CENÁRIO DE INVESTIGAÇÃO DO CONCEITO DE PROPORCIONALIDADE PARA O ENSINO

André Luiz dos Santos
Maria Auxiliadora Vilela Paiva

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

CENÁRIO DE INVESTIGAÇÃO DO CONCEITO DE PROPORCIONALIDADE PARA O ENSINO

André Luiz dos Santos
Maria Auxiliadora Vilela Paiva

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
VITÓRIA-ES
2020

FICHA CATALOGRÁFICA

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Santos , André Luiz dos.

S237c Cenário de investigação do conceito de proporcionalidade para o ensino[recurso eletrônico] / André Luiz dos Santos, Maria Auxiliadora Vilela Paiva . – Vitória, ES : Editora Ifes, 2020.

1647Kb: il.; PDF

Publicação Eletrônica.

Modo de acesso: http://educimat.ifes.edu.br/index.php/produtos-educacionais

Inclui bibliografia

ISBN: 978-65-86361-86-5

1. Matemática – estudo e ensino. 2. Formação de professores. 3. Educação matemática crítica. 4. Proporcionalidade . 5. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo. 6. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. I. Paiva, Maria Auxiliadora Vilela . II. Título.

CDD: 510.7

Bibliotecária: Viviane Bessa Lopes Alvarenga CRB/06-745

Comissão Científica
Letícia Guimarães Rangel
Luciano Lessa Lorenzoni
Rony Cláudio de Oliveira Freitas

Coordenação Editorial
André Luiz dos Santos
Maria Auxiliadora Vilela Paiva

Projeto Gráfico, Diagramação e Revisão
André Luiz dos Santos
Maria Auxiliadora Vilela Paiva

Apoio Técnico
Alessandro Poleto

Produção e Divulgação
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo - Ifes

Apresentação dos autores

Olá!

Meu nome é André Luiz dos Santos e esse e-book é o produto educacional resultado de minha pesquisa de mestrado. Trata-se de um requisito para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes.

Sou professor de matemática, me formei pela Escola de Ensino Superior Anísio Teixeira em Licenciatura Plena em Matemática e fiz uma Pós-Graduação Lato Sensu em Informática na Educação com ênfase em Educação Matemática pelo Ifes.

Atualmente, participo do grupo de estudos e pesquisas em Educação Matemática do ES – Gepem-ES, atuo na rede privada de educação, no Ensino Fundamental e Médio. No Ensino Superior, atuo como professor de Cálculo para os cursos de Engenharia. Na rede pública de educação, atuo como assessor no Centro de Formação de Professores da Prefeitura Municipal de Serra.

Meu nome Maria Auxiliadora Vilela Paiva - Dôra Paiva e tive o prazer de orientar e participar da pesquisa do André que resultou neste e-book.

Sou Pós-Doutora em Ensino da Matemática – IME-UFRJ, Doutora em Matemática (PUC-RJ); Mestre em Matemática – IMPA com ênfase em Álgebra Comutativa e licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES). Minha vida profissional inclui atuação em escolas de Ensino Básico, em cursos técnicos do Ifes e no Departamento de Matemática da UFES. Atualmente, sou professora do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes), novamente, atuando na Licenciatura em Matemática e no Programa de Pós-Graduação em Educação de Ciências e Matemática – Educimat. Tenho experiência na área de educação matemática no Ensino Fundamental, Médio e Superior e minhas pesquisas são na linha de Formação do Professor e Práticas Pedagógicas em Matemática. Sou líder do grupo de estudo e pesquisa em Educação Matemática do GEPEM-ES e fundadora da Sociedade Brasileira de Educação Matemática do ES. Integro o grupo de estudos GT7 da SBEM e sou editora da revista Sala de Aula em Foco.

Currículo lattes:
http://lattes.cnpq.br/2158519313210506

Apresentação

Com o propósito de investigar saberes para o ensino do conceito de proporcionalidade em uma formação continuada de professores, realizamos uma pesquisa que resultou neste e-book.

Durante a pesquisa, buscamos, por meio de reflexões coletivas, em uma formação continuada, investigar os saberes relacionados ao conteúdo de proporcionalidade que emergem da prática, principalmente as relações diretamente proporcionais.

Consideramos que a matemática para o ensino é construída por meio de reflexões, individuais e coletivas, sobre os conceitos, a partir da experiência docente.

Este e-book apresenta essa formação e as discussões que dela emergiram, em um processo colaborativo de resolução de problemas. Assim, destacamos a teoria que embasou o trabalho, a metodologia que ordenou a oferta da formação continuada, a descrição dos encontros, de forma a constituir a teia de apropriação de saberes para o ensino de proporcionalidade.

Esperamos que esta produção tanto auxilie os formadores de professores quanto os professores do Ensino Básico, na busca de práticas pedagógicas que propiciem a apropriação desse conceito.

Sumário

Educação matemática crítica

O professor Ole Skovsmose é um dos precursores da teoria da Educação Matemática Crítica. Em seu primeiro livro publicado no Brasil – Educação Matemática Crítica: a Questão da Democracia – ele caracterizou a Educação Matemática Crítica como o processo educacional em que alunos e professores estão envolvidos, por meio do diálogo, na busca da democratização do saber.

