

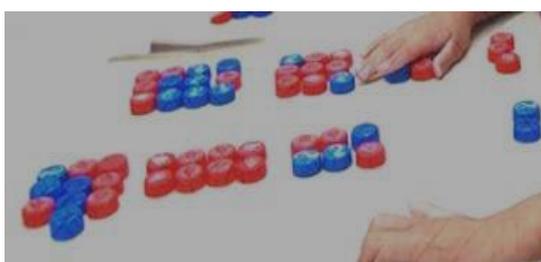


UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE  
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



JOHN CLEYNE RODRIGUES GOMES TELES

APRENDENDO MMC E FRAÇÕES UTILIZANDO TAMPAS DE GARRAFA *PET*  
PARA FAVORECER E POSSIBILITAR A APRENDIZAGEM DE ESTUDANTES  
CEGOS DO 6º ANO



Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-graduação do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM) da Universidade Federal do Acre, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, obtido a partir de um processo de investigação intitulado “Estratégias de Ensino com Tampas de Garrafa *Pet* para a Aprendizagem de mmc e frações a uma estudante Cega do 6º ano”.

**Orientadora:** Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira.

Rio Branco – Acre

2020

**JOHN CLEYNE RODRIGUES GOMES TELES**

**APRENDENDO MMC E FRAÇÕES UTILIZANDO TAMPAS DE GARRAFA *PET*  
PARA FAVORECER E POSSIBILITAR A APRENDIZAGEM DE ESTUDANTES  
CEGOS DO 6º ANO**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

**Linha de Pesquisa:** Recursos e Tecnologias no Ensino de Ciências e Matemática

**Orientadora:** Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira.

**Data da Aprovação:** 30/04/2020.

**Banca Examinadora:**

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Salete Maria Chalub Bandeira (CCET/UFAC)

Prof. Dr. Antônio Igo Barreto Pereira (CELA/UFAC)

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Ana Maria Martensen Roland Kaleff (UFF/RJ)

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Fernanda Malinosky Coelho da Rosa (UFMS/MS)

**Rio Branco – Acre**

**2020**

T269a Teles, John Cleyne Rodrigues Gomes, 1991 -

Aprendendo MMC e frações utilizando tampas de garrafa pet para favorecer e possibilitar a aprendizagem de estudantes cegos do 6º ano / John Cleyne Rodrigues Gomes Teles; orientadora: Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira. Rio Branco, 2020.

37 f.: il.

Produto Educacional (Mestrado) - Universidade Federal do Acre, Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática. Obtido a partir de um processo de investigação intitulado "Estratégias de ensino com tampas de garrafa pet para a aprendizagem de MMC e frações a uma estudante cega do 6º ano." Rio Branco, Acre, 2020.

1. Matemática - estudo e ensino 2. MMC - Matemática 3. Frações - Matemática 4. Educação especial - deficiência visual I. Silva, Marcelo Castanheira da II. Título

CDD: 510

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço, primeiramente, a Deus, pois todos os dias me dá mais do que mereço.

Á minha orientadora profa Salete Maria Chalub Bandeira, pela dedicação de me orientar e juntamente construir esta pesquisa.

Á minha esposa Kissy Dhaiany Gomes Teles, por estar comigo durante toda a trajetória, e a compreensão durante o período de dedicação a este projeto, pela paciência e pelo seu amor que me conduziu a realizar esta pesquisa.

Aos meus amigos da turma do MPECIM/2018 com as motivações e aos professores do programa que nos favoreceram uma base científica excelente.

À minha mãe Maria Cosmo Rodrigues Gomes, que me incentivou e sempre me ensinou o caminho correto e ao meu Pai João Gomes Barbosa, por sua sabedoria.

## LISTA DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1 - Número de matrículas de alunos com deficiência, em classes comuns ou especiais exclusivas, segundo etapa de ensino – Brasil – 2014 a 2018.....</b>	<b>9</b>
<b>Gráfico 2 - Quantidade de alunos matriculados no Estado do Acre, separados por tipo de deficiência - 2018.....</b>	<b>10</b>

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1 – Representação da Zona de Desenvolvimento Proximal de Vygotsky. ....</b>	<b>13</b>
<b>Figura 2 – Divisores dos números naturais 8 e 12 utilizando tampas.....</b>	<b>15</b>
<b>Figura 3 – Vídeo sobre máximo divisor comum disponível no youtube.....</b>	<b>16</b>
<b>Figura 4 – Representação dos múltiplos de 1, 2, 3 e 4 com tampas. ....</b>	<b>18</b>
<b>Figura 5 – Representação dos múltiplos de 2 e 3.....</b>	<b>19</b>
<b>Figura 6 - Intervenção com a colaboradora da pesquisa no ensino de mínimo múltiplo comum. ....</b>	<b>20</b>
<b>Figura 7 - Vídeo sobre mínimo múltiplo comum disponível no youtube. ....</b>	<b>21</b>
<b>Figura 8 - Representação de frações utilizando tampas. ....</b>	<b>22</b>
<b>Figura 9 - Representação de frações (próprias e impróprias) em forma de desenhos...23</b>	
<b>Figura 10 - Representação da fração imprópria <math>2/3</math> utilizando tampas.....</b>	<b>24</b>
<b>Figura 11 - Intervenção com o ensino de frações, representação de frações próprias...25</b>	
<b>Figura 12 - Vídeo sobre representações de frações disponível no youtube. ....</b>	<b>26</b>
<b>Figura 13 - Representação da soma de frações próprias utilizando tampas de garrafa Pet.....</b>	<b>27</b>
<b>Figura 14 - Somando frações próprias com denominadores iguais utilizando tampas de garrafa pet.....</b>	<b>28</b>
<b>Figura 15 - Vídeo sobre adição de frações disponível no youtube. ....</b>	<b>29</b>
<b>Figura 16 - Definição de frações equivalentes com representação utilizando desenhos e tampas.....</b>	<b>30</b>
<b>Figura 17 - Representação das frações equivalentes de <math>1/2</math>.....</b>	<b>30</b>
<b>Figura 18 - Representação das frações equivalentes de <math>1/2</math> e <math>1/3</math>. ....</b>	<b>31</b>
<b>Figura 19 - Soma de frações impróprias usando o conceito de frações equivalentes: <math>3/2 + 4/3</math>.....</b>	<b>32</b>
<b>Figura 20 - Vídeo sobre adição de frações disponível no youtube. ....</b>	<b>33</b>

## SUMÁRIO

<b>CARACTERIZAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL .....</b>	<b>8</b>
<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>9</b>
1. CONCEITO DE MEDIAÇÃO E ZDP (VYGOTSKY) .....	11
2. DESCRIÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL .....	13
3. SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS I, II, III, IV e V .....	14
3.1. SEQUÊNCIA DIDÁTICA I - ENSINO DE MÁXIMO DIVISOR COMUM .....	14
3.2. SEQUÊNCIA DIDÁTICA II - ENSINO DE MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM.....	17
3.3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA III - Representações de Frações .....	21
3.4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA IV - Adição de Frações Próprias com Denominadores Iguais .....	26
3.5. SEQUÊNCIA DIDÁTICA V - Adição de Frações Próprias e Impróprias com Denominadores Diferentes .....	29
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>34</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>36</b>

## CARACTERIZAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

**Título da dissertação:** Estratégias de Ensino com Tampas de Garrafa *Pet* para a Aprendizagem de mmc e frações a uma Estudante Cega do 6º ano.

**Título do produto educacional:** Aprendendo MMC e Frações utilizando tampas de garrafa *Pet* para favorecer e possibilitar a aprendizagem de estudantes cegos do 6º ano.

**Sinopse descritiva:** O presente produto educacional se constitui como um instrumento de apoio pedagógico, principalmente no que tange ao planejamento de atividades com práticas utilizando materiais manipulativos de baixo custo a serem mobilizadas para o ensino de matemática a estudantes cegos do 6º ano. O produto é formado por sequências didáticas I, II, III, IV e V que tratam respectivamente de máximo divisor comum, mínimo múltiplo comum, representações de frações, adição de frações próprias com denominadores iguais e adição de frações próprias e impróprias com denominadores diferentes. Em cada sequência didática encontra-se os vídeos aulas dos respectivos conteúdos. Espera-se que esse produto possa auxiliar o professor de matemática a significar e ressignificar os conceitos que emergirem a partir do uso desses materiais com estudantes com e sem deficiência visual.

**Autor discente:** John Cleyne Rodrigues Gomes Teles

**Autora docente:** Prof.<sup>a</sup> Dra. Salete Maria Chalub Bandeira

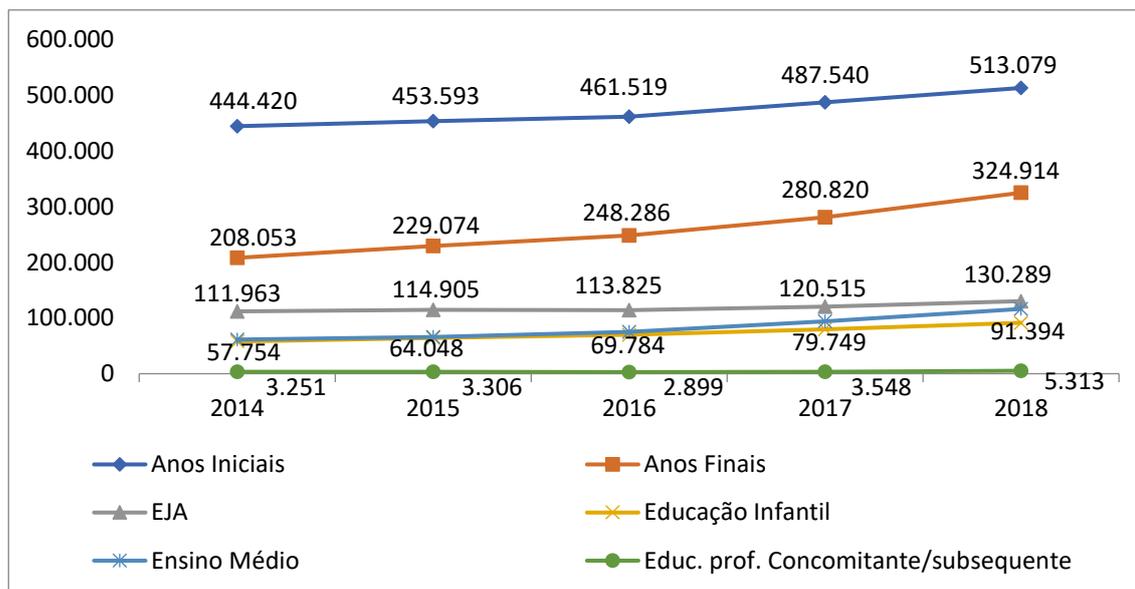
**Público a quem se destina o produto:** Professores de Matemática da Educação Básica; Professores Especialistas da Sala de Recurso Multifuncional, estudantes com Deficiência Visual e sem deficiência, e interessados na temática.

