Sidney Lopes Sanchez Junior
Patrícia Ferreira Concato de Souza
Márcia Ines Schabarum Mikuska
organizadores

Ensino da Matemática

ressignificando o ensinar e o aprender na Educação Infantil e anos Iniciais do Ensino Fundamental

Bagai

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Bibliotecária responsável: Aline Graziele Benitez CRB-1/3129

E52 Ensino da matemática: ressignificando o ensinar e o aprender
1.ed. na educação infantil e anos iniciais do ensino fundamental
[recurso eletrônico] / [org.] Sidney Lopes Sanchez Junior,
Patrícia Ferreira Concato de Souza, Márcia Ines Schabarum
Mikuska. – 1.ed. – Curitiba, PR: Bagai, 2020.
PDF.

Bibliografia.
ISBN: 978-65-89499-01-5

1. Aprendizagem. 2. Educação. 3. Matemática – Estudo e
ensino. 4. Professores – Formação profissional. 5. Tecnologias.
I. Sanchez Junior, Sidney Lopes. II. Souza, Patrícia Ferreira
Concato de. III. Mikuska, Márcia Ines Schabarum.

12-2020/01 CDD 372.7
CDU 37.02

Índice para catálogo sistemático:
1. Matemática: Estudo e ensino
2. Professores: Formação profissional
3. Tecnologias: Educação

https://doi.org/ 10.37008/978-65-89499-01-5.21.12.20

Sidney Lopes Sanchez Junior
Patrícia Ferreira Concato de Souza
Márcia Ines Schabarum Mikuska
(organizadores)

ENSINO DA MATEMÁTICA

ressignificando o ensinar e o aprender na Educação Infantil e anos Iniciais do Ensino Fundamental

Bagai

O conteúdo de cada capítulo é de inteira e exclusiva responsabilidade do(s) seu(s) respectivo(s) autor(es). As normas ortográficas, questões gramaticais, sistema de citações e referencial bibliográfico são prerrogativas de cada autor(es).

Editor-Chefe Cleber Bianchessi

Revisão Os autores

Projeto Gráfico Alezandre Lemos

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Este livro: Ensino da Matemática - Ressignificando o ensinar e o aprender na Educação Infantil e anos Iniciais do Ensino Fundamental tem como objetivo dialogar com temas relevantes e desafiadores no campo do Ensino e da Educação Matemática que perpassam todas as etapas e modalidades da Educação.

A Matemática está presente no dia a dia de todos. Desde o nascimento estamos inseridos em um ambiente permeado por conhecimentos matemáticos. Contudo, é na escola que esses saberes são ensinados sistematicamente, organizados pelo currículo e mediado pelos professores, pelo livro didático, pelos recursos tecnológicos, pelas inúmeras interações que se fazem possíveis nos desafios diários da prática pedagógica.

Os conhecimentos matemáticos fazem parte da história da humanidade, de modo que foram se construindo e se constituindo ao longo dos anos; acompanhando a evolução do homem, as transformações e os avanços. Aprender Matemática se torna necessário para o convívio social, para as interações com as diferentes linguagens, bem como capacita o sujeito a pensar, analisar, raciocinar, avaliar e decidir criticamente.

Ensinar e aprender Matemática assume um valor social. Não é neutro, tampouco está isento de imparcialidade. Ensinar Matemática tem uma função social, sendo a de formar cidadãos críticos, pensantes, capazes de analisar e se posicionar diante dos desafios da sociedade.

Refletir sobre o processo de ensinar e aprender Matemática vai muito além de um manual com técnicas e procedimentos de ensino. Ensinar requer uma reflexão acerca do sujeito que aprende, e de que maneira ele aprende. Uma concepção clara de homem é a guisa de todo processo de ensino e de aprendizagem.

Um livro que se atém apenas às técnicas e métodos de ensino não atende aos interesses de uma escola preocupada com uma mudança social. Uma mudança na aprendizagem de crianças e jovens brasileiros não se faz com manuais e receitas prontas. Mudar a escola não se restringe em apenas mudar a estrutura física, arquitetônica, inserir as novas tecnologias, pintar os muros, portões, portas, janelas e enfeitar as paredes. Tudo isso faz parte e é muito bom.

Uma construção se inicia do começo. Não é redundante, é revistar os fundamentos de uma obra que não se faz de um dia para outro. Sólida em suas bases, firme em suas estruturas.

Construir requer lançar as bases e muitas vezes desconstruir paradigmas, quebrar os muros que levantamos dentro de nós. Mais uma vez retomamos à questão inicial. Quem é o sujeito a quem ensinamos? E como esse sujeito constrói seu próprio conhecimento?

Não estamos apresentando uma nova tendência pedagógica. Estamos questionando as bases epistemológicas que fundamentam as práticas educativas, o fazer pedagógico, o ato de ensinar e não reproduzir no outro aquilo que se sabe. Ensinar não é transmitir. Transmitir é muito pouco. É preciso construir, é preciso desafiar, é preciso instigar, é preciso descobrir, experimentar, negar, afirmar, ressignificar.

Aquilo que não vivencio não ressignifico. Se não ressignifico eu não aprendo. Apenas compreendo. Não queremos uma Educação marcada pelo fazer, cumprir, repetir, reproduzir e compreender. Queremos uma Educação capaz de transformar e não conformar; construir e não reproduzir; desafiar e não apenas decorar. Uma Educação que tenha sentido de ser no próprio ato de existir e não vazia de intencionalidade e verdade.

É preciso ressignificar o ensinar e o aprender Matemática na escola para superar a ideia de um conhecimento elitista, complexo e sem aplicabilidade na vida cotidiana.

Essa obra é composta de dez ensaios teóricos que dialogam com os desafios da prática de modo que se organizam em 10 capítulos oriundos de pesquisadores, professores; estudantes de licenciatura; mestres, mestrandos, doutores e doutorandos que se lançaram na tentativa de democratizar o conhecimentos, especialmente no que tange aos campos da Educação e Ensino da Matemática.

O primeiro capítulo “Estimulado Habilidades da Cognição Numérica ao Ensinar Matemática para crianças com dificuldades de aprendizagem na matemática e discalculia do desenvolvimento” apresenta os aspectos referendados nos documentos oficiais acerca do ensino da Matemática e pesquisas iniciais sobre o transtorno da discalculia do desenvolvimento com base nos conhecimentos da Neurociência e Psicologia Cognitiva, buscando assim, contribuir com propostas de intervenções pedagógicas que favoreçam o desenvolvimento da Cognição Numérica nas crianças.

Posteriormente, o segundo capítulo “(Educação) Matemática Comercial e Financeira na Escola Básica e na Universidade: Teorias e(m) Práticas”, apresenta um debate filosófico e conceitual sobre fundamentos da Educação Matemática que culminam em valiosas reflexões acerca do ensino da Matemática Comercial e Financeira apontando caminhos para a prática pedagógica.

O terceiro capítulo “Engenharia Didática Reversa e o Ensino de Matemática na Formação Continuada de Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental da Educação do Campo” relata acerca de um curso de formação de professores que partiu dos saberes culturais e do dia a dia de uma comunidade, utilizando a metodologia da Engenharia Didática Reversa. O texto destaca a importância do trabalho interdisciplinar, envolvendo os integrantes na construção do Matapi (objeto utilizado para a pesca do camarão) e desta forma potencializando o ensino e aprendizagem de novos conhecimentos.

Na sequência , o capítulo “Probabilidade e Análise Combinatória: Aspectos Históricos e Uma Abordagem na Educação Básica” apontam as relações entre esses dois conteúdos, destacando a importância do desenvolvimento do raciocínio lógico sem a necessidade da aplicação de fórmulas mais elaboradas, utilizando -se de listagem, estimação, contagem ou ainda esquemas. A pesquisa se fundamenta no aporte teórico da metodologia de Resolução de problemas, buscando uma ação mais participativa do aluno no processo de aprendizagem.

O quinto capítulo: “Noções de Estatística dos Estudantes dos Anos Iniciais: Articulações e Representações de Tabelas e Gráficos num Contexto Interdisciplinar” aponta para a inserção do letramento estatístico em uma escola dos anos iniciais no contexto da alimentação escolar, ao alinhar os dois temas abordando a construção de gráficos e tabelas, além da reflexão sobre a necessidade de uma alimentação saudável.

O artigo “Algumas Intervenções de Ensino Utilizando o Quebra-Cabeça Tangram a partir do Projeto EMAI do Estado De São Paulo”, apresenta um relato de experiência utilizando o Tangram, em situações para além do que o material didático propunha. O Tangram foi utilizado para resgatar e complementar o ensino de ângulos, frações, porcentagem, áreas e perímetros, indicando a importância do professor oportunizar situações de aprendizagens em diferentes contextos.

O texto “Elementos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica Relacionados à Geometria: Evidenciando Articulações nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental” apresenta uma discussão sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) descrevendo um modelo para aprendizagem da Matemática fundamentada nos elementos centrais dos registros de representação semiótica. Assim, abordam a Geometria a partir do ponto de vista da TRRS, explicando as relações e a importância dos elementos ao processo de aprendizagem destes conteúdos nos anos iniciais do ensino fundamental. Nesse sentido, a articulação dos elementos da TRRS apresentados tem como fundamento à escrita de Raymond Duval em relação a Geometria, abordando: as apreensões, os diferentes olhares e a desconstrução dimensional, com exemplos de atividades de uma coleção de livros didáticos de Matemática de acordo com o Plano Nacional do Livro Didático.

No capítulo “Pixel a Pixel: Contribuições para o Ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental” apresenta uma proposta criativa para desenvolver a aprendizagem de conceitos matemáticos e geométricos ligados intrinsecamente às artes e ao desenvolvimento do pensamento computacional.

"A Sala de Aula Invertida e as Metodologias Ativas em Tempo de Isolamento Social" aponta para uma experiência de ensino de Matemática Financeira utilizando a estratégia da Sala de Aula Invertida e Resolução de Problemas no contexto de aulas remotas, possibilitando a aplicação nos anos finais do Ensino Fundamental.

No capítulo: "A Formação Continuada do Professor: Tentativas de Inovações" é tratado sobre a necessidade de desmistificar a Matemática como disciplina fragmentada e descontextualizada e a necessidade de formação continuada do professor. Ademais, este capítulo teve como objetivo propor diversas estratégias de ensino que possam auxiliar os educadores e subsidiar o ensino contextualizado de Matemática ao articular com situações reais da vida cotidiana.

Essa coletânea de pesquisas no campo da Educação e Ensino da Matemática apresenta contribuições peculiares para todos os interessados em conhecer e se aprofundar nas discussões que permeiam os desafios de ensinar e aprender Matemática em todos os níveis e etapas da Educação. Entendendo que a pesquisa, o fazer pedagógico comprometido com a construção e transformação do indivíduo não se faz em águas rasas.

Essa obra é um convite para mergulhar em águas mais profundas e ressignificar o fazer Matemática nos dias atuais.

Uma excelente leitura a todos.

Márcia Inês Schabarum Mikuska

Patricia Ferreira Concato de Souza

Sidney Lopes Sanchez Júnior

Organizadores, dezembro de 2020.

ESTIMULANDO HABILIDADES DA COGNIÇÃO NUMÉRICA AO ENSINAR MATEMÁTICA PARA CRIANÇAS COM DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM NA MATEMÁTICA E DISCALCULIA DO DESENVOLVIMENTO

Sidney Lopes Sanchez Junior[1]
Patrícia Ferreira Concato de Souza[2]
Márcia Inês Schabarum Mikuska[3]

INTRODUÇÃO

Pesquisas no âmbito das dificuldades de aprendizagem têm crescido de maneira a elucidar a diferença entre dificuldade e transtorno da aprendizagem. Salientamos que dificuldades na aprendizagem podem surgir por variados motivos; desde questões pedagógicas, sociais, familiar do aluno, entre outros, e não necessariamente caracterizar-se em um transtorno de aprendizagem (OHLWEILER, 2016).

A Matemática carrega consigo uma característica peculiar, a disciplina mais difícil do currículo escolar (LARA, 2004). Desse modo, um indivíduo que não domina os conteúdos e não consegue associá-los com seu dia a dia pode ter inúmeras dificuldades em situações simples, como ir ao supermercado, pagar uma conta e realizar operações simples.

No ensino fundamental, é frequente encontrarmos crianças com dificuldades na aprendizagem da matemática, e de acordo com Ribeiro, Silva e Santos (2015) essas dificuldades podem ser divididas em duas condições: em crianças que estão com baixo rendimento matemático,

---

[1] Doutorando (UEL); Mestre em Ensino (UENP); Pedagogo da Universidade Federal do Paraná UFPR. Docente no Departamento de Educação da Fafiman - Mandaguari – PR.

[2] Pedagoga pela Faculdade de Ensino Superior Dom Bosco (2010). Especialista em Neuropsicopedagogia, e em Educação Infantil. Mestra em Ensino - UENP CCP / PPGEN. Atualmente é estatutário da Prefeitura do Município de Cornélio Procópio.

[3] Doutoranda- Metodologia para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias (UNOPAR). Mestre em Métodos Numéricos em Engenharia (UFPR 2015). Especialista em Educação Matemática, (Unisanta 2012) e em Ensino de Matemática no Ensino Médio (Unicentro 2020). Possui graduação em Licenciatura em Matemática (UFPR 2011) e Licenciatura em Pedagogia (UniJales 2017). Atua como técnica administrativo (UFPR).

advindo de fatores como por exemplo: privações culturais, socioeconômicas; e também crianças com Discalculia do Desenvolvimento (RIBEIRO; SILVA ; SANTOS, 2015).

O transtorno na aprendizagem "se traduz por um conjunto de sinais sintomatológicos que provocam uma série de perturbações no processo de aprendizagem da criança" (OHLIWEILER, 2016, p. 107). Os transtornos são descritos em manuais internacionais de diagnósticos de doenças, como por exemplo o CID-10 e o DSM-5, que apresentam o transtorno de aprendizagem como uma inabilidades para executar uma tarefa específica, como por exemplo: leitura, escrita, matemática, e esses indivíduos apresentam um desempenho abaixo do nível esperado para seu nível de desenvolvimento ou idade escolar (OHLIWEILER, 2016).

A Discalculia também é conhecida como transtorno específico das habilidades aritméticas (CID-10; OMS, 1993) ou também como transtorno específico de aprendizagem com comprometimento na matemática (DSM-5, 2013), que pode ser descrito como dificuldade em realizar operações elementares como adição, subtração, multiplicação e divisão, e essas dificuldades não são atribuídas a falhas pedagógicas, deficiência mental ou problemas sensoriais.

O Ensino da Matemática não deve acontecer por meio da memorização ou repetição, mas experiências que lhes representam significados. Assim a prática educativa deve partir do conhecimento prévio, ou seja, é a interação entre o novo e aquilo que já se conhece (MOREIRA, 2005).

Diante do exposto, considera-se que o Ensino da Matemática deve partir das práticas cotidianas para que a aprendizagem aconteça de forma significativa, evitando assim possíveis dificuldades.

Ao compreender o ensino sob esta perspectiva, surge a preocupação em relação ao ensino da matemática para os alunos que apresentam uma dificuldade na aprendizagem da Matemática e um possível diagnóstico de Discalculia do Desenvolvimento. Nesse sentido, o presente trabalho tem como objetivo apresentar propostas de atividades para crianças com dificuldade na matemática, com foco na unidade temática, proposta pela BNCC (2017), números.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A Matemática faz parte do cotidiano das crianças, pois está presente em diversas situações que envolvem números, relações entre quantidades, noções espaciais ou temporais. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (2017) a Matemática não está associada somente a quantificação de fenômenos determinísticos, ou seja, a contagem, a medição dos objetos, as grandezas, as técnicas de cálculos, mas também tem o intuito de estudar as incertezas provenientes de fenômenos com caráter aleatório.

O documento supracitado ainda ressalta que a matemática “cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico” (BRASIL, 2017, p. 265).

Para Maccarini (2009) a Matemática é uma produção humana e o conhecimento matemático um modo de explicar a realidade por meio de ideias e símbolos, procedimentos e regras capazes de estabelecer relações entre as pessoas, a natureza e a sociedade.

Desse modo, as aulas planejadas devem oferecer diversas possibilidades de ensino, contudo os jogos e atividades práticas ganham ênfase como estratégias (LARA, 2003). A utilização de atividades manipuláveis vem corroborar com valor formativo da Matemática, não no sentido apenas de auxiliar na estruturação do pensamento e do raciocínio dedutivo, mas também, de auxiliar na aquisição de atitudes.

Assim, Lorenzato (2006) ressalta que para o sucesso do professor em suas práticas, é necessário conhecer os sete processos mentais básicos para aprendizagem matemática “correspondência, comparação, classificação, sequenciação, seriação, inclusão, e conservação”, nos quais contribuem para um bom planejamento de ensino. O processo de ensino e de aprendizagem da matemática deve despertar na criança o prazer, a curiosidade e não apenas os conceitos numéricos; mas também a geometria, as medidas e as noções de estatística, adquirindo outras formas de perceber a realidade (SMOLE, 2014).

Dentro dessa perspectiva, a autora afirma que:

> Uma proposta assim incorpora contextos do mundo real, as experiências e a linguagem natural da criança no desenvolvimento das noções matemáticas, sem, no entanto, esquecer que a escola deve fazer o aluno ir além do que parece saber, deve tentar compreender o como ele pensa que conhecimento traz de suas experiências no mundo e fazer interferências no sentido de levar cada aluno a ampliar progressivamente suas noções matemática" (SMOLE, 2014, p. 09).

Pensando neste contexto, considera-se que o ensino da Matemática necessita partir das práticas cotidianas, de tal modo que a aprendizagem aconteça de forma efetiva, evitando-se, assim, possíveis dificuldades. Ao compreender o ensino sob esta perspectiva, surge a preocupação em relação às estratégias adotadas pelos docentes para os alunos que apresentam dificuldades na aprendizagem da Matemática e até um possível diagnóstico de Discalculia do Desenvolvimento.

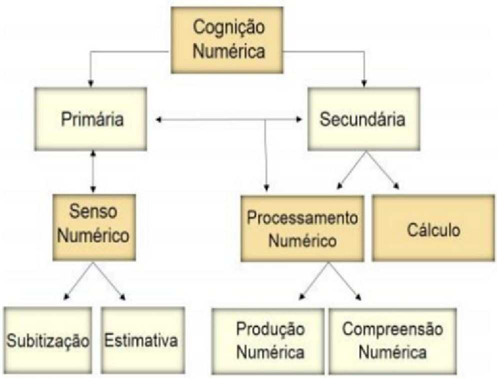
HABILIDADES DA COGNIÇÃO NUMÉRICA

Em uma perspectiva relacionada à Psicologia Cognitiva e da Neurociência a Cognição Numérica se preocupa com o desenvolvimento das habilidades numéricas, entendendo que os conhecimentos matemáticos mais complexos e abstratos evoluem de uma matemática mais simples, de origem biológica, a partir do desenvolvimento das habilidades de contagem.

Desta maneira, o desenvolvimento das habilidades numéricas compreendidas como Cognição Numérica é influenciada por fatores biológicos, cognitivos, educacionais e culturais, e se constitui de um sistema primário, o Senso Numérico e sistemas secundários, como o Processamento Numérico, o qual se subdivide em Compreensão Numérica (entendimento dos símbolos numéricos) e Produção Numérica (leitura, escrita e contagem de números) e o Cálculo (operações matemáticas) (MOLINA, *et al.*, 2015).

Silva (2016) estrutura as habilidades da Cognição Numérica em forma de diagrama e denomina de "Sistema de Organização da Cognição Numérica" conforme ilustrado a seguir na figura 1.

Figura 1 - Sistema de Organização da Cognição Numérica



Fonte: Silva (2016, p. 19).

Nessa perspectiva, entende-se que a linguagem é responsável pela união de dois sistemas numéricos mais simples, ou seja, o de representação das numerosidades pequenas e aproximação de grandes números idades, bem como a capacidade de lidar com números exatos maiores e manipulação de símbolos numéricos (MARCILESE, 2012).

Geray (2000) organiza as habilidades matemáticas humanas em primárias e secundárias, sendo que as primárias envolvem a compreensão implícita de numerosidade, ordinalidade, início da contagem e aritmética simples. Tais habilidades são de origem biológica e se desenvolvem gradualmente durante os anos pré-escolares, enquanto as habilidades secundárias se desenvolvem mediante ao ensino formal, são determinadas culturalmente pelo sistema de ensino e envolvem as habilidades de contagem, conceito de número, aritmética, cálculo e resolução de problemas escritos.

Pesquisadores como Dehaene e Naccache (2001) afirmam que o Senso Numérico é a capacidade que o indivíduo tem em compreender rapidamente, bem como aproximar e manipular quantidades numéricas. Essa capacidade é básica, inata e consiste em reconhecer, representar, comparar, estimar, julgar magnitudes não verbais, somar e subtrair números sem utilizar recursos de contagem. Assim, tais habilidades estão presentes em todos os seres humanos ainda em seu primeiro ano de vida, e também em alguns animais.

Para Dehaene e Naccache (2001) o Senso Numérico é composto pela subitização e aproximação de grandes numerosidades ou estimativa (DEHAENE, 1997). A subitização refere-se à capacidade em discernir rapidamente o número de um conjunto com até quatro elementos e perceber o acréscimo ou retirada de elementos nesse conjunto. Quando há quantidades maiores do que quatro elementos, exige-se a utilização das habilidades de contagem (BASTOS, 2011, LORENA; CASTRO-CANEGUIN; CARMO, 2012, LAKOFF; NUNEZ, 2000).

Para von Aster e Shalev (2007), o Senso Numérico é entendido como a habilidade de representar e manipular magnitudes numéricas não verbais em uma linha numérica mental, orientada espacialmente, que seria a capacidade de ordenar as quantidades em um contínuo (de zero a infinito).

No modelo proposto por McCloskey, Caramazza e Basili (1985), as habilidades matemáticas secundárias se dividem em dois sistemas: o sistema de processamento numérico e o sistema de cálculo. O sistema de processamento numérico inclui os mecanismos de compreensão numérica e produção numérica, enquanto o sistema de cálculo consiste em fatos e procedimentos necessários para a realização dos cálculos. Nos distintos processos de compreensão e produção numérica, existem componentes para processar numerais arábicos (dígitos) e para números verbais (lidos ou escritos), que possuem, ambos, componentes de processamento lexical e componentes de processamento sintático (SANCHEZ JÚNIOR; BLANCO, 2018).

Nessa mesma perspectiva, o sistema de cálculo apresenta três componentes principais: 1) **mecanismo de processamento de operação símbolo/palavra**, para processar **símbolos operacionais (+, -, ×, ÷)** ou **palavras (mais, menos, soma, multiplicação e divisão)**, que identificam a operação que deve ser realizada; 2) **armazenamento de fatos aritméticos, que permite a recordação de fatos aritméticos básicos**, como por exemplo a tabuada; e 3) **procedimentos de cálculo**, como por exemplo, a execução da conta, começando da coluna da direita, escrevendo a soma dos dígitos na parte inferior da coluna, transferindo um para a coluna à esquerda caso o resultado seja maior que nove, etc. (MCCLOSKEY, CARAMAZZA, BASILI, 1985). Assim, o cálculo exige mecanismos cognitivos específicos, além dos mecanismos de processamento numérico já descritos. Para Santos (2015) a habilidade de calcular é desenvolvida na criança de forma mais tardia e necessita de ensino formal e recruta mecanismos de memória de longo prazo.

Crianças afetadas pelo transtorno da Discalculia do desenvolvimento apresentam dificuldades na recuperação da aritmética básica e em exercícios simples de processamento numérico como por exemplo comparar, nomear dígitos, contar em sequência e pequenos números de pontos, apresentando um desempenho inferior em comparação às crianças de mesma escolaridade (GARY, 1995, SILVA; RIBEIRO; SANTOS, 2015).

Para Ashkenazi; Mark-Zigdon e Henik (2009) às crianças com Discalculia do desenvolvimento apresentam dificuldades em comparar números de um dígito com outros de dois dígitos, contudo, ainda com dificuldades, adquirem conceitos básicos de ler, escrever números e relacioná-los às palavras correspondentes. Cabe destacar que quando avaliadas em suas habilidades de Cognição Numérica, de acordo com Silva; Ribeiro e Santos (2015) às crianças com Discalculia do desenvolvimento apresentam prejuízos em Produção Numérica mais significativos do que em Cálculo, o que torna fundamental desenvolver estratégias de reabilitação neurocognitiva focadas nas habilidades de escrita, leitura, contagem de objetos que darão subsídios para aprendizagens posteriores, especialmente o cálculo.

Outro aspecto a salientar, é que quando testadas crianças com transtorno de aprendizagem específico da Matemática, ou seja, Discalculia do desenvolvimento, os maiores déficits estão presentes nas habilidades de Compreensão, Produção Numérica e Cálculo, especialmente pelo fato do desempenho em cálculo exigir aspectos de processamento numérico como propõe o modelo de McCloskey; Caramazza e Basili (1985).

Desta maneira, planejar atividades pedagógicas com vistas a reabilitação cognitiva para crianças com dificuldades de aprendizagem, especialmente com diagnóstico de Discalculia do desenvolvimento no ambiente escolar pode contribuir significativamente para a aprendizagem da Matemática para estas crianças, jovens e até adultos, o que requer uma compreensão aprofundada das habilidades de Cognição Numérica para serem exploradas em sua totalidade.

PROPOSTA DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Esta proposta se aplica a crianças no nível de escolarização da Educação Infantil, porém, podem ser aplicadas com potencialidades da aprendizagem a sujeitos com dificuldades na matemática ou um possível diagnóstico do Transtorno de Discalculia do Desenvolvimento. Desta maneira, esta pesquisa se apresenta como qualitativa, uma vez que com base nas contribuições da Psicologia Cognitiva e Neurociência, busca compreender o fenômeno da aprendizagem das habilidades numéricas em crianças em idade de escolarização, bem como àquelas que apresentam dificuldades de aprendizagem na Matemática e um possível diagnóstico de discalculia do desenvolvimento.

Desta maneira, após a exposição teórica, apresenta-se algumas atividades que compõem um Produto Educacional intitulado "Manual ilustrado: Um guia prático e visual para o ensino da matemática na Educação Infantil a partir da compreensão da Cognição Numérica" que foi desenvolvido no aporte teórico da Cognição Numérica, como já mencionado neste trabalho (SANCHEZ JÚNIOR; BLANCO, 2018)[4].

As atividades propostas neste trabalho fazem parte desta produção mencionada acima, e respondem às orientações da Unidade Temática: Números, descrita na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017). Na perspectiva deste documento oficial, os objetos dos conhecimentos a serem trabalhos são: "construção de fatos básicos da adição; composição e decomposição de números naturais; problemas envolvendo diferentes significados da adição e da subtração (juntar, acrescentar, separar, retirar)" (BRASIL, 2017, p. 278).

[4] O Manual ilustrado possui 43 atividades. Faz parte do produto educacional "Manual Ilustrado: um guia prático e visual para o ensino da matemática na educação infantil a partir da compreensão da cognição numérica". Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/204662

E no que tange às habilidades a serem desenvolvidas elencou-se:

> [...] construir fatos básicos de adição e utilizá-los em procedimentos de cálculo para resolver problemas; compor e decompor número de até duas ordens, por meio de diferentes adições, com suporte de material manipulável, contribuindo para a compreensão de características do sistema de numeração decimal e o desenvolvimento de estratégias de cálculo; resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e / ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registros pessoais (BRASIL, 2017, p. 280).

Sobre os problemas algébricos, é necessário que a criança consiga visualizar a situação problema, para posteriormente se abstrair. Nesse sentido, os materiais manipuláveis contribuem para esse propósito. Bruner pontua que "o que é mais importante para ensinar um conceito básico é que a criança seja ajudada a passar gradativamente do pensamento concreto à utilização de métodos de pensar mais adequados conceitualmente" (1960, *apud* POST, 1981, p. 11).

Sarmento (2012) afirma que a utilização de materiais manipuláveis:

> [...] oferece uma série de vantagens para a aprendizagem das crianças entre outras, podemos destacar: a) Propicia um ambiente favorável à aprendizagem, pois desperta a curiosidade das crianças e aproveita seu potencial lúdico; b) Possibilita o desenvolvimento da percepção dos alunos por meio das interações realizadas com os colegas e com o professor; c) Contribui com a descoberta (redescoberta) das relações matemáticas subjacente em cada material; d) É motivador, pois dar um sentido para o ensino da matemática. O conteúdo passa a ter um significado especial; e) Facilita a internalização das relações percebidas (SARMENTO, 2012, p. 4).

Desta forma as atividades descritas envolvem materiais manipuláveis buscando assim contribuir com a aprendizagem de conteúdos algébricos na educação infantil.

A primeira atividade elencada na figura 1, o professor precisará de um Material Dourado, o qual pode ser em MDF ou até mesmo confeccionado por ele. O professor poderá ditar uma operação de adição ou escrevê-lo no quadro para que o aluno componha a respectiva quantidade para se chegar ao resultado.

Entretanto, para crianças com dificuldades na matemática, sugere-se que o professor escreva os números no quadro ou utilize cartas numérica para elaborar a operação.

Figura 2: Material Dourado

NOME: Ditado.

DESCRIÇÃO: Ao ditar oralmente, ou por meio de figuras com registro dos numerais, a criança deve separar o conjunto das quantidades com o material dourado.
Observação: O professor deve apresentar o material à criança e essa deve manipular, conhecer as peças, fazer a correspondência quando necessário.

CONTEÚDOS: Identificação dos numerais; Representação de quantidades em registros convencionais e não convencionais.

OBJETIVOS: Desenvolver as habilidades da Compreensão e Produção Numérica:
Estimular a representação visual aditiva e representação analógica de magnitudes;

MATERIAL: Material dourado e números produzidos em E.V.A.

ILUSTRAÇÃO

Fonte: Sanchez Júnior; Blanco (2018)

A proposta de atividade da figura 3, envolve o uso do Material Dourado para realizar os cálculos. Nesta atividade o professor pode propor situações-problema associado ao cotidiano da criança.

Figura 3: Operações com material manipulável

NOME: Somando com o material dourado.

DESCRIÇÃO: O professor propõe situações problemas de adição e subtração, envolvendo o nome das crianças e situações do cotidiano. Ao interpretar a situação problema, a criança manipula o material dourado para representar a operação.
É importante utilizar os cartões identificando os números arábicos para representar o cálculo e o resultado.

Ex. 1 - Nome do aluno (a) foi à feira para comprar frutas. Comprou 3 laranjas e 2 maçãs. Quantas frutas nome do aluno (a) na feira?

Ex. 2 - Nome do aluno (a) em sua festa de aniversário ganhou de presente: 5 brinquedos e 4 roupas. Quantos presentes ele (a) ganhou?

Ex. 3 - A professora (nome da professora), tinha em seu estojo 8 borrachas e perdeu 6 na escola semana passada. Quantas borrachas ela ficou em seu estojo?

CONTEÚDOS: Identificação e utilização dos números no contexto social; Adição: ideia de juntar; Subtração: ideia de retirar.

OBJETIVOS: Desenvolver habilidades de Cálculo:
Estimular mecanismos de processamento de operações símbolo/ palavra;
Processar símbolos operacionais (+ e -) e palavras (mais e menos);
Armazenar fatos aritméticos;

MATERIAL: Material Dourado e dois recipientes para realização dos cálculos, cartões enumerados de 1 ao 10 e também com os sinais de adição e subtração.

ILUSTRAÇÃO

Fonte: Sanchez Junior; Blanco (2018)

Com a atividade da figura 4, o professor poderá propor situações problemas envolvendo quantidades e símbolos matemáticos. Ademais, pode explorar a atividade no contexto de sua sala de aula, possibilitando inúmeras propostas de intervenção.

Figura 04 - Árvore da Matemática.

NOME: Árvore da matemática.

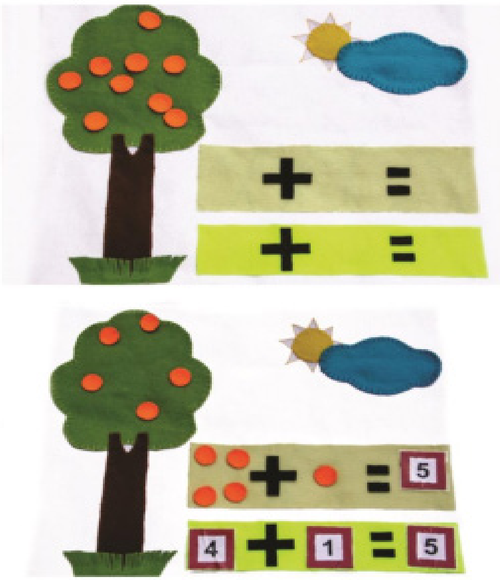
DESCRIÇÃO: O professor propõe situações problemas envolvendo os frutos da árvore da Matemática. A criança, ao manipular os frutos na árvore, chega ao resultado desejado das situações problemas envolvendo adição de unidades.

CONTEÚDOS: Adição: ideia de juntar.

OBJETIVOS: Desenvolver componentes do Cálculo:
Operar com símbolo (+) e palavra (mais);
Armazenar fatos aritméticos;

MATERIAL: Árvore de feltro com frutos e fichas enumeradas em E.V.A.

ILUSTRAÇÃO



Fonte: Sanchez Júnior; Blanco (2018).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino da Matemática é desafiador ao professor da Educação Infantil e anos iniciais, especialmente pois é nesta fase que a criança se insere no contexto de educação formal e necessita aprender e construir significados sobre os objetos de conhecimento ao seu redor.

Mesmo que a Matemática seja uma disciplina que muitos estudantes apresentam dificuldades na aprendizagem nos primeiros anos de escolarização que pode se arrastar para os demais anos, o que pode desenvolver não só dificuldades de aprendizagem, como também ansiedade em relação à Matemática.

Nesse sentido os conhecimentos da Neurociência e Psicologia Cognitiva contribuem significativamente para o professor que atua no ensino de Matemática nos primeiros anos de escolarização, especialmente ao compreender as habilidades preditivas da Matemática, para que outros conhecimentos sejam adquiridos posteriormente, como conteúdos mais abstratos e complexos.

Desta maneira, realçamos a importância dos conhecimentos da Cognição Numérica na formação de professores, nas pesquisas e nas práticas escolares, sendo condição para que a aprendizagem da Matemática se torne mais efetiva e as dificuldades de aprendizagem possam ser diminuídas. Ao compreender tais habilidades o professor tem condições de elaborar atividades que estimulem as habilidades da Cognição Numérica, de modo que contribua para o ensino e aprendizagem da Matemática de maneira mais eficiente.

REFERÊNCIAS

ASHKENAZI, S.; MARK-ZIGDON, N.; HENIK, A. Numerical distance effect in developmental dyscalculia. **Cognitive Development**, 24, p. 387-400, 2009.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Educação é Base. Ministério da Educação – Secretaria da Educação Básica, 2017.

BASTOS, J. A. **O Cérebro e a Matemática**. 1. ed. São José do Rio Preto – SP: Edição do Autor, 2011.

DEHAENE, S. NACCACHE, L. **Towards a cognitive neurocience of consciousness:** basic evidence and a workspace framework. Elsevier. Cognition, 2001, p. 1-37.

GEARY, D. C. Fom infancy to adulthood: the development of numerical abilities. **Europe Child & Adolescent Psychiatry,** Columbia, v. 1, n. 9, p.11-16, jan. 2000.

LAKOFF, G. NUNEZ, R. E. **Where Mathematics Comes From.** How the Embodied Brings Mathematics Into Being. Ed. Basic. New York, 2000.

LARA, I. C. M. **Jogando com a Matemática de 5ª a 8ª série**. São Paulo: Editora Rêspel, 2003.

LORENA, A. B. de; CASTRO-CONEGUIM, J. de F.; CARMO, J. dos S. Habilidades numéricas básicas: Algumas contribuições da análise do comportamento. **Estudos de Psicologia,** São Carlos: v. 3, n. 18, p.439-446, jul. 2013.

LORENZATO, S. **Educação Infantil e percepção matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

MACCARINI, J. M. **Práticas de raciocínio lógico – matemático para Educação Infantil.** Curitiba: Pró–Infanti, 2009.

MCCLOSKEY. M., CARAMAZZA, A., BASILI, A. Cognitive Mechanism in Number Processing and Calculation: Evidence from Dyscalculia. **Brain and Cognition**, v. 4, p. 171 – 196, 1985.

MARCILESE, M. Aquisição da linguagem e habilidades cognitivas superiores: o papel da língua no desenvolvimento da cognição numérica. **Alfa,** São Paulo, v. 56, n. 2, p.557-581, jan. 2012.

