



Universidade Regional de Blumenau
Centro de Ciências Exatas e Naturais
Programa de Pós-Graduação em Ensino
de Ciências Naturais e Matemática



UEPS PARA O ENSINO DO CONCEITO DE LIMITE

Me. Wilson Carlos Eckl e
Dr. Élcio Schuhmacher

Caderno do Professor

Orientações para aplicação de uma UEPS
direcionada ao ensino de limite de função com uma
variável real

Blumenau
2020



Este texto está licenciado sob uma licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial 4.0 Licença Internacional. Para ver uma cópia desta licença, visite <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>.

Acesse este material no portal eduCAPES:
<http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/586375>

Ficha catalográfica elaborada por Everaldo Nunes – CRB 14/1199
Biblioteca Universitária da FURB

E19u

Eckl, Wilson Carlos, 1980-

UEPS para o ensino do conceito de limite / Wilson Carlos Eckl. - Blumenau, 2020.

54 f. : il.

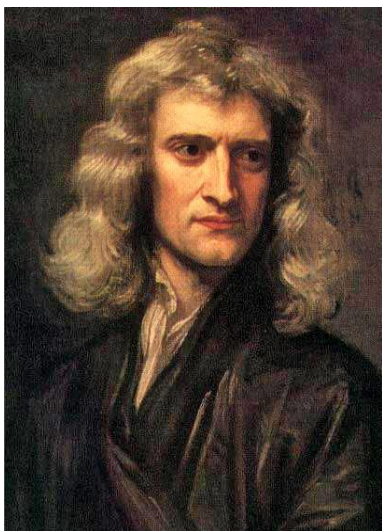
Orientador: Elcio Schuhmacher.

Produto Educacional (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau.

Bibliografia: f. 51-52.

1. Educação. 2. Matemática. 3. Matemática - Estudo e ensino. 4. Cálculo. 5. Cálculo diferencial. 6. Cálculo integral. I. Schuhmacher, Elcio, 1962-. II. Universidade Regional de Blumenau. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. III. Título.

CDD 510.7



Isaac Newton
(1643-1727)
foi um físico, astrônomo e matemático inglês, formulador das três leis do movimento e da lei da gravitação universal, além de outros trabalhos importantes, na matemática foi responsável por lançar os fundamentos do cálculo infinitesimal.

Fonte: Google, 2020.

Gottfried Wilhelm von Leibniz
(1646-1716)
foi filósofo e matemático alemão, que teve seus estudos ligados ao cálculo binário e ao cálculo diferencial e integral, que independentemente de Newton, desenvolveu o método das diferenciais.



Fonte: Google, 2020.

SUMÁRIO

CARTA AO LEITOR.....	5
1 INTRODUÇÃO.....	7
2 ETAPAS DA UEPS.....	13
3 CONSIDERAÇÕES FINAIS	49
REFERÊNCIAS	51
ANEXO A - FOLHA DE APROVAÇÃO	53

CARTA AO LEITOR

Este produto educacional é resultado da dissertação de Wilson Carlos Eckl, intitulada Ensino do Conceito de Limite: Aplicação de UEPS para Identificar Indícios de Aprendizagem Significativa com Estudantes de Ciências Contábeis, orientada pelo Dr. Élcio Schuhmacher, pertencente à linha de pesquisa Mídias e Tecnologias na Educação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau. O produto foi avaliado e aprovado em banca de defesa, pelos professores Dr. Elcio Schuhmacher, Dr. Aldo Sena de Oliveira e Dra. Renata Orlandi. O acesso a esse material pode ser realizado pela Biblioteca de Teses e Dissertações da FURB e também pelo portal de objetos educacionais eduCAPES.

É importante salientar que esse Produto Educacional foi aplicado em uma Instituição de Ensino Superior, com 44 estudantes de um curso de graduação em Ciências Contábeis.

Esse produto é classificado como um material didático e instrucional, contendo uma proposta de Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) para o ensino do conceito de limite de função com uma variável real, utilizando mídias e tecnologias de educação.

Na sequência estão descritas reflexões em torno de temas como UEPS, aspectos históricos da criação do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) e Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. E, ainda, serão apresentadas as etapas de uma UEPS, com suas respectivas atividades didáticas sequenciais, contendo orientações para suas aplicações com estudantes.

Espera-se com essa leitura, que o professor possa aplicar a UEPS com estudantes que se relacionam com conteúdos do CDI, especificamente com o conceito de limite. E, ainda, é esperado que estudantes que venham a fazer uso deste material educacional, tenham a capacidade de desenvolver indícios de aprendizagem significativa sobre tal conceito.

1 INTRODUÇÃO

O tema que gerou este produto educacional – ensino e aprendizagem de conceitos relacionados ao CDI – está centrado em pesquisas correlatas que abordam dificuldades de aprendizagem de estudantes do ensino superior, em relação ao entendimento de conhecimentos matemáticos pertinentes ao CDI, mais especificamente o conceito de limite.

Costa et al. (2016) pesquisam sobre dificuldades apresentadas por estudantes do ensino superior, quando testados com atividades focadas em passar o que compreenderam de CDI da forma escrita para a matemática simbólica. Os resultados da pesquisa mostram o problema como dificuldade epistemológica, que pede a adequação do processo de ensino.

Levando em consideração a prática para o entendimento do conceito de limite, para o estudante compreender tal conceito por aproximações sucessivas convergentes a um determinado valor, Messias e Brandember (2015), enfatizam que os estudantes preferem o entendimento pelo viés prático ao formal.

Denardi (2019) apresenta um estudo de caso com aplicação de atividades de ensino usando o *software* livre GeoGebra® para tentar suprir falhas de aprendizagem na compreensão que os estudantes têm dos conceitos matemáticos da educação básica, fundamentais para o Cálculo. As análises indicam melhorias na

compreensão dos estudantes, referente aos conhecimentos básicos para a formação do conceito de limite, inclusive.

UEPS são utilizadas como alternativa pedagógica nos campos educacionais do ensino e da aprendizagem. Boff (2017), apresenta uma pesquisa mostrando os detalhes de construção, aplicação e avaliação de uma UEPS. A aplicação ocorreu em um curso do ensino superior, para o ensino de funções, e o autor relatou sobre o uso de mapas conceituais como alternativa para proporcionar aprendizagem significativa e reduzir as dificuldades apresentadas pelos estudantes com relação aos conteúdos envolvidos.

O nível de compreensão acerca de uma questão demanda o aprofundamento da pesquisa. Então, para valorizar o produto educacional – voltado para o ensino de limite – são descritos a seguir, alguns aspectos históricos da criação do CDI.

Cientistas da História da Matemática, desde 450 a.C. até o final do século IX, se depararam com dificuldades para incutir na linha temporal da história, uma das definições mais importantes para a Matemática Diferencial, a definição formal de limite.

Zenão influenciou o pensamento de muitas gerações, seus paradoxos se comparam com as críticas do Bispo Berkeley, mais de um milênio depois, ao mostrar os paradoxos existentes nos pensamentos em torno dos princípios do cálculo infinitesimal. Os argumentos utilizados por Zenão são conflitantes e geram uma

crise na matemática grega, juntamente com a descoberta dos números irracionais. Os pensadores da época começam a questionar a exatidão da matemática, e essa crise evidencia o pensamento em torno do problema dos infinitesimais e dos incomensuráveis (EVES, 1995).

O período de crise estende-se por dimensões políticas, econômicas e sociais, segundo Eves (1995), entre a concentração de riquezas para classes dominantes e o aumento da miséria e insegurança dos pobres, pensadores como Platão e Aristóteles, estudavam filosofia e ética, podendo a Academia de Platão contar com matemáticos, como Eudoxo.

Eudoxo foi o inventor do chamado método da exaustão, considerado a resposta da escola platônica para Zenão – resolvendo a crise da matemática grega – admitindo que, se de uma grandeza pode-se subtrair uma parte não menor do que sua metade, a cada parte restante, repetindo-se o processo infinitamente, se chegará a uma grandeza menor do que qualquer outra predeterminada da mesma espécie (EVES, 2011).

De acordo com Berlingoff e Gouvea (2008), a matemática antiga finda-se basicamente nos estudos deixados por Eudoxo e, posteriormente, por Arquimedes de Siracusa (287-212 a.C.). O ocidente passa por um período de aproximadamente mil e quinhentos anos sem o aparecimento de cientistas que tenham deixado trabalhos relevantes para o Cálculo.

Nos séculos XVI e XVII, estudos científicos começam a ser realizados pelos chamados filósofos naturais, e, de acordo com Boyer (1992), outros matemáticos começam a ganhar destaque no campo da pesquisa em Geometria Analítica e CDI, a exemplo dos predecessores de Newton, que foram John Wallis (1616-1703) e Isaac Barrow (1630-1677).

Os grandes personagens do final dos anos de 1660, são Isaac Newton (1643-1727) e Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716). Berlingoff e Gouvea (2008), nos mostram que ambos foram os responsáveis pela invenção de dois métodos similares, que hoje conhecemos como CDI, e, que para Newton era o método da fluxões e para Leibniz o método das diferenciais.

Newton e Leibniz foram os nomes que marcaram a história do Cálculo. Mesmo não tendo entendimento pleno do que estavam inventando, expuseram conhecimento sobre o assunto e conseguiram mostrar a aplicabilidade do cálculo, devido aos métodos que desenvolveram (BOYER, 1992).

No século XIX, a matemática passa por inúmeros avanços, segundo Boyer (1992), foram importantes as contribuições de Louis Cauchy (1789-1857) para a formalização rigorosa do CDI, ainda carentes de precisão, mas já oferecendo melhor entendimento. O conceito de limite com forma e rigor definitivos, sob a elegância e precisão da definição via épsilon delta, vem com Karl Weierstrass (1815-1897).