## INTRODUÇÃO

O presente produto educacional intitulado “Aprendendo MMC e Frações utilizando tampas de garrafa *Pet* para favorecer e possibilitar a aprendizagem de estudantes cegos do 6º ano” é resultado de investigações ocorridas no decorrer da pesquisa “Estratégias de Ensino de Matemática Utilizando Tampas de Garrafa *Pet* para a Aprendizagem de mmc e frações a uma Estudantes Cega do 6º ano” realizado no âmbito do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática – MPECIM da Universidade Federal do Acre – UFAC.

Para a introdução deste tema, é possível constatar que houve um aumento significativo do número de matrículas de alunos com deficiência na escola regular de ensino no Brasil. Nos anos de 2014 a 2018, de acordo com o resumo técnico do censo escolar da Educação Básica de 2018 (BRASIL, 2019, p. 33-34), o número de matrícula na educação especial chegou a 1,2 milhão em 2018. O maior número de matrículas se encontra no ensino fundamental, que concentra 70,9% das matrículas na educação especial, como mostra o gráfico 1.

**Gráfico 1 - Número de matrículas de alunos com deficiência, em classes comuns ou especiais exclusivas, segundo etapa de ensino – Brasil – 2014 a 2018.**



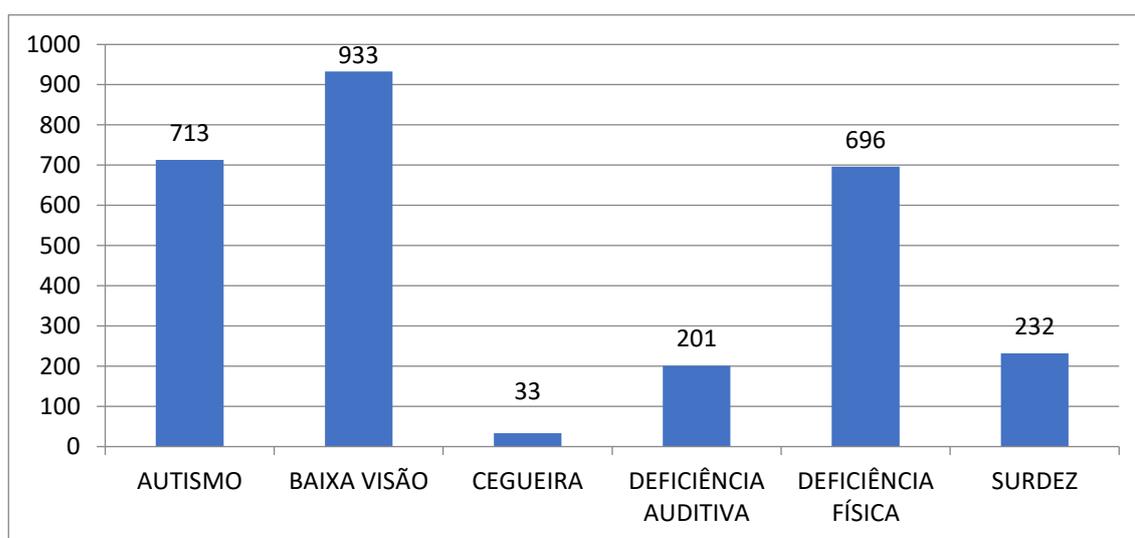
Fonte: Adaptado de Deed/Inep com base nos dados do Censo da Educação Básica.

No estado do Acre, nos anos de 2017 e 2018, de acordo com o banco de dados da Educação Especial da Divisão de Estudos e Pesquisas Educacionais do Estado do Acre (DEPE/SEE-AC, 2017) o crescimento de escolarização dos alunos com deficiência teve um aumento de 23,75%, passando de 4.470 alunos matriculados em 2016 para 5.903 alunos

matriculados em 2017 na Rede Estadual, e no AEE um aumento de 20,48% passando de 3144 para 3.788 alunos.

E no ano de 2018, a quantidade de matriculas de alunos com deficiência na Rede Estadual de Ensino é de 6.728, ou seja, um crescimento de 12,2%. Com relação à quantidade de alunos com cegueira no Estado do Acre, o banco de dados apresenta um total de 33 alunos, como mostra o Gráfico 2.

**Gráfico 2 - Quantidade de alunos matriculados no Estado do Acre, separados por tipo de deficiência - 2018.**



Fonte: Adaptado de DEPE/SEE-AC.

Considerando essas argumentações, a presente pesquisa tem como tema Estratégias de ensino utilizando tampas de garrafa *pet* para a aprendizagem de conteúdos matemáticos do 6º ano a estudantes cegos, possuindo como público alvo professores de matemática na formação inicial e continuada, levando-se em conta a Tecnologia Assistiva<sup>1</sup> (TA) e a Educação Matemática.

O principal objetivo foi construir uma estratégia de ensino de Matemática com a mediação do professor, para estudantes com cegueira do 6º ano do Ensino Fundamental II, utilizando materiais manipulativos de baixo custo: tampas de garrafa *pet* para o ensino de frações, mínimo múltiplo comum (mmc) e máximo divisor comum (mdc). A pesquisa foi ancorada em autores: Bersch (2017), Arruda (2017), Rosa (2017), Bandeira (2015), Oliveira (1993) e Kaleff (2016) com o foco na Tecnologia Assistiva (TA), práticas e formação docente

<sup>1</sup> Tecnologia Assistiva é uma área do conhecimento, de característica interdisciplinar, que engloba produtos, recursos, metodologias, estratégias, práticas e serviços que objetivam promover a funcionalidade, relacionada à atividade e participação, de pessoas com deficiência, incapacidades ou mobilidade reduzida, visando sua autonomia, independência, qualidade de vida e inclusão social". (BRASIL, 2009, p. 9).

em matemática, processo de aprendizagem com a mediação utilizando instrumentos e signos e recursos didáticos manipulativos de baixo custo para o ensino de Matemática com vista à inclusão.

A pesquisa é de abordagem qualitativa do tipo estudo de caso, em que foram desenvolvidas as estratégias com uma estudante cega do 6º ano do ensino fundamental de uma Escola Estadual do município de Rio Branco-Acre. Os instrumentos utilizados para a coleta e análise dos dados foram: observações, diário de bordo, questionário semiestruturado, depoimento gravado e intervenções filmadas com uma filmadora e celular.

Com as observações realizadas, foi necessário planejar as estratégias de ensino conforme o planejamento do professor de matemática da escola, levando em consideração que a estudante cega (com cegueira adquirida) tem os sentidos tátil e auditivo mais utilizados para o seu aprendizado. Assim, foram planejadas cinco sequências didáticas e cinco vídeos<sup>2</sup> com as temáticas: mínimo múltiplo comum (mmc); máximo divisor comum (mdc); representações de frações; soma de frações próprias com denominadores iguais e soma de frações próprias e impróprias com denominadores diferentes.

## 1. CONCEITO DE MEDIAÇÃO E ZDP (VYGOTSKY)

Para a compreensão das concepções de Vygotsky a respeito do funcionamento psicológico um conceito central é o conceito de mediação. Em termo genérico, mediação é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação; a relação deixa, então, de ser direta e passa a ser mediada por esse elemento (OLIVEIRA, 1993, p. 26).

Um exemplo que Oliveira (1993, p. 26) cita, para melhor entendermos o conceito de mediação, é quando um indivíduo aproxima sua mão da chama de uma vela e a retira rapidamente ao sentir dor, está estabelecida uma relação direta entre o calor da chama e a retirada da mão. Se, no caso, o indivíduo retirar a mão quando apenas sentir o calor e lembrar-se da dor sentida em outra ocasião, a relação entre a chama da vela e a retirada da mão será mediada pela lembrança da experiência anterior, ou, se no caso, outro indivíduo avisar que pode se queimar, a relação estará mediada pela intervenção desse outro indivíduo.

Com isso, Vygotsky desenvolve a teoria sociocultural, onde o homem não constrói o conhecimento a partir de uma interação direta com o mundo em sua volta, a construção do

---

<sup>2</sup> Vídeos disponíveis no canal [mpecim2018inclusão](https://www.youtube.com/results?search_query=mpecim2018inclus%C3%A3o) do YouTube no endereço: [https://www.youtube.com/results?search\\_query=mpecim2018inclus%C3%A3o](https://www.youtube.com/results?search_query=mpecim2018inclus%C3%A3o).

conhecimento ocorre primeiro no plano externo e social (com outras pessoas) para depois ocorrer no plano interno e individual, tendo como base as interações para que o indivíduo consiga compreender (por meio da internalização).

A partir disso, Vygotsky distinguiu dois tipos de elementos mediadores: os instrumentos e os signos. Segundo Oliveira (1993, p. 29), o instrumento é uma ferramenta interposto entre o trabalhador e o objeto de seu trabalho, ampliando as possibilidades de transformação da natureza. Os instrumentos são criados ou buscados especialmente para um certo objetivo. É, pois, um objetivo social e mediador da relação entre o indivíduo e o mundo.

Os signos são instrumentos de atividade psicológica, denominado por Vygotsky de “instrumentos psicológicos”. O signo age de maneira análoga ao papel de um instrumento no trabalho. Porém, os signos são orientados para o próprio sujeito, para dentro do indivíduo, dirigem-se ao controle de ações psicológicas. São ferramentas que auxiliam nos processos psicológicos e não nas ações concretas, como os instrumentos (OLIVEIRA, 1993, p. 30).

