	6×3=18	$\frac{18}{2}=9$
Figura 05	7	4	7×4=28	$\frac{28}{2}=14$
Polígono n lados				

Fonte: Experimentação, 2019.

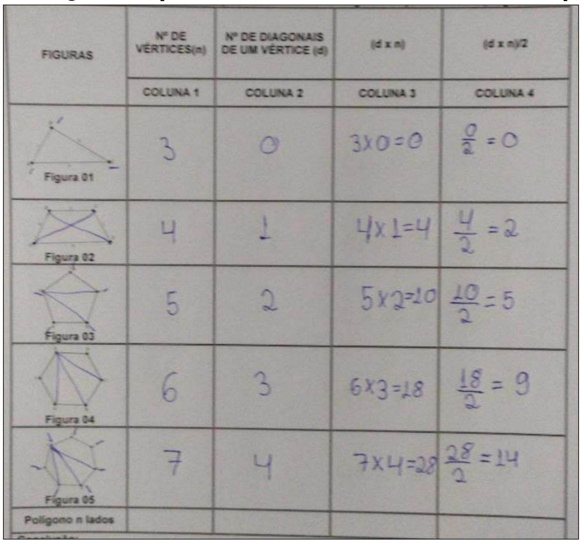
Figura 84: Quadro preenchido da Atividade 09 – Equipe 03



FIGURAS	Nº DE VÉRTICES(n)	Nº DE DIAGONAIS DE UM VÉRTICE (d)	(d x n)	(d x n)/2
	COLUNA 1	COLUNA 2	COLUNA 3	COLUNA 4
Figura 01	3	0	3x0=0	$\frac{0}{2}=0$
Figura 02	4	1	4x1=4	$\frac{4}{2}=2$
Figura 03	5	2	5x2=10	$\frac{10}{2}=5$
Figura 04	6	3	6x3=18	$\frac{18}{2}=9$
Figura 05	7	4	7x4=28	$\frac{28}{2}=14$
Polígono n lados				

Fonte: Experimentação, 2019.

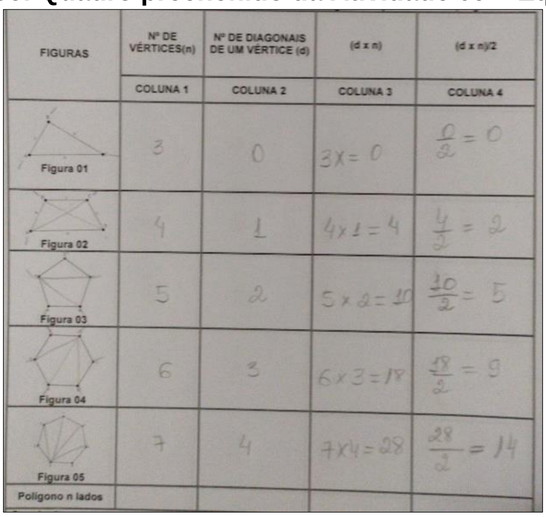
Figura 85: Quadro preenchido da Atividade 09 – Equipe 04



FIGURAS	Nº DE VÉRTICES(n)	Nº DE DIAGONAIS DE UM VÉRTICE (d)	(d x n)	(d x n)/2
	COLUNA 1	COLUNA 2	COLUNA 3	COLUNA 4
Figura 01	3	0	3x0=0	$\frac{0}{2}=0$
Figura 02	4	1	4x1=4	$\frac{4}{2}=2$
Figura 03	5	2	5x2=10	$\frac{10}{2}=5$
Figura 04	6	3	6x3=18	$\frac{18}{2}=9$
Figura 05	7	4	7x4=28	$\frac{28}{2}=14$
Polígono n lados				

Fonte: Experimentação, 2019.

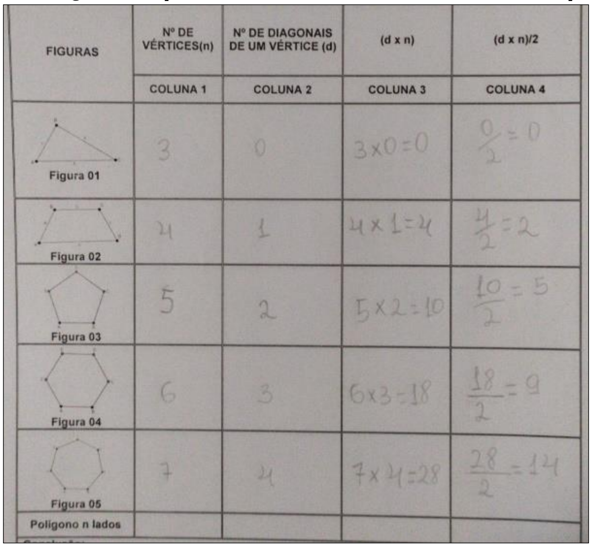
Figura 86: Quadro preenchido da Atividade 09 – Equipe 05



FIGURAS	Nº DE VÉRTICES(n)	Nº DE DIAGONAIS DE UM VÉRTICE (d)	(d x n)	(d x n)/2
	COLUNA 1	COLUNA 2	COLUNA 3	COLUNA 4
Figura 01	3	0	3x=0	$\frac{0}{2}=0$
Figura 02	4	1	4x1=4	$\frac{4}{2}=2$
Figura 03	5	2	5x2=10	$\frac{10}{2}=5$
Figura 04	6	3	6x3=18	$\frac{18}{2}=9$
Figura 05	7	4	7x4=28	$\frac{28}{2}=14$
Polígono n lados				

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 87: Quadro preenchido da Atividade 09 – Equipe 06



FIGURAS	Nº DE VÉRTICES(n)	Nº DE DIAGONAIS DE UM VÉRTICE (d)	(d x n)	(d x n)/2
	COLUNA 1	COLUNA 2	COLUNA 3	COLUNA 4
Figura 01	3	0	3x0=0	0/2 = 0
Figura 02	4	1	4x1=4	4/2 = 2
Figura 03	5	2	5x2=10	10/2 = 5
Figura 04	6	3	6x3=18	18/2 = 9
Figura 05	7	4	7x4=28	28/2 = 14
Polígono n lados				

Fonte: Experimentação, 2019.

A programação do tempo estabelecido no roteiro de experimentação para esta atividade, era que fosse realizada em 25 minutos e usássemos mais 25 minutos para atividades de aprofundamento, somando assim um total de 50 minutos para esta sessão de ensino. Porém, como a atividade é de redescoberta e foi bem diferente das demais atividades já aplicadas, os estudantes sentiram mais dificuldade e tivemos bastante intervenção com tira dúvidas para concluir a atividade.

As equipes concluíram a atividade em 45 minutos, consumindo assim, 20 minutos a mais que o planejado, sobrando apenas 15 minutos para a atividade de aprofundamento.

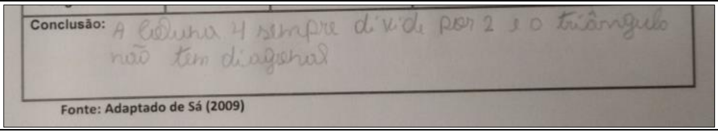
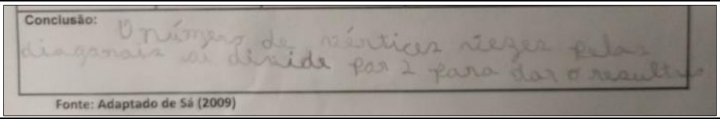
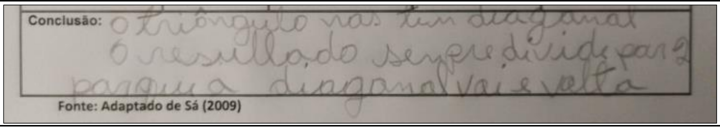
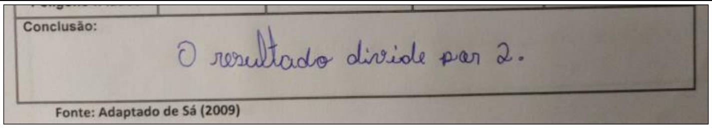
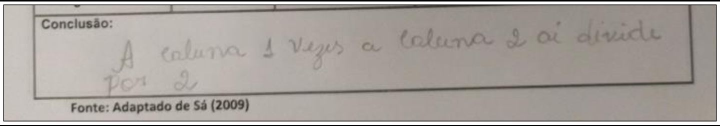
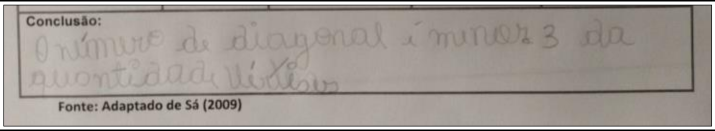
Na atividade de ensino número 09, apesar de um consumo de tempo maior para sua execução, conseguimos contornar todas as dificuldades apresentadas pelos estudantes e consequentemente apresentaram suas conclusões baseadas no que realizaram durante a atividade. As equipes não apresentaram a fórmula do cálculo do número de diagonais de um polígono, mas as conclusões apresentas foram necessárias e suficientes para deduzirmos a fórmula que atividade se propôs ensinar, sendo assim, consideramos também como uma atividade exitosa.

O tempo que foi utilizado para as atividades de aprofundamento foi bem restrito devido as dificuldades apresentadas pelas equipes na execução da atividade de ensino.

A grande percepção neste momento, em relação a distribuição do tempo na atividade 09 é que a atividade de redescoberta consume mais tempo que as atividades de conceituação, fazendo uma comparação com as outras sessões de ensino.

Ressaltamos ainda, que o tempo de 15 min que nos restou para executarmos a atividade de aprofundamento possa ter sido insuficiente para trabalhar este conteúdo. O quadro a seguir traz as conclusões dos estudantes sobre esta atividade.

Quadro 57: Observações apresentas pelos Estudantes – Atividade 09

Equipes	Conclusões dos Estudantes	Análise
Equipe - 01 (E_1, E_2, E_{11}, E_{20}, E_{22} e E_{26})	 Conclusão: A coluna 4 sempre divide por 2 e o triângulo não tem diagonal Fonte: Adaptado de Sá (2009) *"A coluna 4 sempre divide por 2 e o triângulo não tem diagonal"*	Válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 02 (E_7, E_9, E_{10}, E_{13}, E_{18} e E_{23})	 Conclusão: O número de vértices vezes pelas diagonais aí divide por 2 para dar o resultado Fonte: Adaptado de Sá (2009) *"O número de vértices vezes pelas diagonais aí divide por 2 para dar o resultado"*	Válida, não prevista e não desejada
Equipe - 03 (E_3, E_5, E_6, E_{15}, E_{16} e E_{24})	 Conclusão: o triângulo nas tem diagonal o resultado sempre divide por 2 porque a diagonal vai e volta Fonte: Adaptado de Sá (2009) *"o triângulo nas tem diagonal o resultado sempre divide por 2 porque a diagonal vai e volta"*	Válida, não prevista e não desejada
Equipe - 04 (E_4, E_8, E_{12}, E_{14}, E_{19} e E_{21})	 Conclusão: O resultado divide por 2. Fonte: Adaptado de Sá (2009) *"o resultado divide por 2."*	Válida, não prevista e não desejada
Equipe - 05 (E_{17}, E_{25}, E_{34}, E_{33}, E_{31} e E_{30})	 Conclusão: A coluna 1 vezes a coluna 2 aí divide por 2 Fonte: Adaptado de Sá (2009) *"A coluna 1 vezes a coluna 2 aí divide por 2"*	Válida, não prevista e não desejada
Equipe - 06 (E_{27}, E_{28}, E_{29} e E_{32})	 Conclusão: O número de diagonal é menor 3 da quantidade vértices Fonte: Adaptado de Sá (2009) *"O número de diagonal é menor 3 da quantidade de vértices"*	Válida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação, 2019.

Resultado da institucionalização ao final da atividade 09: O número de diagonais de polígono de n lados é calculado pela fórmula:

$$d = \frac{n\,.\,(n-3)}{2}.$$

As observações relatadas pelos estudantes no quadro de resposta nos mostram claramente que eles perceberam conseguiram abstrair dos passos realizados até chegar ao resultado do número de diagonais, características necessárias para a dedução da fórmula do cálculo do número de diagonais de um polígono qualquer. Veja a seguir o quadro resumo sobre a validação das conclusões levantadas pelos estudantes participantes do experimento.

Quadro 58: Classificação das Observações da atividade 09

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	0	0%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	6	100%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação, 2019.

Conforme resumimos no quadro anterior, a maioria dos estudantes conseguiu observar de maneira satisfatória o que pretendíamos quando propomos a atividade de ensino 09, colaborando assim, para suas próprias conclusões.

5.4.5 - 5ª Sessão de Ensino (Atividades 10 e 11)

A quinta sessão de ensino ocorreu no 05 de julho de 2019, no turno vespertino com os estudantes do 8° ano do ensino fundamental e contamos a presença de todos os 34 estudantes da turma. Este encontro foi o último de nossas sessões de ensino, abordamos nas atividades a soma dos ângulos internos e a soma dos ângulos externos de um polígono qualquer.

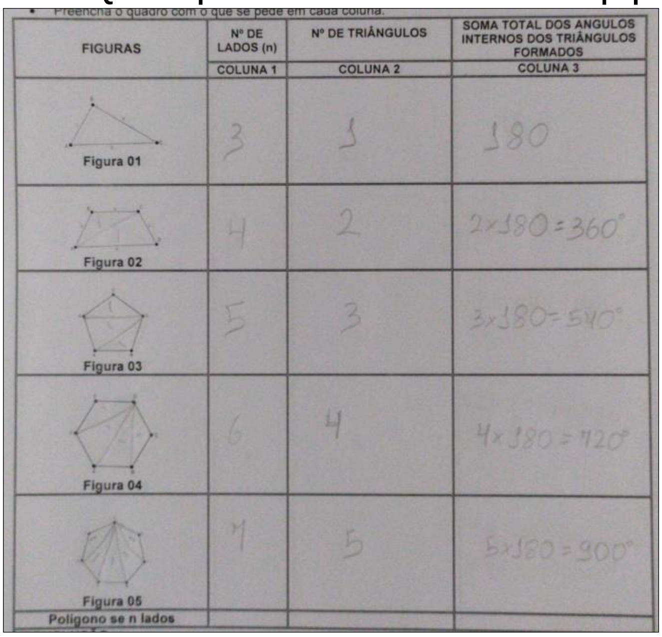
Para estas atividades, devido o tempo transcorrido na quarta sessão de ensino que abordava uma atividade de redescoberta para a dedução de uma fórmula para cálculo, previmos então, um consumo maior de tempo, embora acreditássemos que ficasse um pouco abaixo dos 45 min que ocorreu na atividade 09.

A atividade de ensino número 10 aborda a soma dos ângulos internos de um polígono e traz como objetivo deduzir a fórmula para seu cálculo. Para este fim, adotamos com adaptações atividade de Sá (2009, p. 72) que trata sobre essa temática proposta. A atividade consiste em um quadro organizado como uma tabela com a primeira linha composta pelos itens: figuras, número de lados (n), número de triângulos formados e soma total dos ângulos internos dos triângulos formados.

Para conseguirem executar a atividade proposta, era solicitado preencher o quadro com os passos descritos em cada coluna que o compõem. Para isso deveriam obedecer às orientações dada no roteiro da atividade e conforme fosse preenchendo o quadro, esperava-se que estudantes fossem descobrindo e entendendo as relações dos passos que eles realizaram na atividade para ao final deduzir a fórmula da soma dos ângulos internos de um polígono qualquer.

O tempo programado para esta atividade no roteiro de experimentação por ser uma atividade de redescoberta, era de 25 min, porém como já ressaltamos anteriormente o que ocorreu na atividade de redescoberta anterior, esta atividade também consumiu mais tempo que o programado, mas ficando abaixo do tempo da atividade 09. A seguir mostramos os quadros com as respostas das equipes.

Figura 88: Quadro preenchido da Atividade 10 – Equipe 01

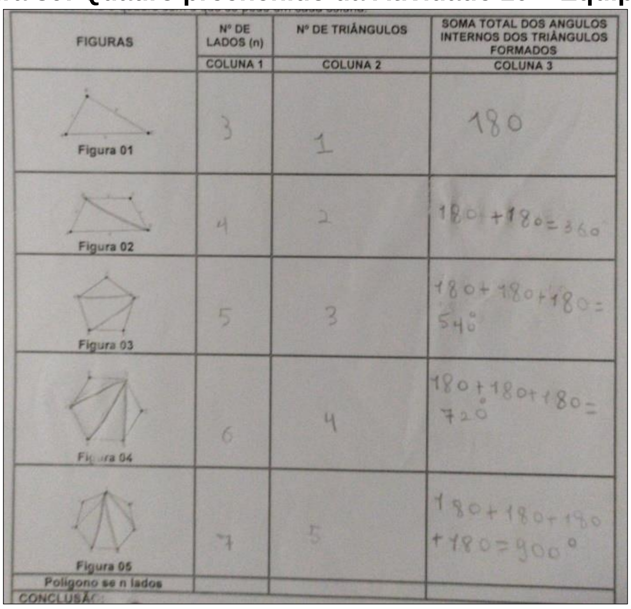


• Preencha o quadro com o que se pede em cada coluna.

FIGURAS	Nº DE LADOS (n)	Nº DE TRIÂNGULOS	SOMA TOTAL DOS ANGULOS INTERNOS DOS TRIÂNGULOS FORMADOS
	COLUNA 1	COLUNA 2	COLUNA 3
Figura 01	3	1	180
Figura 02	4	2	2x180=360°
Figura 03	5	3	3x180=540°
Figura 04	6	4	4x180=720°
Figura 05	7	5	5x180=900°
Polígono se n lados			

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 89: Quadro preenchido da Atividade 10 – Equipe 02

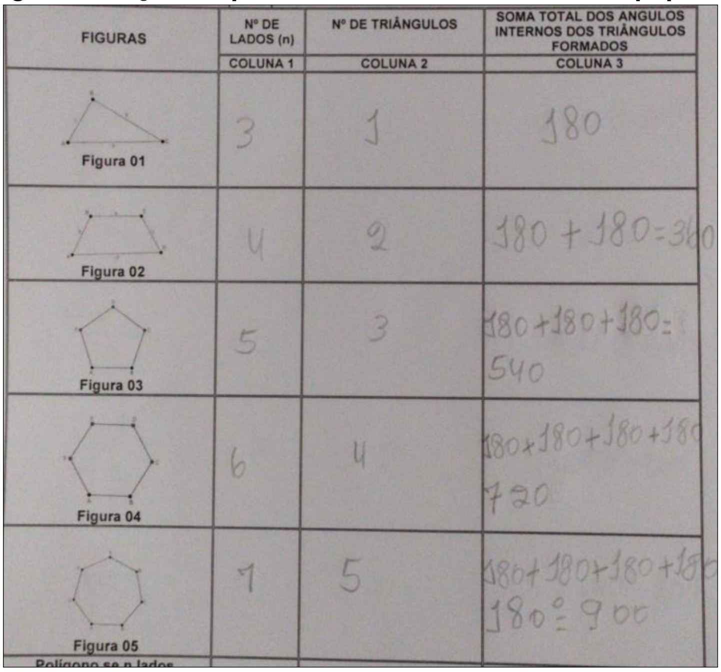


FIGURAS	Nº DE LADOS (n)	Nº DE TRIÂNGULOS	SOMA TOTAL DOS ANGULOS INTERNOS DOS TRIÂNGULOS FORMADOS
	COLUNA 1	COLUNA 2	COLUNA 3
Figura 01	3	1	180
Figura 02	4	2	180+180=360
Figura 03	5	3	180+180+180= 540°
Figura 04	6	4	180+180+180+180= 720°
Figura 05	7	5	180+180+180 +180=900°
Polígono se n lados			

CONCLUSÃO

Fonte: Experimentação, 2019.

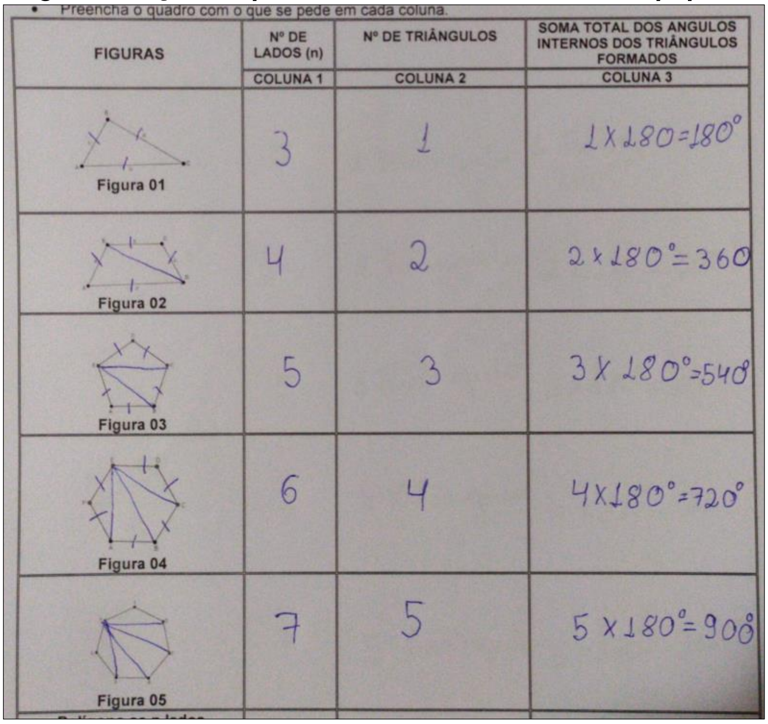
Figura 90: Quadro preenchido da Atividade 10 – Equipe 03



FIGURAS	Nº DE LADOS (n)	Nº DE TRIÂNGULOS	SOMA TOTAL DOS ANGULOS INTERNOS DOS TRIÂNGULOS FORMADOS
	COLUNA 1	COLUNA 2	COLUNA 3
Figura 01	3	1	180
Figura 02	4	2	180 + 180 = 360
Figura 03	5	3	180+180+180= 540
Figura 04	6	4	180+180+180+180 720
Figura 05	7	5	180+180+180+180 180 = 900
Polígono se n lados			

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 91: Quadro preenchido da Atividade 10 – Equipe 04

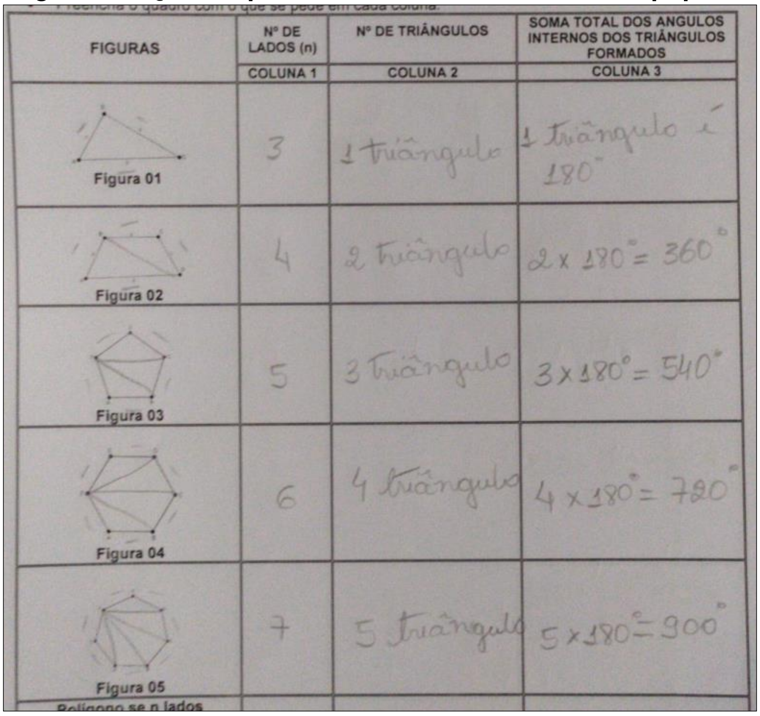


• Preencha o quadro com o que se pede em cada coluna.