Considerando que o CDI têm um histórico com mais de dois mil anos de construção e que as reflexões apresentadas sobre o ensino e a aprendizagem de CDI transparecem alguma preocupação com o tema e reportam a recorrentes ideias acerca de dificuldades de aprendizagem dos estudantes, entende-se que é justificável a continuidade de pesquisas que apresentem diferentes propostas de estratégias pedagógicas de ensino, embasadas por teorias educacionais de aprendizagem. Isso se justifica em razão de que essas investigações contribuirão para ampliar os materiais de produção bibliográfica e para propor materiais educacionais a serem utilizados pelos professores em suas aulas.

O produto educacional apresentado está relacionado à problemática acerca do ensino e da aprendizagem, desse modo, na sequência estão tecidas reflexões relacionadas à Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de David Paul Ausubel.

A aprendizagem significativa pode ser compreendida, de acordo com Moreira (2011, p. 41), como “[...] uma teoria sobre a aquisição, com significados, de corpos organizados de conhecimento em situação formal de ensino.”.

O processo da aprendizagem significativa ou assimilação ausubeliana, parte do conhecimento que o indivíduo já possui (subsunçor), para, então, inserir um novo conhecimento de maneira que este interaja com o subsunçor, gerando um produto dessa interação. A partir disso, ambos sofrem modificações e têm

como propriedade básica a dissociabilidade, que proporciona um processo de obliteração (esquecimento) de partes do novo conhecimento, resultando em um subsunçor modificado (MOREIRA, 2011).

A teoria admite que o conhecimento prévio que o indivíduo possui em sua estrutura cognitiva é uma das principais características, senão a principal, para o desenvolvimento da aprendizagem significativa.

A partir da pluralidade de reflexões expostas no presente texto – girando em torno de ponderações realizadas acerca dos processos de ensino e aprendizagem – apresenta-se este produto educacional para a aplicação de uma UEPS, composta por uma sequência de atividades didáticas formuladas com base na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Paul Ausubel, para ser utilizada pelo professor como estratégia pedagógica para o ensino do conceito de limite de função com uma variável real, com o objetivo geral de avaliar os possíveis indícios de aprendizagem significativa dos estudantes, em relação ao conceito de limite.

2 ETAPAS DA UEPS

A UEPS está constituída por cinco etapas, nas quais são sugeridas atividades didáticas que podem ser aplicadas com estudantes do ensino superior, em disciplinas que contemplem os conteúdos de CDI.

A aplicação da UEPS pode ser realizada em sala de aula (laboratório de informática) e recomenda-se que os estudantes sejam organizados em grupos de estudos não-fixos de integrantes, ou seja, que possibilite a rotatividade dos componentes.

Como repositório de materiais educacionais a serem utilizados durante a aplicação, indica-se a criação de uma turma pelo aplicativo “*Google Sala de Aula*”, disponibilizado gratuitamente pela *Google*. O recurso tecnológico é um facilitador no processo de ensino e aprendizagem.

As atividades didáticas são compostas por enunciados de problemas matemáticos e questionários construídos com a ferramenta “*Google Forms*”, ou ainda, em alguns casos, em material entregue impresso. Algumas das atividades envolvem material teórico referente à história do CDI.

Indica-se organizar e aplicar as atividades, seguindo uma linha didática sequencial e oportunizando momentos para discussões, explanação de ideias com apresentações orais, resoluções individuais e coletivas e intervenções realizadas pelo

professor da disciplina. Recomenda-se utilizar recursos tecnológicos para os cálculos e traçados gráficos (planilha eletrônica e *software* gráfico), disponibilizando aos estudantes os computadores do laboratório e indicando instalar os aplicativos em seus próprios dispositivos móveis.

Os materiais educacionais recomendados para serem aplicados são: questionários; apresentações de conteúdos em slides (*google drive*); materiais de produção bibliográfica disponíveis em revistas eletrônicas; *sites* de conteúdos relacionados às disciplinas e ao objeto de estudo; atividades para resolução de problemas; textos relacionados à história do CDI; mapa conceitual para apresentação do conteúdo programático; *gif* animado; atividades impressas e tutoriais instrucionais para resolução de problemas (*feedback* com resoluções de atividades aplicadas).

A seguir, são apresentadas as etapas da UEPS planejada para ser utilizada pelo professor, como estratégia pedagógica de ensino do conceito de limite de função com uma variável real.

Etapas 1: Identificação e descrição dos primeiros subsunçores

Na primeira etapa¹, inicialmente, indica-se disponibilizar aos estudantes o acesso à notícias de revistas eletrônicas, para que os mesmos realizem leituras. Em seguida, deve-se aplicar um pré-teste aos estudantes, para a identificação de seus subsunçores

¹ A atividade pode ser disponibilizada na turma criada no *Google Sala de Aula*.

(informações matemáticas nas notícias). O objetivo da aplicação dessa atividade, é descrever os conhecimentos prévios dos estudantes, relacionados a conhecimentos básicos de matemática.

Atividade

Número de aulas para aplicação: 4 (com *feedback*)

Enunciado: preencha o formulário *google* disponibilizado no *Google* Sala de Aula.

Enunciado 1: Você recebeu um número que representa uma página da revista “Fato Gerador”. Leia a notícia que está na página referente ao seu número e escreva aqui um comentário de opinião, uma crítica ou uma simples interpretação sobre a leitura.

Acesse a revista Fato Gerador, da Receita Federal, em sua 16.^a Edição, pelo link:

<https://receita.economia.gov.br/publicacoes/revista-fato-gerador/fg-16ed-web.pdf>

Enunciado 2: Escreva o que você identificou de informações matemáticas na notícia.

Enunciado 3: Você conhece o site do CRC/PR?

Sim

Não

Enunciado 4: Assista o vídeo da descrição, para conhecer um pouco sobre o profissional que você deseja se tornar! Indique sua satisfação.

Link: https://www.youtube.com/watch?v=XOdPF_W7FJg&pbjreload=10

Não gostei

Gostei de conhecer sobre minha profissão

Quero conhecer mais fontes que tragam informações para minha formação profissional

A partir dos conteúdos matemáticos contemplados nas notícias da revista, indica-se a organização de categorias para

analisar os possíveis subsunçores dos estudantes, presentes em suas respostas ao pré-teste. Algumas categorias indicadas são: representação de valores numéricos; símbolos e unidades numéricas de medidas e representação de dados em tabelas e gráficos.

Após a identificação e descrição dos subsunçores sobre conhecimentos básicos de matemática, recomenda-se realizar uma explanação complementar (*feedback*) aos estudantes e aplicar atividades didáticas como organizadores prévios (usando tecnologia) visando o conteúdo de funções.

Recomenda-se atividades² de interpretação e resolução de situações-problemas³, em nível crescente de dificuldade e apresentadas de maneira mais ampla e generalizadora. Devem contemplar conhecimentos básicos ao entendimento do conceito de função e servir como ancoradouro para a aprendizagem dos novos conhecimentos.

Atividade

Número de aulas para aplicação: 8

Enunciado: as atividades devem ser resolvidas com uso de planilhas de cálculo ou *software* gráfico.

² Disponibilizadas na turma criada no *Google* Sala de Aula.

³ As atividades foram retiradas da seguinte referência: LARSON, R. E. et al. **Cálculo com Aplicações**. 4 ed. trad. Alfredo Alves de Farias. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos S.A., 1998, 711 p.

Enunciado 1: Um estudo foi conduzido por um vendedor a varejo para determinar a relação entre os gastos semanais com publicidade e as vendas. Os seguintes dados foram registrados:

Gastos com publicidade (R\$)	Vendas (R\$)
40	385
20	400
25	395
20	365
30	475
50	440
40	490
20	420
50	560
40	525
25	480
50	510

- Faça um diagrama de dispersão.
- Encontre uma equação de reta de regressão para prever as vendas semanais com base nos gastos com publicidade.
- Estime as vendas semanais quando os gastos com publicidades são de R\$ 35.
- Mostre outros modelos de equações que se aproximem da realidade dos dados apresentados.

Enunciado 2: Os dados a seguir são os preços de venda z de um modelo de carro usado com w anos de idade.

w (anos)	z (dólares)
1	6.350,00
2	5.695,00
2	5.750,00
3	5.395,00
5	4.985,00
5	4.895,00

- Determine uma curva que represente os dados tabelados.
- Interprete o comportamento, de modo simples.

Enunciado 3: Um gerente de um armazém deseja saber a demanda para um produto como função do preço. A tabela relaciona as vendas diárias para três preços diferentes do produto.

Preço (x)	R\$ 10,00	R\$ 12,50	R\$ 15,00
Demanda (y)	4500	3750	3300

- Determine uma equação que represente o comportamento.
- Estime a demanda quando o preço é R\$ 14,00.
- Qual o preço que gera uma demanda de 5000 unidades do produto?
- Compare dois tipos de gráficos para representar os dados do quadro.

Enunciado 4: A tabela dá a média diária de ações negociadas (em milhares) na Bolsa de Nova York em anos selecionados. (*Fonte: Bolsa de Valores de Nova York*)

Ano	1970	1975	1980	1985	1990
Ações	11.564	18.551	44.871	109.169	156.777

- Determine uma curva que mostre o comportamento graficamente.
- Utilizando a curva que você criou no item (a), estime as quantidades de ações negociadas, para os anos de 1995, 2000, 2005, 2010, 2015, 2020 e 2025.
- Faça uma pesquisa e verifique se os dados que você estimou, estão de acordo com a realidade.

Enunciado 5: O quadro relaciona a renda mediana (em milhares de dólares) para os lares americanos, de 1981 à 1990. Determine uma equação de reta que represente os dados da tabela e escreva uma interpretação do comportamento.

Ano	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990
Renda	19,1	20,2	21,0	22,4	23,6	24,9	26,1	27,2	28,9	29,9

- Estime os valores de renda dos lares, para os anos de 1995, 2000, 2005, 2010, 2015 e 2020.