Outro tema central que encontramos nos trabalhos de Vygotsky, que cabe salientarmos aqui, é a relação entre o desenvolvimento e aprendizado. Vygotsky busca compreender a origem e o desenvolvimento dos processos psicológicos ao longo da história da espécie humana e da história individual (OLIVEIRA, 1993, p. 56).

Um conceito fundamental que devemos mostrar aqui é o conceito de zona de desenvolvimento proximal<sup>3</sup>. Quando pensamos em desenvolvimento de uma criança, o que buscamos compreender é o que essa criança já aprendeu, e o que deve aprender. Começamos a traçar um percurso do que a criança aprendeu (andar, amarrar sapatos, construir torres com cubos de diversos tamanhos etc.) referimo-nos à sua capacidade de realizá-la sozinha.

Vygotsky denomina essa capacidade de realizar tarefas de forma independente de nível de desenvolvimento real, refere-se a etapas já alcançadas, já conquistadas pela criança (OLIVEIRA, 1993, p. 59).

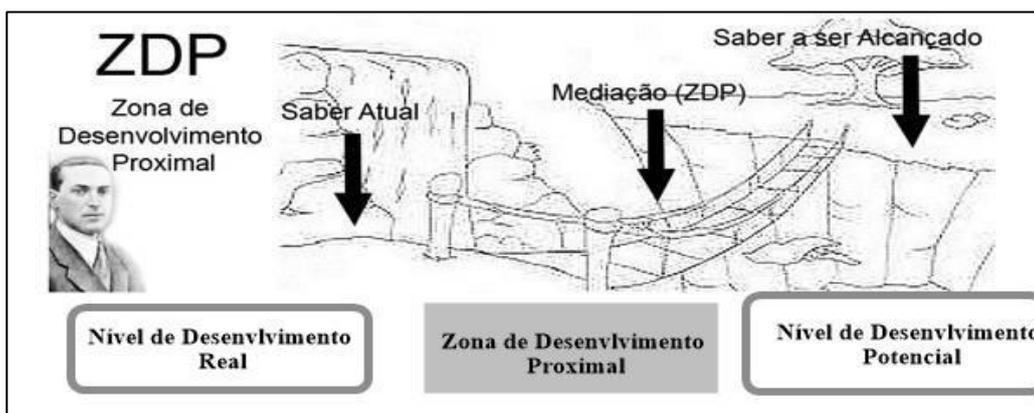
Para compreendermos adequadamente o desenvolvimento devemos considerar não apenas o nível de desenvolvimento real da criança (funções psicológicas já bem definidas, o que já consolidou) mas também, o nível de desenvolvimento potencial, isto é, sua capacidade de desempenhar tarefas com a ajuda de adultos mais capazes. Há tarefas que a criança não

---

<sup>3</sup> A Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) foi um conceito definido por Vygotsky, como a distância entre o nível de resolução de um problema/tarefa que uma pessoa pode alcançar atuando independentemente e o nível que pode alcançar com a ajuda de outra pessoa mais competente naquele assunto. Ou seja, a ZDP seria a distância entre o nível de desenvolvimento real, constituído por conhecimentos consolidados pelo sujeito que permite que ele faça determinadas atividades sozinho, e o nível de desenvolvimento potencial que são as funções não amadurecidas (ARRUDA, 2017, p. 41).

consegue realizar sozinha, mas se torna capaz de realizar se alguém lhe der instruções, fizer uma demonstração, dar pistas ou dar assistência durante o processo. (OLIVEIRA, 1993, p. 59). É a partir da postulação da existência desses dois níveis de desenvolvimento – real e potencial – que Vygotsky define a zona de desenvolvimento proximal, com mostra a Figura 1.

**Figura 1 – Representação da Zona de Desenvolvimento Proximal de Vygotsky.**



Fonte: Retirado e adaptado de Romero (2015). Disponível em:

<https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/15/8/breve-estudo-sobre-lev-vygotsky-e-o-sociointeracionismo>.

Acesso em: 01 jan. 2020.

Neste sentido, existem dois elementos mediadores fundamentais (instrumentos e signos) para o ensino de matemática a estudantes cegos, o material didático manipulativo e o professor. Como aponta Bandeira (2015) sobre a importância do papel do professor ao ensinar matemática “O professor tem papel de mediador, incentivador e questionador” (BANDEIRA, 2015, p. 372).

## 2. DESCRIÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

No intuito de potencializar e possibilitar o ensino de matemática a estudantes cegos, para que haja a aprendizagem escolar desses sujeitos, foi pensado este produto educacional, em que as atividades advindas do caminho trilhado na pesquisa são composto por sequências didáticas I, II, III, IV e V que tratam respectivamente de máximo divisor comum, mínimo múltiplo comum, representações de frações, adição de frações próprias com denominadores iguais e adição de frações próprias e impróprias com denominadores diferentes. Em cada sequência didática encontra-se os vídeos aulas dos respectivos conteúdos.

Foi criado um canal no *YouTube* para disponibilizar os vídeos das práticas e estratégias de ensino de matemática, canal intitulado *mpecim2018inclusão*. O canal tem como objetivo

divulgar os trabalhos e produtos educacionais oriundos do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre (MPECIM/UFAC).

Tendo como Linha de Pesquisa Recursos e Tecnologias no Ensino de Ciências e Matemática. Produções e Práticas de Ensino utilizando Materiais adaptativos para a Inclusão de estudantes com Deficiência Visual nas aulas de Matemática, em particular Tampas de Garrafa *Pet*. Os criadores foram: John Cleyne Rodrigues Gomes Teles - IFAC (Pesquisador) e Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira - UFAC (Orientadora).

O produto é aplicável para alunos com Deficiência Visual, tanto para alunos com cegueira ou baixa visão, quanto para estudantes das séries iniciais sem algum *déficit* ou comprometimento no seu desenvolvimento. As atividades podem ser aplicadas no Ensino Fundamental I e II, sendo facilmente adaptáveis para cada contexto formativo. O material manipulativo das atividades é bastante simples e é de fácil poder aquisitivo, por se tratar de materiais de sucata.

### 3. SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS I, II, III, IV e V

As cinco sequências didáticas apresentarão sugestões de recursos e estratégias para sua execução, objeto de conhecimento, caracterização da atividade, intervenção com a colaboradora da pesquisa e informações do vídeo. O conteúdo a serem explorados que estão em volta às atividades são possibilidades, podendo ser ampliados, reestruturados e aperfeiçoados.

#### 3.1. SEQUÊNCIA DIDÁTICA I - ENSINO DE MÁXIMO DIVISOR COMUM

##### **Materiais/Recursos a serem utilizados:**

- ❖ Tampas de garrafa *Pet*;
- ❖ Mesa para professor, ou qualquer outra mesa que tenha tamanho conveniente.

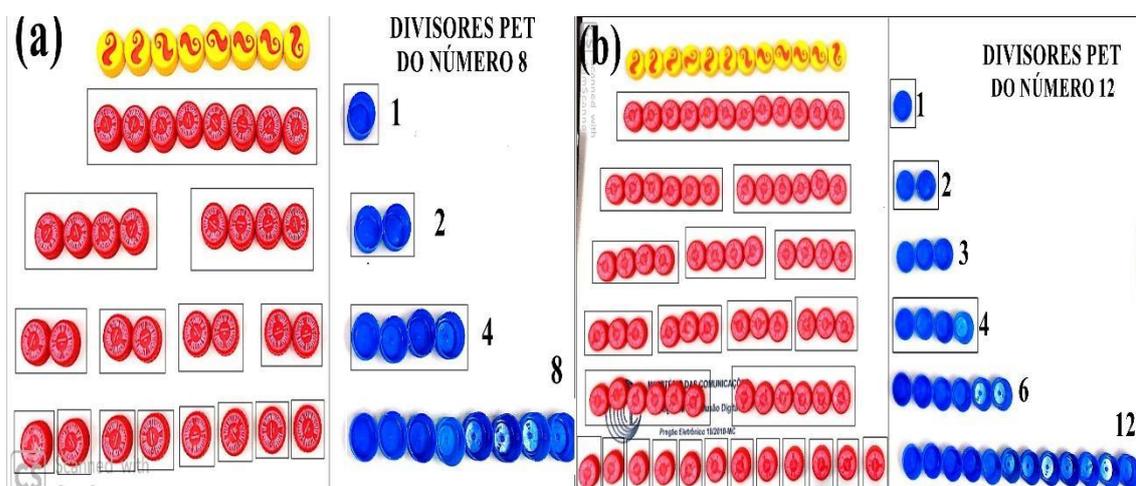
##### **Objeto de conhecimento:**

- ❖ Divisão com e sem resto de números naturais diferente de 0;
- ❖ Comparação de conjuntos;
- ❖ Noção de maior e menor.

##### **Caracterização da atividade:**

Quando  $d$  é o máximo divisor comum dos números  $a$  e  $b$ , anotamos  $d = mdc(a, b)$ . Sendo assim, iremos encontrar através da manipulação das tampas  $d = mdc(8, 12)$ . A estratégia se dá da seguinte maneira: inicialmente separamos os divisores de 8 (os números naturais que divide o número 8 deixando sempre resto 0), separamos as oito tampas em grupos. Essa separação é feita dividindo as oito tampas (se possível) em grupos de 1, 2, 3, 4 até 8. Em seguida, separamos da mesma maneira a quantidade de 12 tampas em grupos de seus possíveis divisores, como mostra a Figura 2.

**Figura 2 – Divisores dos números naturais 8 e 12 utilizando tampas.**



Fonte: Elaboração do autor, 2020.

Observe que na imagem (a) da Figura 2, foram possíveis realizar as seguintes operações:  $\frac{8}{1} = 8$ ;  $\frac{8}{2} = 4$ ;  $\frac{8}{4} = 2$  e  $\frac{8}{8} = 1$ , ou seja, na primeira operação foi construído um grupo de 8 tampas; em seguida, dois grupos de 4 tampas; quatro grupos de 2 tampas e oito grupos de 1 tampa. Determinando assim todos os divisores naturais do número 8, representando ao lado de cada operação a quantidade de tampas abertas na cor azul (virada ao contrário) que represente os possíveis números que divide o número 8 (DIVISORES PET DO NÚMERO 8).

