UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO PARANÁ
***Campus* Cornélio Procópio**

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO

JOSIANE LUIZ

PRODUÇÃO TÉCNICA EDUCACIONAL

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA UTILIZANDO COMO RECURSO TECNOLÓGICO A CALCULADORA HP 12C PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

CORNÉLIO PROCÓPIO – PR
2020

JOSIANE LUIZ

PRODUÇÃO TÉCNICA EDUCACIONAL

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA UTILIZANDO COMO RECURSO TECNOLÓGICO A CALCULADORA HP 12C PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

A TEACHING SEQUENCE USING THE HP 12C CALCULATOR FOR TEACHING FINANCIAL MATHEMATICS AS A TECHNOLOGICAL RESOURCE

Produção Técnica Tecnológica apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná – *Campus* Cornélio Procópio, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino.

Orientador: Prof. Dr. João Coelho Neto
Coorientadora: Profa. Dra. Simone Luccas

CORNÉLIO PROCÓPIO – PR
2020

Ficha catalográfica elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UENP

LL953s

LUIZ, JOSIANE

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA UTILIZANDO COMO RECURSO TECNOLÓGICO A CALCULADORA HP 12C PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA / JOSIANE LUIZ; orientador JOÃO COELHO NETO; co-orientadora SIMONE LUCCAS - Cornélio Procópio, 2020.

100 p.

Produção Técnica Educacional (Mestrado Profissional em Ensino) - Universidade Estadual do Norte do Paraná, Centro de Ciências Humanas e da Educação, Programa de Pós-Graduação em Ensino, 2020.

1. ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA. 2. TECNOLOGIA DIGITAL. 3. ABORDAGEM METODOLÓGICA DE ENSINO PARA UMA INTEGRAÇÃO CONCILIADORA. I. COELHO NETO, JOÃO, orient. II. LUCCAS, SIMONE, co-orient. III. Titulo.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Abordagem Metodológica de Ensino para uma Integração Conciliadora 13

LISTA DE TABELAS E QUADROS

Quadro 1 – Etapa 1: Intermediação I e II: Correspondente às fases de Confrontação e Teorização respectivamente 14
Quadro 2 – A Autonomia Procedimental-metodológica: Correspondente a fase de Atuação Investigativa 14

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
BNDES	Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IBICT	Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia
NBR	Norma Brasileira

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO 7

1 **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICO-METODOLÓGICA** 9
1.1 A Importância do Estudo de Matemática Financeira 9
1.2 Metodologias Utilizadas 10
1.2.1 A Confrontação 11
1.2.2 A Teorização 12
1.2.3 Atuação Investigativa 12

2 **PRODUÇÃO TÉCNICA TECNOLÓGICA** 15

CONSIDERAÇÕES FINAIS 89

REFERÊNCIAS 90

INTRODUÇÃO

O Produto Educacional aqui apresentado contempla parte de uma dissertação intitulada “Matemática Financeira para o curso de Administração: uma sequência didática aplicada utilizando a tecnologia digital”, desenvolvida no Programa de Pós-graduação em Ensino (PPGEN), da Universidade Estadual do Norte do Paraná.

A elaboração do Produto Educacional se dá por meio do objetivo geral da pesquisa que justamente trata de elaborar uma Sequência Didática para o ensino de Matemática Financeira voltada aos cursos de graduação em Administração por meio da Abordagem Metodológica de Ensino para uma Integração Conciliadora, utilizando como recurso tecnológico[1] a calculadora HP 12C®[2].

Apresenta-se ainda como objetivo deste Produto Educacional, desenvolver a capacidade de interpretação e resolução de problemas relacionados à Matemática Financeira voltados à sociedade que demanda cada vez mais conhecimentos de cálculos financeiros nas decisões de gestão de seus negócios, entre outros exemplos, em avaliação de compras e vendas a vista ou a prazo, aplicações financeiras, decisões de investimentos e o pagamento de juros, utilizando de instrumentos que possam facilitar esse processo.

Esse Produto Educacional foi aplicado em uma Instituição Privada de Ensino Superior, Faculdade Cristo Rei - FACCREI, da cidade de Cornélio Procópio- PR, precisamente no 3º período do Curso de Administração, por meio de um curso que contou com 4 encontros presenciais. Os conteúdos elencados estão de acordo com a ementa do Projeto Pedagógico do Curso da referida Instituição, para o período.

Conforme já mencionado, o Produto Educacional foi desenvolvido por meio de uma Sequência Didática (ZABALA, 2010) na qual tem-se como metodologia a Abordagem Metodológica de Ensino para uma Integração Conciliadora, proposta por Luccas (2011). Assim, no item seguinte, será

---

[1] Nessa pesquisa, utilizar-se-á a nomenclatura recurso tecnológico ao se referir à calculadora HP12C®.

[2] Nessa pesquisa utilizou a versão gratuita da HP12C®, disponível em: *Touch Fin Free*

apresentada a fundamentação teórico-metodológica que norteou esta Produção Técnica Educacional.

1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICO-METODOLÓGICA

Nesse capítulo, apresenta-se a fundamentação teórico-metodológica necessária para a elaboração do Produto Educacional, ao qual atenda os objetivos propostos.

1.1 A IMPORTÂNCIA DO ESTUDO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

Para entender os motivos pelos quais se estuda essa temática, vale ressaltar o conceito de Matemática Financeira como “um corpo de conhecimento que estuda a mudança de valor do dinheiro com o decurso do tempo, criando modelos que permitam avaliar e comparar o dinheiro” (PUCCINI, 2011, p. 13).

Assim, ela se manifesta como um aparato eficaz para o currículo dos profissionais voltados à esfera financeira sendo “contextual, atual e importante na formação de um cidadão crítico e realista, dando a ele, uma base sólida para a tomada de decisões relativas às questões econômicas na vida pessoal e profissional” (PIRES, 2014, p. 11). A Matemática financeira se estabelece como um recurso útil na análise de alternativas de investimentos e financiamentos de bens de consumo, empregando conceitos matemáticos para simplificar as operações.

Destacar o conhecimento financeiro da sociedade como sendo um fator determinante para o desenvolvimento econômico de um país faz com que se atribua maior importância à Educação Financeira e, consequentemente, a sua alfabetização. A complexidade dos produtos e operações financeiras, serviços e sistemas atualmente disponíveis, bem como o cenário mundial global fazem com que a alfabetização financeira ganhe importância como uma competência intelectual crítica que deve fazer parte da vida familiar, acadêmica e profissional da sociedade (HUSTON, 2010).

Ao destacar a presença da Matemática Financeira no cotidiano das pessoas, há que se considerar também a preocupação em bem ensiná-la aos alunos dos mais variados níveis de ensino, fazendo assim com que ela componha o currículo escolar de forma eficiente. Um instrumento importante para o “bem ensiná-los” é utilizar de recursos tecnológicos.

Com o advento da tecnologia e o aumento exponencial da informação e da inovação, leva a necessidade de novas metodologias de organização do trabalho, fato esse que não seria diferente com a educação. Para haver inovação tecnológica no processo de ensino e de aprendizagem, requer-se o envolvimento de toda a comunidade escolar, ou seja, desde os professores até os alunos devem estar preparados para tal (BARCHE; ALMEIDA, 2015).

No ensino de Matemática Financeira, o uso da calculadora HP 12C® na resolução de cálculos proporciona facilidade e eficiência na solução, principalmente naqueles casos mais complexos em que o tempo da operação se dá a longo prazo. A calculadora HP 12C®, que possui as funções financeiras que possibilitam calcular a taxa de juros, o tempo da operação, o valor presente, o valor futuro, a parcela, entre outros, além de oferecer praticidade e agilidade, pode atribuir exatidão aos resultados (MEDEIROS, 2004).

2.2 METODOLOGIAS UTILIZADAS

Conforme já mencionado, esse Produto Educacional foi elaborado por meio de uma Sequência Didática (SD). E para apresentar o conceito de Sequência Didática (SD), Zabala (1998) atribui o nome a uma série ordenada e articulada de atividades que formam unidades didáticas. Por meio da SD, pode se utilizar de instrumentos que permitam introduzir nas diferentes formas de intervenção, aquelas atividades que possibilitem uma melhora da atuação dos professores nas aulas, como resultado de um conhecimento mais profundo das variáveis que intervêm e do papel delas no processo de aprendizagem dos alunos. Sendo assim, a identificação das fases de uma SD e as relações que as estabelecem, deve servir para o professor compreender o valor educacional de um bom planejamento do currículo de sua disciplina.

Para a elaboração do produto educacional, que tem como objetivo ensinar Matemática Financeira utilizando como recurso tecnológico a Calculadora HP12C®, utilizou-se a adaptação do modelo proposto por Luccas (2011), que segundo a autora, possui potencial didático-pedagógico cujo intuito é “preparar o aluno do ensino superior para atuar como profissional inserido numa sociedade hodierna, capaz de lidar com a complexidade que permeia o mundo físico, organizando e compreendendo esse mundo por intermédio de sua matematização, numa ação interdisciplinar” (LUCCAS 2011, p. 167).

A proposta da autora trata da Abordagem Metodológica de Ensino para uma Integração Conciliadora, constituída por três fases: Confrontação, Teorização e Atuação Investigativa, apresentadas a seguir.

2.2.1 A Confrontação

A Confrontação é a primeira fase da Abordagem Metodológica de Ensino para uma Integração Conciliadora. Luccas (2011) argumenta que a primeira etapa desta fase envolve a sensibilização do aluno e, nela, eles são confrontados com um problema tendo que resolvê-los com o conhecimento que possuem, conforme o padrão estudado no nível médio de ensino. Nesta etapa, o professor deve atuar somente na elaboração deste problema, podendo chamá-lo de avaliação diagnóstica, e sendo somente observador. Ao adapatar a Abordagem Metodológica de Ensino para uma Integração Conciliadora, para melhor desenvolvimento do produto educacional desse trabalho, optou-se em não permitir o o uso de qualquer fonte de pesquisa, nem tampouco calculadoras na primeira etapa.

Na segunda etapa, o professor ainda trabalha como observador, no entanto permite que os alunos façam pesquisas em livros e materiais didáticos e que utilizem calculadoras para a resolução do mesmo problema da etapa anterior. Na terceira etapa desta fase, o professor deixa de ser observador e passa a ser intermediador entre o conhecimento teórico sistematizado e o aluno. O mesmo problema das etapas anteriores é resolvido, no entanto utilizando de modelos matemáticos e do recurso tecnológico: Calculadora HP12C®.

A ideia é estabelecer uma analogia entre as três etapas desta fase, procurando encontrar semelhanças ou divergências entre ambos, com relação aos procedimentos adotados. A fase seguinte à Confrontação é a Teorização, apresentada a seguir.

2.2.2 A Teorização

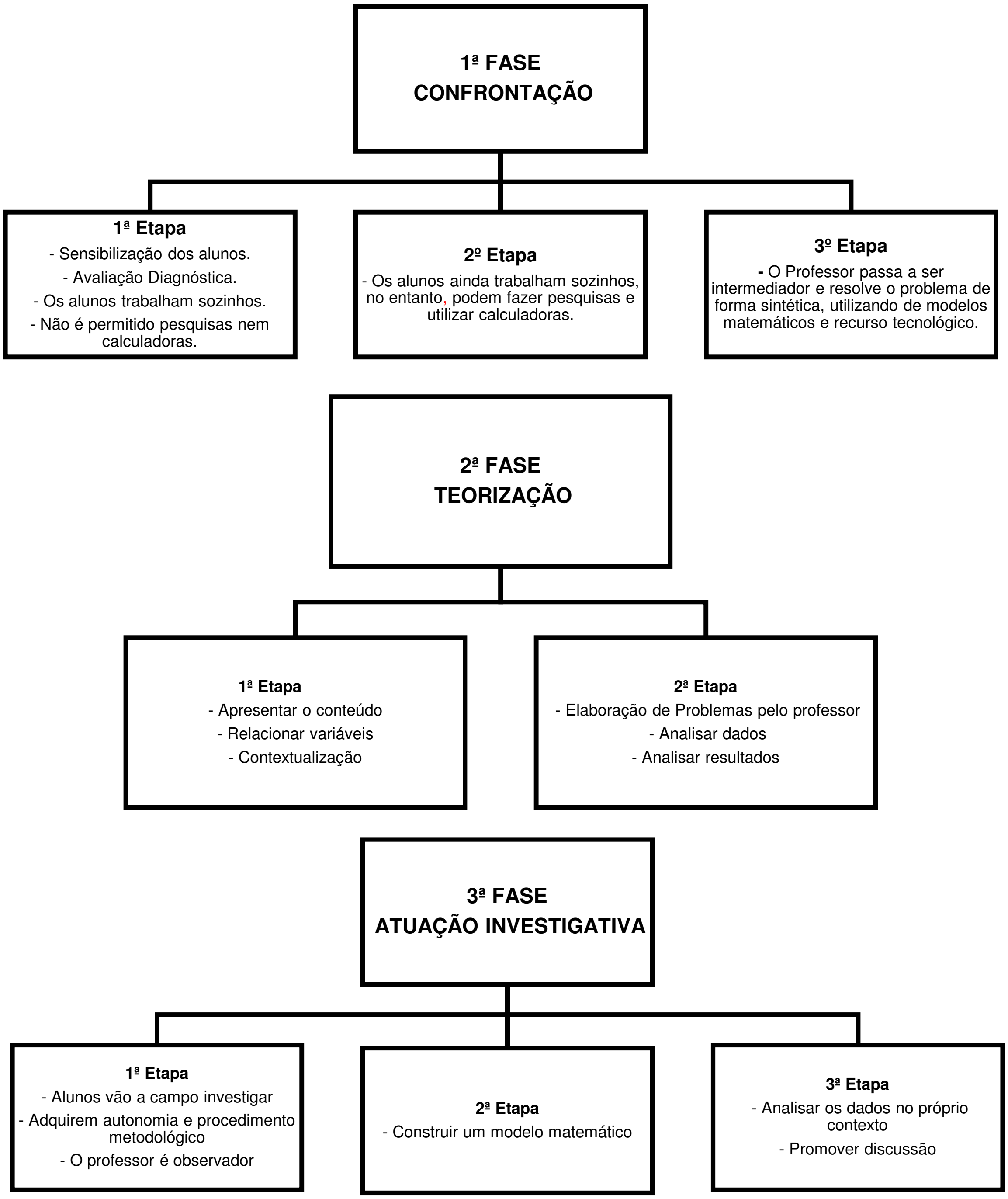
A Teorização é o momento em que são propostas novas contextualizações, em forma de problemas, onde envolve-se o mesmo conteúdo, e se interage de forma interdisciplinar entre as áreas do conhecimento em estudo, neste caso na área de Matemática e Administração. Aqui o conteúdo é apresentado e problemas são resolvidos e propõe-se uma análise contínua, que objetiva investigar o conhecimento matemático e analisar o desenvolvimento epistemiológico do conhecimento. Os problemas são preparados pelo professor, que delimita o domínio de existência do objeto, as variáveis que serão estudadas e as relações que elas estabelecerão, com o intuito de estudar um objeto. No entanto, como profissional, o egresso se encontrará imerso numa diversidade de variáveis na qual interage constantemente, e estabelece relações. Assim, existe a preocupação em como preparar um aluno para enfrentar as situações presentes no mundo profissional.