FIGURAS	Nº DE LADOS (n)	Nº DE TRIÂNGULOS	SOMA TOTAL DOS ANGULOS INTERNOS DOS TRIÂNGULOS FORMADOS
	COLUNA 1	COLUNA 2	COLUNA 3
Figura 01	3	1	1x180=180°
Figura 02	4	2	2x180°=360
Figura 03	5	3	3x180°=540
Figura 04	6	4	4x180°=720°
Figura 05	7	5	5x180°=900

Fonte: Experimentação, 2019.

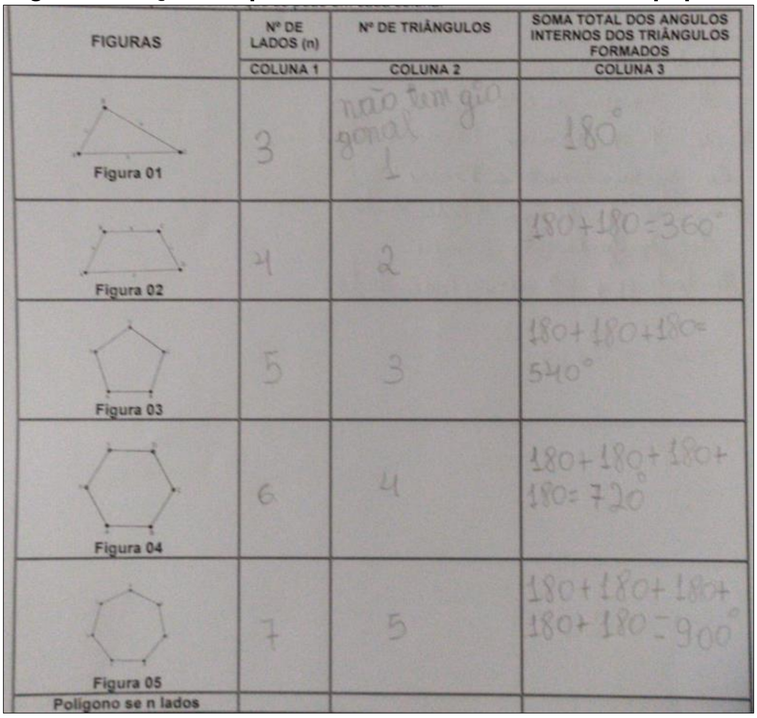
Figura 92: Quadro preenchido da Atividade 10 – Equipe 05



FIGURAS	Nº DE LADOS (n) COLUNA 1	Nº DE TRIÂNGULOS COLUNA 2	SOMA TOTAL DOS ANGULOS INTERNOS DOS TRIÂNGULOS FORMADOS COLUNA 3
Figura 01	3	1 triângulo	1 triângulo é 180°
Figura 02	4	2 triângulo	2 x 180° = 360°
Figura 03	5	3 triângulo	3 x 180° = 540°
Figura 04	6	4 triângulo	4 x 180° = 720°
Figura 05	7	5 triângulo	5 x 180° = 900°
Polígono se n lados			

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 93: Quadro preenchido da Atividade 10 – Equipe 06



FIGURAS	Nº DE LADOS (n) COLUNA 1	Nº DE TRIÂNGULOS COLUNA 2	SOMA TOTAL DOS ANGULOS INTERNOS DOS TRIÂNGULOS FORMADOS COLUNA 3
Figura 01	3	não tem diagonal 1	180°
Figura 02	4	2	180+180=360°
Figura 03	5	3	180+180+180= 540°
Figura 04	6	4	180+180+180+180= 720°
Figura 05	7	5	180+180+180+180+180=900°
Polígono se n lados			

Fonte: Experimentação, 2019.

A atividade de ensino de número 10 foi executada em 40 min nos mostrando um decréscimo de 5 mim em relação a atividade anterior, corroborando para conjecturarmos que a execução se aperfeiçoa com a prática. O objetivo principal da atividade era que as equipes deduzissem a fórmula do cálculo da soma dos ângulos internos de um polígono, embora eles não tenham escrito a fórmula em suas conclusões é perceptível o entendimento dos passos propostos na atividade que foram fundamentais para a construção em conjunto da conclusão da atividade. O quadro a seguir traz as conclusões dos estudantes sobre a atividade de ensino de número 10.

Quadro 59: Observações apresentas pelos Estudantes – Atividade 10

Equipes	Conclusões dos Estudantes	Análise
Equipe - 01 (E_1, E_2, E_{11}, E_{20}, E_{22} e E_{26})	*"Diminui dois dos lados para os triângulos"* *"O valor final é só fazer 180 vezes os triângulos"*	Válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 02 (E_7, E_9, E_{10}, E_{13}, E_{18} e E_{23})	*"somando dar o resultado"*	Válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 03 (E_3, E_5, E_6, E_{15}, E_{16} e E_{24})	*"Somando os triângulos vai dar o resultado"*	Válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 04 (E_4, E_8, E_{12}, E_{14}, E_{19} e E_{21})	*"O tanto que dos triângulos vezes 180°"*	Válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 05 (E_{17}, E_{25}, E_{34}, E_{33}, E_{31} e E_{30})	*"A quantidade triangulo formado você multiplica por 180°"*	Válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 06 (E_{27}, E_{28}, E_{29} e E_{32})	*"É contar os triângulos e somar todos"*	Válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Experimentação, 2019.

Resultado da institucionalização ao final da atividade 10: A soma dos ângulos internos de polígono de n lados é calculada pela fórmula: $Si = (n - 2).180°$. Onde n representa o número de lados do polígono.

As observações relatadas pelos estudantes no quadro de resposta nos mostram claramente que eles perceberam e conseguiram abstrair dos passos realizados até chegar ao resultado da soma dos ângulos internos de um polígono, características necessárias para a dedução da fórmula que ora buscamos deduzir.

Veja a seguir o quadro resumo sobre a validação das conclusões levantadas pelos estudantes participantes do experimento.

Quadro 60: Classificação das Observações da atividade 10

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	0	0%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	6	100%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação, 2019.

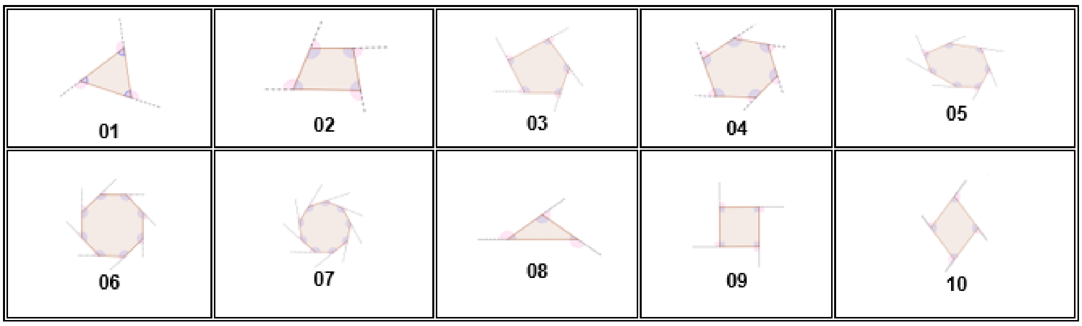
Conforme resumimos no quadro anterior, a maioria dos estudantes conseguiu observar de maneira satisfatória o que pretendíamos quando propomos a atividade de ensino 10, colaborando assim, para suas próprias conclusões.

O segundo momento de nossa sessão de ensino deu-se com a aplicação da atividade de número 11, abordamos a temática da soma dos ângulos externos de um polígono e trazia como principal objetivo que os estudantes redescobrissem que a soma sempre será 360° para qualquer polígono.

A atividade é composta por um quadro de 10 figuras representando polígonos, onde as equipes teriam que contar seus lados, medir seus ângulos externos com um transferidor, somá-los e colocar o resultado da soma no quadro de resposta para posterior conclusão.

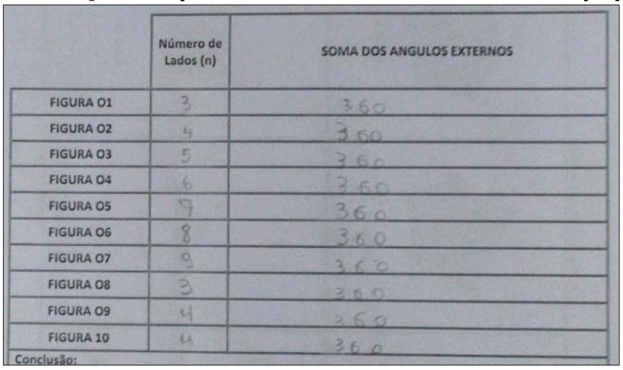
Além do quadro para preenchimento e conclusão da atividade, disponibilizamos uma folha de rascunho para ser usada no cálculo da soma dos ângulos externos. A seguir disponibilizamos os quadros preenchidos pelas equipes referentes à atividade 11, como também o quadro de observação.

Figura 94: Quadro de Observação – Atividade 11



Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 95: Quadro preenchido da Atividade 11 – Equipe 01

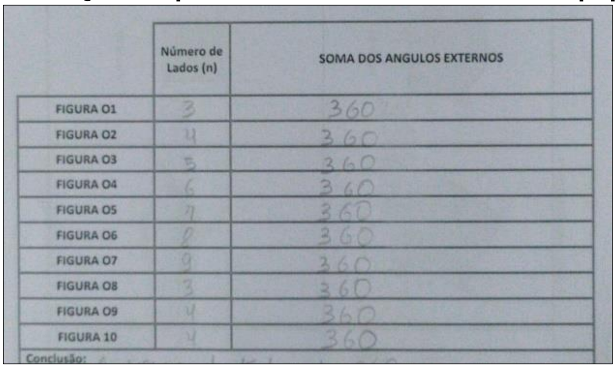


	Número de Lados (n)	SOMA DOS ANGULOS EXTERNOS
FIGURA 01	3	360
FIGURA 02	4	360
FIGURA 03	5	360
FIGURA 04	6	360
FIGURA 05	7	360
FIGURA 06	8	360
FIGURA 07	9	360
FIGURA 08	3	360
FIGURA 09	4	360
FIGURA 10	4	360

Conclusão:

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 96: Quadro preenchido da Atividade 11 – Equipe 02

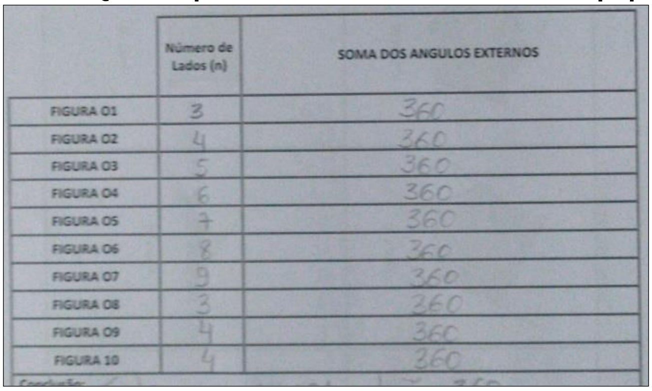


	Número de Lados (n)	SOMA DOS ANGULOS EXTERNOS
FIGURA 01	3	360
FIGURA 02	4	360
FIGURA 03	5	360
FIGURA 04	6	360
FIGURA 05	7	360
FIGURA 06	8	360
FIGURA 07	9	360
FIGURA 08	3	360
FIGURA 09	4	360
FIGURA 10	4	360

Conclusão:

Fonte: Experimentação, 2019.

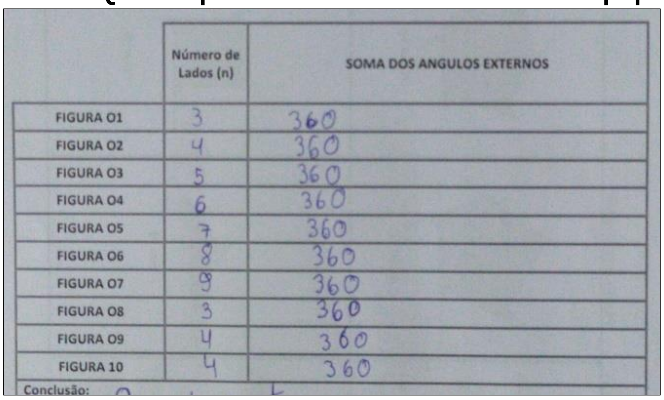
Figura 97: Quadro preenchido da Atividade 11 – Equipe 03



	Número de Lados (n)	SOMA DOS ANGULOS EXTERNOS
FIGURA 01	3	360
FIGURA 02	4	360
FIGURA 03	5	360
FIGURA 04	6	360
FIGURA 05	7	360
FIGURA 06	8	360
FIGURA 07	9	360
FIGURA 08	3	360
FIGURA 09	4	360
FIGURA 10	4	360

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 98: Quadro preenchido da Atividade 11 – Equipe 04

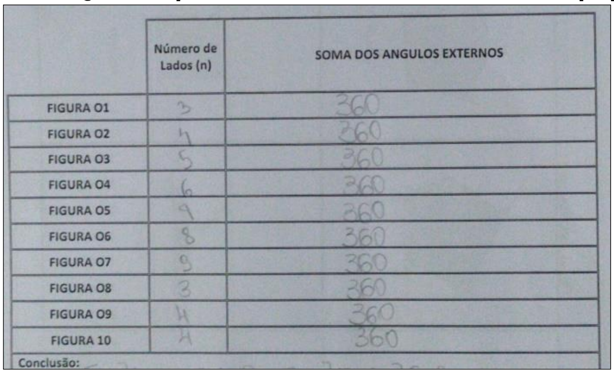


	Número de Lados (n)	SOMA DOS ANGULOS EXTERNOS
FIGURA 01	3	360
FIGURA 02	4	360
FIGURA 03	5	360
FIGURA 04	6	360
FIGURA 05	7	360
FIGURA 06	8	360
FIGURA 07	9	360
FIGURA 08	3	360
FIGURA 09	4	360
FIGURA 10	4	360

Conclusão:

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 99: Quadro preenchido da Atividade 11 – Equipe 05

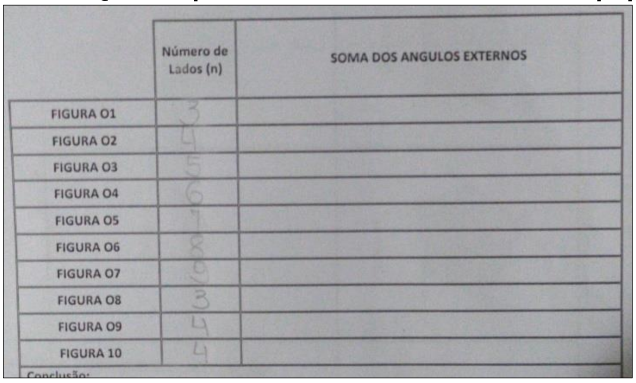


	Número de Lados (n)	SOMA DOS ANGULOS EXTERNOS
FIGURA 01	3	360
FIGURA 02	4	360
FIGURA 03	5	360
FIGURA 04	6	360
FIGURA 05	7	360
FIGURA 06	8	360
FIGURA 07	9	360
FIGURA 08	3	360
FIGURA 09	4	360
FIGURA 10	4	360

Conclusão:

Fonte: Experimentação, 2019.

Figura 100: Quadro preenchido da Atividade 11 – Equipe 06



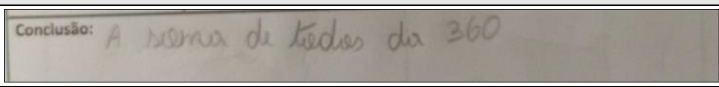
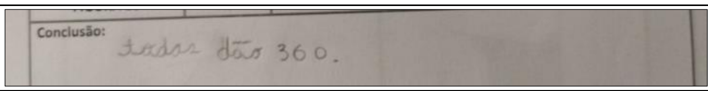
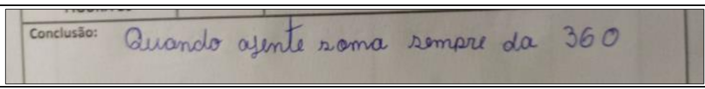
	Número de Lados (n)	SOMA DOS ANGULOS EXTERNOS
FIGURA 01	3	
FIGURA 02	4	
FIGURA 03	5	
FIGURA 04	6	
FIGURA 05	7	
FIGURA 06	8	
FIGURA 07	9	
FIGURA 08	3	
FIGURA 09	4	
FIGURA 10	4	

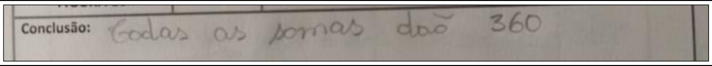
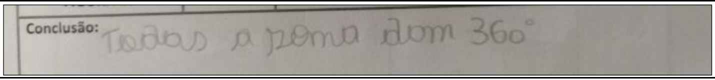
Conclusão:

Fonte: Experimentação, 2019.

O tempo programado para atividade em questão programado no roteiro de experimentação era de 25 min, porém ela consumiu um pouco mais de tempo, mesmo assim, ainda ficou abaixo do tempo da primeira atividade de redescoberta (atividade 09). Para este acréscimo de tempo, atribuímos ao processo de medição dos ângulos e a não familiaridade com o instrumento de medição (transferidor). O quadro a seguir traz as conclusões dos estudantes sobre a atividade de ensino de número 11.

Quadro 61: Observações apresentas pelos Estudantes – Atividade 11

Equipes	Conclusões dos Estudantes	Análise
Equipe - 01 (E_1, E_2, E_{11}, E_{20}, E_{22} e E_{26})	 *"a soma de todos da 360"*	Válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 02 (E_7, E_9, E_{10}, E_{13}, E_{18} e E_{23})	 *"todos dão 360."*	Válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 03 (E_3, E_5, E_6, E_{15}, E_{16} e E_{24})	 *"360"*	Válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 04		

(E_4, E_8, E_{12}, E_{14}, E_{19} e E_{21})	*"Quando ajente soma sempre da 360"*	Válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 05 (E_{17}, E_{25}, E_{34}, E_{33}, E_{31} e E_{30})	 Conclusão: Todas as somas dão 360 *"Todas as somas dão 360"*	Válida, não prevista e não desejada.
Equipe - 06 (E_{27}, E_{28}, E_{29} e E_{32})	 Conclusão: Todas a soma dom 360° *"Tadas a soma dom 360°"*	Válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Experimentação, 2019.

Resultado da institucionalização ao final da atividade 10: A soma dos ângulos externos de um polígono de n lados é sempre 360°.

No início da atividade os estudantes tiveram dificuldade pra manusear o transferidor ao medir os ângulos externos, e por esse motivo tivemos que fazer uma orientação mais prática nas equipes, ou seja, fizemos uma medição de ângulos em cada equipe para que os estudantes viessem adquirir aquela prática para executar a atividade.

Após a intervenção feita nas equipes sobre o uso do instrumento de medição a atividade transcorreu normalmente, fizeram as medições, calcularam as somas solicitadas e concluíram que a soma dos ângulos externos de um polígono qualquer sempre será 360°.

Nas observações descritas pelas equipes, foi possível constatar que eles identificaram que a soma dos ângulos externos de um polígono qualquer de n lados é sempre 360°. Assim, a atividade de número 11 concretizamos com êxito de 100% das equipes. A seguir apresentamos o quadro com a classificação das observações.

Quadro 62: Classificação das Observações da atividade 11

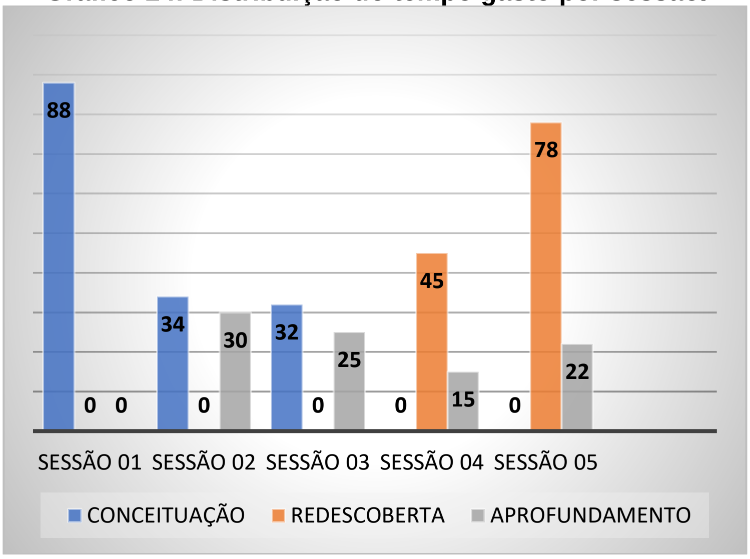
CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	0	0%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	6	100%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação, 2019.

Conforme resumimos no quadro anterior, todas as equipes de estudantes do experimento conseguiram observar de maneira satisfatória o que pretendíamos com quando propomos a atividade de ensino 11, colaborando assim para suas próprias conclusões.

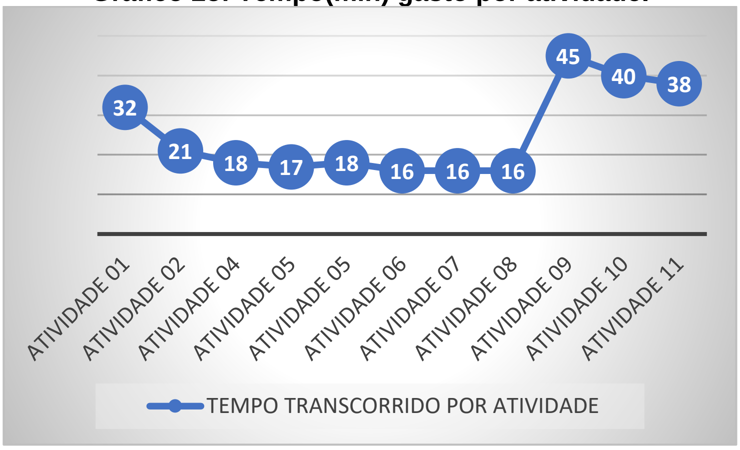
Ao analisarmos os tempos transcorridos na execução das atividades de ensino (Conceituação e redescoberta), percebemos que houve um consumo de tempo maior para atividades de redescoberta em relação às atividades de conceituação, contudo, não entendemos como um obstáculo intransponível, é possível superar e melhorar a execução ao longo do processo. O gráfico a seguir traz-nos o resumo dos tempos de execução por sessão de ensino e logo após este, apresentamos outro gráfico com o tempo gasto por atividade.

Gráfico 24: Distribuição do tempo gasto por sessão.



Fonte: Experimentação, 2019.

Gráfico 25: Tempo(min) gasto por atividade.



Fonte: Experimentação, 2019.