Já na imagem (b) da Figura 2, as operações realizadas foram:  $\frac{12}{1} = 12$ ;  $\frac{12}{2} = 6$ ;  $\frac{12}{3} = 4$ ;  $\frac{12}{4} = 3$ ;  $\frac{12}{6} = 2$  e  $\frac{12}{12} = 1$ , sendo, um grupo de 12 tampas; dois grupos de 6 tampas; três grupos de 4 tampas; quatro grupos de 3 tampas; seis grupos de 2 tampas e doze grupos de 1 tampa. Determinando assim todos os divisores naturais do número 12, representando também ao lado de cada operação, a quantidade de tampas abertas na cor azul (virada ao contrário) que represente os possíveis números que divide o número 12 (DIVISORES PET DO NÚMERO 12).

A partir daí, iremos comparar entre os DIVISORES PET de 8 e 12, ou seja, comparar com as tampas viradas ao contrário (que foram os possíveis divisores dos números) e analisar quais foram os números naturais que permitiu a divisão de 8 e 12 simultaneamente que deixou resto 0. Neste caso, os divisores comuns de 8 e 12 são os números 1, 2 e 4, conforme destacado na Figura 2. Pois esses números permitiram a divisão de 8 e 12 simultaneamente, isto é, comparar quais as quantidades de tampas abertas estão iguais em ambas operações. Logo, o *máximo* divisor comum de 8 e 12 é  $d = mdc(8, 12) = 4$ .

### **Intervenção com a colaboradora da pesquisa:**

Não houve intervenção para essa atividade.

### **Informações do vídeo:**

- ❖ **Título do vídeo** – 1 Aula de MDC com tampas;
- ❖ **Duração:** 9 minutos e 41 segundos;
- ❖ **Link:** <https://www.youtube.com/watch?v=c9txiQb5Plw>.

A Figura 3 mostra a tela do vídeo “1 Aula de MDC com tampas” disponível no *youtube*, no canal *mpecim2018 Inclusão*.

**Figura 3 – Vídeo sobre máximo divisor comum disponível no *youtube*.**



Fonte: Acervo do autor, 2020.

### 3.2. SEQUÊNCIA DIDÁTICA II - ENSINO DE MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

#### **Materiais/Recursos a serem utilizados:**

- ❖ Tampas de garrafa *Pet*;
- ❖ Mesa para professor, ou qualquer outra mesa que tenha tamanho conveniente.

#### **Objeto de conhecimento:**

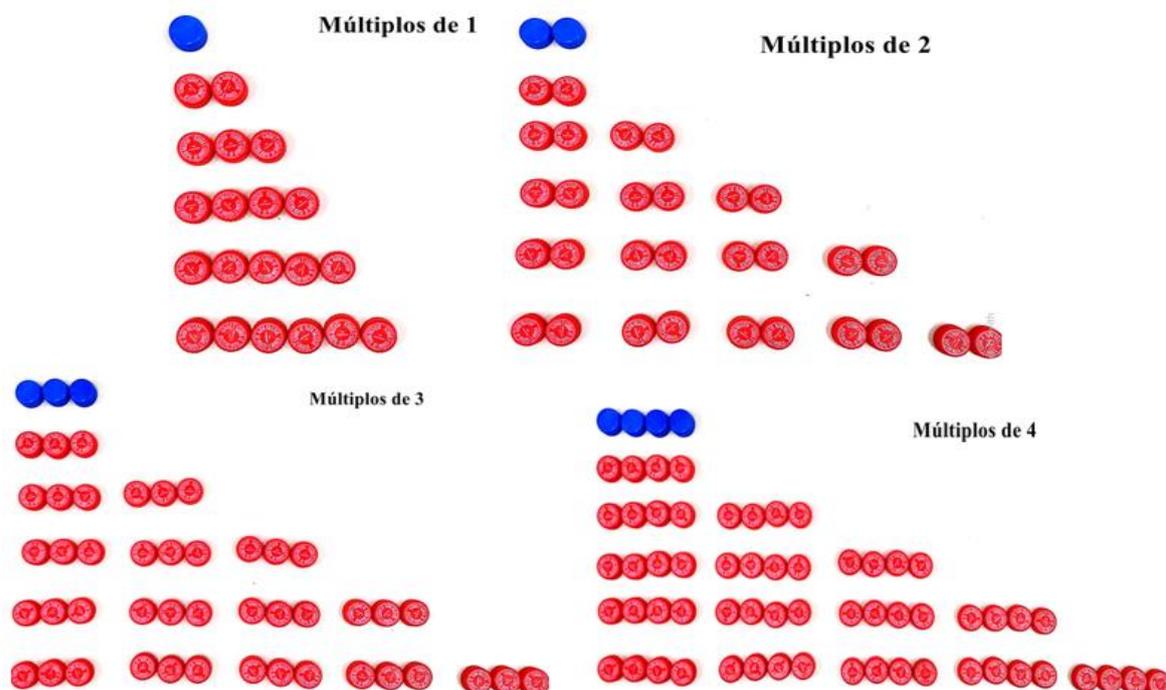
- ❖ Multiplicação de números naturais;
- ❖ Múltiplos de um número natural diferente de 0;
- ❖ Comparação de conjuntos;
- ❖ Noção de maior e menor.

#### **Caracterização da atividade:**

No ensino de mmc, a estratégia planejada consiste primeiramente em definir o conceito de múltiplos, para que assim em seguida construir conjuntos de múltiplos e fazer análises e comparação entre esses conjuntos, para que se determine o mmc dos números naturais dado.

Inicialmente, com a manipulação das tampas trabalharemos com multiplicação de números naturais, ou seja, construiremos grupos de tampas a partir das multiplicações. Essas multiplicações se configuram da seguinte forma: *grupos de tampas*  $\times$  *tampas*. Construiremos pequenos grupos iguais de tampas e realizamos a multiplicação, por exemplo: dois grupos de 2 tampas, resultando em  $2 \times 2 = 4$  tampas. Após bastantes exercícios trabalhando as multiplicações utilizando as tampas, definiremos o que são múltiplos de um número, e a partir daí, construiremos conjuntos de múltiplos de um número natural (diferente de zero) como mostra a Figura 4 na representação dos múltiplos de 1, 2, 3 e 4 utilizando as tampas de garrafa *Pet*.

Figura 4 – Representação dos múltiplos de 1, 2, 3 e 4 com tampas.



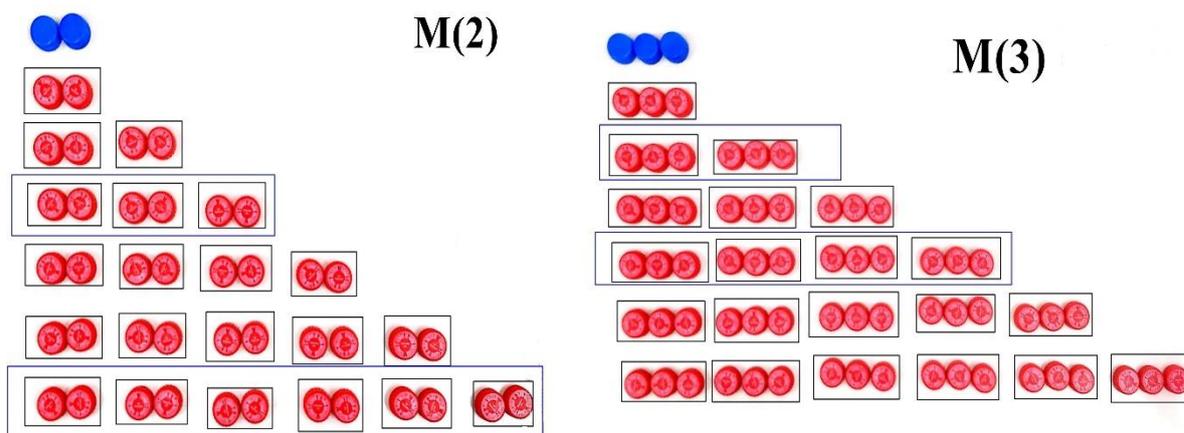
Fonte: Elaboração do autor, 2020.

Como vimos na Figura 4, construímos os conjuntos dos múltiplos dos números 1, 2, 3 e 4, que será escrito da seguinte maneira  $M(1)$ ,  $M(2)$ ,  $M(3)$  e  $M(4)$ . O conjunto dos  $M(1)$  foi elaborado da seguinte maneira:  $1 \times 1 = 1$  tampa;  $2 \times 1 = 2$  tampas;  $3 \times 1 = 3$  tampas;  $4 \times 1 = 4$  tampas, e assim por diante. A mesma ideia seguimos para construir o conjunto dos  $M(2)$ ,  $M(3)$  e  $M(4)$ , como segue:  $1 \times 2 = 2$  tampas;  $2 \times 2 = 4$  tampas;  $3 \times 2 = 6$  tampas, e assim sucessivamente.

Destacamos aqui uma observação, as multiplicações escolhidas para determinar os conjuntos dos múltiplos de um número natural ( $M(n)$ ) foi da seguinte maneira: um grupo de 1 tampa; um grupo de 2 tampas; um grupo de 3 tampas, e assim por diante ( $M(1)$ ). Da mesma forma os  $M(2)$ , um grupo de 2 tampas; dois grupos de 2 tampas; três grupos de 2 tampas, e assim por diante. Ou seja, para encontrar os  $M(n)$  basta multiplicar esse número pelo conjunto dos números naturais, determinando então os  $M(n)$ .

A partir dessa compreensão, construindo os conjuntos dos múltiplos de um número natural, para determinar o mmc entre dois números naturais, iremos fazer análises e comparações entre os conjuntos dos múltiplos desses números pedidos. Para encontrarmos por exemplo o mmc de 2 e 3, que será escrito  $mmc(2, 3)$ , iremos construir o conjunto dos  $M(2)$  e o conjunto dos  $M(3)$ , para então, realizar a análise e comparação e determinar qual é o *mínimo múltiplo comum* entre 2 e 3, como mostra a Figura 5.

Figura 5 – Representação dos múltiplos de 2 e 3.



Fonte: Elaboração do autor, 2020.