Neste sentido a Abordagem Metodológica de Ensino para uma Integração Conciliadora proposta por Luccas (2011), oferece uma terceira fase que é a Atuação Investigativa, apresentada a seguir.

2.2.3 Atuação Investigativa

A terceira fase é a Atuação Investigativa. Luccas (2011) argumenta que ela trata da complexidade que abrange o chamado mundo físico, ou seja, o ambiente em que o aluno atuará como profissional. As atividades realizadas no âmbito educacional não abrangem essa complexidade. Sendo assim, sugere-se que os alunos vão a campo investigar situações complexas presentes no cotidiano, e que estas sejam relacionadas com os conteúdos estudados em sala de aula, presentes na fase da Teorização. Feito isto, eles constroem um modelo matemático, que possibilita a análise e discussão dos dados. Para ilustrar a proposta da autora, a Figura 1 abaixo demonstra as fases e suas etapas de uma forma resumida.

Figura 1 - Abordagem Metodológica de Ensino para Integração Conciliadora



Fonte: adaptado de Luccas (2011)

Com o intuito de facilitar o entendimento da abordagem metodológica da Integração Conciliadora, Luccas (2011) sugere a criação de uma Sequência Didática, fundamentada nas fases e etapas ilustradas na Figura 6. Abaixo nos Quadros 2 e 3, seguem de forma sintética as duas etapas a serem utilizadas.

Quadro 1 - Etapa 1: Intermediação I e II: Correspondente às Fases de Confrontação e Teorização respectivamente.

Na Intermediação I, acontece o primeiro contato dos alunos com o problema, bem como o resultado da avalição diagnóstica. Após esse resultado, o professor faz a intermediação, utilizando de alguns passos importantes como: a) Analisar os dados existentes; b) Estabelecer relações, articulações e regularidade entre as variáveis; c) Construção de modelos matemáticos contextualizados e d) Análise dos resultados. Na Intermediação II dar-se início a resolução dos problemas, e orienta-se o processo com os mesmos passos utilizados na Intermediação I, na qual pode encerrar com uma avaliação, ou deixá-las para o final da Unidade.

Fonte: a autora (2020)

Quadro 2 - A Autonomia Procedimental-metodológica: Correspondente a Fase de Atuação Investigativa

No início desta etapa, o Professor, que atuará como observador, incentiva os alunos a saírem a campo para investigar situações cotidianas nas quais os conteúdos estudados podem ser aplicados. Sendo assim, acredita-se que os alunos possam adquirir autonomia no procedimento metodológico. Tudo aquilo que foi por eles pesquisado, pode ser utilizado como fenômeno, contextualizado em forma de problema e consequentemente analisado e solucionado. Para que esta etapa seja concluída, deve haver o envolvimento de no mínimo: a) Análise dos dados existentes; b) Seleção de variáveis existentes; c) Identificação do objeto materializado no contexto do problema; d) Construir um modelo matemático contextualizado; e) Analisar os resultados obtidos e produção de um contexto escrito. Após é feita uma reflexão das atividades, podendo finalizar com uma atividade dessa etapa.

Fonte: a autora (2020)

Com a apresentação da Abordagem Metodológica de Ensino para uma Integração Conciliadora, foi possível a elaboração de um produto educacional, materializado por meio de uma Sequência Didática, ao qual será apresentado a seguir.

2 PRODUÇÃO TÉCNICA TECNOLÓGICA

O Produto Técnico Educacional apresentado neste documento é parte integrante da Dissertação de Mestrado Institulada: "Matemática Financeira para o curso de Administração: uma sequência didática aplicada utilizando a tecnologia digital", *disponível em <http://www.uenp.edu.br/mestrado-ensino> (indicar o endereço de alocação da dissertação, na página do PPGEN). Para maiores informações, entre em contato com o(a) autor(a): e-mail: xxxxxxxx@.com.br*

TECNOLOGIA & ENSINO

MATEMÁTICA FINANCEIRA

UMA SEQUENCIA DIDÁTICA UTILIZANDO COMO INSTRUMENTO TECNOLÓGICO DIGITAL A CALCULADORA HP 12C

JOSIANE LUIZ
JOÃO COELHO NETO
SIMONE LUCCAS

Caros Alunos do Curso de Administração,

Sejam muito bem-vindos ao Curso de Matemática Financeira. É uma satisfação poder compartilhar com vocês um pouco da experiência adquirida na elaboração deste Produto Educacional.

Espero poder ajudá-los na aprendizagem dos conteúdos introdutórios de Matemática Financeira, primordiais para os futuros Administradores.

Para a participação, é necessário que tenham em mãos recursos como: lápis, borracha, caneta, *smarthphone* e/ou Calculadora HP 12C, e ainda muita vontade de aprender.

Conto com a dedicação de todos!!!

Professora Josiane Luiz

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA UTILIZANDO COMO RECURSO TECNOLÓGICO A CALCULADORA HP 12C PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

UNIDADE 1

Duração: Até 10 aulas.

Objetivos: Ensinar conteúdos introdutórios de Matemática Financeira a exemplo de Juros Simples, Juros Compostos e Desconto, utilizando como instrumento tecnológico digital a calculadora HP 12C.

Conteúdo Programático: Juros Simples, Juros Composto e Desconto.

Objetivos da atividade avaliativa: Durante as etapas da sequência didática podem ser realizadas atividades avaliativas diagnósticas, formativas e somativas com o objetivo de identificar o conhecimento prévio, para orientar o processo de ensino e viabilizar a possibilidade de troca de conteúdo ou retomada dele.

1.1 INTERMEDIAÇÃO I

Neste primeiro momento da Unidade, mesmo que ainda não tenham contato com o conteúdo, é interessante que façam uma atividade com o objetivo de diagnosticar o conhecimento prévio existente sobre a temática. A seguir resolva o problema 1 – P1, lembrando que a atividade deve ser feita em equipe com até 3 alunos.

NOME:____DATA:_____/____/____
PROFESSOR:___________________________________TURMA:____________

Leia atentamente as instruções abaixo antes de começar!

- ✓ Preencher os dados de identificação.
- ✓ Utilizar caneta azul para resposta.
- ✓ A atividade deve ser entregue ao final da primeira aula.
- ✓ Não é permitido comunicação entre as equipes.
- ✓ A equipe deve ser composta por no máximo 3 alunos.
- ✓ Não é permitido uso de aparelho celular, calculadora, bem como o acesso a Internet.

P1. Preciso fazer um empréstimo para quitar uma dívida. Procurei um tipo de operação em curto prazo, que trabalha com juros simples. Sendo assim, qual o capital que devo financiar a taxa de juros simples de 1,2% a.m para que os juros somem o valor de R$ 72,00 ao final do 4º mês?

Vamos pensar um pouco?

- ✓ Quais informações o problema apresenta?
- ✓ Qual a taxa de juros da operação?
- ✓ Qual a resposta que o problema procura?
- ✓ Qual o valor dos juros da operação?
- ✓ Qual o prazo/tempo da operação?

Agora, pesquise a possível fórmula ou meios que possam ser utilizados para a resolução desse problema. Podem ser feitas pesquisas em livros físicos e/ou virtuais e ainda em plataformas digitais disponíveis. É permitido também o uso de calculadoras. Vamos lá, tente resolvê-lo agora:

Agora vamos resolvê-lo juntos?

P1.1. Preciso fazer um empréstimo para quitar uma dívida. Procurei um tipo que trabalha com juros simples. Sendo assim, qual o capital que devo financiar a taxa de juros simples de 1,2% a.m para que os juros somem o valor de R$ 72,00 ao final do 4º mês?

Fórmula algébrica para juros simples

$$J = C \cdot i \cdot n$$

Sendo:

J = juros = R$ 72,00

C = Capital = ?

i = taxa de juros = 1,2 / 100 = 0,012

n = tempo da operação = 4

Então:

$$72{,}00 = C.\ 0{,}012.\ 4$$

Logo:

$$72{,}00 = 0{,}048C$$

$$C = R\$\ 1.500{,}00$$

Agora vamos utilizar de um recurso para auxiliar na resolução deste problema. A calculadora HP 12C. Para tanto, siga as instruções abaixo:

- ✓ Acesse a loja de aplicativos de seu smartphone.
- ✓ Busque pelo aplicativo gratuito Touch Fin Free.
- ✓ Baixe o aplicativo.
- ✓ Observe se instalação correta, abrindo o aplicativo.
- ✓ Agora vamos utilizar o passo a passo para a resolução.

Comandos na HP

72	ENTER	
0,012	ENTER	
4	×	**1.500,00**

Conforme observamos, com o auxílio da calculadora HP 12C encontramos o mesmo resultado para as duas formas de cálculo, ou seja, um capital de R$ 1.500,00.

Ressalta-se que o P1.1. que acabamos de resolver se trata de Juros Simples. É muito importante que os operadores do mercado financeiro saibam as principais funções e objetivos de operações em curto prazo por meio de juros simples. Para tanto, vamos aprender um pouco mais sobre juros simples?

1.2 INTERMEDIAÇÃO II

JUROS SIMPLES

Duração: 4 aulas

Objetivos: Ensinar juros simples como uma compensação em dinheiro que se paga ou que se recebe. Aprender as funções básicas da calculadora HP 12C.

No regime de juros simples a taxa de juros incide somente sobre o principal, não ocorrendo "juros sobre juros". Essas operações são utilizadas geralmente em aplicações de curto prazo. A fórmula básica para o cálculo é a seguinte:

$$J = C \times i \times n$$

Sendo:
J= Juros
C= Capital
i= Taxa de juros
n= Prazo da operação

Para a realização destes cálculos ainda não utilizamos as teclas financeiras da calculadora HP 12C, o que veremos um pouco mais a frente, no entanto, para que já tenhamos afinidade com este instrumento, a seguir serão apresentadas as principais funções da calculadora para a realização dos cálculos básicos. É importante salientar que a calculadora HP 12C trabalha com registros de armazenamento em sua memória, o que a torna diferente do manuseio da calculadora convencional. Após a instalação e abertura do aplicativo Touch Fin Free, essa é a imagem que se tem:

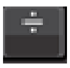
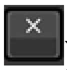
Figura 1 – Calculadora HP 12c

Fonte: Aplicativo Touch Fin Free

✓ Para ligar a calculadora

Para começar a usar sua calculadora HP 12C, pressione a tecla . Se você pressionar a tecla  novamente, a calculadora será desligada.

✓ Para realizar cálculos aritméticos simples

Para realizar estes cálculos, os números devem ser informados na ordem. Após a introdução do primeiro número, pressione a tecla **ENTER** e na sequência, o segundo número da operação a ser realizada (, ,  ou ). O resultado irá aparecer no visor. Veja o exemplo 1 – E1.

E1. Resolva:

a) 15 + 2 = 17

Comandos na HP 12C

15 

2  17

b) 20 – 5 = 15

Comandos na HP 12C

20 

5  15

c) 100 ÷ 5 = 20

Comandos na HP 12C

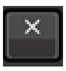
100 

5  20

d) 20 x 10 = 200

Comandos na HP 12C

20 

10  200

Conforme indicado anteriormente, o sistema de registro de armazenamento da memória é que faz com que primeiro indiquemos os números para depois a operação desejada. Agora vamos treinar um pouco, realizando as operações abaixo com o auxílio da calculadora HP 12C.

P2. Resolva as seguintes equações abaixo utilizando como instrumento a calculadora HP 12C, descrevendo o processo utilizado.

a) 40 + 20 = 60	
b) 150 – 30 = 120	
c) 800 ÷ 20 = 40	
d) 1500 x 3 = 4500	

Obs. O resultado do P2 encontra-se no final desta SD.

Pronto, agora vamos aprender a calcular Juros Simples.

a) Quando se quer saber o valor dos juros:

$$J = C \times i \times n$$

E2. Um empréstimo no valor de R$ 1.500,00 a ser pago em 4 meses a uma taxa simples mensal de 1,2% a.m, gera quanto de juros a ser pago no final do período?

J=?

C= R$ 1.500,00

i= 1,2% / 100 0,012

n= 4 meses

Fórmula algébrica para juros simples

Se:

$$J = C \times i \times n$$

Então:

$$J = 1500 \times 0{,}012 \times 4$$

Logo:

J= R$ 72,00

Comandos na HP 12C

1500 

0,012 

4  **72,00**

b) Quando se quer saber o valor do capital:

Se:

$$J = C \times i \times n$$

Então:

$$C = \frac{J}{i \times n}$$

E3. Qual o capital que financiado a taxa de juros simples de 1,2% a.m soma juros no valor de R$ 72,00 ao final do 4º mês?

J= R$ 72,00

C= ?

i= 1,2% / 100 0,012

n= 4 meses

Fórmula algébrica para o cálculo do Capital

Se:

$$C = \frac{J}{i \times n}$$

Logo:

$$C = \frac{72}{0{,}012 \times 4}$$

C= R$ 1.500,00

Comandos na HP 12C

72 

0,012 

4 

1.500,00

c) Quando se quer saber a taxa de juros:

Se:

$$J = C \times i \times n$$

Então:

$$i = \frac{J}{C \times n}$$

E4. A que taxa de juros um capital de R$ 1.500,00 gera R$ 72,00 de juros em 4 meses?

