



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA**

**MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS
NATURAIS E MATEMÁTICA**

ALINE VACCARI LUNELLI

PRODUTO EDUCACIONAL APLICADO

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E PESQUISA ESCOLAR: UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DE AÇÕES COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO

Produto Educacional apresentado à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

Prof. Dr. Márcio André Martins
Orientador

Profa. Dra. Lucieli Maria Trivizoli
Coorientadora

GUARAPUAVA, PR
2020



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA**

**MESTRADO PROFISSIONAL EM
ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA**

ALINE VACCARI LUNELLI

**HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E PESQUISA ESCOLAR: UMA PROPOSTA DE
SEQUÊNCIA DE AÇÕES COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO**

Produto Educacional apresentado à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

Aprovado em 27 de novembro de 2020

Profa. Dra. Ana Lúcia Crisostimo – UNICENTRO

Profa. Dra. Juliana Martins – UFRPE

Prof. Dr. Márcio André Martins
Orientador

Profa. Dra. Lucieli Maria Trivizoli
Coorientadora

GUARAPUAVA, PR

2020

Catálogo na Publicação
Rede de Bibliotecas da Unicentro

L962h Lunelli, Aline Vaccari
A história da Matemática e a pesquisa escolar: contribuições de uma sequência de ações com estudantes do Ensino Médio / Aline Vaccari Lunelli. -- Guarapuava, 2020. ix, 98 f. : il. ; 28 cm

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, 2020.

Inclui Produto Educacional Aplicado intitulado: História da Matemática e pesquisa escolar: uma proposta de sequência de ações com estudantes do Ensino Médio. 44 p.

Orientador: Márcio André Martins
Coorientador: Lucieli Maria Trivizoli
Banca examinadora: Ana Lúcia Crisostimo, Juliana Martins

Bibliografia

1. História da Matemática. 2. Pesquisa Escolar. 3. Ensino Médio. I. Título. II. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

| CDD 500.7

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Estudantes pesquisando e elaborando o primeiro texto.

Figura 2: Estudantes durante a elaboração do projeto e escrita dos textos.

Figura 3: Estudantes durante a apresentação.

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO	6
2. REFERENCIAL TEÓRICO	7
3. ESTRUTURA DAS AULAS.....	12
4. ROTEIRO	13
4. 1 MOMENTO 1: Elaboração da 1ª pesquisa em HM	14
4. 2 MOMENTO 2: Elaboração do projeto de pesquisa.....	16
4. 3 MOMENTO 3: Elaboração dos textos em HM	20
4. 4 MOMENTO 4: Avaliação	22
5. CONCLUSÃO	23
REFERÊNCIAS.....	24
ANEXOS	26

1. APRESENTAÇÃO

Olá professor!

Este material é fruto de uma pesquisa de mestrado, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (PPGEN), da Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO), intitulada “A História da Matemática e a Pesquisa Escolar: Contribuições de uma sequência de ações com estudantes do Ensino Médio”. O objetivo desta pesquisa foi investigar o potencial pedagógico da História da Matemática aliada Pesquisa Escolar no ensino da Matemática no Ensino Médio. O texto completo da dissertação pode ser encontrado acessando o site oficial do programa, no endereço eletrônico: <https://www3.unicentro.br/ppgen/>.

Neste material, apresentaremos uma sequência de ações para o trabalho com a Pesquisa Escolar atrelada ao uso da História da Matemática. Esta sequência de ações foi elaborada a partir de uma atividade desenvolvida com estudantes da 1ª série do Ensino Médio, e tem por objetivo auxiliar professores de Matemática que desejem trabalhar com a História da Matemática em sala de aula, de modo a contribuir também com as práticas de pesquisa no contexto escolar.

Alertamos que o trabalho com HM e Pesquisa escolar é algo que demanda atenção e cuidado por parte do educador, entretanto sua prática contínua mediante uma postura investigativa pode trazer resultados promissores. Há de se considerar que tais resultados não aparecem do dia para a noite, e que toda e qualquer atividade não precisa ser perfeita já no primeiro momento, pois ao longo do tempo, o seu processo vai sendo aprimorado.

Esperamos que este material possa colaborar para potencializar as aulas de Matemática, além colaborar com a aprendizagem dos estudantes do Ensino Médio.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

A História da Matemática (HM) vem ganhando cada vez mais destaque em pesquisas que objetivam tornar o ensino da Matemática mais atrativo e significativo para os estudantes. Destacamos alguns pesquisadores, como Brolezzi (1991), Miguel (1997), Vianna (1998), Baroni e Nobre (1999), D'Ambrosio (1999), Miguel e Miorim (2008), e Mendes e Chaquiam (2016), os quais consideram a HM um importante recurso que pode servir de base para diferentes atividades dentro do contexto escolar, o que também pode contribuir para aproximar a Matemática da realidade dos estudantes.

Não somente em pesquisas como as citadas acima, mas também nos documentos oficiais que tratam do currículo da Educação Básica, como os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997), as Diretrizes Curriculares Estaduais – DCE (PARANÁ, 2008), e a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), a HM é sugerida para o trabalho em sala de aula.

Os PCNs (1997) trazem a HM como um recurso para ser utilizado em sala de aula, dada a sua importância para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, além da sua contribuição para o despertar de um olhar mais crítico em relação aos objetos de conhecimento.

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático (BRASIL, 1997, p. 34).

As DCEs (2008) tratam da HM como um encaminhamento metodológico, enfatizando que

É importante entender a história da Matemática no contexto da prática escolar como componente necessário de um dos objetivos primordiais da disciplina, qual seja, que os estudantes compreendam a natureza da Matemática e sua relevância na vida da humanidade (PARANÁ, 2008, p. 66).

Em conformidade com os documentos acima, a BNCC (2018) enfatiza que

Essa percepção da unidade da Matemática, além da diversidade de suas práticas, serve também para mostrar que o desenvolvimento da disciplina é fruto da experiência humana ao longo da história. Assim, ela não é um edifício perfeito que surgiu pronto da mente de poucos seres privilegiados, a fim de ser estudada para puro deleite intelectual (BRASIL, 2018, p. 522).

Por isso, o trabalho com HM no ambiente escolar se torna um importante recurso que pode vir a contribuir significativamente com o ensino da Matemática e com a aprendizagem dos estudantes.

Em conformidade com os documentos citados e com a ideia de que os conceitos matemáticos estão presentes em diversas situações do cotidiano e oportunizando uma visão mais humanizada dos conteúdos, destacamos D'Ambrosio (1999) quando expõe que

As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber (D'AMBROSIO, 1999, p. 97).

Este mesmo autor destaca que a Matemática não deve ser desvinculada das atividades humanas, afirmando que

Desvincular a matemática das outras atividades humanas é um dos maiores erros que se pratica particularmente na educação Matemática. Em toda a evolução da humanidade, as ideias matemáticas vêm definindo estratégia de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumento para esse fim e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para própria existência (D'AMBROSIO, 1999, p. 97).

Além de aproximar a Matemática das ações humanas, a HM também pode ser vista como um elemento motivador, de forma a contribuir com a compreensão dos estudantes sobre o processo de evolução da Matemática. Quanto a isso, Miguel (1997, p. 75) aponta que “[...] o conhecimento histórico dos processos matemáticos despertaria o interesse do aluno pelo conteúdo que está sendo ensinado”, enquanto Lopes e Ferreira (2013) indicam que a HM pode tornar as aulas de Matemática mais interessantes e dinâmicas, sendo possível mostrar o porquê de se estudar conteúdos que por vezes os estudantes podem achar desnecessários, pois desconhecem a sua aplicabilidade.

Diversas são as razões para se incluir a HM nas aulas de Matemática. Dentre elas, destacamos os argumentos a favor do seu uso apresentados por Vianna (1998):

- i. Satisfazer nosso desejo de saber como os conceitos da matemática se originaram e se desenvolveram;
- ii. O ensino e a pesquisa mediante o estudo dos autores clássicos, o que vem a ser uma satisfação em si mesmo;
- iii. Entendermos nossa herança cultural através das relações da matemática com as outras ciências, em particular a física e a astronomia; e também com as artes, a religião, a filosofia e as técnicas artesanais;
- iv. O encontro entre o especialista em Matemática e profissionais de outras áreas científicas;
- v. Oferecer um pano de fundo para a compreensão das tendências da educação matemática no passado e no presente e
- vi. Ilustrar e tornar mais interessantes o ensino da matemática (VIANNA, 1998, p. 8).