Comparando os conjuntos da Figura 5, observaremos onde há a mesma quantidade de tampas em ambos os conjuntos. É fácil perceber que encontraremos 6 tampas no conjunto M(2) e 6 tampas no conjunto M(3), e ainda mais, encontraremos também, 12 tampas no conjunto M(2) e 12 tampas no conjunto M(3). Porém, definido o conceito de mmc (**mínimo múltiplo comum**), determinaremos que o menor valor comum entre os M(2) e M(3) é o 6 (seis).

### Intervenção com a colaboradora da pesquisa

A aplicação desta atividade com a colaboradora da pesquisa (uma aluna cega) teve a duração de quatro encontros de uma hora/aula. Inicialmente, trabalhamos com a ideia de multiplicação de números naturais utilizando tampas de garrafa *pet*. A multiplicação se dava por construir as seguintes multiplicações:  $1 \times 2$ ;  $2 \times 2$ ;  $3 \times 2$ ;  $4 \times 2$ ;  $5 \times 2$  ... Cada multiplicação que a colaboradora realizava, resultou em: um grupo de 2 tampas; dois grupos de 2 tampas; três grupos de 2 tampas; quatro grupos de 2 tampas; cinco grupos de 2 tampas, e assim sucessivamente para os números 3, 4, 5 e assim por diante.

Em seguida construímos conjuntos de múltiplos de um número dado, conjuntos dos múltiplos de 2, 3, 4, 5, 6 etc. A estratégia utilizada pela colaboradora para construir esses conjuntos de múltiplos, era determinada pela Mão Esquerda (ME) e Mão Direita (MD), da seguinte maneira:

- ❖ M(2) múltiplos de 2: ME (2 tampas) e MD ( $2+2$  tampas) = ME (2 tampas) e MD (4 tampas); ME (4 tampas) e MD ( $4+2$  tampas) = ME (4 tampas) e MD (6 tampas); ME (6 tampas) e MD ( $6+2$  tampas) = ME (6 tampas) e MD (8 tampas); e assim por diante, construindo então o conjunto dos  $M(2)=\{2, 4, 6, 8 \dots\}$ .

- ❖  $M(3)$  múltiplos de 3: ME (3 tampas) e MD (3+3 tampas) = ME (3) e MD (6 tampas); ME (6 tampas) e MD (6+3 tampas) = ME (6 tampas) e MD (9 tampas); ME (9 tampas) e MD (9+3 tampas) = ME (9 tampas) e MD (12 tampas), e assim por diante, construindo o conjunto dos  $M(3)=\{3, 6, 9, 12 \dots\}$ .

Ao realizarmos a construção de conjuntos de números, fazíamos a comparação dos conjuntos de múltiplos de dois números dado. A colaboradora comparava utilizando também a ME e MD. Feito então a comparação de  $M(2)$  e  $M(3)$ , que se dá da seguinte maneira: a ME sobre o primeiro elemento de  $M(2)$  (2 tampas) e a MD sobre o primeiro elemento de  $M(3)$  (3 tampas), a colaboradora percebeu que  $2 < 3$  (a quantidade maior de tampas eram 3 tampas), descartando assim a ME que tinha 2 tampas, permanecendo a MD sobre o primeiro elemento dos múltiplos de 3. Em seguida, ao descartar a ME, seguiu para o segundo elemento de  $M(2)$  (4 tampas), fazendo novamente a comparação, percebeu que a  $ME > MD$ , pois  $4 > 3$ , descartando assim a MD (3 tampas). Descartando a MD, seguiu para o segundo elemento de  $M(3)$  (6 tampas). Feito novamente a comparação, percebeu que  $ME < MD$ , pois  $4 < 6$ . Em seguida, descartou a ME (4 tampas) e seguiu para o terceiro elemento de  $M(2)$  (6 tampas), ao fazer novamente a comparação, percebeu que a ME tinha a mesma quantidade de tampas da MD. Pois o terceiro elemento de  $M(2)$  é igual ao segundo elemento de  $M(3)$ , ou seja,  $6 = 6$ , portanto o *mínimo múltiplo comum de 2 e 3 é o número 6*. A Figura 6 mostra o processo de intervenção.

**Figura 6 - Intervenção com a colaboradora da pesquisa no ensino de mínimo múltiplo comum.**



Fonte: Acervo do autor, 2020.

### Informações do vídeo:

- ❖ **Título do vídeo** – 2 Aula de MMC com tampas;
- ❖ **Duração:** 7 minutos e 6 segundos;
- ❖ **Link:** <https://www.youtube.com/watch?v=3TmFGd2yb-I>.

A Figura 7 mostra a tela do vídeo “2 Aula de MMC com tampas” disponível no *youtube*, no canal *mpecim2018 Inclusão*.

**Figura 7 - Vídeo sobre mínimo múltiplo comum disponível no *youtube*.**



Fonte: Acervo do autor, 2020.

### 3.3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA III - Representações de Frações

#### Materiais/Recursos a serem utilizados:

- ❖ Tampas de Garrafa *Pet*;
- ❖ Folha de Papel A4;
- ❖ Mesa para professor, ou qualquer outra mesa que tenha tamanho conveniente.

#### Objeto de conhecimento:

- ❖ Números inteiros;
- ❖ Números fracionários;

❖ Divisão de números naturais.

### Caracterização da atividade:

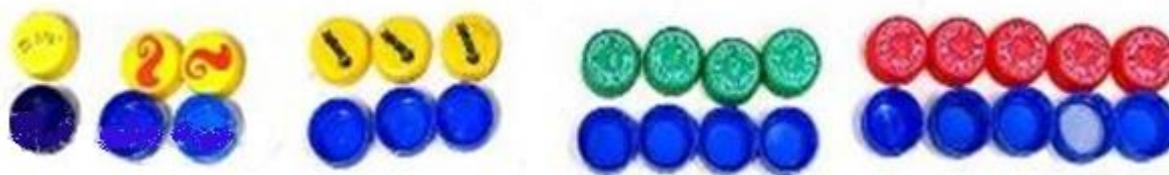
Determinaremos o numerador e o denominador a partir da configuração da representação escrita matemática da fração  $\left(\frac{a}{b}\right)$ , que é dado por dois números inteiros  $a$  e  $b \in \mathbb{Z}$ , sendo que  $b \neq 0$ , consideramos nessa estratégia apenas os números inteiros positivos ( $\mathbb{Z}^+$ ).

A estratégia se dar da seguinte maneira: o “todo” (parte inteira da fração) será representada pela quantidade total de tampas exposta na mesa, que determinamos como denominador, ou seja, comparando a escrita matemática com a estratégia, a quantidade de tampas exposta na mesa será o  $b$ , sendo que  $b \neq 0$ , pois nessa estratégia não iria fazer sentido representar o “todo” tendo nenhuma tampa. Assim como não é possível uma divisão por 0.

O numerador que é representado por  $a$  na escrita matemática, será dado pela quantidade de tampas preenchidas (tampa emborcada) do próprio denominador. A escolha da ordem de tampas preenchidas serem o numerador e as tampas abertas (viradas com a parte aberta pra cima) serem o denominador foi dado por nós, porém, a estratégia permite o inverso dessa ordem, a única atenção que deverá ser tomada é definir bem como representar o numerador e o denominador.

A estratégia consiste em determinar o “todo” com as tampas abertas para cima, e a partir dessas tampas, determinar o numerador, que no caso, seria virar a quantidade de tampas que divide o “todo”. Veja a Figura 8 a representação de algumas frações.

Figura 8 - Representação de frações utilizando tampas.



Fonte: Elaboração do autor, 2019.

Na Figura 8, estão representadas as frações  $\frac{1}{2}; \frac{2}{4}; \frac{3}{6}; \frac{4}{8}$  e  $\frac{5}{10}$ . Esses tipos de frações são denominados de frações próprias, e são frações em que o numerador é menor que o denominador, isto é, representa um número menor que um inteiro, exemplo:  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}$  etc. O número de tampas emborcadas é menor que o número de total de tampas na fração

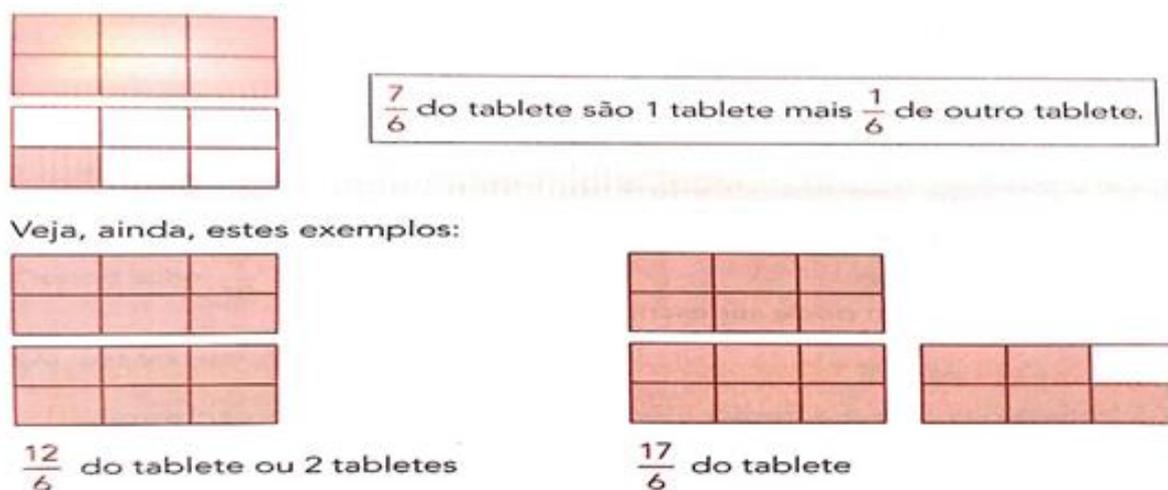
(denominador). Permitindo assim, a representação da fração, pois a quantidade de tampas emborcadas será menor e/ou igual a quantidade de tampas disposta na mesa.

Outro tipo de fração são os denominados frações impróprias, que são frações em que o numerador é maior que o denominador, isto é, representa um número maior que um inteiro, exemplo:  $\frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{13}{12}$  etc. O número de tampas emborcadas é maior que o número total de tampas na fração (denominador). Impedindo então, de representar as frações com a utilização das tampas.

