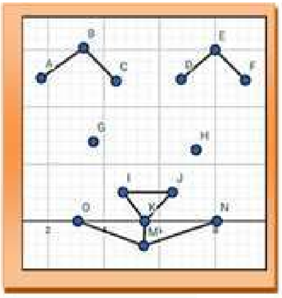
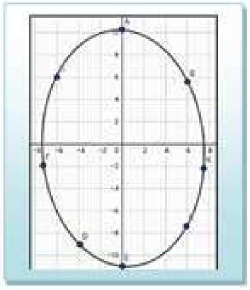
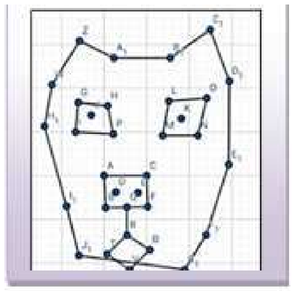
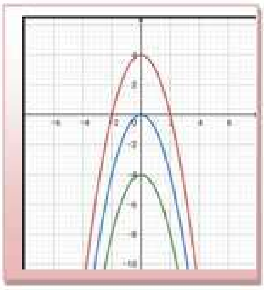
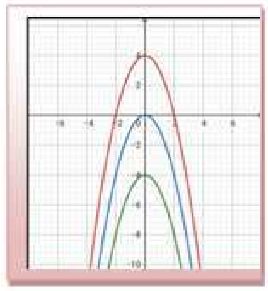
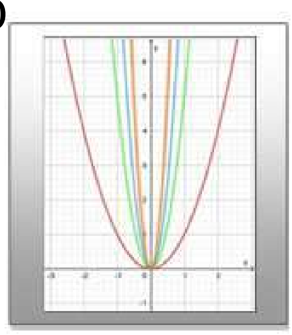
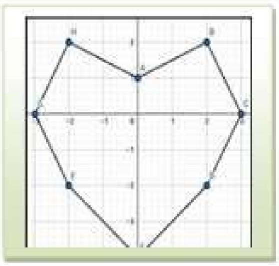




PPGECM
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Instituto de Ciências Exatas e Geociências – Iceg

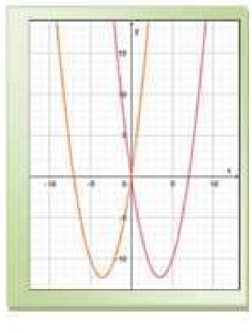
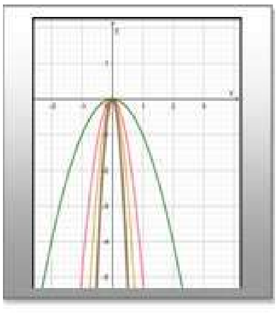



UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA COM O USO DE RECURSOS DIDÁTICOS TECNOLÓGICOS DIGITAIS E NÃO DIGITAIS

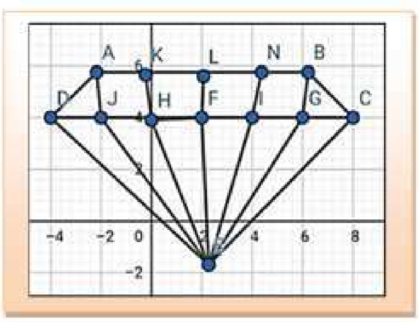
Arieli dos Santos

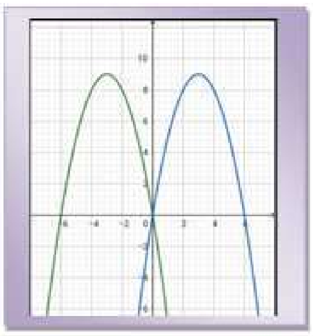
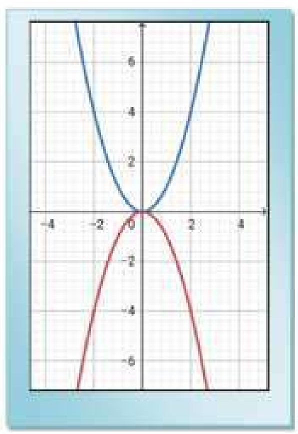
Luiz Henrique Ferraz Pereira

Passo Fundo

2020



Arieli dos Santos

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA COM O USO DE RECURSOS DIDÁTICOS TECNOLÓGICOS DIGITAIS E NÃO DIGITAIS

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do Instituto de Ciências Exatas e Geociências, da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, sob a orientação do Professor Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira.

Passo Fundo

2020

CIP – Catalogação na Publicação

S237f Santos, Arieli dos

Função quadrática [recurso eletrônico] : uma proposta de ensino-aprendizagem com o uso de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais / Arieli dos Santos. – 2020.

8.5 Mb ; PDF. – (Produtos Educacionais do PPGECM).

Inclui bibliografia.

ISSN 2595-3672

Modo de acesso gratuito: <http://www.upf.br/ppgecm>.