J= R$ 72,00

C= R$ 1.500,00

i= ?

n= 4 meses

Fórmula algébrica para o cálculo da taxa

Se:

$$i = \frac{J}{C \times n}$$

Logo:

$$i = \frac{72}{1500 \times 4}$$

i= 0,012 x 100 = 1,2% a.m

Comandos na HP 12C

72 ENTER

1.500 ENTER

× ÷ **0,012** × **100** **1,2% a.m**

d) Quando se quer saber o tempo da operação:

Se:

$$J = C \times i \times n$$

Então:

$$n = \frac{J}{C \times i}$$

E5. Por quanto tempo R$ 1.500,00 deve ficar aplicado a uma taxa de juros simples de 1,2% a.m, para que renda juros no valor de R$ 72,00?

J= R$ 72,00

C= R$ 1.500,00

i= 1,2% / 100 0,012

n= ?

Fórmula algébrica para o cálculo da taxa

Se:

$$n = \frac{J}{C \times i}$$

Logo:

$$n = \frac{72}{1500 \times 0{,}012}$$

n= 4 meses

Comandos na HP 12C

72 

1.500 

0,012  **4**

MONTANTE A JUROS SIMPLES

a) Quando se quer saber o Montante

Quando se quer identificar o montante (M) do capital (C) mais os juros (J) correspondentes ao período, utiliza-se a seguinte fórmula:

$$\mathbf{M = C\,(1+i\,.\,n)}$$

Sendo:

M= Montante

C= Capital

i= Taxa de juros da operação

n= Prazo da operação

Para que possamos identificar os passos para a construção da fórmula, utilizamos da seguinte lógica:

Se: $J = M - C$ logo: $M = C + J$

E6. Uma pessoa aplica R$ 10.000,00 à taxa simples de 1,5% a.m durante 5 meses. Qual o valor acumulado ao final deste período?

M=?

C= R$ 10.000,00

i= 1,5% / 100 = 0,015

n= 5

Fórmula algébrica para o cálculo do montante

Se:

$$M = C\,(1+i\ .\ n)$$

Logo:

$$M= 10.000{,}00(1+0{,}015\ .\ 5)$$

$$M= 10.000{,}00(1+0{,}075)$$

$$M= 10.000{,}00\ (1{,}075)$$

$$M= R\$\ 10.750{,}00$$

Comando na HP 12C

1000	ENTER	
1	ENTER	
0,015	ENTER	
5	× + ×	**10.750,00**

b) Quando se quer saber o valor do capital:

Se:

$$M = C\,(1+i\ .\ n)$$

Logo:

$$C = \frac{M}{(1+i\ .\ n)}$$

E7. Pedro contraiu uma dívida no valor de R$ 500.000,00 que irá vencer em 5 meses. O credor desta dívida está oferecendo um desconto de 3% a.m caso Pedro deseje antecipar o pagamento para hoje. Qual o valor que Pedro pagaria no empréstimo hoje descontando-se o percentual proposto?

M= R$ 500.000,00

C= ?

i= 3% a.m / 100 = 0,03

n= 5 meses

Fórmula algébrica para o cálculo do capital

Se:

$$C = \frac{M}{(1+i\ .\ n)}$$

Logo:

$$C = \frac{500.000{,}00}{(1+0{,}03\ .\ 5)}$$

C= R$ 434.782,61

Comando na HP 12C

5000 

1 

0,03 

5 

434.782,61

c) Quando se quer saber a taxa de juros e o prazo da operação:

Quanto ao prazo das operações feitas a juros simples, é importante que observem as seguintes instruções abaixo de acordo com os apontamentos de Assaf Neto (2017):

- ✓ Para Assaf Neto (2017) é importante reconhecer que toda operação financeira envolve dois prazos: o prazo a que se refere à taxa de juros; e o prazo da capitalização, ou seja, da ocorrência dos juros.
- ✓ Imaginemos um exemplo em que um empréstimo foi realizado a uma taxa de 24%

a.a (prazo) com capitalização anual (ocorrência dos juros).

- ✓ Aqui fica claro que os dois prazos são coincidentes, mas, em sempre é assim, sendo que em muitas operações os juros podem ser capitalizados em prazo inferior ao da taxa, devendo nessa situação ser definido como o prazo da taxa será rateado ao período de capitalização.
- ✓ Uma taxa de juros de 24% a.a, com capitalização mensal, terá a ocorrência de 12 vezes juros no período, podendo ser expresso da seguinte forma:

$$\text{Taxa Proporcional} = \frac{24\%}{12} = 2{,}00\ \%\ \text{a.m}$$

- ✓ Para Assaf Neto (2017) esse tipo de operação é muito utilizada, principalmente em operações de curto e curtíssimo prazo, tais como: cálculo de juros de mora, descontos bancários, créditos de curtíssimo prazo, apuração de encargos sobre saldo devedor de conta corrente bancária entre outros. Ainda para o autor, as taxas equivalentes são aquelas que aplicadas a um mesmo capital e pelo mesmo intervalo de tempo produzem o mesmo volume linear de juros.
- ✓ Ou seja, um capital aplicado a 2,5% a.m ou 15% a.s pelo prazo de um ano, produz o mesmo montante linear de juros. Vejamos:

$\frac{1}{6} = \frac{2{,}5}{15}$ logo, qualquer capital aplicado a essa taxa produz o mesmo montante linear de juros.

1.3 AUTONOMIA PROCEDIMENTAL- METODOLÓGICA

Baseando-se em dados reais, elabore e resolva um problema que envolva juros simples, descrevendo o passo a passo para a realização tanto de forma algébrica, quanto com o auxílio da HP 12C.

Agora vamos analisar os dados, as variáveis e a materialização do problema por você elaborado, identificando se o modelo matemático utilizado foi correto.

Até agora os juros mensurados na etapa não eram de fato incorporados ao capital inicial, passando a formar juros para o próximo período, por ser tratar de juros simples. Nos juros compostos entra em cena o fator de acumulação de capital.

1.4 INTERMEDIAÇÃO I

Com o início de um novo conteúdo, na etapa Intermediação I, mais uma vez deve ser resolvido um problema com o intuito de identificar o conhecimento prévio a respeito da temática. Então, muita atenção às instruções e vamos lá.

NOME:____DATA:_____/____/____
PROFESSOR:___________________________________TURMA:____________

Leia atentamente as instruções abaixo antes de começar!

- ✓ Preencher os dados de identificação.
- ✓ Utilizar caneta azul para resposta.
- ✓ A atividade deve ser entregue ao final da primeira aula.
- ✓ Não é permitido uso de aparelho celular, calculadora, bem como o acesso a Internet.
- ✓ Não é permitido comunicação entre as equipes.

P3. Recentemente Pedro arrumou um emprego ao qual seu salário mensal é de R$ 1.523,50 mais 2% desse valor em alimentação. Pedro conversou com seus pais, e resolveu procurar uma concessionária para saber como funciona o processo para a compra de um carro financiado. O vendedor o mostrou um carro no valor de R$ 27.500,00 e disse que esse valor pode ser parcelado em até 48 vezes a uma taxa mensal composta de 0,5% a.m. Sendo assim, qual o valor que Pedro pagaria no automóvel ao final do 48º mês?

Vamos pensar um pouco?

- ✓ O problema apresenta quantas informações da operação?
- ✓ Quais meios posso utilizar para a resolução deste problema?
- ✓ É possível utilizar fórmula para a resolução? É possível utilizar calculadora para a resolução?
- ✓ Qual a resposta que o problema procura?
- ✓ Em algum momento já vivenciei uma situação real em que este cálculo pode ser utilizado?
- ✓ No dia a dia, esse problema seria de fácil resolução?

Agora, pesquise a possível fórmula ou meios que podem ser utilizados para a resolução desse problema. Podem ser feitas pesquisas em livros físicos e/ou virtuais e ainda em plataformas digitais disponíveis. É permitido também o uso de calculadoras. Munido dessas informações, tente resolver o problema agora:

Agora vamos resolvê-lo juntos?

P3.1 Recentemente Pedro arrumou um emprego ao qual seu salário mensal é de R$ 1.523,50 mais 2% desse valor em alimentação. Pedro conversou com seus pais, e resolveu procurar uma concessionária para saber como funciona o processo para a compra de um carro financiado. O vendedor o mostrou um carro no valor de R$ 27.500,00 e disse que esse valor pode ser parcelado em até 48 vezes a uma taxa mensal composta de 0,5% a.m. Sendo assim, qual o valor que Pedro pagaria no automóvel ao final do 48º mês?

Fórmula algébrica para o cálculo do montante

$$\boldsymbol{FV = PV(1+i)^n}$$

Sendo:

FV = Valor Futuro = Montante

PV = Valor Presente = Capital

i= Taxa de Juros

n= Prazo da operação

Então:

$$FV = 27.500{,}00(1+0{,}005)^{48}$$

FV= R$ 34.938,45

Comando na HP 12C

27500 

48 

0,5 

34.938,45

Mais uma vez podemos observar que as duas metodologias utilizadas para a resolução do problema indicam o mesmo resultado, ou seja, ao final do 48º mês, o valor do carro sairia R$ 34.938,45. Esse tipo de operação se trata de juros compostos, ou seja, juros sobre juros. É importante salientar que esse é o tipo de operação mais utilizada no mercado. Dada a importância deste conteúdo, vamos aprender um pouco mais sobre as principais formas de cálculo.

1.5 INTERMEDIAÇÃO II

JUROS COMPOSTOS

Duração: 4 aulas

Objetivos: Ensinar juros compostos identificando os principais problemas envolvendo este conteúdo, utilizando como instrumento a calculadora HP 12C.

No regime de juros compostos os juros que são produzidos em cada período são acrescidos ao capital formando o montante (capital + juros) que mais uma vez serão acrescidos de juros no período seguinte.

Sendo:

FV= Valor Futuro → Corresponde ao Montante

PV= Valor Presente → Corresponde ao Capital

i= Taxa de juros da operação

n= Prazo da operação

Para a realização destes cálculos, assim como nos juros simples, também podemos fazer uso da calculadora HP 12C, e por se tratar de juros compostos, será utilizada à linha financeira, conforme ilustra a Figura abaixo:

Figura 2 – Linha Financeira da HP 12C

Fonte: Aplicativo Touch Fin Free

Para tanto, observe as seguintes instruções abaixo:

- ✓ Quando se quer saber o Valor Futuro da Operação, acionar a tecla FV.
- ✓ Quando se quer saber o Valor Presente da Operação, acionar a tecla PV.
- ✓ Quando se quer saber a Taxa de Juros da operação, acionar a tecla i.
- ✓ Quando se quer saber o Tempo da Operação, acionar a tecla n.

Pronto, agora vamos aprender a calcular Juros Compostos.

a) Quando se quer saber o valor futuro:

$$\boldsymbol{FV = PV(1 + i)^n}$$

E8. Por problemas financeiros, certa pessoa procurou uma Instituição Financeira para realizar um empréstimo no valor de R$ 10.000,00 para quitar suas dívidas. As condições oferecidas pelo gerente é parcelar esse valor em 12 vezes a uma taxa de 1,5% a.m. Dessa forma, quanto essa pessoa vai pagar de juros ao final do 12º mês?

FV= ?

PV= R$ 10.000,00

i= 1,5% a.m /100 = 0,015

n= 12

Fórmula algébrica para o cálculo do Valor Futuro

Se:

$$FV = PV(1 + i)^n$$

Logo:

$$FV = 10.000,00(1 + 0,015)^{12}$$

FV= R$ 11.956,18

Ou seja: R$ 11.956,18 – R$ 10.000,00 = R$ 1.956,18 de juros

Comando na HP 12C

1000 

1,5 

12 

11.956,18

b) Quando se quer saber o Valor Presente:

$$\textbf{PV}= \frac{\boldsymbol{FV}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n}}}$$

E9. Qual seria o valor de um empréstimo, que para ser pago em 12 parcelas a uma taxa de juros de 1,5% a.m, gera um montante de R$ 11.956,18?

FV= R$ 11.956,18

PV= ?

i= 1,5% a.m /100 = 0,015

n= 12

Fórmula algébrica para o cálculo do Valor Presente

Se:

$$\text{PV}= \frac{FV}{(1+i)^n}$$

Logo:

$$\text{PV}= \frac{11.956{,}18}{(1+0{,}015)^{12}}$$

PV= R$ 10.000,00

Comando na HP 12C

11.956,18	ENTER / LSTx	CHS / DATE	FV / Nj
1,5	i / 12÷		
12	n / 12×		
PV / CFo	**10.000,00**		

c) Quando se quer saber a taxa de juros da operação:

$$\mathbf{i=} \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}}\ \mathbf{-\ 1}$$

E10. Qual a taxa de juros necessária para que uma aplicação de R$ 10.000,00 gere um montante de R$ R$ 11.956,18 por um período de 12 meses?

FV= R$ 11.956,18

PV= R$ 10.000,00

i= ?

n= 12

Fórmula algébrica para o cálculo da taxa de juros

Se:

$$\mathbf{i=} \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}}\ \mathbf{-\ 1}$$

Logo:

$$\text{i=} \sqrt[12]{\frac{11.956,18}{10.000,00}}\ \mathbf{-\ 1}$$

i= 1,01499 -1 = 0,01499 x 100 = 1,5% a.m

Comando na HP 12C

11.956,18 ENTER (LSTx) CHS (DATE) FV (Nj)

10.000,00 PV (CFo)

12 n (12×)

i (12÷) 1,5

Observe uma informação importante:

- ✓ Ainda em relação às taxas embutidas no processo, entra em cena o conceito de Taxas Equivalentes.
- ✓ Dizemos que duas taxas são equivalentes se, considerados os mesmos prazos de aplicação e o mesmo capital, produzirem o mesmo montante.
- ✓ Para tanto, se usarmos a fórmula apresentada a seguir, o resultado pode ser encontrado facilmente. Vejamos:

$$iq = \left[(1 + it)^{q}_{t}) - 1 \right] \times 100$$

Sendo:

iq= Taxa para o prazo que eu quero.

it= Taxa para o prazo que eu tenho.

q= Prazo que eu quero.

t= Prazo que eu tenho.