Para que seja possível que representamos as frações impróprias, fizemos uma adaptação na representação dessas frações impróprias utilizando as tampas. Devemos repetir a quantidade de tampa do denominador sem ter a ideia de soma, representar ao lado apenas para auxiliar.

Com a mesma ideia de Centurión e Jakubovic (2015, p. 146), pensando em tabletes de chocolate, “também podemos considerar 7 das 6 partes em que cada tablete foi dividido. É claro que, nesse caso, é preciso ter dois tabletes” ou podemos também considerar 12 tabletes de seis (2 tabletes), e ainda 17 tabletes de seis, como mostra a Figura 9 a seguir.

**Figura 9 - Representação de frações (próprias e impróprias) em forma de desenhos.**



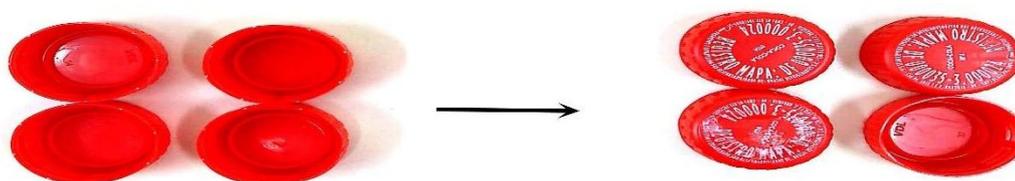
Fonte: Retirado de Centurión e Jakubovic (2015, p. 147).

Assim, a estratégia de representar frações impróprias segue a mesma ideia das representações da Figura 9. Acrescentamos (repetindo a quantidade de tampas) para auxiliar na representação, a mesma quantidade de tampas do “todo” (denominador), apenas para representar nela a quantidade que falta pra representar o numerador (a quantidade de tampa emborcada que falta).

Veja que a representação das frações impróprias da Figura 9, ao fazer a divisão, iremos ter números inteiros seguidos de frações. Ou seja,  $\frac{7}{6}$  teremos 1 tablete inteiro mais  $\frac{1}{6}$  de outro tablete, assim como,  $\frac{17}{6}$  teremos 2 tabletes inteiros mais  $\frac{5}{6}$  de outro tablete. Podendo ser representado também da forma mista.

A representação das frações impróprias utilizando tampas ficará então da seguinte maneira: para representar a fração  $\frac{3}{2}$  teremos então que acrescentar a quantidade total do denominador, ou seja, acrescentar mais duas tampas, e assim representar o numerador pedido na fração, como mostra a Figura 10.

**Figura 10 - Representação da fração imprópria  $\frac{2}{3}$  utilizando tampas.**



Fonte: Acervo do autor, 2019.

Observe que acrescentando a quantidade do denominador (2 tampas) como mostra a Figura 10, teremos a oportunidade de emborcar a quantidade de tampas que o numerador mostra, resultando então em representar três tampas emborcadas de dois ( $\frac{3}{2}$ ). Com isso, sanamos o problema de representar frações impróprias utilizando as tampas. Destacando sempre a importância da atenção ao representar esses tipos de frações.

### **Intervenção com a colaboradora da pesquisa:**

Na intervenção desta estratégia com a colaboradora que durou cerca de cinco encontros de 1 hora/aula, iniciamos com a ideia de dividir um número inteiro, ou seja, dividir o número 1 em partes iguais para se ter a noção de frações. A princípio, utilizamos a mão da colaboradora para exemplificar a divisão de um número inteiro, o número inteiro 1, representado pela mão aberta. Ao fechar a mão, percebemos que o inteiro 1 foi dividido em duas partes iguais.

Como não foi permitido dobrar novamente a mão da colaboradora, partimos para o uso de uma folha de papel A4, onde se era dividido ao meio, em seguida, ao meio novamente e assim por diante, construindo então os números  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{4}$ ;  $\frac{1}{8}$ . Quando a colaboradora teve a noção de fração, partimos então para a representação destas utilizando as tampas e garrafa *pet*.

Após definir como ser representado frações utilizando tampas, foi pedido para a colaboradora representar com as tampas, casa fração encontradas a partir das dobraduras da folha de papel A4. Logo, a colaboradora percebia através do tato a fração no papel A4 e representava com as tampas, ou seja, a fração  $\frac{1}{2}$  (primeira dobradura do papel A4) ela representava 1 tampa emborcada de um total de 2 tampas. A fração  $\frac{1}{4}$  (segunda dobradura do papel A4) ela representava 1 tampa emborcada num total de 4 tampas, e assim por diante.

Foram executados vários exemplos de frações próprias junto com a colaboradora, até consolidar a estratégia de representar frações próprias utilizando tampas de garrafa *pet*, como mostra a Figura 11. Não foram aplicadas as representações de frações impróprias com a colaboradora por necessidade de avançar nos conteúdos e completar o planejamento, porém, foi destacado para a colaboradora uma fração imprópria, onde a mesma não conseguiu representar a fração  $\frac{5}{3}$ , ou seja, a colaboradora percebeu que não tinha como emborcar 5 tampas num total de 3. Porém, foi justificado que seria possível representar, mas, seria outro momento a explicação, e que se daria apenas para uma pequena adaptação na representação da fração imprópria, e a ideia é praticamente a mesma da representação de frações próprias.

**Figura 11 - Intervenção com o ensino de frações, representação de frações próprias.**



Fonte: Acervo do autor, 2019.

### **Informações do vídeo:**

- ❖ **Título do vídeo** – 3 Aula de Representação de Frações Próprias e Impróprias com tampas;

- ❖ **Duração:** 8 minutos e 4 segundos;
- ❖ **Link:** <https://www.youtube.com/watch?v=mBd37FIDUXg>.

A Figura 12 mostra a tela do vídeo “3 Aula de Representação de Frações Próprias e Impróprias com tampas” disponível no *youtube*, no canal *mpecim2018 Inclusão*.

**Figura 12 - Vídeo sobre representações de frações disponível no *youtube*.**



Fonte: Acervo do autor, 2020.

### 3.4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA IV - Adição de Frações Próprias com Denominadores Iguais

#### **Materiais/Recursos a serem utilizados:**

- ❖ Tampas de Garrafa *Pet*;
- ❖ Mesa para professor, ou qualquer outra mesa que tenha tamanho conveniente.

#### **Objeto de conhecimento:**

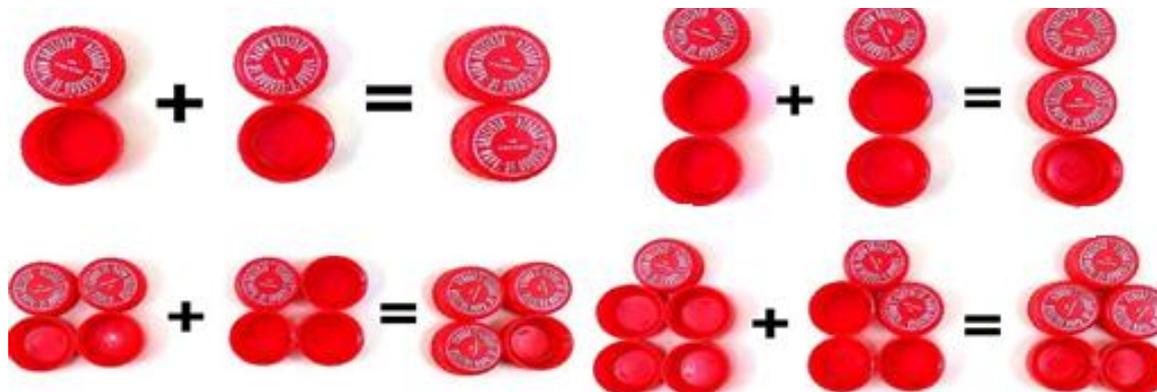
- ❖ Adição de números naturais;
- ❖ Representação de frações próprias;

#### **Caracterização da atividade:**

Para fazer a operação de adição de frações próprias com denominadores iguais, devemos apenas somar as tampas emborcadas (numerador com numerador) e repetir a

quantidade de tampas do todo (denominador) e a partir daí emborcar a quantidade total da soma no numerador do resultado, como mostra a Figura 13.

**Figura 13 - Representação da soma de frações próprias utilizando tampas de garrafa Pet.**



Fonte: Elaboração do autor, 2020.

Conforme mostra a Figura 13, temos as somas das seguintes frações:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ ;  $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ ;  $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$  e  $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ . Na primeira soma, temos 1 tampa emborcada de um total de 2 tampas mais 1 tampa emborcada de um total de 2 tampas. Com denominadores iguais, o resultado também será a mesma quantidade de tampas do todo (denominador). Assim então, bastando apenas somar 1 tampa emborca da primeira fração mais 1 tampa emborcada da segunda fração, resultando em 2 tampas emborcadas de um total de 2 tampas. Com isso, temos um número inteiro 1.

Na segunda soma de frações temos agora 1 tampa emborcada de um total de 3 tampas, somado por ele mesmo, teremos então 2 tampas emborcadas de um total de 3 tampas. Na terceira soma, temos 2 tampas emborcadas de um total de 4 tampas somado com 1 tampa emborcada de um total de 4 tampas, resultando então em 3 tampas emborcadas de um total de 4 tampas. E por fim, na quarta e última soma da Figura 13, temos 1 tampa emborcada de um total de 5 tampas somado com 2 tampas emborcadas de um total de 5, resultando então em 3 tampas emborcadas de um total de 5 tampas.

### **Intervenção com a colaboradora da pesquisa:**

A colaboradora da pesquisa já sabia representar as frações próprias, com três encontros de 1hora/aula iniciamos com a estratégia de somar frações próprias e com denominadores iguais. Até o momento, a colaboradora já sabia destacar o denominador (quantidade total de tampas) e o numerador (quantidade de tampas emborcadas no denominador) das frações.

Com isso, foi pedido a colaboradora que representasse duas frações (com denominadores iguais) e assim verificar se os denominadores eram iguais, sempre conferir se a quantidade de tampas (denominador) eram iguais em ambas as frações. Percebendo que as frações tinham a mesma quantidade de tampas, a colaboradora pegava a mesma quantidade de tampas das frações correspondentes (mesmo denominador) para o resultado (fração resposta), pois, o resultado teria que ter a mesma quantidade de tampas das frações por se tratar de frações próprias com denominadores iguais.