Este material integra os estudos desenvolvidos junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM), na Universidade de Passo Fundo (UPF), sob orientação do Prof. Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Ensino - Meios auxiliares. 3. Didática. 4. Tecnologia educacional. I. Pereira, Luiz Henrique Ferraz, orientador. II. Título.

CDU: 372.85

Catalogação: Bibliotecário Luís Diego Dias de S. da Silva – CRB 10/2241

LISTA DE QUADROS E FIGURAS

SUMÁRIO

1 APRESENTAÇÃO

O presente produto educacional apresentado na forma de uma sequência didática intitula-se "*Uma Proposta para o ensino de função quadrática com o uso de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais*", e vincula-se à dissertação de mestrado "*Função Quadrática:* uma proposta de ensino-aprendizagem com o uso de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais" de Arieli dos Santos, desenvolvida sob a orientação do professor Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira. O estudo está vinculado à linha de pesquisa Práticas Educativas em Ensino de Ciências e Matemática, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM), da Universidade de Passo Fundo (UPF).

A sequência didática propõe o ensino dos seguintes conceitos relacionados à função quadrática:

(1º) *Raízes ou zeros de uma função e vértice,* com os objetivos de:	**(2º) *Gráficos*, objetivando:**
a) determinar estes pontos algebricamente; b) reconhecer estes pontos no gráfico; c) marcar esses pares ordenados no gráfico.	a) Traçar manualmente a parábola no plano cartesiano utilizando as raízes, o vértice, o ponto (0,c) e o eixo de simetria; b) Construir gráficos utilizando o aplicativo Geogebra; c) Identificar os efeitos dos parâmetros *a*, *b* e *c*, a partir da análise de gráficos construídos no aplicativo Geogebra e manualmente; e, d) Identificar algumas características do gráfico analisando os valores dos parâmetros da lei matemática.

Frente às competências e habilidades indicadas pela Base Nacional Curricular Comum (BNCC), nesta investigação buscou-se o desenvolvimento das competências específicas quatro e cinco. No Quadro 1, apresentam-se as competências e habilidades exploradas nesta sequência didática.

Quadro 1 - Competências 4 e 5 da BNCC e as habilidades envolvidas.

Competência** 4	Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.
Objeto do conhecimento*	- Função polinomial do 2º grau. - Estudo do comportamento da função quadrática (intervalos de crescimento e decrescimento, ponto de máximo e mínimo e variação da função).
Habilidades	(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
Competência 5	Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.
Objeto do conhecimento	- Funções polinomiais do 2º grau (função quadrática): gráfico, raízes, pontos de máximo/mínimo, crescimento/decrescimento, concavidade. (EM13MAT502). - Funções polinomiais do 2º grau (função quadrática) (EM13MAT503). - Pontos críticos de uma função quadrática: concavidade, pontos de máximo ou de mínimo (EM13MAT503).
Habilidades**	(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
Competência Trata-se da “[...] mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (BRASIL, 2017, p. 8). Assim, é a capacidade de mobilizar todos esses conhecimentos, recursos e vivências para resolver situações da vida real.	**Habilidade** Trata-se da aplicação prática de uma determinada competência, ou ainda, indica o que o estudante deve aprender para ser competente em algo. Ex.: o estudante precisa aprender a ler e a escrever (habilidades). Espera-se que com essas habilidades ele consiga compreender e interpretar um texto a partir da leitura (competência).

*Conteúdo
**O que o aluno precisa saber.
***O que o aluno precisa saber fazer.
Fonte: Autores, 2020.

Sendo assim, para o desenvolvimento da quarta competência buscou-se utilizar as diferentes representações de um mesmo objeto matemático para uma compreensão das ideias que elas expressam e dos conceitos matemáticos envolvidos. Por exemplo, exploraram-se as raízes e o vértice através da representação algébrica, representação do plano cartesiano e suas coordenadas. Também a representação gráfica e algébrica de uma função quadrática e a organização dos pares ordenados em forma de tabela.

E, para o desenvolvimento da quinta competência buscou-se investigar os efeitos dos parâmetros a, b e c no gráfico, através da observação de regularidades, de tal forma a levar o aluno a formulação de explicações (hipóteses) e a tentativa de validação de suas explicações (argumentação). Para facilitar a observação de tais regularidades, recorreu-se ao apoio de tecnologias digitais e para expressar suas ideias e construir seus argumentos recorreu-se a linguagem escrita e falada.

Compreende-se que, desenhar o gráfico da função tem um papel importante neste processo. No entanto, para analisar o que acontece com uma parábola quando os parâmetros a, b e c, são modificados, por exemplo, seria necessário desenhar muitos gráficos. O que além de tomar muito tempo da aula, tornaria esse processo desgastante. Frente a isso, optou-se pela utilização do aplicativo Geogebra, como recurso tecnológico para a exploração de gráficos.

