The background is a vibrant blue with large, stylized, swirling patterns in shades of purple, green, and dark blue. Two lightbulb icons are also present: one in brown on the left and one in pink on the right, both positioned above the main title.


Uma proposta pedagógica para o ensino de Análise Combinatória no Ensino Fundamental II

THAYNÁ DAMASCENO

CO-AUTORA: LUIZA ALVES DE OLIVEIRA

Apresentação

Olá, professor(a)!!!!

 Este manual traz consigo propostas de atividades para o ensino de análise combinatória no Ensino Fundamental II. Ele é composto de três questões, denominadas: Criando Emojis, Trabalhando com os números e Atividade do Minecraft.

O material foi desenvolvido ao longo do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGEduCIMAT), na Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ) e integra parte da dissertação **"O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL II: UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA"**.

A concepção deste produto surgiu a partir de uma avaliação diagnóstica onde se observou que os alunos não estão totalmente preparados no que tange ao raciocínio combinatório. Muitos dos estudantes buscam a ferramenta multiplicativa como solução imediata das atividades apresentadas. Não utilizam o diagrama

de árvores como artifício de resolução e não se velem do uso de tabelas para auxiliá-los. Além disso, muitos estudantes apresentam dificuldade de interpretação e compreensão do que está sendo proposto.

Com base nisso, tais atividades foram criadas. O intuito é construir o raciocínio combinatório ao longo do Ensino Fundamental como prevê a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Além de contribuir com a formação totalitária do estudante, garantindo-lhe um desenvolvimento que extrapola a simples resolução de contas.

Vale ressaltar que este trabalho trata-se de uma proposta didática. Portanto, pode ser interpretado como um guia que oferece três atividades sugestivas para busca de novos mecanismos para o ensino de análise combinatória no Ensino Fundamental II, podendo ser adaptado à realidade em que será aplicado.

A primeira atividade, chamada Criando Emojis, consiste em fazer combinações, utilizando material manipulado, confeccionado em EVA. A segunda atividade, Trabalhando com os números, foi desenvolvida considerando a importância que os números possuem na construção das sociedades como um todo. Além de permitirem construir a ideia de restrições e introduzir o conceito de arranjo - abordado veementemente no Ensino Médio.

E a terceira e última atividade, nomeada Atividade do Minecraft, traz consigo a importância da abstração. Embora seja fornecido material manipulado, a quantidade de casos impõe a necessidade de buscar outras estratégias para além do visual.

Na busca do sucesso no processo de ensino-aprendizagem, espera-se que esse material contribua positivamente como auxílio na construção do raciocínio combinatório ao longo do Ensino Fundamental.

Sumário

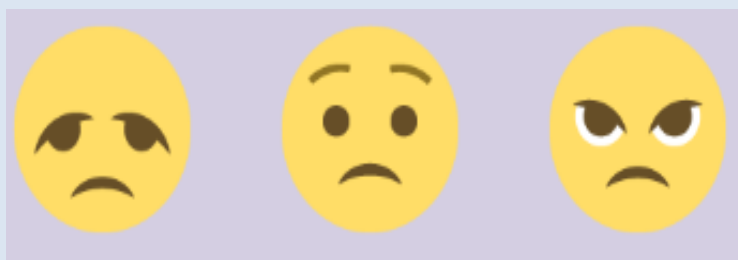
| | |
|---|----|
| Descrição das atividades | 1 |
| 1. Atividade Criando Emoji..... | 1 |
| 1.1. Desenvolvimento da atividade | 4 |
| 2. Atividade Trabalhando com os números | 6 |
| 2.1. Desenvolvimento da atividade | 8 |
| 3. Atividade Minecraft | 10 |
| 3.1. Desenvolvimento da atividade | 12 |
| Propostas de atividades | 13 |
| Referências..... | 17 |

Descrição das Atividades

1. Atividade Criando Emojis

A palavra Emoji vem do japonês e surgiu da junção de “e” que significa imagem mais “moji” que quer dizer letra. São símbolos que podem expressar sentimentos, idéias e podem formar até frases. Já são considerados um meio de comunicação. Suas expressões faciais se diferem conforme mudança nos tipos de bocas e olhos utilizados. Veja alguns exemplos a seguir:

Figura: Tipos de Emojis



Fonte: Internet

Disponível em: <http://www.emoticonsparaoface.com/emoji/> Acessado em: 23/09/19

Nesta atividade é fornecido um material em EVA para confecção dos Emojis. A partir dessa construção, os estudantes podem, visualmente, perceber as diferentes combinações que

podem ser realizadas. E, assim sendo, desenvolver o raciocínio combinatório.