E então a colaboradora com sua ME sobre a primeira fração e a MD sobre a segunda fração, sentia através do tato as quantidades de tampas emborcadas em ambas as frações, e com isso, fazendo a soma apenas das tampas emborcadas das duas frações (numeradores). Após somar as tampas emborcadas das duas frações, a colaboradora então representava esse resultado da soma na fração resposta.

Assim ao final da aplicação da estratégia de soma de frações próprias, a colaboradora então anunciava a soma e o resultado final. A Figura 14 mostra algumas somas realizadas com a colaboradora.

**Figura 14 - Somando frações próprias com denominadores iguais utilizando tampas de garrafa pet.**



Fonte: Acervo do autor, 2019.

### Informações do vídeo:

- ❖ **Título do vídeo** – 4 Aula Soma de Frações Próprias com Denominador Igual;
- ❖ **Duração:** 4 minutos e 44 segundos;
- ❖ **Link:** <https://www.youtube.com/watch?v=q0MaqPOX094>.

A Figura 15 mostra a tela do vídeo “4 Aula Soma de Frações Próprias e Impróprias com Denominador Igual” disponível no *youtube*, no canal *mpecim2018 Inclusão*.

**Figura 15 - Vídeo sobre adição de frações disponível no *youtube*.**



Fonte: Acervo do autor, 2020.

### 3.5. SEQUÊNCIA DIDÁTICA V - Adição de Frações Próprias e Impróprias com Denominadores Diferentes

#### Materiais/Recursos a serem utilizados:

- ❖ Tampas de Garrafa *Pet*;
- ❖ Mesa para professor, ou qualquer outra mesa que tenha tamanho conveniente.

#### Objeto de conhecimento:

- ❖ Adição de números naturais;

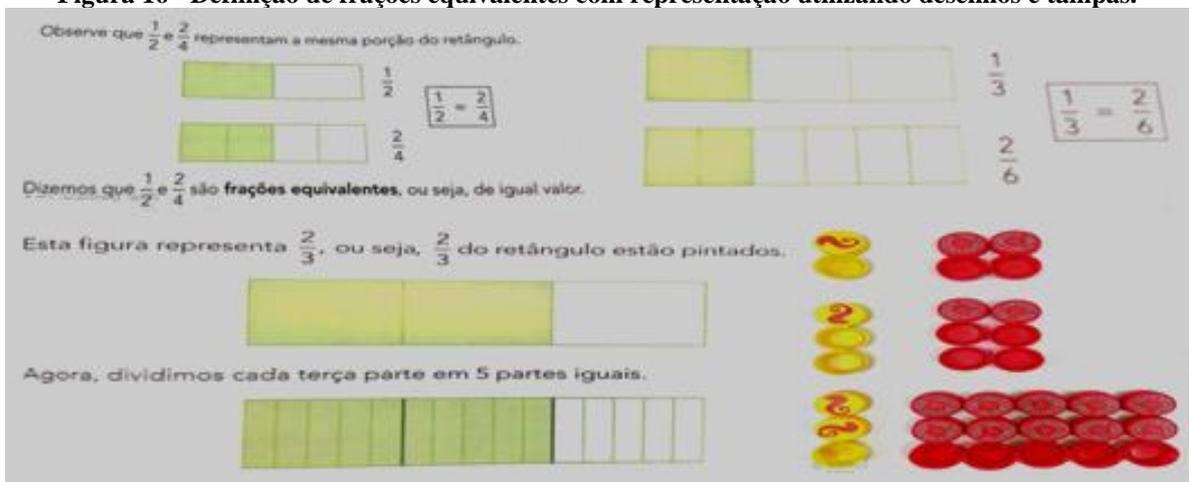
- ❖ Multiplicação de números naturais;
- ❖ Representação de frações impróprias;

**Caracterização da atividade:**

Para a soma de frações próprias com denominador diferente, basta procurar as frações equivalentes e verificar quais frações contém a mesma quantidade de tampas, ou seja, escolher as frações com mesmo denominador.

Conforme Centurión e Jakubovic (2015, p. 151), “duas ou mais frações são equivalentes quando representam a mesma porção do todo”. Portanto, podemos afirmar que frações equivalentes são frações que apresentam a mesma parte do todo. Seja qual for a quantidade do numerador e do denominador como mostra a Figura 16.

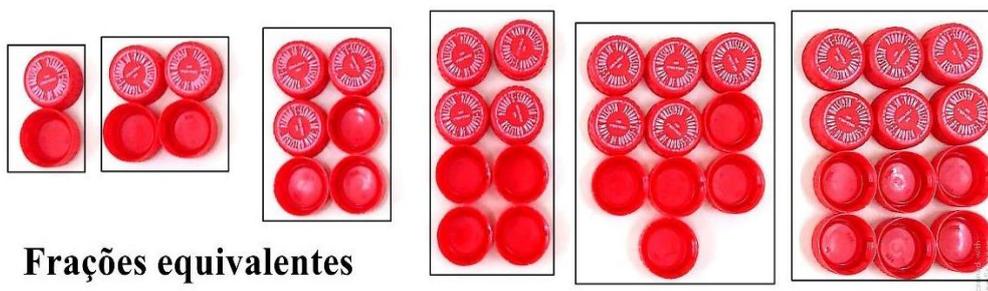
**Figura 16 - Definição de frações equivalentes com representação utilizando desenhos e tampas.**



Fonte: Retirado de Centurión e Jakubovic (2015, p. 151) e adaptado (2020).

Para encontrar frações equivalentes basta multiplicar o numerador e o denominador pelo mesmo número inteiro, como mostra a Figura 17 na representação de frações equivalentes da fração  $\frac{1}{2}$ .

**Figura 17 - Representação das frações equivalentes de 1/2**



**Frações equivalentes**

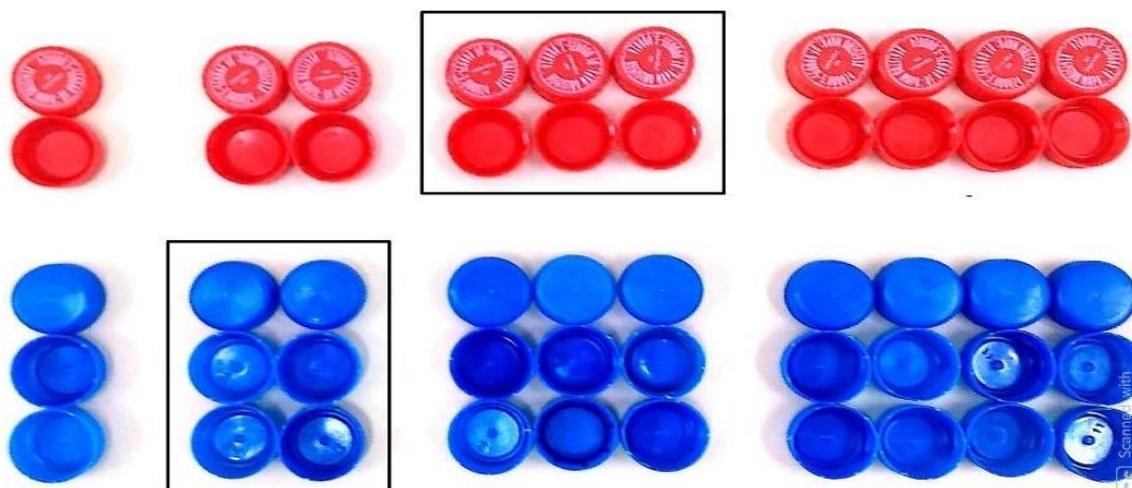
Fonte: Elaboração do autor, 2020.

Veja que todas as frações representam a metade do todo ou seja, sempre ao meio. Isso se dar pelo fato de você multiplicar o numerador e o denominador pelo mesmo número inteiro, ou seja, as expressões numéricas para encontrar as frações equivalentes da Figura 17 se dar da seguinte maneira:  $\frac{1}{2} \times 2 = \frac{2}{4}$ ;  $\frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{6}$ ;  $\frac{1}{2} \times 4 = \frac{4}{8}$ ;  $\frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{10}$  e  $\frac{1}{2} \times 6 = \frac{6}{12}$ , ou seja, agora temos duas tampas emborcadas (numerador) num total de quatro tampas (denominador),  $\frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{6}$ , três tampas emborcadas num total de seis, e assim por diante.

A estratégia de determinar as frações equivalentes utilizando as tampas, oferece uma maneira prática para estabelecer quais são as frações equivalentes a uma dada fração. Tendo em vista que, é necessário que multiplique por um número natural as tampas que estão dispostas na mesa da fração dada, e multiplique com o mesmo número natural as tampas que estão emborcadas. E assim, representar a nova fração equivalente.

Para exemplificar, faremos a soma das frações  $\frac{1}{2}$  com  $\frac{1}{3}$ , então encontraremos as frações equivalentes de ambas, e assim, verificaremos quais frações terão a mesma quantidade de tampas (denominador), para então, trocar a soma primária pela soma das frações equivalentes a  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{1}{3}$  como mostra a Figura 18.

**Figura 18 - Representação das frações equivalentes de  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{1}{3}$ .**



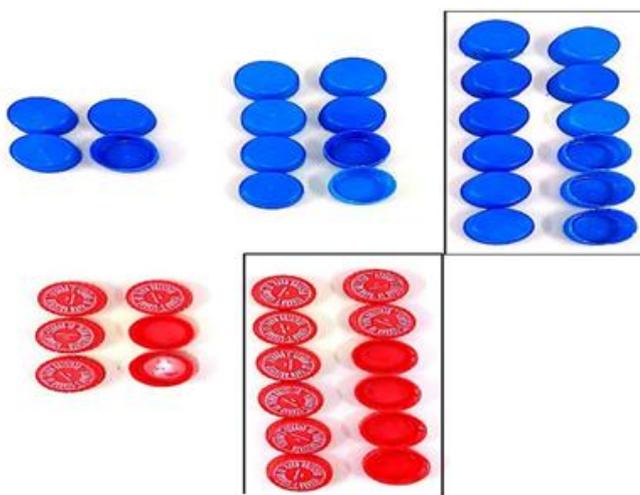
Fonte: Elaboração do autor, 2019.