De acordo com Skovsmose (2013), o elemento propulsor do processo de ensino-aprendizagem, na perspectiva da Educação Matemática Crítica, deve ser a resolução de problemas, os quais precisam ser relevantes para os estudantes, devem partir de seus conhecimentos prévios e, principalmente, estarem relacionados aos problemas sociais do contexto do aluno.

Partindo do princípio de que a sociedade é formatada pela Matemática, por meio de modelos que acabam por influenciar o convívio social (Skovsmose, 2007), o foco da discussão epistemológica da Educação Matemática não aponta somente para os aspectos de modelagem, possibilitados pela matemática, mas, além dos quais, considera as funções da aplicação da matemática na sociedade.

Desse modo, em Skovsmose (2013), destacam-se três tipos de saberes que devem ser desenvolvidos no processo de ensino-aprendizagem na perspectiva da Educação Matemática Crítica, quais sejam: (1) saber matemático, entendido como as habilidades matemáticas, os conceitos, o domínio dos algoritmos, dos teoremas e correlatos a esses saberes; (2) saber tecnológico, entendido como a habilidade de aplicar os saberes matemáticos na construção de modelos que associam as ferramentas tecnológicas disponíveis aos saberes matemáticos construídos e constituídos; (3) saber reflexivo, entendido como a capacidade de avaliar criticamente as consequências sociais da aplicação da matemática e os modelos desenvolvidos por meio dela aplicados à resolução de situações-problema.

Em parceria com Helle Alrø, Ole Skovsmose nos ajuda a aprofundar nessas questões na obra Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática. Da publicação, destacamos seis possíveis ambientes de aprendizagem, os quais serão compostos tendo por base as referências construídas pelos alunos, a partir do significado que produzirão das ideias e dos conceitos matemáticos.

Esses autores defendem essa ideia indicando que podem existir diferentes referências à matemática. Em síntese, há: (I) referências à matemática e somente a ela. Nesse tipo de referência, o contexto utilizado é a própria matemática, sem que haja qualquer relação com a realidade; (II) referências a uma semirrealidade. Nesse caso, são utilizadas situações cotidianas inventadas com dados criados por quem as elabora; (III) referências à vida real. Nessa referência, as informações são retiradas de situações reais e, preferencialmente, próximas ao cotidiano dos alunos.

É possível que os ambientes de aprendizagem sejam construídos com base nessas referências de duas maneiras distintas, a primeira denominada Paradigma do Exercício e a segunda, Cenários para Investigação, conforme Alrø e Skovsmose (2010, p. 56).

O Paradigma do Exercício é caracterizado por ambientes em que a aula é dividida em duas partes, sendo a primeira o momento de exposição dos conteúdos realizado pelo professor e, posteriormente, os alunos realizam os exercícios pré-selecionados por esse docente. Já no Cenário de Investigação, os alunos são convidados a formular questões e a procurar explicações para determinada situação.

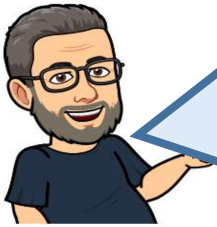
As referências podem ser combinadas com os dois distintos modelos: Paradigma do exercício e Cenário de Investigação. Assim, haverá seis possibilidades diferentes, as quais serão melhor visualizadas no Quadro 1 a seguir.

Quadro 1 – Ambientes possíveis de aprendizagem

Referências	Paradigma do Exercício	Cenários para investigação
Matemática pura	**(1)**	**(2)**
Semirrealidade	**(3)**	**(4)**
Realidade	**(5)**	**(6)**

O Quadro 1 nos apresenta a possibilidade de aproximação entre alguns conteúdos matemáticos e o contexto dos alunos, por meio de enfoques sociais, econômicos, políticos e culturais durante o processo de ensino-aprendizagem de diversos conteúdos.

Ambientes de aprendizagem que combinem a semirrealidade ou a realidade com os Cenários para Investigação são propícios ao desenvolvimento de um processo ensino-aprendizagem capaz de estabelecer significados da aprendizagem matemática para além das definições matemáticas, possibilitando aos alunos a promoção da cidadania.



Se quiser saber um pouco mais sobre a **Educação Matemática Crítica** você pode acessar os links a seguir. Para isso, porém, é necessário estar conectado à internet.

A Educação Matemática Crítica

Cenários para Investigação

Proporcionalidade

A escolha desse tema para a pesquisa se justifica por ele permear todas as etapas da Educação Básica, sendo diversas as situações em que este conceito é aplicado, estando presente tanto no estudo da matemática quanto em outras ciências e em problemas cotidianos.