E11. Tenho a taxa de 25,32% a.a (360 dias) e quero a taxa mensal (30 dias).

Fórmula algébrica para o cálculo de taxas equivalentes

$$iq = [(1 + 0{,}2532)_{360}^{30}) - 1\ ] \times 100$$

iq= 1,9% a.m

Comando na HP 12C

1 ENTER LSTx

0,2532 +

30 ENTER LSTx

360 ÷

Y^X $\sqrt{x}$

1 −

100 × **1,9% a.m.**

E12. Tenho uma taxa de 2,48% a.m e quero para 12 meses.

Fórmula algébrica para o cálculo de taxas equivalentes

$$iq = [(1 + 0{,}0248)_{1}^{12}) - 1\ ] \times 100$$

iq: 34,17% a.a

Comando na HP 12C

1 ENTER LSTx

0,0248 +

12	ENTER	
1	÷	
Y^x		
1	−	
100	×	**34,17% a.m.**

Ainda é importante ressaltar que:

- ✓ Quando prazo não é um número inteiro em relação à taxa de juros, utiliza-se a convenção linear ou a convenção exponencial para o calculo do montante da taxa de juros.
- ✓ Na primeira calcula-se o montante referente à parte inteira com a capitalização composta e na segunda calcula-se o montante referente à parte fracionária sobre o valor calculado na primeira etapa utilizando capitalização simples. A convenção linear traz como característica o calculo do montante em duas etapas.
- ✓ A fórmula para o cálculo da convenção linear é:

$$\boldsymbol{FV = PV(1+i)^n \cdot \left[1 + i \cdot \frac{p}{q}\right]}$$

$\frac{p}{q}$ é a parte fracionária.

E a convenção exponencial?

- ✓ Já a convenção exponencial adota-se o mesmo regime de capitalização para todo o período.
- ✓ Ou seja, utiliza a capitalização composta tanto para a parte inteira como para a parte fracionária.

- ✓ A fórmula para o cálculo da convenção exponencial é:

$$\boldsymbol{FV = PV(1+i)^{n+\frac{p}{q}}}$$

E13. Seja o capital de R$ 100.000,00 emprestado a uma taxa de 18% a.a pelo prazo de 4 anos e 9 meses. Calcular o montante deste empréstimo pela convenção linear e exponencial:

FV=?

PV= 100.000,00

i= 18 % a.a / 100 0,18

n= 4 anos (inteiro)

p/q= 9/12

Fórmula algébrica para o cálculo das convenções

Se:

$$FV = PV(1+i)^n . \left[1 + i . \frac{p}{q}\right]$$

Logo:

$$FV = 100000(1+0{,}18)^4 . \left[1 + 0{,}18 . \frac{9}{12}\right]$$

FV= R$ 220.051,30

Ou,

Se:

$$FV = PV(1+i)^{n+\frac{p}{q}}$$

Logo:

$$FV = 100000(1+0{,}18)^{4+\frac{9}{12}}$$

FV= R$ 219.502,50

É importante ressaltar que há uma diferença no valor do empréstimo para o cálculo da convenção linear e da convenção exponencial no montante de R$ 548,80.

Comando na HP 12C

100000	ENTER	CHS	PV
18	n		
4,75	i		
FV	220.051,30		

Ou,

100000	ENTER	
1	ENTER	
0,18	+	
4	Y^x	
1	ENTER	
0,18	+	
0,75	Y^x	219.502,50

d) Quando se quer saber o tempo da operação:

$$n = \frac{\log(\frac{FV}{PV})}{\log(1+i)}$$

E14. Quanto tempo seria necessário para que um empréstimo de R$ 10.000,00 capitalizasse juros no valor de R$ 1.956,18 a uma taxa de juros de 1,5% a.m?

FV= R$ 10.000,00 + R$ 1.956,18 = R$ 11.956,18

PV= R$ 10.000,00

i= 1,5% a.m /100 = 0,015

n= 12 parcelas

Fórmula algébrica para o cálculo das convenções

Se:

$$n=\frac{\log(\frac{FV}{PV})}{\log(1+i)}$$

Logo:

$$n=\frac{\log(\frac{11.956,18}{10.000,00})}{\log(1+0,015)}$$

$$n=\frac{\log(1,195618)}{\log(1,015)}$$

$$n=\frac{0,178663207}{0,014888612}$$

n= 12 meses

Comando na HP 12C

11.956,18 

10.000,00 

1,5 

12

1.6 AUTONOMIA PROCEDIMENTAL- METODOLÓGICA

Baseando-se em dados reais, elabore e resolva um problema que envolva juros compostos. É importante que descreva o passo a passo utilizado tanto para o cálculo de forma algébrica, quanto com a calculadora HP 12C.

Agora vamos analisar os dados, as variáveis e a materialização do problema por você elaborado, identificando se o modelo matemático utilizado foi correto.

Pronto, aprendemos as principais situações onde os juros composto são utilizados. A partir de agora vamos falar sobre descontos, outro conteúdo muito importante para as operações financeiras.

1.7 INTERMEDIAÇÃO I

Antes e iniciarmos o novo conteúdo, com o intuito de identificar o conhecimento prévio existente a respeito do conteúdo, façam a atividade a seguir observando as instruções da folha de atividades. Desenvolvam a atividade prestando bastante atenção nos meios que podem ser utilizados para a sua resolução, encontrando o resultado proposto pela mesma. Vamos lá!

NOME:____DATA:_____/____/____
PROFESSOR:___________________________________TURMA:____________

Leia atentamente as instruções abaixo antes de começar!

- ✓ Preencher os dados de identificação.
- ✓ Utilizar caneta azul para resposta.
- ✓ A atividade deve ser entregue ao final da primeira aula.
- ✓ Não é permitido uso de aparelho celular, calculadora, bem como o acesso a Internet.
- ✓ A atividade deve ser realizada em equipe com 3 alunos.
- ✓ Não é permitido comunicação entre as equipes.

P4. Uma duplicata no valor de R$ 5.500,00, foi saldada 8 meses antes de seu vencimento. O devedor desta duplicata obteve uma taxa de desconto no valor de 2,2% para cada mês. Qual o valor do desconto composto e qual a quantia recebida?

- ✓ O Problema apresenta quais informações para a resolução?
- ✓ Com as informações é possível resolver o problema?
- ✓ É possível utilizar fórmula ou calculadora para resolver este problema?
- ✓ Qual a resposta que o problema procura?
- ✓ No seu cotidiano já passou por situações onde envolva o cálculo de desconto?
- ✓ No dia a dia, esse problema seria resolvido facilmente?

Agora, pesquise a possível fórmula ou meios que podem ser utilizados para a resolução desse problema. Podem ser feitas pesquisas em livros físicos e/ou virtuais e ainda em plataformas digitais disponíveis. É permitido também o uso de calculadoras. Vamos lá, tente resolvê-lo agora.

Agora vamos resolvê-lo juntos?

P4.1 Uma duplicata no valor de R$ 5.500,00, foi saldada 8 meses antes de seu vencimento. O devedor desta duplicata obteve uma taxa de desconto no valor de 2,2% para cada mês de desconto. Qual o valor do desconto composto e qual a quantia recebida?

Fórmula algébrica para o cálculo do desconto

$$PV= \frac{FV}{(1+i)^n}$$

Lembrando que:

D= FV – PV

Sendo:

PV= Valor presente

FV= Valor futuro

i= taxa de juros da operação

D= desconto

n= prazo da operação

Se:

$$PV= \frac{FV}{(1+i)^n}$$

Logo:

$$PV= \frac{5.500,00}{(1+0,022)^8}$$

PV= R$ 4.621,21

D= FV – PV

D= 5.500,00 – 4.621,21

D= R$ 878,79

Comando na HP 12C

5500 [ENTER / LSTx] [CHS / DATE] [FV / Nj]

2,2 [i / 12÷]

8 [n / 12×]

[PV / CFo] 4621,21 [CHS / DATE] 5000 [+] 878,79

Existem operações no mercado financeiro que utilizam a operação de desconto. Sendo assim, vamos nos aprofundar um pouco mais neste conteúdo, aprendendo os principais cálculos que envolvem desconto.

1.8 INTERMEDIAÇÃO II

DESCONTO COMPOSTO

Duração: 2 aulas

Objetivos: Ensinar a resolver problemas que utilizam o cálculo de descontos percentuais.

Antes de iniciarmos a resolução dos exercícios, vamos saber um pouco a respeito do conceito de desconto composto. Observe:

- ✓ O desconto composto corresponde ao abatimento por saldar-se um compromisso antes de seu vencimento.
- ✓ É obtido pela diferença entre o valor nominal (valor futuro) e o valor atual (valor presente) de um compromisso que seja

- ✓ saldado *n* períodos antes de seu vencimento, calculado o valor atual antes da taxa de desconto.
- ✓ Desta forma, sendo o valor de um título na data de seu vencimento (FV), o valor atual (PV) dessa dívida será de:

$$\mathbf{PV} = \frac{FV}{(1+i)^n}$$

Sendo:

PV= Valor presente

FV= Valor futuro

i= taxa de juros/desconto

n= tempo da operação

E logo após é importante ressaltar que o desconto D será a diferença entre o FV e o PV:

$$D = FV - PV$$

Sendo:

D= Desconto da operação

E15. Uma duplicata no valor de R$ 5.500,00, foi saldada 8 meses antes de seu vencimento. O devedor desta duplicata obteve uma taxa de desconto no valor de 2,2% para cada mês de desconto. Qual o valor do desconto composto e qual a quantia recebida?

PV= ?

FV=5.500,00

i= 2,2% a.m / 100 = 0,022

n= 8

Fórmula algébrica para o cálculo do desconto

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n}$$

Logo:

$$PV = \frac{5.500,00}{(1+0,022)^8}$$

PV= R$ 4.621,21

D= FV – PV

D= 5.500,00 – 4.621,21

D= R$ 878,79

Comandos na HP 12C

5500	ENTER (LSTx)	CHS (DATE)	FV (Nj)		
2,2	i (12÷)				
8	n (12×)				
PV (CFo)	4621,21	CHS (DATE)	5000	+	878,79

1.9 AUTONOMIA PROCEDIMENTAL- METODOLÓGICA

Baseando-se em dados reais, elabore e resolva um problema que envolva descontos compostos. É importante que descreva o passo a passo tanto para o cálculo de forma algébrica quanto com a utilização da HP 12C.

Agora vamos analisar os dados, as variáveis e a materialização do problema por você elaborado, identificando se o modelo matemático utilizado foi correto.

Com o intuito de aprimorar o conteúdo apresentado na Unidade I, a seguir problemas para fixação do conteúdo.

P5. Em uma operação de curto prazo, um empréstimo foi feito para ser pago em 3 meses, gerando juros no valor de R$ 180,00 em uma taxa simples de 1,5% a.m. Sendo assim, qual o valor do capital que foi emprestado?

P6. Qual o valor futuro de uma aplicação feita no valor de R$ 10.000,00 por um período de 15 meses, a uma taxa composta de 0,8% a.m?

P7. Tenho a taxa de 28,00% a.a (360 dias) e quero a taxa mensal (30 dias).

P8. Qual o tempo que uma aplicação no valor de R$ 45.000,00 leva para ser quitado, levando em consideração que a taxa de juros composta da operação é de 1,8% a.m e que o montante é de R$ 62.000,00?

Obs. Os resultados dos problemas P5, P6, P7 e P8 se encontram no final da SD.

Encerra-se aqui a Unidade I onde aprendemos as principais situações onde são utilizados Juros Simples, Juros Compostos e Desconto Composto. Na Unidade II vamos aprender sobre Séries de Pagamentos Uniformes e Diferidas. Vamos lá!

UNIDADE 2

Duração: Até 10 aulas.

Objetivos: Ensinar série uniforme e não uniformes de pagamentos postecipados e antecipados, utilizando como instrumento tecnológico digital a calculadora HP 12C.

Conteúdo Programático: Série uniforme e não uniforme de pagamento postecipados e antecipados.

Objetivos da atividade avaliativa: Durante as etapas da sequência didática podem ser realizadas atividades avaliativas diagnósticas, formativas e somativas com o objetivo de identificar o conhecimento prévio, para orientar o processo de ensino e viabilizar a possibilidade de troca de conteúdo ou retomada dele.

2.1 INTERMEDIAÇÃO I

Neste primeiro momento da Unidade II, mesmo que ainda não tenham contato com o conteúdo, é interessante que façam uma atividade com o objetivo de diagnosticar o conhecimento prévio existente sobre a temática. Ainda mais quando se trata de assuntos financeiros, é bem importante testar nossos conhecimentos porque em algum momento da vida financeira, este será utilizado.

Figura 3 – Vamos pensar um pouco?

Fonte: Freepik.com

A seguir resolva o problema P9, lembrando que a atividade deve ser feita em equipe com até 3 alunos.

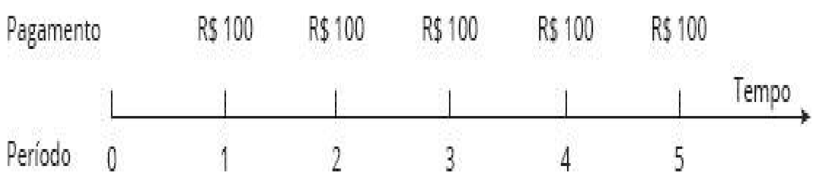
NOME:____DATA:_____/____/____
PROFESSOR:______________________________________TURMA:____________

Leia atentamente as instruções abaixo antes de começar!

- ✓ Preencher os dados de identificação.
- ✓ Utilizar caneta azul para resposta.
- ✓ A atividade deve ser entregue ao final da primeira aula.
- ✓ Não é permitido uso de aparelho celular, calculadora, bem como o acesso a Internet.
- ✓ Não é permitido comunicação entre as equipes.
- ✓ A atividade deve ser feita em equipe com 3 alunos.