É fácil observarmos que no conjunto das frações equivalentes existem a mesma quantidade de tampas nas frações  $\frac{3}{6}$  e  $\frac{2}{6}$ , sendo assim, temos denominadores iguais, portanto, a soma de frações que outrora era com denominadores diferentes, agora será dada como a soma de frações com denominadores iguais, isto é, somar as tampas emborcadas de  $\frac{3}{6}$  com as

tampas emborçadas de  $\frac{2}{6}$ , resultando em  $\frac{5}{6}$ , ou seja, 5 tampas emborçadas de um total de 6 tampas.

O processo de soma das frações impróprias se dar da mesma maneira até aqui ensinada, veja que ao representar as frações equivalentes das frações impróprias, aparecerá também as mesmas quantidades de tampas quando os denominadores se tornarem iguais, veja na Figura 19 a soma das frações impróprias  $\frac{3}{2} + \frac{4}{3}$ .

**Figura 19 - Soma de frações impróprias usando o conceito de frações equivalentes:  $\frac{3}{2} + \frac{4}{3}$ .**



Fonte: Elaboração do autor, 2019.

Veja que para somar as frações impróprias  $\frac{3}{2}$  e  $\frac{4}{3}$ , a soma da quantidade do numerador das duas frações equivalentes passou de seis (denominador), com isso, no resultados precisou-se aproximar (repetir) mais uma fileira de tampas pra representar o mesmo denominador e assim emborcar a quantidade final da soma do numerador. Isto é, somou-se das duas frações equivalentes  $9 + 8$  (numeradores), resultando então em 17 tampas emborçadas. Descrevendo o resultado dessa soma temos então, 17 tampas emborçadas de 6, ou seja,  $\frac{17}{6}$ .

### **Intervenção com a colaboradora da pesquisa:**

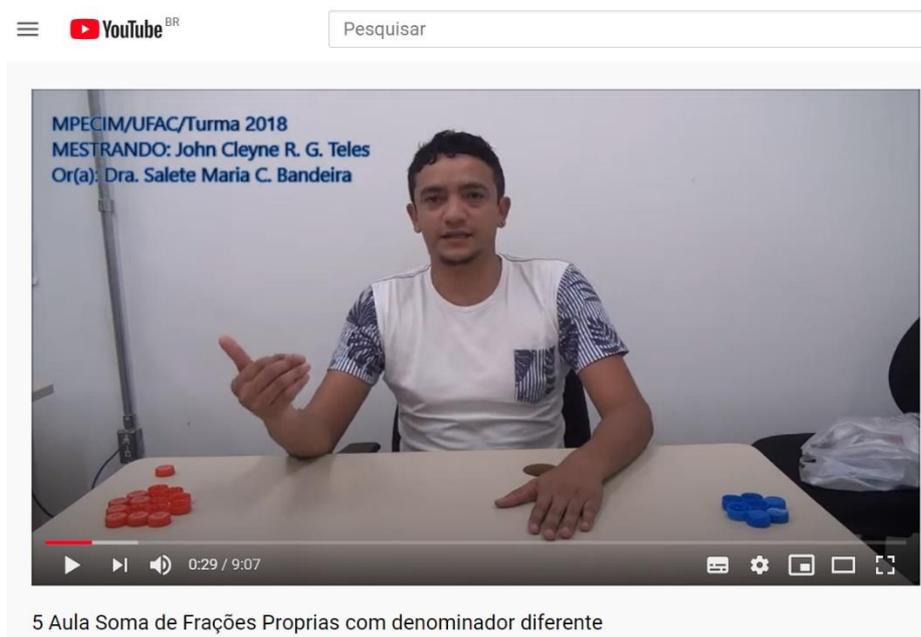
Não houve intervenção para esta prática.

### **Informações do vídeo:**

- ❖ **Título do vídeo** – 5 Aula Soma de Frações Próprias com Denominador Diferente;
- ❖ **Duração:** 9 minutos e 8 segundos;
- ❖ **Link:** <https://www.youtube.com/watch?v=grcKmH5aZgU>.

A Figura 20 mostra a tela do vídeo “5 Aula Soma de Frações Próprias com Denominador Diferente” disponível no *youtube*, no canal *mpecim2018 Inclusão*.

**Figura 20 - Vídeo sobre adição de frações disponível no youtube.**



Fonte: Acervo do autor, 2020.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino de Matemática a estudantes com cegueira requer um esforço a mais por parte do professor, pois, é um grande desafio, porém, não impossível. Todo o percurso percorrido para essa pesquisa permitiu para os colaboradores um avanço significativo no tocante à aprendizagem.

Assim, fechamos a trilha percorrida com a sugestão que através do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática possamos construir espaços alternativos, como em eventos científicos, mostra Viver Ciência, Jornadas Inclusivas e outros, para que possamos apresentar nosso Produto Educacional para os professores da Educação Básica, professores especialistas que atuam na Sala de Recurso Multifuncional das Escolas do Estado do Acre, Licenciandos e Licenciados de Pedagogia, Matemática e interessados na temática, bem como para estudantes com deficiência visual e sem deficiência.

Destacamos que para os professores que atuam na Educação Básica, em sua grande maioria, necessitam de uma formação contínua para poder atuar com estudantes com deficiência, uma vez que na licenciatura em Matemática na UFAC, existe na estrutura curricular vigente apenas as disciplinas de Libras, Fundamentos da Educação Especial e como optativa Tecnologia Assistiva e Práticas Inclusivas e a (Re) Construção da Prática Pedagógica no Ensino-Aprendizagem de Matemática (Deficiência Visual/Intelectual) e, como visualizamos os professores precisam de saberes para trabalhar com recursos/materiais didáticos adaptados estratégias para que o estudante cego possa aprender como os demais estudantes, no mesmo espaço de sala de aula, na Rede Básica de Ensino.

Também lançamos como desafio, que se ampliem as discussões sobre o ato de ensinar para pessoas com deficiências, ao apontar o diálogo entre a Formação Docente, a Mediação através dos instrumentos e signos e materiais adaptativos e manipulativos de baixo poder aquisitivo.

Para ensinar Matemática a estudantes com cegueira, não existe uma fórmula pronta, um método que sempre será eficaz ou sempre irá dar certo. O que cada um de nós profissionais da educação deve ter em mente, é que sempre devemos estar abertos para encarar quaisquer desafios na escola.

Conhecer sobre a diversidade e saber lidar com problemas educacionais são essenciais para os professores da educação básica. Autoavaliar suas práticas para cada vez melhor saber atuar com os desafios e derrubar barreiras que impedem de qualquer estudante alcançar a aprendizagem.

É necessário que o professor saiba mediar através de signos e instrumentos a aprendizagem ao seu aluno. Percebemos que elaborar uma estratégia, pensando nos sentidos tátil e auditivo, os mais utilizados pelos estudantes cegos (no caso uma do 6º ano), escolher qual material manipulativo adequado e como realizar uma prática de ensino para conseguir desenvolver a aprendizagem de um estudante cego é desafiador para o professor.

Os materiais e recursos (instrumentos e signos) escolhidos corretamente auxiliam os alunos cegos a aprenderem matemática e ajudam a compreender o mundo a sua volta. Dar significado a um conceito abstrato como mínimo múltiplo comum e frações trouxe desafios, porém, as estratégias de ensino com as tampas de garrafas *Pet* permitiu concretizar os significados desses conteúdos matemáticos.

Com o propósito de ampliar as potencialidades de ensino-aprendizagem a professores e alunos, sugerimos a utilização e a divulgação deste produto educacional para que tenham a oportunidade de utilizar estratégias inclusivas de Matemática em suas práticas pedagógicas.

## REFERÊNCIAS

ARRUDA, K. N. **Formação Docente por meio da Tecnologia Assistiva em um Ambiente Virtual De Aprendizagem para Ensinar Conceitos Matemáticos para Alunos com Deficiência Visual** 2017. 159f. Dissertação (Mestrado no Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Acre – UFAC, Rio Branco - Acre, 2017.

BANDEIRA, S. M. C. **Olhar sem os olhos: cognição e aprendizagem em contextos de inclusão - estratégias e percalços na formação inicial de docentes de matemática.** 2015. 489 p. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática). Universidade Federal de Mato Grosso - UFMT, Mato Grosso - Cuiabá, 2015.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Resumo Técnico: **Censo da Educação Básica 2018** [recurso eletrônico]. – Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2019. 66 p.: il.

BRASIL. **Subsecretaria Nacional de Promoção dos Direitos da Pessoa com Deficiência.** B823 t Comitê de Ajudas Técnicas Tecnologia Assistiva. – Brasília: CORDE, 2009. 138 p.

CENTURIÓN, M; JAKUBOVIC, J. **Matemática nos dias de hoje: na medida certa.** 6 ano. 1. ed. São Paulo: Leya, 2015.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky Aprendizado e Desenvolvimento um Processo Sócio-histórico.** Pensamento e ação no magistério 4. Ed. São Paulo: Scipione, 1993.

Estratégias de ensino de Matemática  
com o uso de Tampas de Garrafa Pet.



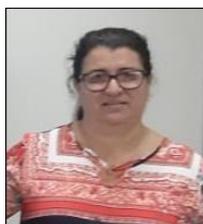
**JOHN CLEYNE RODRIGUES GOMES TELES**

*Graduação:* Licenciatura em Matemática – UFAC.

*Especialização:* Ensino de Braille e Tecnologia Assistiva – FAVENI/EAD.

Revisor de Texto Braille – Núcleo de Atendimento à Pessoas com  
Necessidades Específicas – NAPNE.

Instituto Federal do Acre – IFAC – Campus Sena Madureira



**SALETE MARIA CHALUB BANDEIRA**

Doutora em Educação, em Ciências e Matemática da Rede Amazônica de  
Educação em Ciências e Matemática – REAMEC, com polos na Universidade  
Federal de Mato Grosso – UFMT / UEA/ UFPA, 2015.

Coordenadora e Professora do MPECIM/CCET/UFAC.

Professora do Curso de Licenciatura em Matemática – UFAC. E-mail:  
salete.bandeira@ufac.br.