O professor Elon Lages Lima, em seu livro Meu Professor de Matemática aborda de modo formal a proporcionalidade, a partir da ideia de função. O autor parte do pressuposto inicial de que duas grandezas, representadas por x e y, estão de tal forma relacionadas, que a cada valor x exista um valor y correspondente a ele, ou seja, y é uma função de x podendo ser representado por y ou f(x). Desse modo, ele define a relação diretamente proporcional como toda relação em que a grandeza y seja função da grandeza x e que satisfaça às seguintes condições:

> (i) y é uma função crescente de x;
> (ii) se multiplicarmos x por um número natural n, o valor correspondente de y também ficará multiplicado por n. Em termos matemáticos:
> $f(n.x) = n.f(x)$ para todos valores x e todo valor $n \in N$ (Lima, 1991, p.127).

Lima (1991) adverte que aquele ensaio está considerando grandezas cuja medida seja um número positivo e, após definir relações diretamente proporcionais e relações inversamente proporcionais, apresenta quatro teoremas. Trazemos para reflexão os dois primeiros, um relativo a grandezas diretamente proporcionais e outro relativo a grandezas inversamente proporcionais, quais sejam:

> **Teorema 1:** As seguintes afirmações a respeito de $y = f(x)$ são equivalentes:
> 1) y é diretamente proporcional a x;
> 2) para todo número real $c > 0$, tem-se $f(c .x) = c . f(x)$;
> 3) existe um número k, chamado a "constante de proporcionalidade" entre x e y, tal que $f (x) = k .x$, para todo x.

> 4) f (x+ y) = f(x) + f(y) para quaisquer x, y reais.
>
> **Teorema 2:** *As seguintes afirmações a respeito de y = f(x) são equivalentes:*
> *1) y é inversamente proporcional a x;*
> *2) para todo número real c > 0, tem-se f(c .x) = f(x)/c;*
> *3) existe um número k, chamado a "constante de proporcionalidade" entre x e y, tal que f (x) = x /k para todo x.*
> (LIMA, 1991, p. 131).

O autor apresenta definições e teoremas para as ideias relativas à proporcionalidade, explicando as relações proporcionais a partir do conceito de função. A definição proposta é compatível com a apresentada pelo professor Gérard Vergnaud, sobretudo nas relações diretamente proporcionais, em seu livro A criança, a matemática e a realidade, no qual expõe as ideias relativas aos campos conceituais.

De acordo com Vergnaud (1994), o campo conceitual das estruturas multiplicativas abarca vários conceitos, tais como multiplicação, divisão, fração, razão, número racional, função linear e outros, que não são matematicamente independentes e estão presentes de forma simultânea em diversos problemas e, principalmente, em problemas de relações proporcionais.

O autor relaciona alguns exemplos de problemas proporcionais e os apresenta utilizando vocabulário distinto do que foi apresentado por Lima (1991). O número real c que aparece no Teorema 1, supracitado, foi denominado por Vergnaud (1994) como operador escalar (oe) e a constante k, do mesmo teorema, foi denominada operador funcional (of).

Podemos representar uma relação diretamente proporcional, segundo os dois autores, da seguinte maneira (Quadro 2):

Quadro 2 – Teorema 1: Lima e Vergnaud

Lima (1991)
Número Real C (c)

	. c	
1º Grandeza	x_1	x_2
2º Grandeza	$f(x)_1$	$f(x)_2$
	. c	

Vergnaud (1994)
Operador escalar (oe)

	. Oe	
1º Grandeza	X	oe . x
2º Grandeza	y	oe . y
	. Oe	

Lima (1991)
Constante de proporcionalidade (k)

1º Grandeza	.k	x_1	x_2	. k
2º Grandeza		$f(x)_1$	$f(x)_2$	

Vergnaud (1994)
Operador funcional (of)

1º Grandeza	.of	X	of . x	.of
2º Grandeza		Y	of . y	

Enquanto Lima (1991) retrata uma lei de formação para a função linear, que traduz a proporcionalidade, Vergnaud (1994) utiliza-se do princípio multiplicativo, introduzindo os operadores escalar e funcional. Assim, podemos considerar que o operador escalar é a razão de duas grandezas de mesma natureza e o operador funcional é o coeficiente da função linear.

O professor João Pedro da Ponte e seus colaboradores também utilizam o princípio multiplicativo para tratar o conceito de proporcionalidade. Em Ponte et al. (2010), os autores afirmam que utilizar, na resolução de problemas que envolvem relações de proporcionalidade, a ideia da regra de três é redutora. Opondo-se a essa ideia, eles enfatizam as relações multiplicativas encontradas na relação de proporcionalidade.

Segundo esses autores, essas relações envolvem dois aspectos: a co-variação de grandezas e a invariância entre grandezas, ambas apresentadas na Quadro 3 a seguir. Eles relatam a existência de várias caracterizações do raciocínio proporcional, o qual envolve essencialmente a ideia de co-variação, o que possibilita múltiplas comparações, demandando uma capacidade para reunir e processar mental, qualitativa e quantitativamente, várias informações. Assim, a elaboração desse raciocínio envolve muito mais do que o uso da expressão $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, no sentido da regra de três, na resolução de problemas.