MOLINA, J. et al. Cognição numérica de crianças pré-escolares brasileiras pela ZAREKI-K. **Temas em Psicologia,** Bauru, v. 23, n. 1, p.123-135, 2015.

MOREIRA, M. A. Aprendizagem Significativa Crítica. II Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, Lisboa – Peniche. Indivisa**, Boletín de Estúdios e Investigación,** nº 6, pp. 83-101, 2005.

OHLWEILER, L. Introdução aos transtornos da aprendizagem. In: **Transtornos da aprendizagem. Uma abordagem neurobiológica e multidisciplinar**. 2° ed. Artimed. Porto Alegre, 2016.

OMS – Organização Mundial de Saúde – Classificação de transtornos mentais e de comportamento da CID-10: Descrições clinicas e diretrizes diagnósticas. Porto Alegre: Artes Médicas.

POST, T. R. O Papel dos Materiais de Manipulação no aprendizado de conceitos matemáticos. In: LINDQUIST, Mary Montgomery **Selected Issues in Mathematics Education.** tradução: Elenisa T. Curti e Maria do Carmo Mendonça, 1981. (Texto mimeo).

SANCHEZ JUNIOR; S. L.; BLANCO, M. B. **Manual Ilustrado: Um guia prático e visual para o ensino da Matemática na Educação Infantil e o desenvolvimento da Cognição Numérica**. (Produto Educacional). Universidade Estadual do Norte do Paraná, Cornélio Procópio, 2018. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/204662.

SANTOS, F. H. dos. ANDRADE, V. M., ORLANDO, B. F. A. **Neuropsicologia hoje**. 2° ed. Artmed. São Paulo. 2015.

SARMENTO, A. K. C. **A utilização dos materiais manipulativos nas aulas de matemática**. 2012.

SILVA, P. A.; RIBEIRO, F. S.; SANTOS, F. H. dos. Cognição numérica em crianças com transtornos específicos de aprendizagem. **Temas em Psicologia,** Bauru, v. 23, n. 1, p.197-210, 2015.

SILVA, E. R. **Os Efeitos do treino musical sobre a cognição numérica e a memória operacional:** um estudo prospectivo em crianças pré-escolares. 2016. 143. f.Dissertação (Mestrado em Psicologia do Desenvolvimento e Aprendizagem)Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru, 2016.

SMOLE, K. S. **Brincadeiras infantis nas aulas de matemática**. Porto Alegre: Penso, 2014.

VON ASTER. M. G.; SHALEV, R. S. Number development and developmental dyscalculia. **Developmental Medicine & Child Neurology,** Berlin, Germany, n. 49, p.868-873, jan. 2007.

(EDUCAÇÃO) MATEMÁTICA COMERCIAL E FINANCEIRA NA ESCOLA BÁSICA E NA UNIVERSIDADE: TEORIAS E(M) PRÁTICAS

Marcos Pereira dos Santos[5]

À GUISA DE INTRODUÇÃO

Quem (não) gosta de Matemática? E de Matemática Comercial e Financeira?

Tendo como base estas duas indagações preliminares de teor pedagogicamente "provocativo" e hermenêutico, torna-se mister informar que este artigo acadêmico-científico tem como finalidade principal trazer a lume algumas análises crítico-reflexivas atinentes à (Educação) Matemática Comercial e Financeira no contexto da Escola Básica e da universidade, levando-se em conta os elementos didático-metodológicos de suas teorias e(m) práticas.

Redigido no âmbito de uma abordagem qualitativa de pesquisa científica e com aportes bibliográficos resultantes de publicações acadêmicas de pesquisadores(as) de renome (inter)nacional, o presente estudo investigativo se encontra didática e metodologicamente estruturado em três partes distintas, quais sejam: *1ª) Educação mais Matemática é igual a Educação Matemática?*; *2ª) Matemática Comercial e Financeira: o que é, para que serve e a quem se destina*; e *3ª) Ensinando-e-aprendendo Matemática Comercial e Matemática Financeira na Escola Básica e na universidade: o uso da calculadora como tecnologia educacional.*

Em última instância, a título de finalização das considerações apresentadas, são realizados breves apontamentos sinópticos sobre o tema em pauta, buscando assim enfatizar os aspectos mais relevantes e elucidar possíveis dúvidas alusivas aos pontos nevrálgicos subjacentes.

---

[5] Pós-doutor em Ensino Religioso (SITG) – Ituiutaba/MG. Pesquisador em Educação. Professor adjunto da Faculdade Rachel de Queiroz (FAQ) nas modalidades de educação presencial, híbrida e a distância *on-line*. E-mail: mestrepedagogo@yahoo.com.br

Posto isto, almejamos sinceramente que o texto científico em foco possa, de maneira direta ou indireta, contribuir para a ampliação do arcabouço teórico existente nos campos da Educação e da Matemática, subáreas de Educação Matemática e Matemática Comercial e Financeira, bem como servir de primorosa fonte auxiliar de estudos (individuais e coletivos), pesquisas acadêmico-científicas, debates, desenvolvimento de futuras investigações temáticas e melhoria do processo ensino-aprendizagem em (Educação) Matemática Comercial e Financeira nos dias atuais, tanto em termos teóricos quanto práticos.

EDUCAÇÃO MAIS MATEMÁTICA É IGUAL A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA?

Brandão (1981, p. 7; 63-64) afirma categoricamente o seguinte:

> Ninguém escapa da educação. Em casa, na rua, na igreja ou na escola, de um modo ou de muitos todos nós envolvemos pedaços da vida com ela: para aprender, para ensinar, para aprender-e-ensinar. Para saber, para fazer, para ser ou para conviver, todos os dias misturamos a vida com a educação. Com uma ou com várias: educação? Educações. [...] Consiste, essencialmente, na formação do homem de caráter. A educação é um processo vital, para o qual concorrem forças naturais e espirituais, conjugadas pela ação consciente do educador e pela vontade livre do educando. [...] É atividade criadora, que visa a levar o ser humano a realizar as suas potencialidades físicas, morais, espirituais e intelectuais. Não se reduz à preparação para fins exclusivamente utilitários, como uma profissão, nem para desenvolvimento de características parciais da personalidade, como um dom artístico, mas abrange o homem integral, em todos os aspectos de seu corpo e de sua alma, ou seja, em toda a extensão de sua vida sensível, espiritual, intelectual, moral, individual, doméstica e social, para elevá-la, regulá-la e aperfeiçoá-la. É processo contínuo, que começa nas origens do ser humano e se estende até a morte.

Trata-se de um conceito deveras ampliado de Educação, abrangendo as dimensões escolar e não escolar em seus aspectos sistemático, assistemático, formal, informal e não formal (LIBÂNEO, 1999); cujo termo, em sentido etimológico/filológico, provém das palavras latinas *educationem*, *educare* e *educere*, significando condução, encaminhamento, extração e desenvolvimento (BUENO, 1966; BRANDÃO, 1981). Daí dizer que não existe apenas uma Educação, mas *Educações*.

A Educação, portanto, se faz presente em diferentes lugares, espaços e contextos. No que tange ao âmbito dos níveis escolares, em específico, ela compõe-se de Educação Básica – formada pela Educação Infantil, pelo Ensino Fundamental (I e II) e pelo Ensino Médio – e de Educação Superior, abarcando os cursos de graduação (bacharelado, licenciatura e de tecnologia) e os cursos de pós-graduação *lato sensu* (especialização e MBA) e *stricto sensu* (mestrado, doutorado, pós-doutorado, livre-docência e notório saber). E no que diz respeito às modalidades de ensino, temos a Educação de Jovens e Adultos (EJA), a Educação Profissional, a Educação Especial e Inclusiva, a Educação a Distância (EaD), dentre outras. (BRASIL, 1996)

No tocante ao campo da Ciência, a Educação se faz presente, assim como inúmeras outras áreas do conhecimento científico; incluindo-se a Matemática e suas subáreas: Matemática Pura, Matemática Aplicada, Matemática Atuarial, Matemática Básica, Física Matemática, Estatística, Aritmética, Álgebra, Álgebra Linear, Geometria Plana, Geometria Analítica, Geometria Espacial, Trigonometria, Matemática Discreta, Matemática Instrumental, Matemática Comercial e Financeira, Análise Matemática, História da Matemática, Lógica Matemática, Filosofia da Matemática, Didática da Matemática, Educação Estatística, Educação Matemática, etc. Logo, pode-se assegurar que não existe somente uma Matemática, mas *Matemáticas*.

A Matemática é uma Ciência milenar, histórica e sociocultural. Segundo Rosa Neto (2005, p. 7), ela é:

> [...] uma produção humana. Um fato social, resultado da colaboração de todos, e estritamente ligado às necessidades sociais. Uma Matemática incluída

> no longo caminho percorrido pela humanidade desde a Pré-História, interagindo com as transformações que ocorreram e que continuam a ocorrer na sociedade e no próprio homem. [...] A Matemática foi criada e vem sendo desenvolvida pelo homem em função de necessidades sociais.

Devido às realidades e demandas de cada sociedade, em diferentes períodos históricos (desde a Antiguidade até os dias atuais), a Matemática, gradativamente, vem evoluindo e se desenvolvendo entre os povos gregos, egípcios, mesopotâmios, romanos, babilônios, hindus, árabes, incas, astecas, chineses e muitos outros, apresentando diversas teorias educacionais e aplicações práticas na vida cotidiana, escolar, profissional e social.

Sobre a gênese e evolução históricas da Matemática, é possível assegurar ainda que:

> A necessidade de contabilizar quantidades e contar os períodos (ciclos) que se sucediam na Natureza, como as estações do ano, a sequência do dia e da noite, e o ciclo de gestação dos animais, por exemplo, levou o *homem primitivo* a desenvolver seu *pensamento matemático*. A partir de observações e relações de comparação entre as "coisas" do mundo à sua volta, o homem primitivo estabeleceu para si conceitos como: grande e pequeno, alto e baixo, muito e pouco, etc. Assim, a Matemática foi surgindo pela vivência e pelas necessidades do homem, até que ele chegou à noção de mesmas quantidades, e aí deu um grande passo na fundamentação do pensamento matemático – da comparação de grupos com quantidades iguais de elementos aparece, então, o *conceito de número*. A partir daí, surgem os *códigos e símbolos matemáticos como uma linguagem própria* e fundamental para a socialização das informações entre os povos. O homem foi evoluindo e, junto com ele, a Matemática. Hoje, ela está sempre presente nas ações mais simples do nosso cotidiano. Além disso, a Engenharia, a Arquitetura e a Ciência da Computação têm como base o *pensamento lógico-matemático*, do mesmo modo que várias atividades profissionais se utilizam dela. Portanto, a *Matemática* deve

> ser encarada como a *Ciência que instrumentaliza o homem* para as suas atividades laborais. (BOTINI; BARRACA, 2008, p. 5-6; grifos nossos)

Face ao exposto, temos que a Matemática é a "Ciência dos números", "[...] a Ciência da quantidade e do espaço" (DAVIS; HERSH, 1985, p. 31), sendo expressa por meio de linguagem matemática própria: linguagem corrente (terminologias matemáticas), grafias/registros (numerais em geral), simbologias (conectivos ou operadores lógicos, sinais operativos, símbolos da "Teoria dos Conjuntos", etc.), gráficos, entes geométricos, fórmulas matemáticas, figuras geométricas, demonstrações/provas matemáticas, teoremas, axiomas, postulados, corolários, proposições lógicas, conjecturas, dentre outros constructos matemáticos.

Ensinar e aprender Matemática na escola de Educação Básica e na Universidade nem sempre é algo fácil e simples. Exige de educadores(as), professores(as) e educandos(as) muito esforço, empenho, dedicação, estudo e conhecimento matemático. No entanto, Machado (2001) e Clareto e Rotondo (2014) salientam que a Matemática não deve ser vista como "bicho-papão", "bicho de sete cabeças" ou algo "fantasmagórico", utópico ou surreal; e nem tampouco estritamente "alegórico".

A Matemática escolar deve ser significativa, contextualizada e inter/pluri/multi/transdisciplinar, de modo que os(as) alunos(as) compreendam que ela não se restringe somente a um 'amontoado' de números, figuras geométricas, gráficos, fórmulas matemáticas e cálculos numéricos; mas que também apresenta teorias matemáticas, teorias educacionais, didáticas, técnicas e métodos de ensino, metodologias próprias para o ensino de Matemática – Resolução de Problemas, História da Matemática, Etnomatemática, Jogos Matemáticos, Modelagem Matemática, Modelação Matemática, Tecnologias da Informação, dentre outras (FIORENTINI, 1988; BRASIL, 1997; 1998) – e aplicações práticas na vida na/da escola e na escola da vida, na cultura escolar e na cultura da escola.

In(ve)stigar, pesquisar e estudar cientificamente sobre estas questões são as principais finalidades da Educação Matemática, matéria curricular e subárea pertencente tanto ao campo da Educação quanto da

Matemática, a qual, de acordo com D'Ambrosio (1986, p. 35), pode "[...] ser caracterizada como uma atividade multidisciplinar, que se pratica com um objetivo geral bem específico – transmitir conhecimentos e habilidades matemáticas – através dos sistemas educativos (formal, não formal e informal)".

Em outras palavras, isto significa postular que:

> [...] na literatura de língua inglesa, a expressão *mathematics education* abrange todos aqueles saberes cujos fazeres se relacionam ao ensino e à aprendizagem da Matemática. Abrange especialmente os professores de matemática, que até há pouco tempo não compartilhavam desse termo, e eram identificados, de forma restrita, como formadores de professores ou, então, matemáticos interessados em Educação [...]. Nesse entendimento, é possível considerarmos a Educação Matemática em uma perspectiva que não se prende especificamente à visão das Ciências Naturais e Exatas, mas que busque diálogo com outras áreas do conhecimento à luz das Ciências Humanas e Sociais. A Educação Matemática [...] acolhe em seu âmbito [...] uma espécie de emergência de um novo paradigma, contrário à Ciência Moderna que era unitária. Um paradigma que comporta pluralidade de visões e de formas distintas de conhecimento. [...] Além disso, a Educação Matemática, nas últimas décadas, tem se mostrado extremamente dinâmica e apresenta avanços significativos na explicitação de sua natureza [...]. (BURAK; KLÜBER, 2010, p. 149-150)

MATEMÁTICA COMERCIAL E FINANCEIRA: O QUE É, PARA QUE SERVE E A QUEM SE DESTINA

A Matemática Comercial e Financeira consiste em uma subárea específica da Matemática, e, grosso modo, mais precisamente da denominada Matemática Aplicada e da Matemática Instrumental.

É recorrente o pensamento na sociedade atual de que a Matemática Comercial e Financeira, como o próprio nome o diz, se refere apenas às questões comerciais mercantilistas, aplicações bancárias e transações financeiras. Sendo assim, ela é entendida, muitas vezes, como um campo do saber científico que se destina exclusivamente aos(às) profissionais oriundos(as) das áreas de Matemática, Matemática Industrial, Contabilidade, Economia, Administração de Empresas, Secretariado Executivo, Gestão de Negócios, Logística, Arquitetura e Engenharias em geral.

Todavia, estas duas assertivas são parcialmente falaciosas, uma vez que a Matemática Comercial e Financeira não tem aplicação – teórica e prática – apenas nestas áreas supracitadas, mas também no cotidiano das pessoas e na vida em sociedade, tal como nas seguintes situações apontadas por Ramos (1999) e San Diego (2008): resolução de problemas matemáticos financeiros, cálculos financeiros em geral (porcentagem ou percentagem, proporção, juros simples e compostos, montante, capital, investimentos imobiliários, fluxo de caixa, títulos de capitalização, amortização, títulos de dívidas, calendários financeiros, depreciação, notações científicas, hipotecas, cálculos de rendimentos e pagamentos, saldos de cadernetas de poupança, correção monetária, planos econômicos, etc.), uso da calculadora eletrônica HP-12C, funções estatísticas (acumulação, correção, médias, desvio padrão, estimação linear, etc.), programação linear, lógica computacional, dentre outras.

Não há dúvida de que a Matemática Comercial e Financeira é de grande valia no campo das Ciências Exatas e Naturais, das Ciências Econômicas, das Ciências da Administração e em inúmeras outras áreas do conhecimento científico que dela se utilizam, direta ou indiretamente.

Embora a Matemática Comercial e a Matemática Financeira estejam imbricadas, para melhor compreender os temas ou assuntos atinentes à *Matemática Comercial*, faz-se necessário ter conhecimento de: razões e proporções, grandezas proporcionais, divisão em partes direta e inversamente proporcionais, “regra de sociedade”, regra de três (simples e composta), porcentagem (taxas unitária e percentual), operações sobre mercadorias (custo, venda, lucro, prejuízo e valor líquido), correção monetária (moeda, inflação, deflação, etc.), Planos econômicos (Cruzeiro, Cruzado, Cruzado Novo ou Plano Verão, Plano Collor e Plano Real), câmbio (taxas, tabelas cambiais, conversão monetária e operações), juros simples (capital, montante, juros comercial e exato, taxas proporcionais e equivalentes, regimes de capitalização, etc.) e descontos simples (títulos de crédito, desconto comercial e desconto racional). (CRESPO, 1999)

Ainda segundo o autor supracitado, para o entendimento satisfatório da *Matemática Financeira*, em específico, é imprescindível saber acerca de juros compostos (montante, capital, capitalização e taxas proporcionais, equivalentes, nominais, efetivas, reais e aparentes), calculadora eletrônica HP-12C, tábuas financeiras, logaritmos e tábuas logarítmicas, descontos compostos (valor atual e capitais diferidos), capitalização e amortização compostas (rendas imediata, antecipada e diferida) e empréstimos (saldo devedor, prazos de carência, Sistema Francês de Amortização, Sistema *Price* e correção monetária).

Portanto, para o ensino e a aprendizagem de Matemática Financeira é importante possuir prévia familiaridade com a Matemática Comercial, de maneira que o estudo desta última requer, *a priori*, alguns conhecimentos de "Matemática Básica" (Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria), dando destaque especial para as temáticas: medidas de tempo, potenciação, radiciação, exponenciação, tipos de funções e seus gráficos, progressões ou sequências numéricas (aritmética e geométrica) e teoria dos logaritmos (logaritmo, antilogaritmo, cologaritmo, logaritmos decimal e neperiano, característica e mantissa, propriedades operacionais, tabela para contagem de dias, tábuas de anuidades, tábuas de paridades, gráficos de funções e tábuas logarítmicas); que se "[...] constituem em pré-requisitos para o entendimento da Matemática Comercial e Financeira", conforme argumenta Crespo (1999, p.3).

Neste sentido, a Matemática Comercial e Financeira, como sub-ramo da Matemática, não é utilizada somente por matemáticos(as), estatísticos(as), físicos(as), economistas, contabilistas, administradores(as) de empresas, agentes bancários(as), comerciantes, consultores(as) financeiros(as), secretários(as) executivos(as), (micro)empreendedores(as), técnicos(as) em logística, gestores(as) de negócios, empresários(as), industriários(as), arquitetos(as) e engenheiros(as) em geral; mas também por todas as pessoas que, de uma forma ou de outra, efetuam cálculos matemáticos envolvendo noções de: razão, proporção, porcentagem, dinheiro, finanças, capital, montante, taxas, juros simples e compostos, regra de três (simples e composta), mercadorias, preço, lucro, prejuízo, crédito, débito, compra, venda, ônus, bônus, câmbios, prazos, descontos, recebimentos, pagamentos, oferta e demanda, empréstimos, anuidades, amortizações, conta corrente e conta poupança bancárias, fluxo de caixa, sistemas monetários, etc. (CARVALHO, 1980; VIEIRA; SOARES; SOUZA, 1999)

Assim sendo, Luz e Bayer (2013), Silva (2015) e Silva (2016) esclarecem que a Matemática Comercial e Financeira está presente em várias situações da vida cotidiana, quais sejam; por exemplo: finanças pessoais, educação financeira familiar, notas e cupons fiscais, juros dos cartões de crédito, cheque especial, Bolsa de Valores, cotação do preço do dólar americano, Programa de Excel (planilhas eletrônicas), "mesadas" mensais, cálculo do orçamento doméstico, boletos e bloquetos bancários, contribuições previdenciárias, proporções entre peso e volume, promoções comerciais do tipo "Pague dois, leve três", preço dos produtos alimentícios da cesta básica familiar, dentre várias outras.

ENSINANDO-E-APRENDENDO MATEMÁTICA COMERCIAL E MATEMÁTICA FINANCEIRA NA ESCOLA BÁSICA E NA UNIVERSIDADE: O USO DA CALCULADORA COMO TECNOLOGIA EDUCACIONAL

Santos (2011) chama a atenção para o fato de que ensinar e aprender Matemática nem sempre é uma tarefa fácil, descomplicada.

Contudo, a facilidade ou a complexidade que gravitam em torno do processo ensino-aprendizagem da Matemática, na escola de Educação Básica e na Universidade, vai depender da (des)utilização das diferentes metodologias de ensino, dos recursos didático-pedagógicos e das (novas) tecnologias educacionais de informação e comunicação existentes.

Conforme já afirmado, de antemão, as metodologias de ensino como História da Matemática, Resolução de Problemas, Modelagem e Modelação Matemática, Etnomatemática, Tecnologias da Informação e Jogos Matemáticos são recomendadas e aplicáveis ao estudo de Matemática em todos os níveis e modalidades de ensino, desde a Educação Infantil até os cursos de pós-graduação *stricto sensu*. Entretanto, tais metodologias requerem adaptações e enfoques diferenciados em cada nível de escolarização, a depender das reais demandas, dos conhecimentos matemáticos prévios dos(as) alunos(as), dos conteúdos curriculares a serem abordados em sala de aula e da sistemática de avaliação da aprendizagem.

Além disto, a Matemática deve ser ensinada de maneira contextualizada, dinâmica, prática, significativa para o alunado e diretamente relacionada com a vida cotidiana e as outras áreas do saber científico, de modo a romper com o velho e recorrente paradigma educacional que retrata a seguinte realidade do aprendizado da Matemática escolar: *"na vida, dez; na escola, zero"*. (CARRAHER; CARRAHER; SCHLIEMANN, 1988)

Portanto:

> Nessa proposta, aprender Matemática é muito mais do que manejar fórmulas, saber fazer contas ou marcar "X" na resposta correta: é interpretar, criar significados, construir seus próprios instrumentos para resolver problemas, estar preparado para perceber estes mesmos problemas, desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de conceber, projetar e transcender o imediatamente sensível. (VIANA *et al*, 1990, p. 66)

Juntamente com os *softwares* educacionais específicos para o ensino de conteúdos curriculares de Matemática (*Geogebra, MatLab, Mathema, Cabri-Géomètre,* etc.), a Matemática Comercial e Financeira, em particular, pode e deve ser ensinada e aprendida fazendo uso correto, adequado, auxiliar, eficaz e eficiente de calculadora, seja ela mais simples ou mais sofisticada.

Dizemos isto, porque (ainda) nos dias atuais a utilização de calculadora no processo ensino-aprendizagem de Matemática se configura como algo bastante polêmico e controverso no âmbito da comunidade científica educacional e, em específico, da Educação Matemática. Essas divergências conceptuais ocorrem porque os(as) educadores(as) matemáticos(as) entendem que o uso de calculadora (portátil, científica e eletrônica) no ensino da Matemática em geral, e no contexto da Matemática Comercial e Financeira, não deve se restringir a algo mecânico, mnemônico e repetitivo; cujos comandos para manuseio do teclado das calculadoras estão atrelados a um mero manual de instruções (guia de usuário) e/ou às orientações técnicas repassadas pelos(as) professores(as) em sala de aula.

É preciso, pois, que os(as) educandos(as) compreendam, efetivamente, as operações matemáticas a serem realizadas por intermédio da calculadora como recurso tecnológico educacional, de modo que eles(as) sejam capazes de conjecturar, comparar, analisar, interpretar, refletir criticamente e debater acerca dos resultados apresentados pela mesma.

Faz-se necessário, ainda, corroborando com Rangel (1992), que os(as) alunos(as) possam entender os símbolos, as simbologias e a linguagem de programação contidos na calculadora, haja vista que esta, enquanto máquina tecnológica, deve ser empregada no processo ensino-aprendizagem escolar de Matemática para a sistematização e consolidação das noções (básicas) sobre operações matemáticas, isto é, de que a subtração é a operação inversa à adição, a divisão à multiplicação, a radiciação à potenciação, a logaritmação à exponenciação, a integração à derivação e diferenciação, etc.

Estas recomendações didático-pedagógicas e metodológicas não valem apenas para a Educação Básica, mas também para o processo educativo da Matemática e da Matemática Comercial e Financeira na Educação Superior, onde se utiliza em várias disciplinas curriculares da área de Cálculo (Cálculo Diferencial e Integral, Estatística e Probabilidade, Matemática Financeira, Métodos Numéricos, Lógica de Programação, Física Matemática, dentre outras) a calculadora eletrônica HP-12C, que consiste num tipo (específico) de ferramenta matemático-financeira programável que auxilia poderosamente a efetuar cálculos matemáticos, financeiros, estatísticos e de programação computacional de maneira fácil, rápida e prática.

Segundo investigações científicas desenvolvidas por San Diego (2008, p. 222), a calculadora financeira HP-12C:

> [...] Destina-se de forma exclusiva para profissionais nas áreas imobiliária, bancária e financeira. HP-12C é a calculadora em que mais profissionais confiam, sendo o padrão em calculadoras financeiras devido à sua capacidade. Ela tem, aproximadamente, 120 funções integradas para lhe fazer os cálculos de que você precisa. Proporciona rapidez e eficiência na entrada de dados e no cálculo de resultados através do método RPN (Notação Polonesa Reversa) – modo eficaz de entrada de dados que expressa uma sequência de cálculos sem a utilização de parênteses, reduzindo o número de teclas que precisam ser pressionadas. Os milhões de usuários no mundo inteiro asseguram sua confiabilidade. A HP-12C é a escolha inteligente, por ser a preferida do ramo. Possui como características: mais de 120 funções incorporadas para negócios, finanças, matemática e estatística, incluindo cálculos com datas; eficiência e rapidez na entrada de dados, utilizando RPN (utilização de menos teclas, o que reduz os erros de digitação); formato compacto que permite levá-la consigo a qualquer lugar; e tem baterias de longa vida útil. [...] A calculadora HP-12C permite 20 fluxos de caixa diferentes para resolver problemas de taxa interna de retorno e valor presente líquido. Calcula rapidamente prestações de empréstimos e hipotecas, taxas de juros, amortização, depreciação, análise de fluxo de caixa descontado, conversões de taxas de juros, desvio padrão, diferença percentual, previsão baseada em regressão linear, valor atual e taxa efetiva de títulos, entre outros problemas financeiros. [...] Trata-se de uma calculadora fabricada na China, cujas dimensões são: 12,7 cm x 7,84 cm x 1,52 cm.

Afinal de contas, com a calculadora eletrônica HP-12C é possível começar a “apertar botões” imediatamente e usar o teclado (de função e de programação), o mostrador e a memória contínua; as várias funções financeiras, matemáticas, estatísticas e outras fornecidas pela calculadora (funções de alteração de número, de percentagem, de calendário, de juros simples e juros compostos, de amortização, de programação, etc.); e os registros de armazenamento ("memórias").

Além disto, há também a possibilidade de, com base em constatações realizadas por Arcanjo (2020), fazer cálculos aritméticos simples e cálculos complexos, cálculos financeiros, cálculos para títulos de dívida, cálculos de depreciação, dentre outros. A calculadora financeira HP-12C auxilia na realização de cálculos para problemas específicos nas áreas de imóveis, empréstimos, planejamento, poupança, análise de investimentos e de títulos de dívida, análise de fluxo de caixa descontado, determinação de preços, estatísticas, finança pessoal, ações de investimentos financeiros, hipotecas, curva de aprendizado em produção, teoria das filas e muitas outras.

Diante do exposto, torna-se primordial compreender que, juntamente com o cálculo mental e o cálculo escrito,

> O uso associado das calculadoras e dos procedimentos de estimativa é de grande importância porque oferece aos alunos informações para que eles percebam se utilizaram corretamente o instrumento e se o resultado obtido é razoável. Assim, a utilização da estimativa pode reduzir a incidência de erros e evitar o uso mecânico desse instrumento. (BRASIL, 1997, p. 119)

E ainda:

> [...] a calculadora pode ser um eficiente recurso por possibilitar a construção e análise de estratégias que auxiliam na consolidação dos significados das operações e no reconhecimento e aplicação de suas propriedades. Um exemplo pode ser o de desafiar o aluno a determinar o quociente de uma divisão exata sem utilizar a tecla de dividir. Nesse caso o uso da calculadora facilitará e estimulará a investigação até que ele descubra que esse quociente pode ser obtido pela contagem de vezes que se pode subtrair

> o divisor do dividendo, pelo número de vezes que se pode somar o divisor até atingir o dividendo, pelas estimativas de quocientes “parciais”, apoiando-se na multiplicação etc. No caso da divisão não exata essas estratégias também possibilitam a obtenção do resto. A calculadora também é um recurso interessante para que o aluno aperfeiçoe e potencialize sua capacidade de estimar. (BRASIL, 1998, p. 115)

“Nesse contexto, as calculadoras e o computador ganham importância como instrumentos que permitem a abordagem de problemas com dados reais ao mesmo tempo que o aluno pode ter a oportunidade de se familiarizar com as máquinas e os *softwares*”. (BRASIL, 2002, p. 127)

FINALIZANDO AS CONSIDERAÇÕES

A Matemática é uma Ciência teórica, abstrata e, muitas vezes, complexa. Mas, ao mesmo tempo, também pode ser considerada concreta e com inúmeras aplicações práticas na sociedade em geral, englobando a vida cotidiana, escolar e profissional. Ela possui identidade e linguagem (escrita e simbólica) próprias. Para tanto, deve ser ensinada e aprendida em todos os níveis e modalidades de educação de forma vivaz, ativa, dinâmica, contextualizada, inter/multi/pluri/transdisciplinar e descomplicada.

Afirmamos isto, porque fazemos nossas as palavras de Davis e Hersh (1985, p.33-35) ao explicitarem que a Matemática se encontra:

> [...] Na página impressa, naturalmente, e, antes da imprensa, em tabletes ou papiros. Eis um livro matemático – apanhe-o; você terá um registro palpável da matemática como um esforço intelectual. Mas ela deverá, em primeiro lugar, existir na mente de alguém, pois uma prateleira de livros não cria matemática. Existe matemática em conferências gravadas, em memórias de computadores, em circuitos impressos. Deveríamos também afirmar que ela reside em máquinas matemáticas, como réguas de cálculo e caixas registradoras [...]. Deveríamos dizer que ela reside nos genes do girassol, se esta planta produzir sementes que formam espirais de

> Bernoulli [...]. Deveríamos dizer que a matemática existe em uma parede, se um abajur lança uma sombra parabólica [...]. Contrastando com o isolamento relativo entre as antigas matemáticas oriental e ocidental, a matemática de hoje é unificada. É trabalhada e transmitida com conhecimento completo e aberto. Dificilmente existem segredos pessoais, como os praticados pelos matemáticos da Renascença ou da época do Barroco. Há uma vasta rede internacional de publicações; há encontros abertos, nacionais e internacionais, e intercâmbio de profissionais e de estudantes.

No caso específico do processo ensino-aprendizagem da Matemática Comercial e Financeira na escola de Educação Básica e na universidade, sejam tais instituições educacionais públicas ou privadas, a objetividade, dinamicidade e aplicabilidade prática desta Matemática se fazem deveras necessárias; sem deixar de lado o imprescindível rigor matemático-científico.

Matemática, seja ela qual for, somente se aprende fazendo, exercitando, ou seja, se aprende na ação prática. A teoria matemática é importante, sendo pré-requisito indispensável para o entendimento, a compreensão e a resolução de problemas/exercícios (contextualizados) de Matemática.

Daí ser preciso que os livros didáticos de matemática em geral apresentem em seu teor, na abordagem de cada unidade temática, o seguinte: breve fundamentação teórica com aplicações práticas, exemplos de situações-problemas da vida cotidiana, exercícios resolvidos para a fixação do assunto estudado, exercícios propostos para serem desenvolvidos visando a aprendizagem imediata dos(as) alunos(as), exercícios complementares e suplementares com sequência didática e graduada de nível de complexidade (fácil, mediano e complexo) para treinamento e familiaridade com questões avaliativas apresentadas em concursos públicos, e estudos de caso. (CRESPO, 1999)

(Educação) Matemática Comercial e Financeira está em toda parte: na Natureza, na vida cotidiana e social, nas empresas, nos comércios, nas escolas, nas universidades, entre muitos outros lugares. É preciso apenas ter conhecimento prévio para identificá-la, olhos atentos para observá-la, "ferramentas" didático-pedagógicas para manipulá-la e vontade sincera de ensinar-e-aprender, buscando sempre transformar, redimensionar e ressignificar as suas *teorias e(m) práticas*.

REFERÊNCIAS

ARCANJO, C. F. **Matemática financeira aplicada HP 12C++ e Excel.** Campo Grande: Editora Inovar, 2020.

BOTINI, J.; BARRACA, R. **Matemática instrumental.** 10.ed. Rio de Janeiro: Editora SENAC Nacional, 2008.

BRANDÃO, C. R. **O que é educação.** 2.ed. São Paulo: Brasiliense, 1981. (Coleção Primeiros Passos – v.20).

BRASIL. Congresso Nacional. **Lei federal nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996.** Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília: Diário Oficial da União, de 23/12/1996.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. (Coleção Parâmetros Curriculares Nacionais de 1ª a 4ª séries – v.3).

______. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática – terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. (Coleção Parâmetros Curriculares Nacionais de 5ª a 8ª séries).

______. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN + ensino médio:** orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais – ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.

BUENO, F. S. **Dicionário filológico do português.** São Paulo: Saraiva, 1966.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Modelagem matemática na educação básica numa perspectiva de educação matemática. In: BURAK, D.; PACHECO, E. R.; KLÜBER, T. E. (Orgs.). **Educação matemática:** reflexões e ações. Curitiba: Editora CRV, p.147-166, 2010.

CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. Na vida, dez; na escola, zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática. In: ______. (Orgs.). **Na vida dez, na escola zero.** 2.ed. São Paulo: Cortez, p.23-43, 1988.

CARVALHO, C. **Aritmética comercial e financeira.** 25.ed. São Paulo: Empresa Editorial Irradiação Ltda, 1980.

CLARETO, S. M.; ROTONDO, M. A. S. Como seria um mundo sem matemática? Hein?! In: **Revista Bolema.** Rio Claro: Editora da UNESP, v.28, n.49, p.974-989, ago./2014.

CRESPO, A. A. **Matemática comercial e financeira fácil.** 13.ed. São Paulo: Saraiva, 1999.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação:** reflexões sobre educação e matemática. 4.ed. São Paulo: Summus; Campinas: Editora da UNICAMP, 1986.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. **A experiência matemática.** Rio de Janeiro: Editora Francisco Alves, 1985.

FIORENTINI, D. **Tendências da educação matemática no Brasil.** Campinas, 1988. 15 f. *mimeo*.

LIBÂNEO, J. C. **Pedagogia e pedagogos, para quê?** 2.ed. São Paulo: Cortez, 1999.

LUZ, L. H.; BAYER, A. Matemática financeira na educação básica. In: **Anais do VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática.** Canoas: Editora da ULBRA, p.1-12, out./2013.

MACHADO, N. J. **Matemática e educação:** alegorias, tecnologias e temas afins. 3.ed. São Paulo: Cortez, 2001. (Coleção Questões da Nossa Época – v.2).

RAMOS, L. F. **Uma proporção ecológica.** 6.ed. São Paulo: Ática, 1999. (Série A Descoberta da Matemática).

RANGEL, A. C. S. **Educação matemática e a construção do número pela criança:** uma experiência em diferentes contextos sócio-econômicos. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

ROSA NETO, E. **Didática da matemática.** 11.ed. São Paulo: Ática, 2005. (Série Educação).

SAN DIEGO, W. B. D. **HP 12C calculadora financeira:** guia do usuário. 5.ed. São Paulo: Editora MWZ, 2008.

SANTOS, M. P. **Recursos didático-pedagógicos na educação matemática escolar:** uma abordagem teórico-prática. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2011.

SILVA, A. F. M. **A importância da matemática financeira no ensino básico.** Rio de Janeiro, 2015. 149 f. (Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática – Instituto de Matemática Pura e Aplicada). *mimeo*.

SILVA, A. J. Educação matemática financeira no ensino médio: projeto "de olho na economia". In: **Anais do XX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática.** Curitiba: Editora da UFPR, p.1-11, nov./2016.

VIANA, C. R. *et al.* Matemática. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Currículo básico para a escola pública do Estado do Paraná.** Curitiba: SEED-PR, p.63-80, 1990.