Entretanto, devemos ficar atentos para que a inserção da HM nas aulas de Matemática não fique reduzida a apenas contar histórias ou trazer curiosidades sobre alguns assuntos, pois confirme Saito (2015),

[...] devemos tomar o cuidado de não reduzir a história da matemática a dados biográficos ou a uma coleção de curiosidades e anedotas matemática. Tampouco a história da matemática pode ser considerada um repositório de informações fixas, como se fosse um conjunto de ideias ultrapassadas e antigas. Essa visão de história [...] acaba omitindo os processos envolvidos na construção da própria área matemática (SAITO, 2015, p. 20).

Além disso, a HM “sozinha, sem o auxílio de outros recursos didáticos, não é suficiente para resolver todos os problemas pedagógicos que permeiam uma sala de aula, pois devemos mesclar várias metodologias com o objetivo de contemplar todos os alunos” (SILVA; FERREIRA, 2011, p. 1-2).

Nesse sentido, Berlinghoff e Gouvêa (2010) apresentam algumas maneiras de inserir a HM nas aulas de matemática, sendo elas: 1) contar histórias ou informações biográficas; 2) fornecer uma visão mais ampla do uso da Matemática; 3) explicar os porquês da Matemática; 4) fornecer um contexto para os conteúdos matemáticos; 5) levar a um entendimento mais aprofundado sobre os assuntos e 6) realizar atividades de pesquisa como a biografia de um matemático ou reconstruir a história de uma certa descoberta.

Com os pontos que acabaram de ser apresentados, podemos inserir a HM nas aulas de Matemática, propondo atividades que visem à pesquisa escolar por parte dos estudantes, pois conforme destacam Gasperi e Pacheco (2007), o trabalho com a HM pode servir tanto para ensino quanto para a pesquisa.

Como objetivamos trabalhar a HM atrelada à pesquisa escolar, faz-se necessário apresentar o que encontramos na literatura sobre a pesquisa no ambiente escolar.

Sabemos que a pesquisa desempenha grande influência na formação do indivíduo crítico em meio à sociedade, por isso “não podemos tratá-la com indiferença, menosprezo ou pouco caso na escola” (BAGNO, 2007, p. 21), sendo fundamental desenvolver nos estudantes a competência de pesquisar.

Em se tratando da pesquisa no âmbito da escola, ou seja, a pesquisa escolar, ela toma um espaço de destaque quando “é compreendida como um mecanismo capaz de permitir que, através do ato de mediação do professor, seja possível a construção de saberes” (DIAS, 2017, p. 50).

Em nosso entendimento, ‘pesquisa escolar’ é a ação em que o estudante busca construir conhecimento significativo sobre um assunto desconhecido. A ação de busca deve ser orientada pelo seu professor, proporcionando ao estudante a sua autonomia e a criticidade, de forma organizada e precisa. Com isso, o estudante poderá olhar de forma mais crítica para as informações e assim elaborar a sua tese sobre aquele assunto.

Em documentos oficiais que tratam do currículo da Educação Básica, há a preocupação com o ato de pesquisar. Os PCNs de História apresentam a forma como os professores devem trabalhar com a pesquisa escolar:

Os procedimentos de pesquisa escolar devem ser ensinados. Favorecem a ampliação do conhecimento, das capacidades e das atitudes de autonomia dos estudantes, como manusear livros, revistas e jornais: localizar informações, estabelecer relações entre elas e compará-las; familiarizar-se e desenvolver domínios linguísticos; identificar idéias dos autores, perceber contradições e complementaridade entre elas; trocar e socializar opiniões e informações; selecionar e decidir; observar e identificar informações em imagens, textos, mapas, gráficos, objetos e paisagens (BRASIL, 1998, p. 81 – 82).

Já as DCEs de Ciências afirmam que:

A pesquisa é uma estratégia de ensino que visa a construção do conhecimento. Essa estratégia inicia-se na procura de material de pesquisa, passa pela interpretação desse material e chega à construção das atividades. A pesquisa pode ser apresentada na forma escrita e/ou oral, entretanto, para que os objetivos pedagógicos sejam atingidos, se faz necessário que seja construída com redação do próprio estudante, pois ao organizar o texto escrito ele precisará sistematizar idéias e explicitar seu entendimento sobre o conteúdo com recursos do vocabulário que domina. Na apresentação oral o estudante deve superar a simples leitura e repetição, evidenciando a compreensão crítica do conteúdo pesquisado e explicitando a sua interpretação (PARANÁ, 2008, p. 75).

As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM) também apontam a importância da pesquisa no ambiente escolar, orientando que

A pesquisa escolar, motivada e orientada pelos professores, implica na identificação de uma dúvida ou problema, na seleção de informações de fontes confiáveis, na interpretação e elaboração dessas informações e na organização e relato sobre o conhecimento adquirido (BRASIL, 2013, p. 164).

Infelizmente, a forma como a pesquisa escolar acontece atualmente, não condiz com o que acabamos de apresentar. Diversas pesquisas, como Neunzig (2004), Padilha (2006), Oliveira (2008), Teixeira (2011), e Dias (2017), mostram que o ato de copiar trechos de livros ou *sites* e entregar para o professor na data estipulada ainda é feito pela maioria dos estudantes e, assim, a pesquisa acaba por não cumprir o seu papel.

Por essa razão, “é necessário um trabalho mais dirigido à formação e ao desenvolvimento do pensamento científico, ao despertar da curiosidade ou da necessidade de saber mais, de descobrir o que está por trás do que foi escrito, de tentar alcançar o diferente, o novo” (STEFANO, 2005, p. 93), para que dessa forma, a pesquisa deixe de ser encarada como uma simples coleta de informações e passe a ser um meio de aprendizado reflexivo.

Matta (2003) apresenta alguns benefícios que a prática da pesquisa pode proporcionar aos estudantes:

- Levar o aluno a aprender a aprender através de instrumentos na prática da pesquisa;

- Contribuir para a prática interdisciplinar da escola de forma sistematizada;
- Instigar o aluno, provocando-o para uma atitude de curiosidade e busca ante os fatos e fenômenos do dia-a-dia;
- Desenvolver no aluno uma estrutura conceitual que lhe permita a transferência de conhecimento para outras situações (MATTA, 2003, p. 3 apud NEUNZIG, 2004).

Para fundamentar a importância da pesquisa no contexto escolar, adotamos neste trabalho o que Demo (2002) chama de “educar pela pesquisa”. Este autor enfatiza que o “diferencial da pesquisa é o questionamento reconstrutivo, que engloba teoria e prática, qualidade formal e política, inovação e ética” (DEMO, 2002, p. 1). O questionamento reconstrutivo é a construção do conhecimento por meio da reformulação das teorias e dos conhecimentos já existentes.

A proposta de educar pela pesquisa, de acordo com Demo (2002), possui ao menos quatro pressupostos:

- A convicção de que a educação pela pesquisa é a especificidade mais própria da educação escolar e acadêmica,
- O reconhecimento de que o questionamento reconstrutivo com qualidade formal e política é o cerne do processo de pesquisa,
- A necessidade de fazer a pesquisa atitude cotidiana no professor e no aluno,
- E a definição de educação como processo de formação da competência histórica humana (DEMO, 2002, p. 5).

O que Demo (2002) propõe é uma educação voltada para o desenvolvimento da autonomia do estudante, da sua criticidade e criatividade, fazendo com que ele consiga superar o ato de copiar como sendo o resultado de uma pesquisa escolar, recebendo uma nota por tal ação. Educar pela pesquisa exige tempo para amadurecer, tanto na didática do professor como na postura do estudante diante dessa situação. Um trabalho pontual não desenvolverá todas as competências necessárias, por isso a necessidade de se educar pela pesquisa constantemente.