Quadro 3 – Co-variação e invariância entre grandezas

Ponte *et al.* (2010)

Co-variação

	. c . d		
1º Grandeza	X_1	X_2	X_3
2º Grandeza	$f(X)_1$	$f(X)_2$	$f(X)_3$
	. c		. d

Ponte *et al.* (2010)

Invariância

1º Grandeza	x_1	. k	x_2	. k	x_3	.
2º Grandeza	$f(x)_1$		$f(x)_2$		$f(x)_3$	

Observemos a co-variação de grandezas e a invariância entre grandezas aplicada em uma situação problema.

Uma máquina de fazer botões produz 50 peças por hora. Quantas peças serão produzidas em 4 horas?

Co-variação

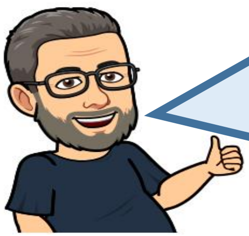
		x2	x3	x7
Horas de produção	1	2	3	7
Quantidade de peças produzidas	50	100	150	350
		x2	x3	x7

Invariância

Horas de produção	1	2	3	7
	x50	x50	x50	x50
Quantidade de peças produzidas	50	100	150	350

Conforme o exposto, o raciocínio proporcional decorre da capacidade de compreensão da relação existente entre as grandezas – chamada de invariância – e da noção de que essas grandezas variam em conjunto – chamada de co-variação. Verifica-se que, na equivalência entre razões, há algo que muda de forma simultânea entre as grandezas e, ao mesmo tempo, há algo que permanece constante.

Sendo conduzida desse modo, a apropriação do conceito de proporcionalidade, sobretudo o conceito de relação diretamente proporcional, pode ser disparada por meio da exploração intuitiva da proporcionalidade, como função linear desde os primeiros anos de escolaridade, de modo que essa forma assuma primazia sobre a noção de igualdade entre razões.



Se quiser saber um pouco mais sobre o conceito de **Proporcionalidade**, você pode acessar os links a seguir. Mas lembre-se: para isso, é necessário estar conectado à internet.

PROPORCIONALIDADE:

UM TEMA SEMPRE EM VOGA

O DESENVOLVIMENTO DO CONCEITO DE PROPORCIONALIDADE

A formação

Para a realização da formação continuada, firmamos parceria entre a Prefeitura Municipal da Serra e o Centro de Referência em Formação e Educação a Distância – Cefor/Ifes para ofertarmos o curso de extensão de 80h – O Ensino de Proporcionalidade na Perspectiva da Educação Matemática Crítica, uma ação do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Espírito Santo – GEPEM-ES, no segundo semestre de 2018.

Os participantes da formação foram professores de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental da rede municipal de ensino da Prefeitura Municipal da Serra.

A proposta de formação de professores foi planejada pelos pesquisadores e validada pelo Grupo de Estudos e Pesquisas GEPEM – ES. Seus pressupostos foram os seguintes: a problematização é importante para que saberes sejam trabalhados; a reflexão coletiva mobiliza saberes dos professores na construção de conceitos; a prática do professor, quando socializada de forma colaborativa, é fonte de (re)construção de saberes (PAIVA, 2018, 2019).

Conduziram a formação continuada o pesquisador André Luiz dos Santos, a pesquisadora Maria Auxiliadora Vilela Paiva, que será chamada de Dora, e a pedagoga Andressa de Oliveira Faria Lorenzutti, todos participantes do Grupo de Estudos e Pesquisa GEPEM–ES.

Durante a formação, foram realizadas sete reuniões presenciais, com duração aproximada de quatro horas cada, no turno vespertino, no Centro de Formação "Professor Pedro Valadão Perez" –

Secretaria Municipal de Educação da Serra –, e, ainda, momentos de interações online por meio da plataforma Moodle no Ambiente Virtual de Aprendizagem – AVA.

O primeiro encontro teve como principais objetivos a apresentação da pesquisa, do curso, do cronograma, apresentação do AVA que foi utilizado durante a formação e discussão das ideias relacionadas ao conceito de Educação Matemática Crítica.

No segundo encontro, foram feitas as apresentações dos planejamentos de uma aula ou tarefa solicitadas aos professores anteriormente, a partir de aspectos relativos à Educação Matemática Crítica.

Ainda, no segundo encontro, foi realizada a resolução dos problemas propulsores ao estudo do conceito de proporcionalidade, seguida de uma discussão coletiva.

Os problemas propulsores foram os seguintes:

No interior, costuma-se dizer que a colheita é proporcional à chuva. Mas essa ideia de proporcionalidade está “matematicamente” correta?

Essa questão foi utilizada para iniciarmos um diálogo a respeito de outros sentidos atribuídos ao conceito de proporcionalidade e do significado matemático desse conteúdo.

Após um período de discussão, concordamos que a relação entre colheita e chuva não necessariamente é proporcional no sentido matemático do conceito. Além disso, algumas culturas podem ser beneficiadas pela chuva, enquanto outras podem ser prejudicadas, ou seja, existem outras variáveis envolvidas no cultivo, além da chuva.