VIEIRA, A. L.; SOARES, K. O. A.; SOUZA, S. A. **Matemática comercial.** 2.ed. Contagem: Editora do SENAC-MG, 1999. (Coleção Educação a Distância – v.1).

ENGENHARIA DIDÁTICA REVERSA E O ENSINO DE MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL DA EDUCAÇÃO DO CAMPO

Renata Lourinho da Silva [6]

INTRODUÇÃO

A Engenharia Didática Reversa - EDR [7]tomada como um percurso de estudos e pesquisa (PEP) adaptado da Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard (2009), é composta por duas fases: (des)construção e (re)construção de saberes. Segundo Silva (2019) essas duas fases acontecem, por meio da transposição didática do saber (CHEVALLARD, 2009), a qual questiona e problematiza o objeto de estudo. Esse objeto pode ser físico ou não (CHEVALLARD, 1999).

A partir daí as duas fases da EDR foram trabalhadas por Silva (2019), em um curso de formação continuada de professores, que teve como ponto de partida os saberes culturais, para então, adentrar na escola do campo, uma vez que, se verificou ausência de uma organização de ensino, que articule esses saberes com os escolares, em uma dinâmica de reconstrução de saberes.

Esse problema foi notado por alguns pesquisadores como: Lima (2017); Molina e Rocha (2014), Gaia (2016), Silva (2015), como ressalta Silva (2019). Entende-se por campo, em acordo com Silva (2015) os espaços rurais, que são constituídos por diferentes manifestações cul-

[6] Doutora em Educação matemática e ciências; Professora na Prefeitura Municipal de Cametá/PA

[7] Engenharia didática reversa - é uma metodologia teórico-prática e é uma adaptação da Engenharia didática de Yves Chevalhard, essa adaptação foi uma proposta do meu orientador de Doutorado prof. Dr. Renato Borges Guerra.

turais, econômicas, e compostos pelos espaços da floresta, populações ribeirinhas, quilombolas, indígenas etc.

Assim, a respeito do ensino de matemática, a EDR visa o melhoramento dessa prática, quando promove a desconstrução de um determinado conteúdo, isto é, estuda cada parte que o compõe, para com isso, reconstruí-lo por meio da união de cada uma dessas partes desmontadas, mostrando desse modo, a interconexão entre os saberes do campo da matemática, bem como, desta área como as demais disciplinas curriculares e com a prática social.

Por este fato, a EDR pode ser usada tanto para o campo de estudo da matemática abstrata, como também, estende-se à matemática escolar, e além do mais pode ser utilizada em qualquer disciplina escolar como o português, a história, a geografia, a física etc.

Diante disso, o objetivo deste artigo é mostrar como foi realizado a prática de construção e uso do matapi (instrumento usado na pesca de camarões) com os mestres produtores dessa prática e professores que lecionam nos anos iniciais do ensino fundamental, por meio das duas fases da EDR (desconstrução e reconstrução de saberes), pondo em funcionamento os saberes da matemática e demais disciplinas curriculares.

ENGENHARIA DIDÁTICA REVERSA-EDR

A EDR fundamentada na Teoria Antropológica do didático de Yves Chevalhard visa à desconstrução e reconstrução de saberes tanto práticos como teóricos (SILVA, 2019) e dessa maneira, estuda os princípios tecnológicos de um determinado objeto, buscando entendê-lo na atividade prática, em prol de sua melhoria (SILVA, 2019).

A EDR serve como um método para encontrar pré-construídos. O matapi, produzido nas ilhas do município de Cametá/PA, talvez seja um saber pré-construído, em que não se questiona a sua prática de construção, apenas se faz pelo processo de imitação, é naturalizada (BOURDIER, 2002). Com isso, Chevallard (2009, p.107) diz que: “(....) Mas é preciso insistir de todos modos sobre o fato essencial de que, em um dado momento, qualquer saber científico funciona sobre um extrato profundo de preconstrução”.

Entretanto, nem todo saber é ensinável, então, os saberes pré-construídos nem sempre são ensináveis, quando podem ser ensináveis, deixam de ser pré-construídos, passam a ser reconstruídos como saberes pela realização da transposição didática (CHEVALLARD, 2009).

Nesse contexto, a primeira fase da EDR desenvolvida na formação de professores para o campo comportou a comunidade do campo, a qual foi responsável por indicar o sujeito que desenvolve com melhor êxito a prática, valorizando a maneira de pensar e fazer especifica desta pessoa, em nosso caso, por exemplo, a comunidade elegeu o saber sábio de José [8], pois é considerado na localidade como aquele sujeito que constrói bons matapis, e vive dessa prática a mais de 50 anos.

Perante a isto, interpretei a prática de construção e uso do matapi, sem esquecê-lo que ele é um instrumento de uso na pesca, constituindo-se como um dos produtos das atividades humanas. Além disso, é usado por famílias ribeirinhas, indígenas, etc, sendo que a sua fabricação é aprendida, geralmente pela oralidade e por imitação, uma vez que os saberes culturais, não são questionados, apenas aceitos e repassados de geração em geração (BOURDIEU, 2002).

A partir daí, valoriza-se o aspecto cultural de produção, mas que não fica submerso apenas no sentido de valorização da cultura, como também esse saber cultural deve integrar a organização didática dos cursos de formação de professores para a educação do campo.

Nesse pensar, a segunda fase da EDR , aconteceu por meio de questionamentos e problematizações sobre o matapi, em que se realizei, transposições didática do saber, transformando-se, o saber cultural não escolarizado em um saber escolar, este último permitiu variações, porque possibilitou olhar para esse instrumento com distintas interpretações, como por exemplo, enquanto que no cultural, ele é construído de tal maneira, por que é assim que se faz , por que aprendeu desse jeito, ao

[8] Nome fictício e corresponde ao gênero

contrário disso, o escolar questiona: por que se faz desse modo? Pode ser feito de outra maneira? Que saberes integram a construção e uso?

Para esse processo de estudo, chama-se de praxeologia (estudo das práticas e dos saberes) que pode acontecer de duas formas: praxeologia completa, composta pelo bloco do saber prático-teórico (tarefas- o que se faz; técnicas- como se faz; *tecnologia*- para que se faz e *teoria*- por que se faz assim) e a incompleta, denominada de auto tecnológica, e é constituída somente pelo bloco do saber prático (tarefas- o que se faz; técnicas- como se faz) (CHEVALLARD, 2009; SILVA E GUERRA, 2018).

Em síntese, nas duas fases, a EDR provoca a extensão da Zona de desenvolvimento proximal de Vygotsky (1999), a respeito da fronteira entre o existente e o possível, isto é, “sem descontinuidade marcada, do virtual ao real, e sua inversa- uma zona de desenvolvimento proximal que é em si mesma uma inversão a trabalhar” (CHEVALLARD, 1999, p. 30). Essa extensão provocou olhar para o matapi, de forma ampliada, que não se restringiu, apenas ao campo de estudo da matemática, como percorreu por vários campos de saberes culturais e disciplinares.

ANÁLISE EMPÍRICA DA FORMAÇÃO

O encaminhamento metodológico assumido, tomou a EDR como um PEP adaptado, ferramenta disponível pela Teoria Antropológica do Didático - TAD e com isso problematizamos o matapi, produzido no município de Cametá/PA, pois não se aprende matemática somente com matemática, outros saberes estão em jogo.

Nesses modos, o matapi é um instrumento usado pelas comunidades ribeirinhas, indígenas etc., em geral, para a pesca do camarão e se constituiu como um dos “saberes construído por populações que têm nas águas, além de uma fonte de alimentação, uma fonte de referência simbólica e mística” (MORAES, 2005, p. 24). A exemplo de uma fonte mística é o “matapi panema” (matapi que não captura camarões e quando captura é muito pequeno). Por isso, é problemático para a pesca de camarões.

Figura 1 - Matapi produzido no município de Cametá/PA

Fonte: Dados da pesquisa, 2019

Para além do que foi exposto por Moraes (2005), Araújo, *et al.* (2014) ao fazer um estudo com o matapi, se referiu a aparência dele como uma forma cilíndrica, possuindo duas bocas ou línguas[9] como posto por Silva (2019), as quais lembram um tronco de cone. Cada lado do matapi contém uma abertura em forma de funil para que o camarão possa entrar e não consiga sair (MORAES, 2005). É feito de talas de Jupati (Raphia taedigera), um tipo de palmeira extraída na floresta (MORAES, 2005). A distância entre as talas é significativa, porque classifica o tamanho do camarão: se a distância for maior entra camarão graúdo, agora se for menor camarão miúdo (MORAES, 2005).

Nesse avistar, a EDR se constitui como uma metodologia teórico-prática, de questionamento do mundo (CHEVALLARD, 2009), um mecanismo que faz surgir as situações, as questões são espontâneas. Segundo Chevallard (2009, p. 21) uma das condições favoráveis ao ensino é que "a escola adote uma pedagogia de questionamentos co-disciplinares para treinar seus alunos no ato do questionamento das ferramentas de que necessita".

9 Termo usado pela comunidade Pacui de cima para designar as duas entradas da construção do matapi que lembram uma das figuras espaciais de um tronco de cone

Portanto, na primeira fase da EDR, fomos em conjunto com os mestres produtores de matapi e professores em formação, ao encontro das respostas específicas da cultura, para analisar as características de ser panema[10](matapi que não captura camarões) mencionadas por José e Zeca[11].

A partir disso, tentamos construir daí, quase que "diretamente", uma resposta desejada, dada pela construção de matapis não panemas, por meio da leitura dos materiais que José levou para a sala de aula, para ensinar os professores a construir matapis.

Figura 2 - Professores construindo matapis com ajuda de José e Zeca

Fonte: Dados da pesquisa, 2019

1ª FASE DA EDR- (DES) CONSTRUÇÃO DO MATAPI, POR MEIO DOS SABERES CULTURAIS

Na primeira fase da EDR, a da (des) construção a copiagem foi admitida, como uma prova parcial de aprendizagem, na qual os professores construíram matapi, por meio do modelo apresentado por José.

[10] De acordo com os mestres produtores de matapi, o termo panema está relacionado ao uso pessoal do sujeito no momento de manipular o intrumento ou a forma de como ele o constrói.

[11] Nome fictício e corresponde ao gênero.

Após essa construção, foram elaboradas algumas questões para estudos, dados por: Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5. A Q_1. *Comprimento e altura do matapi?* Q_2) *Diâmetro maior da língua?* Q_3) *Diâmetro menor da língua?* Q_4) *Distância entre as talas?* Q_5) *Distância entre as línguas?*

Desse modo, no momento que os professores, iniciaram a responder essas questões perceberam algumas situações, que não permitiam de fato, uma copiagem do modelo de José, pois cada um teceu de maneira diferente um do outro, a exemplo, a distância entre as talas, entre as línguas, a quantidade de talas utilizadas, isto é, cada um usou a matemática, de forma diferente para a construção do matapi.

Para além disso, na primeira fase da EDR, uma professora de matemática construiu um modelo de matapi no geogebra, usando alguns conceitos de matemática, tais como: figuras espaciais, distâncias, medidas, áreas, perímetros, e com isso, ajudou os professores dos anos iniciais do ensino fundamental a responder às questões acima.

Também, realizei várias testagens dos matapis, para saber se existia algum panema entre eles, no entanto, na primeira testagem houve um matapi, que não capturou camarão, mas não era panema por construção, o que havia influenciado foi a estrutura do rio e a forma como ele foi amarrado na corda. Em contrapartida, na segunda, terceira e quarta testagens todos capturaram camarões.

2ª FASE DA EDR- (RE) CONSTRUÇÃO DO MATAPI, A PARTIR DOS SABERES DA ESCOLA

Na segunda fase da EDR, a da (re) construção se retificou a textualização com a experimentação da praxeologia do campo reconstruída, referente aos matapis que cada professor construiu com auxílio de José. Em seguida, retificamos essa prática com a elaboração de um manual textualizado, de como se faz um matapi, e a partir dele, foram construídos novos matapis.

Além disso, houve a substituição do náilon de 3mm para 4mm e 5mm, pois na segunda, terceira, quarta, quinta e sexta testagens nos rios, os matapis construídos com os náilons de 4mm e 5mm, capturaram camarões mais graúdos do que miúdos, ajudando com isso, no manejo adequado do camarão (COSTA, *et al.,* 2016).

Portanto, a partir do desenvolvimento das duas fases da EDR, pude perceber entre os professores, que lecionam nos anos iniciais, um olhar diferenciado para o matapi, em que observaram para além da matemática, a história, a geografia, a artes, a religião, o português, as ciências, de maneira interconectados, isto é, de maneira pluridisciplinar, relatando com isso, suas aprendizagens com relação a construção e uso desse instrumento.

Dessa maneira, com relação a construção, por exemplo, mencionaram que ao iniciá-la, fica nítida a presença de aspectos matemáticos, pois neste processo há que se: quantificar, classificar, comparar, medir grandezas, formas geométricas, medidas de tempo, medidas de comprimento, utilização das operações (adição, subtração, divisão e multiplicação), essas observações estão em acordo com a Base comum Curricular Nacional- BNCC (2017), o que deixa evidente como o matapi pode ser utilizado como recurso didático nas aulas, tornando-a mais interessante aos educandos, que moram e vivem nas ilhas.

Enquanto que para a utilização do matapi, os professores observaram que têm matemática nas medidas de tempo, já que é preciso obedecer o horário de colocar e retirar o matapi da água; as medidas de comprimento utilizadas para medir as distâncias, que se amarra um do outro; a posição deste em relação a água (próximo à superfície ou ao fundo, perto ou distante da margem do rio); medidas de capacidade, para saber a quantidade de camarões, que cada um pode comportar; medidas de massa, estuda-se quantos quilogramas de crustáceo, captura-se no matapi; enquanto que para a contagem dos camarões, se pode estudar: os números, as quatro operações matemáticas, ao somar as quantias de camarões, multiplicar dois ou mais, dividir o todo pelas partes e assim por diante.

Além da matemática, presente na construção e uso do matapi, relataram que o mesmo tem o potencial de englobar as demais disciplinas nos diferentes graus de ensino, podendo ensinar a **arte** trazendo à tona a importância dos artesãos responsáveis, por grande parte dos utensílios que utilizamos, dentre outros.

Para a língua portuguesa, comentaram que as aulas podem ser desenvolvidas, a partir da diferenciação de vocábulos pertencentes às diferentes culturas linguísticas regionais; para o desenvolvimento oral (argumentar, questionar); produção de textos (principalmente do tipo injuntivo) etc. Já em **história**, segundo eles, é importante conhecer a origem, criação e manejo do matapi e a importância deste para o homem ribeirinho.

Também, os docentes mencionaram sobre o ensino de **geografia**, buscando conhecer a área dos recursos naturais de confecção do matapi, bem como, os locais da pesca artesanal do camarão; nas **ciências**, trabalhar a preservação e conservação do meio ambiente, de onde se extrai a matéria prima e o alimento. Por fim, para a **educação religiosa**, pode-se trabalhar com a criação divina, o respeito, a proteção e outros.

Neste caso, a EDR ao estudar com o matapi na formação de professores para o campo, evidenciou uma hibridização de saberes, que articulou, de modo hibridizados, os saberes das práticas tradicionais de construção e uso desse instrumento, que possibilitaram o funcionamento dos saberes da matemática escolar, da geografia, ciências, história, religião, arte, português, que foram notados pelos docentes. Essas observações, estão em acordo com a BNCC (2017). Enfim, essa mistura de saberes, é denominada de matemática mista (CHEVALLARD, 2013).

CONSIDERAÇÕES

O campo das práticas profissionais de trabalho dos ribeirinhos, foi entendido como um tipo de segmento social, pertencente a uma dinâmica social da comunidade ribeirinha, onde os sujeitos têm disposições específicas, chamado de capital específico por Bourdieu (2002) e com propriedades universais, pois compartilham de saberes em comum a outros campos, como exemplo, direitos, deveres, obrigações e proibições. É nesse contexto, que acontecem as articulações políticas, culturais e sociais. Esse campo de práticas, tem como uma de suas constituições os saberes sobre a pesca, como é o caso da pesca do camarão usando o matapi.

Dessa maneira, a EDR quando estudou o matapi em suas duas fases (desconstruções e reconstruções de saberes) possibilitou que ele fosse entendido de duas maneiras interrelacionadas. A primeira é que ele é um instrumento de pesca do camarão, que faz parte da prática profissional de trabalho dos ribeirinhos e, com isso, sua fabricação depende de uma classe de práticas desenvolvidas no interior da comunidade ribeirinha, e a segunda foram as problematizações acerca da construção do matapi. Esses dois processos de estudo sobre ele provocaram o diálogo dos saberes culturais não escolares com os escolares.

Portanto, a EDR ao estudar com o matapi levou os professores ao reencontro com o saberes escolares, estudando alguns temas da matemática como: noções de círculo, cone, tronco de cone, distâncias entre as talas, tipos de medidas padronizadas e não padronizadas; conteúdo estes que os levaram ao estudo do desenvolvimento sustentável com o uso do náilon de 4mm e 5mm , que é visto em disciplinas como ciências sobre o meio ambiente; geografia acerca do lugar onde se coloca o matapi, que pode influenciar no panema; religião sobre as situações místicas e crenças sobre o surgimento desse instrumento; arte com a beleza arquitetônica; história, acerca da evolução dos matapis de uma língua, duas línguas ao longo dos anos, bem como, a influência da hidrelétrica de Tucurui e português com a construção de poesias e figuras de linguagem das palavras: língua, boca, matapi , panema.

E concluo que, a EDR assumiu grande importância para a formação de professores dos anos iniciais, porque ao estudar uma prática do campo tanto na comunidade quanto na escola, possibilitou a construção de um ambiente pluridisciplinar, pois interligou os saberes culturais de construção e uso do matapi com os disciplinares (matemática, física, química, etc.) no sentido da matemática mista.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Maria Vera Ferreira de et. al. Pesca e procedimentos de captura do camarão-da-Amazônia. **Biota amazônia**. Macapá, v. 4, n. 2, p. 102-112, 2014. http://periodicos.unifap.br/index.php/biota.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** – BNCC. 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 10 nov. 2020.

BOURDIEU, Pierre**. A dominação masculina**. Tradução Maria Helena Kuhner. 2 ed. Rio de janeiro: Bertrand, Brasil. 2002.

CHEVALLARD, Yves. A análise das práticas na teoria antropológica da didactico1 de ensino. **Recherches em Didactique des mathématiques**, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

CHEVALLARD, Y. La notion d´ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et élémentos de réponses à partir de la TAD. in Margolinas et all.(org.) : En amont et en aval des ingénieries didactiques, XVª École d´Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme). Recherches em Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 1, p. 81-108, 2009

CHEVALLARD, Yves. **La transposição didática**. 3 ed. Buenos Aires: Aique grupo. Editor, 2009.

CHEVALLARD, Yves. **La Matemática en la escuela:** Por una revolución epistemológica y didáctica. 1 ed. Buenos Aires: Libros del Zorzal, 2013.

COSTA, Danilo Acatauassú da Silva et. al. seletividade do matapi nas capturas de *Macrobrachium amazonicum* no baixo rio Tocantins, Amazônia, Brasil. **Bol. Inst. Pesca**, São Paulo, v. 42, n. 2. p. 403-417, 2016. Disponível em: :<https://www.pesca.agricultura.sp.gov.br/42_2_10BIP-1194p403-417.pdf. >. Acesso em: 10 de jun. 2018.

GAIA, Carlos Alberto Assunção. **Práticas com Matemáticas na Educação do Campo**: o caso da redução à unidade na Casa Escola da Pesca. 2016. 185f. Tese (doutorado em educação matemática) – Instituto de Educação e Matemática e Cientifica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2016.

LIMA, Natamias Lopes de Lima. **Questões Epistêmicas:** historiográficas sobre a Educação do campo no Brasil.2017. 190f. Tese (doutorado em educação) - Instituto de ciências da educação, Universidade Federal do Pará, Belém, 2017.

MOLINA, Mônica C.; Rocha, Maria Isabel Antunes. Educação do campo: história, práticas e desafios no âmbito das políticas de formação de educadores – reflexões sobre o pronera e o procampo**. Revista Reflexão e Ação,** Santa Cruz do Sul, v.22, n.2, p.220-253, jul. /dez. 2014.Disponivel em: <http://online.unisc.br/seer/index.php/reflex/index>. Acesso 07 maios 2020.

MORAES, Sergio Cardoso de.**Saberes da pesca**: uma arqueologia da ciência da tradição. 2005. 230f. Tese (doutorado em educação) -Centro de ciências sociais aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2005

SILVA, Renata Lourinho da. **Engenharia didática reversa como um dispositivo de formação docente para a Educação do campo**.2019. 300f. Tese (doutorado em educação matemática) – Instituto de Educação e Matemática e Cientifica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2019.

SILVA, Renata Lourinho da; GUERRA, Renato Borges**.** O problema didático concreto do diálogo entre tempo escola e tempo comunidade na Educação do Campo. **REMATEC**, v. 13, n. 29, p. 24-34, 3 jan. 2018. Disponível em: <http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/144>. Acesso em: 20 jan. 2019. DOÌ:10.37084/REMATEC.1980-3141.2018. n. 29. p%p.id144

SILVA, Jane Cristina da, RIBEIRO, Ivo Antônio; ROCHA, Maria Lúcia Pessoa Chaves. Construção e utilização do Matapi: Um estudo etnomatemático. In: VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA (CIEM). 2017. Rio Grande do Sul. **Anais.**..Canoas/RS: ULBRA, 2015. Disponível em: <Http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii/paper/viewFile/7510/3703>. Acesso em: 21 fev. 2018.

PROBABILIDADE E ANÁLISE COMBINATÓRIA: ASPECTOS HISTÓRICOS E UMA ABORDAGEM NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Ricardo Fernando de Souza[12]
Fábio Rocha dos Santos[13]
Marcelo Braga[14]

INTRODUÇÃO

A pesquisa que resultou na escrita deste capítulo buscou apresentar a 'Probabilidade e a Análise Combinatória' como possibilidade na construção de conhecimentos matemáticos, visto que na educação básica gradativamente o ensino da probabilidade e da estatística vem ganhando e conquistando espaços juntamente com outras áreas subdivididas da matemática, como a álgebra, a geometria plana, espacial e analítica, a trigonometria e cálculos. Entende-se que para o progresso, a evolução, o crescimento de competência e o desenvolvimento das habilidades de argumentação são favorecidos por meio do ensino da probabilidade e da estatística conforme destacam (MENEGHETTI; BATISTELA; BICUDO, 2011).

Em Lopes (2010) encontramos explicações sobre o estado comportamental e entendimento entre as pessoas, que privilegiam valores sociais por meio de conhecimentos específicos mediante conceitos estatísticos, sistematizados e desenvolvidos no processo educacional. Assim, o objetivo da pesquisa foi pautado na investigação acerca do reconhecimento da Probabilidade e Análise Combinatória como uma forma de modelar e compreender o conhecimento sobre as relações

---

[12] Doutorando em Educação Matemática - Mestre em Ensino de Ciências e Matemática - Professor da Faculdade das Américas FAM – Integrante Grupo de Pesquisa no Ensino de Ciências e Matemática (GPEnCIEMAT).

[13] Doutorando e Mestre no Ensino de Ciências e Matemática – Docente na Fundação Instituto de Pesquisa (FINPEC) Integrante do Grupo de Pesquisa no Ensino de Ciências e Matemática (GPEnCIEMAT).

[14] Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul - Professor da Faculdade das Américas – FAM - Integrante Grupo de Pesquisa no Ensino de Ciências e Matemática (GPEnCIEMAT).

humanas no que concerne ao levantamento de dados, sua análise e sua organização em tabelas e gráficos, sistematizando a observação matemática como instrumento de relação com o mundo.

De acordo com os PCN's (BRASIL, 1997) a probabilidade tem como propósito evidenciar possíveis resultados sem considerá-los de forma exata, possibilitando em um conjunto finito de dados o controle com certa precisão o grau de incerteza em função da mobilização dos dados. Ainda assim, os PCN´s (BRASIL, 1997) ressaltam que a contagem dentro desse cenário permite a organização dos dados para contar os casos possíveis de um determinado evento acontecer. Já a Probabilidade e a Análise Combinatória são previstas para a 2ª e 3º série do ensino médio. Silva *et al* (2016) explicam que a Probabilidade provém de ideias em que deve-se calcular as possibilidades de um determinado evento ocorrer. Neste contexto, a Probabilidade está intimamente relacionada a jogos e apostas, além de viabilizar a elaboração de modelos matemáticos para a previsão de acontecimentos de certos fenômenos, sejam eles naturais ou sintéticos.

Dessa forma, a combinatória e os cálculos probabilísticos são conceitos inseridos no ensino fundamental e médio, técnicas associadas por meio da análise combinatória, por exemplo, ajudam a definir os conceitos probabilísticos. Importante ressaltar que uma compreensão mais pura foi elaborada por Pierre Simon Laplace (1749 – 1827). Neste caso, por exemplo, a probabilidade de um evento 'A' acontecer está associada ao cálculo do quociente entre o número de casos favoráveis a sua ocorrência e o número total de casos possíveis que é denominado de espaço amostral e sua notação é dada por $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$, onde 'S' denota o espaço amostral e *P(A)* a probabilidade do evento 'A' acontecer. Porém, tal definição só é válida para casos considerados finitos e equiparáveis ou equiprováveis, logo, significa dizer que a ocorrência para um evento 'A' é a mesma ocorrência para o evento 'B' (LOPES; REZENDE, 2010).

A Probabilidade e a Análise Combinatória são campos de interação, assim, formam conexão com a Estatística por meio de coleta e análise de dados, envolvendo uma operacionalidade distinta, já que, para a análise de dados a situação se dá pelo contexto e seus significados, e não tão somente através de dados numéricos. Tanto a Análise Combinatória, como a Probabilidade e a Estatística, todas estão inseridas numa sociedade classificada complexa, sendo a Análise Combinatória a mais antiga entre essas áreas, relacionando a parte experimental em um processo operacional e estruturante para o desenvolvimento do raciocínio por meio da lógica.

Portanto, podem-se complementar, sendo a Probabilidade o modo de pensar e determinar a ocorrência de eventos acontecerem (LOPES, 2010). Assim, considera-se o estudo relevante para oportunizar aos estudantes da educação básica, o conhecimento da Probabilidade e da Análise combinatória como processo histórico de construção dos conhecimentos matemáticos e investigativos.

Para tanto, utilizou-se como metodologia a pesquisa qualitativa na modalidade bibliográfica. Dessa maneira, para os próximos tópicos deste capítulo, serão abordadas as definições de Probabilidade e da Análise Combinatória e dos desafios no ensino-aprendizagem destes conteúdos, e por fim, serão apresentados os resultados desta revisão.

ANÁLISE COMBINATÓRIA COMO BASE NO DESENVOLVIMENTO DA PROBABILIDADE

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca que as ideias expressas pela matemática tornam-se possíveis de realizar uma Inter conversão quando os alunos desenvolvem habilidades dentro de um conjunto de ferramentas potencializando significativamente a resolver problemas, capacidade de se comunicar e argumentar, possibilitando o desenvolvimento do pensar matemático (BRASIL, 2018).

Segundo Lopes (1998) a probabilidade seria um tema abordado em sala de aula voltada a estratégias para formular e avaliar, ampliando formas de compreender os conhecimentos baseados em aspectos de criticidades.

Nessa prática adotada para o ensino da probabilidade, destaca-se a atenção voltada para a construção do conhecimento em que o estudante possa tomar proveitos para vida, auxiliando na tentativa de formular problemas e por meio da investigação, tentar encontrar soluções para o seu cotidiano, indo na contramão de um ensino onde são privilegiados conceitos sem significados reais, ou abstratos que não contribuam para fins de aplicabilidade.

É importante assumir novas posturas perante nossas ações pedagógicas, superando as dificuldades para que a prática a ser adotada, torne-se uma realidade frente a um ensino dito tradicional, aquele cujo conhecimento é centrado apenas no professor e o aluno não tem participação efetiva nas aulas que são baseadas apenas num quadro negro ou branco e no giz ou pincel, além de questões descontextualizadas, desvinculando totalmente o aluno fora de sua realidade. Neste cenário o professor deverá ser um estimulador de questões que estão sendo exploradas no ensino básico, dando importância maior para os anos iniciais que tratam de questões sociais que requer uma conduta pedagógica centralizada dos professores (LOPES, 1998).

Para Lopes (1998), desenvolver consideravelmente a probabilidade torna-se imprescindível uma abordagem por meio da Resolução de Problemas, considerando que os problemas não se tratam de meros exercícios que têm como finalidade única de reproduzir conceitos que foram apresentados em sala de aula por meio dos professores para uma simples verificação conceitual momentaneamente, caracterizando na verdade, apenas uma aprendizagem mecânica.

Conforme Sousa (2005), a competência de resolver problemas é pretendida em outras áreas além da própria realidade na qual as pessoas estão inseridas. Logo, resolver problemas é uma das nossas principais tarefas do cotidiano. Essa afirmação é verdadeira se considerarmos um problema como algo a ser resolvido e do qual não sabemos precisamente qual a melhor estratégia antes de resolvê-lo, talvez essa fosse uma de muitas formas de se olhar para a resolução de problemas, desse modo, assim como na vida, na Matemática isso também ocorre. Historicamente, os povos antigos como os egípcios, chineses e os gregos, faziam seus cálculos na tentativa de encontrar respostas para seus problemas da época sem utilizar técnicas específicas.

Conforme Boavida (1993), a Resolução de Problemas é mais um caminho em busca de minimizar o desequilíbrio no processo ensino--aprendizagem da matemática, logo, dentro dessa perspectiva, há uma motivação ao conceber o ensino da matemática de forma vital. Assim, a resolução de problemas no âmbito escolar está diretamente relacionada com a mobilização dos conhecimentos existentes na estrutura cognitiva dos alunos para incorporarem e desenvolver novos conhecimentos e não apenas subtrair um leque de informações e conceitos matemáticos apresentados. Atualmente, a principal tendência consiste na Resolução de Problemas como uma metodologia para se ensinar matemática. Tal contexto merece atenção para Polya (1887 – 1985) apontado como o pai da resolução de problemas matemáticos (ONUCHIC, 2011).

Polya nessa perspectiva se baseou no ensino por meio de estratégias como um método para resolver problemas, assim, sua visão foi sustentada no construtivismo de Vygotsky pelo fato de relacionar o pensamento matemático à aprendizagem por descoberta (ONUCHIC, 2011).

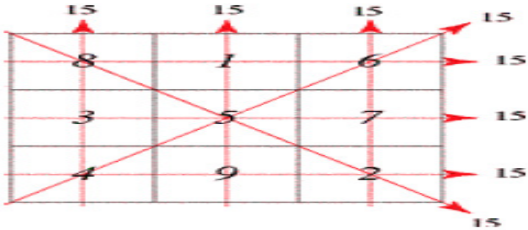
Segundo Polya (1944), tal auxílio com o aluno, traz maturidade e o professor não será induzido a fazer perguntas como: - *Qual é a incógnita?* Na resolução de problemas, é possível variar a pergunta: - *O que é necessário?* - *Ou do que é preciso?* O sentido dessas perguntas variadas sem explicitar a variável em questão, é indagar o aluno possibilitando conjecturar e achar a própria variável sozinho. Então, - *Qual é o 'Xis' do problema?* Podemos responder a isso introduzindo novas formas metodológicas que permitam conduzir o discente à busca do conhecimento de maneira mais autônoma, mas com pitadas de conversação em torno do problema que conduzam a construção colaborativa das ideias. O ponto inicial é os alunos estabelecerem conexões com outras áreas da matemática e dessa forma gerar conceitos novos. Porém, a pergunta é o que seria um problema? (ONUCHIC, 2011).

Romanatto (2012) explica que um problema consiste em procurar meios bem definidos para alcançarmos nossos objetivos. Já para Nicolau (2012), o problema é alguma ocorrência que necessita do pensar, estabelecendo relações entre os elementos existentes e elementos novos inseridos nas informações novas para se chegar ao objetivo.

UM POUCO DA HISTÓRIA DA ANÁLISE COMBINATÓRIA

Historicamente o cálculo combinatório era desvinculado dos cálculos aritméticos. O primeiro problema que utiliza da análise combinatória é o quadrado mágico de ordem 'nxn', que consiste em 'n' linhas por 'n' colunas, de forma que a soma das diagonais das linhas e das colunas tenham os mesmos resultados. (VAZQUES; NOGUTI, 2004).

Figura 1. Quadrado Mágico



Fonte: SBEM, 2004

Através da técnica de contagem, foi possível a resolução desse tipo de problema, onde seria necessário somente o entendimento de forma clara do enunciado, ou seja, o que está sendo solicitado para compreender o problema e desenvolver estratégias por meio de uma investigação para resolvê-lo. Essas características tornam o ensino da matemática mais motivador e fascinante que revelam aspectos sobre a criatividade por parte dos alunos. Fica caracterizado quão se deve a Análise Combinatória em grande parte, a necessidade de se resolver problemas por meio de contagem utilizando simplesmente o método da adição.

Segundo Vazquez e Noguti (2004), a combinatória apresenta características definida como: lista, contar, estimar e existir. Desta forma, a análise combinatória estuda a formação, a contagem e propriedades dos agrupamentos de objetos que pertencem a conjuntos finitos de elementos.

Os agrupamentos são: os arranjos, as permutações, e as combinações, que são formadas através de objetos podendo ou não ser distintos ou repetitivos (VAZQUEZ; NOGUTI, 2004).

Ainda no contexto histórico, Blaise Pascal físico e matemático (1623 – 1662), deu diversas contribuições para a matemática, como o tratado das cônicas, a invenção da calculadora e o princípio de Pascal que diz "a pressão exercida em um fluido é dissipada para todos os pontos desse fluido e contribui para o surgimento da probabilidade" (TAVARES; BRITO, 2005).

Dentro deste cenário, a Análise Combinatória nos remete a antiguidade de tempo como o de Arquimedes que teve um dos seus trabalhos publicados "o jogo *stomachion*", formado por 14 peças, muito similar ao jogo do *tangran*, que montado formava um quadrado. O que Arquimedes fazia, era uma análise combinatória para verificar de quantas maneiras diferentes nesse jogo, era possível encaixar as 14 peças para formar o quadrado (TAVARES; BRITO, 2005).

Conforme Tavares e Brito (2005), por conta dos problemas encontrados em jogos de azar, como cartas e lançamento de dados, os jogadores buscavam formas mais seguras na tentativa de encontrar respostas e neste cenário nasceu a Análise Combinatória, sendo muito utilizada para se chegar com mais precisão nas possíveis respostas durante os jogos de azar, aqueles, cujos resultados são dependentes do acaso, ou seja, podendo ou não ser favoráveis para quem joga.

A Análise Combinatória é um ramo da matemática discreta, ou seja, onde o foco está em determinar uma contagem (Quantas soluções podem existir para problemas com soluções conhecidas). Na tentativa de formalizar o conceito apresentado, propõe-se ao leitor o seguinte problema: - *Quantos números de quatro algarismos distintos podemos formar por meio dos algarismos 2,4,6,8,* α,β e γ*?*

É provável que a combinatória deva ser tratada com uma operação básica e de fundamental importância na construção do conhecimento sobre os números. Nessa perspectiva, não existe a necessidade de se enumerar os elementos ou objetos em questão, podendo estabelecer uma relação de equivalência de quantidade ou comparações, possibilitando fazer julgamentos como, se é verdade, falsa, ou maior ou menor. Souza (2010) destaca também que a origem da Análise Combinatória vem dos geômetras gregos, da escola pitagórica e da necessidade que o homem tinha para controlar a quantidade que possuíam, por exemplo, de animais e alimentos.

Segundo Rosa (2004) a combinatória é o ramo da matemática que possibilita resolver problemas onde se faz necessário organizar e escolher objetos de um conjunto finito, ou seja, uma contagem por agrupamentos.

Conforme Almeida (2010), a Análise Combinatória além de ser tratada como um dos ramos da matemática é considerado como parte fundamental da probabilidade. Os problemas da combinatória resolvidos por meio de técnicas implicaram diretamente para o surgimento de áreas como a Probabilidade e a Teoria dos autômatos, além da aplicação em diferentes áreas do conhecimento como a Química, Engenharia e a TI.

Lopes (2011) estabelece uma conexão do raciocínio do cálculo combinatório no desenvolvimento de conceitos tradicionais da probabilidade, como os eventos equiprováveis, aqueles que apresentam a mesma probabilidade para um determinado evento ocorrer. Outra vertente da probabilidade na determinação conceitual é a frequentista obtida por meio de processos empíricos.