Diante do que foi exposto, percebemos que o trabalho com a pesquisa é mais do que simplesmente propor um tema e esperar que o estudante retorne com o resultado de tal pesquisa. Nossos estudantes precisam aprender a pesquisar, analisar, questionar, reconstruir, criticar, precisam aprender a aprender. E esse processo não é imediato e envolve diversos fatores, desde a estrutura da escola e da dinâmica em sala de aula até a colaboração por parte da família e da preparação adequada do professor.

3. ESTRUTURA DAS AULAS

A sequência de ações foi desenvolvida no Colégio Estadual Gabriela Mistral, localizado no município de Porto Barreiro - PR, com os estudantes da 1ª série do Ensino Médio, do período da manhã. Contamos com a participação de 13 estudantes que, no período do contraturno concluíram a atividade que teve 36 horas-aula de duração (destas, 6 horas-aula aconteceram no período regular). O desenvolvimento da atividade ocorreu no laboratório de informática do colégio, equipado com 20 notebooks do programa CONECTADOS 2.0 da Secretaria de Estado da Educação do Paraná (SEED – PR), com projetor de *slides* e acesso à internet. Este trabalho com os estudantes teve por objetivo a produção, por parte dos discentes, de uma pesquisa bibliográfica no contexto da HM e de um texto de autoria dos estudantes, o qual foi compartilhado com os colegas por meio de uma apresentação de *slides*.

Sendo assim, o roteiro aqui apresentado segue a estrutura da sequência de ações, conforme ela foi elaborada e desenvolvida com os estudantes.

4. ROTEIRO

Esta atividade está estruturada em quatro momentos:

- 1) Elaboração da 1ª pesquisa em HM;
- 2) Elaboração do projeto de pesquisa;
- 3) Elaboração dos textos em HM;
- 4) Avaliação.

O primeiro momento tem por objetivo investigar como os estudantes realizam as suas práticas de pesquisa, quais fontes de informações utilizam e como elaboram a escrita dos textos com os resultados obtidos, a partir de um tema definido pelo professor.

No segundo momento, o professor irá instruir os estudantes quanto à elaboração de um projeto de pesquisa em tópicos da HM, cujo tema será definido pelo estudante, conforme a sua preferência.

O terceiro momento destina-se à prática de escrita dos textos em HM, a partir do tema escolhido pelos estudantes, com as orientações do professor.

E o último momento tem por objetivo a avaliação da atividade.

Nas páginas seguintes, você encontrará uma descrição mais detalhada de cada um destes momentos, como a duração de cada etapa e algumas observações/sugestões para o professor.

4. 1 MOMENTO 1: Elaboração da 1ª pesquisa em HM

Duração: 2 horas aulas

Objetivos: a) identificar a maneira como os estudantes elaboram e concluem as suas pesquisas escolares, sem orientação prévia a respeito de sua execução;

b) orientar os estudantes sobre as fontes de pesquisa adequadas para consulta e sobre a importância da escrita autoral.

Conteúdos trabalhados: A escolha do professor.

Materiais utilizados: Computador com acesso à internet

Desenvolvimento da atividade:

1. Para o início da atividade, sugere-se dividir a turma em duplas ou trios e solicitar que elaborem um texto a partir de uma busca na internet. O tema para pesquisa fica a critério do professor. Sugerimos que seja um assunto relacionado à HM e que faça parte do conteúdo matemático que está sendo trabalhado em sala de aula naquele momento.

Observações:

- É interessante levar os estudantes até o laboratório de informática da escola para que eles possam acessar a internet para a pesquisa e o professor possa supervisioná-los. Sugere-se estipular um tempo (em torno de 50 minutos) para a conclusão e entrega dos textos, para que o restante do período seja utilizado para a sua discussão.
- Pode-se solicitar aos estudantes que o texto seja elaborado em casa, como tarefa, e ser entregue na aula seguinte. Assim, este primeiro momento pode ser reduzido para 1 hora aula.
- O professor também pode solicitar que o texto seja elaborado individualmente. Sugerimos o trabalho em duplas ou trios para contribuir com o desenvolvimento do trabalho em equipe, sugerido por Demo (2002) e descrito na dissertação.

2. Após a entrega dos textos elaborados pelos estudantes, discutir com os estudantes como foi realizada a pesquisa na internet, quais *sites* utilizaram e quais os procedimentos adotados por eles para a elaboração dos trabalhos.
3. Com a exposição dos *sites* que utilizaram como fonte de informação para a realização das pesquisas, deve-se alertar os estudantes sobre a importância de se buscar uma fonte segura de informação, como em livros, artigos, trabalhos científicos, ou até mesmo em sites de instituições que tenham credibilidade reconhecida, tais como páginas de universidades ou institutos de pesquisa.
4. Conversar também com os estudantes sobre o plágio, explicando que o ato de ‘copiar e colar’, sem a devida referência, é caracterizado como tal. Para complementar a fala, explicar a necessidade e a importância de se escrever com as próprias palavras, evitando as cópias. Também ressaltar o grande valor de apresentar as referências bibliográficas consultadas para a escrita do texto, pois são elas que garantem a confiança das informações descritas.

Nossa experiência:

- Neste momento os estudantes pesquisaram sobre o tema “Funções”, pois era o conteúdo que estavam estudando em sala de aula na época. Em duplas, relataram que utilizaram a expressão “História das funções da Matemática” para a pesquisa e que escolheram os primeiros links disponíveis para elaborar os textos.
- Em seus relatos, informaram que copiaram trechos, ou seja, fizeram um resumo daquilo que encontraram. Algumas duplas utilizaram apenas uma fonte de pesquisa, outras utilizaram mais, acrescentando informações que não estavam presentes na primeira.



Figura 1: Estudantes pesquisando e elaborando o primeiro texto.

4. 2 MOMENTO 2: Elaboração do projeto de pesquisa

Duração: de 3 a 5 horas aulas

Objetivos: instruir os estudantes a elaborarem os seus projetos de pesquisa dentro do contexto da HM.

Conteúdos trabalhados: a escolha do estudante

Materiais utilizados: Computador com acesso à internet

Desenvolvimento da atividade:

1. Para o segundo momento da atividade, os estudantes – em grupos ou individualmente – definirão um tema/assunto em HM sobre o qual tenham interesse, para então elaborar a pesquisa. Para a determinação do tema, sugerimos que busquem na cronologia da Matemática um assunto que chame a sua atenção. Indicamos a linha do tempo disponível na página *web* IMática, desenvolvida pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (USP), disponível no endereço eletrônico <http://www.matematica.br/historia/index_h_tempo.html>.

Observações:

- O professor pode auxiliar os estudantes na escolha do tema, destacando pontos nesta cronologia que se relacionem com os conteúdos matemáticos já vistos por eles em sua trajetória escolar além de nomes importantes inerentes à HM.
- É importante que o professor fique atento ao tema de pesquisa escolhido pelos estudantes, para que este não seja muito amplo.
- Para escolha do tema, o professor pode apresentar aos estudantes todos os conteúdos que estão previstos para serem trabalhados em sala de aula durante o período a ser considerado, para que os estudantes escolham um tema de pesquisa dentro daqueles previstos pelo professor. Outra alternativa, é trabalhar com a pesquisa no contexto do conteúdo que está sendo estudado, visto que em uma mesma temática, podem surgir diferentes pontos a serem destacados.

- O trabalho com a Pesquisa Escolar e História da Matemática pode acontecer durante todo o período, e dessa forma o planejamento do professor em relação aos conteúdos previstos não é comprometido. Pode-se solicitar aos estudantes que a sequência de ações descrita neste guia, seja ~~ainda~~ realizada em casa, como tarefa de casa.
2. Definidos os temas de pesquisa, solicitar aos estudantes que leiam alguns trabalhos sobre o assunto, com o intuito de saber um pouco mais sobre ele, para então definir os objetivos e as outras etapas da pesquisa. É importante instruir os estudantes sobre as fontes de pesquisa, visto o que foi discutido no ‘Momento 1’.