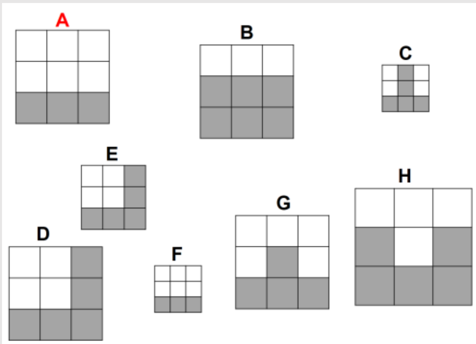
O que é proporcionalidade para você?

Partindo dessa provocação, iniciamos um debate para que os professores indicassem o que é necessário para que se possa considerar uma relação como proporcional.

Nesse momento, percebemos que alguns dos professores participantes possuíam dificuldades em verbalizar quais condições devem ser identificadas para que se tenha uma relação proporcional entre grandezas. Na tentativa de responder à questão, a maioria repetiu definições apresentadas em livros didáticos tais como: “proporcionalidade é uma razão entre duas grandezas que resulta numa constante”; “é uma igualdade entre duas razões”.

Após um período de discussão relativo às características de uma relação proporcional, iniciamos a resolução de outro grupo de questões.

O quadrado A possui algumas partes pintadas e outras não. É possível afirmar que outros quadrados desse grupo possuem as mesmas características do quadrado A?



Após discussões coletivas, percebemos e concordamos que o quadrado A e o quadrado F possuíam uma característica única aos dois, ou seja, são formados por seis quadradinhos brancos e três pintados.

Assim, verificamos que, mesmo não utilizando a formalização da igualdade entre duas razões ou a ideia de uma constante proporcional, intuitivamente, foi possível verificar, por meio das características dos dois quadrados, a proporcionalidade entre a parte pintada e a parte branca existente entre eles.

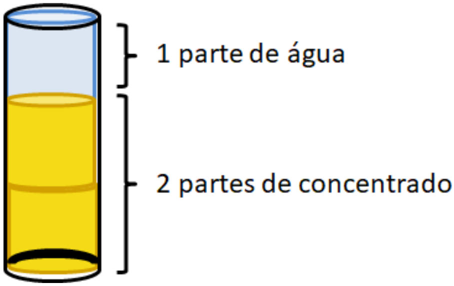
O problema seguinte proposto aos professores seguiu a ideia de percepção de características e similaridades existentes, mas agora trabalhando com quantidades não representadas pictoricamente.

Leiamos o quarto problema solucionado:

Eu gosto muito de sucos e sempre preparo os meus com duas partes de concentrado e uma parte de água. Caso eu receba duas ou três visitas e queira preparar suco para todos nós, quantas partes de concentrado serão necessárias em cada caso?

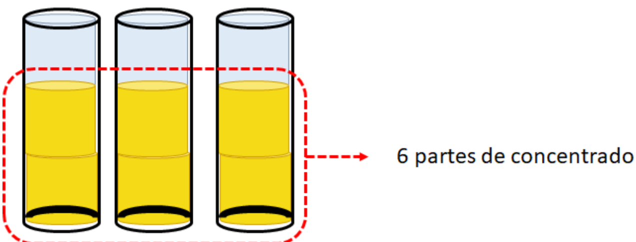
Durante a discussão da resolução desse problema, percebemos que a relação entre a quantidade de copos de sucos preparados e a quantidade de concentrado utilizada possuía as condições necessárias para que ela fosse considerada uma relação diretamente proporcional, mesmo que ainda não falássemos sobre a igualdade de razões ou da existência de uma constante de proporcionalidade.

Aproveitando o processo de solução oferecido por alguns professores, representamos pictoricamente a situação proposta pelo problema e construímos o Quadro 6 com os dados numéricos do problema.

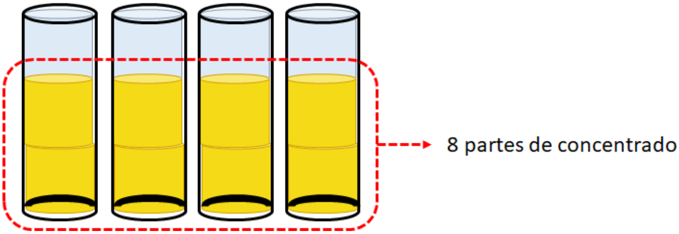


Se para cada copo de suco teremos duas partes de concentrado, basta multiplicarmos a quantidade de copos de sucos pela quantidade de partes de concentrado necessária ao preparo de um copo.

Recebendo duas visitas, eu terei que preparar três copos de suco.



Recebendo três visitas, eu terei que preparar quatro copos de suco.



Nessa atividade o professor formador deve solicitar que os professores participantes da formação digam quantas partes de concentrado serão utilizados em diferentes quantidades de copos de suco e organizar os dados, preferencialmente, em uma tabela.