P9. Abaixo a Figura 2 apresenta um fluxo de caixa. Ao observá-lo, podemos relacioná-lo a uma série uniforme de pagamentos no valor de R$ 100,00 e considerar que a taxa de juros da operação é de 2 % a.m para um período de 5 meses. Ainda é importante ressaltar que o primeiro pagamento foi feito ao final do primeiro período. Sendo assim, qual o valor futuro desta operação?

Figura 4 – Fluxo de Caixa



Fonte: Hoji (2016)

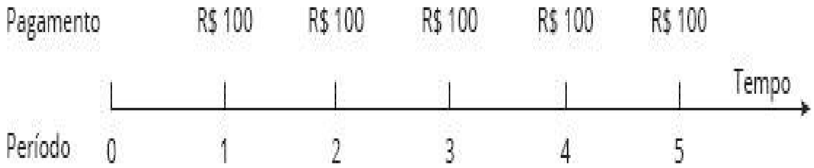
Vamos pensar um pouco?

- ✓ O Problema apresenta o tipo de operação?
- ✓ Quais os dados disponíveis?
- ✓ Você já utilizou esse tipo de operação financeira? É possível utilizar fórmulas e calculadoras para a resolução do problema?
- ✓ No dia a dia, esse problema seria de fácil resolução?
- ✓ Qual a resposta que o Problema procura?

Agora, pesquise a possível fórmula ou meios que podem ser utilizados para a resolução desse problema. Podem ser feitas pesquisas em livros físicos e/ou virtuais e ainda em plataformas digitais disponíveis. É permitido também o uso de calculadoras. Então, com essas informações, tente resolvê-lo.

Agora vamos resolvê-lo juntos?

P9.1 Abaixo a Figura 2 apresenta um fluxo de caixa. Ao observá-lo, podemos relacioná-lo a uma série uniforme de pagamentos no valor de R$ 100,00 e considerar que a taxa de juros da operação é de 2 % a.m para um período de 5 meses. Ainda é importante ressaltar que o primeiro pagamento foi feito ao final do primeiro período. Sendo assim, qual o valor futuro desta operação?



Fórmula algébrica para o cálculo de séries Uniformes Postecipadas de Pagamentos – Valor Futuro

$$\mathbf{FV = PMT \cdot \left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right]}$$

Sendo:

FV= Valor Futuro

PMT= Valor da Parcela

i= Taxa de juros da operação

n= Tempo da Operação

$$\text{FV}= 100 \cdot \left[\frac{(1+0{,}02)^{5}-1}{0{,}02}\right]$$

FV= R$ 520,40

Comandos na HP 12C

100 

1,2 

5 

520,40

As séries de pagamentos são fluxos de caixa que envolvem mais de um pagamento ou mais de um recebimento durante o prazo da operação financeira, e se há pagamento de um lado, existe recebimento de outro. Durante sua vida economicamente ativa, em algum momento será feita uma operação que envolva séries de pagamentos. Então, vamos aprender um pouco mais sobre séries de pagamentos.

2.2 INTERMEDIAÇÃO II

SÉRIE UNIFORME POSTECIPADA DE PAGAMENTOS

Duração: 4 aulas

Objetivos: Ensinar a resolver problemas que utilizam o cálculo de Séries Uniformes Postecipadas de Pagamentos.

A respeito de Séries Uniformes Postecipadas de Pagamentos, vejamos os apontamentos feitos a seguir:

- ✓ Para Hoji (2016), as séries de pagamentos são fluxos de caixa que envolvem mais de um pagamento ou mais de um recebimento durante o prazo da operação financeira. E se há pagamento de um lado, existe recebimento de outro e vice-versa.
- ✓ Portanto, apesar de ser conhecida como série de pagamentos, pode representar também uma série de recebimentos.
- ✓ As séries uniformes de pagamentos postecipados são aqueles em que o primeiro pagamento ocorre no momento 1; este sistema é também chamado de sistema de pagamento ou recebimento sem entrada.
- ✓ Pagamentos ou recebimentos podem ser chamados de prestação, representada pela

sigla “PMT” que vem do Inglês “Payment” e significa pagamento ou recebimento. (BRANCO, 2002).

a) Quando se quer saber o Valor Presente

$$\mathbf{PV= PMT.}\ [\frac{(\mathbf{1}+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n}}-\mathbf{1}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n}}.\ \mathbf{1}}]$$

Sendo:

PV = Valor Presente

PMT = Valor da Parcela

i= Taxa de juros da operação

n= Tempo da Operação

E16. Qual o valor de um financiamento de um veículo a ser quitado em 4 pagamentos mensais de R$ 5.000,00, vencendo a primeira parcela 30 dias após a compra, sendo 4,5% a.m a taxa contratual de juros?

PV= ?

PMT= R$ 5.000,00

i= 4,5% / 100 = 0,045

n= 4

Fórmula algébrica para o cálculo do Valor Presente

Se:

$$\text{PV= PMT. } [\frac{(1+i)^{n}-1}{(1+i)^{n}.\ 1}]$$

Logo:

$$\text{PV= 5000. } [\frac{(1+0{,}045)^{4}-1}{(1+0{,}045)^{4}.\ 1}]$$

PV= R$ 17.937,63

Comandos na HP 12C

500	CHS / DATE	PMT / CFj
4,5	i / 12÷	
3	n / 12×	
PV / CFo	**17.937,63**	

b) Quando se quer saber o Valor Futuro

$$\mathbf{FV = PMT \cdot \left[\frac{(1+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n}}-1}{\boldsymbol{i}}\right]}$$

E17. Uma pessoa realiza depósitos mensais no valor de R$ 500,00 em um fundo de investimento, para resgatar esse capital daqui a 30 anos. Levando em consideração que a taxa de juros é mensal em 0,8%, quanto essa pessoa resgatará no final do período?

FV= ?

PMT = R$ 500,00

i= 0,8% / 100 = 0,008

n= 30 anos – 360 meses

Fórmula algébrica para o cálculo do Valor Futuro

Se:

$$\mathrm{FV} = \mathrm{PMT} \cdot \left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right]$$

Logo:

$$\mathrm{FV} = 500 \cdot \left[\frac{(1+0{,}008)^{360}-1}{0{,}008}\right]$$

FV= R$1.038.209,62

Comandos na HP 12C

500 CHS/DATE PMT/CFj

0,8 i/12÷

360 n/12×

FV/Nj **1.038.209,62**

c) Quando se quer saber o número de prestações

$$\mathbf{n=-}\left[\!\left[\frac{\ln\left(1-\frac{PV}{PMT}\,.\,i\right)}{\ln(1+i)}\right]\!\right]$$

E18. Certa pessoa comprou um eletrodoméstico no valor de R$ 2.000,00 e quer financiá-lo pagando prestações mensais de R$ 100,00. Sabendo que a taxa de financiamento é de 2% a.m, em quantas parcelas esse eletrodoméstico deverá ser pago?

PV= R$ 2.000,00

PMT = R$ 100,00

i= 2% / 100 = 0,02

n= ?

Fórmula algébrica para o cálculo do Tempo da Operação

Se:

$$n=-\left[\!\left[\frac{\ln\left(1-\frac{PV}{PMT}\,.\,i\right)}{\ln(1+i)}\right]\!\right]$$

Logo:

$$n=-\left[\!\left[\frac{\ln\left(1-\frac{2000}{100}\,.\,0{,}02\right)}{\ln(1+0{,}02)}\right]\!\right]$$

n= - $[-26]$ = 26 meses

Comandos na HP 12C

2000 CHS (DATE) PV (CFo)

100 PMT (CFj)

2 i (12÷)

n (12×) **26**

d) Quando se quer saber o Valor da Parcela

$$\mathbf{PMT = PV.}\ \left[\frac{(1+i)^n.\ i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

E19. Um automóvel que custa R$ 35.000,00 pode ser financiado em 36 pagamentos iguais; sabendo-se que a taxa de financiamento é de 1,99% a.m, calcule o valor da prestação mensal de financiamento.

PV= R$ 35.000,00

PMT= ?

i= 1,99% / 100 = 0,0199

n= 36

Fórmula algébrica para o cálculo da Parcela

Se:

$$\mathrm{PMT = PV.}\ \left[\frac{(1+i)^n.\ i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

Logo:

$$\mathrm{PMT} = 35000.\ \left[\frac{(1+0{,}0199)^{36}.\ 0{,}0199}{(1+0{,}0199)^{36} - 1}\right]$$

PMT = 1.370,95

Comandos na HP 12C

35000 CHS (DATE) PV (CFo)

36 n (12×)

1,99 i (12÷)

PMT (CFj) **1.370,95**

e) Quando se quer saber a taxa de juros aproximada

$$i = \frac{PMT}{PV} - \frac{PV}{PMT.n^2}$$

E20. Certo móvel foi comprado por R$ 1.635,14 e parcelado em 20 prestações mensais de R$ 100,00. Qual é a taxa de juros da operação.

PV= R$ 1.635,14

PMT= R$ 100,00

i= ?

n= 20

Fórmula algébrica para o cálculo da taxa de juros

Se:

$$i = \frac{PMT}{PV} - \frac{PV}{PMT.n^2}$$

Logo:

$$i = \frac{100}{1.635,14} - \frac{1.635,14}{100.20^2}$$

i= 2% a.m

Comandos na HP 12C

1635,14 CHS DATE PV CFo

100 PMT CFj

20 n 12×

i 12÷ 2

2.3 AUTONOMIA PROCEDIMENTAL- METODOLÓGICA

Baseando-se em dados reais, elabore e resolva um problema que envolva Séries Uniformes Postecipadas de Pagamentos.

Agora vamos analisar os dados, as variáveis e a materialização do problema por você elaborado, identificando se o modelo matemático utilizado foi correto.

Aprendemos aqui a fazer cálculos de Séries Uniformes Postecipadas de Pagamentos. Mas, e quando estes pagamentos são antecipados? Então, vamos aprender um pouco sobre este novo conteúdo.

2.4 INTERMEDIAÇÃO I

Antes de iniciarmos este novo tópico, vamos identificar o conhecimento prévio existente a respeito de Séries Uniformes Antecipadas de Pagamento. Com este intuito o problema P10 será por vocês resolvido, conforme demonstrado a seguir:

NOME:____DATA:_____/____/____ PROFESSOR:___________________________________TURMA:____________

Leia atentamente as instruções abaixo antes de começar!

- ✓ Preencher os dados de identificação. Utilizar caneta azul para resposta.
- ✓ A atividade deve ser entregue ao final da primeira aula.
- ✓ Não é permitido uso de aparelho celular, calculadora, bem como o acesso a Internet.
- ✓ A atividade deve ser realizada em equipe com 3 alunos.
- ✓ Não é permitido comunicação entre as equipes.

P10. (KUHNEN, 2001) Determinar o valor, à vista, de uma série de 6 prestações (títulos) de R$ 20.000,00, vencíveis mensalmente, sendo a primeira no ato da compra, sabendo-se que a taxa de juros é de 5% a.m?

Vamos pensar um pouco?

- ✓ O problema apresenta o tipo de operação?
- ✓ Quais os dados disponíveis?
- ✓ Você já realizou uma operação dessas em sua vida financeira?
- ✓ É possível utilizar de fórmulas e calculadoras para a resolução desse problema?
- ✓ Qual a resposta que o problema procura?

Agora, pesquise a possível fórmula ou meios que podem ser utilizados para a resolução desse problema. Podem ser feitas pesquisas em livros físicos e/ou virtuais e ainda em plataformas digitais disponíveis. É permitido também o uso de calculadoras. Com essas informações, tente resolvê-lo novamente.

Agora vamos resolvê-lo juntos?

P10.1 (KUHNEN, 2001) Determinar o valor, à vista, de uma série de 6 prestações (títulos) de R$ 20.000,00, vencíveis mensalmente, sendo a primeira no ato da compra, sabendo-se que a taxa de juros da operação é de 5% a.m?

Fórmula algébrica para o cálculo de Séries Uniformes Antecipadas de Pagamentos – Valor Presente

$$PV = PMT.\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{n-1} .\ i}\right]$$

Sendo:

PV= Valor Presente

PMT= Valor da Parcela

i= Taxa de juros da operação

n= Tempo da operação

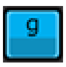
$$PV = 20.000\ .\ \left[\frac{(1+0{,}05)^6 - 1}{(1+0{,}05)^{6-1} .\ 0{,}05}\right]$$

PV = R$ 106.589,53

Comandos na HP 12C

- ✓ Para cálculos de Prestações Antecipadas a função BEGIN que direciona os resultados quando se trata de pagamentos dados de entrada, ou seja, na data da compra.

- ✓ 1º Acionar a tecla g (função azul) da HP 12C e na sequencia acionar a tecla 7 do teclado numérico, onde facilmente se identifica em azul na segunda função a tecla BEGIN.



20000


5


6


106.589,53

Dentro do conteúdo introdutório de Matemática Financeira, é importante que saibamos resolver exercícios de séries de pagamentos, quando a primeira parcela é dada como entrada no ato da compra. Com esse intuito, a seguir vamos aprender um pouco mais sobre Séries Uniformes Antecipadas de Pagamentos.

2.5 INTERMEDIAÇÃO II

SÉRIES UNIFORMES ANTECIPADAS DE PAGAMENTO

Duração: 4 aulas

Objetivos: Ensinar a resolver problemas que utilizam o cálculo de Séries Uniformes Antecipadas de Pagamentos.

A respeito de Séries Uniformes Antecipadas de Pagamentos, vejamos os apontamentos feitos a seguir:

- ✓ De acordo com os trabalhos de Hoji (2016) na série uniforme antecipada, o primeiro pagamento ocorre no momento inicial, e o último, no início do período final (o início de um período é igual ao final do período anterior).
- ✓ Este tipo de sistema de pagamento é também chamado de sistema de pagamento com entrada.

a) Quando se quer saber o Valor Presente

$$PV = PMT.[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{n-1}.\ i}]$$

Sendo:

PV= Valor Presente

PMT= Valor da Parcela

i= Taxa de juros da operação

n= Tempo da operação

E21. (KUHNEN, 2001) Determinar o valor, à vista, de uma série de 4 prestações (títulos) de R$ 25.000,00, vencíveis mensalmente, sendo a primeira no ato da compra, sabendo que a taxa é de 5% a.m?