Enunciado 6: O quadro fornece o preço médio y (em milhares de dólares) de uma casa nova para uma família nos Estados Unidos, de 1965 à 1991. Determine uma equação quadrática para este conjunto de dados e use o resultado para prever o preço médio de uma casa para uma família americana nos anos de 1998, 2008, 2019 e 2020.

Ano	1965	1970	1975	1980	1985	1988	1990	1995
Preço	21,5	26,6	42,6	76,4	100,8	138,3	149,8	147,2

Enunciado 7: Um atacadista de ferramentas deseja saber a demanda para uma determinada ferramenta em função do preço. O quadro relaciona as vendas mensais para quatro preços diferentes da ferramenta.

Preço (x)	R\$ 25	R\$ 30	R\$ 35	R\$ 40
Demanda (y)	82	75	67	55

- Determine a reta de regressão para os dados apresentados.
- Estime a demanda quando o preço é de R\$ 32,95.
- Que preço gera uma demanda de 83 unidades?

Enunciado 8: O quadro mostra a população aproximada do mundo (em bilhões) para cinco anos diferentes.

Ano	1800	1850	1900	1950	1990
População	0,9	1,1	1,5	2,4	5,2

- Nos anos 1800, o crescimento populacional foi quase linear. Ache uma reta de regressão para esses anos e utilize-a para estimar a população em 1875.
- Estabeleça uma função quadrática de regressão de mínimos quadrados para os dados de 1850 à 1990 e, por meio dela, estime a população no ano 2000.
- Mesmo que a taxa de crescimento populacional tenha começado a decair, a maioria dos demógrafos acredita que a população do mundo ultrapassará os oito bilhões nos próximos 50 anos. O que você acha?
- Agora pesquise rapidamente qual é a população atual do mundo, aproximadamente, e determine um modelo matemático logístico, que represente os dados desde 1800 até os dias atuais. Interprete seu modelo e faça uma previsão populacional para o ano de 2050.

A atividade demanda maior tempo de aplicação, devido à apresentação de instruções acerca dos conteúdos e das ferramentas computacionais para realizar os cálculos, construções de tabelas e

representações gráficas, bem como para os atendimentos e orientações individuais e por grupos de estudantes.

O esperado para a atividade é que os estudantes desenvolvam os conhecimentos (ao menos parte desses) presentes em sua estrutura cognitiva, com o propósito de formar ancoradouros para os novos conhecimentos, na intenção de facilitar a aprendizagem do conceito de função e, posteriormente, do conceito de limite de função com uma variável real.

Etapla 2: Identificação e descrição de subsunçores sobre funções e possível diferenciação nos primeiros subsunçores

Na segunda etapa, recomenda-se a aplicação de uma atividade⁴ didática mais complexa e elaborada (situação-problema/estudo de caso), envolvendo conhecimentos matemáticos básicos para a aprendizagem do conceito de função.

A atividade deve contemplar um formulário (*google forms*), contendo questionamentos referentes à situação-problema, no intuito de realizar a identificação e descrição dos subsunçores sobre funções, e ainda, possibilitar diferenciações dos mesmos em relação à primeira etapa, visando identificar se os estudantes desenvolveram e/ou modificaram seus conhecimentos prévios iniciais.

⁴ Disponibilizada na turma criada no *Google Sala de Aula*.

Atividade

Número de aulas para aplicação: 4

Enunciado: Estudo de caso sobre produção de batata frita.

A Troyer Products, Inc. fabrica uma grande variedade de refeições ligeiras, mas seu forte é batata frita. A lucratividade da companhia depende, em parte, de obter o produto ao custo mais baixo possível. Isto, por seu turno, significa obter de uma única batata o máximo possível de batatas fritas.

Mas todas as batatas são iguais? É possível que uma batata de determinado peso dê mais batatas fritas do que outra batata *do mesmo peso*. Nesse caso, a primeira batata dará maior saída (*output*) por libra de entrada (*input*), o que resulta em maior lucro para a firma.

Mas como podem duas batatas de mesmo peso dar quantidades diferentes (em peso) de batatas fritas? A resposta é que uma maior parte do peso de uma batata é devida à água, que desaparece durante o cozimento. Uma forma de avaliar isto é considerar a densidade específica da batata, que dá a massa da mesma comparada com a massa de igual volume de água. Uma densidade específica maior significa mais batata por libra e menos água – e, portanto, mais batatas fritas e maior lucro. Pelo menos esta é a teoria.

Troyer testou esta teoria comparando as densidades específicas de 24 lotes de batatas com a quantidade de batatas fritas que cada lote produziu. A tabela exibe os dados. O método dos mínimos quadrados resultou na seguinte equação, que modela a relação:

$$SAÍDA = - 35,219 + 38,535 * SPECCGRAV$$

ou

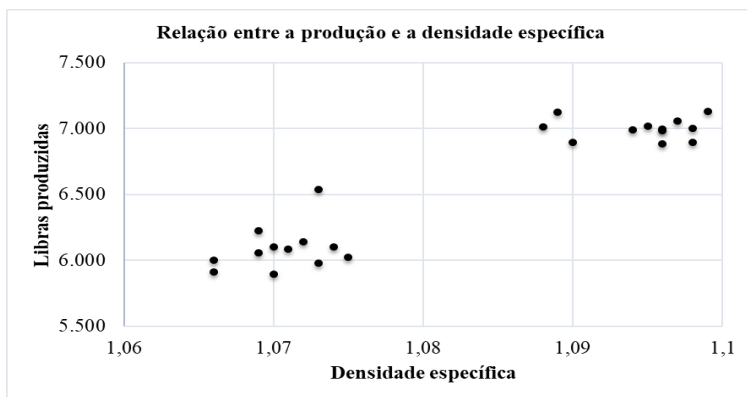
$$Y = - 35,219 + 38,535 * X,$$

onde OUTPUT(Y) é libras de batatas fritas para cada lote de batatas, e SPECCGRAV (X) é a densidade específica do lote. Note que o coeficiente de SPECCGRAV (X) é positivo, indicando que uma densidade específica maior significa maior produção por lote, confirmando, assim, a hipótese.

Conclusão: A firma terá maior lucro se adquirir batatas com maior densidade específica – mantidos sem alteração todos os demais aspectos das batatas. Os fazendeiros que fornecem batatas à Troyer estão cientes dessa relação, e fornecem informações sobre a densidade específica de sua safra como parte da transação.

Densidade específica	Libras de batata frita
1,069	6.226
1,098	6.895
1,073	5.981
1,070	5.893
1,089	7.124
1,096	6.982
1,069	6.057
1,088	7.012
1,074	6.099
1,073	6.538
1,070	6.100
1,098	7.002
1,094	6.991
1,066	5.910
1,072	6.138
1,075	6.024
1,066	6.003
1,096	6.884
1,097	7.056
1,071	6.084
1,095	7.019
1,090	6.895
1,099	7.129
1,096	6.998

A figura exibe o diagrama dos 24 pontos da tabela, juntamente com o gráfico da equação. O gráfico revela um padrão interessante nos dados: há dois aglomerados distintos de batatas, Atlantic e Monona. As batatas Atlantic tendem a apresentar maior densidade específica do que as Monona, produzindo muito maior quantidade (peso) de batatas fritas.



O QUE VOCÊ FARIA?

Enunciado 1. A tabela exhibe os dados para todos os 24 lotes de batatas. Pode o leitor dizer, mediante simples inspeção da tabela, que há duas variedades de batatas incluídas neste teste? Justifique sua resposta.

Enunciado 2. O gráfico apresenta os mesmos dados que a tabela, mas mostra o padrão com maior clareza. A equação apresenta a relação ainda em outra forma. Relacione os prós e os contras de cada método.

Enunciado 3. Qual dos métodos de apresentação dos dados é mais útil para permitir uma intuição sobre os dados? Justifique sua resposta.

Enunciado 4. Qual deles é mais útil para prever a produção que resultará de um lote com gravidade específica de 1,083?

Enunciado 5. Dada a informação acima, poderia a Troyer tomar decisões acertadas sobre a compra de batatas mesmo sem o conhecimento da densidade específica de cada lote que comprar? Justifique sua resposta.

Enunciado 6. Liste outros fatores que possam afetar (influenciar) a lucratividade da empresa com as batatas fritas.

Enunciado 7. Quais as variáveis envolvidas no estudo apresentado?

Enunciado 8. Existe algum tipo de correspondência entre as variáveis envolvidas? Explique.

Enunciado 9. Escreva o que você entende por comportamentos crescentes, decrescentes e constantes.

Enunciado 10. O que você entende por conjuntos, domínio, contradomínio e imagem?

Enunciado 11. O que você entende por “variável discreta” e “variável contínua”?

Enunciado 12. O que você entende por variável independente e variável dependente?

Enunciado 13. Escreva o que você entende por intervalo numérico de valores.

Enunciado 14. Existem diferenças entre “relação” e “função”? Justifique sua resposta.

Enunciado 15. Nas aulas anteriores você respondeu à outras atividades propostas. Agora, utilize de palavras aleatórias, ou frases curtas, para expressar conhecimentos do que você recorda ter estudado e/ou respondido anteriormente.

A etapa objetiva a identificação de subsunçores, então é recomendada a organização de categorias para analisar tais conhecimentos prévios, sendo indicado algumas como: identificação de variáveis; correspondência entre variáveis; conjuntos (domínio, contradomínio e imagem); variáveis independente (x) e dependente (y) e diferença entre relação e função.