Representando essas informações em uma tabela, teremos a seguinte situação:

Quantidade de copos de sucos	1	2	3	4
Quantidade de partes de concentrado	2	**4**	**6**	**8**

Em nossa formação, todos concordaram que com a representação construída desse modo seria mais fácil compararmos as grandezas: quantidade de copos de suco e quantidade de partes de concentrado. Assim, tivemos uma das condições necessárias para denominarmos uma relação como diretamente proporcional, ou seja, a existência da co-variação entre as variáveis.

		x 2	x 3	x 4
Quantidade de copos de sucos	1	2	3	4
Quantidade de partes de concentrado	2	4	6	8
		x 2	x 3	x 4

Do mesmo modo, a segunda condição, invariância entre as variáveis, também será facilmente percebida.

Quantidade de copos de sucos	1	2	3	4
	x 2	x 2	x 2	x 2
Quantidade de partes de concentrado	2	4	6	8

Assim, os professores se apropriaram de um saber desse conteúdo para o ensino ao afirmarem que, se conduzíssemos a resolução do problema dessa forma, nossos alunos teriam elementos para fomentar a construção do campo conceitual relativo à proporcionalidade direta, compreendendo a característica dessa relação. Desse modo, evitaríamos a ideia redutora da aplicação direta da regra de três, sem uma compreensão da estrutura do conceito. Depois dessas discussões, passamos ao último problema que foi resolvido pelos professores. Antes, porém, destacamos Freire (1996) para quem é importante superarmos a ingenuidade, alcançando a criticidade, vez que esta promoção não é automática, sendo este desenvolvimento um dos princípios fundamentais da prática educativa (FREIRE, 1996).

E é nesse sentido que Ole Skovsmose defende a importância de desenvolver, por meio da educação matemática, um olhar crítico sobre as estruturas matemáticas que são colocadas na sociedade, estimulando o conhecimento reflexivo, o qual envolve interpretações e entendimentos matemáticos ampliados, propiciando a alfabetização matemática propícia para a inserção consciente do sujeito na sociedade (SKOVSMOSE, 2010).

O ensino de proporcionalidade, pela ampla abrangência dos conteúdos, é perfeito para trabalharmos com os cenários para investigação da Educação Matemática Crítica, para que o professor supere a ingenuidade e alcance a criticidade necessária ao fazer docente.

Desse ponto de vista, propusemos o problema a seguir:

> Se um grupo de costureiras produz 30 camisas em 2 horas, é possível que elas produzam 480 camisas em dois dias?

Todos os professores de nossa formação resolveram o problema, contudo as respostas não foram unânimes. Enquanto alguns afirmaram ser possível produzir até mais que 480 camisas em dois dias, outros afirmaram que, se a produção fosse de 480 camisas, isso acarretaria um trabalho escravo. Pois, para atender a essa produção, seria preciso que as costureiras trabalhassem por 16 horas ininterruptas a cada dia. Isso evidencia o fato de que os professores que responderam ser possível produzir a quantidade indicada no texto do problema não atentaram para as condições de trabalho necessárias a essa produção.

Já os professores que responderam não ser possível consideraram jornadas de trabalho diárias estabelecidas dentro da legalidade. Ou seja, consideraram que, após a reforma trabalhista, sancionada no dia 13 de julho de 2017, o trabalhador poderá ficar até 12 horas em atividade laboral, o que já é muito, nesse tipo de trabalho.

O posicionamento do primeiro grupo de professores nos leva a perceber o que Skovsmose (2007, pp. 81-83) denomina como Ideologia da Certeza e Realidade Virtual.

Segundo o autor, a ideologia da certeza faz referência a um respeito exagerado aos números, ou seja, a precisão da matemática aplicada à resolução de um problema de forma a apresentar soluções “corretas” e garantidas pela precisão matemática. Contudo, essa precisão só pode ser considerada em situações de Realidade Virtual, pois a realidade de um problema matemático é particular ao contexto.

Como nossa realidade não é virtual, ou seja, não vivemos no mundo perfeito das ideias matemáticas, a aplicação da Ideologia da Certeza pode ser problemática na formação matemática dos estudantes. Nesse sentido, um modelo matemático não será necessariamente capaz de representar a totalidade de uma realidade.

Devemos chamar a atenção dos professores praticantes da formação para o fato de que com 32 horas de trabalho podemos produzir as 480 camisas desejadas. Dividindo esse trabalho em dois dias, o grupo trabalharia 16 horas em cada dia.

Caso os participantes da formação não identifiquem as condições de trabalho inadequadas a que o grupo de costureiras seria submetido podemos provocá-los com alguns questionamentos, tais como:

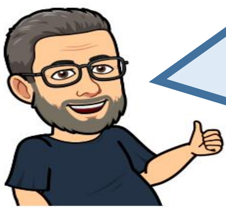
- *Essa quantidade de horas trabalhadas diariamente é razoável?*

- *Quanto tempo essas trabalhadoras teriam para almoçar?*

- *Quanto tempo elas teriam para descansar?*

Após as discussões relativas à construção do conceito de proporcionalidade e aos aspectos necessários ao ensino desse conteúdo, na perspectiva da Educação Matemática Crítica, o grupo de professores, em um outro encontro da formação, reuniu-se para elaborar uma sequência de atividades que propiciasse a formação do conceito de proporcionalidade direta, nessa perspectiva, tema que será tratado no próximo capítulo.