O gráfico nos mostra a distribuição do tempo transcorrido para cada tipo de atividade, e nos dá uma visão geral de todas as sessões de ensino. Para isso começamos explicando que em nosso experimento, abordamos as atividades de conceituação e redescoberta do Ensino por Atividade (Sá, 2009) e atividades de aprofundamento composto por questões que tratavam do conteúdo estudado nas atividades de ensino. As atividades de aprofundamentos ocorreram em quatro momentos: após a atividade 06, após atividade 08, após atividade 09 e após atividade 11, por entendermos que esses conteúdos vistos nas atividades de ensino que as antecedem, mereciam uma prática mais intensa para fixação.

Sobre as atividades de ensino ao final de nosso experimento ficou claro que atividades de redescoberta (09, 10 e 11) consumiram mais tempo que as atividades de conceituação, no entanto, não podemos afirmar que isso sempre ocorre para qualquer conteúdo matemático trabalhado na metodologia de ensino por atividade. O que ficou claro, que o tempo transcorrido por atividade vai diminuindo conforme vai-se realizando as sessões de ensino.

Após a aplicação das atividades de ensino ainda tivemos dois encontros planejados no roteiro de experimentação. O primeiro encontro ocorreu no dia 04 de julho de 2019, com duração de 50min, contou com a presença dos 34 estudantes e serviu para fazermos uma revisão geral sobre todos os temas abordados em nossas sessões de ensino. No dia seguinte à revisão geral, no dia 05 de julho de 2019, nos encontramos novamente para realização do pós-teste.

O pós-teste ocorreu conforme o planejamento, em 50min, e percebemos de imediato, fazendo uma retomada retórica ao pré-teste, como estudantes ficaram confortáveis com a aquela prova, pois já haviam passados pelas sessões de ensino e consequentemente saberiam resolver grande parte daquelas questões.

6. ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO

6.1 - Resultados e Análises do Pré-teste e Pós-Teste

A análise dos testes aplicados antes e depois da sequência didática começaremos identificando o percentual de acertos, erros e questões deixadas em branco pelos participantes do experimento, de modo que será considerado as seguintes características para cada uma dessas categorias, conforme o quadro a seguir.

Quadro 63: Legenda Atribuídas a correção das questões

Acerto	Quando o estudante apresentou uma resolução com um resultado correto.

Erro	Quando o estudante apresentou uma resolução com um resultado incorreto.
Branco	Quando o estudante não apresentou uma resolução e consequentemente não apresenta um resultado.

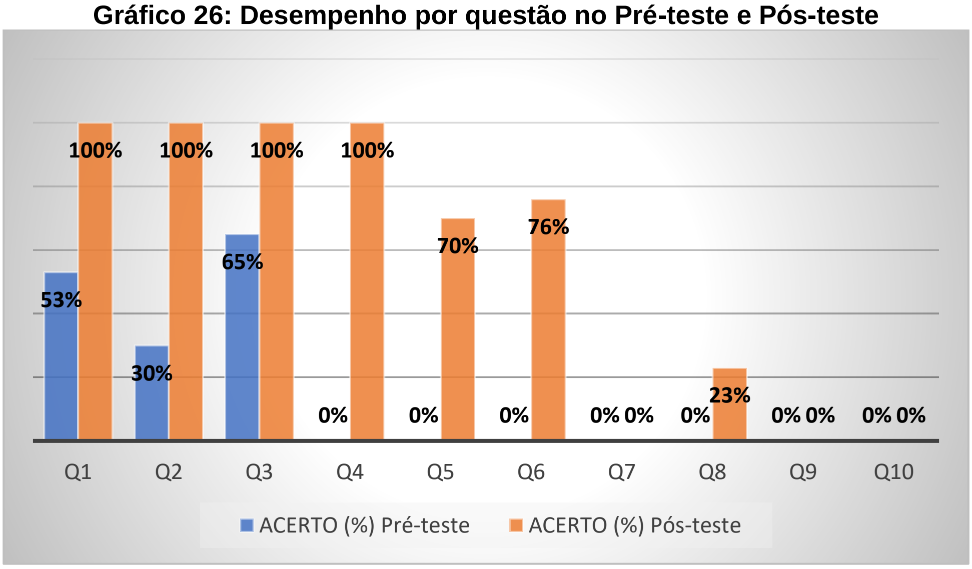
Fonte: Experimentação, 2019.

Quadro 64: Classificação das respostas do pré-teste e pós-teste

QUESTÃO	ACERTO (%)		ERRO (%)		BRANCO (%)	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
Q_1	**53%**	**100%**	**47%**	**0%**	**0%**	**0%**
Q_2	**30%**	**100%**	**70%**	**0%**	**0%**	**0%**
Q_3	**65%**	**100%**	**35%**	**0%**	**0%**	**0%**
Q_4	**0%**	**100%**	**91%**	**0%**	**9%**	**0%**
Q_5	**0%**	**70%**	**38%**	**30%**	**62%**	**0%**
Q_6	**0%**	**76%**	**0%**	**20%**	**100%**	**4%**
Q_7	**0%**	**0%**	**0%**	**15%**	**100%**	**85%**
Q_8	**0%**	**23%**	**0%**	**77%**	**100%**	**0%**
Q_9	**0%**	**0%**	**0%**	**70%**	**100%**	**30%**
Q_{10}	**0%**	**0%**	**0%**	**80%**	**100%**	**20%**

Fonte: Experimentação, 2019.

Gráfico 26: Desempenho por questão no Pré-teste e Pós-teste



Fonte: Experimentação, 2019.

Os resultados nos mostram que as questões Q_1, Q_2, Q_3 e Q_4 foram as questões com maior número de acertos, tratam especificamente de identificar polígonos entre não-polígonos, identificar polígono côncavo e Convexo, e identificar polígonos regulares. Devido a simplicidade dos conteúdos abordados nestas questões, concluímos que o sucesso de acertos se deva a isso.

Vale ressaltar que no pré-teste apenas nas questões Q_1, Q_2 e Q_3, os estudantes vieram lograr algum êxito, fato este, que podemos concluir que além de ser um conteúdo considerado fácil, o estudante tem contato com o estudo das figuras planas desde o ensino fundamental menor.

No pré-teste, nas questões (Q_4, Q_5, Q_6, Q_7, Q_8, Q_9 e Q_{10}) os estudantes participantes do experimento não obtiveram nenhum acerto ou deixaram em branco, destacamos para justificar tal ocorrência o fato das questões tratarem sobre os conteúdos em que eles ainda não o estudaram: polígonos regulares, soma dos ângulos externos de um polígono, soma dos ângulos internos de um polígono e número de diagonais de um polígono.

Os resultados do pós-teste mostraram um avanço enorme em relação pré teste, principalmente nas questões (Q_4, Q_5, Q_6) onde os estudantes saíram de nenhum acerto para 100%, 70% e 76%, respectivamente. A questão Q_8 que pede para calcular o número de diagonais, também houve um progresso saindo de nenhum acerto para 23%.

As questões Q_7, Q_9 e Q_{10} nenhum estudante obteve êxito nestas questões, tentaram e não conseguiram acertar o resultado ou deixaram em branco. As questões tratam sobre a soma dos ângulos internos e ângulos externos de um polígono, mas com algumas exigências em seus anunciados de conhecer e operacionalizar propriedades algébricas, introduziam um grau de dificuldade maior para a resolução das questões propostas, devido a isso, concluímos que por esse motivo os estudantes não lograram êxito. A seguir trazemos o resultado comparativo dos dois testes de acordo com o desempenho de cada aluno.

Quadro 65: Desempenho dos Estudantes nos Testes

ESTUDANTE	ACERTO (%)		ERRO (%)		BRANCO (%)	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
E_1	30%	70%	20%	30%	50%	10%
E_2	30%	60%	10%	20%	60%	20%
E_3	30%	70%	20%	20%	50%	10%
E_4	20%	70%	30%	20%	50%	10%
E_5	20%	60%	30%	40%	50%	0%
E_6	30%	60%	20%	10%	50%	30%
E_7	20%	60%	20%	10%	60%	30%
E_8	20%	70%	30%	0%	50%	30%
E_9	10%	50%	30%	40%	60%	10%
E_{10}	10%	60%	20%	30%	70%	10%
E_{11}	20%	60%	30%	30%	50%	10%

E_{12}	**10%**	**70%**	**20%**	**20%**	**70%**	**10%**
E_{13}	**30%**	**60%**	**10%**	**10%**	**60%**	**30%**
E_{14}	**0%**	**50%**	**40%**	**20%**	**60%**	**30%**
E_{15}	**10%**	**70%**	**30%**	**0%**	**60%**	**30%**
E_{16}	**10%**	**70%**	**30%**	**20%**	**60%**	**10%**
E_{17}	**0%**	**60%**	**10%**	**10%**	**60%**	**30%**
E_{18}	**0%**	**50%**	**40%**	**40%**	**60%**	**10%**
E_{19}	**0%**	**70%**	**20%**	**20%**	**60%**	**10%**
E_{20}	**0%**	**60%**	**30%**	**30%**	**60%**	**10%**
E_{21}	**0%**	**60%**	**30%**	**30%**	**60%**	**10%**
E_{22}	**0%**	**50%**	**40%**	**40%**	**60%**	**10%**
E_{23}	**0%**	**70%**	**10%**	**10%**	**60%**	**20%**
E_{24}	**10%**	**60%**	**30%**	**30%**	**50%**	**10%**
E_{25}	**20%**	**60%**	**20%**	**20%**	**50%**	**20%**
E_{26}	**10%**	**60%**	**20%**	**20%**	**70%**	**20%**
E_{27}	**30%**	**70%**	**30%**	**30%**	**60%**	**0%**
E_{28}	**0%**	**70%**	**30%**	**30%**	**60%**	**0%**
E_{29}	**10%**	**50%**	**40%**	**40%**	**70%**	**10%**
E_{30}	**20%**	**50%**	**40%**	**40%**	**50%**	**10%**
E_{31}	**30%**	**60%**	**30%**	**30%**	**60%**	**10%**
E_{32}	**20%**	**70%**	**30%**	**30%**	**50%**	**0%**
E_{33}	**20%**	**70%**	**20%**	**20%**	**50%**	**10%**
E_{34}	**20%**	**70%**	**30%**	**30%**	**50%**	**0%**

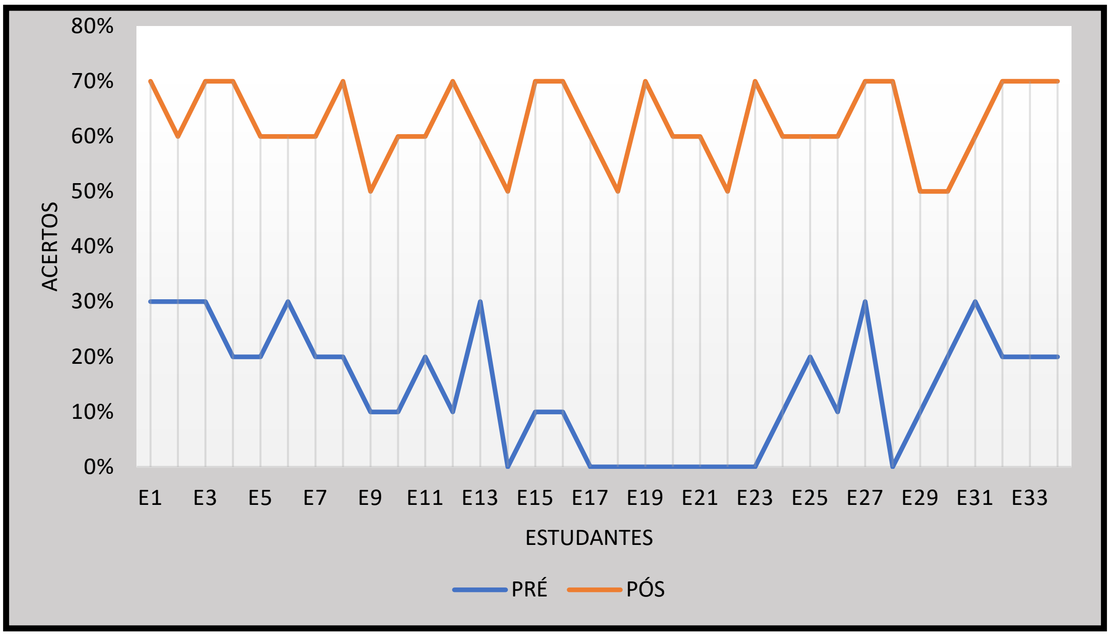
Fonte: Experimentação, 2019.

Ao analisarmos o desempenho dos estudantes podemos observar, no Pré-teste quase 80% dos estudantes (E_4, E_5,E_7,E_8, E_9, E_{10}, E_{11}, E_{12}, E_{14}, E_{15}, E_{16}, E_{17}, E_{18}, E_{19}, E_{20}, E_{21}, E_{22}, E_{23}, E_{24}, E_{25}, E_{26}, E_{28}, E_{29}, E_{30}, E_{32}, E_{33} e E_{34}) obtiveram menos de 30% de acertos nas questões propostas e nenhum acertou mais trinta por cento.

Os estudantes E_{14}, E_{17}, E_{18}, E_{19}, E_{20}, E_{21}, E_{22}, E_{23} não obtiveram nenhuma resposta correta no Pré-teste, mas progrediram consideravelmente no pós-teste, ficando na escala de 50% a 70% acerto. Podemos destacar também, os estudantes E_9, E_{10}, E_{12}, E_{15}, E_{16}, E_{24}, E_{26} e E_{29} apresentaram no primeiro teste apenas 10% de acerto, progredindo no pós-teste para 50%, 60%, 70%, 70%, 70%, 60%, 60% e 50%, respectivamente.

O maior progresso verificado fazendo a comparação dos desempenhos no pré e pós teste foi dos estudantes E_{19}, E_{23} e E_{28} evoluíram 70% no número de acertos. O menor desempenho verificado foi dos estudantes E_2, E_6, E_{13}, E_{31} e E_{32}, que evoluíram apenas 30% no número de acertos. Acompanhe o gráfico a seguir.

Gráfico 27: Acertos no Pré-Teste e Pós-Teste



Fonte: Experimentação, 2019.

De forma geral podemos constatar com a apuração dos dados que o desempenho dos estudantes foi satisfatório ficando numa escala de 50% a 70% de acertos no pós-teste, fato este que verifica a potencialidade da sequência didática aplicada. A seguir apresentaremos uma análise recorrendo aos tipos de erros, a fim de verificar quais os erros mais frequentes observado nos testes e procurar possíveis justificativas e/ou soluções para tais.

6.2 - Análise de Erros no Pós-teste

Para análise de erros serão consideradas as questões onde os estudantes aplicaram alguma resolução, mas não conseguiram chegar ao resultado correto nas questões do Pós-teste. Ressaltamos que não foi identificado nenhum tipo erro nas questões Q_1, Q_2, Q_3 e Q_4 e por esse motivo nossa análise abordará apenas as questões Q_5, Q_6, Q_7, Q_8, Q_9 e Q_{10}. Iremos identificar os erros ocorridos com maior frequência e consideraremos as seguintes características para cada tipo de erro cometido, conforme o quadro a seguir.

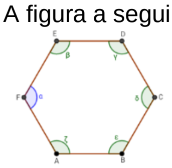
Quadro 66: Tipos de erros cometidos nas questões do Pós-teste

ERROS	CARACTERÍSTICA
e_1	Utilizar fórmulas indevidamente.
e_2	Interpretar de maneira equivocada a contextualização.
e_3	Realizar cálculos incorretos.
e_4	Operações algébricas equivocadas.

Fonte: Experimentação, 2019.

A questão Q_5 apresenta a figura de hexágono regular e solicita aos estudantes que calcule a medida de cada ângulo interno (a_i). Entendemos que a questão é fácil entendimento e que os estudantes para a resolver, precisam lembrar do conceito de polígono regular e como calcular a soma dos ângulos internos de polígono (Si), conteúdos esses trabalhados em nossa sequência didática.

Quadro 67: Resumo de erros questão 05

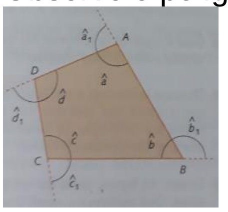
Questão 05		
A figura a seguir é um hexágono regular. Qual a medida de cada ângulo interno? 		
Resolução Correta: Si = (n – 2) . 180° Então: 720/6 = 120° Si = (6 – 2) . 180° Si = 4 . 180° Si = 720°		
Est.	Resolução	Erros
E_2	*"Si = 360/6 Si = 60"*	e_1 - Utilizar fórmulas indevidamente
E_5	*"ai = 360/6 ai = 6"*	e_1 - Utilizar fórmulas indevidamente e_3 - Realizar cálculos incorretos.
E_6	*"Si = 6 – 2 x 180 Si = 4 x 180 Si = 760"*	e_3 - Realizar cálculos incorretos
E_9	*"Si = (7 – 2) x 180 Si = 5 . 180 Si = 900"*	e_3 - Realizar cálculos incorretos
E_{13}	*"Si = (6 – 2) x 180 Si = 4 x 180 Si = 720"*	e_2 - Interpretar de maneira equivocada a contextualização.
E_{17}	*"Si = 6 – 2 . 180 Si = 4 . 180 Si = 7200"*	e_2 - Interpretar de maneira equivocada a contextualização.
E_{18}	*"Si = (6 – 2) x 180 Si = 4 x 180 Si = 720"*	e_2 -Interpretar de maneira equivocada a contextualização.
E_{22}	*"n = 180"*	e_1 - Utilizar fórmulas indevidamente
E_{30}	*"a = 180 x 6 a = 1080"*	e_1 - Utilizar fórmulas indevidamente
E_{31}	*"90 x 6 = 560"*	e_1 - Utilizar fórmulas indevidamente

Fonte: Experimentação, 2019.

A correção dos testes e análises de erros da questão Q_5 nos mostrou que apesar dos estudantes em sua grande maioria interpretar a questão, deduzir a fórmula para o cálculo de Si, ainda ocorreu os erros (e_1, e_2 e e_3) por parte dos estudantes, conforme discriminado no quadro acima. O insucesso por parte de alguns na questão pode ter causa pela falta de base matemática em alguns conteúdos ou simplesmente pela falta de um pouco treino para operacionalizar a fórmula de SI, vale ressaltar que 100% dos estudantes tentaram resolvê-la.

A questão Q_6 apresenta um quadrilátero com seus ângulos internos e respectivos externos marcados, solicita ao estudante que dê a soma de um par de ângulos (interno com seu externo), para obter tal objetivo, esperávamos que fossem capazes de identificar visualmente essa soma como um ângulo raso (180º) ou fossem capazes de aplicar as fórmulas de Si e Se para obter os ângulos e depois fizessem a soma que a questão pede.

Quadro 68: Resumo de erros questão 06

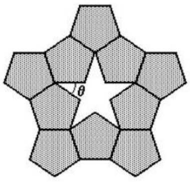
<table>
<tr><th colspan="3">Questão 06</th></tr>
<tr><td colspan="3">Observe o polígono e, em seguida, responda à pergunta:

Qual a soma das medidas dos ângulos $\hat{a}$ e $\hat{a}_1$?</td></tr>
<tr><td colspan="3">Resolução Correta:
$\hat{a} + \hat{a}_1 = 180°$</td></tr>
<tr><th>Est.</th><th>Resolução</th><th>Erros</th></tr>
<tr><td>E₇</td><td>“A medida é 90”</td><td>e_2 -Interpretar de maneira equivocada a contextualização</td></tr>
<tr><td>E_{10}</td><td>“$\hat{a} + \hat{a}_1 = a_2$”</td><td>$e_2$ -Interpretar de maneira equivocada a contextualização</td></tr>
<tr><td>E_{14}</td><td>“$4a_1 + 2a_1$”</td><td>e_2 -Interpretar de maneira equivocada a contextualização</td></tr>
<tr><td>E_{18}</td><td>“45”</td><td>e_2 -Interpretar de maneira equivocada a contextualização</td></tr>
<tr><td>E_{21}</td><td>“5 centímetros”</td><td>e_2 -Interpretar de maneira equivocada a contextualização</td></tr>
<tr><td>E_{22}</td><td>“50°”</td><td>e_2 -Interpretar de maneira equivocada a contextualização</td></tr>
<tr><td>E_{29}</td><td>“360 – 90 = 270”</td><td>e_2 -Interpretar de maneira equivocada a contextualização</td></tr>
</table>

Fonte: Experimentação, 2019.

O que foi apurado em relação aos erros encontrados na resolução da questão Q_6 é que os estudantes (E_7, E_{10}, E_{14}, E_{18}, E_{21}, E_{22} e E_{29}) não entenderam a questão, não conseguiram fazer uma interpretação correta do que realmente a questão pedia. Vale ressaltar que 96% dos estudantes fizeram a questão, apenas 4% deixaram-na em branco.

A questão Q_7 traz pentágonos regulares congruentes conectados lado a lado, formando no centro da figura uma estrela de cinco ponta e solicita dos estudantes o valor do ângulo θ, que é um ângulo externo a três pentágonos regulares conectados lado a lado. Para resolvê-la os estudantes precisam calcular o ângulo interno de um pentágono regular e lembrar que uma circunferência tem 360°, sendo assim $ai_1 + ai_2 + ai_3 + \theta = 360°$.

Quadro 69: Resumo de erros questão 07

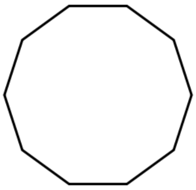
<table>
<tr><td colspan="3">Questão 07</td></tr>
<tr><td colspan="3">Pentágonos regulares congruentes podem ser conectados lado a lado, formando uma estrela de cinco pontas, conforme destacado na figura a seguir.

Nessas condições quanto mede o ângulo θ?</td></tr>
<tr><td colspan="3">Resolução Correta:
$S_5 = 540°$
$A_{i5} = 540°/5$
$A_{i5} = 108°$
Então: $3 \times A_{i5} + \theta = 360° \rightarrow 3 \times 108° + \theta = 360° \rightarrow 324° + \theta = 360° \rightarrow \theta = 360° - 324° \rightarrow \theta = 36°$</td></tr>
<tr><td>Est.</td><td>Resolução</td><td>Erros</td></tr>
<tr><td>E_5</td><td>“Si = (5-2) x 180
Si = 3 x 180
Si = 540”</td><td>e_2 - Interpretar de maneira equivocada a contextualização</td></tr>
<tr><td>E_{27}</td><td>“Si = 5-2 x 180
Si = 3 x 180
Si = 540”</td><td>e_2 - Interpretar de maneira equivocada a contextualização</td></tr>
<tr><td>E_{28}</td><td>“360/5 = 72”</td><td>e_2 - Interpretar de maneira equivocada a contextualização</td></tr>
<tr><td>E_{32}</td><td>“540 – 72 = 468”</td><td>e_2 - Interpretar de maneira equivocada a contextualização</td></tr>
<tr><td>E_{34}</td><td>“120 – 108 = 12”</td><td>e_2 - Interpretar de maneira equivocada a contextualização</td></tr>
</table>

Fonte: Experimentação, 2019.

A questão Q_7 foi uma questão que não obtivemos nenhum resultado assertivo e apenas 15% dos estudantes tentaram resolvê-la os demais (85%) deixaram-na em branco. Vale ressaltar que o erro identificado por parte dos estudantes que resolveram foi interpretá-la de maneira equivocada a contextualização, justificativa para tal situação, deve-se a falta de treino e questões similares antes do teste.