Segundo Cerri e Druck (2000) a Análise Combinatória, apesar de estar ligada ao estudo das permutações, arranjos e combinações, trata de muitos outros casos através de técnicas ligadas a estruturas e relações de conjuntos finitos, normalmente com um número elevado de objetos, permitindo que seja feita avaliações precisas do conjunto sem recorrer de forma direta da contagem desses objetos caracterizando esse tipo de problema como “problema da contagem”.

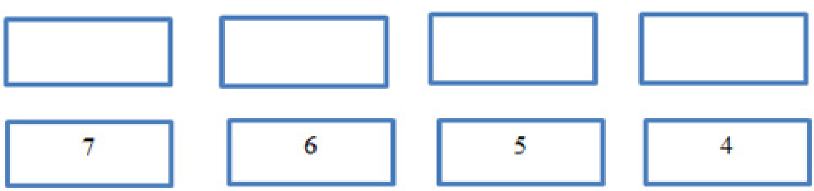
A ANÁLISE COMBINATÓRIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

As dificuldades no ensino da Análise Combinatória têm uma relação com a formulação e a interpretação que se entende ser necessário no tratamento dos dados fornecidos para serem analisados. Tais dificuldades são justificadas por conta da possibilidade de se listar, contar, estimar e a necessidade de se enumerar os conjuntos (VASQUES; NOGUTI, 2004).

Uma das maneiras de classificar tais conjuntos consiste em enumerar seus elementos, por exemplo: A = {1,2,3,4,5} que representa o conjunto finito 'A', formado pelos elementos que são 1,2,3,4 e 5, separados por vírgulas e estão incluídos por um par de chaves (MORAES JUNIOR, 2015).

Conforme Vasquez e Noguti (2004), problemas da combinatória como as características mencionadas tornam-se um grande desafio para os alunos pelo fato de exigir um pensamento matemático ágil e reflexivo. Os cálculos combinatórios são fundamentais para o processo de desenvolvimento cognitivo, sendo imprescindível o contato do aluno para torná-lo apto com os problemas da contagem. Para tornar notáveis os conceitos da combinatória deve-se retornar ao problema proposto ao nosso leitor na determinação de números distintos de quatro algarismos podendo formá-los com *2,4,6,8*, α,β e γ. Assim, pode-se representar um número composto com 4 algarismos arbitrário por meio dos retângulos (Figura 2):

Figura 2: Retângulos



Fonte: Os autores

Etapas: O primeiro número poderá ser escolhido de 7 maneiras diferentes, já o segundo de 6, o terceiro de 5 maneiras diferentes, e por fim, o 4º e último, de 4 maneiras distintas, logo: por meio do princípio multiplicativo, temos: *7 x 6 x 5 x 4 = 840 possibilidades* de formar números compostos por 4 algarismos distintos. Esse resultado nos mostra que de modo geral existem 840 arranjos de 7 algarismos tomados de 4 em 4. Matematicamente, é representado na análise combinatória por '$A'_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$, onde o primeiro elemento de 'n' dados de um conjunto, pode ser tomado de *p* a *p*, escolhido de *n* formas diferentes e o segundo elemento escolhido de *(n – 1)* formas. A Análise Combinatória propõe problemas como *arranjos* (formados por um conjunto grandes de elementos possibilitando diferentes formas de ordenação desses elementos), *combinações* (permite escolhas, porém a ordem dos elementos do conjunto gera diferentes possibilidades), e a *permutação* (onde todos os elementos, possam sofrer uma variação na sua posição inicial).

Borba (2010) destaca que os diferentes tipos de problemas envolvendo a Análise Combinatória começam a se desenvolver logo nos anos iniciais do processo de escolarização, contudo, conclui-se que a combinatória deve ser trabalhada em todos os níveis de ensino, assim, favorecendo o desenvolvimento da capacidade do 'raciocínio combinatório' gradativamente.

Aliás, o processo de desenvolvimento cognitivo combinatório poderá ocorrer já nos alunos dos anos iniciais e não tão somente nos estudantes do Ensino Médio. Para as turmas do 1º ao 4º ano, por exemplo, a introdução do raciocínio combinatório pode possibilitar a verificação de tomada de decisão com estratégia por parte desses alunos, contudo, verificando posteriormente por meio de avaliações qual o desempenho em diferentes propostas de problemas envolvendo aspectos combinatórios antecipando uma introdução mais conceitual propriamente dita.

Souza (2010) destaca as dificuldades que são encontradas pelos alunos da educação básica no ensino da aprendizagem da combinatória. Para ele, isso ocorre pelo fato dos conceitos serem apresentados somente por meio de fórmulas prontas sem apresentar aos alunos, questões desafiadoras que necessitam de um pensamento mais estratégico para ser resolvê-las, tornando então, o ensino do cálculo combinatório cada vez mais mecânico, o que não possibilita a devida compreensão dos conceitos abordados em sala de aula. Uma provável saída é a adoção de uma metodologia por meio da contextualização na resolução de problemas.

Sabe-se que a abordagem de um ensino mecanizado é caracterizada por meio dos exercícios que diferem da Resolução de problemas em sua tratativa, dando enfoque apenas na reprodução de conceitos apresentados pelo docente, tendo como de *praxe* alunos que procuram seus professores para a confirmação dos seus resultados e a verificação efetiva dos procedimentos ensinados em sala de aula, ou seja, um ensino – aprendizagem por reprodução, onde não se busca outros meios para se resolver e nem a análise de quais estratégias foram utilizadas para alcançar o objetivo esperado.

A contextualização apoia-se num sentido e significado sobre aquilo que foi ou é vivenciado pelo aluno, possibilitando-o apropriar-se de posturas perante situações e problemas reais que o cerca, ampliando seus conhecimentos científicos e tecnológicos utilizando como ferramentas para compreender e participar de forma ativa no meio social que está inserido (HARTMANN; ZIMMERMANN, 2009).

Acredita-se que o alto grau de abstração possa criar situações irreais, cálculos grandes e complicados fora dessa realidade não caracterizando problemas em que os alunos apreciam a vontade de resolvê-los, não fornecendo sentindo a necessidade de encontrar respostas reais para o mundo em que vivem. O aluno ao se aproximar de uma atividade interativa será inserido no contexto cada vez mais próximo do seu mundo real de forma que os conceitos que são apresentados em sala de aula possam contribuir para a sua vivência de mundo.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Alicerçada sobre uma visão teórica, a pesquisa apontou a partir de uma análise, que a probabilidade caminha juntamente com a combinatória, assim, possibilitando aos estudantes da educação básica a capacidade de praticar o raciocínio lógico, dedutivo e de conjecturas por necessitar de análises minuciosas sobre aspectos investigativos na tentativa de buscar estratégias para se chegar às soluções dos problemas que exigem um pensamento reflexivo e ágil.

As características mencionadas poderão ser atingidas por meio das alternativas apontadas neste estudo através da listagem, estimação e contagem, ou até mesmo, por meio de desenhos representativos como no caso dos retângulos. A situação aqui considerada dará a oportunidade aos estudantes de colocarem em prática seus pensamentos matemáticos, encorajando-os a buscar generalizações dentro de outras possibilidades de problemas combinatórios.

A resolução de problemas, tanto na probabilidade quanto na análise combinatória, tem um papel de desencadeamento no ensino--aprendizagem, ou seja, trata-se de uma metodologia voltada ao que se ensina e ao que se aprende por meio das estratégias, contudo, excluindo a simples memorização de conceitos e fórmulas prontas que caracterizam um aprendizado momentâneo e mecânico. A Resolução de Problemas tem essa superação de um aprendizado significativo e de compreensão dos conceitos ensinados ao longo da vida acadêmica e de mundo.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. L. **Ensinando e aprendendo análise combinatória com ênfase na comunicação matemática: um estudo com o 2º ano do ensino médio.** 2010. 18 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Outro Preto, Mina Gerais, 2010.

BOA VIDA, A. M. D. R L. **Resolução de problemas em educação matemática**. 1993. 290 f. Dissertação (Mestrado em Ciências de Educação) - Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 1993.

BORBA, R. E. S. R. **O raciocínio combinatório na educação básica**. In: ENEM -ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, X, 2010, Salvador. Anais. Salvador, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. **Banco Nacional Comum Curricular Ensino Médio.** Brasília: MEC. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site.pdf>.Acesso em: 23 mai. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio.** Brasília: MEC. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>.Acesso em: 21 mai. 2018.

HARTMANN, A. M; ZIMMERMANN, E. **Feira de ciências: a interdisciplinaridade e a contextualização em produções de estudantes de ensino médio**. In: ENPEC – ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS VII, 2009, Florianópolis. Anais. Florianópolis, 2009.

MORAES JUNIOR, R. J. **Enumerabilidade e Nao-Enumerabilidade de Conjuntos: uma abordagem para o ensino básico.** 2015. 2 f. Dissertação (Mestrado Matemática) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2015.

LOPES, C. A. E. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular.** 1998. 11 – 38 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

LOPES, C. E. **Educação Estatística na escola básica e suas interfaces com a educação matemática, a cultura e a diversidade.** In: SBEM ENEM – ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010, Salvador. Anais. Salvador, 2010.

LOPES, J. M. Uma proposta didático-pedagógica para o estudo da concepção clássica de probabilidade. **BOLEMA.** Rio Claro, v.24, n.39, p. 607 – 628, 2011.

LOPES, J. M; REZENDE, J. C. Um novo jogo para o estudo do raciocínio combinatório e do cálculo probabilidade. **BOLEMA.** Rio Claro, v.23, n.36, p. 657 – 682, 2010.

MENEGHETTI, R. C. G; BATISTELA, R. F; BICUDO, M. A. V. A pesquisa sobre o ensino da probabilidade e estatística no Brasil: um exercício de metacompreensão. **Bolema**, Rio Claro, v. 24, n. 40, p. 811-833, 2011.

NICOLAU, C. **Tendências em Educação Matemática – Resolução de Problemas: Como resolver um problema envolvendo Função Exponencial. Curitiba**: Instituto Paranaense de Desenvolvimento Educacional Fundepa. 2008. Disponível em < http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/pdf>. Acesso em: 14 mai. 2018.

ONUCHIC, L.L.R; ALLEVATO, N. S. G. Resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema,** Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73 - 98, 2011.

POLYA, G. **How to solve it.** In: **A new aspect of the mathematical method.** Universidade de Princeton, EUA, 1944. 3 - 30.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de matemática. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, v. 6, n. 1, mai. 2012.

ROSA, H.A.D. **Tópicos de Resolução de Problemas: Combinatória.** In: SBEM ENEM – ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, VIII, 2004, Recife. Anais. Recife, 2004.

SILVA, C. S et al. O uso da lógica matemática na teoria dos conjuntos e das probabilidades no ensino médio. **Madre Ciências - Educação**. Amapá, v.1, n.1, 2016.

SOUSA, A. B. **A Resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática**. Brasília: universidade Católica de Brasília. 2005. Disponível em <https://repositorio.ucb.br/jspui/handle/10869/1544pdf>. Acesso em: 14 mai. 2018.

SOUZA, A.C.P. **Análise combinatória no ensino médio apoiada na metodologia de ensino-aprendizagem** – avaliação de matemática através da resolução de problemas. 2010. 72 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.

TAVARES, C. BRITO, F.R.M. Contando a história da contagem. **Revista do professor de matemática,** n. 57, p. 1 - 5, 2005.

VASQUEZ, C; M; R; NOGUTI, F.C.H. Análise combinatória: Alguns aspectos históricos e uma abordagem pedagógica. In: SBEM – SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, VIII, 2004. Recife. **Anais.** Recife, 2004.

NOÇÕES DE ESTATÍSTICA OS ESTUDANTES DOS ANOS INICIAIS: ARTICULAÇÕES E REPRESENTAÇÕES DE TABELAS E GRÁFICOS NUM CONTEXTO INTERDISCIPLINAR

Roberta Teófilo de Araújo[15]
Guilherme Motta de Moraes[16]
José Messildo Viana Nunes[17]

INTRODUÇÃO

O ensino de noções de estatística deve oportunizar ao estudante, dentre outras competências a compreensão de como se faz pesquisa, com enfoque nos procedimentos de coleta e organização de dados. Assim se dá os primeiros encontros dos alunos com noções inicias de estatística na educação básica, salientando sua importância e seu uso na atual sociedade. As indicações dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997) são explorar situações variadas com estratégias experimentais, desafiadoras, investigativas e argumentativas. Nessa linha a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017) indica a necessidade ações em sala de aula dos anos iniciais envolvendo leitura e interpretação de gráficos e tabelas em contextos próximos aos vivenciados pelos alunos em seu dia a dia.

Os gráficos e tabelas estão presentes no meio social do estudante cada vez mais cedo, pois essas ferramentas são muito utilizadas principalmente nos meios midiáticos para repassar ao leitor uma significância e segurança aos dados divulgados. Assim, a escolha de temas presente do cotidiano possibilita ao estudante uma melhor conexão e uma maior interação com sua realidade, favorecendo sua capacidade de analisar,

---

15 Graduação em Licenciatura Integrada em Ciências, Matemática e Linguagens, bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica e de Desenvolvimento Tecnológico e Inovação (UFPA).

16 Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas (UFPA). Oficial Técnico Temporário da área do Magistério da 8ª região militar.

17 Doutor em Educação Matemática e professor da Universidade Federal do Pará.

refletir e tirar conclusões, desenvolvendo pensamento estatístico que está para além de demonstrações de fórmulas e cálculos, com fins a instituir o letramento estatístico (LOPES, 2008; CAZORLA; SANTANA, 2010).

Os professores em formação ou atuantes devem refletir sobre como planejar, propor e desenvolver atividades em âmbito escolar para difundir aulas que favoreçam maior engajamento dos discentes nas tarefas escolares e ao mesmo tempo possibilite que esses se posicionem sobre questões sociais, como política, economia, escolhas, etc.

De acordo com Gouveia e Gomes (2011) há necessidade de se trabalhar estatística mais frequentemente, para compreender muitas das informações divulgadas pelos meios de comunicação. Nesse panorama pode-se explorar a curiosidade das crianças, para uma aprendizagem significativa, além disso, favorece o trabalho interdisciplinar auxiliando o professor empreender ações com temáticas diferenciadas, mostrando aos alunos que as disciplinas estão interligadas. Deste modo é possível trocar experiências e fazer conexões entre a escola e o mundo.

É do conhecimento da literatura que o professor dos anos iniciais desconsidere a abordagem de noções de estatística, por conta de suas carências oriundas da formação inicial, que não favorece a apreensão de conhecimentos sobre noções de estatísticas, probabilidade e de raciocínio combinatórios. Assim, os professores desse nível de ensino acabam por priorizar conteúdos matemáticos que eles têm mais familiaridade, como as operações básicas (LOPES, 2008; MANDARINO, 2010).

Segundo Mandarino (2010, p. 200), "os Parâmetros Curriculares, 1997, propõem a inclusão, nos currículos de Matemática, de novo bloco de conteúdos denominado Tratamento da Informação". Para a autora, essa inclusão se deu de forma tardia e superficial, mas o importante é que se passou a valorizar os conhecimentos do campo da Estatística, que anteriormente não eram trabalhados pelos professores dos anos iniciais, e pouco explorados nos livros didáticos.

Pesquisas acerca do ensino do conteúdo de estatística da escola básica, como a de Mandarino (2010), Cazorla e Santana (2010) sugerem que os alunos sejam capazes de saber ler e analisar resultados de pesquisas e tirar conclusões com base nas informações coletadas. Destacam também a importância de que esses sejam capazes de criar suas próprias informações, que coletem dados, organizem e tomem decisões. É de fundamental importância o desenvolvimento dessas habilidades na formação do cidadão.

A sociedade do conhecimento e da tecnologia, como ficou conhecida no século XXI encontra-se envolta em informações advinda dos mais diversos meios de comunicação, mas tais informações precisam ser utilizadas no ambiente escolar para propiciar discussões entre os leitores, o acesso a essas informações é cada vez mais veloz e diversificado, fazendo-se necessário a compreensão e leitura de dados que envolvem muitas informações. A escola deve atentar-se para a necessidade de se estudar noções de estatísticas desde os anos iniciais para formação de cidadãos críticos capazes de compreender e agir de forma consciente no mundo.

Nesse sentido, objetivamos verificar que conhecimentos de noções de estatística os estudantes dos anos iniciais mobilizam a partir de articulações e representações de tabelas e gráficos partindo de problemas interdisciplinares.

Para alcançar esse objetivo lançamos mão de uma pesquisa qualitativa com enfoque em dois quadros teóricos que auxiliaram na construção, aplicação e análise das atividades propostas: o primeiro refere-se aos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. No ensino de noções matemáticas e particularmente de estatística há necessidade de o professor em conjunto com seus alunos fazerem uso de representações no caderno, no quadro de escrever, na tela do computador, etc. a fim de traçar gráficos e estruturar tabelas. A articulação entre as tabelas e gráficos - os pares de números da tabela e o sistema de eixos coordenado são representações que exercem diferentes papéis primordiais ao processo de aprendizagem. Para Duval (2005) quando o aluno é capaz de articular diferentes representações de um determinado registro ou entre os registros, podemos considerar que eles apreenderam os significados das representações em estudo. Nesse sentido, precisamos levar em consideração as diferentes formas de representação de uma mesma situação envolvendo os registros em tabelas e gráficos.

Para uma análise mais específica sobre o entendimento de leitura e compreensão gráfica usamos os níveis de compreensão de acordo com Curcio (1987): **1° Nível: Leitura dos dados** - há apenas uma leitura de informações que estão presentes no gráfico, uma leitura simples; **2° Nível: Leitura entre os dados** - habilidades de comparação das quantidades, interpretação e integração dos dados e **3° Nível: Leitura além dos dados** - espera-se que o aluno reflita sobre os dados explicitamente ou implicitamente.

DESENVOLVIMENTO

As ações que foram desenvolvidas, no primeiro semestre de 2019, em uma escola de ensino fundamental da rede pública estadual que possui ensino fundamental, localizada no bairro do Guamá, no município de Belém-PA, a pesquisa foi desenvolvida em uma turma do 4° ano do ensino fundamental, onde participaram da pesquisa 21 alunos com idades entre 10 a 14 anos (que serão identificados por letras do alfabeto para preservarmos as identidades). As intervenções aqui descritas foram planejadas para ocorrer em dois dias com a participação da Professora Regente (PR) da turma e da Pesquisadora (P), após as atividades planejadas. As atividades aqui descritas foram pautadas em documentos oficiais que delineiam o currículo nas escolas do Brasil e em pesquisas relatadas anteriormente sobre letramento estatístico, o contexto faz alusão ao tema alimentação.

O primeiro dia consistiu em um levantamento de dados, por meio do preenchimento de uma ficha que continha duas perguntas destinadas aos alunos: *"o que vocês lancharam hoje? E o que vocês gostariam de ter lanchado?"*

No segundo dia assistimos, com os alunos, o filme *Wall-E* que sintetizamos assim: Após entulhar a Terra de lixo e poluir a atmosfera com gases tóxicos, a humanidade deixou o planeta e passou a viver em uma gigantesca nave. O plano era que o retiro durasse alguns poucos anos, com robôs sendo deixados para limpar o planeta. *Wall-E* é o último destes robôs, que se mantém em funcionamento graças ao auto conserto de suas peças. Sua vida consiste em compactar o lixo existente no planeta, que forma torres maiores que arranha-céus, e colecionar objetos curiosos que encontra ao realizar seu trabalho. Até que um dia surge repentinamente uma nave, que traz um novo e moderno robô: Eva. *Wall-E* logo se apaixona pela recém-chegada. O filme potencializa reflexões e discussões a respeito dos temas alimentação, lixo, meio ambiente, tecnologias, etc. Em nossa pesquisa enfocaremos a temática alimentação.

As temáticas que apareceram durante os questionamentos dos alunos foram contempladas em outras atividades desenvolvidas com a PR em dias diversos. O segundo dia consistiu também na elaboração das tabelas e gráficos.

O motivo de haver duas perguntas seria sondar que tipos de lanches os estudantes dos anos iniciais estavam consumindo no ambiente escolar, e promover a autonomia de escolha dos alunos perante os alimentos que eles gostariam de consumir na escola.

A escola não possui a distribuição de merenda escolar, assim os estudantes consomem apenas o que eles trazem de casa ou o que eles compram de lanches industrializados que a escola oferta. Assim, evidenciamos que os estudantes dessa escola consomem grande quantidade de lanches industrializados, o que no caso do consumo diário poderá ter implicações futuras à saúde dessas. Mesmo com a possibilidade de escolha os alunos optaram por uma alimentação pouco saudável, como por exemplo: *x-bacon, pizza, hot dog, pastel, skilho*[18] são lanches considerados muito calóricos e que consumido diariamente pode ocasionar problemas para a saúde, outro dado a se destacar é que quase metade das crianças não lanchou tal dado é preocupante e decorre da escola não oferecer merenda escolar e os estudantes não possuírem poder aquisitivo para lanchar diariamente.

[18] Lanches salgados embalados e de sabores variados.

No segundo dia da intervenção iniciamos a aula com a exposição do filme *Wall-E*, o filme foi usado como uma ferramenta para que os alunos pudessem relacionar as diferentes formas de informação e mediar às discussões sobre o tema alimentação.

Nessa perspectiva, as discussões giraram entorno das seguintes situações: Quais as chances de acontecer conosco o que aconteceu no filme? Qual era o planeta entulhado pelo lixo? Que tipos de atitudes contribuíram para o planeta ficasse naquele estado? Que tipos de alimentos a população consome? E que implicações essa alimentação produz? Os estudantes relataram os alimentos que a população da nave consumia como: *refrigerante, milk shake, batata frita*, *hambúrguer*, *pizza, pão com muçarela* e apontaram somente comidas calóricas e industrializadas, relacionando-as ao ganho de peso da população com a ingestão de tais alimentos.

Os pontos do filme que mais chamaram à atenção estudantes foram a dependência das tecnologias, sentimentalismo, alimentação e o lixo.

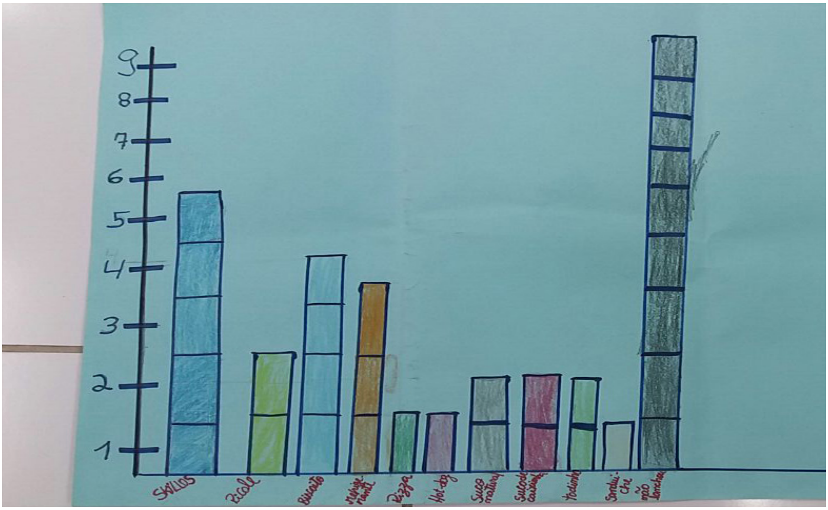
Retomamos as discussões sobre as listas dos alimentos que apareceram como respostas das duas perguntas realizadas no 1° dia, para que os estudantes discutissem os dados obtidos com seus colegas e as mediadores (PR e P), para essa atividade solicitamos que a turma formasse dois grupos, o primeiro grupo ficou responsável em construir a tabela e o gráfico dos alimentos que eles haviam consumido, no qual participaram 10 estudantes e o segundo grupo ficou responsável em construir a tabela e o gráfico dos alimentos que eles gostariam de ter consumido, no qual participaram 11 estudantes.

Como a PR já havia realizado estudos com gráficos e tabelas, não houve problemas na construção da tabela, mas a construção do gráfico gerou muitas dúvidas, ou seja, o segundo registro gerou dificuldade em ambos os grupos, pois os estudantes não tinham domínio do registro. Os estudantes usaram como modelo um gráfico construído anteriormente em conjunto com P (Figuras 1 e 2).

Figura 1 - Tabela dos lanches consumidos no dia.

Fonte: Dados da Pesquisa

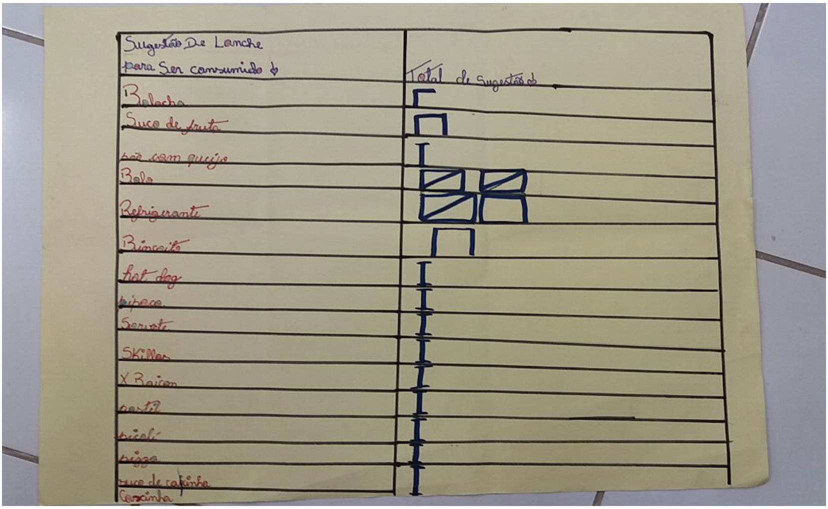
Figura 2 - Gráfico dos Lanches Consumidos no Dia.



Fonte: Dados da Pesquisa.

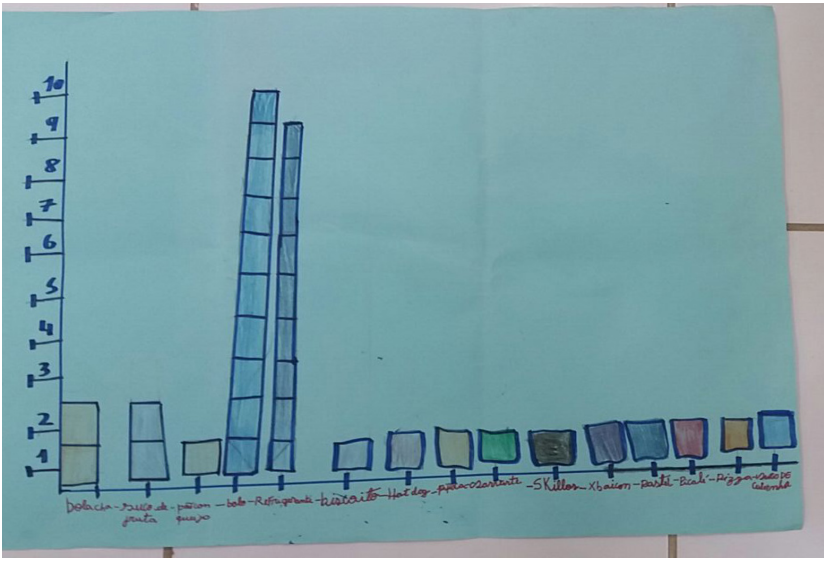
O segundo grupo agiu conforme o primeiro tomando como modelo uma construção gráfica anterior e assim construíram a tabela e o gráfico dos lanches que a turma gostaria de consumir (Figuras 3 e 4).

Figura 3 - Tabela de sugestão dos lanches que os alunos gostariam de consumir.



Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 4 - Gráfico de Sugestão dos Lanches que os Alunos Gostariam de Consumir.



Fonte: Dados da Pesquisa

Após a construção das tabelas e gráficos iniciamos discussões para que as crianças comparassem as informações dos dois tipos de registros.

Perguntamos ao primeiro grupo qual o lanche mais consumido? O grupo fez a leitura na tabela e responderam "*skilho"* quantos alunos optaram pelo por esse lanche? *"Cinco"* os alunos demonstraram melhor domínio no registro dos dados na tabela, pois respondiam os questionamentos se referindo exclusivamente a ela. Mas quando pedimos para que eles comparassem se na tabela a informação está de acordo com os dados apresentados no registro gráfico os alunos conseguiram iniciar a comparação dos dados, somente após a mediação da P, pois os estudantes não estavam conseguindo relacionar as variáveis presentes nas tabelas com as variáveis presentes do gráfico segundo os níveis de compreensão de Curcio (1987) os estudante atingiram o 1° nível, pois os mesmos realizaram apenas a leitura de dados de forma simples sem inferência lógica.

Após esse episódio os alunos conseguiram ler os dados apresentados na tabela e comparar com os dados representados no gráfico sem nossa intervenção direta. Assim, podemos afirmar que os alunos já estão conseguindo transitar em mais de um registro de representação.

> Duval [...] descreve que a leitura e a interpretação de gráficos e tabelas é considerada por muitos como sendo simples devido a sua organização e a rapidez de consulta, porém essa leitura e interpretação não se dá de forma simples, pois precisa ativar todas as funções cognitivas, na questão das tabelas a função identificação é a mais utilizada, devido à visualização dos dados de forma separada (ARAÚJO; FLORES, 2007, p. 4).

Ao solicitarmos para relacionarem os dados dos lanches consumidos por eles e o lanche que os habitantes consumiam na nave, os estudantes relataram "que alguns lanches são diferentes". Em seguida relataram que se prosseguirem com esse tipo de alimentação "vamos ficar que nem a população da nave", uma alternativa elencada por eles para obterem uma vida mais saudável foi "não consumir esse tipo de lanche todo dia", de acordo com Curcio (1987) os estudantes chegaram ao 3° nível, pois realizaram a comparação de um consumo a longo prazo ultrapassando os dados apresentados.

Perguntamos ao grupo dois qual o alimento mais consumido? O aluno B manifestou-se afirmando “bolo” e o segundo mais votado? Aluno R responde “refrigerante” foi escolhido por “nove”. A diferença na participação do primeiro grupo para o segundo foi que quando perguntamos ao grupo dois eles se manifestaram se referenciando aos dois tipos de representação, enquanto que o um grupo apenas realizava a leitura da tabela e somente após nossa intervenção, o grupo passou a se atentar também aos dados representados no gráfico. Deste modo, perguntamos qual das duas representações ficava mais fácil verificar a informação? O aluno D aponta para a tabela, e a aluna L aponta para a representação gráfica, mas a maioria dos alunos respondeu que a tabela era a forma mais fácil de consultar a informação.

A articulação de leitura/interpretação dos dados da tabela e do gráfico e os questionamentos sobre os mesmos acionam segundo Duval e Moretti (2012) a função de tratamento. Para Araújo e Flores (2007, p. 10) “Os cruzamentos de informações favorecem a visão do dito e não dito na tabela, pois traz informações que os professores muitas vezes não percebem e acabam não explorando”. Assim, foi possível perceber que não devemos tratar de forma isolada as informações organizadas nas tabelas e pautadas nos gráficos a articulação dos dois registros favorece a compreensão e aprofundamento das situações subjacentes às tabelas e gráficos.

Segundo Curcio (1987) existem três níveis de letramento estatístico o primeiro compreende-se a leitura dos dados, tal nível foi utilizado quando a P pergunta aos alunos qual o lanche mais consumido? E eles utilizam as informações contidas no gráfico e na tabela para responder o questionamento, o segundo nível foi alcançado quando os alunos conseguem realizar a leitura entre os dados, quando eles realizam o cruzamento das informações contidas nos gráficos e tabelas comparando tais informações entre si, e o terceiro nível acontece quando os alunos realizam a leitura além dos dados isso ocorre no momento em que eles conseguem comparar os malefícios à longo prazo de uma má alimentação, recomendando uma mudança para que tais hábitos torne-se mais saudáveis, tal análise ultrapassa os dados apresentados no gráfico.

CONSIDERAÇÕES

Com esta pesquisa objetivamos proporcionar aos alunos dos anos iniciais a articulação entre as representações de tabelas e gráficos a partir de problemas interdisciplinares. Constatamos que o tema alimentação, numa perspectiva interdisciplinar, contemplou atividades de construção de tabelas e gráfico e favoreceu aos alunos trabalharem análises, reflexões e conclusões.

O filme *Wall-e* contribuiu para a interação interdisciplinar, pois o filme aborda diferentes temas em seu roteiro e os estudantes conseguiram correlacionar os conteúdos escolares e seu cotidiano.

As diferentes atividades de leitura e interpretação de dados exercita a compreensão dos objetos estudados, nesse sentido o recurso a variados registros parece ser uma condição necessária para que não se confunda os objetos com suas representações e que possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações.

A compreensão dos níveis de letramento estatístico pode auxiliar o professor na construção de atividades que favoreça articulações de representações de tabelas e gráficos a partir de problemas interdisciplinares, com enfoque em problemas sociais e/ou culturais, assim os docentes podem usar o livro didático como apoio e não como a única ferramenta para o ensino e aprendizagem de noções de estatística.

Para favorecer a articulação entre diferentes registros, numa perspectiva de compreensão, leitura e interpretação de gráficos e tabelas para além dos dados expostos desde os iniciais do ensino fundamental, devemos elaborar atividades que contemplem habilidades como: coleta, organização, construção e interpretação de dados, a fim de auxiliar os alunos no exercício da cidadania para que possam interpretar as inúmeras informações, nos mais diversos meios de comunicação.

Assim esperamos contribuir para a difusão de temas com potencial interdisciplinar, como o consumo de lanches pelas crianças no ambiente escolar. O estudo da matemática nessa perspectiva pode contribuir para a escolha de uma vida mais saudável como constatamos das reflexões das crianças que colaboraram com a pesquisa.

REFERÊNCIAS

ARAUJO, E. G.; FLORES, C. R. **O Tratamento da Informação nas séries inicias - Uma proposta de formação de professores para o ensino dos gráficos e tabelas**. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte. IX Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria Fundamental de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília**. MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** (BNCC). Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: <568 http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf>. Acesso em: 14.03. 2019.

CAZORLA, I. M.; SANTANA, E (Org.). **Do tratamento da informação ao letramento estatístico.** Itabuna: Via Litterarum, 2010. (Alfabetização Matemática, Estatística e Científica).

CURCIO. F. R. Comprehension of mathematical relations help expressed in graphs. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 18, n. 5, p. 382-393, 1987.

DUVAL, R. (1995) **Semiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques Et Apprentissages Intellectuels**. Berna: Peter Lang.

DUVAL, R.; MORETTI, Trad Méricles Thadeu. **Gráficos e equações: a articulação de dois registros** Graphiques et équations: L'articulation de deux registres. Revemat: **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 6, n. 2, p. 96-112, 2012.

GOUVEIA, G. M.; GOMES, A. A. M.**Trabalhando Estatística nas Séries Iniciais: um outro olhar para a sala de aula**. In: XXVI Congresso de Educação do Sudoeste Goiano, 2011, Jataí, GO. Anais do XXVI Congresso de Educação do Sudoeste Goiano. Jataí, GO: Editora da UFG, 2011. p. 1-6.

LOPES, Celi E. . **O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores**. Cadernos CEDES (Impresso), v. 28, p. 57-73, 2008.

MANDARINO, M. C. F. A Análise de Soluções dos Alunos na Formação de Professores que Ensinam Matemática. In: **Anais 33ª ANPED** –Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação. 2010.

ALGUMAS INTERVENÇÕES DE ENSINO UTILIZANDO O QUEBRA-CABEÇA TANGRAM A PARTIR DO PROJETO EMAI DO ESTADO DE SÃO PAULO

Rianne Schutzer Luiz Marcondes[19]
Marsiel Pacífico[20]

INTRODUÇÃO

Dentre as disciplinas escolares, a matemática é uma das mais antigas, sendo ensinada em praticamente todos os lugares do mundo. Segundo a perspectiva do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) (BRASIL, 2014a) a aprendizagem da matemática não acontece unicamente nas instituições escolares, com as crianças vendo apenas os professores ensinando definições e transcrevendo atividades na lousa ou mandando fazer tarefas e cópias sem sistematização de livros didáticos.

Segundo a perspectiva desse documento, aprende-se a matemática no dia-a-dia, observando as coisas ao nosso redor e estabelecendo relação entre elas. Aprende-se matemática também nas relações sociais que são estabelecidas com a troca de informações e ideias com os colegas, ao observar as atividades que os pais desenvolvem em casa ou no trabalho, indo à escola, passeando pelas ruas da cidade ou observando as coisas da natureza. Aprende-se matemática na prática de esportes, nas brincadeiras e jogos, ao ler um livro de história ou uma notícia jornalística. Ou seja, podemos concluir que a todo o momento estamos desenvolvendo atividades na qual a matemática está presente, e a criança inserida nesses ambientes absorve todos esses ensinamentos (BRASIL, 2014a, p. 33).