Se quiser saber um pouco mais sobre como foi nossa formação, você pode acessar o link a seguir. Mas lembre-se: para isso, é necessário estar conectado à internet.



A FORMAÇÃO

A sequência de atividades

Passamos a relatar o processo de elaboração de uma sequência de atividades, considerada pelos professores, propícia à introdução da construção do conceito de proporcionalidade direta, tendo por base os cenários para investigação da Educação Matemática Crítica.

Esse processo ocorreu coletivamente e colaborativamente, até que foi possível definir a sequência de atividades a ser aplicada, o que ocorreu em duas turmas de sétimo ano de uma escola da rede do município de Serra na qual dois dos professores participantes da formação continuada trabalhavam.

Foi decidido pelo grupo que, assim como na formação continuada, a ideia de proporcionalidade seria trabalhada nessa aula, a partir de um problema propulsor que estivesse relacionado a alguma situação prática dos alunos da comunidade.

De acordo com as declarações dos professores que mediavam a aula, no bairro em que a escola se localiza, é comum a venda de cereais e rações a granel, vez que muitos comerciantes da região optam por vender porções não padronizadas. Desse modo, ficou decidido que utilizaríamos a compra de pequenas quantidades de feijão para introduzir a ideia de proporcionalidade.

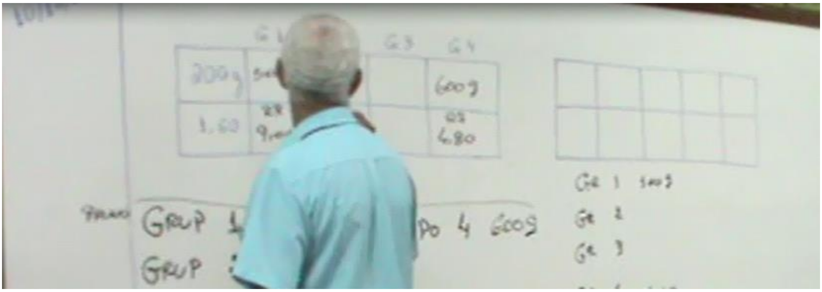
Na semana seguinte ao planejamento, a aula elaborada pelo grupo de professores foi mediada pelos professores das respectivas turmas, assistida e filmadas pelos pesquisadores.

Ambos iniciariam a aula relatando a necessidade de comprar uma pequena quantidade de feijão em uma das mercearias do bairro. Explicaram que, nessa mercearia, as compras poderiam ser feitas a granel.

Para ilustrar o problema, levamos para aula pequenos pacotes de feijão com massas variadas. Cada turma foi dividida em grupos e cada um dos grupos escolheria um dos pacotes de feijão, devendo indicar o preço a ser pago pelo pacote de feijão escolhido pelo grupo, conforme sua respectiva massa.

Para tanto, os professores disseram ter comprado um pacote com 200 gramas de feijão nessa mercearia por R$ 1,60 e, a partir dessa quantidade e desse preço, os grupos identificariam os preços dos pacotes escolhidos por eles.

Conforme combinado com os professores participantes da formação e de acordo com as respostas de cada grupo, os professores mediadores organizaram os dados relativos às massas e aos respectivos preços em uma tabela expostos no quadro branco.



Massa em gramas	100	200	300	400	500	600
	x 0,08	x 0,08	x 0,08	x 0,08	x 0,08	x 0,08
Valor em reais	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80

		x 2	x 3	x 4	x 5	x 6
Massa em gramas	100	200	300	400	500	600
Valor em reais	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80
		x 2	x 3	x 4	x 5	x 6

Desse modo, foi possível que alunos verificassem, nas discussões que seguiram, que era possível identificar a relação de invariância e co-variação existente na situação- problema resolvida por ele, e que essas relações compõem o conceito de relação diretamente proporcional. Ou seja, toda relação entre duas grandezas de mesma natureza ou de naturezas distintas, em que se possa verificar a invariância e co-variação entre as grandezas envolvidas, é uma relação proporcional.

Após a apresentação do problema, a resolução e a sistematização da ideia de relações diretamente proporcionais, o professor responsável pelas aulas aplicou um problema ligado a relações diretamente proporcionais que os alunos resolveram individualmente.