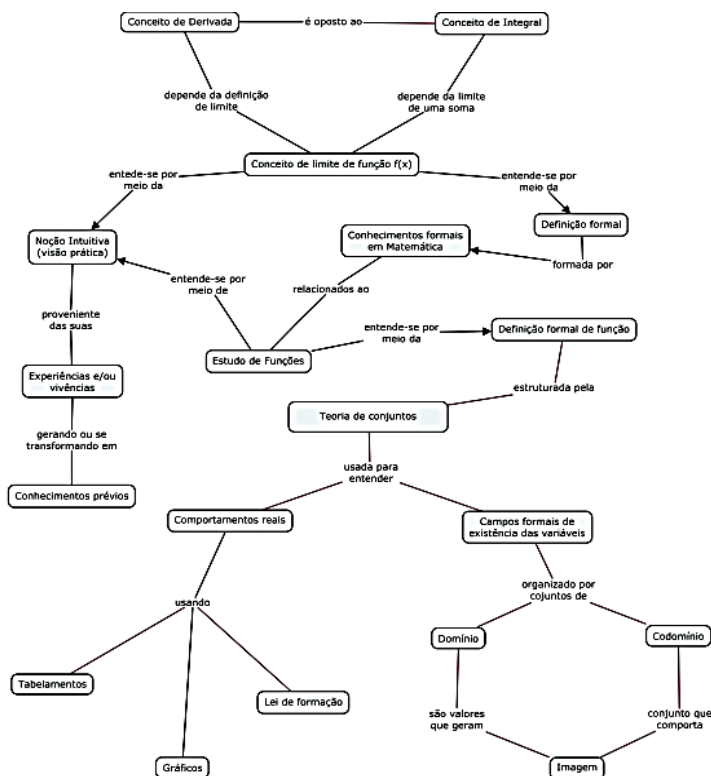
Indica-se ainda, na segunda etapa, aplicar uma atividade complementar de apresentação dos conteúdos básicos do CDI, utilizando um mapa conceitual. O mapa pode ser entregue impresso aos estudantes, parcialmente construído, mostrando uma

organização dos conceitos (funções, limites, derivadas e integrais), sendo completado com a exposição e explanação realizadas pelo professor.

Atividade

Número de aulas para aplicação: 2

Enunciado: Mapa conceitual para os principais conteúdos da disciplina, trabalhado com os estudantes como um organizador prévio.



Os estudantes devem receber o mapa constando apenas os principais tópicos abordados na disciplina (integrais, derivadas, limites e funções). Recomenda-se explicar aos estudantes o que é um mapa conceitual e completar o mapa junto com os mesmos, explorando as relações entre os conceitos e diferenciando os conhecimentos que os integram, enfatizando funções e limites, tanto pelo viés da noção intuitiva como pela definição formal.

Etapa 3: Indícios de aprendizagem significativa sobre funções

Na terceira etapa, é aconselhado realizar a aplicação de uma atividade didática⁵ para identificar possíveis indícios de aprendizagem significativa sobre funções.

Espera-se que a aplicação da atividade, permita perceber se os estudantes apresentam indícios de aprendizagem sobre o conceito de função, com diferenciação em seus subsunçores, e ainda, que os organizadores prévios aplicados se mostrem eficazes na ancoragem dos conhecimentos sobre funções, facilitando a aprendizagem dos estudantes para com as temáticas envolvidas.

Atividade

Número de aulas para aplicação: 2

Enunciado: As atividades a seguir são base para responder o formulário do *google*, disponibilizado na turma criada no *Google Sala de Aula*. Você pode

⁵ Disponibilizada na turma criada no *Google Sala de Aula*.

utilizar planilhas de cálculo ou *software* gráfico para o tratamento matemático dos problemas apresentados.

Enunciado 1. Utilizando os dados da tabela, trace um gráfico linear que passe pelos pontos dados. Em seguida responda aos questionamentos do formulário.

x	0	1	2	3	4
$y = 7 - 3x$	7	4	1	- 2	- 5

Enunciado 2. Utilizando os dados da tabela, trace um gráfico quadrático que passe pelos pontos dados. Em seguida responda aos questionamentos do formulário.

x	- 2	- 1	0	1	2	3
$y = x^2 - 2$	2	- 1	-2	- 1	2	7

Enunciado 3. Construa um tabelamento com valores aleatórios para o conjunto de domínio, para cada uma das funções a seguir:

a. $y = x^3 - 4x$

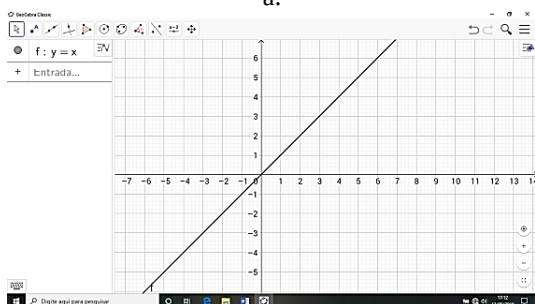
b. $y = (x + 3)^{(1/2)}$

Enunciado 4. Complete o tabelamento abaixo, utilizando o Excel para montar a função e determinar o valor de imagem para cada um dos valores de domínio fornecido.

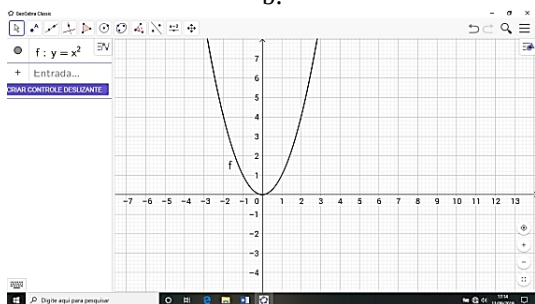
x	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$y = 7 - 3x$							

Enunciado 5. As figuras a seguir mostram modelos matemáticos, representados graficamente, em termos da imagem produzida por suas respectivas equações. Sabendo que todos os modelos apresentados são funções, analise os gráficos, discutindo com sua equipe de trabalho, e responda os questionamentos do formulário.

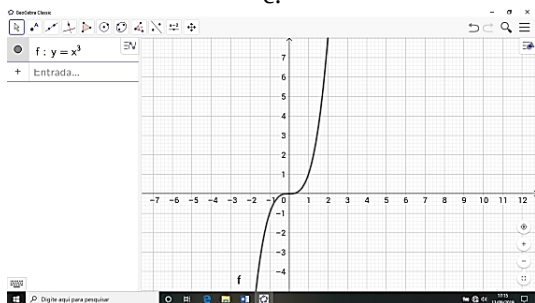
a.



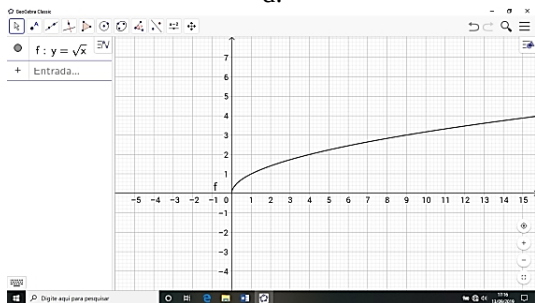
b.



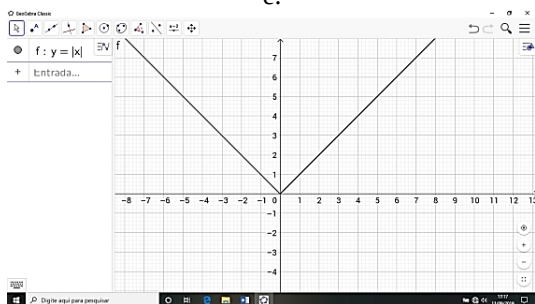
c.



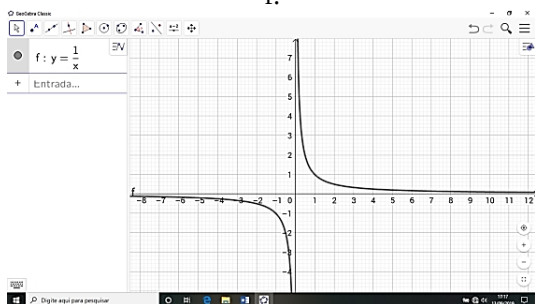
d.



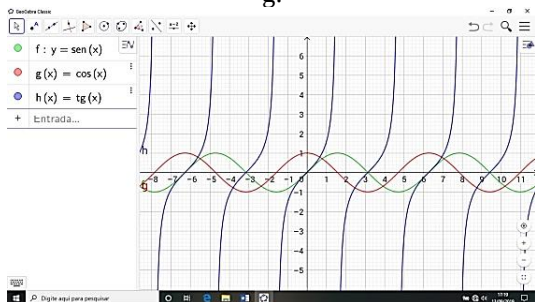
e.



f.



g.



Enunciados das questões do formulário google

Enunciado 1. Na questão 1 da atividade, podemos afirmar que o comportamento apresentado pelo gráfico é:

- ☐ crescente
- ☐ decrescente
- ☐ constante
- ☐ vertical
- ☐ parcialmente crescente

Enunciado 2. Na função apresentada na tabela da questão 1, podemos afirmar que os coeficientes angular e linear valem, respectivamente:

- ☐ 7 e -3
- ☐ 3 e -7
- ☐ -7 e 3
- ☐ -3 e 7
- ☐ 0 e 3

Enunciado 3. De acordo com a situação apresentada na questão 2, podemos afirmar que:

- ☐ a função apresenta um comportamento decrescente para valores de domínio menores do que zero.
- ☐ a função apresenta um comportamento crescente para valores de domínio maiores do que zero.
- ☐ a função apresenta um comportamento crescente para valores de domínio menores do que zero.
- ☐ a função apresenta um comportamento decrescente para valores de domínio maiores do que zero.
- ☐ a imagem da função tem um valor mínimo igual à -2.
- ☐ a imagem da função tem um valor máximo igual à -2.
- ☐ o gráfico da função mostra uma curva com concavidade voltada para cima.
- ☐ o gráfico da função mostra uma curva com concavidade voltada para baixo.
- ☐ o eixo de simetria da parábola apresentada graficamente é o eixo x .
- ☐ o eixo de simetria da parábola apresentada graficamente é o eixo y .
- ☐ o gráfico mostra um ponto de intersecção com o eixo y , fixado quando $x = 0$ e $y = -2$.
- ☐ o gráfico mostra um ponto de intersecção com o eixo y , fixado quando $x = -2$ e $y = 0$.