A questão Q_8 traz uma figura que representa um polígono de 10 lados, embora não venha identificado na questão, cabendo ao estudante olhar a figura e contar os lados. A questão busca resolver quantas diagonais possui o polígono desenhado, para resolvê-la o estudante deve ser capaz de aplicar a fórmula do Cálculo do Número de diagonais de um polígono qualquer.

Quadro 70: Resumo de erros questão 08

<table>
<tr><td colspan="3">Questão 08</td></tr>
<tr><td colspan="3">Quantas diagonais possui o polígono a seguir?
</td></tr>
<tr><td colspan="3">Resolução Correta:
$d = \frac{n.(n-3)}{2} \rightarrow d = \frac{10.(10-3)}{2} \rightarrow d = \frac{10.7}{2} \rightarrow d = \frac{70}{2} \rightarrow d = 35$</td></tr>
<tr><td>Est.</td><td>Resolução</td><td>Erros</td></tr>
<tr><td>E_9</td><td>“d = 9 x (9-3)/2
d = 9 x 6/2
d = 54/2
d = 27”</td><td>e_3 - Realizar cálculos incorretos</td></tr>
<tr><td>E_{11}</td><td>“d = 10 x (10-3)/2
d = 100 - 3/2
d = 97/2”</td><td>e_3 - Realizar cálculos incorretos</td></tr>
<tr><td>E_{14}</td><td>“d = 360/10
d = 36”</td><td>e_1 - Utilizar fórmulas indevidamente</td></tr>
<tr><td>E_{20}</td><td>“d = 10 x (9-3)/2
d = 10 x 6/2
d = 60/2
d =30”</td><td>e_3 - Realizar cálculos incorretos</td></tr>
<tr><td>E_{24}</td><td>“10 diagonais”</td><td>e_2 - Interpretar de maneira equivocada a contextualização</td></tr>
<tr><td>E_{27}</td><td>“10”</td><td>e_2 - Interpretar de maneira equivocada a contextualização</td></tr>
</table>

Fonte: Experimentação, 2019.

A análise nos mostra que 100% dos estudantes resolveram a questão, apenas 23% não conseguiu lograr êxito em sua resolução. Encontramos três características de erros nos testes de (E_9, E_{11}, E_{14}, E_{20}, E_{24} e E_{27}), a maioria foi erros de cálculos incorretos e interpretação de maneira equivocada a contextualização. Tais erros poderão ser sanados com mais treino e questões de revisão.

A questão Q_9 enfoca a soma dos ângulos internos de um polígono, mas não pede o cálculo da soma. O enunciado da questão traz a soma Si e solicita dos estudantes que calcule o número de lados do polígono que possui aquela soma dada na questão, resumindo é um cálculo inverso, assim dificultando um pouco a resolução do problema.

Quadro 71: Resumo de erros questão 09

<table>
<tr><td colspan="3">Questão 09</td></tr>
<tr><td colspan="3">A soma dos ângulos internos de um polígono regular é 2880°. Quantos lados possui esse polígono?</td></tr>
<tr><td colspan="3">Resolução Correta:
Si = 2880° → (n – 2) x 180°=2880°→ 180n – 360° = 2880°→180n = 2880 – 360 → 180n = 2520
n = 2520/180 → n = 14.</td></tr>
<tr><td>Est.</td><td>Resolução</td><td>Erros</td></tr>
<tr><td>E_9</td><td>“2880/360 = 8”</td><td>e_1 - Utilizar fórmulas indevidamente</td></tr>
<tr><td>E_{11}</td><td>“2880 = (n – 2) x 180
2880 = n – 360
n = 2880 + 360
n = 3240”</td><td>e_4 - Operações algébricas equivocadas</td></tr>
<tr><td>E_{19}</td><td>“2880 = (n – 2) x 180
2880 = n – 360
n = 2880 - 360
n = 2520”</td><td>e_4 - Operações algébricas equivocadas</td></tr>
<tr><td>E_{20}</td><td>“Si = (2880 – 2) x 180”</td><td>e_1 - Utilizar fórmulas indevidamente</td></tr>
<tr><td>E_{24}</td><td>“2880 = (n – 2) x 180
288 = n - 360
n = 360 – 288
n = 72</td><td>e_3 - Realizar cálculos incorretos</td></tr>
<tr><td>E_{27}</td><td>“2880 = (n – 2) x 180
2880 = n – 360”</td><td>e_3 - Realizar cálculos incorretos</td></tr>
<tr><td>E_{28}</td><td>“2880 = (n – 2) x 180
2880 = 180n – 360
2880 = -180n
n = 2880 – 180
n = 2700”</td><td>e_4 - Operações algébricas equivocadas</td></tr>
<tr><td>E_{33}</td><td>“2880/180 = 16”</td><td>e_1 - Utilizar fórmulas indevidamente</td></tr>
<tr><td>E_{35}</td><td>“360n = 2880
n = 2880/360
n = 8”</td><td>e_1 - Utilizar fórmulas indevidamente</td></tr>
</table>

Fonte: Experimentação, 2019.

A correção dos testes revelou que na questão acima nenhum estudante conseguiu resolvê-la corretamente, conjectura-se que a este fato deve-se à solicitação para realizar o processo inverso do cálculo da soma dos ângulos internos. Os estudantes (E_9, E_1, E_{19}, E_{20}, E_{24}, E_{27}, E_{28}, E_{33} e E_{35}) que mostraram alguma resolução equivocaram-se cometendo os erros de operações algébricas equivocadas, cálculos incorretos e utilização de fórmulas indevidamente. Mesmo com a não resolução correta desta questão, pode-se perceber que os estudantes conseguiram associar a fórmula de Si à questão, fato este que atesta a eficiência da atividade da sequência didática que trocou especificamente da dedução da fórmula de Si.

A questão Q_{10} é a última questão do teste e traz a informação da medida de um ângulo externo de um polígono regular e pede para o estudante calcular o número de lados deste polígono. A esta questão não foi possível verificar nenhuma resposta correta, os estudantes em sua grande maioria deixaram-na em branco e só a minoria tentou resolver.

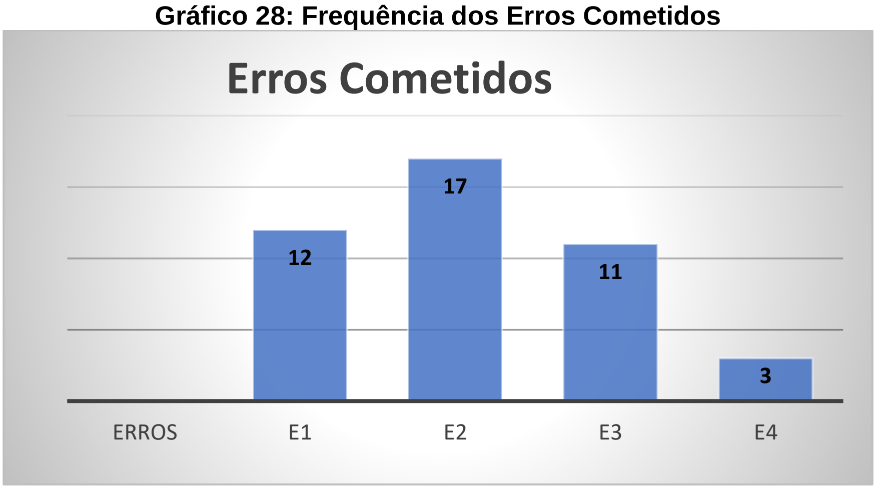
Quadro 72: Resumo de erros questão 10

Questão 10		
Em um polígono regular, a medida do ângulo externo é 40°. Quantos lados tem esse polígono?		
Resolução Correta: $A_e = 360°/n \rightarrow 40 = 360/n \rightarrow 40n = 360 \rightarrow n = 360/40 \rightarrow n = 9$.		
Est.	Resolução	Erros
E_9	*"Se = 360/40 Se = 90"*	e_3 - Realizar cálculos incorretos
E_{11}	*"Si = (40 – 2) x 180 Si = 38 x 180 Si = 684"*	e_1 - Utilizar fórmulas indevidamente
E_{19}	*"180/40 = 45"*	e_3 - Realizar cálculos incorretos e_1 - Utilizar fórmulas indevidamente
E_{20}	*"360/4 = 90"*	e_3 - Realizar cálculos incorretos
E_{24}	*"180 – 40 = 120"*	e_1 - Utilizar fórmulas indevidamente

Fonte: Experimentação, 2019.

Os erros verificados na resolução da décima questão foi a realização de cálculos incorretos, a utilização de fórmulas indevidas. Pode-se verificar mesmo com o insucesso na resolução da questão através das análises dos erros, que os estudantes conseguiram associar a soma dos ângulos externos de um polígono é sempre 360°, fato este aprova a atividade da sequência didática que foi desenvolvida para que aprendesse tal informação. O gráfico a seguir traz um resumo sobre os tipos de erros cometidos nas questões abordadas nesta análise de erros.

Gráfico 28: Frequência dos Erros Cometidos



Fonte: Experimentação, 2019.

A seguir apresentamos o cruzamento de informações levantadas no questionário socioeducativo aplicado para traçar o perfil da clientela da pesquisa com as notas obtidas nos testes, a fim de verificar se existe alguma correlação perfeita ou forte que influenciou significativamente os resultados alcançados na pesquisa.

6.3 - Correlação entre as notas dos testes

A referida análise inicia-se com a correlação em relação a afinidade com a matemática, isto é, eles gostam de estudar matemática? E relacionar essa suposta afinidade ou não afinidade com as notas atribuídas aos estudantes participantes da experimentação. Assim será abordada no quadro a seguir: as respostas obtidas no questionário; as ternas ordenadas que significam respectivamente a identificação do estudante, a nota do Pré-teste e a nota do Pós-teste (E_n; nota pré-teste; nota pós-teste).

Quadro 73: Correlação gosto pela matemática e quem ajuda nas tarefas

Respostas		Você Gosta de Matemática?			
		Não gosto	Suporto	Gosto um pouco	Adoro
Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?	Professor Particular	(E_{12}; 1; 7)		(E_{11}; 2; 6) (E_{23}; 0; 7)	(E_{32}; 2; 7)
	Pai			(E_{33}; 2; 7)	
	Mãe	(E_6; 3; 6) (E_{26}; 1; 6)	(E_{16}; 1; 7)	(E_1; 3; 7) (E_5; 2; 6) (E_{17}; 0; 6)	
	Amigos da Escola			(E_{24}; 1; 6)	
	Ninguém	(E_{15}; 1; 7)	(E_4; 2; 7) (E_{10}; 1; 6) (E_{25}; 2; 6)	(E_7; 2; 6) (E_8; 2; 7) (E_9; 1; 5) (E_{13}; 3; 6) (E_{14}; 0; 5) (E_{18}; 0; 5) (E_{19}; 0; 7) (E_{21}; 0; 6) (E_{27}; 3; 7) (E_{28}; 0; 7) (E_{29}; 1; 5) (E_{31}; 3; 6)	(E_2; 3; 6) (E_3; 3; 7) (E_{22}; 0; 5) (E_{34}; 2; 7)
	Outros	(E_{30}; 2; 5)	(E_{20}; 0; 6)		

Fonte: Experimentação, 2019.

A primeira observação que fazemos é sobre o gosto pela matemática, a maioria, cerca de 56% dos estudantes responderam gostarem de matemática e a maioria entre eles, afirmam que não recebem nenhuma ajuda com as tarefas de matemática, contudo, apresentaram bom desempenho na comparação do pré-teste e pós-teste.

Os estudantes que afirmaram não gostar de matemática foram uma minoria de cerca de 15% e esses têm ajuda nas tarefas de matemática da mãe, professor particular, ninguém e outros. Neste quesito, vale ressaltar que mesmo os estudantes afirmando não gostarem de matemática, os seus desempenhos no pós-teste não foram ruins, pois suas notas ficaram entre 5 e 7 (50% a 70% de aproveitamento).

Quadro 74: Correlação gosto pela matemática e frequência do estudo desta fora da escola.

Respostas		Você Gosta de Matemática?			
		Não gosto	Suporto	Gosto um pouco	Adoro
Com qual frequência você estuda matemática fora da escola?	Todo dia	(E_{12}; 1; 7) (E_{15}; 1; 7) (E_{26}; 1; 6)	(E_{16}; 1; 7)	(E_{11}; 2; 6) (E_{13}; 3; 6) (E_{14}; 0; 5)	(E_{3}; 3; 7) (E_{32}; 2; 7) (E_{34}; 2; 7)
	Somente nos fins de semana			(E_{5}; 2; 6) (E_{7}; 2; 6)	(E_{2}; 3; 6)
	No período de prova	(E_{6}; 3; 6) (E_{30}; 2; 5)	(E_{4}; 2; 7) (E_{10}; 1; 6) (E_{20}; 0; 6)	(E_{1}; 3; 7) (E_{8}; 2; 7) (E_{9}; 1; 5) (E_{17}; 0; 6) (E_{18}; 0; 5) (E_{19}; 0; 7) (E_{23}; 0; 7) (E_{27}; 3; 7) (E_{28}; 0; 7) (E_{29}; 1; 5) (E_{31}; 3; 6) (E_{33}; 2; 7)	(E_{22}; 0; 5)
	Só na véspera de prova		(E_{25}; 2; 6)	(E_{21}; 0; 6) (E_{24}; 1; 6)	
	Não estudo fora da escola				

Fonte: Experimentação, 2019.

O quadro acima com os dados organizados sobre a correlação gosto pela matemática revela-nos que cerca de 53% dos estudantes afirmam estudar matemática somente no período de prova, e entre estes, a maioria afirmam gostar de matemática e apresentaram desempenho satisfatório no pós-teste.

Nos chamou atenção para o fato dos estudantes E_{12}, E_{15} e E_{26} afirmarem que não gostam de matemática, mas a estudam todos os dias. Estes estudantes também apresentaram desempenho satisfatório no pós-teste, respectivamente 70%, 70% e 60%. Um outro fato apurado que vale a pena ressaltar, é que nenhum estudante afirmou que não estudam fora do ambiente escolar, embora ver-se que ainda estudam pouco a disciplina nos horários extraescolar.

Quadro 75: Correlação gosto pela matemática e interesse nas aulas

Respostas		Você Gosta de Matemática?			
		Não gosto	Suporto	Gosto um pouco	Adoro
As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados?	Sim	(E_6; 3; 6) (E_{12}; 1; 7)	(E_{25}; 2; 6) (E_4; 2; 7)	(E_{13}; 3; 6) (E_{14}; 0; 5) (E_1; 3; 7) (E_8; 2; 7) (E_{27}; 3; 7) (E_{29}; 1; 5) (E_{31}; 3; 6) (E_{33}; 2; 7)	(E_3; 3; 7) (E_2; 3; 6) (E_{22}; 0; 5) (E_{34}; 2; 7)
	Não		(E_{16}; 1; 7) (E_{10}; 1; 6) (E_{20}; 0; 6)		
	Às vezes	(E_{30}; 2; 5) (E_{15}; 1; 7) (E_{26}; 1; 6)		(E_{21}; 0; 6) (E_{24}; 1; 6) (E_{11}; 2; 6) (E_5; 2; 6) (E_7; 2; 6) (E_9; 1; 5) (E_{17}; 0; 6) (E_{18}; 0; 5) (E_{19}; 0; 7) (E_{23}; 0; 7) (E_{28}; 0; 7)	(E_{32}; 2; 7)

Fonte: Experimentação, 2019.

Quando perguntados sobre as aulas de matemáticas viriam a despertar suas atenções para os conteúdos ministrados, verificou-se uma proximidade entre os que afirmam que sim, sempre despertam suas atenções para os conteúdos ministrados (47%) e os que afirmam que somente as vezes sentem-se despertados para aquele conteúdo ministrados (44%). Vale ressaltar que apenas 9% dos estudantes afirmam que aulas de matemática não despertam interesses pelos conteúdos ministrados, embora tenha atingido rendimento satisfatório no pós-teste, ficando entre 60% e 70% de aproveitamento.

6.4 - Coeficiente de Correlação Linear de Pearson dos Testes

O coeficiente de correlação de Pearson (r) recebe esse nome em homenagem ao cientista Karl Pearson e é um índice adimensional medida estatística de associação linear entre variáveis, variando de -1 a 1, onde o sinal indica a direção positiva ou negativa do relacionamento e valor sugere a força da relação entre as variáveis.

Uma correlação perfeita é definida com valores iguais a -1 ou 1 e indica que o escore de uma variável pode ser determinado exatamente ao se saber o escore da outra variável, mas dificilmente esses valores são encontrados e é preciso definir como os pesquisadores poderão interpretar esses resultados. Portanto, Dancey e Reidy (2005) apresentam uma classificação no quadro a seguir, no qual iremos adotar para este estudo.

Quadro 75: Legenda Coeficiente de Pearson

Coeficiente de Pearson (r)	Classificação
0,10 até 0,30	Fraco Positivo
0,40 até 0,60	Moderado Positivo
0,70 até 1	Forte Positivo
0	Nenhuma Correlação
-0,10 até -0,30	Fraco Negativo
-0,40 até -0,60	Moderado Negativo
-0,70 até -1	Forte Negativo

Fonte: Adaptado de Dancey e Reidy (2005).

Nosso estudo adotará a correlação linear de Pearson para compararmos algumas variáveis e analisá-las em seguida. A primeira correlação será entre a diferença nas notas obtidas pelos estudantes do experimento no pré-teste e pós-teste e as respostas obtidas quando perguntados se gostam de matemática. Adotaremos então, os seguintes parâmetros que foram descritos em ordem no questionário de pesquisa. A segui:

Quadro 76: Parâmetros para correlação

Você gosta de Matemática?	Parametrização
Não gosto	1
Suporto	2
Gosto um pouco	3
Adoro	4

Fonte: Experimentação, 2019.

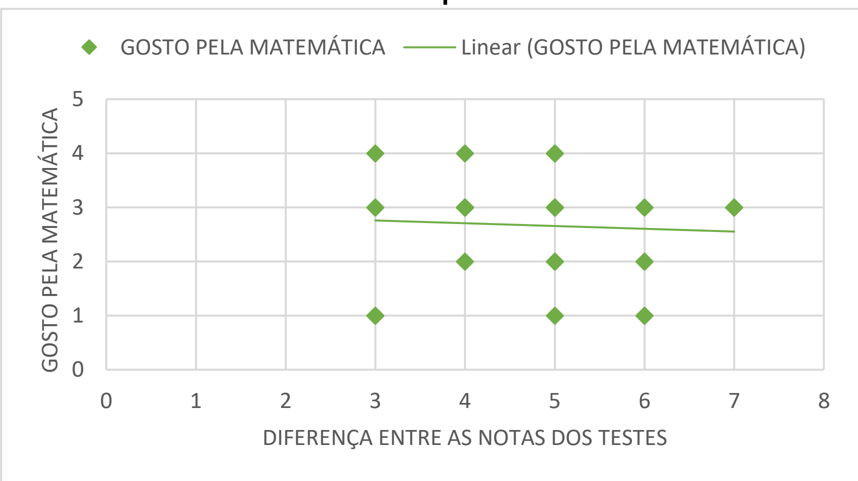
Quadro 77: Correlação entre a diferença das notas nos testes e o gosto por matemática

ESTUDANTE	DESEMPENHO		DIFERENÇA	GOSTO PELA MATEMÁTICA
	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE		
E_1	3	7	4	3
E_2	3	6	3	4
E_3	3	7	4	4
E_4	2	7	5	2
E_5	2	6	4	3
E_6	3	6	3	1
E_7	2	6	4	3
E_8	2	7	5	3
E_9	1	5	4	3

E_{10}	1	6	5	2
E_{11}	2	6	4	3
E_{12}	1	7	6	1
E_{13}	3	6	3	3
E_{14}	0	5	5	3
E_{15}	1	7	6	1
E_{16}	1	7	6	2
E_{17}	0	6	6	3
E_{18}	0	5	5	3
E_{19}	0	7	7	3
E_{20}	0	6	6	2
E_{21}	0	6	6	3
E_{22}	0	5	5	4
E_{23}	0	7	7	3
E_{24}	1	6	5	3
E_{25}	2	6	4	2
E_{26}	1	6	5	1
E_{27}	3	7	4	3
E_{28}	0	7	7	3
E_{29}	1	5	4	3
E_{30}	2	5	3	1
E_{31}	3	6	3	3
E_{32}	2	7	5	4
E_{33}	2	7	5	3
E_{34}	2	7	5	4

Fonte: Experimentação, 2019.

Gráfico 29: Gosto pela Matemática



Fonte: Experimentação, 2019.

O coeficiente linear de Pearson "r", para correlação entre a diferença das notas do pré-teste e pós-teste e gosto pela matemática foi de r

= -0,05864 podemos classificá-la como fraca negativa, concluindo desse modo que o gosto pela matemática teve uma fraca influência nos resultados obtidos nos testes.

A seguir apresentamos a correlação entre a escolaridade dos responsáveis pelos estudantes e a diferença das notas nos testes, fazendo de forma separada, dividindo as duas correlações por gênero (responsável masculino e responsável feminino). Os parâmetros adotados para classificação da escolaridade dos responsáveis foi a estabelecida no questionário de pesquisa descrita a seguir:

Quadro 78: Parâmetro para correlação

Qual a escolaridade de seu responsável (Masculino e Feminino)?	Parametrização
Não estudou	1
Fundamental incompleto	2
Fundamental	3
Médio	4
Superior	5

Fonte: Experimentação, 2019.

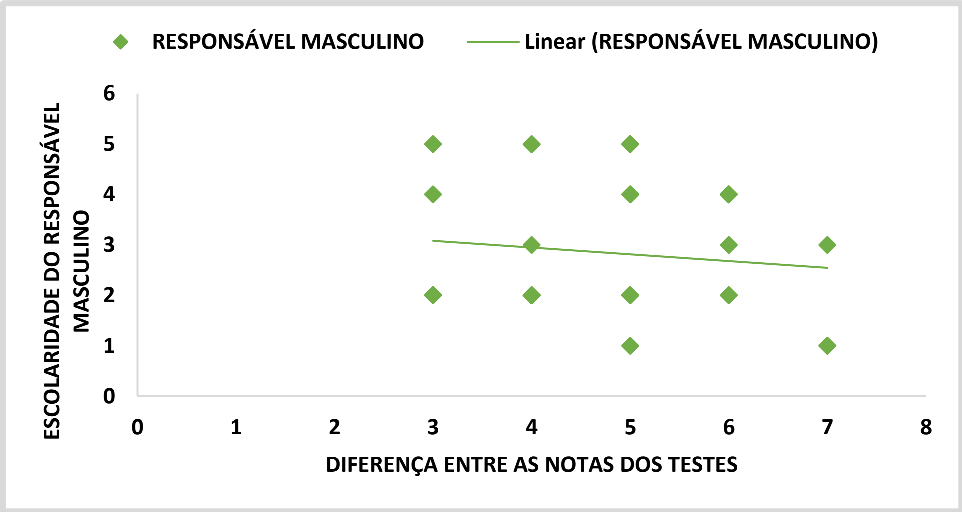
Quadro 79: Escolaridade dos responsáveis

ESTUDANTE	DESEMPENHO		DIFERENÇA	RESPONSÁVEL MASCULINO	RESPONSÁVEL FEMININO
	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE			
E_1	3	7	4	2	2
E_2	3	6	3	4	4
E_3	3	7	4	2	5
E_4	2	7	5	5	5
E_5	2	6	4	2	4
E_6	3	6	3	2	4
E_7	2	6	4	2	2
E_8	2	7	5	2	2
E_9	1	5	4	5	5
E_{10}	1	6	5	2	4
E_{11}	2	6	4	2	3
E_{12}	1	7	6	2	3
E_{13}	3	6	3	2	3
E_{14}	0	5	5	5	5
E_{15}	1	7	6	3	4
E_{16}	1	7	6	4	4
E_{17}	0	6	6	4	3
E_{18}	0	5	5	4	4
E_{19}	0	7	7	1	4
E_{20}	0	6	6	4	3
E_{21}	0	6	6	2	2
E_{22}	0	5	5	2	2
E_{23}	0	7	7	3	3
E_{24}	1	6	5	1	4
E_{25}	2	6	4	2	4
E_{26}	1	6	5	2	5
E_{27}	3	7	4	3	3
E_{28}	0	7	7	1	5
E_{29}	1	5	4	5	5
E_{30}	2	5	3	5	4
E_{31}	3	6	3	2	2

E_{32}	2	7	5	4	5
E_{33}	2	7	5	2	2
E_{34}	2	7	5	4	4

Fonte: Experimentação, 2019.