A Matemática na Educação Básica deve ser vista como um processo de investigação voltado à resolução e formulação de problemas

---

[19] Professora da Rede Estadual de São Paulo. Especialista em Educação (FCE). Graduada em Pedagogia (UFSCar).

[20] Doutor em Educação (UFSCar). Professor Adjunto da UEMS e Professor Permanente do PROFEDUC/UEMS.

integrados aos questionamentos dos alunos, segundo Carvalho (2011) para que isso ocorra é essencial que na formação dos docentes sejam introduzidas questões que possibilitem o professor ter um conhecimento amplo dos assuntos que deverão ser ensinados aos alunos; os professores deverão também proporcionar a realização de atividades com material didático assim como a oportunizar a construção de novos materiais à partir do que se está sendo ensinado; integrar as teorias que estão sendo criadas e produzidas sobre aprendizagem matemática; e refletir, principalmente, sobre os fundamentos metodológicos que possam vir a conduzir sua prática pedagógica em sala.

Um recurso metodológico que vem sendo utilizado nas aulas de matemática, com a finalidade de estimular o aprendizado dos alunos, são os jogos pedagógicos. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998, p. 47) "além de ser um objeto sociocultural em que a Matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe um 'fazer sem obrigação externa e imposta', embora demande exigências, normas e controle".

Segundo Chaves (2009, p. 1) os Parâmetros Curriculares Nacionais propõem uma integração da criança como administradora do processo de aprendizagem, mediante ocasiões em que venha a vivenciar de forma prática o que está sendo ensinado. Neste contexto, o jogo se torna um recurso pedagógico capaz de proporcionar um aprendizado de forma diferenciada, estimulando a criança a buscar soluções para os problemas apresentados, gerando assim interesse e prazer para aprender matemática.

Recentemente, diversos pesquisadores estão estudando sobre as potencialidades pedagógicas do uso de jogos no ensino de forma geral e em particular na Educação Matemática e como os mesmos podem vir a auxiliar no processo de ensino/aprendizagem.

Segundo a perspectiva defendida pelo PNAIC (BRASIL, 2014b, p. 5) é importante compreender que o jogo e as atividades lúdicas podem propiciar a construção de novos conhecimentos, aprofundar conteúdos já trabalhados, auxiliar no processo de revisão de conceitos já aprendidos, servindo como um momento de avaliação processual por parte do professor e de autoavaliação pelos alunos. O documento afirma ainda que se trabalhado de forma adequada além dos conceitos, os jogos e as atividades lúdicas possibilitam aos alunos desenvolver a capacidade de organização, análise, reflexão e argumentação; capacidades essas primordiais para a construção de novos conhecimentos.

No entanto, o PNAIC (BRASIL, 2014b, p. 5) elucida que para que o ato de jogar em sala se caracterize como uma metodologia que favoreça a aprendizagem, o papel do professor é primordial, ou seja, sem uma intencionalidade pedagógica por parte do professor, corre-se o risco de se utilizar o jogo sem explorar seus aspectos educativos, perdendo assim grande parte de sua potencialidade.

A criança, com auxílio do professor, precisa compreender que as atividades lúdicas, dentro do ambiente escolar, têm como objetivo principal ensinar e educar, e não apenas divertir, esse tipo de atividade precisa ser seguido de uma intencionalidade, a criança precisa compreender o seu objetivo e como esse tipo de atividade irá influenciar seu processo de ensino/aprendizagem.

Por isso, é necessário que o professor compreenda que não pode apenas ofertar um jogo ou material concreto para seus alunos, ele precisa dar um sentido real para esse tipo de atividade, precisa ser mediador do conhecimento da criança, levá-la a refletir sobre as regras do jogo, criar estratégias e novas possibilidades de se resolver as situações apresentadas, gerando assim a aquisição de novos conhecimentos, oportunizando um ensino/aprendizagem diferenciado.

Para Chaves (2009, p. 6) o uso de jogos e atividades lúdicas no ensino da Matemática tem como finalidade fazer com que as crianças passem a gostar de aprender essa disciplina, mudando assim a rotina da sala de aula e despertando o seu interesse em construir novos aprendizados. Podemos elencar que a aprendizagem adquirida por meio de jogos, materiais concretos e brincadeiras permite que a criança faça do seu processo de aprendizagem algo mais significativo e estimulante.

A partir dessa explanação fica clara a importância de se trabalhar em sala de aula com materiais concretos que estimulem o processo de ensino/aprendizagem das crianças. O professor precisa ser o mediador dessas atividades e analisar sempre como elas estão auxiliando na construção de novos conhecimentos que serão apreendidos pelos alunos.

Pensando nessas questões, é possível compreender a necessidade de se trabalhar com esse tipo de material em sala de aula, pois os mesmos estimulam o desenvolvimento, o ensino/aprendizagem e a construção do pensamento abstrato das crianças, além de serem um grande facilitador na inserção de novos conteúdos e na apreensão de conhecimentos.

Esse artigo tem como objetivo principal mostrar algumas observações e ponderações feitas durante o desenvolvimento de atividades utilizando o material concreto tangram, durante as aulas de matemática com uma turma de 5º ano, ao longo do ano letivo de 2017. Faremos uma explanação inicial sobre o ensino de Geometria nos anos iniciais do ensino fundamental, abordaremos questões pertinentes à utilização do tangram em sala de aula e depois faremos um relato de experiência de atividades desenvolvidas em sala de aula, onde o quebra-cabeça foi o norte para a construção e manutenção de conhecimentos matemáticos obtidos ao longo do ano. Ao final do mesmo esperamos responder à pergunta que nos levou a pensar e desenvolver o tema deste capítulo: o trabalho com o tangram pode auxiliar na construção e manutenção de conhecimentos matemáticos dos alunos?

O ENSINO DA GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

A Geometria é uma área da matemática que contribui para a construção e desenvolvimento do raciocínio lógico, da percepção das formas e da sensibilidade para as artes. Segundo estudiosos da área da matemática, ela é fundamental na aprendizagem, pois amplia a capacidade do pensar e do agir.

De acordo com o PNAIC (BRASIL, 2014c), o ensino da Geometria nos anos iniciais tem dois grandes objetivos a serem alcançados: "possibilitar os alunos a construírem noções de localização e movimentação no espaço físico para a orientação espacial em diferentes situações do cotidiano e os de reconhecer figuras geométricas". (BRASIL, 2014c, p. 10)

No que se relaciona ao desenvolvimento da percepção geométrica, segundo a perspectiva desse mesmo documento (BRASIL, 2014c, p. 10-11), os alunos devem ser capazes de conceber diferentes figuras geométricas, discriminando-as e classificando-as por meio de suas características, identificando número de lados (ou faces) e vértices; reconhecendo padrões, regularidades e propriedades de figuras geométricas presentes em diferentes contextos, como obras de arte, natureza e manifestações artísticas produzidas por diferentes culturas, dentre outros mais.

Segundo as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN's), os conceitos geométricos são parte importante para o currículo de Matemática no ensino fundamental, pois, o aluno por intermédio deles consegue desenvolver um pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Esse documento elucida ainda que o trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa (BRASIL, 1998, p. 39).

Embora se reconheça a importância do ensino da Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental, é possível perceber que ainda é necessário superar algumas dificuldades relacionadas ao seu ensino, como por exemplo, trabalhá-la somente ao final do ano, como um campo desconectado de outros conteúdos como os de Números, Grandezas e Medidas e Estatística. Além disso, é necessário superar a ideia de que a Geometria se resume apenas às figuras geométricas, trabalhando também com atividades de Movimentação e Localização de pessoas e objetos no espaço.

O TANGRAM: DE QUEBRA-CABEÇA A RECURSO PEDAGÓGICO

O tangram é um antigo jogo chinês, formado por sete peças poligonais (dois triângulos pequenos, um triângulo médio, dois triângulos grandes, um paralelogramo e um quadrado), com essas peças dispostas de várias maneiras é possível formar figuras e desenhos diferenciados, porém umas das regras desse jogo é que não pode haver sobreposições de peças.

Não se sabe exatamente quando o jogo surgiu, embora existam várias lendas sobre sua invenção, mas, sabe-se que desde que chegou ao Ocidente, por volta do século XVIII, este jogo vem seduzindo gerações e gerações, desde manifestações artísticas e passatempos até, mais recentemente, a materiais pedagógicos.

Atualmente o tangram é utilizado para diversos fins, sejam eles educativos ou como forma de passatempo. No âmbito educacional esse quebra-cabeça é usado especialmente por professores no ensino da Geometria e da matemática. Apesar de parecer um jogo simples no manuseio, ele se revela um jogo de difícil resolução, pois exige muito raciocínio lógico da pessoa que o está jogando.

Com o Tangram, o professor pode trabalhar variados conceitos matemáticos como, por exemplo: a identificação, comparação, descrição, classificação e representação de figuras geométricas planas; as transformações geométricas, através de composição e decomposição de figuras planas; noção de área e perímetro; Conceitos de fração e porcentagem.

De acordo com alguns pesquisadores da área matemática, como Curi, Lorenzato e Pires, (2010) e Grando (2010), o tangram possui diversos benefícios, pois enquanto seus jogadores estão montando as figuras, eles treinam a visão espacial, exploram a criatividade, aprendem sobre a classificação de formas geométricas e aprimoram suas habilidades em resolver problemas. Portanto, ao realizar esta atividade, o professor estará explorando e desenvolvendo várias áreas e habilidades, tais como: exercitar a resolução de problemas pois, para montar cada figura é necessário planejar onde cada peça será colocada; estimular a criatividade, pois as peças permitem formar várias figuras, sendo que algumas dessas imagens podem ser montadas de maneiras distintas; melhorar a noção espacial, pois o tangram exige que as peças sejam posicionadas e rotacionadas, levando o cérebro a trabalhar as regiões responsáveis pelo reconhecimento e posicionamento de formas geométricas.

Segundo as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN's), atividades com jogos, categoria na qual se enquadra o tangram podem representar um importante recurso pedagógico, já que os mesmos se constituem como uma forma atraente de propor situações-problemas, pois admitem que os jogos e atividades lúdicas sejam apresentados de modo atrativo para as crianças, estimulando a criatividade na formulação de estratégias de resolução e na busca de soluções para os problemas apresentados. Os jogos propiciam também que os alunos simulem por intermédio do lúdico situações cotidianas que necessitam de soluções reais e imediatas, o que estimula a busca de planejamento das estratégias que serão utilizadas e, principalmente, estimula o aprendizado (BRASIL, 1998, p. 46).

Conforme as ideias de Lorenzato (2008) a utilização do tangram, como recurso pedagógico, contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico geométrico e sua construção em sala de aula favorece a aplicabilidade da teoria junto à prática, o que torna a aprendizagem mais significativa. Segundo a perspectiva desse autor, o professor deve trazer os benefícios do uso do tangram e de outros materiais manipuláveis para o aluno, pois o uso desses recursos torna a aula mais produtiva e interessante, melhorando a concentração e entendimento dos diversos conteúdos abordados.

Atualmente, tem-se o conhecimento do surgimento de vários tipos de quebra-cabeças geométricos planos, muitos deles também chamados de tangram, e que são oriundos do recorte de figuras planas com forma de coração, oval, de círculos, entre outros.

Esses tipos de quebra-cabeças podem auxiliar muito no desenvolvimento das aulas de matemática, pois o aluno consegue estabelecer uma relação entre a teoria e a prática. Dessa forma a construção do conhecimento se torna mais significativa e o processo de ensino/aprendizagem se torna mais proveitoso.

A MATEMÁTICA E O TANGRAM: PONDERAÇÕES SOBRE ALGUMAS INTERVENÇÕES DE ENSINO COM O QUEBRA-CABEÇA

Nesta seção, vamos relatar uma experiência que foi desenvolvida com alunos de um 5º ano de uma escola estadual da cidade de São Carlos – SP, durante o ano letivo de 2017. A ideia para a escrita desse artigo surgiu após a utilização do recurso pedagógico tangram nas aulas de matemática.

Ao longo do ano letivo utilizamos como material didático o "Projeto EMAI" (Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental), enviado pela Secretária de Educação do Estado de São Paulo. Esse material é voltado para alunos do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental e, tem o intuito de articular o processo de desenvolvimento curricular em Matemática, a formação de professores e a avaliação, elementos-chave de promoção da qualidade da educação, segundo a perspectiva da Secretaria de Educação do Estado.

O Projeto EMAI se divide em dois livros semestrais, esses livros são estruturados em unidades, chamadas de trajetórias hipotéticas de aprendizagem, cada unidade tem aproximadamente cinco sequências didáticas, que abordam os quatro grandes eixos norteadores da Matemática, que são: *Números e Operações, Grandezas e Medidas, Espaço e Forma, Tratamento da Informação*. Os conteúdos são ministrados de forma espiralada, ou seja, os conteúdos vão sendo retomados, porém o grau de dificuldade é intensificado.

No Projeto EMAI, o tangram aparece pela primeira vez para os alunos do 1º ano do Ensino Fundamental no final do segundo livro, na sequência didática 32. Como orientação didática é solicitado que os alunos, de forma lúdica, se familiarizem com o material, saibam reconhecer as figuras geométricas planas e nomeá-las.

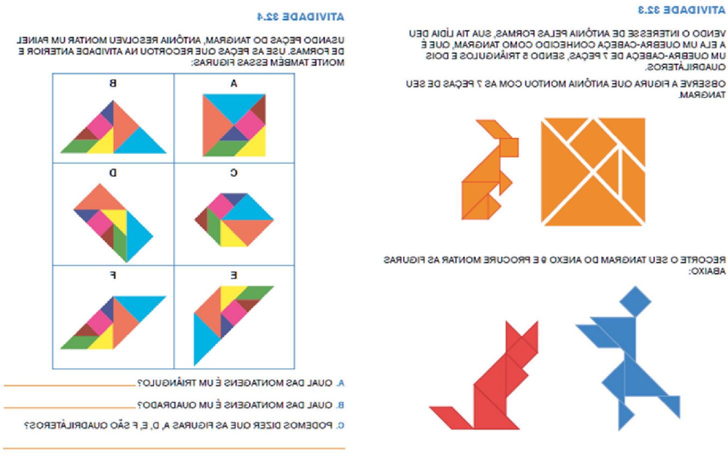
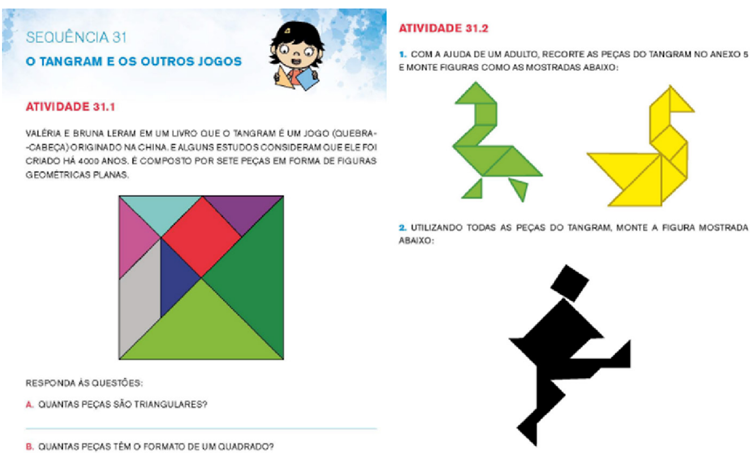
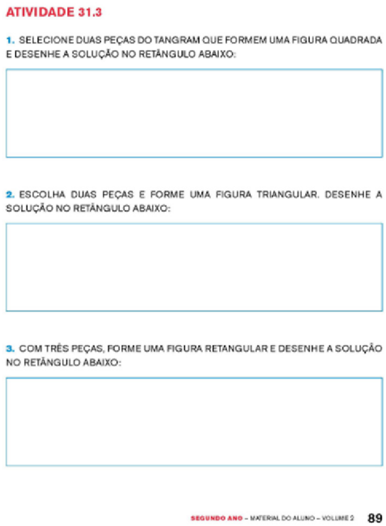


Figura 1. São Paulo, 2014a

No segundo ano o conteúdo é retomado, no final do segundo livro, na sequência didática 31. Os alunos são levados a solucionar os problemas propostos inicialmente de uma forma lúdica, montando figuras de animais, é solicitado também que saibam reconhecer quais são as figuras geométricas planas que compõe o quebra-cabeça e no final que eles consigam formar figuras seguindo orientações pré-estabelecidas.




ATIVIDADE 31.3

1. SELECIONE DUAS PEÇAS DO TANGRAM QUE FORMEM UMA FIGURA QUADRADA E DESENHE A SOLUÇÃO NO RETÂNGULO ABAIXO:

2. ESCOLHA DUAS PEÇAS E FORME UMA FIGURA TRIANGULAR. DESENHE A SOLUÇÃO NO RETÂNGULO ABAIXO:

3. COM TRÊS PEÇAS, FORME UMA FIGURA RETANGULAR E DESENHE A SOLUÇÃO NO RETÂNGULO ABAIXO:

SEGUNDO ANO – MATERIAL DO ALUNO – VOLUME 2 89

Figura 2. São Paulo, 2014b

No terceiro ano o conteúdo é retomado, no segundo livro, nas sequências didáticas 24 e 32. Inicialmente, na sequência didática 24, os alunos são apresentados a diversas figuras planas, principalmente os polígonos, os alunos precisam aprender a reconhecer suas características e nomeá-los corretamente, após isso o tangram é novamente utilizado, como uma forma de sistematização de conteúdos, mostrando para os alunos que as peças que compõe o tangram são figuras poligonais. Na sequência didática 32, os alunos são apresentados a um novo tipo de tangram, o de coração, é solicitado que os alunos explorem esse novo quebra-cabeça, se atentem para as suas características e formas, no final o material propõe que o professor explore a ideia de simetria, utilizando o tangram com o formato de coração.

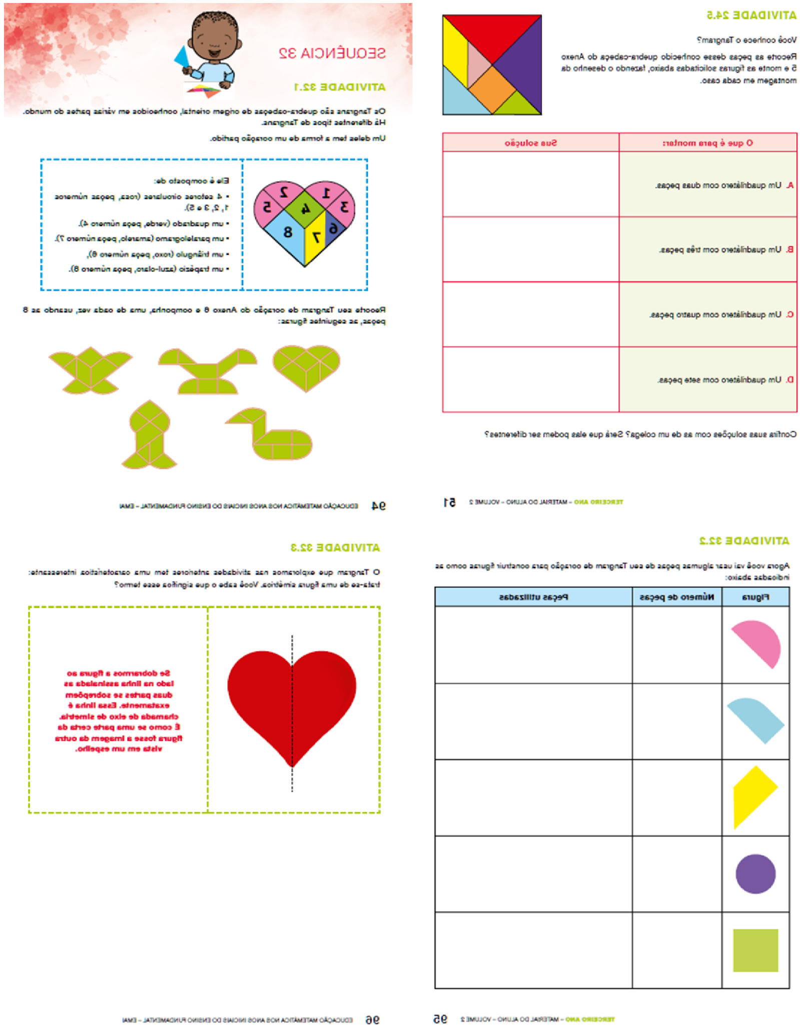
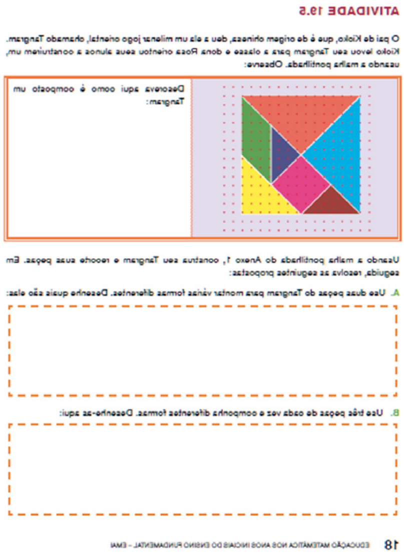


Figura 3. São Paulo, 2014c

No quarto ano o conteúdo é retomado, no segundo livro, na sequência didática 19. O tangram aparece em apenas uma única atividade, como forma de sistematização dos polígonos. É retomado o conceito de polígono, já trabalhado no terceiro ano, as características das figuras poligonais. O objetivo final da atividade é que os alunos confeccionem o seu próprio tangram, utilizando malha pontilhada e depois consigam solucinar as situações-problema apresentadas.



ATIVIDADE 19.5

O pai de Kioko, que é de origem chinesa, deu a ela um milenar jogo oriental, chamado Tangram. Kioko levou seu Tangram para a classe e dona Rosa orientou seus alunos a construírem um, usando a malha pontilhada. Observe:

Desenhe aqui como é composto um Tangram:

Usando a malha pontilhada do Anexo 1, construa seu Tangram e recorte suas peças. Em seguida, resolva as seguintes propostas:

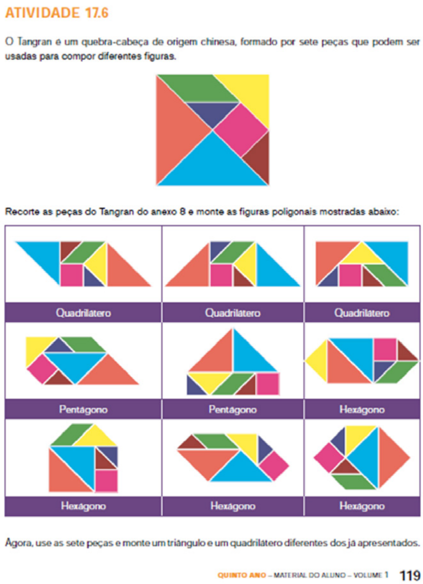
A. Use duas peças do Tangram para montar várias formas diferentes. Desenhe quais são elas:

B. Use três peças de cada vez e componha diferentes formas. Desenhe-as aqui:

18 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL – EMAI

Figura 4. São Paulo, 2014d

No quinto ano o conteúdo aparece nos dois livros do “Projeto EMAI”, nas sequências didáticas 17 e 24. O tangram aparece novamente como forma de sistematização dos polígonos. É retomado o conceito de polígono, já trabalhado em anos anteriores, as características das figuras poligonais, porém agora os alunos precisam se atentar para a questão da quantidade de ângulos, vértices e faces das figuras poligonais, outro tema abordado é em relação a questão da área e perímetro das figuras formadas com as peças do tangram.



ATIVIDADE 17.6

O Tangran é um quebra-cabeça de origem chinesa, formado por sete peças que podem ser usadas para compor diferentes figuras.

Recorte as peças do Tangran do anexo 8 e monte as figuras poligonais mostradas abaixo:

Quadrilátero	Quadrilátero	Quadrilátero
Pentágono	Pentágono	Hexágono
Hexágono	Hexágono	Hexágono

Agora, use as sete peças e monte um triângulo e um quadrilátero diferentes dos já apresentados.

QUINTO ANO – MATERIAL DO ALUNO – VOLUME 1 119

Figura 5. São Paulo, 2014e

ATIVIDADE 24.4

Já vimos que podemos compor figuras geométricas usando triângulos. Mas há outros tipos de composição.

Certamente você já conhece o Tangram, que é um quebra-cabeça chinês formado de 7 peças, com as quais se pode formar figuras de pessoas, animais e também figuras geométricas como as mostradas na figura abaixo.

Com as peças do Tangram do Anexo 2 reproduza cada uma das figuras acima.

A. Considerando a medida do contorno (perímetro) dessas figuras você diria que são todas iguais ou são diferentes? Justifique.

B. Considerando a medida da superfície (área dessas figuras) você diria que são todas iguais ou são diferentes? Justifique.

QUINTO ANO – MATERIAL DO ALUNO – VOLUME 2 49

Figura 6. São Paulo, 2014f

O Projeto EMAI utiliza quase que unicamente o tangram para o eixo *Espaço e Forma,* porém esse recurso pedagógico pode ser explorado de diferentes formas e englobar temas de outros eixos temáticos. Pensando nessas questões, foi elaborado um projeto paralelo ao proposto no material utilizado em sala, onde o objetivo seria fazer uma revisão de conceitos matemáticos trabalhados ao longo de ano, utilizando esse recurso didático tão cheio de significado.

A professora da sala utilizou o tangram para trabalhar em seis vertentes diferentes, abordando temas que foram trabalhados ao longo do ano, as vertentes são: Figuras poligonais e não poligonais; Composição e decomposição de figuras; Área e perímetro; Tipos de retas e ângulos; Fração; Porcentagem.

Após o trabalho com as atividades propostas no Projeto EMAI, percebemos a necessidade de aprofundarmos os conhecimentos dos alunos em vários aspectos, como material pedagógico utilizamos o tangram, pois o contato com esse material tornou a aprendizagem mais significativa para as crianças.

Inicialmente fizemos uma pesquisa na sala de informática da escola, buscando informações sobre quais eram as lendas que falavam sobre o tangram e quais eram os tipos de quebra-cabeça existentes. Os alunos em suas pesquisas, em duplas de trabalho colaborativo, acharam várias lendas sobre a criação desse quebra-cabeça, descobriram que o tangram tradicional é o de sete peças de formato quadrado, mas que existe uma variedade para esse quebra-cabeça como, por exemplo, o circular, o de coração, o oval, o russo de 12 peças, o de Fletcher, o tangram mínimo de Brügner, o de oito peças em formato triangular e o pitagórico.

Escolhemos três desses quebra-cabeças para serem trabalhados em sala, além do tangram tradicional de sete peças. Em uma aula exploramos as características dos tangrans de coração, oval e de oito peças de formato triangular. Fizemos um levantamento de algumas características dos mesmos e sistematizamos os conhecimentos adquiridos.

Os alunos perceberam que os tangrans de coração e oval possuíam peças que se caracterizavam como polígonos (lados retos) e outras que possuíam lados retos e curvilíneos; perceberam que o tangram de oito peças de formato triangular, possuía a maioria de suas peças quadriláteras e que possuía uma peça hexagonal, e que nenhum outro tangram apresentava essa peça.

Nesse momento percebemos que os alunos haviam apreendido alguns conceitos sobre figuras poligonais e curvilíneas e fizemos uma pequena revisão desses conceitos matemáticos, principalmente no que se referia as características de figuras poligonais e figuras curvilíneas.

Após essa explanação inicial, passamos a trabalhar com o tangram tradicional de sete peças. Fizemos a construção de um tangram utlizando dobraduras, e fizemos também um tangram em malha quadriculada. Analisamos novamente suas características e passamos a revisar alguns conteúdos matemáticos, que foram sistematizados em seis vertentes, para cada vertente utilizamos aproximadamente duas aulas, totalizando assim ao final do projeto, contando com as atividades realizadas anteriormente, 20 aulas.

Faremos agora uma pequena explanação dos principais conteúdos trabalhados dentro de cada vertente e depois explanaremos quais foram os avanços alcançados e se os alunos conseguiram progredir no aprendizado de conceitos matemáticos, utlizando o tangram durante as aulas de matemática.

FIGURAS POLIGONAIS E NÃO POLIGONAIS

Os alunos compreenderam que as figuras geométricas se dividem em categorias, o tangram tradicional de sete peças, possui figuras poligonais que se caracterizam por serem figuras fechadas e possuir lados retos. Já as figuras não poligonais são aquelas limitadas só por uma linha curva ou por linhas retas e linhas curvas, não podendo assim serem classificadas como polígonos.

Além disso, os alunos perceberam que o tangram possuía peças quadriláteras e triangulares. As peças quadriláteras eram o quadrado e o paralelogramo, que mesmo possuindo quatro lados, possuíam diferenças entre si. O quadrado, por exemplo, é considerado um quadrilátero regular, pois possui quatro lados de mesma medida e todos os seus ângulos são retos, já o paralelogramo é um polígono de quatro lados, os lados opostos são paralelos e possuem a mesma medida, por consequência, tem ângulos opostos e lados opostos congruentes.

Sobre os triângulos os alunos conseguiram perceberam que a diferença entre eles era no que se referia apenas ao tamanho da figura, o que ocasionaria em perímetros e áreas diferentes, e que esses triângulos eram classificados como triângulos isósceles, ou seja, 2 lados de mesma medida, e triângulos retângulos, ou seja, com ângulos de 90º.

COMPOSIÇÃO E DECOMPOSIÇÃO DE FIGURAS

Os alunos notaram que as peças que formavam o tangram eram uma composição do quadrado, logo as sete peças seriam a decomposição do quadrado.

Perceberam, utilizando a sobreposição das figuras, que para formar o quadrado pequeno e o paralelogramo eram necessários dois triângulos pequenos; perceberam que um triângulo grande era composto por um quadrado/paralelogramo e dois triângulos pequenos, ou por dois triângulos pequenos e um triângulo médio. Notaram também que haviam muitas outras possibilidades de formar figuras planas com essas peças.

ÁREA E PERÍMETRO

Sobre a área e o perímetro, os alunos foram percebendo que dependendo da figura formada o perímetro era diferente, porém inicialmente achavam que se o perímetro era diferente a área também deveria ser.

Após fazermos algumas atividades de sistematização de conteúdos, montando formas com as peças do quebra-cabeça, os alunos perceberam que se mantivessem as sete peças do tangram a área permaneceria a mesma, apenas o perímetro mudaria, pois, as peças independentemente do formato que estivessem teriam o mesmo tamanho.

Os alunos conseguiram compreender que os perímetros das figuras formadas com as peças do tangram eram diferentes, pois envolviam a medida dos lados, já a área das figuras permanecia igual, pois todas as figuras usaram as mesmas peças do tangram para serem construídas.

TIPOS DE RETAS E ÂNGULOS

Com as peças do tangram conseguimos revisar com os alunos os tipos de retas (paralelas, concorrentes e perpendiculares), eles perceberam que as figuras que compõe o tangram são junções de retas paralelas e retas perpendiculares.

Sobre a questão do ângulo os alunos puderam perceber que o quadrado possui apenas ângulos de 90º, o paralelogramo possui dois ângulos agudos e dois ângulos obtusos. Sobre os triângulos os alunos perceberam que ele possui um lado com ângulo de 90º e os demais são ângulos agudos, ou seja, menores que 90º.

FRAÇÃO

Utilizamos o tangram para trabalhar com os alunos o conceito de metade e fração. Fizemos a análise das peças usando sobreposições e os alunos foram percebendo a relação com os números racionais.

Eles notaram que os dois triângulos grandes equivalem à metade do quadrado e, que por serem duas figuras, logo eles valeriam cada um 1/4; perceberam que o quadrado, o paralelogramo e o triângulo médio equivaliam a quarta parte do quadrado, ou a metade de um triângulo grande, logo essas três figuras valeriam cada uma 1/8, por fim, os dois triângulos pequenos, seguindo essa mesma lógica, equivaliam a oitava parte do quadrado, ou a quarta parte dos triângulos grandes, ou ainda, a metade do quadrado, do paralelogramo e do triângulo médio, logo essas duas figuras valeriam cada uma 1/16.

Para saber se haviam realmente dividido o tangram de forma igual, os alunos fizeram a adição das partes do tangram (1/4+1/4+1/8+1/8+1/8+1/16+1/16), buscaram um mínimo múltiplo comum aos denominadores e, no fim descobriram que todas essas partes somavam um inteiro.

PORCENTAGEM

Utilizamos também o tangram para revisar o conceito de porcentagem. Essa atividade foi muito simples para os alunos resolverem, pois eles já sabiam quanto cada peça valia na representação fracionária e conseguiram chegar rapidamente ao valor percentual de cada peça do tangram.

Desenvolver essa sequência de atividades, utilizando o tangram como norte, foi de grande valia, pois foi possível ver claramente uma melhora no processo de aprendizagem de nossos alunos. Os alunos tiveram um avanço nos conteúdos matemáticos, conseguiram solucionar os problemas sem muitas intervenções e construíram a cada aula novos conhecimentos. Fica claro que é essencial valorizarmos dentro do ambiente escolar atividades concretas, utilizando jogos ou recursos pedagógicos, pois elas auxiliam no processo de ensino/aprendizagem dos alunos. Podemos concluir então, que os conhecimentos adquiridos por meio de jogos ou recursos pedagógicos permitem que os alunos tornem o seu processo de aprendizagem mais significativo e estimulante.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Procuramos neste artigo analisar como o trabalho com materiais concretos em sala de aula, principalmente o tangram, poderia auxiliar na construção e manutenção de conhecimentos matemáticos dos alunos. Estudos desenvolvidos na área da Matemática e Educação afirmam que o uso dos materiais concretos e manipuláveis nas aulas podem proporcionar situações significativas que auxiliam o aluno na construção de seu conhecimento através da problematização dos conteúdos e da vivência pela experiência.

Oportunizar que os alunos desenvolvam atividades concretas em sala de aula auxilia no processo de aprendizagem, pois o mesmo torna-se significativo e os alunos através da prática conseguem compreender melhor os conteúdos que estão sendo trabalhados.

É primordial que dentro do ambiente escolar o professor desenvolva atividades que priorizem a aquisição de conceitos geométricos e que esses conhecimentos vão sendo construídos ao longo de sua trajetória escolar, pois os conceitos geométricos oportunizam que os alunos desenvolvam um novo tipo de pensamento e raciocínio matemático.

Após essa explanação, fica clara a importância de se trabalhar com materiais concretos em sala de aula, pois os mesmos estimulam o desenvolvimento, o ensino/aprendizagem e a construção do pensamento abstrato das crianças, além de serem um grande facilitador na inserção de novos conteúdos e na apreensão de novos conhecimentos.

O trabalho com o quebra-cabeça tangram nos mostrou que é realmente possível unir teoria e prática, e que ao trabalharmos conjuntamente com o abstrato e com o concreto nossos alunos conseguem relacionar melhor os conteúdos trabalhados e dar um real siginificado aos mesmos.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Apresentação. Brasília: MEC/SEB, 2014a.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Jogos na Alfabetização Matemática. Brasília: MEC/SEB, 2014b.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Geometria. Brasília: MEC, SEB, 2014c.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do Ensino da Matemática**. São Paulo: Cortez, 2011.

CHAVES, Eni Fátima de Souza. **O lúdico e a matemática**. Monografia. Belo Horizonte: Instituto Superior de Educação, Faculdade Pedro II, 2009.

GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese de Doutorado. Campinas: Faculdade de Educação, UNICAMP, 2000.

LORENZATO, Sergio. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Coleção Formação de Professores. São Paulo: Autores Associados, 2006.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: **Educação Infantil e Percepção Matemática.** Coleção Formação de Professores. 2 ed. Campinas: Autores Associados, 2008.

PIRES, Celia Maria Carolino; CURI, Edda; CAMPOS, Tania Maria Mendonça. Espaço & Forma: A Construção de Noções Geométricas pelas Crianças das Quatro Séries Iniciais do Ensino Fundamental. São Paulo: Editora PROEM, 2000.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de gestão da Educação básica. Departamento de Desenvolvimento Curricular e de gestão da Educação básica. **EMAI**: educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental; material do aluno – primeiro ano. São Paulo: SE, 2014a. v. 2.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de gestão da Educação básica. Departamento de Desenvolvimento Curricular e de gestão da Educação básica. **EMAI**: educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental; material do aluno – segundo ano. São Paulo: SE, 2014b. v. 2.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de gestão da Educação básica. Departamento de Desenvolvimento Curricular e de gestão da Educação básica. **EMAI**: educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental; material do aluno – terceiro ano. São Paulo: SE, 2014c. v. 2.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de gestão da Educação básica. Departamento de Desenvolvimento Curricular e de gestão da Educação básica. **EMAI**: educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental; material do aluno – quarto ano. São Paulo: SE, 2014d. v. 2.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de gestão da Educação básica. Departamento de Desenvolvimento Curricular e de gestão da Educação básica. **EMAI**: educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental; material do aluno – quinto ano. São Paulo: SE, 2014e. v. 1.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de gestão da Educação básica. Departamento de Desenvolvimento Curricular e de gestão da Educação básica. **EMAI**: educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental; material do aluno – quinto ano. São Paulo: SE, 2014f. v. 2.