PV= ?

PMT= R$ 25.000,00

i= 5% a.m / 100 = 0,05

n= 4

Fórmula Algébrica para o Calculo do Valor Presente

$$PV = 25.000\ .\ [\frac{(1+0{,}05)^4 - 1}{(1+0{,}05)^{4-1}.\ 0{,}05}]$$

PV= 93.081,20

Comandos na HP 12C

25000 

5 

4 

93.081,20

b) Quando se quer saber o valor das Prestações

$$\mathbf{PMT = PV.}\ [\frac{(\mathbf{1}+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n}-\mathbf{1}}.\ \boldsymbol{i}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n}}-\ \mathbf{1}}]$$

Sendo:

PV= Valor Presente

PMT= Valor da Parcela

i= Taxa de juros da operação

n= Tempo da operação

E22. (BRANCO, 2002) Um automóvel que custa R$ 17.800,00 pode ser financiado em 36 pagamentos iguais; sabendo-se que a taxa de financiamento é de 1,99% ao mês, calcule o valor da prestação mensal de financiamento.

PV= R$ 17.800,00

PMT= ?

i= 1,99% / 100 = 0,0199

n= 36

Fórmula Algébrica para o Calculo da Prestação Mensal

$$\mathrm{PMT} = 17.800\ .\ [\frac{(1+0{,}0199)^{36-1}.\ 0{,}0199}{(1+0{,}0199)^{36}-\ 1}]$$

PMT= R$ 683,62

Comandos na HP 12C

1º Acionar a função BEGIN

17800 CHS (DATE) PV (CFo)

36 n (12×)

1,99 i (12÷)

PMT (CFj) **683,62**

c) Quando se quer saber o tempo da operação

$$n = -\left\{ \frac{\mathrm{LN}[1 - \dfrac{\mathrm{PV}.\,\mathrm{i}}{\mathrm{PMT}\,.\,(1+\mathrm{i})}]}{\mathrm{LN}\;(1+\mathrm{i})} \right\}$$

Sendo:

PV= Valor Presente

PMT= Valor da Parcela

i= Taxa de juros da operação

n= Tempo da operação

LN= Função logaritmo

E23. (BRANCO, 2002) Um produto custa à vista R$ 1.500,00, e foi adquirido a prazo, com uma prestação mensal de R$ 170,72, sendo que a primeira será paga no ato da compra. Sabendo-se que a taxa de juros contratada foi de 3% ao mês, qual a quantidade de prestações deste financiamento?

PMT= 170,72

PV= 1.500,00

i= 3% / 100 0,03

n= ?

Fórmula Algébrica para o Cálculo do Tempo da Operação

$$n = -\left\{\frac{\mathrm{LN}[1 - \frac{1500\,.\,0{,}03}{170{,}72\,.\,(1+0{,}03)}]}{\mathrm{LN}\,(1+0{,}03)}\right\}$$

n= 10

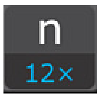
Comandos na HP 12C

1º Acionar a função BEGIN

1500 

170,72 

3 



10

d) Quando se quer saber a taxa de juros aproximada

$$\mathbf{i=}\ \frac{\boldsymbol{PMT}}{\boldsymbol{PV-PMT}} - \frac{\boldsymbol{PV-PMT}}{\boldsymbol{PMT.(\,n-1)^2}}$$

Sendo:

PV= Valor Presente

PMT= Valor da Parcela

i= Taxa de juros da operação

n= Tempo da operação

E24. (HOJI, 2016) Sabemos que o valor presente de um certo objeto é R$ 1.667,86, a prestação é R$ 100,00 e o número de prestações é 20. Qual seria a taxa de juros da série?

$$i = \frac{100}{1.667{,}86 - 100} - \frac{1.667{,}86 - 100}{100.(20-1)^2}$$

i= 2,0% aproximadamente

Comandos na HP 12C

1º Acionar a função BEGIN

1667,86 CHS (DATE) PV (CFo)

100,00 PMT (CFj)

20 n (12×)

i (12÷) 2,00

2.6 AUTONOMIA PROCEDIMENTAL- METODOLÓGICA

Baseando-se em dados reais, elabore e resolva um problema que envolva Séries Uniformes Antecipadas de Pagamentos.

Agora vamos analisar os dados, as variáveis e a materialização do problema por você elaborado, identificando se o modelo matemático utilizado foi correto.

Até aqui aprendemos a calcular Séries Uniforme de Pagamentos tanto Postecipadas como Antecipadas. No entanto chega o momento de conhecer quais os procedimentos quando as séries não são Uniformes. Vamos conhecer um novo conteúdo?

Figura 5 - Conhecimento

Fonte: Feepik.com

2.7 INTERMEDIAÇÃO I

Antes de iniciarmos este novo tópico, vamos identificar o conhecimento prévio existente a respeito de Séries de Pagamento quando não são Uniformes ou seja, são Diferidas. Com este intuito o problema P11 será por vocês resolvido, conforme demonstrado a seguir. A atividade pode ser realizada em equipe com 3 pessoas.

NOME:____DATA:_____/____/____
PROFESSOR:___________________________________TURMA:____________

Leia atentamente as instruções abaixo antes de começar!

- ✓ Preencher os dados de identificação. Utilizar caneta azul para resposta.
- ✓ A atividade deve ser entregue ao final da primeira aula.
- ✓ Não é permitido uso de aparelho celular, calculadora, bem como o acesso a Internet.
- ✓ A atividade deve ser feita em equipe com 3 alunos.
- ✓ Não é permitido comunicação entre as equipes.

P11. Vamos supor que não se conhece o valor de uma mercadoria caso fosse paga a vista, no entanto se sabe que o valor da prestação é de R$ 100,00, a ser pago em 20 vezes com uma taxa mensal de 2% a.m e com carência de 2 meses. Qual o valor presente dessa operação?

Vamos pensar um pouco?

- ✓ O Problema apresenta o tipo de operação?
- ✓ Quais os dados disponíveis?
- ✓ Você já realizou uma operação financeira com carência por período?
- ✓ Será que é possível utilizar de fórmulas e calculadoras para a resolução desse problema?
- ✓ No dia a dia, será que operações desse tipo são de fácil resolução? Qual a resposta que o Problema procura?
- ✓ Qual a importância deste conteúdo?

Agora, pesquise a possível fórmula ou meios que podem ser utilizados para a resolução desse problema. Podem ser feitas pesquisas em livros físicos e/ou virtuais e ainda em plataformas digitais disponíveis. É permitido também o uso de calculadoras. Com essas informações, tente resolvê-lo agora.

Agora vamos resolvê-lo juntos?

P11.1 Vamos supor que não se conhece o valor de uma mercadoria caso fosse paga a vista, no entanto se sabe que o valor da prestação é de R$ 100,00, a ser pago em 20 vezes com uma taxa mensal de 2% a.m e com carência de 2 meses. Qual o valor presente dessa operação?

Fórmula algébrica para o cálculo de Séries Diferidas de Pagamentos – Valor Presente

$$PV = PMT.\left[\frac{(1+i)^{n} - 1}{(1+i)^{n+ca} \, . \, i}\right]$$

Sendo:

PV = Valor Presente

PMT= Valor da Prestação

i= Taxa de Juros

n= Tempo da Operação

ca= Período de carência

ou,

PV= ?

PMT= R$ 100,00

i= 2% a.m / 100= 0,02

n= 20 meses

ca= 2

$$PV = 100.\left[\frac{(1+0,02)^{20} - 1}{(1+0,02)^{20+2} \, . \, 0,02}\right]$$

PV= **1.571,63**

Comandos na HP 12C

g 8 END

100 CHS DATE PMT CFj

20 n 12×

2 **i** (12÷)

PV (CFo) **CHS** (DATE) **FV** (Nj)

2 **n** (12×)

0 **PMT** (CFj)

PV (CFo) **1.571,63**

Levando em consideração a importância deste conteúdo, vamos aprender mais um pouco sobre Séries Diferidas de Pagamentos?

2.8 INTERMEDIAÇÃO II

SÉRIES DIFERIDAS DE PAGAMENTO

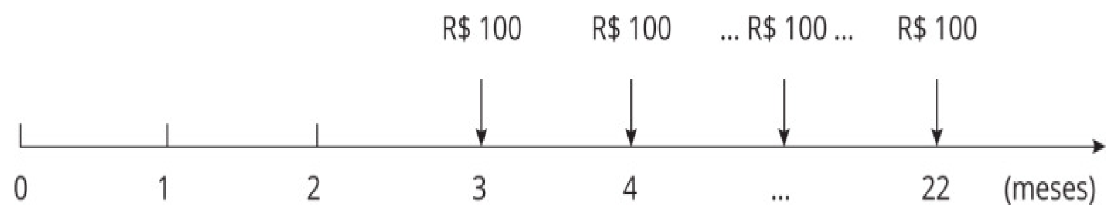
Duração: 2 aulas
Objetivos: Ensinar a resolver problemas que utilizam o cálculo de Séries Diferidas de Pagamentos.

Antes de darmos início à resolução dos exercícios, vamos conhecer um pouco mais sobre conceito de Séries Diferidas de Pagamentos:

- ✓ De acordo com Hoji (2016), quando a série uniforme de pagamentos se inicia após o período de carência, temos a série uniforme diferida. Abaixo temos a representação de uma série com 20 pagamentos que ocorrem entre os períodos 3 e 22.
- ✓ Como o período é mensal, temos dois meses de carência

com 20 pagamentos mensais postecipados".

Figura 6 – Fluxo de Caixa



Fonte: Hoji (2016)

- ✓ Com base nesse fluxo de caixa representado peça Figura 6, pode-se calcular o Valor Presente, Valor das Prestações e Número de Prestações de uma série de Pagamentos Diferida.
- ✓ Lembrando que "ca" representa o período de carência.

a) Quando se quer saber o Valor Presente

$$\mathrm{PV} = \mathrm{PMT}.\left[\frac{(1+i)^{n} - 1}{(1+i)^{n+ca} \cdot i}\right]$$

Sendo:

PV = Valor Presente

PMT= Valor da Prestação

i= Taxa de Juros

n= Tempo da Operação

ca= Período de carência

E25. Vamos supor que não se conhece o valor de uma mercadoria caso fosse paga a vista, no entanto se sabe que o valor da prestação é de R$ 500,00, a ser pago em 15 vezes com uma taxa mensal de 2% a.m e com carência de 2 meses. Qual o valor presente dessa operação?

PV= ?

PMT= R$ 500,00

i= 2% a.m / 100= 0,02

n= 15 meses

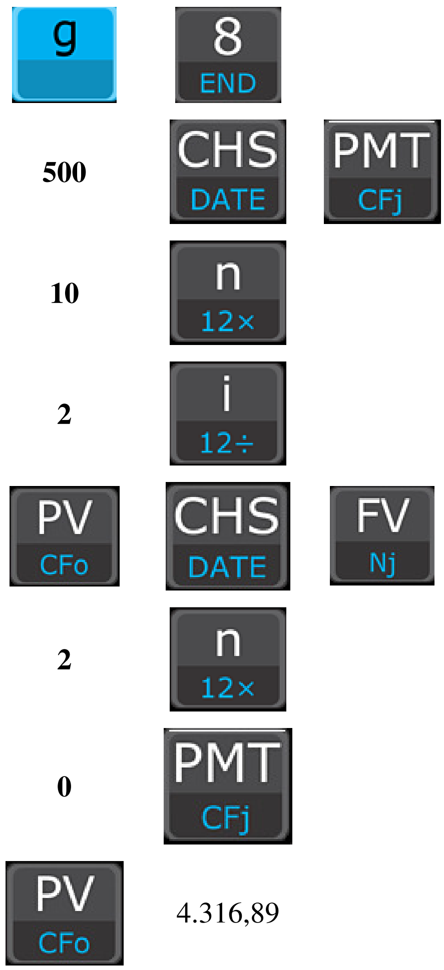
ca= 2

Fórmula Algébrica para o Cálculo do Valor Presente

$$PV = 500.\left[\frac{(1+0,02)^{15} - 1}{(1+0,02)^{15+2} \,.\, 0,02}\right]$$

PV= 4.316,89

Comandos na HP 12C



b) Quando se quer saber o valor da Prestação

$$\text{PMT} = \text{PV}.[\frac{(1+i)^{n+ca} \, . \, i}{(1+i)^{n} - 1}]$$

Sendo:

PV = Valor Presente

PMT= Valor da Prestação

i= Taxa de Juros

n= Tempo da Operação

ca= Período de carência

E26. Imaginemos que certo produto tenha sido comercializado por R$ 12.000,00, no entanto foi parcelado em 20 meses a uma taxa de 2% a.m, com carência de 6 meses. Desta forma a indagação é acerca do valor a ser pago mensalmente?

PV= R$ 12.000,00

PMT= ?

i= 2% a.m / 100 = 0,02

n= 20

ca= 6

Fórmula Algébrica para o cálculo do valor da Prestação

$$\text{PMT} = 12000.[\frac{(1+0{,}02)^{20+6} \, . \, 0{,}02}{(1+0{,}02)^{20} - 1}]$$

PMT= R$ 826,47

Comandos na HP 12C

12000 

6 

2 i 12÷

FV Nj **13.513,95** CHS DATE PV CFo

0 FV Nj

20 n 12×

2 i 12÷

PMT CFj **826,47**

c) Quando se quer saber o número de prestações

$$n = -\left\{ -\frac{LN[1 - \dfrac{\mathrm{PV.i}(1+i)^{ca}}{PMT}]}{\mathrm{LN}\ (1+\mathrm{i})} \right\}$$

Sendo:

PV = Valor Presente

PMT= Valor da Prestação

i= Taxa de Juros

n= Tempo da Operação

ca= Período de carência

LN= Função logaritmo

E27. Quantas prestações são necessárias para que um empréstimo no valor de R$ 1.571,63 seja pago sendo que o valor a ser pago por período é de R$ 100,00, que a taxa de juros do período é de 2% a.m e que se tem 2 meses de carência?