Objetivo(s):

- Desenvolver o raciocínio combinatório;
- Explorar diferentes representações para a contagem das possibilidades.

Conteúdo(s):

- Análise Combinatória;
- Princípio multiplicativo.

Público-Alvo:

- A partir do 6º ano do Ensino Fundamental II.

Tempo estimado:

- 2 aulas

Material necessário:

Placa de EVA:



Caneta hidrocor:



B
N
C
C
C

Objeto de conhecimento:

- Contagem de possibilidade;

Habilidades:

- (EF04MA08) Resolver, com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.

Tesoura:



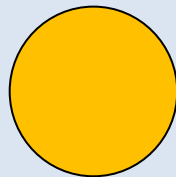
Folhas de atividade:



Montagem:

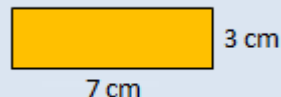
- Corte uma das placas EVA em círculos de diâmetros convenientes (**Sugestão:** 15 cm de diâmetro);

Exemplo:



- Utilize outra placa e corte em retângulos de tamanhos convenientes também; (**Sugestão:** 3 cm de largura por 7 cm de comprimento).

Exemplo:

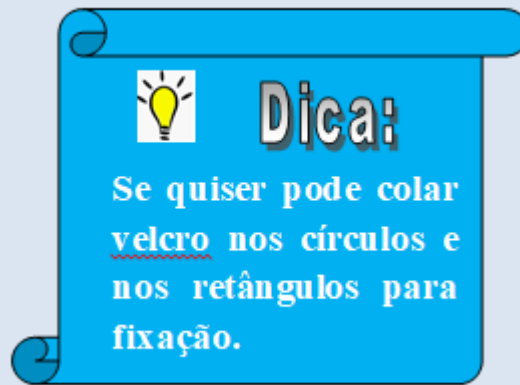


- Desenhe com a caneta hidrocor vários tipos de olhos e bocas. Para essa atividade foram confeccionados 5 tipos de bocas e 7 tipos de olhos.

Exemplo:



Fonte: Elaboração da autora



- Entregue a cada aluno um kit contendo o círculo e as boquinhas confeccionadas. E a lista de atividades.

1.1. Desenvolvimento da Atividade:

Antes de começar, entregue a cada estudante o material já cortado para otimizar o tempo de aula.



Inicie a atividade pedindo que os estudantes desenhem os emojis possíveis de serem formados fornecendo uma quantidade pequena de olhos e bocas. (**Sugestão:** 2 tipos de olhos e 3 tipos de bocas)



Peça agora que eles montem uma tabela com os emojis possíveis de serem construídos com os mesmos tipos (e quantidades) de bocas e de olhos do item anterior.



Instrua-os sobre o que são as linhas e colunas de uma tabela e questione-os sobre quantas linhas e colunas foram necessárias para construí-la.



Pergunte se a quantidade de emojis obtida na tabela é a mesma obtida nos desenhos feitos anteriormente.



Solicite agora para que os estudantes façam um diagrama de árvores com as mesmas peças fornecidas até então. Mediando a situação sempre que necessário. E questione quantos emojis foram possíveis formar.



Verifique se os estudantes observam que independente do método utilizado para combinar os olhos e bocas, o resultado será sempre o mesmo porque a quantidade de olhos e bocas são as mesmas.



Questione se há alguma operação matemática possível de ser utilizada para achar a quantidade de emojis possíveis de serem formados sem precisar saber quais são os emojis. Introduza o princípio multiplicativo.



Repita o processo com quantidades maiores de bocas e

olhos para que os estudantes percebam que a visualização é importante e a abstração é necessária.

2. Atividade Trabalhando com os Números



Os números foram criados devido as necessidades sociais. Afinal, como poderíamos contar sem a existência deles? Eles são muito importantes para nós e estão presentes em praticamente tudo. Através deles, podemos representar nossa data de aniversário, quantos anos temos, transações financeiras, temperaturas, altitudes, entre outras coisas do nosso cotidiano. É devido aos números que podemos criar senhas mais fortes, placas de carro e números de celulares, por exemplo.

Nesta atividade foram utilizadas cartinhas, numeradas de 0 até 9, que foram disponibilizadas aos alunos conforme modelo a seguir.



Fonte: Internet

Essa atividade favorece a visualização do estudante na construção das possibilidades. Além disso, possibilita relembrar

que o nosso sistema de numeração é decimal, pois é composto de dez algarismos distintos, e posicional.