ELEMENTOS DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA RELACIONADOS À GEOMETRIA: EVIDENCIANDO ARTICULAÇÕES NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Maria Bezerra Tejada Santos[21]
Eberson Paulo Trevisan[22]
Andreia Cristina Rodrigues Trevisan[23]

INTRODUÇÃO

Buscamos no presente capítulo trazer para a discussão a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), que de modo geral busca descrever um modelo para aprendizagem da Matemática pautada em particularidades únicas dessa ciência, e apresenta como elemento central os registros de representação semiótica, a multiplicidade de registros para um mesmo objeto matemático e peculiaridades próprias relacionadas à mobilização dos registros.

Assim, no capítulo, buscamos tratar mais especificamente da Geometria do ponto de vista da TRRS, procurando destacar as relações, além de evidenciar a presença e importância dos elementos dessa teoria, como peças fundamentais do processo de aprendizagem desde os anos iniciais do ensino fundamental. A partir disso, damos ênfase à articulação de elementos da TRRS apresentados por Raymond Duval no que tange à Geometria, a saber: as apreensões, os diferentes olhares e a desconstrução dimensional, ilustrando essa articulação a partir de

21 Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática (UFMT). E-mail rmktejada@gmail.com

22 Doutor em Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Professor do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática (UFMT). E-mail eberson76@gmail.com

23 Doutora em Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Professora do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (UFMT). E-mail andreiacr@gmail.com

exemplos de atividades de uma coleção de livros didáticos de Matemática aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático – PNLD – 2019/2022.

A seguir, tratamos de cada um desses elementos e a importância do trabalho envolvendo-os no ensino e na aprendizagem da Geometria com alunos dos anos iniciais do ensino fundamental.

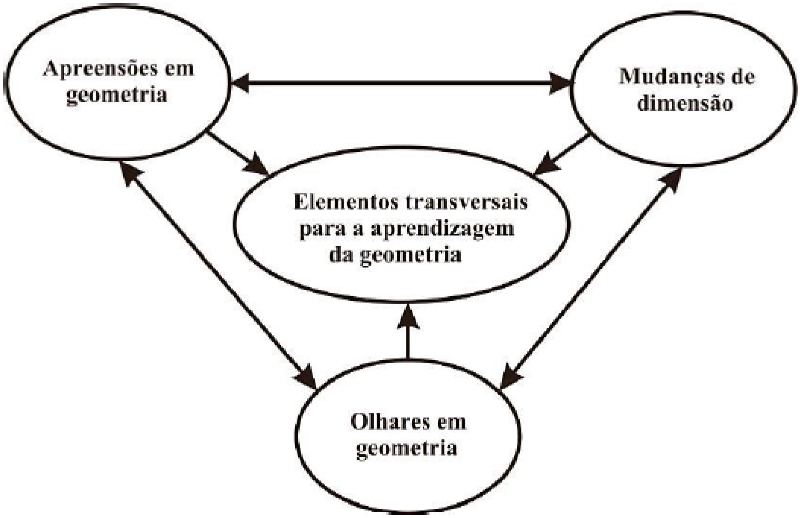
A GEOMETRIA DO PONTO DE VISTA DA TRRS: AS APREENSÕES, OS OLHARES E A DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL DAS FORMAS

Conforme destaca Duval (2005), aprender Geometria é uma atividade cognitiva complexa, pois é uma aprendizagem que passa pela condução e o aprimoramento do olhar, isto é, a Geometria tem particularidades próprias que não são de aprendizagem natural, é preciso serem ensinadas. Sem dúvida, a principal se relaciona à forma de ver uma figura na Geometria.

Em termos gerais, a TRRS, no que diz respeito às particularidades da Geometria, destaca os diferentes tipos de apreensões (apreensão perceptiva, apreensão operatória, apreensão discursiva e apreensão sequencial) utilizadas frente às atividades. Destaca também a existência de duas formas de olharmos as figuras, a partir do chamado olhar icônico, que pode ser representado pelos olhares botanista e agrimensor, além do olhar não icônico, que pode ser representado pelos olhares construtor e inventor. A teoria também evidencia a chamada desconstrução dimensional das formas como um elemento essencial para a aprendizagem da Geometria (DUVAL, 2005; 2011; 2012).

A relevância desses elementos, conforme destacam Hillesheim e Moretti (2020), se justifica por serem transversais para a aprendizagem da Geometria, pois podem conduzir à aprendizagem específica dela. A Figura 1 ilustra essa relação.

Figura 1 - Elementos presentes na aprendizagem de Geometria



Fonte: Hillesheim; Moretti (2020, p. 16)

Como apresentado na Figura 1, esses elementos não são específicos de um conteúdo, mas se referem a um modo de conceber o processo de aprendizagem da Geometria, uma forma de buscar as maneiras de raciocinar em Geometria (HILLESHEIM; MORETTI, 2020). Assim, nessa abordagem esses elementos podem favorecer a autonomia intelectual do aprendiz.

Para conhecermos esses elementos transversais, iniciaremos apresentando as apreensões, em seguida os olhares, e fecharemos com a desconstrução dimensional[24]. Apresentaremos também atividades de uma coleção de livros didáticos de Matemática dos anos iniciais do ensino fundamental, destacando a articulação desses elementos.

Duval (2012) trata de quatro maneiras diferentes de apreensão envolvidas no processo de aprendizagem da Geometria: a apreensão perceptiva, que pode ser caracterizada pelo reconhecimento visual

[24] Neste texto optamos pela expressão "desconstrução dimensional" (DUVAL, 2011), mas reconhecemos em outras literaturas os termos "desconstrução geométrica" e "mudança de dimensão", como visto em Souza e Moretti (2018) e Hillesheim e Moretti (2020).

imediato da forma; a apreensão operatória, que pode ser caracterizada pela possibilidade de operar sobre a figura, possibilitando inclusive a reconfiguração desta; a apreensão discursiva, que pode ser caracterizada pela influência de elementos do enunciado (da atividade, teoremas etc.) sobre o entendimento da figura; e a apreensão sequencial, que pode ser caracterizada pela necessidade de seguir indicações, ordens ou passos, para construir ou descrever uma figura.

As apreensões são independentes umas das outras, mas na resolução de um problema é sempre exigida a passagem de um tipo a outro, conforme destaca Moretti (2013), ao citar Duval (1997):

> (1) o que chamamos de **figura geométrica** é o resultado da conexão entre as apreensões perceptiva e discursiva: é preciso ver a figura geométrica a partir das hipóteses e não das formas que se destacam ou das propriedades evidentes. A apreensão discursiva é subordinada pela apreensão perceptiva; (2) o que chamamos de **visualização** é o resultado da conexão entre as apreensões perceptiva e operatória. A visualização não exige nenhum conhecimento matemático, mas ela pode comandar a apreensão operatória; (3) A **heurística** e **demonstração** é o resultado da conexão entre as apreensões operatória (que é subordinada pela apreensão perceptiva) e discursiva; (4) a **construção geométrica** é o resultado da conexão entre as apreensões discursiva e sequencial que também requerem a apreensão perceptiva (MORETTI, 2013, p. 293, grifos do autor).

Podemos observar, pela articulação apresentada, o destaque que tem a apreensão perceptiva na aprendizagem da Geometria. Moretti (2013) pontua que as apreensões operatória, discursiva e sequencial se subordinam, em maior ou menor grau, dependendo do tipo de problema, à apreensão perceptiva, por isso “a importância da associação entre as apreensões de Duval ao desenvolvimento das capacidades espaciais” (MORETTI, 2013, p. 293).

A importância das apreensões é relacionada às diversas maneiras de olhar uma figura, pois “apreender a olhar em Geometria é aprender a fazer os olhares deste percurso" (MORETTI, 2013, p. 293). São olhares que caminham de um lado a outro conforme as apreensões em Geometria são exigidas, indo do olhar botanista a um olhar mais elaborado chamado de olhar inventor.

Quanto à caracterização dos olhares, Duval (2005) chama a atenção para os olhares icônicos (botanista e agrimensor) e os olhares não icônicos (construtor e inventor), pois é importante para a aprendizagem a "fluência de um caminho do icônico ao não icônico, pelos diferentes olhares" (SOUZA; MORETTI; ALMOULOUD, 2019, p. 328).

O olhar botanista é aquele que permite reconhecer o contorno de formas, diferenciar um triângulo de um quadrilátero ou de uma figura oval. É também um olhar que prepara o aluno para os outros olhares, conforme destaca Moretti (2013), pois as qualidades requeridas nesse olhar preparam os alunos para os demais olhares.

Considerando as atividades que exigem a passagem de uma escala de grandeza a outra, exige-se o olhar agrimensor, "aquele que faz medidas no terreno e consegue passar essas medidas para o plano do papel" (MORETTI, 2013, p. 294). O trabalho do arquiteto é um exemplo de aplicação desse olhar, ao observar o espaço de um cômodo e passar as medidas para o papel.

Partindo dos olhares não icônicos, a direção do olhar caminha para o uso de instrumentos (régua não graduada e o compasso, por exemplo) para formar o olhar construtor, favorecendo o aluno a tomar consciência que uma propriedade geométrica não é apenas uma característica perceptiva, conforme destaca Duval (2005). Assim, a evolução dos olhares caminha para a formação do olhar inventor, que ao resolver um problema "adiciona traços na figura dada, opera sobre a figura e a modifica para descobrir um procedimento de resolução" (MORETTI, 2013, p. 294).

Diante da exposição sobre os olhares, podemos notar que ver uma figura em Geometria é uma atividade cognitiva complexa, exige mais que o simples reconhecimento daquilo que uma imagem mostra. "Isto depende do papel que a figura tem na atividade matemática"

(DUVAL, 2012, p. 118), para isso é importante o elemento transversal: desconstrução dimensional.

Nesse contexto, Duval (2013, p. 33) enfatiza que “o primeiro passo na aprendizagem da Geometria é a educação ao modo matemático de ver as figuras” e a importância cognitiva da desconstrução dimensional de formas, isto é:

> A DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL das formas (nD→(n-1)D). Permite analisar a transformação de uma forma dada em outra forma de mesma dimensão mesmo que ela pareça completamente diferente. A enunciação das propriedades justificando essa transformação se faz necessário considerando as unidades figurais de um nível imediatamente inferior: os planos para as figuras 3D, as redes de retas para as figuras planas, ou mesmo os pares de pontos (um ponto e sua imagem). (DUVAL, 2011, p. 89).

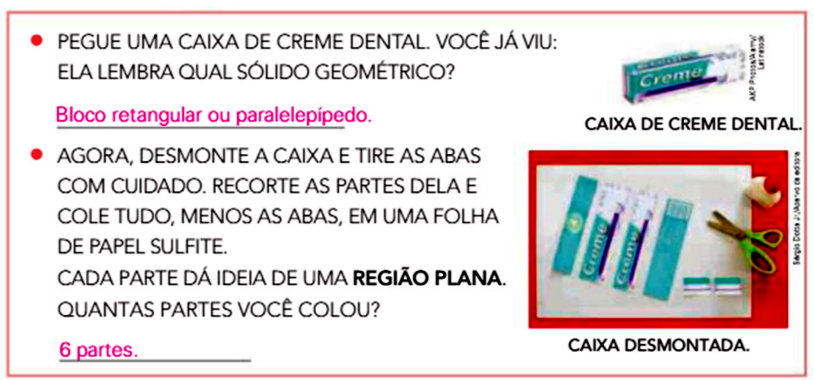
A relevância da desconstrução dimensional está no fato de constituir uma aprendizagem restrita à escola, ou seja, precisa ser ensinada, conforme ressalta Souza (2018), assim como se ensina a ler, ensina-se a ver as figuras em Geometria. Avalia-se a importância de pensar as mudanças de dimensão, pois “a causa de insucesso em muitos problemas em Geometria está na dificuldade de olhar uma figura nas dimensões inferiores ao que é dada” (MORETTI; BRANDT, 2015, p. 03).

Duval (2012; 2014), ao abordar questões relativas à Geometria em sua teoria, aponta que existe a maneira natural e a maneira matemática de ver uma figura, destacando que na maneira cotidiana de ver tendemos a não considerar a dimensão das unidades figurais que reconhecemos, e assim não temos a preocupação de fazer variar essa dimensão para reconhecer outras unidades figurais, essenciais no trabalho matemático. Já a maneira matemática de ver representa um salto cognitivo, pois necessita transpor essa estabilidade dimensional. O autor, ao tratar da introdução do vocabulário e das formulações geométricas, destaca que “existe uma distância cognitiva” entre o professor, que tende a ver as figuras com a maneira matemática, e o aluno, que tende a ver com a maneira natural (DUVAL, 2014), de onde surge um desafio no processo de ensino e aprendizagem: superar essa distância cognitiva existente.

Conhecido esses elementos da TRRS importantes para a aprendizagem da Geometria, passamos a ilustrar a articulação destes, presentes em uma coleção de livros didáticos dos anos iniciais do ensino fundamental. A coleção em questão é a Ápis *Matemática*, elaborada e desenvolvida por Luiz Roberto Dante, autor de coleções de livros didáticos e paradidáticos de Matemática para alunos e professores da educação básica. Ela foi escolhida por ser a coleção aprovada pelo PNLD 2019/2022 e estar em uso na escola da primeira autora, de modo que também está sendo utilizada na construção de sua dissertação de mestrado. Neste texto, em virtude da limitação de espaço para explorar outras atividades, apresentamos apenas atividades do 2.º e do 5.º ano do ensino fundamental.

Para iniciarmos, recomendamos que observe a proposta de atividade para o 2.º ano com o enunciado, o comando e suporte que apresentamos na Figura 2:

Figura 2 - Atividade selecionada do livro do 2.º ano



Fonte: Dante (2017, p. 71)

Ao trabalhar essa atividade com os alunos, na primeira parte da proposta é solicitado manipular uma caixinha de creme dental (bloco retangular), em que é possível marcar a relação entre a dimensão do objeto e o espaço físico que ele ocupa: a relação nD/mD apresentada por

Duval (2011), em que "n" refere-se à dimensão do objeto representado e "m" ao espaço físico onde as representações são produzidas, isto é, 3D/3D.

Com a caixa montada tem-se uma figura 3D/3D; ao olhar para uma das faces, opera-se uma desconstrução 3D→2D, o que significa que o aluno olha para a figura dada em 3D (tridimensional), mas necessita conduzir o olhar para as faces 2D (bidimensional), reconhece nesse gesto unidades figurais inferiores à que inicialmente foi dada na figura.

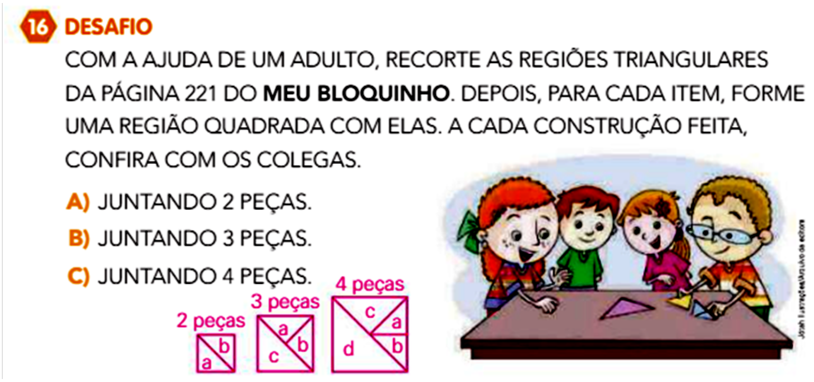
Na segunda parte da proposta, o aluno desmonta a caixa, recorta e cola as faces retangulares. Para atender a essa parte, considera-se a dimensão das unidades figurais para a desconstrução dimensional: no recorte e colagem das faces, o retângulo é dado na dimensão 2D/2D, o olhar se volta para o lado da figura, assim temos 2D→1D. Novamente, vale destacar que embora a figura dada seja apresentada com elementos bidimensionais, o olhar é conduzido para o segmento, que é um elemento unidimensional. Essa passagem espontânea ou rápida de uma para outra é, conforme Duval (2011, p. 87), a "maneira matemática de ver as figuras".

Ainda referente ao exemplo dado na Figura 2, observe a articulação entre as apreensões perceptiva, operatória e discursiva para a resolução da proposta. Note que o gesto de observar as faces da caixinha, ou seja, reconhecer os contornos dos retângulos, é a apreensão perceptiva junto aos olhares botanista e agrimensor, que estão conectados nesse gesto cognitivo.

Na mesma proposta, espera-se que seja respondido em linguagem natural o nome da figura e que se identifique quantas partes (faces) foram coladas na folha sulfite, isto é, a apreensão discursiva que possui indicações contidas no enunciado para a resolução com o apoio da representação figural. Observe ainda que, por não haver na proposta os passos para colar a figura formando a sua planificação, ficando à escolha de como fazer de forma livre, essa atividade não contempla a apreensão sequencial. Mas o objeto original é desmontado e reconfigurado, trabalhando então com a apreensão operatória.

Na próxima ilustração, Figura 3, extraída do livro do 2.º ano, temos a proposta de construção para formar regiões quadradas utilizando na composição apenas triângulos de tamanhos diferentes.

Figura 3 - Construções de regiões quadradas



Fonte: Dante (2017, p. 75)

A Figura 3 trata-se de uma atividade em que as apreensões se subordinam. Pela apreensão perceptiva, o aluno reconhece as peças (quatro figuras de triângulos) de tamanhos distintos (dois pequenos: a e b, um médio: c e um grande: d, representados na solução em vermelho na Figura 3). Na fase da montagem da figura de base quadrada, o aluno opera sobre a figura, que diz respeito "as possíveis modificações que uma figura pode permitir e as reorganizações perceptivas que estas mudanças operam" (MORETTI, 2013, p. 292), a isso denomina-se apreensão operatória.

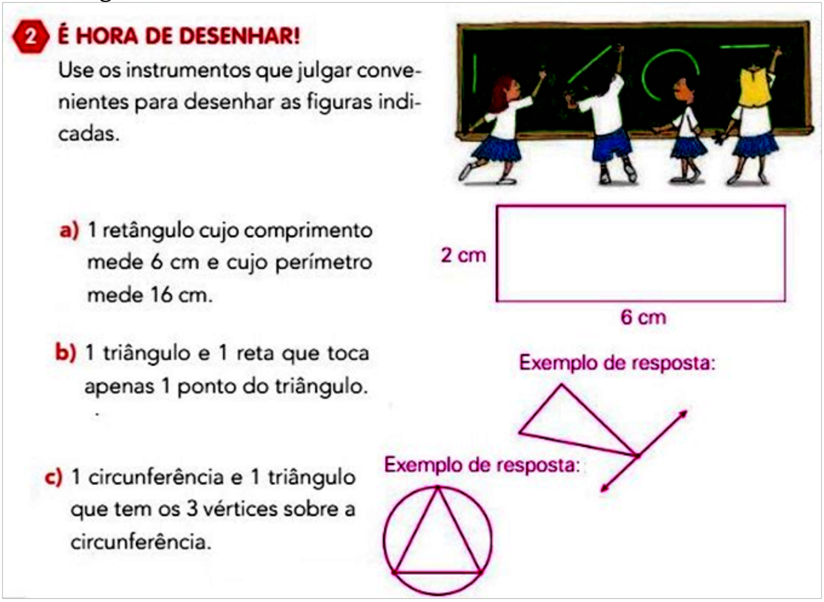
Em seguida, entra em cena a apreensão sequencial, solicitada em construções geométricas, a partir de passos para obter uma construção. No roteiro da construção, construir com 2 peças, construir com 3 peças e construir com 4 peças. Espera-se que os alunos testem e validem as suas hipóteses.

Os olhares presentes nessa atividade são o botanista e o agrimensor: reconhece as formas e compara as figuras. Vale ressaltar que esses olhares abrem caminho para os olhares construtor e inventor.

A desconstrução dimensional que ocorre nessa proposta é de 2D→1D→2D, isto é, o aluno observa a figura do triângulo 2D/2D, mas precisa olhar o lado do triângulo (1D) para juntar com outro (s) triângulo (s) e formar o quadrado 2D/2D.

Na próxima atividade (Figura 4) do livro do 5.º ano, destacamos o olhar inventor, que não apareceu nas atividades anteriores, esse é menos comum de se fazer presente nas atividades dos livros didáticos dos anos iniciais, pois as qualidades envolvidas nesse olhar perpassam por operar e modificar a figura para fazer surgir novas propriedades, o que se espera ser mais bem desenvolvido nos anos finais do ensino fundamental.

Figura 4 - Atividade selecionada do livro didático do 5.º ano



Fonte: Dante (2017b, p. 123)

Sobre as apreensões envolvidas na atividade, ganha destaque a apreensão discursiva nos encaminhamentos sobre as construções solicitadas. Destacamos que na atividade o olhar construtor se articula no uso dos instrumentos de medida (régua e compasso), caminhando para o olhar inventor, com a possibilidade de escolha do vértice por onde passará a reta, possibilidade de diferente inclinação para a reta, possibilidade de diferentes triângulos (equilátero, isósceles ou escaleno) tanto para o triângulo da parte b) quanto da parte c).

Note que a desconstrução dimensional requerida nessas construções inicia-se: na parte A (construção do retângulo, 2D/2D) em 0D→1D→2D; na parte B (1 triângulo e 1 reta que toca apenas 1 ponto do triângulo) 0D→1D→2D→1D onde se tem a visualização de uma figura formada por elementos 2D/2D e 2D/1D; e na parte C (1 circunferência e um triângulo que tem os três vértices sobre a circunferência) constrói-se a circunferência (0D→1D→2D), faz-se a marcação dos três pontos sobre a circunferência (2D→1D→0D), constrói-se o triângulo sobre esses pontos (0D→1D→2D).

Infere-se que "a desconstrução dimensional é onipresente em toda definição, em todo o raciocínio como em toda explicação em relação as figuras em Geometria" (DUVAL, 2011, p. 90). Nesse sentido, o mesmo autor destaca que para fazer o aluno desenvolver essa maneira de ver "é preciso elaborar tarefas e problemas específicos desde o ensino primário" (DUVAL, 2011, p. 94), ou seja, trata-se de uma habilidade que necessita ser ensinada para ser construída pelos alunos desde os primeiros anos escolares.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste capítulo ressaltamos que o ver na Matemática, ligado aos objetos matemáticos, é diferente do ver cotidiano ou em outras disciplinas. Especialmente na Geometria é necessário contemplar, desde os anos iniciais, propostas que ensinem a ver as figuras da maneira matemática.

Nesse cenário, é válido ressaltar o destaque da ação pedagógica do professor, primeiro no seu entendimento e reconhecimento de se tratar de fato de algo a ser construído pelo aluno, para posteriormente planejar e executar atividades que possam favorecer o desenvolvimento do olhar matemático.

Uma das indicações de Duval (2014, p. 25) é que no ensino primário (nos anos iniciais) se inicie por "atividades concretas com a manipulação dos objetos materiais que deve permitir uma transferência das observações feitas no curso da manipulação na representação figural destes objetos".

Quanto às atividades presentes nos livros didáticos dos anos iniciais que envolvem o olhar construtor, podemos elencar aquelas que utilizam as construções como o Tangram, em que o aluno com as sete peças deve construir, com todas elas, uma figura de base quadrada, triangular ou retangular. Ou ainda, partindo da figura de um quadrado, dividi-lo nas sete peças do Tangram, utilizando para isso a régua, e ao mesmo tempo buscar que reconheçam algumas características das peças menores (os 5 triângulos, o paralelogramo e o quadrado). Outros materiais manipuláveis, como o Geoplano, podem também ser significativos e ajudar nessa construção.

Esperamos, com a ilustração dos elementos da TRRS, apresentados nas atividades, mesmo em restrito número, pela limitação de espaço para apresentar mais atividades, contribuir com o ensino de Matemática, desencadeando a reflexão de professores que a ensinam quanto à importância dessa teoria para o processo de aprendizagem dessa disciplina escolar.

Assim convidamos os professores, que trabalham com atividades dos diversos livros didáticos no dia a dia da sala de aula, a refletirem sobre a presença e articulação desses elementos transversais ao ensino da Geometria, em outras atividades, complementando estas, sempre que necessário, em busca de uma aprendizagem sólida.

REFERÊNCIAS

DANTE, Luiz Roberto. *Ápis* **matemática, 2º ano:** ensino fundamental, anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017.

DANTE, Luiz Roberto. *Ápis* **matemática, 5º ano:** ensino fundamental, anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017-e.

DUVAL, Raymond. Les conditions conitives de l'aprentissage de La geometrie: développement de La visualisation, différenciation dês raisonnements et coordination de leus fonctionnements. **Annales de Didactique e de Sciences Cognitives**, n. 10 p. 5-53, 2005.

DUVAL, R. **Ver e Ensinar a Matemática de Outra Forma - entrar no modo matemático de pensar:** os registros de representações semióticas. Organização: Tânia M. M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, Raymond. Abordagem cognitiva de problemas de Geometria em termos de congruência. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v. 7. n. 1, p. 118-138. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. Florianópolis, 2012.

DUVAL, Raymond. Entrevista: Raymond Duval e a teoria dos registros de representação semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**. (Entrevista realizada por José Luiz Magalhães de Freitas e Veridiana Resende) v. 2, n. 3 jul-dez. Campo Mourão, PR, 2013.

DUVAL, Raymond. Rupturas e Omissões entre manipular, ver, dizer e escrever: história de uma sequência de atividades em Geometria. *In:* BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. (org.). **As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e pesquisa na Educação Matemática.** Ed. Unijuí, p. 15-38. Ijuí, RS, 2014.

HILLESHEIM, Selma Felisbino; MORETTI, Méricles Thadeu. Elementos transversais para a aprendizagem da Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma proposta de currículo possível. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 15, p. 1-20, 2020.

MORETTI, Mércicles Thadeu. Semiosfera do olhar: um espaço possível para a aprendizagem da Geometria. **Acta Scientiae**. v. 15, n. 2, p. 289-303. Canoas/RS, 2013.

MORETTI, Méricles Thadeu; BRANDT, Celia Finck. Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de Geometria que envolvem figuras construction of a methodological picture of semiotic and cognitive analysis concerning geometry problems involving figures. **Educação Matemática Pesquisa:** Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 17, n. 3, p. 597-616, 2015.

SOUZA, Roberta Nara Sodré de. **Desconstrução dimensional das formas**: gesto intelectual necessário à aprendizagem da Geometria. Tese (doutorado) UFSC, Florianópolis, 2018. 269 p.

SOUZA, Roberta Nara Sodré de; MORETTI, Mericles Thadeu; ALMOULOUD, Saddo Ag. A aprendizagem de Geometria com foco na desconstrução dimensional das formas The learning of Geometry focusing on dimensional deconstruction of forms. **Educação Matemática Pesquisa:** Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 21, n. 1, 2019.

Nota: Este trabalho contou com apoio financeiro da PAFiPesqPG/UFMT e PROAP/CAPES.

PIXEL A PIXEL: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Claudiomir Feustler Rodrigues de Siqueira[25]

INTRODUÇÃO

O gosto ou desinteresse pelo estudo de matemática decorre muito da relação construída nos anos iniciais. A maneira como é feito este contato, poderá favorecer o surgimento de dificuldades de aprendizagem, em virtude da rejeição a essa área que ali se estabelece, que acompanhará o indivíduo por toda trajetória escolar (SIQUEIRA, 2016).

Como forma de melhorar essa apresentação, este trabalho tem por propósito apresentar atividades *pixel* a *pixel* para o ensino e a aprendizagem de matemática na educação básica, buscando inspirar docentes a ampliarem as práticas que favoreçam os alunos a engajarem-se e aprenderem enquanto brincam. Assim, de forma curiosa irão descobrindo relações e conceitos matemáticos e desenvolverão o raciocínio.

Neste trabalho, são apresentados pressupostos teóricos sobre a aprendizagem apoiada por situações lúdicas nos anos iniciais. São relacionadas as habilidades matemáticas destacadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) que decorrem do material proposto. Em seguida, é apresentada a proposta didática a partir da construção de imagens *pixel* a *pixel*. Por fim, são destacadas outras relações que o docente pode estabelecer com esse material, numa perspectiva interdisciplinar, envolvendo temas relacionados às Artes, à Etnomatemática e ao Pensamento Computacional.

[25] Doutorando em Informática na Educação (UFRGS), professor de Matemática do IFRS - Canoas. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3495-2718. E-mail: claudiomir.siquera@canoas.ifrs.edu.br.

PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

A BNCC do Ensino Fundamental - anos iniciais - destaca a valorização de situações lúdicas de aprendizagem, incentivando que ocorra a

> "*progressiva sistematização* dessas experiências, quanto o desenvolvimento, pelos alunos, de *novas formas de relação* com o mundo, novas possibilidades de ler e formular hipóteses sobre os fenômenos, de testá-las, de refutá-las, de elaborar conclusões, em uma atitude ativa na construção de conhecimentos". (BRASIL, 2018, p. 57-58, grifo do autor).

Inserida nesse contexto, a atividade *pixel* a *pixel*, na sua essência explora a composição e decomposição de números, na qual o estudante pinta quadradinhos associados a composição de um número que ao final resultará em uma figura, podendo ser um objeto, animal, rosto, *emoji*, letras do alfabeto, ou qualquer outra imagem preestabelecida.

Nesse sentido, o lúdico da atividade aqui proposta, abre caminho para construir conhecimentos, conjecturar e desenvolver o raciocínio matemático. Entre o pintar, brincar e estudar utilizando atividades *pixel* a *pixel* o docente poderá envolver seus alunos, ao mesmo tempo que a partir da pintura, na expectativa de descobrir qual a figura será formada, os estudantes construirão a aprendizagem matemática.

Nessa direção, ressalta-se que o desenvolvimento da habilidade de composição e decomposição dos números, e o desenvolvimento de estratégias de cálculo é prescrito para ser trabalhado desde o 1º ano do Ensino Fundamental na BNCC (BRASIL, 2018). De forma gradativa, esse objetivo de conhecimento da unidade temática números, atravessa os anos iniciais e auxilia na compreensão dos diferentes sistemas de numeração e conhecimentos subsequentes.

> **Matemática 1º ano: Habilidade: (EF01MA07)** Compor e decompor número de até duas ordens, por meio de diferentes adições, com o suporte de material manipulável, contribuindo para a compreensão de características do sistema de numeração decimal e o desenvolvimento de estratégias de cálculo. (BRASIL, 2018, p. 279).

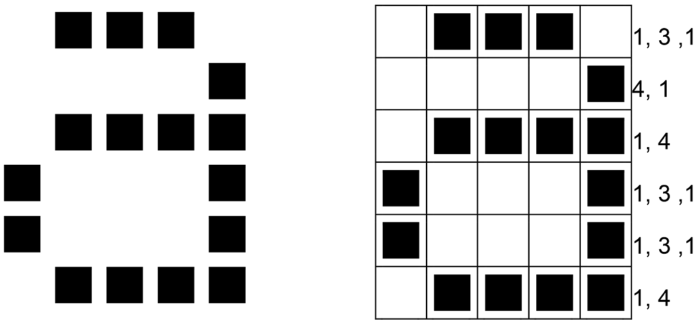
Ainda pode-se contemplar o estudo de simetrias com este material, sendo um conteúdo destacado no ensino de geometria como via para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Ressalta-se que o "estudo das *simetrias* deve ser iniciado por meio da manipulação de representações de figuras geométricas planas em quadriculados ou no plano cartesiano, e com recurso de *softwares* de geometria dinâmica" (BRASIL, 2018, p. 272, *grifo nosso*). Dessa forma, objetiva-se a utilização de diferentes materiais didáticos para auxiliar na "compreensão e utilização das noções matemáticas [...] integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização" (BRASIL, 2018, p. 276).

PIXEL A PIXEL

Pixel é uma terminologia ampla que depende muito do contexto ao qual está inserido. Em computação, é considerado a menor unidade que compõe uma imagem digital, que podem ser quadradinhos individuais. Assim, uma imagem digital é projetada de acordo com seus *pixel*s. Eles são organizados por linhas (horizontais) e colunas (verticais), e quanto mais *pixel* tiver uma imagem, maior será sua qualidade, definição (ALECRIM, 2020). Nas telas dos aparelhos eletrônicos, a quantidade de *pixel*, ou seja, o total de quadradinhos que o *display* pode reproduzir, tornou-se cada vez maior e as telas de alta definição - *HD, 4K, Full HD*, são nomenclaturas conhecidas pela maioria das pessoas.

Imagens *pixel* a *pixel* têm um conjunto bem menor de pontos, se comparado com essas resoluções, mesmo assim, permitem esboçar imagens com certa nitidez. Existem diversas variações, com diferentes explorações para construção de atividades educacionais inseridas no contexto *pixel* a *pixel*. A atividade a seguir, ilustra uma dessas possibilidades inserida no favorecimento do pensamento computacional (PC), habilidade a ser contemplada na educação básica, e conforme destaca a BNCC (BRASIL, 2018), poderá ser o primeiro contato com esse tipo de material. Proposto por Bell, Witten e Fellows (2011), são atividades desplugadas, denominadas de "codificação" *pixel* a *pixel*, para favorecer a aprendizagem do PC, sem necessariamente o uso do computador. Exemplificando; a letra "a", poderá ser representada da seguinte forma, conforme apresentado na figura 1.

Figura 1. Representação *pixel* a *pixel* da letra "a".



Fonte. Adaptado de Bell, Witten e Fellows (2011, p. 16)

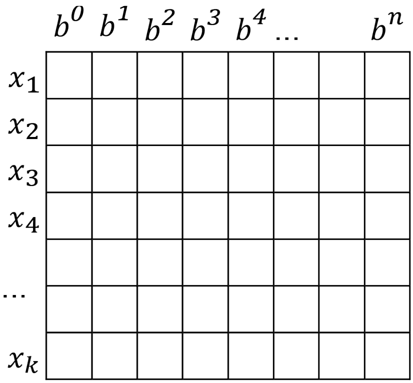
Os números na lateral indicam a coloração de cada *pixel* em cada linha, ou a cor que cada *pixel* deverá assumir, da esquerda para a direita, tomando a primeira linha como referência, tem-se um (1) branco, três (3) pretos e um (1) branco, na segunda linha quatro (4) brancos e um (1) preto, e assim, de forma análoga, tem-se o padrão de construção de toda a figura. Logo, esse tipo de atividade, permite trabalhar desde a alfabetização, por exemplo; com a construção das letras do alfabeto e letramento matemático, até em anos posteriores com o acréscimo de mais elementos a serem explorados.

DA CONSTRUÇÃO E ADAPTAÇÃO DO MATERIAL

Construa uma malha[26] formada por quadrados, que tenha tamanho suficiente para a figura que será representada. No topo indicando as colunas, estarão potências de uma mesma base e na lateral, associado as linhas, os números que indicam quais quadradinhos serão pintados.

[26] Poderá ser utilizado um editor de texto ou de planilha, para criar uma tabela (malha quadriculada) para disponibilizar o material digital ou impresso aos alunos.

Figura 2. Malha quadriculada.



Fonte. O autor.

Exemplo: se fosse utilizada a base 2, estariam as potências, $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, \ldots, 2^n$ ou seja, 1, 2, 4, 8, 16, … , 2^n , indicando cada coluna, respectivamente. Na lateral estão os números que fazem associação aos quadrados a serem pintados, conforme sua composição/decomposição referente aos valores das colunas. Se tivesse o número 15 na lateral, ele indicaria que seria pintado os quadradinhos que fazem associação entre a linha do 15 e as colunas (1, 2, 4, 8), que são os números necessários para compô-lo, pois 1+2+4+8 = 15.