PV= R$ 1.571,63

PMT= R$ 100,00

i= 2% a.m / 100 = 0,02

n=?

ca= 2

Fórmula Algébrica para o Cálculo do número de prestações

$$n = -\left\{ -\frac{LN\left[1 - \frac{1.571,63\ .\ 0,02(1+0,02)^{2}}{100}\right]}{\mathrm{LN}\ (1+0,02)} \right\}$$

n= 19,99 aproximadamente 20 meses

Comandos na HP 12C

1.571,63	CHS / DATE	PV / CFo
100	PMT / CFj	
2	i / 12÷	
n / 12×	**20**	

2.9 AUTONOMIA PROCEDIMENTAL - METODOLÓGICA

Baseando-se em dados reais, elabore e resolva um problema que envolva Séries Diferidas de Pagamento. É importante que descreva o passo a passo para o cálculo de forma algébrica e também com o uso da calculadora HP 12C.

Agora vamos analisar os dados, as variáveis e a materialização do problema por você elaborado, identificando se o modelo matemático utilizado foi correto.

Com o intuito de complementar o conteúdo apresentado na Unidade II, a seguir problemas para fixação do conteúdo.

P12. Qual o valor da parcela de uma TV que foi comercializada por R$ 2.500,00 parcelada em 10 prestações mensais a uma taxa de juros de 1,5% a.m, com carência de 2 meses?

P13. Qual seria o Valor Presente de um empréstimo que foi feito em 10 parcelas de R$ 250,00 a uma taxa de 0,8% a.m, com carência de 3 meses?

Obs. Os resultados dos problemas P12 e P13 encontra-se no final desta SD.

UNIDADE 3

Duração: Até 10 aulas.

Objetivos: Ensinar conteúdos relacionados aos principais Sistemas de Amortização existentes, falando a respeito do processo de extinção de uma dívida através de pagamentos periódicos, que são realizados em função de um planejamento, de modo que cada prestação corresponda à soma do reembolso do capital ou do pagamento de juros do saldo devedor.

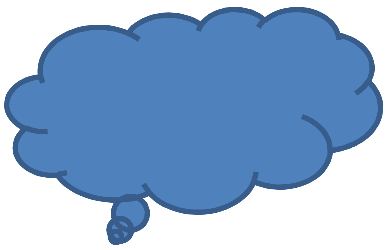
Conteúdo Programático: Sistema de Amortização Constante (SAC), Sistema de Amortização Francês (PRICE).

Objetivos da atividade avaliativa: Durante as etapas da sequência didática podem ser realizadas atividades avaliativas diagnósticas, formativas e somativas com o objetivo de identificar o conhecimento prévio, para orientar o processo de ensino e viabilizar a possibilidade de troca de conteúdo ou retomada dele.

3.1 INTERMEDIAÇÃO I

Neste primeiro momento da Unidade, mesmo que ainda não tenham contato com o conteúdo, é interessante que façam uma atividade com o objetivo de diagnosticar o conhecimento prévio existente sobre a temática. A seguir resolva o problema P14, lembrando que a atividade deve ser feita em equipe com até 3 alunos.

Figura 7 – Vamos pensar um pouco?



Fonte: Freepik.com

NOME:_______________________________________DATA:_____/____/____
PROFESSOR:__________________________________TURMA:____________

Leia atentamente as instruções abaixo antes de começar!

- ✓ Preencher os dados de identificação. Utilizar caneta azul para resposta.
- ✓ A atividade deve ser entregue ao final da primeira aula. A atividade deve ser feita em equipe com 3 alunos.
- ✓ Não é permitido comunicação entre as equipes.
- ✓ Não é permitido uso de aparelho celular, calculadora, bem como o acesso a Internet.

P14. Certo empréstimo no valor R$ 150.000,00 foi feito no Banco A.B Banco que utiliza o Sistema de Amortização Francês para amortização do saldo devedor. Levando em consideração que a taxa de juros da operação é de 10% a.a e que as amortizações serão feitas em um único pagamento anual, por um período de 5 anos, verifique o valor da parcela bem como o montante de juros pagos no final.

Vamos pensar um pouco?

- ✓ O Problema apresenta o tipo de operação?
- ✓ Quais os dados disponíveis?
- ✓ Você já realizou operações financeiras que envolvam sistemas de amortização?
- ✓ Qual a importância deste conteúdo?
- ✓ Será possível o uso de fórmulas e calculadoras para a solução deste problema?
- ✓ Qual a resposta que o Problema procura?

Agora, pesquise a possível fórmula ou meios que podem ser utilizados para a resolução desse problema. Podem ser feitas pesquisas em livros físicos e/ou virtuais e ainda em plataformas digitais disponíveis. É permitido também o uso de calculadoras. Com essas informações, tente resolvê-lo agora.

Agora vamos resolvê-lo juntos?

P14.1. Certo empréstimo no valor R$ 150.000,00 foi feito no Banco A.B Banco que utiliza o Sistema de Amortização Francês para amortização do saldo devedor. Levando em consideração que a taxa de juros da operação é de 10% a.a e que as amortizações serão feitas em um único pagamento anual, por um período de 5 anos, verifique o valor da parcela bem como o montante de juros pagos no final.

Fórmula algébrica para o cálculo de Sistema Francês de Amortização- PRICE – Valor da Parcela

$$\mathbf{PMT = PV.}\ \left[\frac{(1+i)^{n}.\ i}{(1+i)^{n}-\ 1}\right]$$

Sendo:

PV= Valor Presente

PMT= Valor da Parcela

i= Taxa de juros

n= Tempo da Operação

ou,

PMT= ?

PV= 150.000,00

i= 10% a.a / 100 = 0,10

n= 5

$$\mathrm{PMT} = 150.000{,}00\ .\ \left[\frac{(1+0{,}10)^{5}.\ 0{,}10}{(1+0{,}10)^{5}-\ 1}\right]$$

PMT= R$ 39.569,62

Comandos na HP 12C

150000	CHS DATE	PV CFo
5	n 12×	
10	i 12÷	
PMT CFj	**39.569,62**	

Construindo a Tabela PRICE de forma algébrica

Na tabela, sendo: n= período; ASD= Amortização do Saldo Devedor; PMT= Pagamento e SD= Saldo devedor.

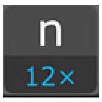
n	Juros	ASD	PMT	SD
0	0	0	0	150.000,00
1	15.000,00	24.569,62	*39.569,62*	125.430,38
2	12.543,03	27.026,59	*39.569,62*	98.403,79
3	9.840,38	29.729,24	*39.569,62*	68.674,55
4	6.867,45	32.702,17	*39.569,62*	35.972,38
5	3.597,23	35.972,38	*39.569,62*	0
TOTAL	**47.848,10**	**150.000,00**	**197.848,10**	

Tabela 1 – Sistema PRICE de Amortização

Fonte: autora (2019)

Comandos na HP 12C para a construção da Tabela PRICE

150000 

5 

10 

39.569,62

1 f AMORT 15.000,00 $x \gtrless y$ 24.569,62 RCL PV – 125.430,38

1 f AMORT 12.543,03 $x \gtrless y$ 27.026,59 RCL PV - 98.403,79

1 f AMORT 9.840,38 $x \gtrless y$ 29.729,24 RCL PV - 68.674,55

1 f AMORT 6.867,45 $x \gtrless y$ 32.702,17 RCL PV - 35.972,38

1 f AMORT 3.597,23 $x \gtrless y$ 35.972,38 RCL PV 0,0

Neste momento percebemos o quanto é importante saber realizar uma operação financeira utilizando o Sistema de PRICE de Amortização. Sendo assim, a partir de agora vamos aprender um pouco mais sobre esse conteúdo.

3.2 INTERMEDIAÇÃO II

SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO FRANCÊS – PRICE

Duração: 5 aulas

Objetivos: Ensinar a resolver problemas que utilizam o Sistema PRICE de Amortização.

Antes de darmos início a resolução dos exercícios, vamos conhecer um pouco mais sobre conceito de Sistema PRICE de Amortização.

- ✓ No Sistema de Amortização Francês, as prestações são iguais entre si, periódicas e calculadas de tal modo que uma parte paga os juros e a outra o principal.
- ✓ A dívida fica completamente saldada na última prestação.
- ✓ Devem ser resolvidos dois problemas: um para calcular a prestação e outro para identificar os juros da operação.

a) Quando se quer saber o valor da Parcela no PRICE

$$\mathbf{PMT = PV.\ [\frac{(1+\mathit{i})^{\mathit{n}}.\ \mathit{i}}{(1+\mathit{i})^{\mathit{n}} - 1}]}$$

Sendo:

PV= Valor Presente

PMT= Valor da Parcela

i= Taxa de juros

n= Tempo da Operação

E28. Um cliente fez um financiamento de um veículo no valor de R$ 50.000,00 para ser pago em 6 meses a uma taxa de 2,3% a.m. Sabendo-se que o sistema de amortização utilizado pela financeira é o PRICE, veja o valor a ser pago ao mês e ainda veja quanto de juros foi acumulado ao longo do período.

Sendo:

PMT= ?

PV= R$ 50.000,00

i= 2,3% a.m / 100 = 0,023

n= 6

Fórmula Algébrica para o cálculo do Valor da Parcela

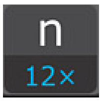
$$\mathrm{PMT} = 50.000{,}00.\ [\frac{(1+0{,}023)^{6}.\ 0{,}023}{(1+0{,}023)^{6} - 1}]$$

PMT= 9.016,87

Comandos na HP 12C

50000 

2,3 

6 

9.016,87

Fórmula Algébrica para a construção da Tabela PRICE

n	Juros	ASD	PMT	SD
0	0	0	0	50.000,00
1	1.150,00	7.866,87	*9.016,87*	42.133,13
2	969,09	8.047,81	*9.016,87*	34.085,32
3	783,96	8.232,91	*9.016,87*	25.852,41
4	594,61	8.422,26	*9.016,87*	17.430,15
5	400,89	8.615,98	*9.016,87*	8.814,17
6	202,73	8.814,17	*9.016,87*	0
TOTAL	**4.101,22**	**50.000,00**	**54.101,22**	

Tabela 2 – Sistema PRICE de Amortização

Fonte: autora (2019)

Comandos na HP 12C para a construção da Tabela PRICE

50000 

2,3 i

6 n

PMT **9.016,87**

1 f AMORT 1.150,00 x≷y 7.866,87 RCL PV - 42.133,13

1 f AMORT 969,09 x≷y 8.047,81 RCL PV - 34.085,32

1 f AMORT 783,96 x≷y 8.232,91 RCL PV - 25.852,41

1 f AMORT 594,61 x≷y 8.422,26 RCL PV - 17.430,15

1 f AMORT 400,89 x≷y 8.615,98 RCL PV - 8.814,17

1 f AMORT 202,73 x≷y 8.814,17 RCL PV – 0,00

3.3 AUTONOMIA PROCEDIMENTAL - METODOLÓGICA

Baseando-se em dados reais, elabore e resolva um problema que envolva Sistema PRICE de Amortização, construindo a Tabela. É importante que descreva o passo a passo tanto para o cálculo de forma algébrica, quanto com a calculadora HP 12C.

Agora vamos analisar os dados, as variáveis e a materialização do problema por você elaborado, identificando se o modelo matemático utilizado foi correto.

Até aqui nesta Unidade, falamos a respeito do Sistema PRICE de amortização. A partir deste momento, passamos a tratar do Sistema de Amortização Constante – SAC.

3.4 INTERMEDIAÇÃO I

Com o intuito de identificar o conhecimento prévio a respeito do próximo conteúdo, a seguir resolva o problema P15, lembrando que a atividade deve ser feita em equipe com até 3 alunos.

NOME:____DATA:_____/____/____
PROFESSOR:_____________________________________TURMA:____________

Leia atentamente as instruções abaixo antes de começar!

- ✓ Preencher os dados de identificação. Utilizar caneta azul para resposta.
- ✓ A atividade deve ser entregue ao final da primeira aula.
- ✓ Não é permitido uso de aparelho celular, calculadora, bem como o acesso a Internet.
- ✓ A atividade dever ser realizada em equipe com 3 alunos.
- ✓ Não é permitido comunicação entre as equipes.

P15. Um cliente fez um financiamento de um veículo no valor de R$ 50.000,00 para ser pago em 6 meses a uma taxa de 2,3% a.m. Sabendo-se que o sistema de amortização utilizado pela financeira é o SAC, veja o valor a ser pago ao mês e ainda veja quanto de juros foi acumulado ao longo do período.

Vamos pensar um pouco?

- ✓ O problema apresenta o tipo de operação?
- ✓ Quais os dados disponíveis?
- ✓ Você já realizou alguma operação financeira que envolva o SAC?
- ✓ Qual a resposta que o problema procura?
- ✓ No dia a dia, a resolução desse problema pode ser complicada?
- ✓ Você acredita que este conteúdo seja importante?

Agora, pesquise a possível fórmula ou meios que possam ser utilizados para a resolução desse problema. Podem ser feitas pesquisas em livros físicos e/ou virtuais e ainda em plataformas digitais disponíveis. É permitido também o uso de calculadoras. Com essas informações, tente resolvê-lo novamente.

Agora vamos resolvê-lo juntos?

P15.1 Um cliente fez um financiamento de um veículo no valor de R$ 50.000,00 para ser pago em 6 meses a uma taxa de 2,3% a.m. Sabendo-se que o sistema de amortização utilizado pela financeira é o SAC, veja o valor a ser pago ao mês e ainda veja quanto de juros foi acumulado ao longo do período.