Observações:

- Neste momento, pode ser interessante criar uma sala de aula virtual, para que o professor possa compartilhar trabalhos com os estudantes sobre o assunto escolhido por eles, disponibilizando *links* e arquivos do interesse de cada grupo. Este ambiente também pode ser útil para que cada grupo possa salvar os seus arquivos e os resultados parciais de suas pesquisas, caso não possuam um dispositivo para armazenamento. Para isso, sugerimos a plataforma Google Sala de Aula.
3. Concluídas as buscas iniciais sobre os temas que foram escolhidos, passa-se para a elaboração do projeto de pesquisa. Recomendamos a estrutura sugerida por Bagno (2007):
 - a. Título;
 - b. Objetivo;
 - c. Justificativa;
 - d. Metodologia;
 - e. Produto final;
 - f. Fontes de consulta;
 - g. Cronograma.

Deve-se apresentar esta estrutura dando uma breve explicação do que significa cada um dos pontos. A metodologia de pesquisa e o produto final serão comuns a todos os grupos, visto que se trata de uma pesquisa bibliográfica com a elaboração de um texto e de uma apresentação em *slides* ao final dos trabalhos, para o compartilhamento dos

conhecimentos adquiridos. Em relação ao cronograma, fica a critério do professor definir o que melhor se adequa à realidade da turma.

4. Cada grupo, de acordo com o que mais chamou a sua atenção dentro do tema escolhido para pesquisa, deve definir o seu objetivo de pesquisa, o qual irá direcionar as suas pesquisas. Orientá-los novamente quanto ao objetivo, para que seja claro e sucinto.
5. Para a escrita dos trabalhos, deve-se orientar os estudantes sobre os elementos essenciais para a composição de textos em HM, os quais são sugeridos por Mendes e Chaquiam (2016):

a) História da humanidade/cenário mundial; b) Apresentação dos personagens contemporâneos ao principal; c) O personagem principal, exceto suas contribuições para o tema/conteúdo; d) Evolução do tema e os respectivos personagens que contribuíram para evolução do mesmo e, por fim, apresentação dos pontos de vista atual de historiadores/pesquisadores sobre o tema/conteúdo ou personagem principal (MENDES; CHAQUIAM, 2016, p. 100).

Observação:

- Segundo os autores, deve-se seguir esta ordem para obtenção dos dados para a composição dos textos, mas ressalta que não é a ordem sugerida para a elaboração do texto didático-pedagógico, pois podem surgir obstáculos durante a pesquisa ou até mesmo obter informações antecipadamente (MENDES; CHAQUIAM, 2016).

Nossa experiência:

- Os projetos de pesquisa elaborados pelos estudantes tiveram como tema e objetivo:
 - Grupo 1: História da fórmula de Bháskara;
Objetivo: Apresentar um breve relato histórico sobre as Equações do 2º grau.
 - Grupo 2: A história do número 'Pi';
(Os integrantes deste grupo passaram a fazer parte de G1)
 - Grupo 3: Euclides e os elementos;
Objetivo: Elaborar uma biografia de Euclides;
 - Grupo 4: A vida de Bháskara;
Objetivo: Apresentar uma biografia do matemático Bháskara;
 - Grupo 5: Eratóstenes e a medida da circunferência da Terra;
Objetivo: Verificar como Eratóstenes calculou a circunferência da Terra;
 - Grupo 6: Os sistemas de numeração.

Objetivo: Apresentar um breve relato histórico sobre os Sistemas de Numeração da Antiguidade, dando ênfase ao Sistema de Numeração Romano.

- Metodologia: pesquisa bibliográfica, com consulta em livros presentes na biblioteca da escola ou livros disponibilizados pela PP, além de sites e trabalhos acadêmicos disponíveis na internet.
- Produto final: a elaboração de um texto e uma apresentação em slides a fim de compartilhar o conhecimento adquirido
- Fontes de consulta: livros de HM sugeridos e os links disponibilizados na sala de aula virtual.
- Cronograma: a elaboração das atividades de pesquisa e escrita dos textos aconteceu somente durante os encontros, para que pudéssemos acompanhá-los e orientá-los.

4.3 MOMENTO 3: Elaboração dos textos em HM

Duração: conforme a necessidade da turma

Objetivos: elaborar a escrita dos textos com os resultados da pesquisa que foi estruturada no ‘Momento 2’.

Conteúdos trabalhados: a escolha do estudante.

Materiais utilizados: computador com acesso à internet e/ou livros de HM.

Desenvolvimento da atividade:

1. Concluído o projeto de pesquisa e com as devidas instruções sobre o que conter nos textos em HM, orientar os estudantes quanto à escrita dos seus trabalhos.
2. Estabelecer uma quantidade mínima de laudas, de modo que o trabalho não fique muito resumido.
3. Ressaltar que os textos devem conter introdução com breve descrição do objetivo de pesquisa, desenvolvimento do tema conforme mencionado anteriormente e conclusão com base no objetivo destacado inicialmente.
4. Alertar os estudantes quanto à escrita autoral, de modo a evitar copiar trechos. Orientá-los em todos os momentos, sugerindo palavras e expressões, monitorando quanto ao uso correto da língua, abreviações e pontuações.
5. Destacar a importância de se apresentar as referências bibliográficas após a conclusão.

Observações:

- Para auxiliar os estudantes quanto à escrita dos textos, pode-se apresentar alguns exemplos de trabalhos em HM disponíveis na internet, destacando os elementos principais como introdução, objetivo, desenvolvimento, conclusão e referências bibliográficas.
- Para a escrita dos trabalhos no editor de textos disponível nos computadores da escola, é interessante estabelecer um padrão de formatação.

- É possível que alguns estudantes tenham dificuldade quanto à utilização *software* para escrita, por isso é importante o professor estar atento e auxiliá-los para superar as dificuldades.
6. Após a conclusão dos textos, auxiliar os estudantes quanto à elaboração dos *slides*, caso o professor deseje que os estudantes compartilhem os resultados de suas pesquisas, visto que cada grupo elaborou uma pesquisa diferente da outra.
 7. É importante enfatizar aos estudantes que os *slides* devem conter tópicos sobre os principais pontos do trabalho e não parágrafos do texto escrito por eles.
 8. Combinar com os estudantes o tempo para a apresentação e a quantidade de *slides* necessários, para que a apresentação não fique curta ou muito extensa. Nesta sequência de ações, estipulamos entre 10 e 15 minutos para exposição dos resultados, mais o tempo destinado aos questionamentos por parte da plateia que possam surgir.

Nossa experiência:

- Os textos elaborados pelos estudantes, bem como as fontes de pesquisa utilizadas por eles se encontram nos anexos deste produto educacional.



Imagem 2: Estudantes durante a elaboração do projeto e escrita dos textos.

4.4 MOMENTO 4: Avaliação

Duração: durante todo o desenvolvimento da atividade de pesquisa.

Objetivos: avaliar a evolução do estudante diante da ação de pesquisar.

Desenvolvimento da atividade:

A avaliação deve acontecer durante todo o processo de implantação da sequência de ações com os estudantes, desde o primeiro texto escrito sem orientação prévia, permeando pelo seu envolvimento e dedicação durante a escrita e desenvolvimento do projeto de pesquisa, até a finalização por meio da apresentação de *slides*.

O professor deve avaliar não apenas o resultado da pesquisa, ou seja, o texto que foi entregue pelo estudante, mas a sua evolução durante todo o processo.

Como destaca Demo (2002), deve-se pensar em formas alternativas de avaliação, compreendendo que esta deve ser “um processo constante de acompanhamento da evolução do aluno” (DEMO, 2002, p. 37).

Esse mesmo autor destaca que se deve formular indicadores de desempenho, tais como o interesse pela pesquisa, o êxito em formulações próprias e até mesmo o nível de participação do estudante durante todo o processo.



Imagem 3: Estudantes durante a apresentação.

5. CONCLUSÃO

Este produto educacional tem por objetivo auxiliar o professor de Matemática que deseja inserir a HM em suas aulas por meio de um trabalho com a pesquisa escolar. Assim, apresentamos uma sequência de ações a ser seguida para o desenvolvimento de uma atividade semelhante a que realizamos nesta pesquisa de mestrado.

Durante o período de implementação da sequência de ações com os estudantes do Ensino Médio, nos deparamos com diversas dificuldades apresentadas por eles, com as quais não esperávamos nos deparar. Como as dificuldades que podem surgir são específicas de cada realidade, não cabe citá-las neste produto educacional.