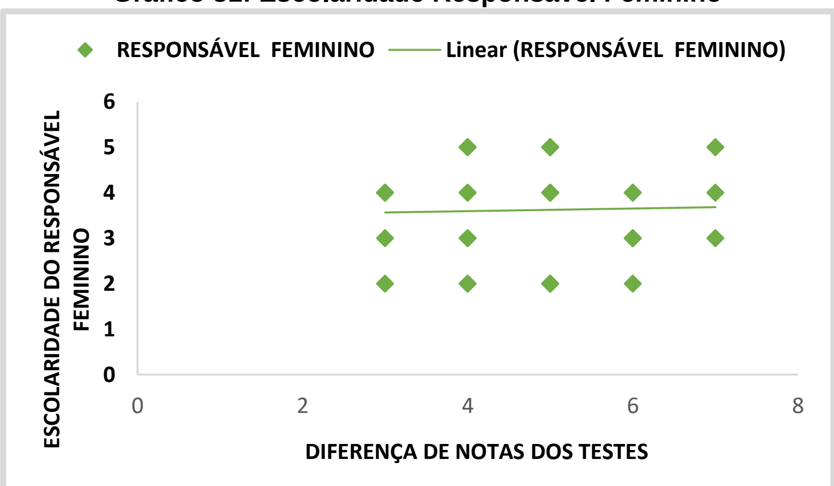
Gráfico 30: Escolaridade Responsável Masculino



Fonte: Experimentação, 2019.

O coeficiente linear de Pearson "r", para correlação entre a diferença das notas do pré-teste e pós-teste e escolaridade do responsável masculino foi de r = -0,12126 ficando no intervalo de -0,30 até -0,10 e podemos classificá-la como fraca negativa, concluindo desse modo que a escolaridade do responsável masculino teve pouca influência nos resultados obtidos nos testes. A segui apresentamos a dispersão sobre as mesmas variáveis, mas abordando a escolaridade do responsável feminino.

Gráfico 31: Escolaridade Responsável Feminino



Fonte: Experimentação, 2019.

O coeficiente linear de Pearson "r", para correlação entre a diferença das notas do pré-teste e pós-teste e escolaridade do responsável feminino foi de r = 0,31797, onde podemos classificá-la como fraca positiva, concluindo desse modo que a escolaridade do responsável feminino teve pouca influência nos resultados obtidos nos testes.

A seguir apresentamos o coeficiente linear de Pearson (r), fazendo a correlação para as variáveis, frequência de estudos fora da escola e diferença de notas entre pré-teste e pós-teste. A parametrização obedeceu a ordem abordada no questionário de entrevista aplicado aos estudantes participantes do experimento.

Quadro 80: Parâmetro para correlação

Com que frequência você estuda matemática fora da Escola?	Parametrização
Não estudo fora da escola	1
Só na véspera de prova	2
No período de prova	3
Somente nos fins de semana	4
Todo dia	5

Fonte: Experimentação, 2019.

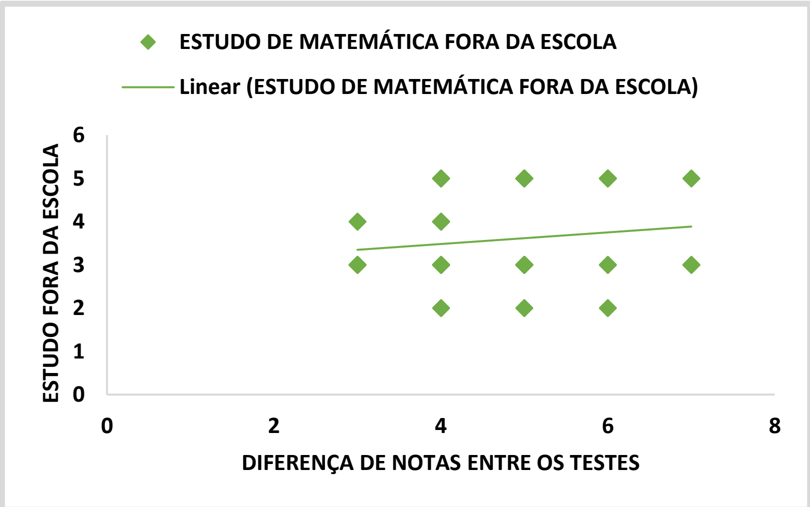
Quadro 81: Estudo de Matemática fora da Escola

ESTUDANTE	DESEMPENHO		DIFERENÇA	ESTUDO DE MATEMÁTICA FORA DA ESCOLA
	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE		
E_1	3	7	4	3
E_2	3	6	3	4
E_3	3	7	4	5
E_4	2	7	5	3
E_5	2	6	4	4
E_6	3	6	3	3
E_7	2	6	4	4
E_8	2	7	5	3
E_9	1	5	4	3
E_{10}	1	6	5	3
E_{11}	2	6	4	5
E_{12}	1	7	6	5
E_{13}	3	6	3	3
E_{14}	0	5	5	5
E_{15}	1	7	6	5
E_{16}	1	7	6	5
E_{17}	0	6	6	3
E_{18}	0	5	5	3
E_{19}	0	7	7	3

E_{20}	0	6	6	3
E_{21}	0	6	6	2
E_{22}	0	5	5	3
E_{23}	0	7	7	3
E_{24}	1	6	5	2
E_{25}	2	6	4	2
E_{26}	1	6	5	5
E_{27}	3	7	4	3
E_{28}	0	7	7	5
E_{29}	1	5	4	3
E_{30}	2	5	3	3
E_{31}	3	6	3	3
E_{32}	2	7	5	5
E_{33}	2	7	5	3
E_{34}	2	7	5	5

Fonte: Experimentação, 2019.

Gráfico 32: Estudo de Matemática fora da escola.



Fonte: Experimentação, 2019.

O coeficiente linear de Pearson “r”, para correlação entre a diferença das notas do pré-teste e pós-teste e a frequência de estudos fora da escola foi de r = 0,154903, onde podemos classificá-la como fraca positiva, concluindo desse modo que a frequência de estudos fora da escola possui uma fraca influência nos resultados obtidos nos testes.

A seguir apresentamos o coeficiente linear de Pearson (r), fazendo a correlação para as variáveis, interesse nas aulas de matemática e diferença de notas entre pré-teste e pós-teste. A parametrização obedeceu a ordem abordada no questionário de entrevista aplicado aos estudantes participantes do experimento.

Quadro 82: Parâmetro para correlação

As aulas de matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados?	Parametrização
Não	1
Às vezes	2
Sim	3

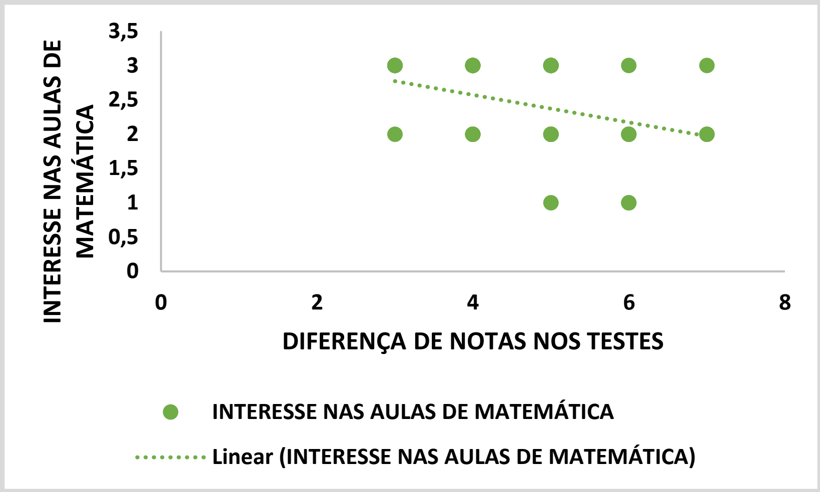
Fonte: Experimentação, 2019.

Quadro 83: Correlação entre a diferença de notas nos testes e o interesse nas aulas

ESTUDANTE	DESEMPENHO		DIFERENÇA	INTERESSE NAS AULAS DE MATEMÁTICA
	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE		
E_1	3	7	4	3
E_2	3	6	3	3
E_3	3	7	4	3
E_4	2	7	5	3
E_5	2	6	4	2
E_6	3	6	3	3
E_7	2	6	4	2
E_8	2	7	5	3
E_9	1	5	4	2
E_{10}	1	6	5	1
E_{11}	2	6	4	2
E_{12}	1	7	6	3
E_{13}	3	6	3	3
E_{14}	0	5	5	3
E_{15}	1	7	6	2
E_{16}	1	7	6	1
E_{17}	0	6	6	2
E_{18}	0	5	5	2
E_{19}	0	7	7	3
E_{20}	0	6	6	1
E_{21}	0	6	6	2
E_{22}	0	5	5	3
E_{23}	0	7	7	2
E_{24}	1	6	5	2
E_{25}	2	6	4	3
E_{26}	1	6	5	2
E_{27}	3	7	4	3
E_{28}	0	7	7	2
E_{29}	1	5	4	3
E_{30}	2	5	3	2
E_{31}	3	6	3	3
E_{32}	2	7	5	2
E_{33}	2	7	5	3
E_{34}	2	7	5	3

Fonte: Experimentação, 2019.

Gráfico 33: Interesse nas aulas de Matemática



Fonte: Experimentação, 2019.

O coeficiente linear de Pearson "r", para correlação entre o interesse que as aulas de matemática despertam nos estudantes para os conteúdos estudados e a diferença das notas do pré-teste e pós-teste foi de r = -0,35802, onde podemos classificá-la como fraca positiva, concluindo desse modo que a frequência de estudos fora da escola possui uma fraca influência nos resultados obtidos nos testes.

A seguir apresentamos um quadro resumo com uma síntese dos resultados obtidos através da correlação de Pearson entre variáveis pesquisadas através de questionário de pesquisa e a diferença entre as notas obtidas no pré-teste e pós-teste realizados pelos estudantes do experimento.

Quadro 84: Resultados da Correlação Linear de Pearson

VARIÁVEL	COEFICIENTE LINEAR DE PEARSON (r)	INTENSIDADE	DIREÇÃO
Gosto pela Matemática	r = -0,05864	Fraca	Negativa
Escolaridade do responsável masculino	r = -0,12126	Fraca	Negativa
Escolaridade do responsável feminino	r = 0,31797	Fraca	Positiva
Estudos fora da escola	r = 0,154903	Fraca	Positiva
Interesse nas aulas de Matemática	r = -0,35802	Fraca	Negativa

Fonte: Experimentação, 2019.

6.4 - Teste de Hipóteses

Os testes de hipóteses (H_0[65] e H_1[66]) são denominados como técnicas para fazer uma inferência estatística. Através dos testes de hipóteses realizados com dados amostrais é possível inferir sobre uma população. Este estudo abordará os testes de hipóteses para dados pareados tendo por base as notas dos estudantes no pré-teste e pós-teste, objetivando testar se as conclusões do experimento foram favoráveis ou não ao que foi proposto na pesquisa, embasando assim, estatisticamente nossa pesquisa.

Nosso estudo adotou o teste de significância para médias, onde considera apenas o erro tipo I[67], que vem representado pela letra grega α, e é denominado como o nível de significância do teste. Vale ressaltar que a escolha pelo teste de significância deu-se pela maior aceitação e usabilidade na academia para pesquisas educacionais. O procedimento para realização dos testes de significância é resumido nos seguintes passos:

> 1. enunciar as hipóteses H_0 e H_1;
> 2. fixar o limite do erro α, e identificar a variável do teste;
> 3. com o auxílio das tabelas estatísticas, considerando α variável do teste, determinar as RC (região crítica) e RA (região de aceitação) para H_0.
> 4. com os elementos amostrais, calcular o valor da variável do teste;
> 5. concluir pela aceitação ou rejeição de H_0 pela comparação do valor obtido na 4° passo com RA e RC. (Fonseca e Martins, 2011. p. 207)

Para o teste de hipótese consideramos as notas absolutas dos estudantes nos testes e a diferença entre elas. A finalidade deste, é principalmente referendar nossas conclusões sobre a evolução constatada no pós-teste após a utilização da metodologia de ensino aplicada na sequência didática. A seguir apresentamos quadro com dados apurados com os acertos dos estudantes nos testes.

Quadro 85: Notas absolutas dos estudantes nos testes

ESTUDANTE	ACERTOS	
	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
E_1	3	7
E_2	3	6
E_3	3	7
E_4	2	7
E_5	2	6
E_6	3	6
E_7	2	6
E_8	2	7
E_9	1	5
E_{10}	1	6

[65] É a hipótese nula (hipótese estatística a ser testada).
[66] É uma hipótese alternativa e é sempre representada por uma desigualdade.
[67] É a probabilidade de ocorrer o erro de se rejeitar uma hipótese quando ela é, de fato, verdadeira.

E_{11}	2	6
E_{12}	1	7
E_{13}	3	6
E_{14}	0	5
E_{15}	1	7
E_{16}	1	7
E_{17}	0	6
E_{18}	0	5
E_{19}	0	7
E_{20}	0	6
E_{21}	0	6
E_{22}	0	5
E_{23}	0	7
E_{24}	1	6
E_{25}	2	6
E_{26}	1	6
E_{27}	3	7
E_{28}	0	7
E_{29}	1	5
E_{30}	2	5
E_{31}	3	6
E_{32}	2	7
E_{33}	2	7
E_{34}	2	7

Fonte: Experimentação, 2019.

Após a análise dos dados do quadro realizamos os cálculos necessários para a aplicação da fórmula a seguir que nos dará o valor da variável t do teste de hipótese. O teste t para média de uma amostra consiste em medir a probabilidade de a média da amostra em questão ter apresentado o valor observado $\bar{x}$ ou algo mais extremo, dada a média da população μ_0.

A população foi considerada todos os estudantes que participaram do experimento, isto é, todos os estudantes que fizeram o pré-teste, participaram da aplicação da sequência didática e realizaram o pós-teste. A amostra foram os estudantes que receberam numeração ímpar (E_1, E_3, ..., E_{33}) totalizando 17 estudantes que correspondem a 50% do total de participantes do experimento. Para fazer isso, estipulamos, que a hipótese nula é $\mu_0 \leq \mu_1$ e que, por consequência, a hipótese alternativa é $\mu_0 < \mu_1$. Usamos a seguinte fórmula para o cálculo da estatística t:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

Onde:

$\bar{x}$ = média amostral (média das notas do pré-teste);

μ_0 = valor da hipótese nula (média das notas do pós-teste);

S = desvio-padrão amostral (desvio padrão das notas do pré-teste);

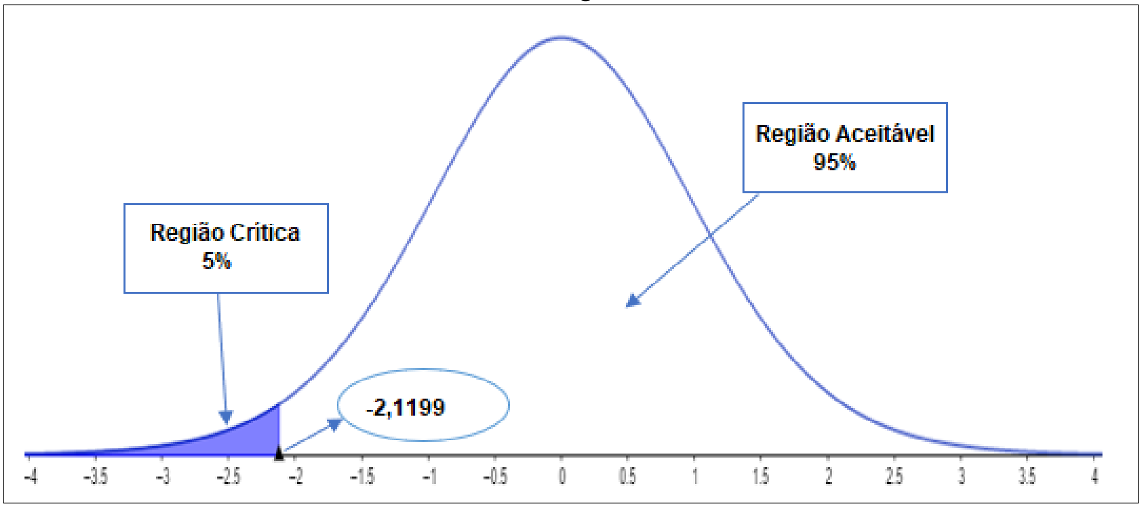
n = tamanho da amostra. Vejamos:

- Hipótese nula H_0 ($\bar{x} \geq \mu_0$): A média do pré-teste é maior ou igual à média do pós-teste;
- Hipótese alternativa H_1 ($\bar{x} < \mu_0$): A média do pré-teste é menor que a média do pós-teste;

Para aplicarmos a fórmula primeiramente calculamos a $\bar{x}$ = 1,64, μ_0 = 6,23 e S = 1,14 e encontramos valor de t = -16,58. A etapa seguinte são as análises das hipóteses H_0 e H_1. Vale ressaltar que, quanto maior valor absoluto tiver t, mais confiança temos ao rejeitar a hipótese nula, ou seja, mais certeza temos ao afirmar que $\bar{x} \geq \mu_0$ não é verdadeiro.

O teste de significância foi com nível α = 5% pela sua maior usabilidade entre os teóricos da ciência estatística, consultamos a tabela "t" de Student, que nos deu que a variável "t" na tabela ficou sendo (n - 1) que encontramos 16 (linha) versus 0,05 (coluna) nos dando o valor a ser marcado na distribuição de -2,1199 desenhamos a distribuição do teste para análise das hipóteses. Acompanhe o gráfico a seguir:

Gráfico 34: Diagrama t de Student



Fonte: Experimentação, 2019.

O gráfico nos mostra que o valor de t = -16,84 fica à esquerda de -2,1199, portanto está inserido na região crítica, significando que a hipótese nula deve ser rejeitada e atribuir a hipótese alternativa como verdadeira. Assim, o teste de hipótese nos mostrou que a hipótese alternativa (H_1 = A média do pré-teste é menor que a média do pós-teste) tem probabilidade de 95% de ser verdadeira.

6.5 Análise a posteriori das atividades propostas e validação

Esta seção tem o objetivo de apresentar os resultados da análise a posteriori do experimento, com a intenção de validá-lo. Neste sentido, as informações produzidas na experimentação, através de nossos registros nas fichas de observações (Sá, 2018) referentes à aplicação da sequência didática e das anotações realizadas pelos estudantes serão utilizadas como referência para nossa análise.

Com a intenção de chegarmos a conclusões a respeito do nosso objetivo que era avaliar os efeitos de uma sequência didática para o ensino de polígonos por meio de atividades, analisamos as observações e conclusões de cada atividade proposta, confrontamos as análises a priori e a posteriori, e verificação do desempenho dos estudantes no pré-teste e pós-teste.

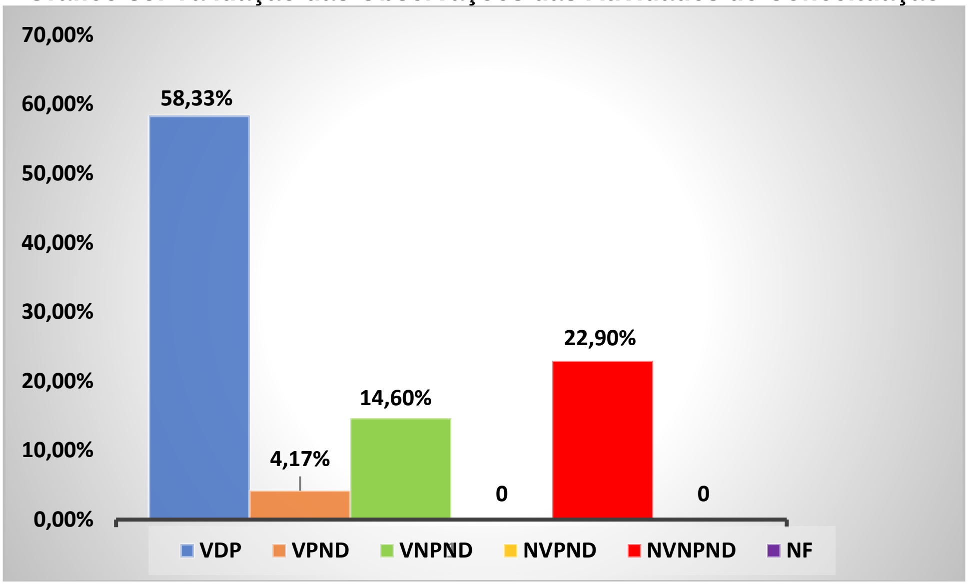
As análise das observações e conclusões que estudantes realizaram durante toda a aplicação das atividades foram classificadas como: válidas, previstas e desejadas (VPD); válidas, previstas e não desejada (VPND); válidas, não prevista e não desejada (VNPND); não válida, prevista e não desejada (NVPND); não válida, não prevista e não desejada (NVNPND) e não formulada (NF). A seguir apresentamos um quadro resumo com as classificações das observações ou conclusões extraídas das atividades executadas pelos estudantes.

Quadro 86: Resumo de observações ou conclusões das atividades

Atividade	Tipo de Atividade		Classificação					
	Conceituação	Redescoberta	VPD	VPND	VNPND	NVPND	NVNPND	NF
01	X		5	0	1	0	0	0
02	X		6	0	0	0	0	0
03	X		2	0	3	0	1	0
04	X		2	2	0	0	2	0
05	X		3	0	0	0	3	0
06	X		5	0	0	0	1	0
07	X		2	0	2	0	2	0
08	X		3	0	1	0	2	0
09		X	0	0	6	0	0	0
10		X	0	0	6	0	0	0
11		X	0	0	6	0	0	0
TOTAL			28	2	25	0	11	0

Fonte: Experimentação, 2019.