Enunciado 4. Utilize o *Geogebra*® para trabalhar com as resoluções da atividade 3. Com relação a questão, é correto afirmar que:

- ☐ o gráfico da função do item (a), intercepta o eixo x em três pontos distintos.
- ☐ o gráfico da função do item (b), intercepta o eixo y em dois pontos distintos.
- ☐ o gráfico da função do item (a), intercepta o eixo y em três pontos distintos.
- ☐ o gráfico da função do item (b), intercepta o eixo x em um ponto.
- ☐ no gráfico do item (a) temos uma curva de terceiro grau, que possui um ponto de máximo e um ponto de mínimo, relativos.
- ☐ o gráfico do item (b) é uma parábola com eixo de simetria em x .
- ☐ o vértice da parábola do item (b) é fixado no ponto onde $x = -3$ e $y = 0$.
- ☐ os interceptos em x , do gráfico apresentado no item (a), são os pontos de coordenadas $(-2, 0)$, $(0, 0)$ e $(2, 0)$.
- ☐ no gráfico do item (a), temos o domínio formado pelo conjunto dos números reais.
- ☐ no gráfico do item (b), temos o domínio formado pelo conjunto dos números reais.
- ☐ a imagem formada no gráfico do item (a), é composta pelo conjunto dos números reais que vão de -3 até 3 .
- ☐ a imagem formada no gráfico do item (b), é compreendida no intervalo numérico entre -2 e 2 , no eixo y .

Enunciado 5. Utilize uma planilha de cálculo para completar a tabela apresentada na questão 4, e marque as afirmativas que estiverem corretas:

- ☐ os valores de x se aproximam de 0 , tanto por valores menores quanto por valores maiores que o próprio 0 .
- ☐ os valores de y se aproximam de 7 , tanto por valores menores quanto por valores maiores que o próprio 7 .
- ☐ de acordo com os dados da tabela, o valor de x tende para 0 .
- ☐ de acordo com os dados da tabela, o valor de x tende para 7 .
- ☐ de acordo com os dados da tabela, o valor de y tende para 7 , somente pela direita.
- ☐ de acordo com os dados da tabela, o valor de y tende para 7 , somente pela esquerda.
- ☐ quando x se aproxima de 0 , tanto pela direita como pela esquerda, y se aproxima de 7 .
- ☐ o limite da função quando x tende para 7 é igual à 0 .
- ☐ o limite da função quando x tende para 0 é igual à 7 .

Enunciado 6. Analisando os gráficos apresentados na questão 5, classifique cada um dos gráficos de acordo com os modelos apresentados nas colunas:

	Linear	Racional	Cúbico	Trigonométrico	Quadrático	Raiz Quadrada	Modular
A							
B							
C							
D							
E							
F							
G							

Etapla 4: Identificação e descrição de subsunçores sobre o conceito de limite.

Na quarta etapa, indica-se a aplicação de uma atividade⁶ didática na forma de um texto abordando os aspectos históricos da criação do CDI, mostrando que os cientistas ao longo da história passaram por dificuldades até se chegar à definição formal de limite. O objetivo da atividade é mostrar aos estudantes que a formação do conceito demandou de tempo e empenho para se concretizar, e, possibilitar que os mesmos se interessem pelo tema.

Indica-se ainda, a aplicação de uma atividade⁷ com enunciados que envolvam questionamentos sobre sequência numérica e noções de limite.

⁶ Disponibilizada na turma criada no *Google Sala de Aula*.

⁷ Disponibilizada de forma impressa para ser preenchida em sala de aula com auxílio de tecnologias.

A atividade tem o propósito de auxiliar na identificação dos conhecimentos prévios dos estudantes, em torno da ideia de limite. Recomenda-se a organização de algumas categorias para analisar os subsunçores, como as seguintes: comportamento de sequência numérica e entendimento sobre limite.

Atividade

Número de aulas para aplicação: 4

Enunciado 1: Noção intuitiva de *limite* utilizando sequências numéricas

Observe os seguintes exemplos de sucessões numéricas:

(a) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ...

Os termos desta sucessão tornam-se cada vez maiores sem atingir um ***limite***. Dado um número real qualquer, por maior que seja, podemos sempre encontrar um termo maior na sucessão. Os termos desta sucessão **tendem para o infinito** e o ***limite*** da sucessão é infinito.

Indica-se: $x \rightarrow +\infty$ (x tende para $+\infty$)

(b) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64} \dots$

Nesta sucessão os termos decrescem e aproximam-se cada vez mais do valor 0, sem nunca atingir esse valor.

Indica-se: $x \rightarrow 0$ (x tende para zero)

(c) 1, 0, -1, -2, -3, -4 ...

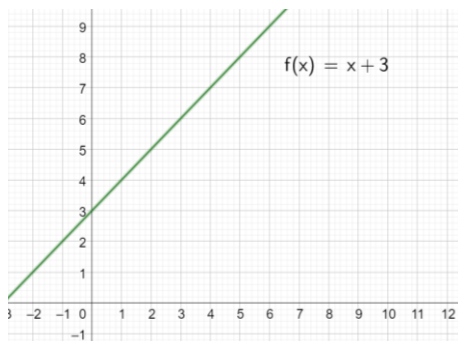
Os termos desta sucessão decrescem infinitamente.

indica-se: $x \rightarrow -\infty$ (x tende para $-\infty$)

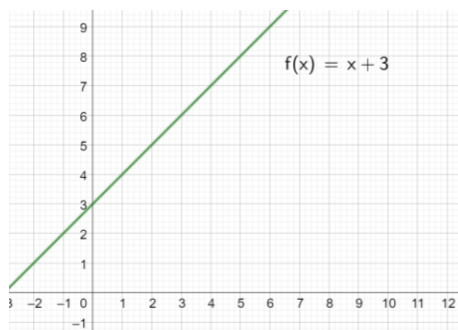
Enunciado 2: Gráficos e Limites Laterais

Complete as tabelas e mostre no comportamento gráfico as tendências e as limitações da função $f(x) = x + 3$.

x	1,0	1,5	1,6	1,7	1,9	1,999
$f(x)$						



x	3,0	2,7	2,5	2,2	2,01	2,001
$f(x)$						



Quando os limites laterais são iguais dizemos que existe o limite da função, neste exemplo representado por:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

Enunciado 3: Derivada de uma função – conceito intuitivo

Dada a função $y = 0,5x^2 - 2x + 3$, que também pode ser escrita como $f(x) = 0,5x^2 - 2x + 3$, complete a seguinte tabela calculando os valores de y :

x	4	3	2,5	2,1	2,01	2,001
$y = 0,5x^2 - 2x + 3$						

Preencha a tabela abaixo para encontrar a inclinação das retas secantes ao gráfico de $y = 0,5x^2 - 2x + 3$ que passam pelos pontos indicados:

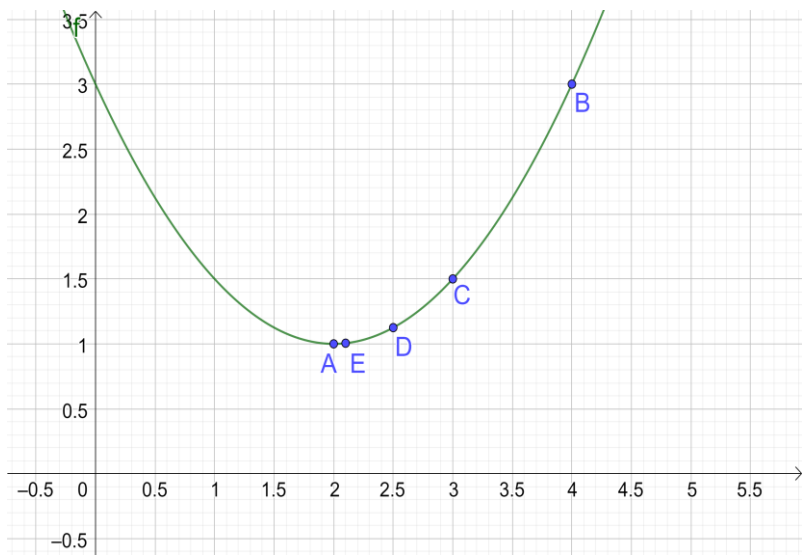
(x_1, y_1)	(x_2, y_2)	$\Delta y = y_2 - y_1$	$\Delta x = x_2 - x_1$	$a = \Delta y / \Delta x$
(2,1)	(4 ; 3)			
(2,1)	(3 ; 1,5)			
(2,1)	(2,5 ; 1,125)			
(2,1)	(2,1 ; 1,005)			
(2,1)	(2,01 ; 1,00005)			
(2,1)	(2,001 ; 1,0000005)			

As inclinações das retas secantes, calculadas na tabela acima, tendem para o valor numérico _____.

Dado o gráfico de $y = 0,5x^2 - 2x + 3$ trace as retas secantes que passam pelos pontos dados na tabela:

(x_1, y_1)	(x_2, y_2)
(2,1)	(4 ; 3)
(2,1)	(3 ; 1,5)
(2,1)	(2,5 ; 1,125)
(2,1)	(2,1 ; 1,005)

Representação gráfica:



Enunciado 4: a atividade é composta com exercícios do livro “Cálculo com Aplicações”, que faz parte da nossa bibliografia básica e que está sendo amplamente utilizado desde o início da disciplina. Resolva as atividades com uso de máquina de calcular, planilha de cálculo ou *software* gráfico.

EXERCÍCIOS

Exercícios 1.5 (Use de Tecnologia Digital) - Significa que a tecnologia pode auxiliar na resolução ou na verificação ou na verificação do(s) exercício(s).

Enunciado 4.1. Nos exercícios 1, 2 e 7, preencha a tabela que foi colocada extra, com os resultados dos seus cálculos.

Nos Exercícios 1 a 8, complete a tabela e estime o limite.