Essa vivência permitiu observar algumas potencialidades para o uso da HM em sala de aula, tais como: fonte para a seleção de objetivos adequados para a Matemática, fonte de seleção de problemas e fatos que possam ser motivadores para os estudantes, superação de obstáculos epistemológicos e promoção da desmistificação da Matemática.

No que se diz respeito à Pesquisa Escolar, foi possível identificar as estratégias didáticas que incentivaram o questionamento reconstutivo, além de ser importante para um tratamento mais aprofundado quanto à motivação para que os estudantes realizem suas próprias interpretações e elaborem textos de autoria própria, deixando de lado o hábito de copiar trechos e entregar ao professor como resultado de uma pesquisa, passando assim a confiar mais em suas interpretações.

É importante destacar que a prática com a pesquisa deve ser uma atividade cotidiana. Para enriquecer ainda mais tal exercício, a HM entra como uma forte aliada, pois contribui com a potencialização das aulas de Matemática, promovendo um ensino mais aprofundado sobre diversos assuntos.

REFERÊNCIAS

- BAGNO, M. **Pesquisa na escola: O que é, como se faz.** São Paulo: Loyola, 2008.
- BARONI, R. L. S. NOBRE, S. A Pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática. In: **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.** M. A. Bicudo (org.). São Paulo: UNESP, 1999, p. 129 – 136.
- BERLONGHOFF, W. P; GOUVÊA, F. Q. **A Matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores entusiastas.** Trad. Elza Gomide, Helena Castro. São Paulo: Edgar Blücher, 2010.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Ensino Médio. Brasília: MEC, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica.** Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: História.** Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BROLEZZI, A. C. **A Arte de Contar: Uma Introdução ao Estudo do Valor Didático da História da Matemática.** USP – São Paulo: 1991. Dissertação de Mestrado em Educação).
- D'AMBROSIO, U. A História da Matemática: Questões Historiográficas e Políticas e Reflexos na Educação Matemática. In: **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas,** M. A. V. Bicudo (org.), Rio Claro, SP: Ed. UNESP, 1999.
- DEMO, P. **Educar pela pesquisa.** 5. Ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2002. (Coleção educação contemporânea).
- DIAS, W. T. **Há espaço para a construção autoral nos trabalhos de pesquisa escolar.** PUC – Rio de Janeiro: 2017. (Tese de Doutorado).
- GASPERI, W. N. H de; PACHECO, E. R. A História da Matemática como Instrumento para a Interdisciplinaridade na Educação Básica. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense,** 2007. Curitiba: SEED/PR., 2011. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=20>. Acesso em 22 de setembro de 2020. ISBN 978-85-8015-037-7.
- LOPES, L. S. FERREIRA, A.L.A. Um olhar sobre a história nas aulas de matemática. In: **Abakós,** Belo Horizonte, v. 2, n. 1, p. 75 – 88, nov. 2013.
- MENDES, I. A. CHAQUIAM, M. **História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores.** Belém: SBHMat, 2016.

MIGUEL, A. As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. In: **Zetetiké**, Campinas, v. 5, n. 8, p. 73-105, jul./dez.1997.

MIGUEL, A; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática**: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

NEUNZIG, V. L. **A pesquisa escolar como elemento integrador dos recursos de biblioteca, internet e sala de aula para a construção do conhecimento**. UFSC - Florianópolis: 2004. (Dissertação de Mestrado).

OLIVEIRA, C. A. de. **A pesquisa escolar em tempos de internet**: reflexões sobre essa prática pedagógica. UFPR – Curitiba: 2008. (Dissertação de Mestrado).

PADILHA, M. A. **Pesquisa de conteúdos da Web**: copiar e colar ou estratégias para construção do conhecimento. UFPB – Recife: 2006. (Tese de Doutorado).

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**: Ciências. Curitiba: SEED, 2008.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**: Matemática. Curitiba: SEED, 2008.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SILVA, A. P. da; FERREIRA, A.C. Matemática na Arte: utilizando o potencial pedagógico da História da Matemática no ensino de geometria para alunos da escola básica. In: **Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**, 15. Anais... Campina Grande: EBRAPEM, 2011.

STEFANO, L. R. F. **Representações de professores e alunos sobre a pesquisa escolar**: a leitura crítica, a escrita autônoma e a formação do conhecimento. UEM – Maringá: 2005. (Dissertação de Mestrado).

TEIXERA, S. A. **Fazendo pesquisa escolar na internet**. UFMG – Belo Horizonte: 2011. (Dissertação de Mestrado).

VIANNA, C. R. Usos didáticos para História da Matemática. In: **Seminário Nacional de História da Matemática**. Anais... Recife – PE: SBHMat, 1998, pp. 65 – 79.

ANEXOS

TEXTOS PRODUZIDOS PELOS ESTUDANTES APÓS O DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE

Texto produzido por G1:

HISTÓRIA DAS EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU

Introdução

Nas aulas de matemática aprendemos vários tipos de equações e a que mais chamou nossa atenção foi a equação de segundo grau. Neste trabalho temos por objetivo fazer um breve relato da história das equações de segundo grau.

História

A matemática antiga sempre precisou de embasamentos práticos para seu desenvolvimento e para evolução de formas mais avançadas da sociedade e que ela foi se evoluindo. Com o desenvolvimento da agricultura, foi preciso conhecimentos de engenharia, administração e comércio. No meio desse contexto sociocultural surgiram as equações de segundo grau.

Os primeiros registros desse tipo de equação foram feitos pelos babilônios cerca de 1700 a.C. em uma tábua de argila por meio de palavras. Os babilônios tinham uma álgebra bem desenvolvida para a época e resolviam as equações por métodos semelhantes aos atuais, porém, naquela época não se falava em raiz negativa, pois eles desconheciam os números negativos. Por isso, classificavam as equações da seguinte maneira:

a) $x^2+px=q$ b) $x^2+p=px$ c) $x^2=px+q$

O matemático Diophanto contribuiu para o avanço da resolução de equações do segundo grau quando apresentou uma outra representação para as equações, introduzindo novos símbolos. Até então, a equação e sua resolução eram representadas em forma escrita.

Na Índia as equações polinomiais também eram resolvidas completando quadrados, foi a forma de resolução apresentada geometricamente Al-Khowarizmi, no século IX. Os Índus excluíaam raízes negativas, mas aceitavam raízes irracionais. Tinham também sua própria maneira para resolver esse tipo de equação, puramente algébrica.

No século XII, na Índia, destacou-se outros grandes matemáticos que foram grandes contribuintes com os estudos das equações do segundo grau. São eles, Bháskara e Sridhara. Os dois têm forte influência na regra que originou a fórmula atual.

Já os egípcios não fizeram registros do tratamento de equação polinomial do 2º grau, mas historiadores acreditam que eles sabiam como resolver esse tipo de equação, pois eles encontraram no

papiro de Kahun uma resolução escrita como $x^2+y^2=k$, em que k seria um número positivo pelo método da falsa posição desenvolvido por eles.

Se por um lado, os árabes fizeram desaparecer boa parte do conhecimento ocidental, por outro, contribuíram para sua preservação. O extermínio começou em 641 d.C., quando Omar mandou que fosse destruída a Biblioteca de Alexandria. A preservação foi devida a três califas, considerados os grandes patronos da cultura abássida: Al-Mansur, Harun al-Rachid e al-Mamum, durante seus reinados traduziram do grego para o árabe, os mais importantes escritos científicos conhecidos, entre eles, O Almagesto de Ptolomeu e Os Elementos de Euclides.

Al-Mamum fundou no século IX, em Bagdá, um centro científico similar à Biblioteca de Alexandria, recebendo o nome de Casa da Sabedoria, onde frequentavam muitos matemáticos, dentre eles, Mohamed ibn-Musa al-Khowarizmi que fez uma obra de grande potencial didático (*Hisabal-jabrwa' Imuzabalah*), traduzida como Ciência das equações, na qual ele apresenta a equação polinomial do 2º grau, baseada em aproximações sucessivas de grande precisão.