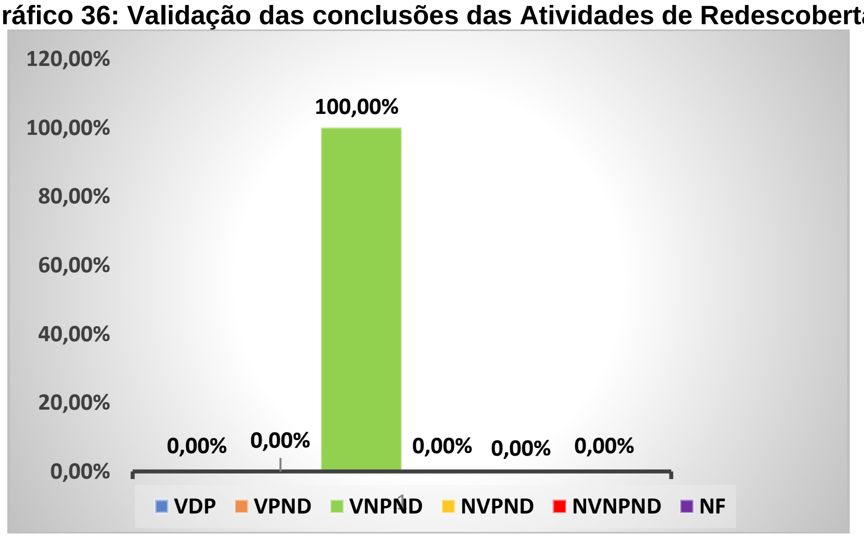
Gráfico 35: Validação das Observações das Atividades de Conceituação



Fonte: Experimentação, 2019.

Com base nos dados apresentados no gráfico sobre as observações das atividades de conceituação, fica evidente o sucesso deste experimento. Cerca de 77% destas observações foram válidas para concretizar os objetivos definidos em cada atividade. A seguir apresentamos os dados sobre a validação das conclusões apresentadas pelos estudantes referentes às atividades de redescoberta.

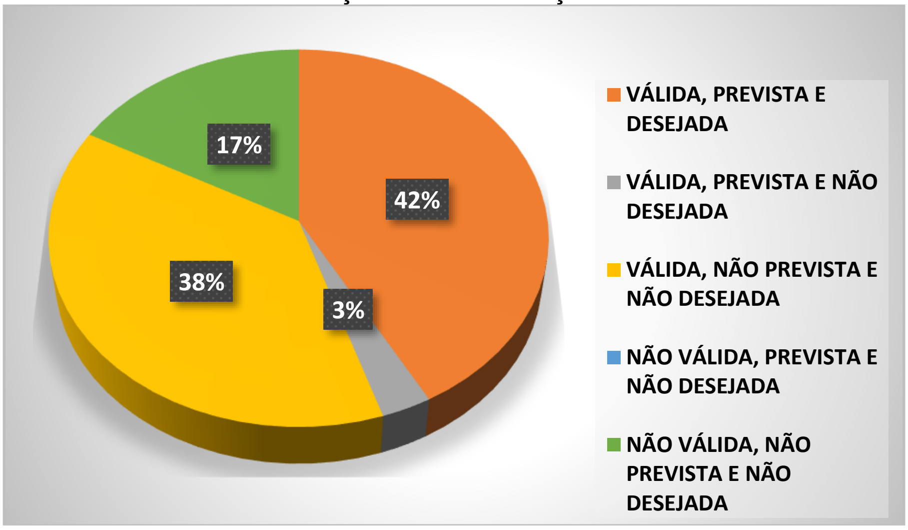
Gráfico 36: Validação das conclusões das Atividades de Redescoberta



Fonte: Experimentação, 2019.

Nas atividades de redescoberta como demonstra no gráfico 36, podemos verificar que 100% das conclusões das equipes foram válidas e serviram substancialmente para atingir os objetivos traçados para estas atividades. Em todas as atividades (conceituação e redescoberta) que compilamos no gráfico 37 a seguir, verificamos que 83% das observações e conclusões apresentadas pelos estudantes foram válidas, e assim, podemos conjecturar o sucesso do experimento realizado.

Gráfico 37: Validação das Observações e Conclusões



Fonte: Experimentação, 2019.

Nosso experimento era composto por onze atividades de ensino aplicado a seis equipes de estudantes, gerando assim, um total de sessenta e seis observações ou conclusões no final da aplicação. Com base nos dados apurados expostos no gráfico 37, é possível destacar que a maioria das observações ou conclusões dadas pelos estudantes foram consideradas válidas, algumas prevista e desejadas, outras prevista e não desejadas e por final as consideradas não previstas e não desejadas.

Embora tenha ocorrido em nosso experimento observações e conclusões não previstas e/ou não desejadas, ressaltamos que foram importantes para a institucionalização e aprendizagem dos conteúdos matemáticos abordados na sequência didática. A seguir mostramos a verificação realizada entre as análises a priori e a posteriori à experimentação.

6.6 - Verificação entre Análises a Priori e a Posteriori da Experimentação.

Quadro 87: Análise a priori x Análise a posterior – Atividade 01

ATIVIDADES	ANÁLISE À PRIORI	ANÁLISE A POSTERIORI	VALIDAÇÃO
1	No primeiro momento como os estudantes ainda não tiveram um contato com a metodologia de ensino, "ensino por atividade", é esperado que possa ocorrer um pouco de dificuldade para se chegar à conclusão esperada. Porém, faremos as intervenções necessárias tomando por base as observações captadas pelo grupo de alunos que participarão do experimento e assim, esperamos que, através da observação do quadro de figuras, os estudantes contornem as figuras, obedecendo a ordem alfabética dos pontos e identifiquem com CF, as figuras que em que o ponto inicial coincide com o ponto final, oportunizando ainda que os mesmos cheguem conclusão que são curvas fechadas e no caso contrário, quando identificadas com CA em que o ponto inicial não coincide com o ponto final, possam defini-las como curvas abertas.	As equipes contornaram as figuras e as identificaram corretamente com CA as curvas abertas e com CF as curvas fechadas. Responderam à pergunta norteadora no quadro de atividade e fizeram suas observações. A maioria das equipes concluíram que as curvas que foram marcadas com CA eram abertas e as curvas marcadas CF eram fechadas, assim, contribuindo substancialmente para a institucionalização do conceito proposto a ser ensinado na atividade.	**Positiva**

Fonte: Experimentação, 2019.

Quadro 88: Análise a priori x Análise a posterior – Atividade 02

ATIVIDADES	ANÁLISE À PRIORI	ANÁLISE A POSTERIORI	VALIDAÇÃO
02	Através da observação do quadro de figuras, esperamos que os estudantes identifiquem as figuras que são formadas só por segmentos de reta e que venha formalizar a definição de uma linha poligonal (formada somente por segmentos de reta consecutivos) e uma linha não poligonal. Acreditamos que será uma atividade de fácil entendimento e fácil percepção do objetivo pretendido. A atividade torna-se importante para que os estudantes venham absorver o conceito de poligonal para formalizar o conceito de polígono.	Todas as equipes foram capazes de observar as figuras do quadro, responder à pergunta norteadora da atividade e tecer observações válidas para a institucionalização do conteúdo. As observações ficaram limitadas a dizer que tinhas figuras só com retas e outras não tinham só retas.	**Positiva**

Fonte: Experimentação, 2019.

Quadro 89: Análise a priori x Análise a posterior – Atividade 03

ATIVIDADES	ANÁLISE À PRIORI	ANÁLISE A POSTERIORI	VALIDAÇÃO
03	Com a observação do quadro de figuras, acreditamos que os estudantes serão capazes de identificar uma linha poligonal fechada e uma linha poligonal aberta, tendo em vista ser um conceito de fácil percepção e acreditarmos nos conhecimentos prévios já adquiridos pelos estudantes. A atividade torna-se importante para que os estudantes venham absorver o conceito de poligonal aberta e poligonal fechada para formalizar o conceito de polígono.	Todas as equipes foram capazes de observar as figuras e responder à pergunta norteadora realizada no quadro de atividade. As observações dos estudantes foram em sua maioria positivas no sentido de institucionalizar o conteúdo de poligonal fechada e poligonal aberta.	**Positiva**

Fonte: Experimentação, 2019.

Quadro 90: Análise a priori x Análise a posterior – Atividade 04

ATIVIDADES	ANÁLISE À PRIORI	ANÁLISE A POSTERIORI	VALIDAÇÃO
04	Os estudantes já detêm o conceito de poligonal fechada e agora pretendemos com esta atividade de observação do quadro de figuras com poligonais fechadas, que eles percebam que entre as poligonais fechada existem as que possuem segmentos de retas que se auto intersectam além de suas extremidades. A atividade torna-se importante para que os estudantes venham absorver o conceito de poligonal fechada simples (quando os segmentos não se intersectam além das extremidades) e poligonal fechada complexa (quando os segmentos de retas se intersectam além dos extremos) para formalizar o conceito de polígono simples com a orientação do professor.	Todas as equipes foram capazes de observar as figuras e responder à pergunta norteadora realizada no quadro de atividade, corretamente. As observações descritas pelos estudantes em sua maioria era que existia figuras que se cruzam e outras não se cruzavam. As observações serviram de base para institucionalizarmos o conceito de poligonal simples ou polígono simples.	**Positiva**

Fonte: Experimentação, 2019.

Quadro 91: Análise a priori x Análise a posterior – Atividade 05

ATIVIDADES	ANÁLISE À PRIORI	ANÁLISE A POSTERIORI	VALIDAÇÃO
05	Ao analisar as figuras expostas no quadro de figuras após os procedimentos realizados com base no roteiro, esperamos que os estudantes observem que há segmentos de retas com extremos pertencentes ao interior do polígono e que ficam por completo contidos neste. Assim, também esperamos que estudantes percebam que há segmentos de retas com extremos no interior do polígono que não ficam totalmente contidos neste. Com esta percepção que esperamos dos estudantes, ao docente compete classificar esses polígonos simples em convexos e côncavos, podendo ainda explorar a ideia dos cantinhos dos polígonos simples, se pelo menos um cantinho apontando pra área interna do polígono, podemos classifica-lo como côncavo, caso contrário, onde todos os cantinhos apontam para área externa ao polígono, podemos classifica-lo como convexo.	Todas as equipes foram capazes de observar as figuras, traçar todos os seguimentos retas solicitados pela atividade e responder à pergunta norteadora realizada no quadro, corretamente. As observações descritas pelos estudantes ficaram divididas: 50% das equipes responderam de forma satisfatórias que em alguns polígonos o seguimento de reta ficava totalmente dentro da figura e em outros polígonos ficavam com partes fora e outros 50% apesar de terem realizado a atividade corretamente, as escritas não serviram para institucionalização do conteúdo.	**Positiva**

Fonte: Experimentação, 2019.

Quadro 92: Análise a priori x Análise a posterior – Atividade 06

ATIVIDADES	ANÁLISE À PRIORI	ANÁLISE A POSTERIORI	VALIDAÇÃO
06	Esperamos que, através da observação da cartela de figuras, os estudantes identifiquem: que há polígonos simples com medidas dos lados iguais (equilátero); que há polígonos simples com medidas dos ângulos iguais (equiângulo) e que há polígonos simples com as duas características (equilátero e equiângulo). Partindo desta observação, ao docente é esperado que faça a classificação dos polígonos simples convexos. Para os polígonos simples convexo que possui as duas características (equilátero e equiângulo) chamamos de Polígono Regular aos demais de polígono irregular.	Todas as equipes foram capazes de observar as figuras e responder à pergunta norteadora realizada no quadro de atividade, corretamente. As observações descritas pelos estudantes em sua maioria era que existia figuras que com lados e ângulos internos iguais, lados diferentes, ângulos diferentes. As observações serviram de base para institucionalizarmos o conceito de polígono regular e de um polígono não regular.	**Positiva**

Fonte: Experimentação, 2019.

Quadro 93: Análise a priori x Análise a posterior – Atividade 07

ATIVIDADES	ANÁLISE À PRIORI	ANÁLISE A POSTERIORI	VALIDAÇÃO
07	Com a observação das figuras e obediência ao roteiro da atividade. Esperamos que os estudantes identifiquem a relação de equivalência que há entre: quantidade de segmentos de reta que formam o polígono; a quantidade de encontros de segmentos de retas que há no polígono e a quantidade de mudanças de direção dos segmentos retas que formam os polígonos. Além de identificar a relação citada, esperamos que os estudantes possam descobrir que é possível traçar novos segmentos unindo dois encontros de segmentos não consecutivos. Assim, o docente poderá nomear os elementos de polígono: segmentos de reta (lado), encontro de segmentos (vértice), mudanças de direção dos segmentos (ângulo).	Todas as equipes foram capazes de observar as figuras e responder às três perguntas referentes à cada figura apresenta, corretamente. Nas observações descritas pelos estudantes ficou claro a percepção que que em cada polígono há três elementos que possuem sempre as mesmas quantidades (lados, ângulos e vértices) e assim, servindo para conceituarmos esses elementos que fazem parte um polígono.	**Positiva**

Fonte: Experimentação, 2019.

Quadro 94: Análise a priori x Análise a posterior – Atividade 08

ATIVIDADES	ANÁLISE À PRIORI	ANÁLISE A POSTERIORI	VALIDAÇÃO
08	Com a observação das figuras e obediência ao roteiro da atividade. Esperamos que os estudantes possam descobrir que é possível traçar novos segmentos unindo dois encontros de segmentos não consecutivos (vértices). Assim, o docente poderá nomear esses segmentos traçados através de dois encontros não consecutivos de diagonal de um polígono.	Todas as equipes foram capazes de observar as figuras e responder à pergunta norteadora da atividade, corretamente. Nas observações descritas pelos estudantes ficou claro, que é possível ligar dois vértices não consecutivos de um polígono. Os estudantes também foram capazes de perceber e expressar que o polígono de três lados (triângulo) não possui essa característica. As observações descritas pelos estudantes serviram substancialmente para institucionalizarmos o conceito de uma diagonal de um polígono.	**Positiva**

Fonte: Experimentação, 2019.

Quadro 95: Análise a priori x Análise a posterior – Atividade 09

ATIVIDADES	ANÁLISE À PRIORI	ANÁLISE A POSTERIORI	VALIDAÇÃO
09	Esperamos que, através do preenchimento da tabela, os estudantes possam deduzir a relação que calcula o número de diagonais de polígono qualquer ou façam conclusões válidas para dedução da fórmula.	Inicialmente os estudantes tiveram dificuldade para entender a proposta da atividade. Passado o tempo de dúvidas partiram para resolução e conseguiram preencher o quadro da atividade seguindo as orientações estabelecidas no roteiro. Os estudantes não conseguiram deduzir a fórmula do cálculo do número de diagonais, mas concluíram com informações muitos pertinentes, exemplo: "*o número de vértices vezes pelas diagonais aí divide por 2 para dar o resultado".* Nota-se pelas conclusões que foram capazes de entender o processo, apenas não formalizaram de forma algébrica a fórmula. Todas as conclusões das equipes foram fundamentais para a institucionalização da fórmula do cálculo do número de diagonais de polígono.	**Positiva**

Fonte: Experimentação, 2019.

Quadro 96: Análise a priori x Análise a posterior – Atividade 10

ATIVIDADES	ANÁLISE À PRIORI	ANÁLISE A POSTERIORI	VALIDAÇÃO
10	Esperamos que, através do preenchimento do quadro, os estudantes possam deduzir a relação que define a soma dos ângulos internos de polígono qualquer ou produza conclusões válidas para deduzir a fórmula.	Os estudantes não tiveram dificuldade para entender a proposta da atividade e partiram para resolução e conseguindo preencher o quadro da atividade seguindo as orientações estabelecidas no roteiro. Os estudantes não conseguiram deduzir a fórmula do cálculo da soma dos ângulos internos, mas concluíram com informações muitos pertinentes, exemplo: "*a quantidade de triângulos formados você multiplica por 180".* Nota-se pelas conclusões que foram capazes de entender o processo, apenas não formalizaram de forma algébrica a fórmula. Todas as conclusões das equipes foram fundamentais para a institucionalização da fórmula do cálculo do número de diagonais de polígono.	**Positiva**

Fonte: Experimentação, 2019.

Quadro 97: Análise a priori x Análise a posterior – Atividade 11

ATIVIDADES	ANÁLISE À PRIORI	ANÁLISE A POSTERIORI	VALIDAÇÃO
11	Esperamos que, através da medição e soma dos ângulos externos de polígono qualquer, os estudantes possam deduzir que a soma dos ângulos externos de um polígono qualquer é igual a 360º.	Todas as equipes após a medição e soma dos ângulos externos foram capazes de concluir que sempre será 360°. Informação importante para que pudéssemos institucionalizar a definição que a soma dos ângulos internos de polígono de n lados sempre é 360°.	**Positiva**

Fonte: Experimentação, 2019.

Como podemos verificar, através da verificação e confronto entre as análises *a priori* e *a posteriori* apresentado acima, todas as atividades apresentaram validações positivas, ou seja, dentro do que prevíamos e desejávamos para as observações e conclusões, o que nos faz inferir que o experimento à luz do ensino por atividades surtiu efeito favorável à aprendizagem de polígonos para esta turma que participou do experimento.

7 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho é fruto da aplicação de uma sequência didática para o ensino de polígonos no ensino fundamental, foi construída visando a autonomia do estudante amparada pela metodologia de ensino, denominada por SÁ (2009), de ensino por atividade. Nosso objetivo foi analisar os efeitos desta sequência didática aplicada em uma turma do 8º ano do ensino fundamental da rede pública do município de Uruçuí-PI.

Para atingir o objetivo traçado aplicamos como metodologia de pesquisa, denominada Engenharia Didática, onde foi possível ver acontecer este estudo ao longo das fases que se subdivide a metodologia aplicada.

Na primeira fase da pesquisa, realizamos as análises prévias, buscamos nos documentos oficiais da educação brasileira, como PCN e BNCC, como é tratado nosso conteúdo matemático de estudo e quais orientações sobre o ensino desta temática. As descobertas foram de associar sempre a algo concreto, da vivência do estudante, que fosse algo significante para ele. Ainda nesta fase, buscamos entender a realidade do lócus da pesquisa, para isso, aplicamos questionários aos egressos do 8º ano do ensino fundamental que nos apontou muitos problemas em relação ao ensino e aprendizagem de polígonos, daí direcionamos nossos esforços na construção da sequência didática.

Nas análises prévias também fizemos estudo bibliográfico sobre tema, pesquisa de seus aspectos históricos e de seus aspectos matemáticos. Os estudos foram relevantes para nos situar e nos direcionar na pesquisa. Encontramos situações exemplos de sequências didáticas sobre polígonos, teoria do pensamento geométrico e de construção do conhecimento geométrico, que se dá sobre o equilíbrio e trânsito da percepção-concepção-construção-representação. Os aspectos históricos foram importantes para percebermos como o homem descobriu a geometria, já os aspectos matemáticos nos coloram sobre dúvidas quanto à definição de um polígono, principalmente quando analisamos os livros didáticos da atualidade.

Na segunda fase da pesquisa, as concepções e análises a priori, realizamos estudos sobre o ensino por atividade e construímos a sequência didática estruturada sobre a metodologia de ensino, com as devidas análises a priori de todas as atividades que a compõe. A maioria das atividades propostas foram conceituais, por esse motivo trabalhamos mais com observação dos estudantes para perceberem aquele conceito que a atividade queria ensinar, e nas atividades de redescoberta, além da percepção, os estudantes tiveram que instrumentalizar para atingir o objetivo da atividade.

A terceira etapa da pesquisa deu-se com a experimentação, que foi a aplicação da sequência didática, aplicação de questionários investigativos, preenchimento fichas de observação referentes as atividades e aplicação de pré-teste e pós-teste. Nesta fase compreende ainda, a apuração dos resultados para validação na fase a seguinte.

As análises a posteriori e validação compreendem a última etapa da pesquisa, é onde apresentamos os resultados obtidos, fazemos as análises estatísticas e o confronto entre análises prévias e análises a posterior, para assim, validar o experimento. Para validar o experimento, utilizamos como técnicas: comparação percentual dos resultados dos testes, análises dos tipos de erros cometidos nos testes, análise de correlação de Pearson entre variáveis e teste de hipótese para a amostra.

Na realização da primeira atividade os estudantes tiveram um pouco de dificuldade, por não estarem acostumados com aquele novo método de ensino, porém do decorrer das demais atividades essa barreira foi vencida e constantemente nos deparávamos com comentários deles sobre o desejo das aulas de matemática continuasse daquela forma.

As correlações de Person que aplicamos sobre variáveis do questionário socio educacional (gosto pela matemática, escolaridade do responsável masculino, escolaridade do responsável feminino, estudos extra classe e interesse pelas aulas de matemática) e as notas dos testes, mostraram que não apresenta nenhuma correlação perfeita ou forte que viesse a influenciar no resultado do pós-teste. Assim, conjecturamos que o ensino por atividade veio a contribuir para o sucesso do experimento.

As notas dos estudantes dos estudantes no pós-teste foram expressivamente melhores que as notas no pré-teste, fato este que nos fizeram submeter ao teste de hipótese, constatando estatisticamente o sucesso do experimento com metodologia do ensino por atividade.

Os resultados apurados da sequência didática como: pré-teste, pós-teste, confronto entre as análises a priori e análises a posteriori, análises das observações e conclusões dos estudantes sobre atividades, nos fazem acreditar que uma mudança de hábito pode repercutir muito positivo para as gerações vindouras. O ensino por atividade foi essencial para avanço descrito neste trabalho, os estudantes foram ativos, conseguiram ver o que estávamos propondo na atividade, embora muitas vezes não chegaram com a exatidão das palavras no conceito que queríamos ensinar.

Mesmo validando o experimento e atribuindo sucesso a metodologia de ensino, é importante ressaltar que em algumas questões dos testes, exatamente três, os estudantes não foram capazes de obter um resultado correto. Nas análises posteriores constatamos que este fato se deva principalmente ao pouco tempo que ficou para o treino de questões semelhantes à do teste.

Sobre esta pesquisa que apresentamos referente ao ensino de polígonos, acreditamos que abra espaço para novas descobertas sobre a temática, cremos na continuidade deste estudo sobre a mesma metodologia de ensino, acrescentada de novos instrumentos, por exemplo os aplicativos e softwares mais avançados, sempre com o objetivo de melhorar o ensino. Enfim, os efeitos da sequência didática foram positivos e mostrou avanços significativos dos estudantes participantes, evidenciados claramente com as observações e conclusões das atividades e notas do pós-teste.

8. REFERÊNCIAS

AMARAL JÚNIOR, José Rutênio do. **O ensino de polígonos com o auxílio do geogebra no ensino médio**. 2013. 79 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Profmat – Universidade Federal do Vale do São Francisco, Juazeiro – BA. Disponível em https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=44888. Acesso em 15/04/2018.

AMARAL, Wagner Alexandre do; COSTA, Reginaldo Rodrigues da. **Avaliação da Aprendizagem no Ensino da Matemática: Tendências e Perspectivas**. Disponível em <http://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2017/26060_12377.pdf> acesso em 15/06/2018.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba. Ed. UFPR, 2007.

ALMOULOUD, Saddo Ag. e COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Engenharia Didática: Características e seus usos em trabalhos apresentados no GT19/ANPED. **Revemat – Revista Eletrônica de Educação Matemática**. V3.6, p. 62-77, UFSC: 2008.

ARQUIMEDES. **Wikipédia**, 2018. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Arquimedes. Acesso em 12/12/2018.

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática. In: BRUN, J. Didática das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4. p. 193-217.