1. $\lim_{x \rightarrow 2} (5x + 4)$

x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1
$f(x)$							

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-x-2}$

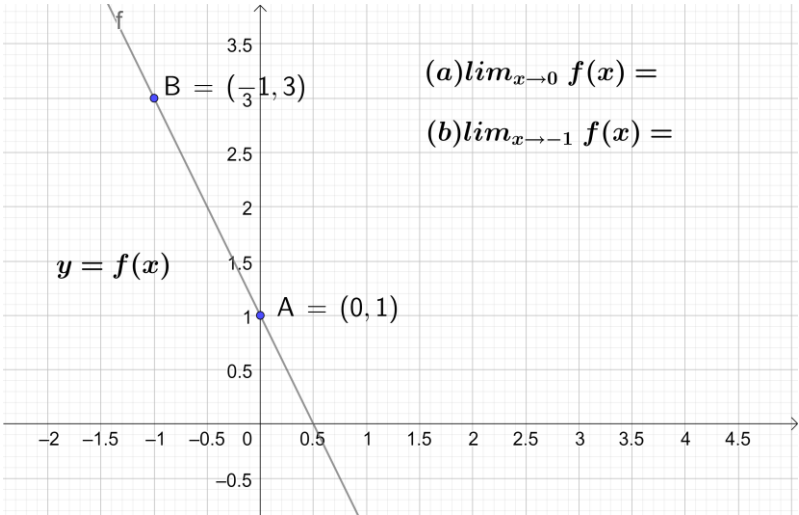
x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1
f(x)							

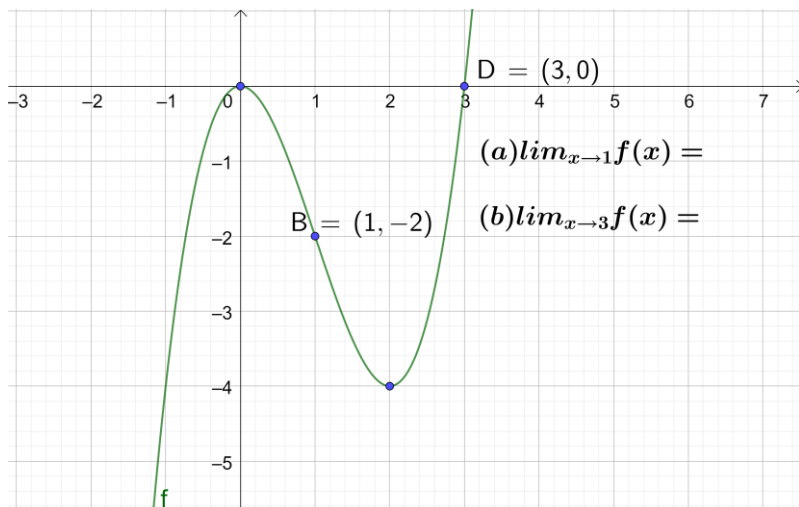
7. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2-x}{\sqrt{4-x^2}}$

x	1,5	1,99	1,99	1,999	2
f(x)					

Enunciado 4.2. Nos exercícios 9 e 10, basta analisar os pontos (x, y) para identificar o limite. Aponte o valor no gráfico e preencha as tabelas com o valor identificado, para cada caso.

Nos exercícios 9 a 12, utilize o gráfico para determinar visualmente o limite.





$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$$

Enunciado 4.3. Nos exercícios 13 e 14, entenda que o limite de uma operação entre funções equivale as operações entre os limites das funções. No caso das frações, os resultados podem ser apresentados nas formas fracionária ou decimal.

Nos Exercícios 13 e 14, ache o limite de (a) $f(x) + g(x)$, (b) $f(x)g(x)$, e $f(x)/g(x)$ quando x tende para c .

$$13. \lim_{x \rightarrow c} f(x) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow c} g(x) = 9$$

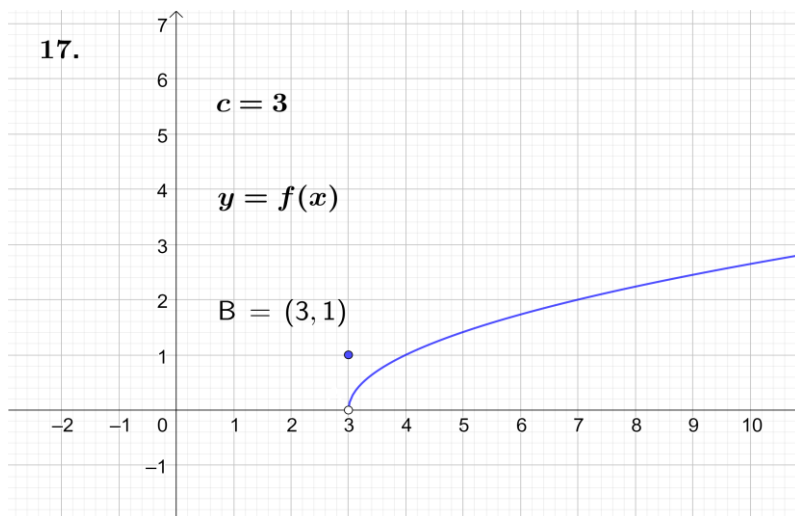
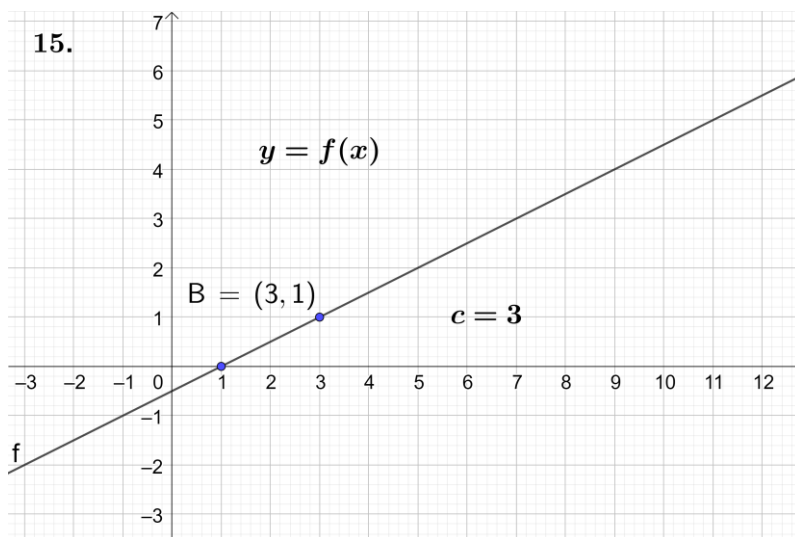
(a)	
(b)	
(c)	

$$14. \lim_{x \rightarrow c} f(x) = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow c} g(x) = \frac{1}{2}$$

(a)	
(b)	
(c)	

Enunciado 4.4. Preencha suas respostas nas tabelas ao lado das questões 15 e 17.



Nos Exercícios 15 a 20, utilize o gráfico para determinar visualmente o limite (se existir).

15.

$$(a) \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow c} f(x)$$

(a)	
(b)	
(c)	

17.

$$(a) \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow c} f(x)$$

(a)	
(b)	
(c)	

Enunciado 4.5. Na questão 65, responda com uso dos comandos de limites do GeoGebra®, analisando a vizinhança do x do ponto de tendência dado.

Nos Exercícios 63 a 66, utilize um programa para gráfico para estimar o limite (se existir).

$$65. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 4x^2 + x + 4}{2x^2 + 7x - 4}$$

Limite por valores menores que -4 : _____

Limite por valores maiores que -4 : _____

Limite quando x tende para -4 : _____

Enunciado 4.6. Na questão 67, utilize x no lugar de r , quando for inserir a função no GeoGebra®.

67. Juro Composto. Deposita-se quantia de \$1.000 em uma conta, a juro composto trimestralmente à taxa anual r (em forma decimal). O saldo A após 10 anos é

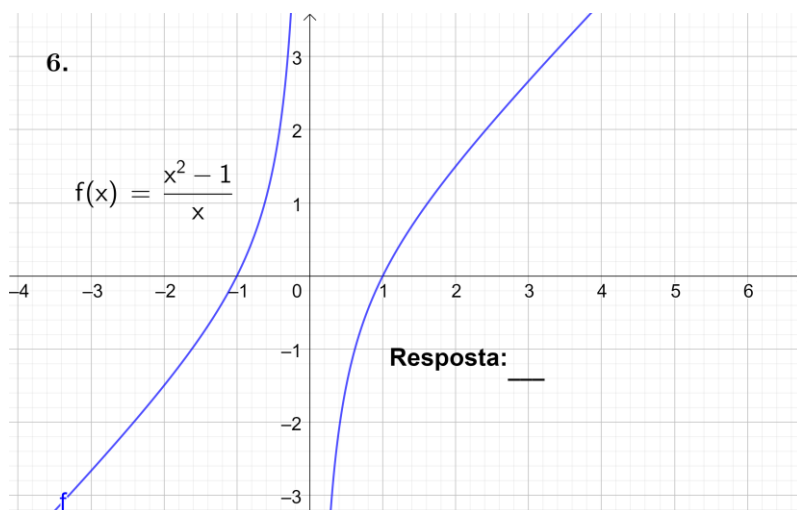
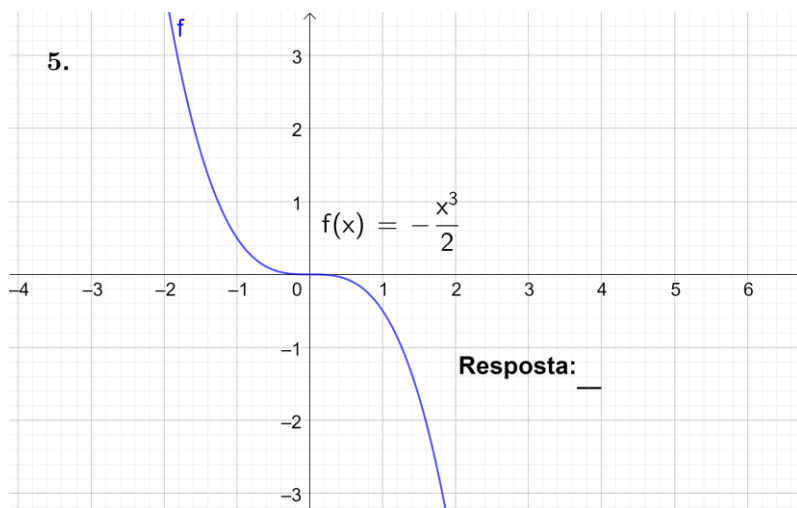
$$A = 1000 \left(1 + \frac{r}{4}\right)^{40}.$$

Existe o limite de A quando a taxa de juros tende para 6%? Em caso afirmativo, qual é o limite?