Em 1303, na China, o grande matemático chinês daquela época Chu Shih-chieh, apresentou uma técnica especial para a resolução da equação do 2º grau, de grande precisão, denominada método fan-fan, que foi apresentada de forma retórica, chegando a uma única raiz.

Na Europa, embora usasse o formalismo atual, o modo para resolver os problemas envolvendo as atuais equações do 2º grau eram resumidas na receita usada por Bháskara. Muitos matemáticos desenvolveram formas distintas de representação e resolução da equação polinomial do 2º grau do século XV ao XVII.

É muito comum em livros didáticos, vermos o item “Fórmula da Bháskara”, atribuindo a ele o mérito pelo desenvolvimento da fórmula resolutive. Porém, as pesquisas mostram que o desenvolvimento da fórmula, como a conhecemos hoje, se deu por um processo em que vários matemáticos contribuíram para isso, evidenciando que Bháskara não o fez sozinho. Ele contribuiu sim, para o que hoje chamamos, erroneamente, de Fórmula de Bháskara.

Este título, acredita-se que lhe foi dado devido a uma tradução errada para o português, visto que somente no Brasil a fórmula resolutive das equações do 2º grau recebe este nome. Quem, de fato, publicou a fórmula, foi Willian Oughtred, e seu nome, na maioria das vezes, não é lembrado.

Conclusão

Com este trabalho, concluímos que esta fórmula resolutive da equação do 2º grau levou vários anos para ser finalizada e contou com a contribuição de vários matemáticos para o

desenvolvimento dela, como: Diophanto, Bháskara, Sridhara, Mohamed ibn-Musa al-Khowarizmi, Chu Shih-chieh, dentre outros. Foi um processo demorado e durante ele ocorreram alguns empecilhos, devido à Matemática não estar tão bem desenvolvida como hoje.

Referências

FRAGOSO, W. da C. **Uma Abordagem Histórica da Equação do 2º grau**. Revista do Professor de Matemática. Santa Maria, RS. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/veiculos_de_comunicacao/RPM/RPM43/RPM43_04.PDF>. Acesso em: 08.ago.2019.

VALE, A. F. A. do. **As DIFERENTES ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU**. 2013. 76f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Semi-Árido, Mossoró, 2013.

A Vida de Euclides

Introdução

Na Matemática nos deparamos com vários nomes que foram importantes para o seu desenvolvimento. Dentre eles, aquele que mais chamou a nossa atenção foi Euclides, pois ele escreveu o livro “Os Elementos” que é uma referência para a Matemática.

Sendo assim, o objetivo deste trabalho é apresentar uma biografia de Euclides, haja vista a sua importância para o desenvolvimento da Matemática

Biografia de Euclides

Sabemos pouco da vida de Euclides (Figura1), pois na época em que ele viveu, o nome Euclides era comum na cidade de Alexandria, não sabendo ao certo, quem era realmente Euclides de Alexandria, o matemático.



Figura 1: Euclides

Estudos apontam que ele viveu por volta do século IV a.C. e morreu no século III a.C., e não há registros do seu local de nascimento.

Euclides trouxe grandes contribuições para o ensino da matemática uma delas é tornar mais fácil e prático o estudo de áreas, volumes e propriedades das figuras geométricas.

Euclides agrupou todo o conhecimento da geometria da época, e os organizou em sua obra *Os Elementos*, com 13 volumes. Da Idade Média até o Renascimento, os Gregos e Romanos o utilizaram como livro base.

Por conta disso, Euclides é conhecido como o pai da geometria pois ele reuniu e organizou de forma coerente, todo o conhecimento de matemática acumulado pela humanidade até sua época.

Em sua principal obra (os elementos) de seu conhecimento matemático que se tornou parte do ensino por 2.000 anos. Euclides escreveu outras obras além do livro Os Elementos dentre elas: *Os Dados, Divisão de Figuras, Óptica e Os Fenômenos*. Acredita-se que Euclides também foi autor de outras obras, como: *Porismas de Euclides, Cônicas, Elementos da Música, Pseudaria e Lugares de Superfícies*, porém estas se perderam com o passar dos anos.

Postulado das paralelas

Euclides expressou o famoso “postulado das paralelas” para finalizar seu trabalho, que dizia: "*Se uma reta, interceptando duas outras, forma ângulos internos do mesmo lado, menores do que dois ângulos retos, estas outras, prolongando-se ao infinito, encontrar-se-ão no lado onde os ângulos sejam menores do que dois ângulos retos*".

Ele também deixou importantes trabalhos sobre óptica, acústica, consonância e dissonância. Esse assunto é conhecido como “harmonia musical”. Dos aprendizados de Euclides, ele depende de vários estudos como o da mecânica, do som, da luz, da navegação, da ciência atômica, da biologia, da medicina, entre várias outras partes da ciência e tecnologia.

Conclusão

Concluimos por meio dessa pesquisa que Euclides de Alexandria teve uma grande importância na Matemática na sua época, contribuindo de forma significativa para ela.

Euclides é conhecido como um mestre da matemática até hoje, que influenciou os estudos sobre luz, navegação, som, entre outros, mas principalmente a Geometria.

Referências

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas, SP. Editora da Unicamp, 2004.

FRAZÃO, D. **Euclides Matemático de Alexandria**. Disponível em: <<https://www.ebiografia.com/euclides/>>. Acesso em: 09 de julho de 2019.

O’CONNOR, J.J. ROBERTSON, E. F. **Euclid of Alexandria**. Disponível em: <<https://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Euclid.html>>. Acesso em: 09 de julho de 2019.

História de vida de Bháskara

Introdução

Na matemática nos deparamos com vários nomes importantes para a sua história. A partir de uma pesquisa bibliográfica, expressamos maior interesse pelo famoso Bháskara. No decorrer deste trabalho iremos adentrar em alguns tópicos sobre a vida e contribuição dele para a matemática.

Biografia de Bháskara

Bháskara (Figura 1), também conhecido como Bhaskaracharya, nasceu em 1114, na cidade de Vijayapura, Índia, e morreu no ano de 1185 em Ujjain, também na Índia. Ele era descendente de astrônomos e estudou para ser astrólogo e astrônomo. Teve seu reconhecimento de forma precoce, assim conseguindo o posto de diretor do local, que na época era o maior centro de pesquisas matemáticas e astrológicas da Índia.

Entre seus trabalhos mais conhecidos está o *Lilavati*, mesmo nome de sua filha. Por causa de seu fanatismo por astrologia, Bháskara acreditava que Lilavati deveria se casar em determinada hora de determinado dia; a partir de um incidente a hora que ocorreria o casamento passou e ela não se casou. Bháskara para consolá-la prometeu homenageá-la dando seu nome a um livro. Este livro é constituído por 13 capítulos nos quais tratam-se dos seguintes assuntos:

- Definições;
- Termos aritméticos;
- Juros;
- Progressões aritméticas e geométricas;
- Geometria plana;
- Geometria sólida;
- A sombra de gnomon;

•O kuttaka¹ e combinações.

Ele também escreveu mais cinco obras, sendo elas: *Bijaganita*, *Siddhantasiriomani*, *Vasanabhasya de Mitaksara*, *Karanakutuhala*, *Vivarana*.

Além de suas obras Bháskara também é conhecido pela fórmula designada como Fórmula de Bháskara.

A fórmula de Bháskara é nomeada desta forma ao que parece ser somente no Brasil. O nome, “fórmula de Bháskara” é incorreto, porque essa equação já resolvia problemas que surgiram há quase quatro mil anos antes.

Entre muitas conclusões importantes descobertas por Bháskara estão:

$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$ e $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$



Figura 1: Bháskara

Bháskara não foi o real criador da equação do 2º grau, porém ele ajudou a criá-la.

Ele contribuiu com: a invenção do método iterativo do chakravala² e sua modificação do clássico método kuttaka.

Em nossa pesquisa acabamos nos deparando com outro “Bháskara” denominado Bháskara I. As obras dele eram: *Mahabhaskarya*, *Laghubhaskariya* e o *Aryabhatiyabhasya*. E era autor de dois tratados e comentários sobre o trabalho de Aryabhata I.