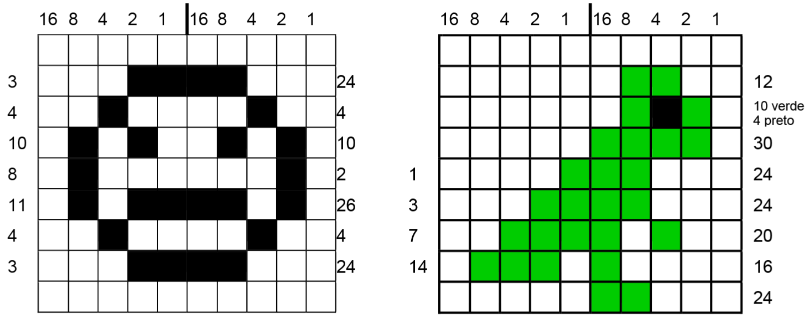
Sugere-se que os valores das colunas, que serão utilizados no processo de composição, sejam potências de uma base $b \geq 2$, pois esse padrão garante que o valor x das linhas - que representa quais quadradinhos estarão pintados - tenha única representação[27], evitando que seja necessário testar um a um, e a confusão no caso de mais de uma representação formada pelo conjunto de números utilizados.

Na figura 3, exemplifica-se o uso de "lateralidade" para diminuir o grau de dificuldade das somas, pois assim, trabalha-se com potências com expoentes menores, o que também pode ser uma estratégia benéfica para a utilização de figuras com número maior de *pixel*s.

---

27 Consequência direta do teorema da representação dos números naturais em outras bases: "dado um número natural $b \geq 2$, todo número natural n admite uma única representação da forma: $n = a_\kappa b^m + a_{\kappa-1} b^{m-1} + \cdots + a_2 b^2 + a_1 b + a_0$, onde os a_κ são $0 \leq a_\kappa < b$ e, $k = 0, 1, 2, \ldots, m$".

Figura 3. *Pixel* a *pixel*: à esquerda um *emoji* de rosto e à direita, um jacaré.



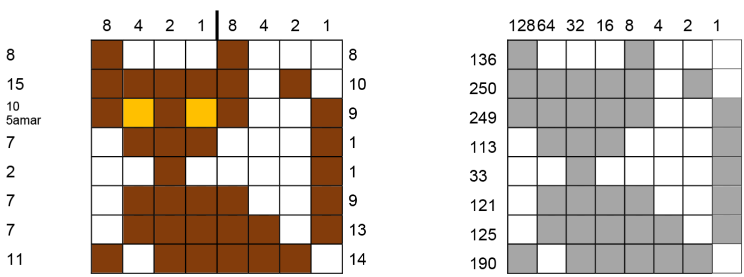
a. Rosto. **b.** Jacaré.

Fonte. Adaptado de imagem *pixel* a *pixel* da *web*.

Para figuras com cores "bem caracterizadas", poderá ser sugerido aos alunos que usem uma determinada cor, por exemplo, pintar de verde a figura 3(b). Conforme pode ser observado, o "jacaré" tem uma linha com *pixel*s em duas (2) cores diferentes. Uma possibilidade seria ter deixado o "olho" do jacaré pintado, outra, iniciar a indicação do uso de mais de uma cor, conforme foi feito.

Na figura 4, a utilização de um "eixo de lateralidade" evidencia a variação de dificuldade e o uso de uma imagem com um número maior de *pixel*s.

Figura 4. Adaptação: eixo de lateralidade.



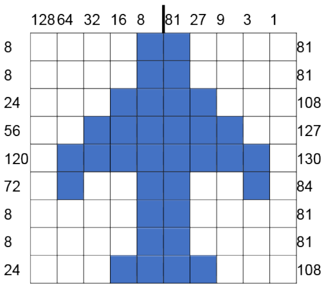
a. Com eixo de lateralidade. **b.** Sem eixo de lateralidade

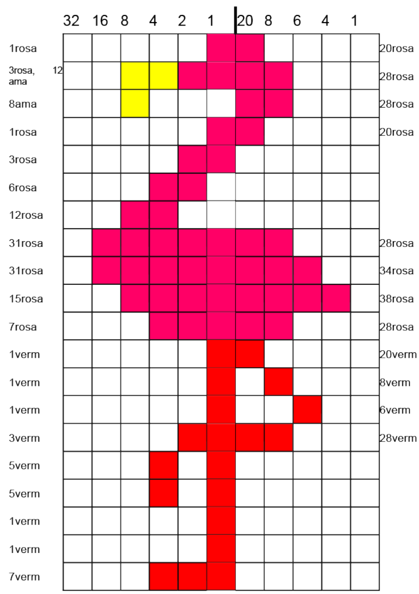
Fonte. Adaptado de imagens *pixel* a *pixel* gratuitas da web.

Há diferentes estratégias para aumentar a variabilidade das somas, pode-se utilizar quaisquer potências de mesma base em um mesmo "quadrante" ou "lado". No outro lado, outras potências ou outra base, acrescentar um eixo na horizontal, subdividindo a figura em quatro (4) quadrantes, ou acrescentar números específicos, conforme feito do lado direito da figura 5.b. Mas nesse caso é necessário testá-los, para que seja garantida a representação única, ou seja, para que funcione não poderá ocorrer repetição de número, somando-se quaisquer desses valores escolhidos.

Não se exauri as possibilidades nessas alternativas, a partir da criatividade do docente ou dos discentes, outras variações surgirão. A utilização de mais cores poderá deixar a atividade mais atraente, no entanto, um número muito grande de *pixels* poderá tornar a atividade desmotivante.

Figura 5. Outras adaptações para aumentar a variabilidade das somas, complexidade e o colorido do material didático.





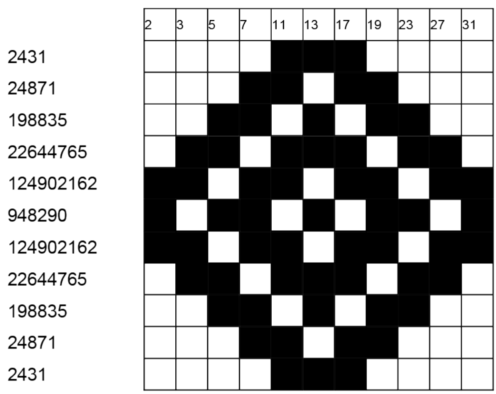
a. Avião (potências de 2 e 3) **b.** Flamingo

Fonte. Adaptado de imagens *pixel* a *pixel* gratuitas da web.

Nesse material, foi apresentado atividades que exploram principalmente a adição, de forma semelhante, poderia ser utilizado para trabalhar outras operações ou objetivos mais específicos, por exemplo, valor posicional, divisores, critérios de divisibilidade, números primos, etc. Destaca-se, que alguns professores têm trabalhado com materiais com características visuais, formadas a partir de pixel a pixel, como forma de gabarito "ilustrado" para suas atividades que possuem questões de caráter mais objetivo, como *feedback* para a autocorreção dessas atividades, servindo como resposta rápida ao aluno, que identifica se acertou ou errou o que era proposto.

Por fim, apresenta-se na figura 6, uma adaptação que pode não ser tão frutífera. Não é prioridade avançar nos critérios de divisibilidade para além dos números 2, 3, 5, 6 e 10, mesmo com a utilização da calculadora, este exemplo tem potencial limitado para engajar os alunos, tornando-se mais uma atividade burocrática do que um recurso didático, dependendo do nível de conhecimento e de como é apresentada. Nesse exemplo específico, pode-se explorar os critérios de divisibilidade por 2, 3 ou 5. Destacar que os mesmos valores a serem pintados, dão indícios de simetria horizontal, que pode ser discutido com os alunos sobre quais quadradinhos já podem ser pintados, sem saber todos os números primos que compõem cada número da lateral. Por último, lançar a atividade como desafio.

Figura 6. Números primos, critérios de divisibilidade e simetria.



Fonte. O autor.

Mais uma vez, ressalta-se que quando não subdividida a malha, a atividade pode ter seu grau de dificuldade e requisitos de conhecimentos modificados, tornando-se muito complexa, dependendo do nível escolar que será inserida, provavelmente, não terá um engajamento natural e consequentemente, a atividade passa a ser uma "obrigação" desprazerosa.

Observa-se fora dos ambientes escolares, diferentes jogos "*puzzle*" com caráter educativo, como por exemplo; quebra-cabeças, *sudoku*, caça-palavras, atividades *pixel* a *pixel*, que atraem o interesse de pessoas de diferentes idades ou formação acadêmica. Em revistas especializadas nesse tipo de entretenimento, pode-se encontrar os mais variados problemas, enigmas ou desafios, que requerem ou favorecem o desenvolvimento do raciocínio lógico e matemático. Esses materiais, podem ser adaptados e inseridos na rotina escolar. Mas a intencionalidade da utilização de determinado material deverá estar bem clara ao docente, visto que o jogo não deverá ser apenas jogar por jogar, ou seja, para ocupar o tempo.

A atividade deverá ser organizada numa sequência gradativa de conhecimentos, com o intuito de propiciar que o discente construa sua aprendizagem, que descubra padrões e estabeleça as relações matemáticas, conjecturando de forma própria os conceitos envolvidos, que são os objetivos de ensinar. Dessa forma, "a atividade lúdica pode ser considerada um instrumento mediador para a apropriação de diversos hábitos e saberes sociais e curriculares" (MAIA; NAGEM, 2016, p. 4). Assim, a intervenção deverá ocorrer na mediação da aprendizagem desejada, auxiliando com *feedbacks* na intenção de se atingir os objetivos da atividade e consequentemente, servindo como avaliação formativa.

AUTORIA DISCENTE E CRIATIVIDADE

O caminho inverso poderá ser utilizado para despertar a criatividade dos alunos e propiciar a autoria.

Roteiro: Entregar uma malha quadriculada em branco para cada aluno, e solicitar que a pintem preenchendo quadradinhos de maneira que o resultado seja uma figura/desenho. Em seguida entregar uma cópia dessa malha e solicitar que façam o referenciamento numérico das cores utilizadas (soma dos valores referentes aos quadradinhos pintados na linha, observando a lateralidade e cor utilizada). Após, organizar a troca com algum colega e fazer a pintura a partir do “croqui” feito pelo colega, comparar os resultados com o original e debater a solução para eventuais equívocos.

Pode-se lançar questionamentos aos alunos, incentivando o estímulo ao ensino por investigação. Por exemplo: Por que todos obtêm a mesma figura? Se fosse escrito, de 1 a 5 ou de 1 a 10, seria obtido o mesmo resultado? Por quê?

Pode ser proposta a construção da sua própria imagem, colagem de papel picado, ao invés de pintar, trabalho de pesquisa sobre o que é *pixel* e o tratamento de imagens do *fax*, impressoras, das máquinas fotográficas digitais, TVs, *smartphones*, e do computador.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Estimular o gosto pela matemática é um desafio também dos docentes dos anos iniciais. Por isso, esse material buscou oferecer elementos para o ensino de matemática, com atividades que objetivam envolver os discentes a partir de atividades com características lúdica e artística, pretendendo dessa forma tornar a aprendizagem de matemática mais prazerosa.

Para estudos posteriores, aponta-se que o ensino e a aprendizagem de matemática com esse material *pixel* a *pixel,* poderão ser inseridos em uma proposta interdisciplinar, com exploração da Etnomatemática, por exemplo, no ensino do ponto cruz[28]. Nesse sentido, também surgem oportunidades e contextos na direção das tecnologias emergentes, com a inserção do pensamento computacional, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Uma vez que esta geração terá sua trajetória

[28] Forma popular de bordado, na qual o ponto tem o formato de “x”, permitindo a construção de diversas estampas de maneira fácil.

impulsionada pela tecnologia, repleta de computadores e soluções conduzidas por computador (MOHAGHEGH; MCCAULEY, 2016).

Assim, pretende-se oportunizar novos recursos didáticos e pedagógicos para o ensino de matemática, incentivando a adaptação e criação de materiais e o empoderamento do profissional, que nem sempre tem formação na área específica e trabalha com o ensinamento e entendimento dos conceitos elementares.

REFERÊNCIAS

ALECRIM, E. **Resoluções HD, full HD, 4K, 8K e mais**. Disponível em: <https://www.infowester.com/resolucoes.php>. Acesso em: 20 de nov. 2020.

BELL, T.; WITTEN, I. H.; FELLOWS, M. **Ensinando Ciência da Computação sem o uso do computador**. Traduzido por Luciano Porto Barreto. Computer Science Unplugged ORG, 2011.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em 30 out. 2020.

MAIA, M. V. C. M.; NAGEM, C. Criatividade e educação: articulação possível? **Revista Práticas em Educação Básica**. Rio de Janeiro: Colégio Pedro II, v. 1, 2016, pp.1-22.

MOHAGHEGH M.; MCCAULEY, M. Computational Thinking: The Skill Set of the 21st Century. **JCSIT**. International Journal of Computer Science and Information Technologies, v.7, n.3, 2016, pp.1524-1530.

SIQUEIRA, C. F. R. O ensino e aprendizagem de matemática: o que pode revelar a escrita dos números? In: IV Encontro de Educação Matemática nos Anos Iniciais, III Colóquio de Práticas Letradas nos Anos Iniciais, 2016, São Carlos. **Anais**, 2016. Disponível em: http://www.pnaic.ufscar.br/files/events/annals/e4b7f653ab7d32b545e 06c973f9b89cd.pdf. Acesso em: 20 de nov. 2020.

A SALA DE AULA INVERTIDA E AS METODOLOGIAS ATIVAS EM TEMPO DE ISOLAMENTO SOCIAL

Leandro Vicente Gonçalves[29]
Carlos Roberto Ferreira[30]
Lilian Aline Sala Gonçalves[31]

INTRODUÇÃO

A pandemia de Coronavírus (Covid-19) impôs o isolamento social a toda população brasileira, fazendo que familiares, amigos, professores e estudantes fiquem em distanciamento social. Em outras palavras, de um dia para outro a população foi obrigada a seguir um conjunto de regras que buscam limitar o convívio social de maneira a controlar ou parar a propagação do Covid-19, e assim as aulas presenciais foram suspensas e iniciou as aulas remotas.

A Sala de Aula Invertida (SAI) é um modelo de ensino e aprendizagem que primeiramente os conteúdos e as explicações são abordados, antes de o aluno ir para a sala de aula. Dessa maneira, a sala de aula torna-se o ambiente para a abordagem dos conceitos já previamente estudados, com a realização de atividades práticas como resolução de problemas.

Por sua vez, as metodologias ativas são técnicas que objetivam estimular a autoaprendizagem e a curiosidade do estudante para pesquisar, refletir e analisar prováveis situações para tomada de decisão, sendo o educador apenas um moderador desse processo.

Esta proposta tem como tema o emprego das práticas da SAI e as Metodologias Ativas aplicadas de modo *on-line* no estudo da mate-

---

29 Mestre em Engenharia Ambiental pela UTFPR. Especialista em: Ensino de Matemática para Professores do Ensino Médio (UNICENTRO) e Gestão Pública (UNICENTRO).

30 Doutor em Educação (UEPG). Mestre em Educação (UEPG). Especialista em Ensino de Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava.

31 Especialista em: Educação Especial - Educação Bilíngue para Surdos - Libras/ Língua Portuguesa pela Faculdade de Tecnologia América do Sul e Análise do Comportamento pela FAVENI.

mática financeira no Ensino Fundamental. Pretende contribuir com informações que podem ser utilizadas para subsidiar atividades direcionadas ao desenvolvimento do ensino-aprendizagem dos estudantes de forma remota.

O objetivo geral é propor uma estratégia para utilizar a SAI e as metodologias ativas para o ensino e aprendizagem da matemática financeira no ensino fundamental de forma remota.

O emprego da SAI e das Metodologias Ativas são temas que ganham destaque na agenda de pesquisadores, e professores, pois oferecem melhorias na eficiência e eficácia do processo de ensino e aprendizagem dos estudantes, bem como, oportuniza a inovação dos processos de ensino e aprendizagem dos professores.

SALA DE AULA INVERTIDA

Nesta proposta, são expostas contribuições em que a utilização do modelo da SAI pode oferecer para a melhoria do ensino e da aprendizagem dos estudantes.

O pesquisador Bishop (2013) define a SAI como uma técnica educacional composta de duas partes: uma parte composta de atividades de aprendizagem interativas em grupo em sala de aula e a outra parte de orientações individuais baseada em computador fora da sala de aula. A definição desse autor é interessante, pois ele deixa claro uma das características da SAI que é de não usar o tempo em sala para ministrar aulas expositivas.

A SAI é uma orientação na qual "o que tradicionalmente é feito em sala de aula, agora é executado em casa, e o que tradicionalmente é feito como trabalho de casa, agora é realizado em sala de aula" (BERGMANN; SAMS, 2016, p. 11).

Nos estudos de Bergmann e Sams (2016), estes apresentam vários motivos para a utilização da SAI. Para eles: 1 - possibilita uma aproximação com a linguagem dos alunos, auxiliando aqueles que apresentam maior dificuldade em relação ao tempo, oferecendo-lhes uma maior flexibilidade; 2 - permite que os estudantes com diferentes habilidades possam equilibrar seus processos de aprendizagem, pausando, avançando ou rebobinando a aula quando for preciso; 3 - oportuniza um fortalecimento na relação entre o aluno e o professor, bem como, a interação entre os próprios alunos.

O que se propõe com este método de ensino e aprendizagem é que os estudantes assumam o compromisso pela sua própria aprendizagem, sem, contudo, dispensar o docente de suas obrigações enquanto orientador.

A concepção de forma sucinta da SAI é que o aluno, no que lhe diz respeito, estuda os conteúdos e conceitos fundamentais antes da aula, por meio de vídeos, textos, arquivos de áudios e jogos. Em sala, o professor através de atividades práticas utilizando as metodologias ativas propicia ampliar a aprendizagem do estudante. Estas atividades podem se desenvolver de forma individual ou em equipes com o incentivo de troca de ideias e experiências entre os alunos, podendo ser este ambiente um ambiente virtual de aprendizagem. Por último, o educando será avaliado com o objetivo de verificar se ele compreendeu o conteúdo, se é capaz de aplicar os conceitos estudados e se desenvolveu as competências pretendidas.

METODOLOGIAS ATIVAS

De forma genérica, pode-se dizer que, atualmente, existem duas práticas pedagógicas distintas, o modo tradicional de ensino e as metodologias ativas de aprendizagem.

Existem algumas diferenças entre essas duas práticas pedagógicas. No modo tradicional, geralmente o educador transmite uma quantidade de informações (matéria, conteúdo) para o estudante, na esperança de que essa quantidade de informação possa ser útil para ele depois. Nas metodologias ativas o aprendizado se inicia e ocorre a partir de problemas e situações reais do cotidiano desses alunos, as mesmas que o estudante poderá vivenciar depois em sua vida (BRAGA, 2014).

Existem inúmeras alternativas de metodologias ativas que possibilitam aos alunos a aprendizagem para a autossuficiência, auxiliando-os a assumirem uma maior responsabilidade por seu aprendizado. Sem pretensões de abordar ou estudar cada uma dessas metodologias, a seguir, encontra-se uma síntese da metodologia aprendizagem baseada em Resolução de Problemas.

APRENDIZAGEM BASEADA EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Nessa metodologia, o problema é ponto de partida para ensinar, e durante a aula através da resolução de problemas os estudantes devem fazer conexões entre os conceitos e os novos conteúdos para resolver o problema (POLYA, 1995).

Pozo e Echeverría (1988) em seus estudos descrevem que a solução de problemas baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que requer dos alunos uma atitude proativa e um esforço para descobrir as suas respostas, em outras palavras, o seu próprio conhecimento. Os autores ainda relatam que essa metodologia de ensino promove nos alunos o domínio de procedimentos, bem como, permite a utilização dos conhecimentos disponíveis para dar resposta às situações variáveis e diferentes.

Corroborando, Polya (1995) menciona que a resolução de um problema consiste em encontrar um caminho que ainda não é conhecido e que contorne uma dificuldade para alcançar o objetivo inicialmente traçado, por meios adequados.

Segundo esse autor supracitado, existem quatro fases para resolver um problema de matemática de forma mais eficiente. Essas fases são apresentadas a seguir:

1. Compreender o problema – O que é necessário para resolver o problema? Quais são suas variáveis e suas incógnitas?
2. Designar um plano – O problema proposto é conhecido? Como as variáveis estão correlacionadas? Quais as estratégias que deve ser utilizadas para a sua resolução?
3. Executar o plano – É capaz de demonstrar cada passo da execução? É possível verificar que o plano está correto?

4. Retrospecto do problema – Tem a possibilidade de verificar o resultado encontrado? (POLYA, 1995, p. 12).

Na utilização dessa metodologia, o professor precisa preparar problemas apropriados ao conceito e conteúdo que pretende abordar na aula. Outro detalhe, é que o educador deixa de ser o centro das atividades, passando para os estudantes a responsabilidade pela aprendizagem que têm em vista atingir. Dessa maneira, os alunos precisam entender e assumir essa responsabilidade para conseguir alcançar uma eficácia na aprendizagem.

PROCEDIMENTOS PARA O DESENVOLVIMENTO DA PROPOSTA

Como visto, na Aprendizagem Baseada na Resolução de Problema, os conteúdos, o ritmo e as formas com que os estudantes demonstram seus conhecimentos são gerenciados por eles mesmos. Deste modo, cabe o professor harmonizar a abordagem instrucional e colaborativa para atender as demandas da aprendizagem dos alunos.

A proposta apresentada a seguir foi elaborada com base na proposta de Schmitz (2016) e Polya (1995). Sendo, os três momentos da sala de aula invertida com uma adaptação, em que foi proposto um problema gerador antes do primeiro momento proposto na metodologia de Schmitz (2016). Na sequência, utilizamos a Resolução de Problema, partindo de um problema gerador, seguindo assim as quatro etapas propostas por Polya (1995).

Os três momentos abordados por Schmitz (2016) são: 1 – Antes da aula; 2 – Durante a aula; 3 – Depois da aula. Já as quatro etapas para resolver um problema elaborado por Polya (1995) são: 1 – Compreender o problema; 2 – Designar um plano; 3 – Executar o plano; 4 – Retrospecto do problema.

As principais atividades que são desenvolvidas em cada momento na SAI, conforme Schmitz (2016) são descritos a seguir. Momento 1 - fora da sala de aula o objetivo principal é a orientação individual, com a disponibilização do material virtual, baseado em recursos tecnológicos.

Durante a aula, momento 2, a finalidade é a aprendizagem interativa em grupos, com o emprego de metodologias ativas que exigem a participação dos estudantes. No último momento, depois da aula o intuito é revisar os conteúdos, complementar as atividades que não ficaram claras para os alunos e avaliar se os estudantes compreenderam o assunto.

O passo a passo do que o professor precisa fazer e de como trabalhar com a Sala de Aula Invertida *on-line* deve englobar no mínimo os seguintes itens descritos a seguir.

Passo 1 – Problema Gerador

O problema gerador é um exercício do conteúdo a ser trabalhado enviado ao estudante antes de ser encaminhado o material e vídeo do conceito. Esse problema precisa ser de um novo conceito, ser desafiador e fazer parte do cotidiano do aluno (ONUCHIC, 1999).

O problema gerador nesta proposta está relacionado ao conteúdo da matemática financeira trabalhada no ensino fundamental, e o conteúdo será o cálculo de prestação postecipadas do financiamento de um veículo.

O modelo de problema gerador abordado nessa proposta está descrito a seguir: O Senhor Eduardo navegando por um site de compra se interessou por um carro que custa à vista R$ 98.000,00. Ele pretende dar uma entrada de 60%, pagar em 36 meses e sabendo que a taxa de juros composto sugerido é de 0,70% a.m. Calcule o valor da prestação mensal deste financiamento.

Passo 2 – Preparação do Material

A preparação do material pelo professor consiste no primeiro momento da SAI, o qual antecede a aula.

O material a ser desenvolvido fica a critério do educador, podendo, por exemplo, ser livro eletrônico, artigos, áudios e vídeos aulas, ou ainda, conjunto de todos esses materiais. Bergmann e Sams (2016) recomendam que o material seja uma vídeo aula, e mencionam que os vídeos podem ser produzidos por terceiros ou pelo próprio professor da classe, devendo este ter o tema abordado, os objetivos almejados bem definidos e também o tempo estimado não ultrapassar 10 minutos.

Assim, é muito importante o professor criar um vídeo para explicar o conceito de prestação postecipada, e se julgar necessário, produzir outros materiais de apoio que vão auxiliar os estudantes no estudo desse conceito e conteúdo.

Passo 3 – Compartilhamento do Material

Todo o material desenvolvido pelo professor deve ser compartilhado com os alunos em uma data antes da aula, para que estes consigam acessar, estudar e fazer anotações do conteúdo.

Existem várias formas de compartilhar o material, como por exemplo, o envio para o *e-mail* ou *Whatsapp* do aluno. Outra opção, quando o professor salvar o arquivo em nuvem, pode enviar (compartilhar) o *link* desse arquivo para os estudantes. O que é importante nessa etapa, é que todos os alunos tenham acesso ao material, independente da forma utilizada para o envio do material.

Outro detalhe que deve ser obedecido quando se trabalha com a SAI é estabelecer prazos de envio e recebimento de materiais e atividades. Esses prazos podem ser conforme os propostos por Schmitz (2016), como por exemplo, o compartilhamento dos materiais, 2 a 7 dias antes da aula.

Passo 4 – Acesso e Estudo do Material

Nesse momento é preciso criar mecanismos para garantir que os alunos consigam baixar, assistir e estudar o conteúdo do vídeo ou de qualquer outro material.

Como sugestão, podem ser criadas perguntas sobre o vídeo, ou ainda pedir um resumo do conteúdo do vídeo no caderno dos alunos. Em ambos os casos, os estudantes devem enviar ao professor essas respostas em um prazo máximo de até 12 horas antes do início da aula. É necessário o retorno das atividades para que o docente consiga avaliar, alinhar e planejar as estratégias durante a aula de forma a conseguir um processo de ensino-aprendizagem eficiente.

Passo 5 – Aula On-line

Esse passo 5 faz parte do segundo momento da sala de aula invertida proposto por Schmitz (2016), "Durante a Aula".

Em época de Pandemia e Isolamento Social as aulas ocorrem de forma remota, de modo que o professor deve marcar uma aula *on-line*, podendo utilizar a plataforma *Google Meet*.

Nessa aula, primeiramente será resolvido o problema gerador, utilizando a metodologia ativa Aprendizagem Baseada em Resolução de Problemas e após a resolução do problema gerador é interessante desenvolver outras atividades (até duas), utilizando as metodologias ativas. A sugestão é trabalhar com os alunos separados em grupos de 4 a 5 pessoas de acordo com o tamanho da sala.

Como a aula é *on-line* é preciso para cada grupo criar uma sala de aula virtual, utilizando o *Google Meet*. Dessa forma, o professor consegue interagir e auxiliar todos os grupos (como estivesse em uma sala física), fazendo com que os demais grupos não tenham contato entre eles. Dessa maneira, os estudantes conseguem interagir e aprender.

Nesta proposta, a resolução do problema gerador será seguindo as quatro etapas propostas por Polya (1995). As propostas sugeridas pelo autor são descritas abaixo.

1. Compreender o problema

A resolução do problema gerador inicia a partir do entendimento do exercício, verificando se os estudantes ficaram com dúvidas quanto ao enunciado, no qual dentro de seus grupos em um trabalho colaborativo, buscam resolvê-lo.

Deste modo, o educador precisa estimular os alunos em pensar nos seguintes questionamentos proposto por Polya (1995): a) O que é necessário para resolver o problema? b) Quais são suas variáveis e suas incógnitas?

Analisando o enunciando do problema proposto é verificado quanto aos questionamentos:

a) Lembrando que na Resolução de Problemas (RP) os alunos levantam a hipótese de como resolver o problema, o professor acompanha sem interferir nos processos apontados pelos alunos (podendo estes ser corretos ou não). Esse passo da utilização da fórmula ou ainda o método com a calculadora pode ser elencado na formalização do conteúdo pelo professor. Ainda sobre o pressuposto da RP, Onuchic propõe que o aluno não tenha tido contado com o conteúdo formal antes de resolver o problema, ou seja, parte-se deste problema para se chegar à formalização do conteúdo.

b) Pedir para os estudantes fazerem uma lista das variáveis e as incógnitas que estão presentes no problema gerador. Como, por exemplo, as variáveis: o valor do carro, o tempo de financiamento, a taxa de juros, o percentual de entrada e as incógnitas: valor presente do financiamento e a prestação.

1. Designar um plano

Em seguida, o professor precisa apontar um plano aos estudantes para resolver o problema gerador, reforçando as seguintes questões apresentadas pelo Polya (1995): a) O problema proposto é conhecido? b) Como as variáveis estão correlacionadas?; c) Quais as estratégias que deve ser utilizadas para a sua resolução?

a) Verificar com os alunos se eles conhecem essa temática; se conhecem alguém próximo que já fez um financiamento desse tipo. Nesse questionamento, promover a discussão dos estudantes através das salas de aula virtual criadas.

b) Estimular o debate entre os integrantes dos grupos, pedindo para eles observarem se as variáveis e as incógnitas estão correlacionadas entre em si.

c) Por fim, solicitar que os alunos verifiquem quais as estratégias que podem utilizar para a resolução do problema gerador. Seja utilizando a fórmula ou o emulador HP 12C.

1. Executar o plano

Polya (1995) faz os seguintes questionamentos nessa etapa: a) Os alunos são capazes de demonstrar cada passo da execução do problema? b) Eles conseguem verificar se o plano está correto?

a) O educador nesse momento faz a mediação e incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas para a resolução do problema proposto, pedindo assim que eles demonstrem cada passo da execução do problema.

b) Neste questionamento precisa questionar o aluno a verificar se o plano está correto. Ou seja, o docente deve estimular os estudantes a escolherem diferentes caminhos (métodos), a usarem diversos recursos de que dispõem para resolver esse problema de prestação postecipada.

Pode-se dizer que o educador precisa ajudar os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador, mas não resolvendo os problemas para eles.

1. Retrospecto do problema

Nesta última etapa descrita por Polya (1995), o autor menciona que após a resolução do problema este deve ser analisado, e recomenda o seguinte questionamento: Tem a possibilidade de verificar o resultado encontrado?

Assim, com a retrospectiva do problema é possível observar se o resultado encontrado na resolução do problema é verdadeiro ou não.

Após todos os grupos terem resolvido o problema gerador, o professor deve convidar todos os alunos na mesma sala de aula virtual, a fim de discutirem as diferentes soluções encontradas, e para que todos os grupos defendam os seus pontos de vista e esclareçam suas dúvidas. Neste instante da aula, o docente se coloca como mediador dos debates, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os estudantes.

Por fim, após as dúvidas estarem sanadas e verificadas as resoluções e soluções obtidas para o problema gerador, o educador com toda a sala tenta chegar a um consenso sobre o resultado correto.

E assim, utilizando a interface da sala de aula de virtual o professor pode compartilhar a tela do seu computador com os alunos, registrando deste modo uma apresentação formal, organizada e estruturada em que o objetivo é padronizar os conceitos e os procedimentos encontrados na resolução do problema gerador.

Passo 6 – Revisão dos Conteúdos

O terceiro momento da sala de aula invertida apresentado por Schmitz (2016) e denominado "Depois da Aula", tem início com uma revisão dos conteúdos.

Mesmo depois de ter tirado as dúvidas dos estudantes e formalizado o conteúdo no passo anterior, o educador precisa verificar e revisar os conteúdos e conceitos que os alunos ficaram com mais dificuldades e dúvidas. Para tanto, o professor pode gravar e compartilhar novos vídeos e novos materiais dando ênfase nesse assunto que tiveram mais dúvidas.

Passo 7 – Avaliação dos Conteúdos

A avaliação dos conteúdos tem como a finalidade de verificar se os alunos aprenderam e assimilaram os conteúdos abordados na sala de aula de invertida.

Não existe apenas uma forma de avaliar, mas sim, inúmeras maneiras. Corroborando, Allevato e Onuchic (2009), menciona que a avaliação dos alunos é feita continuamente, durante todo o processo. Ou seja, é preciso que o professor nessa etapa identifique formas de avaliar para verificar se o ensino e aprendizagem foram eficientes e eficazes no processo dessa Sala de Aula Invertida.

CONSIDERAÇÕES

A proposta da SAI reforça a necessidade de uma transformação no papel do professor, que deixa de ser um simples replicador de conteúdos e conceitos para assumir o papel de orientar, ou seja, de forma geral a aula passa ser desenvolvida em torno do próprio estudante. Dessa maneira, a SAI reflete na autoaprendizagem do aluno, além de oportunizar o uso de diversos tipos recursos de aprendizagem.

Quando o professor utiliza as Metodologias Ativas em suas aulas, o estudante deixa de ser um ouvinte passivo de informações para ser o responsável principal pela aquisição do seu conhecimento, por meio da busca das respostas e inquietações acerca do problema proposto.

Não há um único modo de inverter uma sala de aula ou existe apenas uma metodologia ativa. Assim, cabe ao educador buscar o que melhor se adeque à sua turma, tendo como princípio fundamental que, a SAI e as metodologias ativas têm que ser desenvolvidas de forma a atrair os alunos, baseadas a partir da realidade que os cercam.

A aprendizagem baseada em resolução de problemas foi utilizada como proposta de Metodologia Ativa, pois como relatado pelos pesquisadores mencionados, essa metodologia tem capacidade de influenciar o estudante, possibilitando situações desafiadoras e diferentes atitudes. Assim, o método torna a aula mais atraente e produtiva e inclusive favorece ao professor um melhor aproveitamento de seu tempo.

Seguimos as propostas de Polya (1995), pois verifica que, as ideias são organizadas com mais facilidade e consegue obter a solução do problema com uma melhor compreensão.

A proposta de utilizar a SAI e as metodologias ativas para ensinar matemática financeira nos anos finais do Ensino Fundamental de forma remota, é uma reflexão sobre a importância da resolução de problemas, particularmente utilizando a SAI de Schmitz e as etapas de Resolução de Problemas de Polya, no processo de ensino e aprendizagem de matemática.

Também é importante destacar que todos os métodos e metodologias adotados, se apresentam como uma sugestão para orientar o educador a seguir na busca da construção de novos conhecimentos.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**. Rio de Janeiro, ano 33, n. 55, p.1-19, jul./dez. 2009. Disponível em: http://portal.ufrrj.br/?s=gepem. Acesso em 01 nov. 2020.

BERGMANN, J.; SAMS, A. **Sala de aula invertida**: Uma metodologia ativa de aprendizagem. Trad. Afonso Celso da Cunha Serra. 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

BISHOP, J. **A Controlled study of the flipped classroom with numerical methods for engineers**. Tese (Doutorado em Ensino de Engenharia) - UTAH State University, Logan, 2013. Disponível em: http://digitalcommons.usu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=3011&context=etd. Acesso em 01 nov. 2020.

BRAGA, R. Experiências de aprendizagem: o caso da UNIAMÉRICA. Palestra proferida no **Fórum de lideranças**: desafios da educação, Curitiba/PR, 2014. Disponível em: http://pt.slideshare.net/desafiosed/experincias-de-aprendizagem-o-caso-da-uniamrica-por-ryon-braga. Acesso em 01 nov. 2020.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções & Perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POZO, J. I.; ECHEVERRÍA, M. D. P. P. **Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

SCHMITZ, E. X. S. **Sala de Aula Invertida**: uma abordagem para combinar metodologias ativas e engajar alunos no processo de ensino-aprendizagem. Dissertação (Mestrado em Tecnologias Educacionais em Rede) - Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), 2016. Disponível em: https://repositorio.ufsm.br/handle/1/12043. Acesso em 01 nov. 2020.

A FORMAÇÃO CONTINUADA DO PROFESSOR: TENTATIVAS DE INOVAÇÕES

Ana Deuza da Silva Soares [32]
Jamilla de Nazaré de Oliveira Almeida [33]
Cliciane Magalhães da Silva [34]

INTRODUÇÃO

Constata-se que uma parcela de professores do Ensino Médio, de uma forma geral, tem tido dificuldades ou não estão devidamente qualificados para trabalhar os conhecimentos matemáticos de maneira prática, tornando as aulas mais interessantes, atraentes e prazerosas. Na maioria das vezes os alunos não são devidamente estimulados a ter o devido interesse pela disciplina, pois acabam recebendo o conhecimento de forma mecanizada e não conseguem associar sua importância e a sua aplicabilidade na resolução de problemas reais. É necessário fazer como recomenda Santos (2008, p.65): "provocar a sede" de aprender, problematizando o conteúdo, tornando-o interessante e não tirar o sabor da descoberta dando respostas prontas.

Dentro desse contexto faz-se necessário desmistificar a Matemática como disciplina difícil e sem significado para a vida e, desta forma, possibilitando o desenvolvimento do raciocínio lógico dos educandos, e para isso o esforço em elaboração de planos de aulas mais inovadores, em que, por exemplo, um jogo seja instrumento facilitador do ensino pode ser de grande valia como estratégia didática.