ARTIGUE, Michèle. Ingeniería didáctica. In: GOMEZ, Pedro. **Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas**. San Rafael- México: Iberoamérica,1995. Cap. 4, pag. 33-60. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/676/1/Artigueetal195.pdf >. Acesso: 24/04/2018.

BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática – SBM, IMPA, 1985.

BARBOSA, João Lucas Marques. **Geometria Euclidiana Plana: Coleção do professor de matemática.** Rio de Janeiro: SBM, 2012.

BARIANI, Isabel Cristina Dib. Estilos Cognitivos de Universitários e Iniciação Científica. 1998, 146 f. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

BRIGO, Jussara. **As Figuras geométricas no ensino de matemática: uma análise histórica nos livros didáticos**. 2010. 163 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC. Disponível em http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/94507. Acesso em 15/04/2018.

BRITO, Maria Regina Ferreira de. **Um estudo sobre as atitudes em relação à matemática em estudantes de 1º e 2º grau.** 1996, 398 f. Concurso de Livre Docência. Faculdade de Educação. Unicamp.
BROUSSEAU, Guy. **Iniciación al estúdio de la teoria de las situaciones didáticas**. 1ª Ed. Bueno Aires – Argentina: Libros del Zorzal, 2007.

BRUNER, Jerome S. **Uma nova teoria da aprendizagem**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Bloch editores, 1969.

BZUNECK, José Aloyseo; SILVA, Rosangela. O Problema da Ansiedade nas Provas: Perspectivas Contemporâneas. **Semina**, Londrina-PR, v. 10, n. 3, 1989.

CAVALCANTE, Carmem Haab Lutte; JUNIOR, Pedro Aureliano dos Santos. Fatores que influenciam o desempenho escolar: a percepção dos estudantes do curso Técnico em Contabilidade do IFRS – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, Campus Porto Alegre. **Revista Liberato**, Novo Hamburgo, v. 14, n. 21, p. 01-112 jan./jun. 2013.

CERQUEIRA, Teresa Cristina Siqueira. **Estilos de Aprendizagem em Universitários**. 2000, 155 f. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação

CHIZZOTTI A. **Pesquisas em ciências humanas e sociais**. 3a ed. São Paulo: Cortez.

DAVID A. Kolb. **Wikipédia**, 2018. Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/David_A._Kolb. Acesso em 12/12/2018.

DANCEY, Christine & REIDY, John. (2006), **Estatística Sem Matemática para Psicologia: Usando SPSS para Windows**. Porto Alegre, Artmed.

DEMO, Pedro. **Metodologia do conhecimento científico**. São Paulo: Atlas, 2000.

DEMO, Pedro. **Pesquisa e construção do conhecimento: metodologia científica no caminho de Habermas.** Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1994.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N., **Fundamentos de Matemática Elementar** - Volume 10, 4ª edição. São Paulo. Editora ATUAL. 1985.

EVES, Howard. **História da Geometria**; Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**; Tradução H. Domingues. 5ª Ed. Campinas – SP. Edittora Unicamp, 2011.

EVES, Howard. **A Survey of Geometry**. Revised Edition, Allyn & Bacon, 1972. Boston

ESCALA Likert. Wikipédia. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Escala_Likert. Acesso em 15/12/2018.

FONSECA, Jairon Saimon da. MARTINS, Gilberto de Andrade. Curso de Estatística. 6ª Ed. Atlas. SãoPaulo, 2011.

FOSS, Ana Maria; DONEL, Daniele. O ensino de polígonos regulares por meio de materiais manipuláveis. **EPREM**. Anais. Unioeste. Cascavel-PR. 21 a 23/09/2017. Disponível em http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/viewFile/21/134.Acesso em 12/11/2018.

GIL, A. C. **Didática do ensino superior**. São Paulo: Atlas, 2011.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinício de Macedo. O Cenário do Ensino de Matemática e o Debate sobre o Currículo de Matemática. **Práxis Educacional**, Vitória da Conquista-BA, v. 8, n.13, p.253-280, jul/dez 2012.

GUI Brouseau. **Wikipédia**, 2018. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Guy_Broussseau. Acesso em 12/12/2018.

INEP, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **PISA**. Disponível em: http://www.pisa.oecd.org/pages/0,2987,en_32252351_32235731_1_1_1_1_1,00.html . Acesso em: 17/04/2018 às 21:16h.

INRE - Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques. **Wikipédia**, 2018. Disponível em: https://fr.wikipedia.org/wiki/Institut_de_recherche_sur_l%27enseignement_des_math%C3%A9matiques. Acesso em 12/12/2018.

INVENTÁRIO de Estilos de Aprendizagem de Kolb. **Centro Ciências Humanas Letras e Artes – UFPB**.Disponível em: http://www.cchla.ufpb.br/ccmd/aprendizagem/. Acesso em 15/12/2018.

KALEFF, A. M. M. R. **Do fazer concreto ao desenho em geometria:** ações e atividades desenvolvidas no laboratório de ensino de geometria da Universidade Federal Fluminense. In: Sergio Lorenzato. (Org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. 1ed.Campinas-SP: Autores Associados, 2006, p. 113-134.

KALEFF, A. M. M. R. et al. **Desenvolvimento do pensamento geométrico-** O modelo de Van Hiele. 1989. pag. 9-14. 2º Congresso Nacional de Iniciação Científica- Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1989.

KALEFF, A. M. M. R. Tomando o ensino de geometria em nossas mãos... **A Educação Matemática em Revista**. SBEM, n.2, p.19-25, 1994.

KLAUSMEIER, H. M.; GOODWIN, W. **Manual da psicologia Educacional: Aprendizagem e Capacidades Humanas**: (Tradução de Abreu, M.C.T.A.) São Paulo: Harper & Row, 1977.

KOLB, D. (1984). **Experiential learning**. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

LAURO, Maira Mendias. **Percepção-Construção-Representação-Concepção. Os quatro processos do ensino da geometria: uma proposta de articulação.** 2007. 396 f. Dissertação (mestrado) – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2007. Disponível em: http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-20042007-103710/pt-br.php. Acesso em 12/11/2018.

LORENZATO, Sérgio. **O laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas: Autores Associados,2006.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista,** SBEM, São Paulo, Ano III, n.4, p. 3-13, 1995.

MACHADO, Nilson José. **Epistemologia e Didática. As concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente**. São Paulo: Cortez, 2002.

MARTINS, Nuno Lopes. Classificação e Partição de Polígono Simples. 2005. 130 f. Dissertação – Universidade de Aveiro – Portugal. Disponível em https://myesecweb.esec.pt/cdi/ebooks/docentes/N_Martins/Tese%20mestrado.pdf. Acesso em 15/04/2018

MATREIRO, Amanda. **A desmistificação da geometria por meio da ludicidade: Geoplano como ferramenta facilitadora para o ensino e aprendizagem**. 2018. 82 f. Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Estadual Paulista, 2018 – Presidente Prudente – SP. Disponível em https://repositorio.unesp.br/handle/11449/154589. Acesso em 15/04/2018.

MELLO, Guiomar Namo de. **Currículo da Educação Básica no Brasil: concepções e políticas**. 2014. Disponível em <movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2015/09/guiomar_pesquisa.pdf>. Acesso em 06/06/2018.

MENDES, Iran Abreu e SÁ, Pedro Franco de. **Matemática por Atividades: Sugestões para a sala de aula**. Natal: Flecha do Tempo, 2006.

MICHÈLLE Artigue. **Wikipédia**, 2018. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Mich%C3%A8le_Artigue. Acesso em 12/12/2018.

MORAIS FILHO, Francisco Marcelino de. Re(significando) o ensino de polígono regulares. **IX EPBEM.** Anais. Campina Grande – PB. 24 a 26/11/2016. Disponível em https://editorarealize.com.br/revistas/epbem/trabalhos/TRABALHO_EV065_MD1_SA4_ID60_30102016124200.pdf>. Acesso em 12/11/2018.

MORGADO, Augusto Cesar. Wagner, E. Jorge, Miguel. **Geometria I**. 5ª Ed. Rio de Janeiro. Editora F. Alves.

MOREIRA, Herivelton. Luiz Gonzaga Caleffe. **Metodologia da Pesquisa para o Professor Pesquisador**. 2ª Edição. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

NAGATA, Rosenilda de Sousa. **Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico: O aprendizado do conteúdo de polígonos numa perspectiva do modelo Van Hiele**. 2016. 120 f. Dissertação (mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2016. Disponível em http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/1615/1/CT_PROFMAT_M_Nagata%2C%20Rosenilda%20de%20Souza_2016.pdf>. Acesso em 15/04/2018.

NOVAES, Maria Helena. O valor do diagnóstico na educação. **Boletim,** Volume 5. 1968 . p 67-80. Rio de Janeiro – Brasil. Disponível em http://www.ufrgs.br/museupsi/valordigeduc.htm. Acesso em 12/11/2018.

OLIVEIRA, Rubens Gualberto de. **O Baricentro dos Polígonos Convexos**. 2017. 84 f. Dissertação (Mestrado Profissinal) - Instituto de Matematica - Universidade Federal da Bahia, Salvador - BA Disponível em https://repositorio.ufba.br/ri/handle/ri/23382. Acesso em 15/04/2018.

OLIVEIRA, TATIANA MARIA DOMINGUES DE. **A geometria do mosaico: uma sequência didática para a aprendizagem sobre polígonos**. Disponível em http://www.dm.ufrpe.br/dissertacao/geometria-do-mosaico-uma-sequ%C3%AAncia-did%C3%A1tica-para-aprendizagem-sobre-pol%C3%ADgonos. 2013. 60 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Profmat. Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife – PE. Acesso em 15/04/2018.

OLIVEIRA, Antônio Marmo de. Biblioteca da Matemática Moderna: **Tomo I – Aritmética, Geometria Plana e Teoria de Conjuntos**. 4ª ed. Lisa. São Paulo, 1971.

PASSOS, C. L. B. **Representações, interpretações e prática pedagógica: a geometria na sala de aula**. 2000. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

PAVANELO, R. M. O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**. Campinas, Ano 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

PEREIRA, Lucas Rodrigues. **Práticas de ensino em geometria plana**. 2017. 171 p. Dissertação (Mestrado Profissional) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Teófilo Otoni, 2017. Disponível em http://acervo.ufvjm.edu.br/jspui/handle/1/1691. Acesso em 15/04/2018.

PEREZ, Geraldo. A Realidade sobre o Ensino de Geometria no 1º e 2º graus, no Estado de São Paulo. **A Educação Matemática em Revista** - SBEM – n.4 – 1º Semestre de 1995.

PIROLA, N. A. **Solução de problemas geométricos: dificuldades e perspectivas**. 2000. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

POMMER, Wagner Marcelo. **A engenharia didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo equações diofantinas lineares**. 2013. 72 p. Disponível em: http://stoa.usp.br/wmpommer/files/3915/20692/Livro+Eng%C2%AA+Did%C3%A1tica+2013.pdf. Acesso em 15/12/2018.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. **Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio**. 2008. 200 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências, 2008. Disponível em http://hdl.handle.net/11449/90947. Aceso 15/04/2018.

PROENÇA, Marcelo Carlos de; PIROLA, Nelso Antônio. O Conhecimento de Polígonos e Poliedros: Uma Análise do desempenho de alunos do ensino médio em exemplos e não exemplos. **Ciência e Educação**. Bauru, v.17, n. 1, p. 199-217, 2011.

PROENÇA, Marcelo Carlos de; PIROLA, Nelso Antônio.Um estudo sobre o desempenho e as dificuldades apresentadas por alunos do ensino médio na identificação de atributos definidores de polígono. **Zetetiké**. Campinas, v.17, n. 31, p. 11-37, 2009.

REZENDE, Dayselane Pimenta Lopes; CARNEIRO, Reginaldo Fernando. O ensino e a aprendizagem de polígonos em periódicos de educação matemática. **ENEM**. Anais. São Paulo – SP. 13 a 17/07/2016. Disponível em http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7871_3448_ID.pdf>. Acesso em 12/11/2018.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de matemática no nível fundamental**. Belém: Eduepa, 2009.

SÁ, Pedro Franco de. **Momentos de aula de matemática por atividade**. Belém: (Ainda não publicado). 2018.

SÁ, Pedro Franco de. **Tópicos de Geometria Experimental: Técnica da Redescoberta**. Dissertação (especialização). 1988. 37 f. Universidade Federal do Pará.

SÁ, Pedro Franco de. **Possibilidades do Ensino de Matemática por Atividades**. SBEM-PA. Belém, 2019.

SANCHES, Juan Carlos Huate e BRAVO, José A. Fernandes. **O Ensino da Matemática: Fundamentos Teóricos e Bases Psicopedagógicas**. Tradução: Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

SANTOS, Antônio Raimundo dos Santos. **Metodologia Científica: A Construção do Conhecimento.** 8ª Edição. Rio de Janeiro: Lamparina, 2015.

SANTOS, Francisco Nordman Costa Santos. SILVA, Ana Kely Martins da. SÁ, Pedro Franco de. O Ensino de Polígonos Segundo Estudantes de Uruçuí-PI. In: **Seminário de Cognição e Educação Matemática: Implicações para sala de aula**, 8, 2018, Belém. Anais, Belém, pág 677 a 694.

SANTOS, E. **Currículos - Teoria e Práticas**. Rio de Janeiro: Gen LTC, 2012.

SEVERINO, **Antônio Joaquim. Metodologia do Trabalho Científico**. 24ª ed. São Paulo: Cortez, 2016.

STRUIK, Dirk J. A Consise History of Mathematics. Tradução de João Cosme Santos Guerreiro. 2ª Ed. Lisboa – Portugal. Editora Gradiva.

VEJA, Site. **Em turmas com mais repetentes, alunos têm desempenho pior**. Disponível em <https://veja.abril.com.br/educacao/em-turmas-com-mais-repetentes-alunos-tem-desempenho-pior/ > Acesso em 10/06/2018.

ZABALA, Antoni. A Prática Educativa: Como Ensinar. Tradução: Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZARO, Milton; Hillebrand. **Matemática Experimental**. 1990. São Paulo – SP. Editora Ática.

9. ANEXOS

Ficha de Observação de Aula de Redescoberta

Nome do Professor:____ **Nome do Observador**: ___________________________________
Data: ___/___/2019 **Atividade**: ____
Horário Inicial: ________ **Horário do Término**: __________ **Quantidade de Alunos**:______________ **Quantidade de Grupos**: _________
Objetivo da Atividade: ____

MOMENTO	DOCENTE	GRUPOS										
ORGANIZAÇÃO	**DIRIGIU AS AÇÕES?** ( ) SIM ( ) EM PARTE ( ) NÃO	**GRUPOS**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
	ORIENTOU A FORMAÇÃO DAS EQUIPES? ( ) SIM ( ) EM PARTE ( ) NÃO	**OS COMPONENTES FORAM RECEPTIVOS?**										
	DEMONSTROU TER PLANEJADO A ATIVIDADE? ( ) SIM ( ) EM PARTE ( ) NÃO	**SIM EM PARTE NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
	EVITOU QUE OS ALUNOS DESPEDIÇASSEM TEMPO COM AÇÕES ALHEIAS À ORGANIZAÇÃO DA TURMA? ( ) SIM ( ) EM PARTE ( ) NÃO	**DESPERDIÇOU TEMPO COM AÇÕES ALHEIAS À ORGANIZAÇÃO?**										
	FOI OBJETIVO? ( ) SIM ( ) EM PARTE ( ) NÃO	**SIM EM PARTE NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
	MOSTROU ENTUSIASMO? ( ) SIM ( ) EM PARTE ( ) NÃO	**O GRUPO FOI FORMADO ESPONTANEAMENTE?**										
	OBSERVAÇÃO:	**SIM EM PARTE NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
		OBSERVAÇÃO:										

MOMENTO	DOCENTE	GRUPOS										
APRESENTAÇÃO	**DISTRIBUIU O MATERIAL NECESSÁRIO?** ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**GRUPOS**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
	MOSTROU-SE MOTIVADO? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**MOSTROU-SE ATENTO ÀS ORIENTAÇÕES DO PROFESSOR?**										
	DEMONSTROU SEGURANÇA? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**SIM EM PARTES NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
	OBS.:	**MOSTROU-SE MOTIVADO?**										
		SIM EM PARTES NÃO	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
		DEMONSTROU TER ENTENDIDO A PROPOSTA DA ATIVIDADE?										
		SIM EM PARTES NÃO	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
		OBS.:										

MOMENTO	DOCENTE	GRUPOS										
EXECUÇÃO	**DEU LIBERDADE PARA AS EQUIPES TRABALHAREM LIVREMENTE?** ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	GRUPOS	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
	SUPERVISIONOU O DESENVOLVIMENTO DAS AÇÕES? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**MOSTROU DINAMISMO ATRAVÉS DA INTERAÇÃO DOS COMPONENTES?**										
	TIROU DÚVIDAS QUANDO SOLICITADO OU AO PERCEBER DIFICULDADES? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**SIM EM PARTES NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
	ORIENTOU COM CLAREZA E PRECISÃO SEM CAUSAR CONSTRANGIMENTOS? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**CONSEGUIU SEGUIR AS INSTRUÇÕES PREVISTAS NO ROTEIRO COM FACILIDADE?**										
	MOTIVOU OS ALUNOS? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**SIM EM PARTES NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
	MOSTROU SEGURANÇA? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**FICOU TRABALHANDO, FAZENDO A ATIVIDADE, JUNTOS?**										
	OBS.:	**SIM EM PARTES NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
		SOLICITOU ORIENTAÇÃO DO PROFESSOR?										
		SIM EM PARTES NÃO	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
		SENTIU-SE MOTIVADO PARA A EXECUÇÃO DA ATIVIDADE?										
		SIM EM PARTES NÃO	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
		OBS.:										

MOMENTO	DOCENTE	GRUPOS										
SISTEMATIZAÇÃO	**SUPERVISIONOU E AUXILIOU O GRUPO QUANDOSOLICITADO OU QUANDO PERCEBEU NECESSIDADE?** ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**GRUPOS**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
	MOSTROU-SE MOTIVADO? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**CONSEGUIU REGISTRAR AS INFORMAÇÕES PRODUZIDAS DURANTE A EXECUÇÃO COM FACILIDADE?**										
	DEMONSTROU SEGURANÇA? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**SIM EM PARTES NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
	OBS.:	**NECESSITOU OU SOLICITOU ORIENTAÇÃO PARA O REGISTRO DAS INFORMAÇÕES PRODUZIDAS?**										
		SIM EM PARTES NÃO	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
		OBS.:										

MOMENTO	DOCENTE
ANÁLISE	**SUPERVISIONOU FAZENDO PERGUNTAS AO GRUPO?** ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO
	ORIENTOU POR MEIO DE QUESTIONAMENTOS PARA A DESCOBERTA DA RELAÇÃO? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO
	MOTIVOU OS GRUPOS? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO
	DEMONSTROU SEGURANÇA? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO
	DEMONSTROU MOTIVAÇÃO? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO
	OBS.:

GRUPOS										
GRUPOS	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
DESCOBRIU UMA RELAÇÃO VÁLIDA A PARTIR DAS ANÁLISES DAS INFORMAÇÕES REGISTRADAS?										
SIM **EM PARTES** **NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
SENTIU-SE A VONTADE PARA SOLICITAR ORIENTAÇÃO?										
SIM **EM PARTES** **NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
APRESENTOU MOTIVAÇÃO PARA A ANÁLISE?										
SIM **EM PARTES** **NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
REGISTROU SUA CONCLUSÃO NA FICHA?										
SIM **EM PARTES** **NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
OBS.:										

MOMENTO	DOCENTE	GRUPOS										
INSTITUCIONALIZAÇÃO	**DISPONIBILIZOU ESPAÇO NO QUADRO À ELABORAÇÃO DAS CONSIDERAÇÕES FINAIS?** ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**GRUPOS**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
	MOSTROU-SE MOTIVADO PARA O REGISTRO NO QUADRO FEITO PELOS ALUNOS? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**REGISTROU SUA CONCLUSÃO NO QUADRO?**										
	MOSTROU SEGURANÇA PARA O REGISTRO NO QUADRO FEITO PELOS ALUNOS? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**SIM EM PARTES NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
	FEZ QUESTIONAMENTOS QUE ORIENTASSE A ELABORAÇÃO DE UM TEXTO ADEQUADO? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**MOSTROU-SE MOTIVADO PARA O REGISTRO NO QUADRO?**										
	ELABOROU EM CONJUNTO COM A TURMA A CONCLUSÃO? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**SIM EM PARTES NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
	DEIXOU CLARO QUE A ATIVIDADE REALIZADA NÃO É UMA DEMONSTRAÇÃO DO RESULTADO OBTIDO? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**ELABOROU UMA CONCLUSÃO NO FORMATO ADEQUADO?**										
	APRESENTOU UMA FÓRMULA PARA EXPRESSAR A CONCLUSÃO DA ATIVIDADE? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**SIM EM PARTES NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
	PROPÔS ATIVIDADES DE APROFUNDAMENTO? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**OBS.:**										
	OBS.:											

Ficha de Observação de Aula de Conceituação

Nome do Professor:_______________________________________ **Nome do Observador**: _________________________________
Data: ___/___/2019 **Atividade**: ____
Horário Inicial: ________ **Horário do Término**: __________ **Quantidade de Estudantes**:______________ **Quantidade de Grupos**: _________
Objetivo da Atividade: ____

MOMENTO	DOCENTE	GRUPOS										
ORGANIZAÇÃO	**DIRIGIU AS AÇÕES?** ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO		01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
	ORIENTOU A FORMAÇÃO DAS EQUIPES? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**OS COMPONENTES FORAM RECEPTIVOS?**										
	DEMONSTROU TER PLANEJADO A ATIVIDADE? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**SIM** **EM PARTES** **NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
	EVITOU QUE OS ALUNOS DESPEDIÇASSEM TEMPO COM AÇÕES ALHEIAS À ORGANIZAÇÃO DA TURMA? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**DESPERDIÇOU TEMPO COM AÇÕES ALHEIAS À ORGANIZAÇÃO?**										
	FOI OBJETIVO? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**SIM** **EM PARTES** **NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
	MOSTROU ENTUSIASMO? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	**O GRUPO FOI FORMADO ESPONTANEAMENTE?**										
	OBSERVAÇÃO:	**SIM** **EM PARTES** **NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
		OBSERVAÇÃO:										

<table>
<tr><th>MOMENTO</th><th>DOCENTE</th><th colspan="11">GRUPOS</th></tr>
<tr><td rowspan="8">APRESENTAÇÃO</td><td>DISTRIBUIU O MATERIAL NECESSÁRIO?
( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO</td><td>GRUPOS</td><td>01</td><td>02</td><td>03</td><td>04</td><td>05</td><td>06</td><td>07</td><td>08</td><td>09</td><td>10</td></tr>
<tr><td>MOSTROU-SE MOTIVADO?
( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO</td><td colspan="11">MOSTROU-SE ATENTO ÀS ORIENTAÇÕES DO PROFESSOR?</td></tr>
<tr><td>DEMONSTROU SEGURANÇA?
( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO</td><td>SIM
EM PARTES
NÃO</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td></tr>
<tr><td rowspan="5">OBS.:</td><td colspan="11">MOSTROU-SE MOTIVADO?</td></tr>
<tr><td>SIM
EM PARTES
NÃO</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td></tr>
<tr><td colspan="11">DEMONSTROU TER ENTENDIDO A PROPOSTA DA ATIVIDADE?</td></tr>
<tr><td>SIM
EM PARTES
NÃO</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td></tr>
<tr><td colspan="11">OBS.:</td></tr>
</table>