Objetivo(s):

- Contar as possibilidades;
- Construir a ideia de restrições;
- Introduzir o conceito de arranjo;

Conteúdo(s):

- Análise combinatória;
- Arranjo

Público-Alvo:

- A partir do 6º ano do Ensino Fundamental II

**B
N
C
C**

Objeto de conhecimento:

- Contagem de possibilidade;

Habilidades:

- (EF05MA09) Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo a determinação do número de agrupamentos possíveis

Tempo estimado:

- 2 aulas

Material necessário:

Cartinhas:

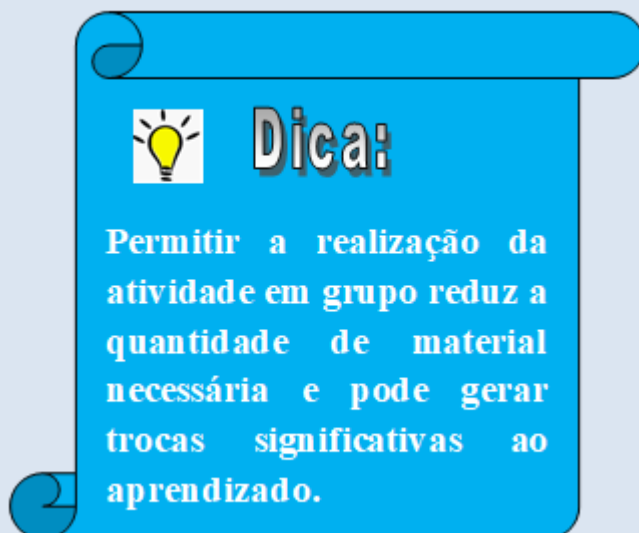


Folhas de atividade:



Montagem:

- Distribua as cartinhas numeradas de 0 a 10 aos alunos, junto com a folha de atividades.



2.1. Desenvolvimento da Atividade:

Antes de começar, entregue a cada estudante, dupla ou grupo o material.



Comece contextualizando historicamente a importância dos números; Relembrando que nosso sistema de numeração é decimal e posicional.



Em seguida, inicie a atividade.



Forneça-lhes uma cartinha de cada número e peça-os para que listem as possibilidades de formar números de dois

algarismos com as cartas disponibilizadas. Leve-os a pensar se poderá existir repetição de números.



Posteriormente, introduza a ideia de opções de escolha. Questione-os: Se há um conjunto de três números distintos disponibilizados e você quer formar um número de dois algarismos, quantas opções de escolha têm para o primeiro número? E para o segundo?



Disponibilize agora uma quantidade maior de cartinhas do mesmo número. A intenção é fazer com que percebam que, se há números iguais então poderá haver repetição.



Questione-os sobre as opções de escolha que terão, pois os números podem se repetir.




Disponibilize agora cartas que possam ser trabalhados os conceitos de restrição. O número zero é um bom número para começar. Pois os alunos tendem a perceber que um número iniciado com zero não será um número de dois algarismos, nem de três, nem de quatro e assim por diante.



A partir disso, indague-os sobre as opções de escolha para o primeiro número. Abra uma discussão sobre o fato de zero não poder ocupar a posição do primeiro algarismo. Estenda essa discussão para as demais posições dos algarismos. E, caso

consiga, aproveite para comentar sobre mais restrições possíveis: números pares, ímpares, múltiplos de 5, entre outras...

3. Atividade do Minecraft

inecraft é um jogo composto de blocos. Suas paisagens e objetos são formados, em sua maioria, por eles. Tal configuração permite que esses sejam movidos e agrupados em outros lugares para criar construções. Trata-se de uma ferramenta criativa em que o objetivo é sobreviver, e para que isso aconteça, é preciso fazer estruturas de proteção contra monstros.

Esta atividade foi inspirada nesse jogo bastante conhecido entre crianças e adolescentes. E é um exercício relativamente difícil para estudantes do Ensino Fundamental II, mas possível de ser trabalhado.

Nesta atividade são fornecidos aos alunos cubinhos coloridos (vermelhos, verdes, azuis e amarelos). O intuito é mostrar ao estudante que os materiais manipuláveis ajudam na visualização, mas buscar outras ferramentas de resolução é necessário quando há uma quantidade grande de possibilidades.

Objetivo(s):

- Contar as possibilidades;
- Introduzir a necessidade da abstração matemática.

Conteúdo(s):

- Análise combinatória;

Público-Alvo:

- A partir do 7º ano do Ensino Fundamental II.

Tempo estimado:

- 2 aulas

Material necessário:

Cubinhos:



Folha de atividades:



Objeto de conhecimento:

- Contagem de possibilidade;
- Raciocínio combinatório;
- Cálculo de possibilidades.