> O jogo pode tornar-se uma estratégia didática quando as situações são planejadas e orientadas pelo adulto visando a uma finalidade de aprendizagem, isto é, proporcionar à criança algum tipo de conhecimento, alguma relação ou atitude. Para

[32] Mestranda em Docência do Ensino de Ciências e Matemática (UFPA). E-MAIL: ana.soares@iemci.ufpa.br;

[33] Mestranda em Docência do Ensino de Ciências e Matemática (UFPA). E-MAIL: jamilla.oliveira@iemci.ufpa.br;

[34] Mestranda em Docência do Ensino de Ciências e Matemática (UFPA). E-MAIL: cliciane.silva@iemci.ufpa.br.

> que isso ocorra, é necessário haver uma intencionalidade educativa, o que implica planejamento e previsão de etapas pelo professor, para alcançar objetivos predeterminados e extrair do jogo atividades que lhe são decorrentes (BRASIL, 1998, p. 211).

Essa formação profissional que é promovida e estimulada desde a Formação Inicial do professor até a sua Formação Continuada, já que observa-se que vários são os fatores que levam a situação de ensinar a matemática de forma descontextualizada, e isso vem sendo o reflexo do trabalho de alguns profissionais que apresentarem sérias dificuldades com o conteúdo que devem ensinar. Estes "matemáticos adquiriram a maior parte dos conhecimentos da prática docente que possuem, depois de formados; têm dificuldade em fazer transformações do saber alcançado durante seu curso de formação inicial; não foram preparados para entender e lidar com as dificuldades apresentadas pelos alunos. Em outras palavras, foram formados sob um paradigma, extremamente tradicional, qual tem suas bases nas ideias de um modelo ainda tecnicista, onde há ainda há o uso de teórico e técnico de educação que não corresponde às necessidades atuais (SHÖN, 1983;1992 apud CONTRERAS, 2002).

Assim, o educador moderno precisa refletir sobre a sua práxis pedagógica, e sempre buscando novos mecanismos e estratégias que o auxiliem no processo de construção do conhecimento do aluno. Dessa forma, faz-se condição *sine qua non* que este elabore estratégias que lhe dê subsídios para trabalhar a matemática, despertando o interesse do aluno e dando significado para os conhecimentos matemáticos ensinados em sala de aula, mostrando como estes são usados diariamente para resolver várias situações de seu cotidiano, tendo com arcabouço a capacidade do professor em sua forma de pensar dentro de uma perspectiva reflexiva, sobre seu trabalho e a ação coletiva que a mesma assume como caminho para a transformação desejada no âmbito da educação (SCHÖN, 1995; GOODMAN, 1987; CARR E KEMMIS, 1986).

Outro ponto importante é que tais soluções precisam ser transformadas em ações, caso contrário será muito difícil fazer com que os conteúdos matemáticos sejam acessíveis para todos os alunos. Logo, emerge uma questão: Como propiciar uma formação continuada aos docentes de Matemática que permita uma reflexão sobre a prática de ensino, tornando-a mais dinâmica e contextualizada?

A partir do surgimento da situação problema, toma-se como foco de pesquisa a Escola Estadual de Ensino Médio Prof.ª Socorro de Oliveira Rocha, do município de Ourém, no estado do Pará, onde se tem como sujeitos de pesquisa os professores da referida escola.

O objetivo do estudo é propor estratégias diversas de ensino que possam auxiliar os educadores e dar-lhes subsídios para trabalhar de forma contextualizada mostrando as aplicações práticas dos conteúdos curriculares em situações reais do cotidiano.

A pesquisa classifica-se quanto aos fins, segundo Vergara (2003) em descritiva e explicativa. Descritiva porque expõe as características do processo e estabelece correlações entre as suas variáveis. Explicar o processo e tornar a realização deste inteligível, justificando os motivos pelos quais os aspectos identificados devem ser objetos de análise. Quanto a revisão bibliográfica e de campo (VERGARA, 2003), haja vista ao recorrer à autores que tratam do tema afim de elaborar o marco teórico do trabalho, e a pesquisa de campo por considerar o objeto motivo da investigação, pois se manifesta no contexto escolar. Também, tem o caráter qualitativo, que para Gil (2009) analisa e interpreta dados de uma determinada realidade. Desse modo, têm-se mais subsídios para melhor compreender as observações, os questionamentos e as respostas obtidas durante a pesquisa.

Para tanto, inicialmente, analisa-se as diversas literaturas que tratam sobre a formação de professores, em seguida observar os alunos que estão desenvolvendo autonomia com relação ao processo ensino-aprendizagem e, por último, propõe-se novas estratégias de ensino que possam minimizar a minimizar as dificuldades de ensino dos conteúdos matemáticos em estudo, elencando sugestões.

HISTÓRICO DO PROBLEMA

Já há alguns anos tem-se observado por meio dos relatos dos professores de uma maneira informal, em meio a reuniões e demais situações no ambiente escolar, que um dos grandes problemas enfrentados pelos alunos do ensino fundamental da U.E. Prof[a]. Maria das Dores está relacionado a falta de interesse no desenvolvimento de cálculos matemáticos. Diante desta situação, pode-se desenvolver um estudo com a finalidade de oferecer uma ampla visão sobre a falta de interesse do aluno na aprendizagem da Matemática. A pesquisa foi realizada para identificar uma necessidade de reverter a ideia já pré-concebida de que a Matemática é uma matéria difícil. No entanto, cabe ao educador analisar em que consiste essa crise e procurar caminhos que possam ser utilizados para combater o insucesso na Matemática. O contexto social na atividade, exige uma formação crítica de sujeitos relacionados aos problemas da educação diferentes dos pensamentos tradicionais.

O uso da Matemática vem se mostrando nos dias de hoje como uma condição necessária para o sucesso em diversas profissões e isso se projeta para o futuro próximo onde se intensifica a relação do homem com o mundo:

> Podemos entender toda a complexidade do problema e o papel central que nele joga a história da matemática. Uma formação neste domínio permite realizar um recuo relativamente ao que se ensina, descolar da apresentação do manual, mas permite também a criação de novas situações didáticas pelo material que ela fornece e dar elementos para analisar estas novas situações assim como aquelas que as precederam. A utilização que se pode fazer da história da matemática permite analisar as nossas práticas de ensino (GUICHARD, 2006, p. 3).

A sociedade evolui rapidamente e a Educação se encontra há alguns passos atrás caminhando lentamente na medida em que os educadores estão sendo alertados sobre as necessidades de reavaliar as competências e habilidades apontadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propostas salientando os princípios que nortearam a elaboração desses objetivos. Em relação à Matemática, cabe observar-lhe o duplo papel desempenhado na organização curricular:

> As áreas e componentes curriculares se articulam para promover a apropriação por crianças, jovens e adultos de diferentes linguagens e interpretar fenômenos e processos naturais, sociais e culturais, para enfrentar problemas práticos, para argumentar e tomar decisões, individual e coletivamente (BRASIL, 2018, p. 12).

O conhecimento matemático faz parte também da cultura, seja na economia, na tecnologia, no comércio ou mesmo nas atividades mais simples do cotidiano. E é possível observar que a partir do 5º ano que o aluno está pronto para adquirir uma linguagem mais apropriada, fórmulas e técnicas que representem os conteúdos que ele mesmo construiu durante os quatro anos de atividades anteriores.

Toda disciplina, seja qual for ela, Geografia, Biologia, Educação Física, História entres outras, tem os seus objetivos estabelecidos, e com a Matemática não seria diferente, pois a mesma tem um papel fundamental no convívio social, e nas relações de desenvolvimento humano, em especial o que tange a economia e o comércio em geral.

Segundo Neto (2006) é importante que a escola tenha preocupação com os alunos nos três níveis dos conhecimentos: cognitivo, afetivo e psicomotor, pois no que diz respeito ao ensino de matemática, por exemplo, esses fatores podem influenciar a aprendizagem do aluno. No caso específico do estudo feito para este trabalho em questão, foram observados que: os alunos não sabem trabalhar em grupos, o tempo para trabalhar o conteúdo determinado para o período da duração das aulas insuficientes; o não lidar com situações que exigem mais análise e compreensão dos trabalhos dos alunos que acabava por estar relacionado também com a quantidade elevada de alunos em sala de aula, impedindo um atendimento mais individualizado.

Com base no artigo: "A lógica do cotidiano e a lógica na Matemática", de autoria da mestra em Matemática e doutoranda do Departamento de Educação da PUC Rio, Soares (2007), afirma-se que os livros didáticos por muitos anos excluíram os alunos da construção dos conteúdos, abandonando o raciocínio dedutivo e as demonstrações, enfatizando o uso de algoritmos e fórmulas que nem sempre é bem compreendido pelos estudantes. Já que os "livros didáticos" excluíram os alunos das construções dos conteúdos e cabe ao professor repassar uma compreensão e assimilação que veja proporcionar ao aluno a ideia de memorização mecânica, no qual impossibilita a resolução de qualquer tipo de problema desconhecido para o estudante. E para que tais objetivos sejam alcançados, deve-se trabalhar de forma objetiva, desenvolvendo o interesse do educando pela Matemática.

Para isso, cabe aos professores despertar o gosto dos alunos pela disciplina. Percebe-se que, ainda acontece no ensino da Matemática é a falta de formação continuada para os professores o que vem dificultando as formas de viabilizar uma aprendizagem mais contextualizada para os alunos, pois de acordo com Nóvoa (1992, p. 9) – "Não há ensino de qualidade, nem reforma educativa, nem inovação pedagógica, sem uma adequada formação dos professores." E por isso é observado um comportamento em alguns professores insistem em reclamar que os conteúdos por mais abstrato que seja, não possa um dia ser aplicado aos fenômenos do mundo real (LOBACHEVSKY apud BOYER, 1974, p. 387), leva-se assim uma conclusão de uma falta de interesse ou gosto de alguns professores em selecionar apenas algumas partes dos conteúdos a serem ministrados em sala de aula.

Partindo do pressuposto de que a Matemática é uma construção histórica da humanidade, um produto cultural produzido por diferentes povos, diferentes regiões do planeta, acredita-se que o contato do aluno com estes lugares e tempos diferenciados marcados pelo contexto sócio histórico e econômico cultural, servirá como motivação para o maior entendimento e gosto pela Matemática. Conforme Leontiev (1983, p. 89):

> E assim, do fluxo geral da atividade que forma a vida humana em suas manifestações superiores mediadas pelo reflexo psíquico se desprendem, em primeiro termo, distintas – especiais – atividades segundo o motivo que as impele; depois se desprendem as ações – processos – subordinadas a objetivos conscientes; e finalmente, as operações que dependem diretamente das condições para alcançar o objetivo concreto dado.

É necessário que o professor tenha conhecimento com o qual está trabalhando, tenha responsabilidade de fazer com que esse conhecimento ajude na formação do seu aluno. Tornando-o cidadão crítico, criativo e transformador de sua realidade, no contexto escolar. Para isso "um dos ingredientes da personalidade do educador consiste no fato de ele ter que ser uma criatura verdadeira e consistente, saber o que está falando e acreditar no que está dizendo" (GIKOVATE, 2001.p. 52).

Essa consciência só virá quando o professor fizer a diferença na construção de uma nova história para a educação, acreditar que a mudança é possível, até que "a única coisa fácil no que diz respeito ao ato de ensinar é criticar os defeitos desse ou daquele professor" (GIKO VATE, 2001, p. 51).

> Se possível, não em ações isoladas. Se a sala de aula for o único espaço que se tem, precisa-se ocupá-la com competência e tornar real o que foi antes sonhado". Segundo Freud, o homem vive em busca de prazer, tudo o que ele faz é em busca disso, caso algo que ele não lhe proporcione prazer, passa então a rejeitá-lo. (GIKO VATE, 2001, p. 51).

Assim, estudar e utilizar Matemática pode oferecer ou não prazer. Em caso de não proporcionar prazer, levará a pessoa a não gostar da disciplina. Muitos fatores podem fazer com que o aluno se interesse pela Matemática, como por exemplo, uma aula motivadora, conteúdos práticos e apoio familiar.

As dificuldades que os alunos encontram em não ler e compreender o problema, entre outros fatores que estão ligados a ausência de um trabalho específico com o texto do problema. O estilo no qual os problemas de Matemática geralmente são escritos, e a falta de compreensão do mesmo. "A motivação pode ser ativada e regulada pela pessoa ou pelo ambiente. (OLIVEIRA CHADWICK, 2001. p. 62)".

Uma criança quando começa sua vida escolar e tem seus primeiros contatos com a Matemática e aquilo que não faz parte do cotidiano do aluno constitui pode vir a constituir um obstáculo a gerar dificuldades para o estudante. O consciente passa então concluir que a Matemática é realmente difícil, desenvolvendo um sentimento de rejeição e falta de interesse pela disciplina. Pode estar relacionada ao mecanismo de defesa, pois como cita o indivíduo frustrado pode reagir com inquietação, agressão, apatia, fantasia, estereotipia e regressão (FREUD,1995, p.195). Assim, o aluno para reduzir esta frustração, passa a utilizar os mecanismos de defesa, mais especificamente ao mecanismo da projeção ou transferência do não gostar do professor de Matemática, para a aula da matéria, que é o que o professor gosta de fazer. “O curso tomado pelos eventos mentais está automaticamente regulado pelos princípios de prazer” (FREUD, 1976, p. 17-18).

Porém quando a personalidade da pessoa já se apresenta bem formada e nos anos seguintes acontece a elaboração desta estrutura Matemática, é neste momento que se faz necessário utilizar-se de diferentes meios que possibilitem uma apreensão bem estruturada na formação dos alunos.

É notório saber que nas escolas os professores tem presenciado esta situação e frequentemente adotam posturas criativas e atitudes inovadoras no intuito de dar uma resposta adequada a esta situação. Apenas um número reduzido de alunos que gostam e tem sucesso no estudo da Matemática. Dessa forma, pode se perceber que no ensino da Matemática, o aluno precisa pensar, raciocinar para resolver os problemas matemáticos e eles não querem, pois pode ser apenas “(...) segundo Freud et al. (1995, p. 195), os mecanismos de defesa são inconscientes, ou seja, podem ter várias formas de expressão.

POSTURAS FRENTE AS INOVAÇÕES NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA VISÃO GERAL

O ensino da Matemática tradicional, no qual se apresenta em um formato tecnicista de acordo com Contreras (2002) vem tentando passar por modificações ao longo de décadas, sempre na busca da melhora no aprendizado para os alunos e as metodologias adotadas pelos profissionais em educação. Dessa forma para abandonar possíveis práticas tradicionais, para uma melhor aceitação por parte dos alunos que vivem hoje dentro de uma dinâmica diversificada de recursos, especialmente os tecnológicos, adotam diversas práticas de ensino utilizando diversos recursos metodológicos, pois é mais segura para aquele que assume o papel de mediador do conhecimento.

Pode-se ainda observar que existe uma preocupação positiva na busca de caminhos metodológicos que respondam as expectativas dos atores envolvidos, como professores, alunos e até mesmo os pais dos estudantes dentro do processo educacional. Acreditamos que não existe o melhor caminho, pois seria muito presunçoso fazer tal afirmação, mas apresentar possibilidades de ampliar as escolhas seja a melhor forma no que tange o ensino para que o mesmo seja melhor conduzido, pelos profissionais envolvidos com o ensino da matemática, à medida que se propor que o engajamento relacionado ao conhecer cada uma das formas de inovar as formas que os professores possam se relacionar e atuar em suas salas de aula na sociedade atual, sendo medo de usar, por exemplo, as tecnologias digitais como instrumentos facilitadores que construirão essa ponte, entre o aluno e o aprendizado dinâmico. "A escola não deve temer nem subestimar o seu diálogo com os meios de comunicação e o uso das novas tecnologias";" Não vejo os meios de comunicação como instrutores, quero pensá-los como produtores do conhecimento" (CITELLI, 2000, p. 7).

REVISÃO DA LITERATURA

Os conhecimentos acerca da matemática seja ela de cunho técnico, científico, ou cultural, tem um importante papel no que confere o patrimônio que envolve a humanidade e que convive a partir de seus patamares históricos e sociocultural, pois assume dimensões universais com significados e circunscrições representativas no mundo da matemática, podendo ser usufruída pela sociedade ou comunidades de um modo geral.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

De acordo com as reflexões a respeito da temática central deste trabalho, Baldock, Manning e Vickerstaff (2003) no remete a pensar sobre o momento atual do ensino no Brasil e que nos requer enxergar a importância da valorização do cenário educacional, pois a população adequadamente escolarizada apresenta índices de criminalidade mais baixos, melhores indicadores de saúde, menor mortalidade infantil, menores taxas de desemprego e, em especial, menor possibilidade de vir a enfrentar situações de instabilidade econômica. Essa logística nos impulsiona a inferir que a formação continuada de professores só tende a aumentar a busca pelo aprimoramento no que diz respeito a valorização pessoal e profissional.

Tardif (2011) sugere para a formação inicial esteja associada aos saberes curriculares e que possam ser contempladas em seu cotidiano, para que este docente tenha clareza da importância de sua formação permanente e de profissionalização, para uma construção identitária que tenha o seu estilo próprio.

> (...) o saber profissional está, de um certo modo, na confluência entre várias fontes de saberes provenientes da história de vida individual, da sociedade, da instituição escolar, dos outros atores educativos, dos lugares de formação, etc. (TARDIF, 2011, p. 65).

Todavia a leitura da bibliografia especializada indica que uma ideia recorrente é a de que a formação continuada se faz necessária em razão das limitações da formação inicial, na maioria das vezes para determinados profissionais da educação. Nesse sentido, teria como principal função, suprir tais lacunas, uma vez que estas repercutem fortemente no trabalho docente, que é importante pelo para que o mesmo possa ampliar seu conhecimento e suas formas comunicativas dentro do campo educacional.

É constante a necessidade de a base conceitual associada as habilidades pedagógicas possam nortear o ensino e aprendizagem dos docentes no sentido de impulsioná-los a serem dinâmicos e inovadores, porém a produção de novos conhecimentos ainda caminha na necessidade de expansão e o aprimoramento.

REFLEXÃO SOBRE A MOTIVAÇÃO DA FORMAÇÃO CONTINUADA

Ponderar sobre a formação continuada dos professores de matemática exige um estudo mais profundo sobre as bases epistemológicas e fundamentos que norteiam este componente curricular como importante construtor do conhecimento escolar. Porém, para este trabalho desdobra-se pelo menos a necessidade em conhecer um pouco do que trata os documentos oficiais que balizam suas diretrizes e também sobre o que já constataram alguns estudiosos que desenvolveram teorias e diversas discussões e a respeito das reflexões a respeito desse objeto de estudo.

Na formação continuada para a prática do ensino da matemática os saberes docentes que ancora suas vertentes em diversos autores, como Tardif (2011) e ainda defendida pela visão de Fiorentini; Nacarato e Pinto (1999, p. 55), que nos diz que:

> O saber docente é um saber reflexivo, plural e complexo porque histórico, provisório, contextual, afetivo, cultural, formando uma teia mais ou menos coerente e imbricada, de saberes científicos – oriundos das ciências da educação, dos saberes das disciplinas, dos currículos – e de saberes da experiência e da tradição pedagógica.

A pesquisa que deu origem a esse artigo teve o seu aporte sobre teóricos como: André (1995; 1999), Romanowski (2007), Veiga (2009), Gatti e Barreto (2009), entre outros autores que nos levam a discutir acerca da formação de professores, inclusive os que dedicam a estudar especificamente a formação continuada na área da matemática, como: Fiorentini e Lorenzato (2006) e Valente (2008). Com a relevância e importância quanto a intenção de investigar as necessidades que escola como formador na organização fundamental à promoção humana dos sujeitos, propondo reflexão sobre seus processos, intervenções em suas dinâmicas, entre elas, a formação continuada dos professores.

Partindo desse pressuposto, a motivação e o interesse e a participação dos alunos nos diversos níveis de escolaridade tem sido hoje, uma das grandes preocupações naqueles que estão ligados com a educação. São queixas de todos os professores, tais como, falta de participação e interesse pelas aulas, ausência no cumprimento das tarefas, conversas entre colegas," passeio" pela sala durante as aulas, não importa a presença do professor na sala de aula. Motivar para a aprendizagem escolar não é uma tarefa fácil, pois vê-se que os alunos não encontram razões para aprender. Continuando a discussão da falta de interesse dos alunos na aprendizagem na Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental na U.E. Profª. Maria das D. C da cruz, pôde-se observar alunos de um modo geral possuem alguma dificuldade no aprendizado de Matemática, e que pode ser interpretado como falta de interesse, pois segundo os alunos entrevistados, nas aulas aprendem conteúdos que nunca vão conseguir usar na vida prática, tais conteúdos não tem aplicação cotidiana, assim podemos concluir o quanto é importante que o professor relacione os conteúdos matemáticos a prática, para que desperte no aluno maior interesse em estudar Matemática.

A partir dessas causas foi possível fazer uma análise, se pôde levantar algumas alternativas de intervenção que, principalmente o professor pode tomar para que haja uma atitude de mudança quanto a esta falta de interesse frente aos conhecimentos da Matemática. Fazer uma reflexão e uma auto avaliação da nossa prática pedagógica e estar em formação contínua.

Sabe-se que a escola tem uma especificidade e uma natureza própria, a qual de acordo com os estudos de Saviani (1995, p. 19), deve "propiciar a aquisição dos instrumentos que possibilitam acesso ao saber elaborado (ciência), bem como o próprio acesso dos rudimentos desse saber".

METODOLOGIA

Este trabalho preocupou-se em observar os relatos diagnosticados pelos professores na sala de aula, e os fracassos no ensino aprendizagem da Matemática na escola mencionada acima, por meio de investigação realizada por meio de questionários realizados com professores e alunos, onde por meio deles poder obter dados para sugerir possíveis intervenções, por exemplo, a partir de formações continuadas como solução no processo educacional para mudar as práticas pedagógicas no ensino da Matemática.

Neto (1994, p. 39) posiciona-se a respeito do ensino da Matemática em sala de aula afirmando que: "[...] o ensino da Matemática fica quase que apenas nos níveis de conhecimentos e utilização de métodos e procedimentos, isto é, o aluno aprende a terminologia e as fórmulas e treina fazer substituições para resolver problemas de rotina. Enfatizando-se seus aspectos formais na realidade de seu significado tanto para o educando quanto para o educador. Freire (1997) afirmava que os educandos e educadores são sujeitos na pratica educativa.

Nessa abrangência de teorias procedimentais de análise que está pautada de acordo com o pensamento de Merriam (1998) a qual classifica a pesquisa básica ou genérica como sendo uma descrição, interpretação e entendimento, a qual identifica padrões recorrentes na forma de temas ou categorias e pode delinear um processo, que culminará em resultados qualitativamente para a interpretação de dados coletados, e também quantitativa por meio de formulários realizados após as intervenções em sala de aula. Nessa investigação na área do conhecimento da Matemática foi possível aferir vários posicionamentos, que estão melhor elucidados nos resultados e discussão deste trabalho, como por exemplo apesar da falta de interesse pelos conhecimentos matemáticos devolvidos na U.E Profª Maria das Dores Cardoso da Cruz nesta cidade, há grande interesse e gosto por parte dos alunos pelo componente curricular de matemática.

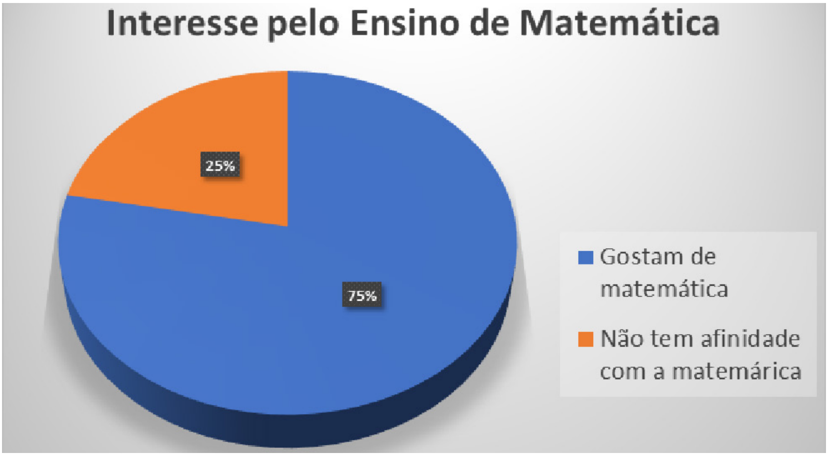
RESULTADOS E DISCUSSÃO

O resultado da pesquisa realizada a respeito da falta de interesse pela aprendizagem da Matemática nesse estudo foi para conhecer os fatores que interferem no ensino-aprendizagem a essa problemática, e nos revela que apesar das dificuldades o nível de interesse dos alunos pela matemática é bastante relevante.

Os dados foram obtidos através de questionamentos aplicados às classes, de um total de 324 alunos para que fosse possível fazer uma reflexão sobre essas salas de aulas, e trouxe a necessidade de fazer várias perguntas dentro de um formulário pré-elaborado, com o intuito de validar a nossa pesquisa, onde vamos elucidar algumas perguntas, a começar pela segunda pergunta do formulário: a mesma buscou tratar e investigar quais as dificuldades que os alunos tem para aprender matemática, perguntando ao aluno se o mesmo tem algum interesse pela matemática. Os resultados revelaram as seguintes informações: 75% que equivale a 243 alunos, de quatro turmas diferentes do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Os mesmos afirmaram que a as dificuldades são enormes e os mesmo afirmaram, ao serem questionados a razão pelas quais eles sentem esse desconforto com o componente curricular, pois os mesmos acreditam que isto é devido à complexidade da própria matemática, pois os mesmos alegam que as aulas não despertam interesse e acabam tendo desempenho fraco mediante as suas avaliações ao longo do ano; e algumas das respostas fora atribuída a responsabilidade a inabilidade do professor em repassar esses conhecimentos aos alunos. A contrapartida está nos 25% que relataram que para eles não existe dificuldade alguma, com certeza este percentual de alunos que tem afinidade com a disciplina e os métodos aplicados pelos seus professores nessas aulas, como mostra o Gráfico 1.

Isso pode nos inferir a dizer que as dificuldades de aprendizagem no ensino da matemática devem estar associadas a forma como os professores selecionam os seus conteúdos a serem ministrado, todavia em muitos casos estes não apresentam nenhum sentido para os alunos, que logo se mostraram desinteressados pela disciplina/conteúdo. Segundo Parra et al. (1996, p. 15) "Aos professores de Matemática compete selecionar em toda Matemática existente, a clássica e a moderna, aquela que possa ser útil aos alunos em cada um dos diferentes níveis da educação".

Figura 1 – Gráfico com percentual de respostas recorrentes do formulário da pesquisa.

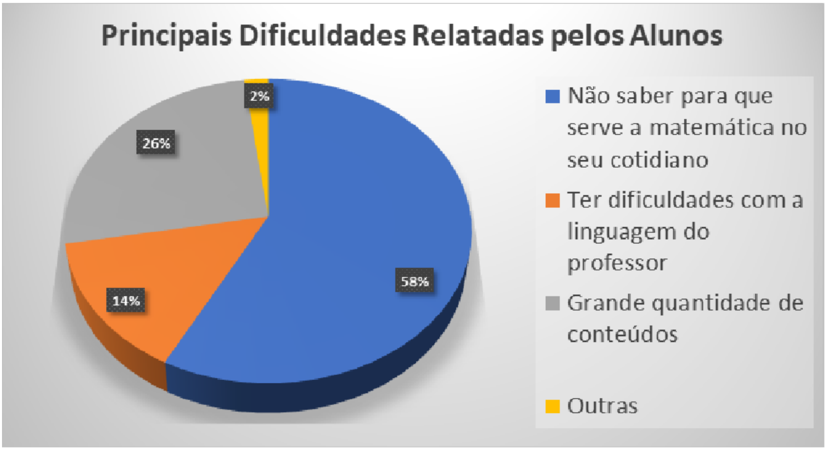


Fonte: Dados da pesquisa.

Outra pergunta relevante a ser considerada nestas discussões nos remete a importância e a visão que o contexto vivencia em sala de aula tem como impacto da vivência do alunado em relação a suas expectativas em relação ao ensino de matemática. Quando os alunos foram confrontados em relação ao seguinte questionamento: Quais as principais dificuldades que te levam a não conseguir aprender matemática?

Por meio desta pergunta, foi possível construir o Gráfico 2 que analisa percentualmente as principais dificuldades que os alunos enfrentam em sala de aula com o ensino da matemática.

Figura 2 – Gráfico com percentual de respostas recorrentes do formulário da pesquisa.



Fonte: Dados da pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após realizar diversas análises pôde se concluir e constatar a causa dessa rejeição e alguns desafios a serem alcançados, que são:

Organização de conteúdo a partir de sugestão de atividades didáticas a partir de formações continuadas oferecidas aos profissionais da escola, para serem adotadas pelos educadores em suas salas de aula;

Adotar as estratégias e metodologias a realidade de cada turma;

Estabelecer conexões da Matemática entre os novos conceitos e os que já foram estudados, utilizando recursos tecnológicos digitais;

Promover laços de afetividade entre professor e aluno, que ajudarão o aluno a aproximar-se do professor de Matemática e consequentemente da Matemática;

Fazer ligação entre a Matemática teórica e Matemática prática, para que seja possível que se faça uma intervenção na escola alvo do estudo, sendo que o principal agente para que isso ocorra é o professor e os alunos da comunidade escolar.

Portanto é necessário que haja uma mudança na forma de educar, uma mudança que desperte no aluno o interesse e a motivação;

Interagir o estudo da Matemática no cotidiano, perceber a presença dela em tudo que fizermos, e saber comunicar matematicamente, ou seja, utilizar corretamente os símbolos Matemáticos;

Por fim, não são somente as formas de contextualizar as aulas que devem ser repensadas, mas também as questões metodológicas com as quais os professores pretendem abordar os diversos conteúdos que a matemática possibilita com componente curricular da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), mas vários métodos que podem ser empregados, contudo a educação caminha pela abstração ao ensino tradicional e por isso mesmo necessita de diálogos e pesquisas constantes para o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem em nosso país.

Sugere-se que os professores possam se apropriar de novos conceitos quanto a questão do uso, por exemplo, de tecnologias ou dinâmicas inovadoras para o processo de construção de seu planejamento para que o mesmo possa interagir com o aluno como um todo, colocando ao mesmo atividades somatórias, trabalhos em sala e para casa, perguntas orais e escritas valorizando a participação e criatividade das aprendizes em sala de aula, priorizando a cima de tudo o desenvolvimento da cidadania e a inclusão social, não deixando de citar que a participação da família é fundamental no aprendizado do aluno.

REFERÊNCIAS

ANDRÉ, M. E. D. **Etnografia da prática escolar**. São Paulo: Papirus, 1995.

BALDOCK, J.; MANNING, N.; VICKERSTAFF, S. **Social policy**. 2. ed. Oxford: Oxford University, 2003.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

BRASIL. MEC. **Referencial Curricular Nacional da Educação Infantil**, 1998. Disponível em:<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/volume3.pdf> Acesso em: 14 de jul. 2019.

CARR, W.; KEMMIS, S. **Teoria crítica de la enseñanza**. Barcelona: Martinez Roca, p. 245 1986.

CITELLI, A. **A mídia na sala de aula**. Revista Impressão Pedagógica, Florianópolis N.° 23, julho - agosto, 2000.

CONTRERAS, J. **A autonomia de professores**. São Paulo: Cortez, 2002. Tradução de Sandra Trabucco Valenzuela; revisão técnica, apresentação e notas à edição Selma Garrido Pimenta. – São Paulo: Cortez, 2002.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação Matemática**: representação e construção em geometria. Porto alegre: Artmed,1999.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2007.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: Saberes necessário a prática. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1997 b.

FREUD, S. **Além do princípio do prazer**. Tradução de Jayme Salomão e Cristiano Monteiro Oiticica. Rio de Janeiro: Imago Editora, 1976.

FREUD, S. (1894). **As Neuropsicoses de Defesa**. In: FREUD, S. Edição standard brasileira das obras psicológicas completas de Sigmund Freud. v. 3. Rio de Janeiro: Imago, p. 15-197, 1990.

GIKOVATE, F. **A arte de educar**. Curituba PR. Nova didática, 2001.

GOODMAN, J. Reflexion y formacion del profesorado; estudio de casos y analisis teorico. **Revista Educacion**, n.284, 1987, p.223-244.

GUICHARD, P. **História da Matemática no ensino da Matemática**: Documento eletrônico on line. Disponível em: <http://www.matematicahoje.com.br> Acesso em: 16 de jul. 2019.

LEONTIEV. A. N. **Actividad, consciência, personalidade**. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación, 1983.

MERRIAM, S. B. **Qualitative research and case study applications in education**. São Francisco (CA): Jossey-Bass, 1998.

NETO, E. R. **Didática da Matemática**, São Paulo, Ed. Ática, 2006.

NÓVOA, A. (Org.) (1992). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Publicação Dom Quixote

OLIVEIRA, J.B.A, Chadwick C. **Aprender e ensinar**. 6ª edição. São Paulo. Global Editorial. 2004.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (Brasil MEC,1995).

PARRA, C.; SAIZ. I. (Orgs.). **Didática da Matemática**. Reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, p. 48-72.

SANTOS, J. C. F. dos. **Aprendizagem Significativa**: modalidades de aprendizagem e o papel do professor. Porto Alegre: Mediação, 2008.

SAVIANI, Dl. **Pedagogia histórico-crítica**: Primeiras aproximações, 5ª ed. São Paulo, Autores Associados, 1995.

SCHÖN, D. **Formar professores como profissionais reflexivos**. In: NÓVOA, A. (Org.). Os professores e a sua formação. Lisboa: Dom Quixote, 1995.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 12ª ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011.

SOARES, F. S., & Dornelas, G. N. (2007) A Lógica no cotidiano e a lógica na Matemática. In: **IX Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2007, Belo Horizonte. Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte: SBEM-MG.

SOARES, F. dos S. **O Professor de Matemática no Brasil (1759-1879)**: aspectos históricos. 2007. 172 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

VALENTE, W.R. **Quem somos nós, professores de matemática**? In: Caderno Cedes, Campinas, vol.28, n.74, p.11-23, jan./abr. 2008.

VERGARA. S. C. Relatório de pesquisa em administração. 4ª Ed. São Paulo. Atlas, 2003.

Nota: este capítulo foi apresentado na modalidade Pôster (PO) no VII Congresso Nacional de Educação, evento realizado online, no período de 15 a 17 de outubro de 2020. Identificador: a4b0ed33fdd2e7c58ba9a172ceb8219.

SOBRE OS ORGANIZADORES

SIDNEY LOPES SANCHEZ JÚNIOR

Graduado em Pedagogia pela Universidade Estadual do Norte do Paraná- UENP (2011). Especialização em Educação Infantil (2013); em Educação Especial (2017); e em Neuropsicopedagogia Clínica e Institucional (2018). Mestre em Ensino pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino da UENP (2016-2018). Atualmente, doutorando em Educação pelo Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Estadual de Londrina - UEL. Membro do grupo de pesquisa cadastrado no CNPq: "Processos de escolarização no cotidiano escolar: contribuições da Epistemologia Genética".

E-mail: sid.educacaocp@gmail.com
Lattes: http://lattes.cnpq.br/9745765597592374
Orcid: https://orcid.org/0000-0001-5908-1982

PATRÍCIA FERREIRA CONCATO DE SOUZA

Graduada em Pedagogia pela Faculdade Dom Bosco (2010). Especialização em Neuropsicopedagogia (2011); em Educação Infantil (2015). Mestre em Ensino pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino da UENP (2018-2020). Atualmente é professora no Município de Cornélio Procópio, na primeira etapa da Educação Básica.

Lattes: http://lattes.cnpq.br/4837493796641283
Email: patricia_concato@hotmail.com
ORCID: *https://orcid.org/0000-0002-3459-0753.*

MÁRCIA INÊS SCHABARUM MIKUSKA

Graduada em Licenciatura em Matemática - UFPR (2011); em Licenciatura em Pedagogia - UniJales (2017). Especialização em Educação Matemática - Unisanta (2012); em Ensino de Matemática no Ensino Médio - Unicentro (2020). Mestra em Métodos Numéricos em Engenharia - UFPR (2015). Atualmente é doutoranda no programa Metodologia para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias (UNOPAR). Já atuou como professora de matemática nos anos finais do Ensino Fundamental , nos dias atuais é técnica administrativa em Educação na UFPR campus Jandaia do Sul.

Lattes: http://lattes.cnpq br/3039429633670078.
E-mail: mat.mikuska@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3323-8771

ÍNDICE REMISSIVO

Este livro foi composto pela Editora Bagai.

www.editorabagai.com.br

/editorabagai

/editorabagai

contato@editorabagai.com.br