Conclusão

Concluimos, por meio desta pesquisa, que Bháskara ao longo de sua vida teve várias contribuições para a matemática, as quais utilizamos até hoje. A equação do 2º grau é

conhecida como “Fórmula de Bháskara”, mas não foi somente ele quem a desenvolveu.

Referências

Bhaskara (1114 – 1185). USP. Disponível em:

<<http://ecalculo.if.usp.br/historia/bhaskara.htm>> Acesso em: 09. jul. 2019.

DIAS, A. R.; LIMA, C. M.F.De; FREITAS, E.G. **Uma Abordagem Nos Livros Didáticos Sobre a Fórmula de Bháskara: Mito e Realidade** 2015. 40f. TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO. Universidade Federal do Amapá. Santana, 2015. Disponível em: <<https://www2.unifap.br/matematicaead/files/2016/03/TCC-BASKARA.pdf>>. Acesso em: 09.jul.2019

FRAZÃO, D. **BhaskaraMatemático indiano**. Ebiografia. Disponível em: <<https://www.ebiografia.com/bhaskara/>>. Acesso em: 09. jul. 2019.

¹É um algoritmo para encontrar soluções inteiras de equações diofantinas lineares.

²É um algoritmo cíclico para resolver equações quadráticas indeterminadas.

O Método Para a Medida da Circunferência da Terra de Eratóstenes

Introdução

Eratóstenes (~275aC--~194aC) foi um matemático muito importante na sua época, pois seus estudos nos indicaram com quase exatidão a medida da circunferência da terra, num tempo em que isso era dado como impossível. Este tema foi escolhido, pois foi de grande interesse do grupo, já que medir a circunferência da Terra com tamanha precisão naquela época é algo impressionante. Neste trabalho, iremos falar sobre sua vida e explicar o método que Eratóstenes desenvolveu.

A vida de Eratóstenes

Pouco se sabe sobre sua história, pois não ficaram muitos documentos escritos. Acredita-se que ele viveu entre 275 a 194 a.C., nascido em Cirene, na Grécia, passou grande parte de sua juventude em Atenas. Escreveu livros didáticos de diversos temas, era um homem que tinha muitas perguntas, por tal motivo passava grande parte de seu tempo lendo e escrevendo, mas algumas de suas perguntas ele mesmo teria de responder.

Ao completar seus trinta anos, Eratóstenes foi convidado pelo rei Ptolomeu III para dar aulas particulares a seu filho na cidade de Alexandria. Lá ele teria acesso à maior livraria e ao maior museu da época, assim podendo pesquisar sobre diversos assuntos sobre os quais tinha curiosidade.

Eratóstenes estudava uma maneira de descobrir a circunferência da Terra, pois tinha uma grande paixão por geografia, e essa era uma questão bastante discutida, mas nunca conseguia achar algum método eficaz. Até que, num certo dia, ouviu que estaria ocorrendo o *solstício de verão*¹ em Siena (atual Assuã), e esse fenômeno abriu a mente de Eratóstenes, dando a ele uma nova ideia de como medir a circunferência da Terra.

A Teoria de Eratóstenes

Com o Solstício de verão, Eratóstenes deduziu que o sol estaria exatamente em cima da cidade de Siena e, ao mesmo tempo, em Alexandria estaria alguns graus para o lado, com isso, se ele tivesse exatamente a distância entre as duas cidades e os graus do ângulo que o sol faria em Alexandria, ele conseguiria descobrir a Circunferência da Terra.

Assim, no dia do solstício, ele foi ao ar livre e colocou uma estaca no chão. Após medir os graus que a sombra do objeto fazia, que eram $7,2^\circ$, sabia que ao mesmo tempo, em Siena, essa quantia seria 0° . Então, dividindo 360° (pois a Terra toda tem 360 graus) por $7,2^\circ$, ele obteve 50, logo, se multiplicasse a distância das duas cidades por 50, obteria a circunferência da Terra.

O grande problema era: como medir a distância dessas cidades? Eratóstenes já havia tentado fazer esta medida com camelos, mas não obteve sucesso. Ele iria calcular o tempo que levaria para ir de uma cidade a outra com eles, mas eles não mantinham ritmo fixo, às vezes disparavam, às vezes paravam, assim tornando impossível de obter um bom resultado.

Eratóstenes então pediu ao rei a ajuda de seus melhores bematistas², desse modo, conseguiria medir esta distância com uma certa precisão. Quando retornaram, Eratóstenes finalmente sabia que a distância entre as duas cidades era de 5000 estádios³, assim podendo concluir sua operação. Multiplicando 5000 por 50, ele obteve que a circunferência da Terra era de 250000 estádios (39.682km).

Hoje sabemos que sua circunferência é de 40.075km e é realmente impressionante como Eratóstenes chegou em uma medida tão próxima há mais de dois mil anos.

Conclusão

Podemos ver que o método de Eratóstenes foi de grande ajuda para a matemática e para a geografia na sua época, mesmo que hoje em dia ele não seja mais utilizado por estar ultrapassado, não traz toda a exatidão necessitada e existem métodos mais eficazes.

Com esta pesquisa conseguimos entender o pensamento de Eratóstenes e todo o desenvolvimento do seu método, apesar de não existirem instrumentos tão precisos quanto hoje.

Referências

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

VINAGRE, A.L.M. **Eratóstenes e a Medida do Diâmetro da Terra**. 2002. Disponível em: <https://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem2_2002/940298_AndreVinagre_Eratostenes.pdf> Acesso em: 02 jul. 2019.

¹**Solstício de Verão:** fenômeno da astronomia que marca o início do Verão. É o instante em que determinado hemisfério da Terra está inclinado cerca de $23,5^\circ$ na direção do Sol, fazendo com que o planeta receba mais raios solares.

²**Bematistas:** Agrimensores treinados para caminhar com passos sempre do mesmo tamanho.

³**Estádio:** Medida de comprimento utilizada na época. 1 quilometro equivale a 6,3 estádios.

SISTEMA DE NUMERAÇÃO

INTRODUÇÃO

A história dos números não se baseia apenas em uma só civilização, mas em vários povos de acordo com suas necessidades. Podemos citar alguns exemplos: Sistema de Numeração Sumério, Egípcio, Grego, Chinês, Maia.

Neste trabalho decidimos nos aprofundar no Sistema de Numeração Romano, pois além de ser o qual chamou mais a atenção, também é utilizado até hoje em livros, relógios, numeração de casas etc.

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO ANTIGOS

A numeração escrita nasceu, nas épocas mais primitivas, do desejo de manter registros de gado ou outros meios, com marcas ou traços em paus etc., aplicando o princípio da correspondência biunívoca¹.

Falaremos brevemente sobre os Sistemas de Numeração antigos e ao final daremos ênfase ao Sistema de Numeração Romana.

→ SISTEMA DE NUMERAÇÃO SUMÉRIOS

O Sistema dos Sumérios (Imagem 1) era representado da seguinte forma: uma unidade simples por um pequeno cone, uma dezena por uma bolinha, sessenta unidades por um cone grande, o número 600 por um cone perfurado, 3600 por uma esfera, o número 36000 por uma esfera perfurada.



Imagem 1: Sistema de numeração Sumérios

→SISTEMA DE NUMERAÇÃO EGÍPCIO

Os sistemas de escrita numérica mais antigos que se conhecem são os dos Egípcios, aproximadamente do ano 3500 a.C.

Numeração Hieroglífica

Por volta do ano 3000 a.C., os Egípcios inventaram um sistema de numeração escrita, a numeração hieroglífica (Imagem 2).

Desde seu surgimento a numeração Egípcia permite a representação dos números além de um milhão.

1	∩
10	∩
100	∩
1 000	∩
10 000	∩
100 000	∩
1 000 000	∩

Os algarismos hieroglíficos egípcios.

Imagem 2: Sistema de Numeração Hieroglífica Egípcia

Numeração Hierática

Os escribas Egípcios procuraram sempre ficar ao máximo o grafismo e os algarismos originais, para chegar a uma notação numérica abreviada, conhecida como Numeração Hierática (Imagem 3). os escribas dos faraós chegaram a uma notação simplificada, atribuindo um signo particular aos seguintes números.