Habilidades:

- (EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo diferentes tipos de agrupamento de elementos, por meio dos princípios multiplicativos e aditivo, recorrendo estratégias diversas como o diagrama de árvores.



Dica:

Pinte os cubinhos do material dourado. Caso seja necessário.

3.1. **Desenvolvimento da Atividade:**



ntregue a cada estudante, dupla ou grupo o material.



Deixe que os alunos desenvolvam seus próprios meios de resolução. A essa altura, eles já devem perceber as múltiplas estratégias de resolução.



Medie e intervenha sempre que necessário.

Proposta de Atividades

A seguir estão as propostas de atividades que podem ser distribuídas aos alunos.

Atividade: Criando Emojis

1) Considere que você possui 2 tipos de boca e três tipos de olhos para montar um emoji e faça o que se pede:

a) Desenhe todas as possibilidades de formar um emoji que você encontrou.

Bocas:  

Olhos:   

b) Monte uma tabela com os tipos de emoji que possível formar com as duas bocas e os três olhos fornecidos. E responda:

- Quantas linhas há na sua tabela? Porquê?
- Quantas colunas há na sua tabela? Porquê?
- A quantidade de emojis encontrado na tabela foi o mesmo que você achou quando desenhou?

c) Monte um diagrama de árvores com as duas bocas e os três olhos disponíveis. Quantos emojis foi possível formar no diagrama?

d) O que você entende por operação matemática, sabe quais são elas?

e) Teria alguma operação matemática que você conhece que poderia ajudar a resolver esse problema? Qual?

2) Considere agora que você possui 3 tipos de boca e 4 tipos de olhos.

Bocas:   

Olhos:    

a) Quais são os emojis possíveis de serem formados? Utilize a estratégia que quiser para mostrá-los.

b) Quantos são os emojis formados?

3) Considere agora, 6 tipos de bocas e 7 tipos de olhos. De quantas maneiras diferentes seria possível formar um emoji?

Atividade: Trabalhando com os números

- 1) Utilizando as cartinhas disponibilizadas que representam os dez algarismos que compõem nosso sistema de numeração, responda as questões abaixo:
- a) Sabendo que, inicialmente, só temos uma cartinha de cada número, quais os números de dois algarismos que podemos formar utilizando as cartinhas que representam os números 5, 6 e 7? Represente as possibilidades abaixo.



- Quantas opções nós temos para escolher o primeiro número nesta questão?
- E para escolher o segundo, quantas opções de escolha nós temos? A escolha do segundo número depende da escolha do primeiro número?
- E quantas opções de escolha teremos para o terceiro número?
Complete com as opções de escolha que temos para cada número.

Opções 1º

Opções 2º

- A ordem de escolha desses números é importante? Porquê?
 - Há alguma operação matemática que permita determinar quantos números de dois algarismos é possível formar com os números 5, 6 e 7? Como?
- b) Agora, possuímos duas cartinhas que representam cada um dos números dados. Se quisermos formar números com dois algarismos, utilizando os números 5, 6 e 7, quais números conseguiremos formar? Represente todas as possibilidades abaixo.

- Quantas opções nós temos para escolher o primeiro número nesta questão?
- E para escolher o segundo, quantas opções de escolha nós temos? A escolha do segundo número depende da escolha do primeiro número?
- E quantas opções de escolha teremos para o terceiro número?
Complete com as opções de escolha que temos para cada número.

Opções 1º

Opções 2º

Opções 3º

- Represente, matematicamente, a quantidade de números que é possível formar.

- Quantos foram os números de dois algarismos formados? A quantidade foi igual ao da letra **a**? Por que você acha que isso aconteceu?
- c) Agora, utilizando as cartinhas que representam o número 0, 2, 3 e 4, responda. Quantos são os números de 3 algarismos distintos que podemos formar?
- Dentre as cartinhas disponibilizadas, há alguma restrição? Ou seja, existe algum número que não pode ocupar a primeira posição? Porquê?
- d) E para a escolha do segundo e do terceiro algarismos? Há alguma cartinha das que foram disponibilizadas que não podem ser utilizadas? Em caso afirmativo, porquê?

Agora sim, quantos são os números de 3 algarismos distintos que podemos formar utilizando as cartinhas 0,2,3 e 4?

Desafio: Desvendando a senha.

Joana quer cadastrar uma senha de acesso para seu tablet. Para isso, ela pretende utilizar três caracteres com as seguintes características:

1º

Número natural par menor que 9

2º

Vogal do nosso alfabeto

3º

Número natural primo menor que 6

- a) Entre as opções a seguir, quais podem ser utilizadas por Joana? Marque um X nas opções corretas.

| | | |
|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 6 B 9 | <input type="checkbox"/> 3 E 5 | <input type="checkbox"/> 8 G 9 |
| <input type="checkbox"/> 8 A 4 | <input type="checkbox"/> 0 U 3 | <input type="checkbox"/> 2 i 5 |

- b) De quantas maneiras diferentes Joana poderá formar a senha?