Fórmula algébrica para o cálculo de Sistema de Amortização – Amortização do Saldo Devedor

$$\textbf{ASD}= \frac{PV}{n}$$

Sendo:

ASD= Amortização do Saldo Devedor

PV= Valor Presente

n= Prazo da Operação

$$\text{ASD}=\frac{50.000,00}{6}$$

ASD= R$ 8.333,33

Observação: A coluna ASD será constante com o valor de R$ 8.333,33

Fórmula algébrica para o cálculo de Sistema de Amortização - Saldo Devedor

SD= SD – ASD

Sendo:

SD= Saldo Devedor

ASD= Amortização do Saldo Devedor

SD1= 50.000,00 – 8.333,33

SD2= 41.666,67 – 8.333,33

SD3= 33.333,34 – 8.333,33

SD4= 25.000,01 – 8.333,33

SD5= 16.666,68 – 8.333,33

SD6= 8.333,33 – 8.333,33

SD= 0,00

Fórmula algébrica para o cálculo de Sistema de Amortização – juros

J= SD * i

Sendo:

J= Juros

SD= Saldo Devedor

i= Taxa de juros

i 1 = 50000 * 0,023 = 1.150,00

i 2= 41.666,67 * 0,023 = 958,33

i 3= 33.333,34 * 0,023 = 766,66

i 4= 25.000,01 * 0,023 = 575,00

i 5= 16.666,68 * 0,023 = 383,33

i 6= 8.333,33 * 0,023 = 191,67

Fórmula algébrica para o cálculo de Sistema de Amortização – Prestação

PMT = ASD + J

Sendo:

PTM= Valor da Parcela

ASD= Amortização do Saldo Devedor

J= juros

PMT 1 = 8.333,33 + 1.150,00= 9.483,33

PMT 2 = 8.333,33 + 958,33 = 9.291,66

PMT 3 = 8.333,33 + 766,66 = 9.099,99

PMT 4 = 8.333,33 + 575,00 = 8.908,33

PMT 5 = 8.333,33 + 383,33 = 8.716,66

PMT 6 = 8.333,33 + 191,67 = 8.525,00

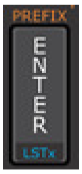
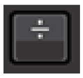
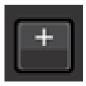
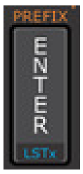
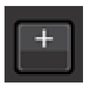
Calculando a Tabela SAC com os dados acima:

n	Juros	ASD	PMT	SD
0	0	0	0	50.000,00
1	1.150,00	8.333,33	9.483,33	41.666,67
2	958,33	8.333,33	9.291,66	33.333,34
3	766,66	8.333,33	9.099,99	25.000,01
4	575,00	8.333,33	8.908,33	16.666,68
5	383,33	8.333,33	8.716,66	8.333,35
6	191,67	8.333,35	8.525,02	0
TOTAL	**4.024,99**	**50.000,00**	**54.024,99**	

Tabela 3 – Sistema SAC de Amortização

Fonte: autora(2019)

Comandos na HP 12C para a construção da Tabela SAC

50000		2,3		1150
	6		8333,33	
9483,33	50000		8333,33	
41666,67	2,3		958,33	8333,33
9291,66		8333,33		33333,34
2,3		766,66	8333,33	
9099,99		8333,33		25000,01

2,3	%	575,00	8333,33	+
8908,33	x≷y	8333,33	−	16666,68
2,3	%	383,33	8333,33	+
8716,66	x≷y	8333,33	−	8333,35
2,3	%	191,67	8333,33	+
8525,00	x≷y	8333,35	0	

3.5 INTERMEDIAÇÃO II

SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE – SAC

Duração: 5 aulas

Objetivos: Ensinar a resolver problemas que utilizam o Sistema SAC de Amortização.

Antes de darmos início a resolução dos exercícios, vamos conhecer um pouco mais sobre conceito de Sistema SAC de Amortização.

- ✓ Neste Sistema, as parcelas de amortização são iguais entre si.
- ✓ Os juros são calculados, a cada período, multiplicando-se a taxa de juros contratada pelo saldo devedor existente no período anterior.
- ✓ O valor da amortização é calculado através da divisão entre o capital inicial e o número de prestações a serem pagas.

- ✓ As prestações são continuamente decrescentes. (SAADI; SILVA, 2016 p. 61)

É importante fazer algumas observações:

- Os juros são obtidos sobre o saldo devedor anterior ao período de apuração do resultado.

- A prestação é a soma da amortização aos juros calculados no período.

- O saldo devedor é a diferença entre o saldo devedor anterior e a amortização.

E29. (CAMARGOS, 2013) Um empréstimo de R$ 10.000 foi contratado com juros de 12,5% a.a. em uma instituição financeira para ser pago em cinco parcelas pelo Sistema de Amortização Constante (SAC). Pede-se fazer o demonstrativo da evolução da dívida, mostrando o valor da parcela, o valor dos juros, o valor da amortização e do saldo devedor ao final de cada período.

$$\textbf{ASD} = \frac{\boldsymbol{PV}}{\boldsymbol{n}}$$

$$\text{ASD} = \frac{10000}{5}$$

ASD= 2.000,00

Calculando a Tabela SAC com os dados acima:

Tabela 4 – Sistema SAC de Amortização

n	Juros	ASD	PMT	SD
0				10000
1	1250	2000	3250	8000
2	1000	2000	3000	6000
3	750	2000	2750	4000
4	500	2000	2500	2000
5	250	2000	2250	0
TOTAL	**3750,00**	**10000**	**13750,00**	

Fonte: autora (2019)

3.6 AUTONOMIA PROCEDIMENTAL - METODOLÓGICA

Baseando-se em dados reais, elabore e resolva um problema que envolva Sistema SAC de Amortização, construindo a Tabela.

Agora vamos analisar os dados, as variáveis e a materialização do problema por você elaborado, identificando se o modelo matemático utilizado foi correto.

Com o intuito de aprimorar o conteúdo apresentado na Unidade 3, a seguir problema para fixação do conteúdo.

P16. Uma empresa solicita um empréstimo no valor de R$ 25.000,00 para um banco, para ser amortizado em cinco anos. Considerando uma taxa de juros de 15,25% a.a, elabore uma planilha de financiamento pelo sistema Price e SAC:

Obs. O resultado do P16 se encontra no final desta SD.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Produto Educacional aqui apresentado, foi aplicado no mês de Março de 2020, em uma Instituição privada de Ensino Superior, especificamente para os alunos do curso de Administração. A aplicação foi feita em forma de um curso, que contou com 4 encontros presenciais.

Para otimizar os trabalhos durante a aplicação, a turma foi dividida em 5 equipes com 3 alunos cada. Ao londo do curso, 40 atividades foram feitas por cada equipe, totalizando então 200 atividades para análise.

Essas atividades forma desenvolvidas, baseando-se na Abordagem Metodológica de Ensino para uma Integração Conciliadora, proposta por Luccas (2011), sendo elas: Atividades na fase do Confronto, Atividades na fase da Teorização e Atividades na fase da Atuação Investigativa.

Conforme as atividades iam sendo desenvolvidas, percebeu-se que o conteúdo ia se materializando com situações cotidianas, e os alunos tomavam gosto pelo conteúdo, dada a sua prática.

Em suma, os resultados da pesquisa extraídos da aplicação revelam uma análise favorável quanto a contribuição do produto educacional para o ensino de Matemática Financeira, visto que os alunos que demonstraram um desconhecimentos dos conteúdos na fase do Confronto, surpreenderam na autonomia adquirida na fase da Atuação Investigativa.

Referências:

ASSAF NETO, Alexandre. (2012) **Matemática Financeira e suas aplicações**. 12a ed. São Paulo: Atlas.

BRANCO, ANÍSIO COSTA CASTELO. **Matemática Financeira aplicada**. São Paulo: Pioneira Thompson, 2002.

CAMARGOS, Marcos Antonio. **Matemática Financeira: aplicada a produtos financeiros e à Análise de Investimentos**. 1º ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

CRESPO, Antônio Arnot. (2009) **Matemática Financeira Fácil**. 14a ed. São Paulo: Saraiva.

HOJI, Masakazu. **Matemática financeira: didática, objetiva e prática** / Masakazu Hoji. – 1. ed. – São Paulo: Atlas, 2016. 232 p.: il.; 23 cm.

KUHNEN, OSMAR LEONARDO. **Matemática Financeira aplicada e Análise de Investimentos**. 3. Ed. São Paulo: Atlas, 2001.

LUCCAS, Simone. **O Ensino introdutório de matemática em cursos de administração: construção de uma proposta pedagógica**. 2011. 366 f. Tese (Doutorado no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação). Universidade Estadual de Londrina, 2011.

PUCCINI, E. Coutinho. **Matemática Financeira e Análise de Investimentos**. 1. ed. UFSC, 2011.

ZABALA, Antoni. **A Prática Educativa. Como ensinar**. Tradução Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: ARTMED, 1998.

RESPOSTAS DOS PROBLEMAS

P1 e P1.2:

Se:

$$72{,}00 = C.\ 0{,}012.\ 4$$

Logo:

$$72{,}00 = 0{,}048C$$

$$C = R\$\ 1.500{,}00$$

72	ENTER	
0,012	ENTER	
4	×	1.500,00

P2:

a)

40	ENTER	
20	+	60

b)

150	ENTER	
30	−	120

c)

800 ENTER

20 ÷ **40**

d)

1500 ENTER

3 × **4500**

P3 e P3.1:

$$FV = 27.500{,}00(1 + 0{,}005)^{48}$$

FV= R$ 34.938,45

27500 CHS PV

48 n

0,5 i

FV **34.938,45**

P4 e P4.1:

$$PV = \frac{5.500{,}00}{(1+0{,}022)^{8}}$$

PV= R$ 4.621,21

D= FV – PV

D= 5.500,00 – 4.621,21

D= R$ 878,79

5500 ENTER (LSTx) CHS (DATE) FV (Nj)

2,2 i (12÷)

8 n (12×)

PV (CFo) **4621,21** CHS (DATE) **5000** + **878,79**

P5:

$$C= \frac{J}{i\,.\,n}$$

$$C= \frac{180}{0{,}015\,.3}$$

C= R$ 4.000,0

180 ENTER (LSTx)

0,015 ENTER (LSTx)

3 × **4.000,00**

P6:

$$FV = PV(1+i)^n$$

$$FV = 10.000(1+0{,}008)^{15}$$

FV= 11.269,59

10000 ENTER (LSTx)

0,8	i 12÷
15	n 12×
FV Nj	**11.269,59**

P7.

$$iq = [(1 + 0{,}28)^{\frac{30}{360}}) - 1\,]\ \text{x}\ 100$$

iq= 2,08% a.m

1	ENTER LSTx	
0,2	+	
30	ENTER LSTx	
360	÷	
Y^X √x		
1	− ←	
100	×	**2,08%a.m**

P8.

$$n = \frac{\log(\frac{FV}{PV})}{\log(1+i)}$$

$$n = \frac{\log(\frac{62000}{45000})}{\log(1+0{,}018)}$$

n= 18 meses

62000 ENTER (LSTx) CHS (DATE) FV (Nj)

45000 PV (CFo)

1,8 i (12÷)

n (12×) 18

P9 e P9.1:

$$FV = PMT \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$FV = 100 \cdot \left[\frac{(1+0,02)^5 - 1}{0,02}\right]$$

FV= R$ 520,40

100 CHS (DATE) PMT (CFj)

1,2 i (12÷)

5 n (12×)

FV (Nj) 520,40

P10 e P10.1

$$PV = 20.000 \,.\, \left[\frac{(1+0,05)^6 - 1}{(1+0,05)^{6-1} .\ 0,05}\right]$$

PV = R$ 106.589,53

g 7 (BEG)

20000 CHS DATE PMT CFj

5 i 12÷

6 n 12×

PV CFo **106.589,53**

P11 e P11.1

$$PV = 100.\left[\frac{(1+0{,}02)^{20} - 1}{(1+0{,}02)^{20+2} \cdot 0{,}02}\right]$$

PV= **1.571,63**

g 8 END

100 CHS DATE PMT CFj

20 n 12×

2 i 12÷

PV CFo CHS DATE FV Nj

2 n 12×

0 PMT CFj

PV CFo **1.571,63**

P12

$$PMT = 2500.\left[\frac{(1+0{,}015)^{10+2}\ .\ 0{,}015}{(1+0{,}015)^{10}-1}\right]$$

PMT= 279,28

2500 CHS (DATE) PV (CFo)

2 n (12×)

1,5 i (12÷)

FV (Nj) **2575,56** CHS (DATE) PV (CFo)

0 FV (Nj)

10 n (12×)

1,5 i (12÷)

PMT (CFj) **279,28**

P13.

$$PV = 250.\left[\frac{(1+0{,}008)^{10}-1}{(1+0{,}008)^{10+3}\ .\ 0{,}008}\right]$$

PV= 2.336,90

g 8 (END)

250 CHS (DATE) PMT (CFj)

10 n (12×)

0,8 i (12÷)

PV (CFo) CHS (DATE) FV (Nj)

3 n (12×)

0 PMT (CFj)

PV (CFo) 2.336,90

P14 e P14.1

$$PMT = 150.000,00 \; . \; [\frac{(1+0,10)^5 . \; 0,10}{(1+0,10)^5 - \; 1}]$$

PMT= R$ 39.569,62

150000 CHS (DATE) PV (CFo)

5 n (12×)

10 i (12÷)

PMT (CFj) 39.569,62

P15 e P15.1

PMT 1 = 8.333,33 + 1.150,00= 9.483,33

PMT 2 = 8.333,33 + 958,33 = 9.291,66

PMT 3 = 8.333,33 + 766,66 = 9.099,99

PMT 4 = 8.333,33 + 575,00 = 8.908,33

PMT 5 = 8.333,33 + 383,33 = 8.716,66

PMT 6 = 8.333,33 + 191,67 = 8.525,00

P16

PRICE

n	Juros	ASD	PMT	SD
0				
1	3812,50	3689,58	7502,08	25000
2	3249,84	4252,24	7502,08	21310,42
3	2601,37	4900,71	7502,08	17058,18
4	1854,01	5648,07	7502,08	12157,47
5	992,68	6509,40	7502,08	6509,40
TOTAL	**12510,40**	**25000,00**	**37510,40**	**0,0**

SAC

n	Juros	ASD	PMT	SD
0				
1	3812,50	5000	8812,50	25000
2	3050,00	5000	8050,00	20000
3	2287,50	5000	7287,50	15000
4	1525,00	5000	6525,00	10000
5	762,50	5000	5762,50	5000
TOTAL	**11437,50**	**25000**	**36437,50**	**0**