1	I	10	A	100	—	1000	⌒
2	II	20	⌒	200	—	2000	⌒⌒
3	III	30	X	300	—	3000	⌒⌒⌒
4	IIII	40	⌒	400	—	4000	⌒⌒⌒⌒
5	∟	50	∟	500	—	5000	∟⌒⌒⌒
6	2	60	⌒	600	—	6000	⌒⌒⌒
7	↘	70	↘	700	—	7000	↘⌒⌒⌒
8	≡	80	⌒	800	—	8000	⌒⌒⌒
9	⌒	90	⌒	900	—	9000	⌒⌒⌒

Os algarismos hieráticos egípcios.

Imagem 3: Sistema de Numeração Hierático Egípcio

→ SISTEMA DE NUMERAÇÃO GREGO

Os primeiros símbolos numéricos Gregos foram derivados dos Cretences. Ela foi decimal e só atribuía signo gráfico e especial a unidade e a cada uma das primeiras potências de sua base. No tempo de Homero (século IX – VIII a.C.), os símbolos eram os seguintes (Imagem 4):

• ou (ou	— ou ○	∟	Υ	⌒
1	10	100	1000	10 000

Imagem 4: Sistema de Numeração Grego no tempo de Homero

Porém a representação era muito repetitiva e surgiu assim o Sistema de Notação Numérica Ático (Imagem 5), foram abandonados aos poucos as antigas formas gráficas de seus números para substituí-las por letras alfabéticas correspondendo cada uma a inicial de número



▲
 Inscrição grega (fragmento) proveniente de Atenas, datando do século V a.C. Figura na terceira linha a notação da quantia de 3 talentos e 3.935 (+ x ?) dracmas.

1 I	100 H	10.000 M
2 II	200 HH	20.000 MM
3 III	300 HHH	30.000 MMM
4 IIII	400 IIII	40.000 MMMM
5 V	500 V	50.000 VV
6 VI	600 VI	60.000 VV
7 VII	700 VII	70.000 VII
8 VIII	800 VIII	80.000 VIII
9 IX	900 VIII	90.000 VIII
10 X	1.000 X	
20 XX	2.000 XX	
30 XXX	3.000 XXX	
40 XXXX	4.000 XXXX	
50 L	5.000 L	
60 LX	6.000 LX	
70 LXX	7.000 LXX	
80 LXXX	8.000 LXXX	
90 LXXXX	9.000 LXXXX	

▲
 Sistema de notação numérica das inscrições da Ática, atestado desde o século V a.C. até o início da era cristã.

Imagem 5: Sistema de Numeração Grego

→ SISTEMA DE NUMERAÇÃO CHINÊS

No início do primeiro milênio a.C., os chineses elaboraram a numeração escrita da qual ainda se servem até hoje (Imagem 6). Sua base é decimal e utiliza o princípio multiplicativo. Ela compreende três signos fundamentais, associados respectivamente aos seguintes números.

一	二	三	四	五	六	七	八	九
1	2	3	4	5	6	7	8	9
十	百	千	萬					
10	100	1.000	10.000					

Imagem 6: Sistema de Numeração Chinês

→ SISTEMA DE NUMERAÇÃO MAIA

Os Maias criaram um sistema de numeração de base visegimal e posicional, cujos símbolos eram os seguintes:

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10	11	12	13	14
15	16	17	18	19
20	21	22	23	24
25	26	27	28	29

Fonte: <http://www.uia.uol.br/>

Imagem 6: Sistema de Numeração Maia

→ SISTEMAS NUMERAÇÃO ROMANA

Provavelmente os primeiros povos a chegar à península foram os Itálicos, entre os quais estavam os Latinos e os Sabinos. Depois então foram os Etruscos, povo comerciante e navegador, então chegou a vez dos gregos que se estabeleceram no sul da Península e na Sicília.

Os números romanos ou algarismos romanos surgiram na Roma antiga, há 2000 anos, como uma forma de identificação simples. Nesta região que se usava a numeração romana, geralmente por generais do exército e por pastores.

Muitos séculos antes de Júlio Cesar (sec. I a.C.) os Etruscos usavam signos de numeração com a grafia e estrutura idênticas a dos algarismos romanos Arcaicos (Imagem 7).

ETRUSCOS		ROMANOS	
1	I	I	1
5	Λ	V	5
10	X ou ✕ ou +	X	10
50	Λ	↵	50
100	✕	(✕)	100

Imagem 7: algarismos romanos e etruscos

A numeração romana foi criada por motivo simples, para contar rebanhos, soldados entre outros.

Os romanos foram muito espertos, eles pegaram sete (7) letras do seu alfabeto e deram valor a elas sem precisar criar outros símbolos como explica o exemplo:

I representava 1 V representava 5 X representava 10

L representava 50 C representava 100 D representava 500

M representava 1.000

Eles representavam seus números assim por causa da posição das mãos ao representar um número. (Imagem 8)

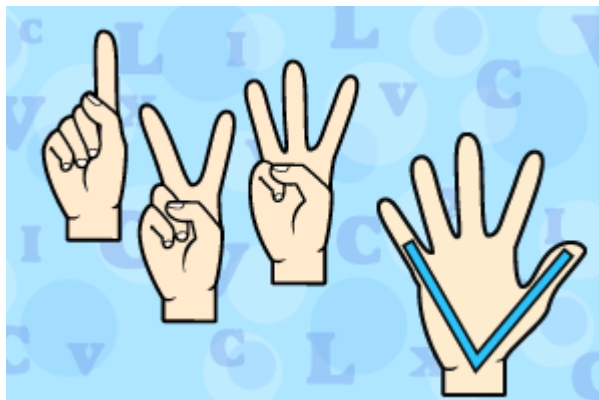


Imagem 8: Representação das mãos

Uma curiosidade é que os romanos apenas utilizavam letras maiúsculas pois o alfabeto romano não diferenciava as maiúsculas e minúsculas. Para escrevermos os números romanos precisamos de algumas regras que destacamos a seguir:

1 - A primeira regra diz que quando temos uma letra maior seguida de uma menor, devemos somar os valores. Por exemplo: VI = 6; XI = 11; XXI = 21.

2 - A segunda regra diz que quando temos uma letra menor, seguida de uma maior, devemos subtrair o maior valor pelo menor. Por exemplo: IV = 4; IX = 9; XC = 90.

3 - A terceira regra diz que as letras I, X, C e M só podem ser escritas seguidamente

por três vezes consecutivas. Era muito comum escrever o número quatro com esta representação: IIII. Atualmente só é possível escrever até 3 vezes, por exemplo: XIII = 13; XXXIII = 33;

4 - As letras V, L e D não podem se multiplicar, porque X, C e M, representam seu valor duplicado. Por exemplo: X = 10; C= 100; M=1000.

5 - Se entre duas letras iguais, existe uma de menor valor, o valor desta pertencerá a letra seguinte a ela. Por exemplo: XIX = 19; CXXIX = 129

6 - Algumas letras do algarismo romano são escritas com um traço em cima. Isso quer dizer que seu valor deve ser multiplicado por 1.000.

O número zero não era representado pelos romanos, pois eles não tinham interesse em cálculos.

Depois da expansão do comércio, os cálculos se tornaram necessários. Então os Hindus inventaram o chamado Sistema de Numeração Híndio-arábico. O número zero finalmente foi descoberto, o que possibilitou a modernização dos cálculos.

CONCLUSÃO

Neste trabalho nós aprendemos que os números são muito importantes para a humanidade se não fossem por eles provavelmente nós não teríamos muitas coisas existentes hoje, como celulares, computadores e vários outros.

Referências

PEDROZA, P. A. **Sistemas de Numeração Antigos**. Universidade Estadual do Ceará. Disponível em: <<http://www.mat.ufpb.br/bienalsbm/arquivos/Mini-Cursos/PatriciaAires/Sistemas-de-Numera%C3%A7%C3%A3o-Antigos-Patricia.docpdf>>. Acesso em:02.jul.2019.

Numeração Romana. Disponível em: <<http://www.conteudoseducar.com.br/conteudos/arquivos/4336.pdf>>. Acesso em: 02.jul.2019.

¹Diz uma correspondência entre os elementos de dois conjuntos tal que a cada elemento de um corresponda e só um do outro.