Atividade do Minecraft

Minecraft é um jogo composto de blocos, suas paisagens e seus objetos são formados, em sua maioria, por eles. Tal configuração permite que estes sejam movidos e agrupados em outros lugares para criar construções. Trata-se de uma ferramenta criativa em que o objetivo é sobreviver, e para que isso aconteça é preciso fazer estruturas de proteção contra monstros que saem durante a escuridão noturna, explorando os espaços e empilhando os blocos. Roberta estava no início do jogo e como havia coletado poucos recursos se deparou em um desafio de sobrevivência. O desafio está descrito abaixo:



A noite se aproxima e você precisa se proteger dos monstros!!!
Para sua proteção, você está ganhando 6 blocos: 2 azuis, 2 amarelos, 1 verde e 1 vermelho.

Você só vai conseguir se proteger se descobrir o total de pilhas diferentes de três blocos que se pode fazer com os blocos dados.

Boa sorte!

Veja três exemplos de pilhas possíveis que Roberta montou.



Utilizando os blocos (cubinhos coloridos) que possui o total de pilhas diferentes de três blocos, incluindo os mostrados acima, que Roberta pode fazer é? Utilize a melhor estratégia para ajudar a resolver este desafio.

Referências

ADEODATO, É.; FRIDMAN, P. **Coleção Aquarela Matemática 5º ano, 4º bimestre.** Plano de desenvolvimento anual. Editora Kit's. 2019. Disponível em: http://aquarelamatematica.com.br/DIGITAL_F/MATEMATICA_L5_4B.PDF. Acessado em: 05 de fev. 2019.

ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M.J. **Praticando Matemática 6º.** 3º ed. Editora do Brasil. São Paulo, 2012. Disponível em: https://issuu.com/ronaldo.cardoso/docs/praticando_matematica-6ano_a275d03052b9bd. Acessado em: 10 de ago. 2020.

_____. **Praticando Matemática 7º.** 3º ed. Editora do Brasil. São Paulo, 2012. Disponível em: https://issuu.com/ronaldo.cardoso/docs/praticando_matematica-7ano. Acessado em: 10 de ago. 2020.

BRASIL. LDBEN nº 9394/96 de 20 de dezembro de 1996. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.** Diário Oficial da União, Brasília, DF, 23 dez. 1996. p. 27894. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9394.htm. Acessado em: 20 abr. 2019.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental (Matemática).** Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf> Acessado em: 26 de fev. de 2020.

_____. Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais – 3o e 4o ciclos do Ensino Fundamental (Matemática).** Brasília: MEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acessado em: 20 abr. 2019.

_____. **Base Nacional Comum Curricular:** Brasília: MEC/CNE, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf. Acessado em: 20 abr. 2019.

_____. Ministério da Educação. Brasil no Pisa 2018. **Análise e reflexões sobre o desenvolvimento dos estudantes brasileiros**. Brasília: INEP, 2019. Disponível em: http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/documentos/2019/relatorio_PISA_2018_preliminar.pdf. Acessado em 11 fev. 2020.

DANTE, L. R. **Ápis. Matemática 5º ano**. 3º ed. Editora Ática. São Paulo. 2017. Disponível em: https://api.plurall.net/media_viewer/documents/2206625. Acessado em: 01 de ago. 2019.

MORGADO, A.; CARVALHO, J.; CARVALHO, P.; FERNANDES, P. **Análise Combinatória e Probabilidade**. Rio de Janeiro: SBM, 1991. Disponível em: <https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/msg/5fpwf84eez8c0.pdf>. Acessado em: 10 ago. 2019.

REAME, E. **Ligamundo 5º ano**. São Paulo. 1º ed. Editora Saraiva. 2017. Disponível em: https://api.plurall.net/media_viewer/documents/2206640. Acessado em: 05 de fev. 2019.

REIS, B.; GUEDES, C.; DEVILLART, J. **Apostila PH 6º ano**. 2º ed. São Paulo: SOMOS, sistema de ensino, 2020.

_____. **Apostila PH 7º ano**. 2º ed. São Paulo: SOMOS, sistema de ensino, 2020.

SILVA, T.D. **O Ensino de Análise Combinatória no Ensino Fundamental II: Uma proposta pedagógica com materiais manipuláveis**. 2020. 109 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e em Matemática) – Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2020.