Resposta: _____.

Enunciado 4.7. Os exercícios 5 e 6, tratam de analisar a continuidade de funções, sendo assim, analise cada caso e escreva sua interpretação de maneira simples.

Nos Exercícios 5 a 32, determine os intervalos em que a função é contínua.



Etapas 5: Indícios de aprendizagem sobre o conceito de limite

Na quinta etapa, é indicado aplicar atividades⁸ didáticas como organizadores prévios sobre o conceito de limite de função com uma variável real e uma atividade para a identificação e avaliação de possíveis indícios de aprendizagem significativa sobre tal conceito.

Com a aplicação das atividades, espera-se que os estudantes, consigam responder aos questionamentos de maneira correta, compreendendo as resoluções dos problemas que envolvem cálculos diretamente relacionados ao entendimento do conceito de limite de função com uma variável real, apontando indícios de aprendizagem significativa relacionados ao conceito.

Atividade

Número de aulas para aplicação: 2 (meia semana)

Enunciado: tendo como possibilidade de consulta, todos os materiais trabalhados nas aulas anteriores, responda os exercícios apresentados a seguir e o formulário do *google forms*, disponibilizado no *Google Sala de Aula*.

EXERCÍCIOS

Exercícios 1.5 (Use de Tecnologia) - Significa que a tecnologia pode auxiliar na resolução ou na verificação do(s) exercício(s).

Observação: para os exercícios 3 e 8, foi adicionada uma tabela $f(x)$ para você preencher com os resultados dos seus cálculos.

Nos Exercícios 1 a 8, complete a tabela e estime o limite.

⁸ Disponibilizada de forma impressa para ser preenchida em sala de aula com auxílio de tecnologias.

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$$

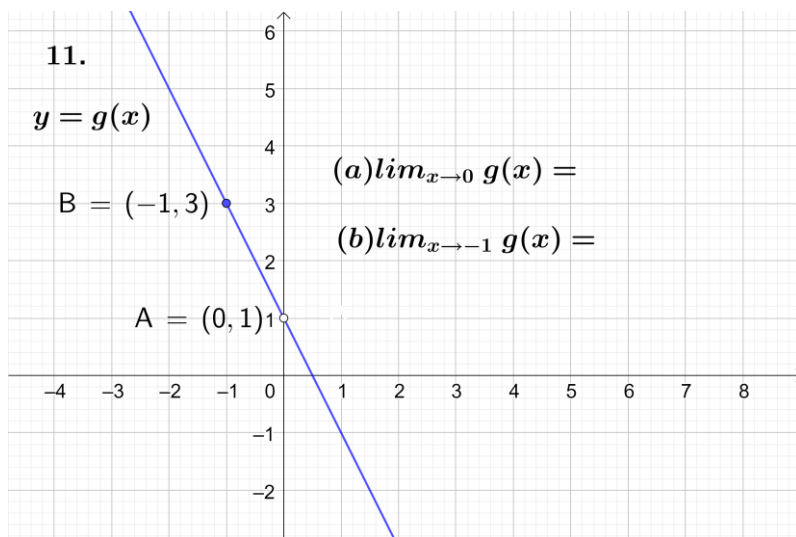
x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1
$f(x)$							

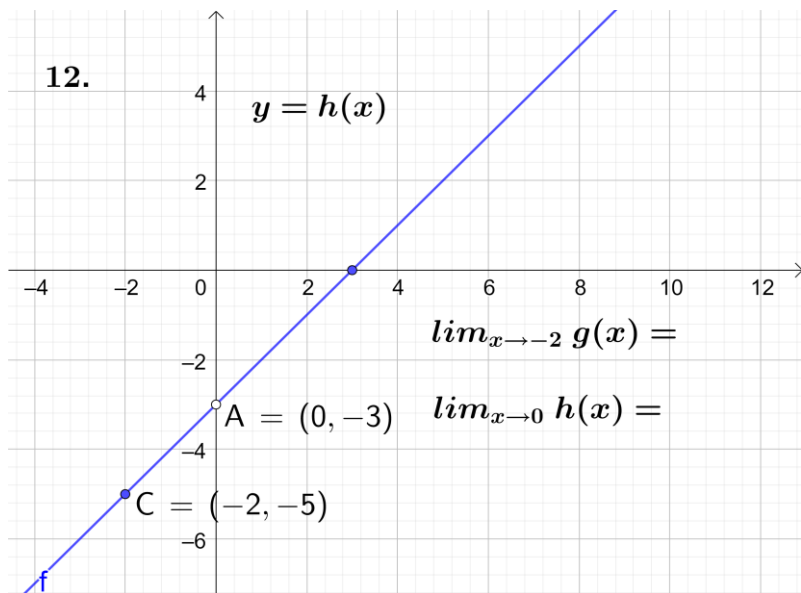
$$8. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left[\frac{1}{2+x} \right] - (1/2)}{2x}$$

x	0,5	0,1	0,01	0,001	0
$f(x)$					

Observação: para os exercícios 11 e 12, basta analisar os pontos (x, y) para interpretar o limite solicitado. Aponte o valor no gráfico com uma seta e preencha as tabelas com o valor identificado, para cada caso.

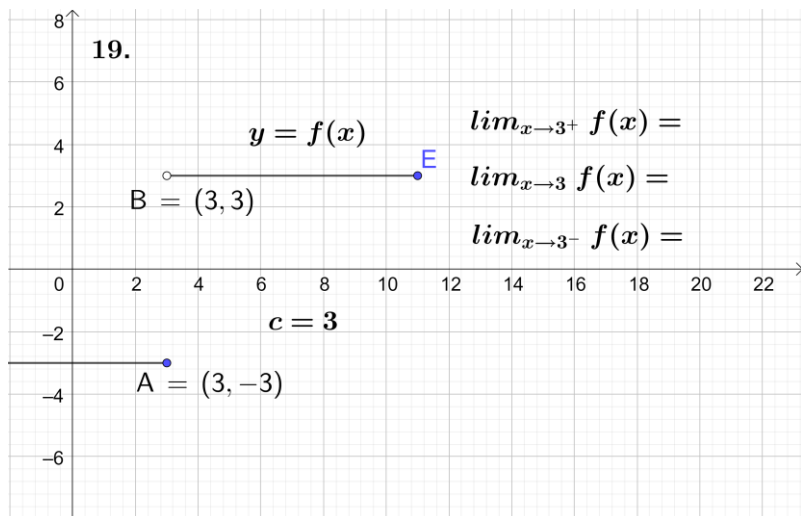
Nos Exercícios 9 a 12, utilize o gráfico para determinar visualmente o limite.

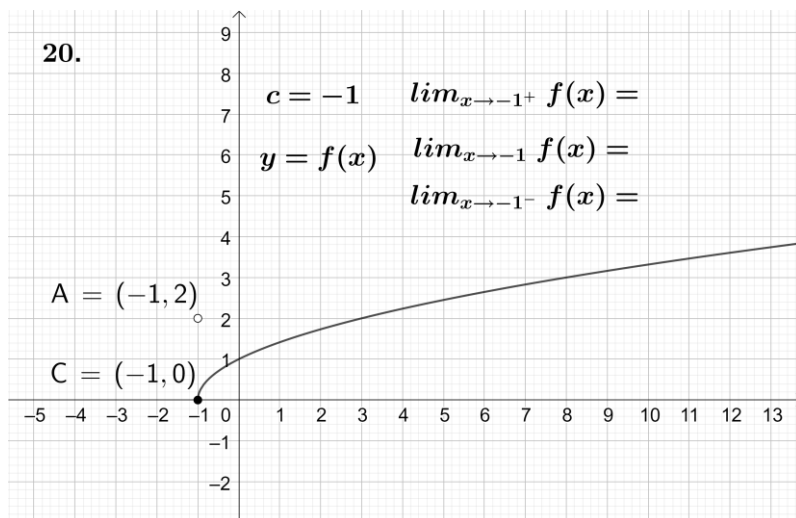




Observação: nos exercícios 19 e 20, analise o gráfico e coloque suas respostas na tabela.

Nos Exercícios 15 a 20, utilize o gráfico para determinar visualmente o limite (se existir).





Observação: utilize os comandos estudados no GeoGebra® para analisar o limite da função dada no exercício 66, em relação ao ponto de tendência.