267

MOMENTO	DOCENTE
EXECUÇÃO	**DEU LIBERDADE PARA AS EQUIPES TRABALHAREM LIVREMENTE?** ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO
	SUPERVISIONOU O DESENVOLVIMENTO DAS AÇÕES? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO
	TIROU DÚVIDAS QUANDO SOLICITADO OU AO PERCEBER DIFICULDADES? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO
	ORIENTOU COM CLAREZA E PRECISÃO SEM CAUSAR CONSTRANGIMENTOS? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO
	MOTIVOU OS ALUNOS? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO
	MOSTROU SEGURANÇA? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO
	OBS.:

GRUPOS										
GRUPOS	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
MOSTROU DINAMISMO ATRAVÉS DA INTERAÇÃO DOS COMPONENTES?										
SIM **EM PARTES** **NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
CONSEGUIU SEGUIR AS INSTRUÇÕES PREVISTAS NO ROTEIRO COM FACILIDADE?										
SIM **EM PARTES** **NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
FICOU TRABALHANDO, FAZENDO A ATIVIDADE, JUNTOS?										
SIM **EM PARTES** **NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
SOLICITOU ORIENTAÇÃO DO PROFESSOR?										
SIM **EM PARTES** **NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
SENTIU-SE MOTIVADO PARA A EXECUÇÃO DA ATIVIDADE?										
SIM **EM PARTES** **NÃO**	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
OBS.:										

<table>
<tr><th>MOMENTO</th><th>DOCENTE</th><th colspan="11">GRUPOS</th></tr>
<tr><td rowspan="6">SISTEMATIZAÇÃO</td><td>SUPERVISIONOU E AUXILIOU O GRUPO QUANDOSOLICITADO OU QUANDO PERCEBEU NECESSIDADE?
( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO</td><td>GRUPOS</td><td>01</td><td>02</td><td>03</td><td>04</td><td>05</td><td>06</td><td>07</td><td>08</td><td>09</td><td>10</td></tr>
<tr><td>MOSTROU-SE MOTIVADO?
( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO</td><td colspan="11">CONSEGUIU REGISTRAR AS INFORMAÇÕES PRODUZIDAS DURANTE A EXECUÇÃO COM FACILIDADE?</td></tr>
<tr><td>DEMONSTROU SEGURANÇA?
( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO</td><td>SIM
EM PARTES
NÃO</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td></tr>
<tr><td rowspan="3">OBS.:</td><td colspan="11">NECESSITOU OU SOLICITOU ORIENTAÇÃO PARA O REGISTRO DAS INFORMAÇÕES PRODUZIDAS?</td></tr>
<tr><td>SIM
EM PARTES
NÃO</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td></tr>
<tr><td colspan="11">OBS.:</td></tr>
</table>

MOMENTO	DOCENTE	GRUPOS										
ANÁLISE	SUPERVISIONOU FAZENDO PERGUNTAS AO GRUPO? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	GRUPOS	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
	ORIENTOU A ANÁLISE DOS RESULTADOS SISTEMATIZADOS POR MEIO DE QUESTIONAMENTOS, QUANDO SOLICITADO? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	DESCOBRIU UMA RELAÇÃO VÁLIDA A PARTIR DAS ANÁLISES DAS INFORMAÇÕES REGISTRADAS?										
	MOTIVOU OS GRUPOS? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	SIM EM PARTES NÃO	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
	DEMONSTROU SEGURANÇA? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	SENTIU-SE A VONTADE PARA SOLICITAR ORIENTAÇÃO?										
	DEMONSTROU MOTIVAÇÃO? ( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO	SIM EM PARTES NÃO	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
	OBS.:	APRESENTOU MOTIVAÇÃO PARA A ANÁLISE?										
		SIM EM PARTES NÃO	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
		REGISTROU SUA CONCLUSÃO NA FICHA?										
		SIM EM PARTES NÃO	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )	( ) ( ) ( )
		OBS.:										

<table>
<tr><th>MOMENTO</th><th>DOCENTE</th><th colspan="11">GRUPOS</th></tr>
<tr><td rowspan="8">INSTITUCIONALIZAÇÃO</td><td>DISPONIBILIZOU ESPAÇO NO QUADRO À ELABORAÇÃO OBSERVAÇÃO?
( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO</td><td>GRUPOS</td><td>01</td><td>02</td><td>03</td><td>04</td><td>05</td><td>06</td><td>07</td><td>08</td><td>09</td><td>10</td></tr>
<tr><td>MOSTROU-SE MOTIVADO PARA O REGISTRO NO QUADRO DAS OBSERVAÇÕES DOS ESTUDANTES?
( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO</td><td colspan="11">REGISTROU SUA OBSERVAÇÃO NO QUADRO?</td></tr>
<tr><td>MOSTROU SEGURANÇA PARA O REGISTRO NO QUADRO DAS OBSERVAÇÕES DOS ESTUDANTES?
( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO</td><td>SIM
EM PARTES
NÃO</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td></tr>
<tr><td>FEZ QUESTIONAMENTO PARA ORIENTAR A ELABORAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES DOS GRUPOS?
( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO</td><td colspan="11">MOSTROU-SE MOTIVADO PARA O REGISTRO NO QUADRO?</td></tr>
<tr><td>APRESENTOU À TURMA O(S) CONCEITO(S) COMO FRUTO DAS OBSERVAÇÕES ORIUNDAS DA ATIVIDADE?
( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO</td><td>SIM
EM PARTES
NÃO</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td></tr>
<tr><td>DEIXOU CLARO QUE A ATIVIDADE REALIZADA, É CONCEITUAL?
( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO</td><td colspan="11">ELABOROU UMA OBSERVAÇÃO ADEQUADA?</td></tr>
<tr><td>PROPÔS ATIVIDADES DE APROFUNDAMENTO/APLICAÇÃO DO CONCEITO INSTITUCIONALIZADO?
( ) SIM ( ) EM PARTES ( ) NÃO</td><td>SIM
EM PARTES
NÃO</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td><td>( )
( )
( )</td></tr>
<tr><td>OBS.:</td><td colspan="11">OBS.:</td></tr>
</table>

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIENCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado (a) para participar da pesquisa intitulada O Ensino de Polígono por Atividades, sob a responsabilidade do orientador **Pedro Franco de Sá e orientando Francisco Nórdman Costa Santos**, vinculados a Universidade do Estado do Pará.

Nesta pesquisa pretendemos aplicar uma sequência didática para verificar os efeitos desta no **Ensino de Polígonos** a partir do desenvolvimento dos estudantes**.** A sua colaboração na pesquisa será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da mesma, participar dos testes e das atividades propostas.

Ressaltamos que em nenhum momento você será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a sua identidade será preservada. Você não terá gasto ou ganho financeiro por sua participação. Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica com um estudo estatístico dos resultados obtidos sobre **O Ensino de Polígonos por Atividades.**

Você é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo ou coação.

Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você. Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: **Pedro Franco de Sá e orientando Francisco Nórdman Costa Santos** por meio da Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM) do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra, Telégrafo. Belém- Pará- CEP: 66113-010; fone: (91) 4009-9501.

Belém,___ de________de 2019.

____
Assinatura do pesquisador

Eu, ____

aceito participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

____
Participante da pesquisa

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ CENTRO DE CIENCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado (a) para participar da pesquisa intitulada O Ensino de Polígono por Atividades, sob a responsabilidade do orientador **Pedro Franco de Sá e orientando Francisco Nórdman Costa Santos**, vinculados a Universidade do Estado do Pará.

Nesta pesquisa pretendemos aplicar uma sequência didática para verificar os efeitos desta no **Ensino de Polígonos** a partir do desenvolvimento dos estudantes**.** A sua colaboração na pesquisa será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da mesma, participar dos testes e das atividades propostas, e todo esse processo ocorrerá nas dependências da escola, sob a supervisão de um professor.

Em nenhum momento o aluno (a) será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a identidade do discente será preservada.

Você e o aluno não terão gasto ou ganho financeiro por participar da pesquisa. Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica gerando um estudo estatístico dos resultados obtidos sobre o Ensino de Poliedros por atividades. Você é livre para decidir se seu filho (a) colaborará com a pesquisa sem nenhum prejuízo ou coação.

Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você. Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: **Pedro Franco de Sá e orientando Francisco Nórdman Costa Santos** por meio da Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM) do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n, Telégrafo. Belém- Pará- CEP: 66113-010; fone: (91) 4009-9501

Belém (PA), ____/____/2019

____

Assinatura do pesquisador

Eu,____ autorizo que meu/minha filho(a)____a participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

____

Assinatura do responsável

Questionário de Pesquisa

Parte I

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ - UEPA
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO - CCSE
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Prezado(a) Estudante,

Estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Para o êxito deste trabalho necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato.

1) Idade: ______anos **2) Gênero:** □Masculino □Feminino **3) Série**: ________

4) Tipo de escola que estuda?

□Municipal □Estadual □Conveniada

5) Você já ficou em dependência em Matemática?

□Não □Sim.

6) Você gosta de Matemática?

□Não gosto □Suporto □Gosto um pouco □Adoro

7) Qual a escolaridade do seu responsável masculino?

□Superior □Médio □Fundamental □Fundamental incompleto □Não estudou

8) Qual a escolaridade da sua responsável feminina?

□Superior □Médio □Fundamental □Fundamental incompleto □Não estudou

9) Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?

□Professor particular □Pai □Mãe □Amigo da escola □Ninguém □Outros.

10) Com que frequência você estuda matemática fora da escola?

□Todo dia □Somente nos finais de semana □No período de prova □Só na véspera da prova

□Não estudo fora da escola.

11) Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática?

□Sempre □Quase sempre □Às vezes □Poucas vezes □Nunca

12) Quais formas de atividades e/ou trabalho o seu Professor (a) de matemática mais utiliza para a avaliação da aprendizagem?

□Provas/simulado □Testes semanais □Seminários □Pesquisas □Projetos □Outros.

13) As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados?

□Sim □Não □Às vezes

14) A maioria das suas aulas de matemática:

□Iniciaram pela definição seguida de exemplos e exercícios;

□Iniciaram com a história do assunto para depois explorar os conceitos;

□Iniciaram com uma situação problema para depois introduzir o assunto;

□Iniciaram com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo;

□Iniciaram com jogos para depois sistematizar os conceitos.
15) Para praticar o conteúdo de matemática seu professor costumava: □Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos; □Apresentar jogos envolvendo o assunto; □Solicitar que os alunos resolvessem os exercícios do livro didático; □Não propunha questões de fixação; □Solicitava que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolver.

Parte II

Escala de Atitudes com relação a Matemática

Cada uma das frases abaixo expressa o sentimento que cada pessoa apresenta em relação a matemática. Você deve comparar o seu sentimento pessoal com aquele expresso em cada frase, circulando um dentre os cinco pontos colocados à frente de cada uma delas, de modo a indicar a maior exatidão possível, o sentimento que você experimenta com relação à matemática.

1 - Discordo totalmente 2 - Discordo parcialmente 3 - Indiferente
4 - Concordo Parcialmente 5 - Concordo totalmente

01	Eu fico sempre sob uma terrível tensão na aula de Matemática.	1	2	3	4	5
02	Eu não gosto de Matemática e me assusta ter que fazer essa matéria.	1	2	3	4	5
03	Eu acho a Matemática muito interessante e gosto das aulas de Matemática.	1	2	3	4	5
04	A Matemática é fascinante e divertida.	1	2	3	4	5
05	A Matemática me faz sentir seguro(a) e é ao mesmo tempo, estimulante.	1	2	3	4	5
06	"Dá um branco" na minha cabeça e não consigo pensar claramente quanto estudo Matemática.	1	2	3	4	5
07	Eu tenho sensação de insegurança quando me esforço em Matemática.	1	2	3	4	5
08	A Matemática me deixa inquieto(a), descontente, irritado(a) e impaciente.	1	2	3	4	5
09	O sentimento que tenho com relação à Matemática é bom.	1	2	3	4	5
10	A Matemática me faz sentir como se estivesse perdido(a) em uma selva de números e sem encontrar saída.	1	2	3	4	5
11	A matemática é algo que aprecio grandemente.	1	2	3	4	5
12	Quando eu ouço a palavra Matemática, eu tenho um sentimento de aversão.	1	2	3	4	5
13	Eu encaro a Matemática com um sentimento de indecisão, que é resultado do medo de não ser capaz em Matemática.	1	2	3	4	5
14	Eu gosto realmente de Matemática.	1	2	3	4	5
15	A Matemática é uma das matérias que eu realmente gosto de estudar na escola.	1	2	3	4	5
16	Pensar sobre a obrigação de resolver um problema matemático me deixa nervoso(a).	1	2	3	4	5
17	Eu fico sempre sob uma terrível tensão na aula de matemática.	1	2	3	4	5
18	Eu fico mais feliz na aula de Matemática que na aula de qualquer outra matéria.	1	2	3	4	5
19	Eu me sinto tranquilo(a) em Matemática e gosto muito dessa matéria.	1	2	3	4	5
20	Eu tenho uma relação definitivamente positiva com relação à Matemática. Eu gosto e aprecio essa matéria.	1	2	3	4	5
21	Não tenho um bom desempenho em Matemática.	1	2	3	4	5

Fonte: http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/251566

Parte III

Inventário de Estilo de Aprendizagem de Kolb

Fonte: http://www.cchla.ufpb.br/ccmd/aprendizagem/

O questionário abaixo foi idealizado por David A. Kolb e descreve a maneira pela qual você aprende e como lida com ideias e situações do dia-a-dia em sua vida. Você encontrará 12 sentenças, cada uma com quatro campos de resposta. Classifique cada campo de forma a retratar a maneira como você age ao ter que aprender algo. Procure recordar de algumas situações recentes que você teve que aprender algo novo, seja no trabalho, na universidade ou em sua vida pessoal.

Classifique **com 4 o complemento da sentença que caracteriza como você aprende melhor**, **decrescendo até indicar 1 para o complemento da sentença que caracteriza a maneira menos provável de como você aprende algo**. Assegure-se de responder todas as sentenças.

1. Enquanto Aprendo...					**2. Aprendo melhor quando...**				
gosto de lidar com meus sentimentos	1	2	3	4	**ouço e observo com atenção**	1	2	3	4
gosto de pensar sobre ideias	1	2	3	4	**me apoio em pensamento lógico**	1	2	3	4
gosto de estar fazendo coisas	1	2	3	4	**confio em meus palpites e impressões**	1	2	3	4
gosto de observar e escutar	1	2	3	4	**trabalho com afinco para executar a tarefa**	1	2	3	4
3. Quando estou aprendendo...					**4. Aprendo...**				
tendo a buscar explicações para as coisas	1	2	3	4	**sentindo**	1	2	3	4
sou responsável acerca das coisas	1	2	3	4	**fazendo**	1	2	3	4
fico quieto e concentrado	1	2	3	4	**observando**	1	2	3	4
tenho sentimentos e reações fortes	1	2	3	4	**pensando**	1	2	3	4
5. Enquanto aprendo...					**6. Enquanto estou aprendendo...**				
me abro a novas experiências	**1**	**2**	**3**	**4**	**sou uma pessoa observadora**	**1**	**2**	**3**	**4**
examino todos os ângulos da questão	**1**	**2**	**3**	**4**	**sou uma pessoa ativa**	**1**	**2**	**3**	**4**
gosto de analisar as coisas, desdobrá-las em partes	**1**	**2**	**3**	**4**	**sou uma pessoa intuitiva**	**1**	**2**	**3**	**4**
gosto de testar as coisas	**1**	**2**	**3**	**4**	**sou uma pessoa lógica**	**1**	**2**	**3**	**4**
7. Aprendo melhor através de...					**8. Enquanto aprendo...**				
observação	**1**	**2**	**3**	**4**	**gosto de ver os resultados do meu trabalho**	**1**	**2**	**3**	**4**
interações pessoais	**1**	**2**	**3**	**4**	**gosto de ideias e teorias**	**1**	**2**	**3**	**4**
teorias racionais	**1**	**2**	**3**	**4**	**penso antes de agir**	**1**	**2**	**3**	**4**
oportunidades para experimentar e praticar	**1**	**2**	**3**	**4**	**sinto-me pessoalmente envolvido no assunto**	**1**	**2**	**3**	**4**
9. Aprendo melhor quando...					**10. Quando estou aprendendo...**				
me apoio em minhas observações	**1**	**2**	**3**	**4**	**sou uma pessoa compenetrada**	**1**	**2**	**3**	**4**
me apoio em minhas impressões	**1**	**2**	**3**	**4**	**sou uma pessoa flexível**	**1**	**2**	**3**	**4**
posso experimentar coisas por mim mesmo	**1**	**2**	**3**	**4**	**sou uma pessoa responsável**	**1**	**2**	**3**	**4**
me apoio em minhas ideias	**1**	**2**	**3**	**4**	**sou uma pessoa racional**	**1**	**2**	**3**	**4**
11. Enquanto aprendo...					**12. Aprendo melhor quando...**				

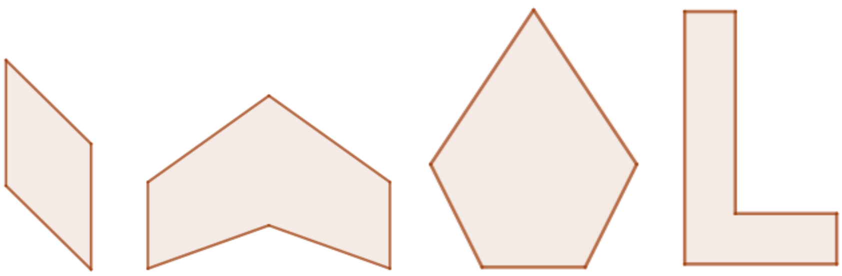
me envolvo todo	**1**	**2**	**3**	**4**	**analiso as ideias**	**1**	**2**	**3**	**4**
gosto de observar	**1**	**2**	**3**	**4**	**sou receptivo e de mente aberta**	**1**	**2**	**3**	**4**
avalio as coisas	**1**	**2**	**3**	**4**	**sou cuidadoso**	**1**	**2**	**3**	**4**
gosto de estar ativo	**1**	**2**	**3**	**4**	**sou prático**	**1**	**2**	**3**	**4**

Pré-Teste e Pós-teste

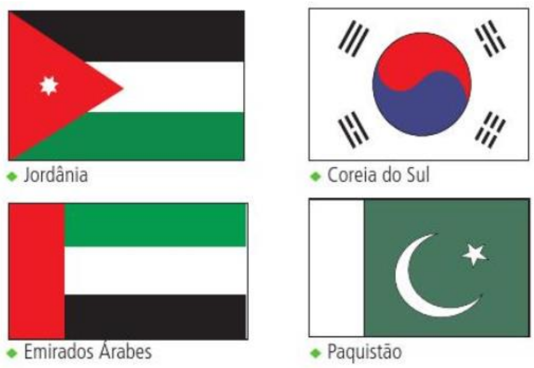
Estudante n.º ___________

01) Dentre as figuras abaixo, marque as que são polígonos. Justifique sua resposta.

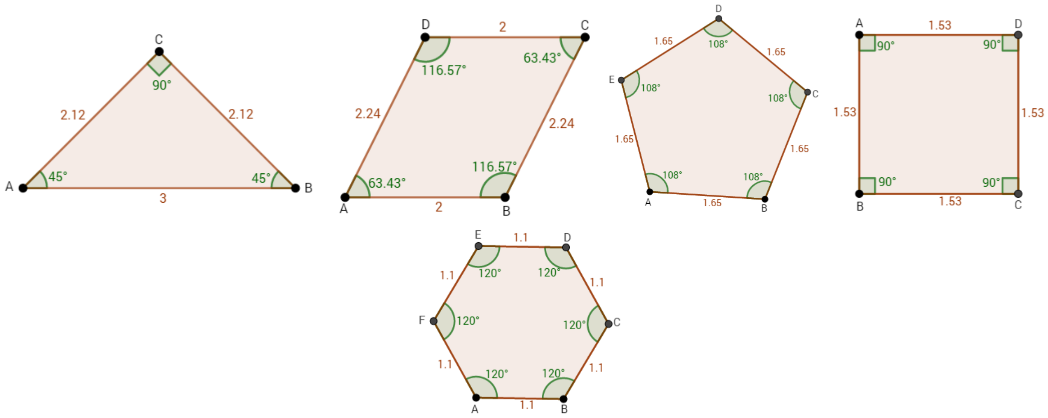
02) Classifique cada polígono em convexo ou côncavo (não convexo). Justifique sua resposta.



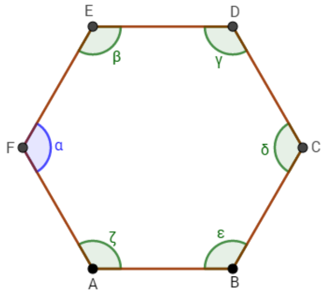
03) O desenho das bandeiras é formado por várias figuras geométricas. Circule as bandeiras que apresentam apenas figuras que são polígonos?



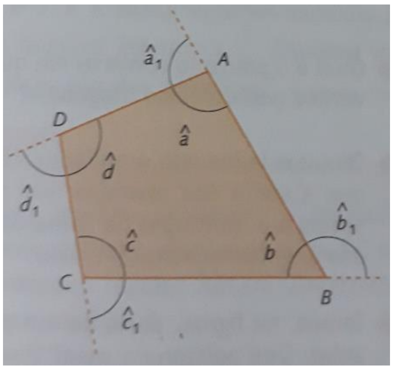
04) Dos polígonos abaixo, circule os que podemos classificar como polígonos regulares. Justifique sua resposta.



05) A figura a seguir é um hexágono regular. Qual a medida de cada ângulo interno?

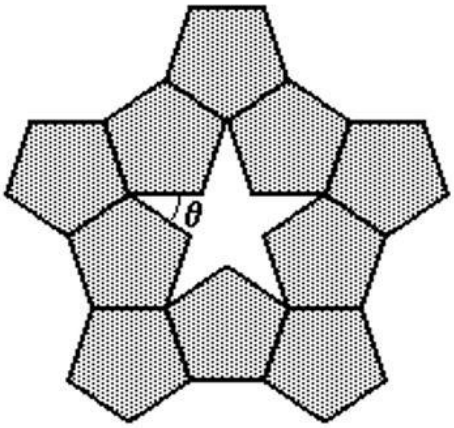


06) Observe o polígono e, em seguida, responda à pergunta:



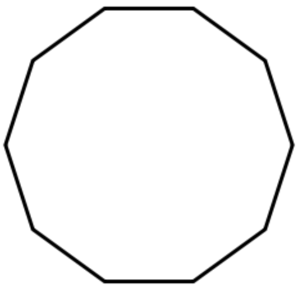
Qual a soma das medidas dos ângulos â e $â_1$?

07) Pentágonos regulares congruentes podem ser conectados lado a lado, formando uma estrela de cinco pontas, conforme destacado na figura a seguir.



Nessas condições quanto mede o ângulo θ?

08) Quantas diagonais possui o polígono a seguir?



09) A soma dos ângulos internos de um polígono regular é 2880°. Quantos lados possui esse polígono?

10) Em um polígono regular, a medida do ângulo externo é 40°. Quantos lados tem esse polígono?

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Trav. Djalma Dutra, s/nº – Telégrafo
66113-010 Belém-PA
www.uepa.br