O objetivo dessa tarefa foi verificar o entendimento da ideia de proporcionalidade e as evidências da formação do conceito de proporcionalidade direta por parte dos alunos. A atividade foi apresentada da seguinte forma:

O fabricante do suco Magajú indica que para fazer 2 litros de suco são necessários 300 ml de concentrado. Qual quantidade de concentrado será necessária para se fazer:

a) 4 litros de suco? ____

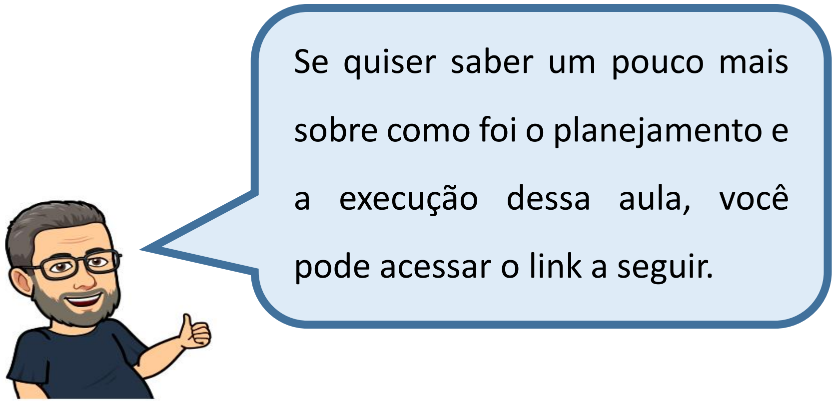
b) 6 litros de suco? ____

c) 1 litro de suco? ____

d) 3 litros de suco? ____

A maior parte dos alunos utilizou a ideia da tabela como auxílio na resolução do problema proposto. Foi possível perceber, também, o envolvimento das turmas na realização das tarefas. Mesmo os alunos mais agitados e que, segundo relato dos professores, eram menos interessados nas aulas, mostraram empenho na execução das tarefas e problemas propostos.

Considerando o relato dos professores, em relação à participação ativa dos alunos e ao desempenho geral das turmas, os resultados foram excelentes, tendo em vista que, no 7º ano D, apenas um aluno negou-se a realizar as atividades e no 7º ano C nenhum aluno deixou de participar ativamente de todo processo. A maioria dos alunos apresentou desempenho na resolução dos problemas.



A SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

Considerações finais

Destacamos que é relevante, para o desenvolvimento do raciocínio proporcional, que não partamos da regra de três, ou seja, devemos desenvolver as atividades de modo que os alunos construam seu próprio modelo de solução. Mesmo que esse modelo resulte, mais tarde, na regra mencionada, ela será uma construção dos alunos e não uma imposição.

Com relação à formação continuada que realizamos, foi possível perceber que, a partir dos saberes individuais a respeito do conceito de proporcionalidade, (re)elaboramos coletivamente esse e outros conceitos. Consequentemente, ocorreu a (re)elaboração individual dos conceitos relativos às relações diretamente proporcionais pelos professores participantes, visto que os saberes coletivos e individuais não são dicotomizados nesse modelo de formação. As discussões e reflexões realizadas pelos professores participantes da formação mantiveram seu foco no ensino, ou seja, os professores estavam estudando o conceito de proporcionalidade procurando compreender seus fundamentos para desenvolverem estratégias de ensino em suas salas de aula. É isso que denominamos a construção de uma matemática para o ensino.

Os professores tiveram oportunidade de reformular sua prática ao elaborarem uma sequência de atividades que trabalhou uma situação de "semirrealidade", utilizando uma situação que estabeleceu proximidade entre a realidade cotidiana dos alunos participantes das aulas e o tema matemático discutido nessas aulas.

Se desejamos um processo de ensino-aprendizagem de uma perspectiva da Educação Matemática Crítica, devemos abranger, em nossas formações continuadas, os três tipos de saberes apresentados por Skovsmose (2001), a saber: (1) saber matemático, (2) saber tecnológico e (3) saber reflexivo, sendo que este último é aquele que possibilitará uma avaliação crítica das consequências sociais da aplicação da matemática e, para nós, inclusive, nas relações cotidianas da sala de aula. Para nós, formadores e pesquisadores, esse curso propiciou a troca de experiências com professores do Ensino Fundamental e com a sala de aula desses professores, nos conduzindo a novas aprendizagens de saberes que emergem da prática.

Se quiser saber um pouco mais sobre a dissertação que deu origem a esse e-book, você pode acessar o link a seguir.

A DISSERTAÇÃO

REFERÊNCIAS

ALRO, Helle; SKOVSMOSE, Ole. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blucher Ltda, 1974.

DAVIS, Brent; SIMMT, Elaine. Mathematics-for-teaching: an ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. **Educational Studies in Mathematics**, Canada, v. 61, n. 3, pp. 293-319, 2006.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

SANTOS, André Luiz dos. **Construção coletiva de uma matemática crítica para o ensino de proporcionalidade em uma formação continuada de professores**. 2020. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Centro de Referência em Formação e em

Educação a Distância do Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2020.

SILVESTRE, Ana Isabel. **O desenvolvimento do raciocínio proporcional**: percursos de aprendizagem de alunos do 6.º ano de escolaridade. 2012. 312 f. Tese (Doutorado), Universidade de Lisboa, Lisboa, 2012.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia. 6. ed. Campinas: Papirus, 2013.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação matemática crítica**: incerteza, matemática, responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, Ole. **Um convite à educação matemática crítica**. Campinas: Papirus, 2014.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino de matemática na escola elementar. Curitiba: Ed. da UFPR, 2014.

ISBN: 978-65-86361-86-5

9 786586 361865