Nos Exercícios 63 a 66, utilize um programa para gráfico para estimar o limite (se existir).

$$66. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^3 + 7x^2 + x + 6}{3x^2 - x - 14}$$

Limite por valores menores que -2 : _____

Limite por valores maiores que -2 : _____

Limite quando x tende para -2 : _____

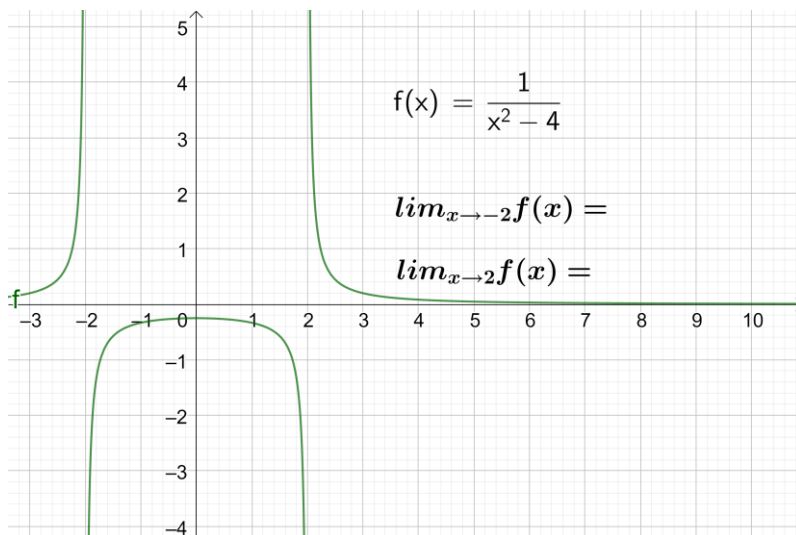
Observação: na questão 62, utilize o GeoGebra® para analisar o comportamento apresentado e responda aos questionamentos nos campos designados para cada alternativa.

62. O limite de $f(x) = (1+x)^{1/x}$ é uma base natural para muitas aplicações.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x} = e \approx 2,718$$

(a) Mostre que este limite se afigura razoável completando a tabela.

x	-0,01	-0,001	-0,0001	0	0,0001	0,001	0,01
$f(x)$							



Enunciados das questões do formulário google

Enunciado 1: Com relação aos exercícios 3 e 8, podemos afirmar que:

- ☐ no exercício 3 existe limite e é igual a 0,25.
- ☐ no exercício 8 o limite por valores maiores existe e vale 0.
- ☐ em ambos os exercícios, não existe limite.
- ☐ quando x tende para 2, por valores menores do que 2, o limite da função, na questão 3, é igual a 0.
- ☐ a função $f(x)$, dada na questão 8, é contínua para todo valor de x real.

Enunciado 2: Na questão 12, a função $f(x)$ é descontínua em x igual:

- ☐ -1
- ☐ 0
- ☐ -2
- ☐ -5
- ☐ -3

Enunciado 3: A função $f(x)$, dada na questão 11, é contínua para todo valor de x real?

- ☐ sim
- ☐ não

Enunciado 4: Nos exercícios 19 e 20, existe limite para as funções nos pontos de análise fornecidos?

() sim

() não

Enunciado 5: Escreva uma breve interpretação do comportamento analisado na questão 66.

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação de atividades didáticas sequenciais constituem as etapas da UEPS para o ensino do conceito de limite de função com uma variável real.

Na aplicação, indica-se descrever os subsunçores dos estudantes relacionados a conhecimentos básicos para a formação do conceito de função, necessários à construção do conceito de limite. Tais informações podem ser obtidas a partir da aplicação de atividades pré-testes, cujos resultados devem ser analisados podendo ou não apontar para a necessidade de aplicar organizadores prévios, possibilitando a diferenciação dos subsunçores dos estudantes e formando ancoradouros aos novos conhecimentos.

As atividades sugeridas obedecem uma organização hierárquica sequencial de conteúdos, apresentando características inerentes aos processos de diferenciação progressiva e reconciliação integradora, conforme atenta a teoria ausubeliana. Oportunizam aos estudantes momentos de debate de ideias sobre os assuntos matemáticos mais simples, com intervenções realizadas pelo professor, e ainda, a aplicação possibilita identificar se os estudantes apresentam pré-disposição para aprender (característica da teoria ausubeliana).

Algumas considerações didáticas podem ser apontadas para a efetiva aplicação da UEPS: indica-se escolher os materiais educacionais com cunho informativo na área de formação dos estudantes, diversificando entre revistas, *sites*, canais educativos, entre outros que estimulem a exposição de subsunçores. Outra consideração diz respeito à utilização da história do CDI, que mostra que muitos matemáticos passaram por dificuldades de entendimento até se chegar ao conceito formal de limite. Também, uma opção didática facilitadora que pode ser utilizada no ensino do conceito de limite envolve o uso dos mapas conceituais como forma de apresentação de conteúdos, de modo a observá-los nos processos de diferenciação progressiva e reconciliação integradora.

Depreende-se, disso tudo, que o ensino do conceito de limite de função com uma variável real é naturalmente – e historicamente – permeado por muitas dificuldades, razão pela qual se faz necessária uma postura didática atenta e elaborada para inserir os estudantes em um percurso que contribua para a formação de subsunçores que os auxiliem na compreensão do conteúdo. Isso revela que a elaboração de uma competente UEPS mostra-se elemento essencial para conduzir os acadêmicos a uma também competente formação nesse componente matemático.

REFERÊNCIAS

BERLINGHOFF, W. P.; GOVÊA, F. Q. **A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e estudantes.** trad. Elza Gomide, Helena Castro. São Paulo: Edgard Blücher, 2008.

BOFF, B. C. **Matemática para engenharia: unidades de ensino potencialmente significativas para superar lacunas em matemática básica.** 2017. 136 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Disponível em: <https://repositorio.ucs.br/handle/11338/2805>. Acessado em: 31 de julho de 2019.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** São Paulo: Editora Edgar Blücher – Ed. Universidade de São Paulo, 1974, 488p.
_____. **Tópicos de História da Matemática para uso em sala e aula: Cálculo.** trad. de Hygino H. Domingues. v. 6. São Paulo: Atual, 1992.

COSTA, D. E. et al. Um estudo sobre problemas de tradução relativos às propriedades de limites de função real de uma variável real. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, [S.l.], v. 18, n. 1, abr. 2016. ISSN 1983-3156. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/emp/article/view/20401>. Acesso em: 05 de agosto de 2019.

DENARDI, V. B. **Contribuições das representações semióticas para a compreensão de conceitos fundamentais para o cálculo diferencial e integral por alunos de um curso de licenciatura em matemática**. 2019. 285 f. Tese (Doutorado) – Universidade Franciscana – Programa de Pós-Graduação em Ensino de ciências e Matemática. Disponível em: <http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/handle/UFN-BDTD/723>. Acessado em: 31 de julho de 2019.

EVES, H. W. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 1995, 1. ed. 844 p.

EVES, H. W. **Introdução à história da matemática**. Tra. Por Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

MESSIAS, M. A. de V. F.; BRANDEMBERG, J. C. Discussões sobre a Relação entre Limite e Continuidade de uma Função: investigando Imagens Conceituais. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 53, p. 1224-1241, dez. 2015. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2015000301224&lng=pt&tlng=pt. Acessado em: 04 de agosto de 2019.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011. 179 p.

ANEXO A - Folha de aprovação

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA

ATA DA PORTARIA Nº 111/2020 DA SESSÃO DE
JULGAMENTO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO
APRESENTADA PELO MESTRANDO WILSON
CARLOS ECKL

Ao primeiro (1º) dia do mês de dezembro de dois mil e vinte (2020), no TEAMS, às dez (10) horas e (00) minutos, em sessão pública, reuniu-se a Banca Examinadora designada pelo Pró-Reitor de Pesquisa, Pós-Graduação, Extensão e Cultura, Prof. Dr. Oklinger Mantovani Junior, composta pelo professor Elcio Schuhmacher como Presidente da Banca, pela professora Janaina Poffo Possamai, doutora, pelo professor Aldo Sena de Oliveira, doutor, pela professora Renata Orlandi, doutora, para julgamento da dissertação de mestrado apresentada pelo mestrando Wilson Carlos Eckl sob o título: "ENSINO DO CONCEITO DE LIMITE: APLICAÇÃO DE UEPS PARA IDENTIFICAR INDÍCIOS DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA COM ESTUDANTES DE CIÊNCIAS CONTÁBEIS". Abertos os trabalhos, o presidente da banca deu a palavra ao mestrando para que, apresentasse seu trabalho. Terminada a exposição, passou-se à arguição e apresentação de observações pelos professores. Ao final das explicações e respostas aos questionamentos, a banca apresentou as seguintes considerações:

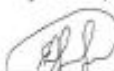
A banca reconhece o mérito do trabalho e sua relevância ao programa e a linha de pesquisa

A banca solicita que as considerações apresentadas nos pareceres sejam observadas.

Na sequência o presidente suspendeu a sessão para que fosse efetivado o julgamento. Após deliberação os membros da banca resolvem: (X) aprovar () aprovar com ajustes () reprovado. Resenhos os trabalhos, o presidente deu conhecimento do resultado do julgamento, esclarecendo que deverá o mestrando providenciar as devidas correções solicitadas pelos membros da banca, anexas à presente ata, e que os 6 (seis) créditos relativos à dissertação somente serão conferidos e proporcioná-los os seus efeitos, após a entrega do exemplar encadernado da versão definitiva da dissertação e uma via em meio digital, conforme regulamento e formato determinado nas normas do Programa no prazo de 60 dias, contados a partir desta data. Agradecendo a presença de todos, em especial dos membros da Banca Examinadora e do mestrando, o presidente deu por encerrada a sessão, onde foi lavrada a presente ata, que vai assinada, pelos membros da Banca Examinadora e pelo mestrando ao primeiro (1º) dia do mês de dezembro de dois mil e vinte (2020).

Prof. Dr. Elcio Schuhmacher - FURB

Prof. Dr. Aldo Sena de Oliveira - FURB


Documento eletrônico digitalizado
Biblioteca de Direito
Data: 01/12/2020 12:02:23 -0300
CPF: 019.888.11-48

Pro^{fa} Dr^a Renata Orlandi - UFSC

Pro^{fa} Dr^a Janaina Poffo Possamai - FURB

Wilson Carlos Eckl

Secretaria do PPGEICIM Anderson Fagundes



Documento assinado digitalmente

Renata Orlandi
Data: 01/12/2020 13:55:43 -0500
CPF: 034.253.829-26

AUSENTE