Sendo assim, a sequência didática está organizada em nove momentos, contendo em cada um deles:

1 – título,

2 – objetivos,

3 – tempo de duração estimado e,

4 – os recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais que serão utilizados.

Os momentos também possuem uma organização interna que chamamos de etapas. Dentro das etapas estão previstas:

a) as explicações dos conceitos abordados,

b) as tarefas,

c) roteiros de aula com o passo a passo para a utilização do aplicativo Geogebra nas aulas de Matemática e,

d) os jogos "Quais são as minhas características?" e "Função Quadrática".

A dissertação base, que dela originou este produto, utilizou a teoria sociointeracionista de Vygotsky, e como tal, fundamenta a estrutura deste sequenciamento, bem como norteia sua implementação em sala de aula. Assim, o material disponibilizado tem o intuito de contribuir para a aprendizagem dos estudantes, auxiliar na prática pedagógica dos professores de Matemática do ensino médio e promover a interação entre os estudantes, especialmente.

Menciona-se que esta sequência didática está disponível no site do PPGECM e no site do EduCapes, podendo ser utilizada de forma livre, por todos os professores que a considerarem relevante, desde que a fonte seja citada. Logo, em seguida, apresenta-se uma breve descrição da proposta, sua intenção e algumas considerações sobre ela.

2 CONTEXTUALIZAÇÃO DA PROPOSTA

O ensino da Função Quadrática, por meio da utilização de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais, é um tema de relevância no ensino de Matemática, e muito se tem pesquisado sobre esta temática. No entanto, embora a sua importância seja evidenciada em pesquisas e documentos como os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) e BNCC, ainda há entraves que dificultam a sua efetivação nas práticas dos educadores, bem como sua inserção no contexto educacional.

Dentre as dificuldades mencionadas esta à necessidade de uma mudança de paradigmas dos professores no que tange à alteração de estratégias e metodologias de ensino. Estas devem valorizar e considerar o contexto dos alunos envolvidos, visando reduzir o distanciamento entre o contexto escolar e o mundo contemporâneo. Para isso, o ensino precisa ser ministrado através do uso dos diferentes recursos existentes e disponíveis na sociedade, principalmente os de natureza tecnológica. Outra dificuldade está relacionada à valorização em demasia dos aspectos lógicos, formais e dedutivos da Matemática, dando-se pouca ênfase às possíveis aplicações desta e ao papel ativo e criador dos estudantes. E por fim, outro aspecto, não menos importante, é o desinteresse de muitos alunos pela disciplina de Matemática, que pode estar associado às dificuldades citadas anteriormente.

Nesta linha de pensamento os PCNEM propõem que aprender Matemática vai além da memorização, da reprodução, da aprendizagem passiva e do ensino centrado no professor.

> [...] não basta revermos a forma ou metodologia de ensino, se mantivermos o conhecimento matemático restrito à informação, com as definições e os exemplos, assim como a exercitação, ou seja, exercícios de aplicação ou fixação. Pois, se os conceitos são apresentados de forma fragmentada, mesmo que de forma completa e aprofundada, nada garante que o aluno estabeleça alguma significação para as idéias [sic] isoladas e desconectadas umas das outras (BRASIL, 2000, p. 43).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) indicam que o caminho da reprodução mecânica de procedimentos e a acumulação de informações não têm contribuído para uma aprendizagem eficiente e com significados, como se almeja. Além disso, os materiais didáticos, quando explorados em contextos pouco significativos e de forma artificial, tornam-se obsoletos. Assim, indicam a necessidade de uma mudança de postura do professor em relação aos processos de ensino, que torne o aluno participante e ativo no processo de aprendizagem.

Na visão dos PCNEM (BRASIL, 2000), uma possibilidade para essa mudança de paradigma é a interação entre os alunos, o papel do professor como mediador e do estudante como participante ativo neste processo, bem como, um ensino contextualizado. Desta forma, a aprendizagem poderá contribuir para a formação plena do estudante, dando sentido aos conteúdos ensinados. Ou seja, os conhecimentos adquiridos ao longo da educação básica contribuirão para a formação cidadã (profissional, social e cultural) do estudante. Assim, os PCNEM inferem que:

> O aprendizado não deve ser centrado na interação individual de alunos com materiais instrucionais, nem se resumir à exposição de alunos ao discurso professoral, mas se realizar pela participação ativa de cada um e do coletivo educacional numa prática de elaboração cultural (BRASIL, 2000, p. 7).

Ambos os documentos orientam que o professor deve utilizar diferentes recursos didáticos, sejam tecnológicos digitais ou não, como mediadores no processo de ensinar e de aprender. Segundo a BNCC (BRASIL, 2017), a contextualização e a utilização de tais recursos são algumas das ações que contribuem para que as aprendizagens essenciais sejam desenvolvidas. No entanto, para que tais recursos didáticos sirvam como apoio ao processo de ensinar e aprender, devem ser selecionados, produzido, aplicados e avaliados previamente.

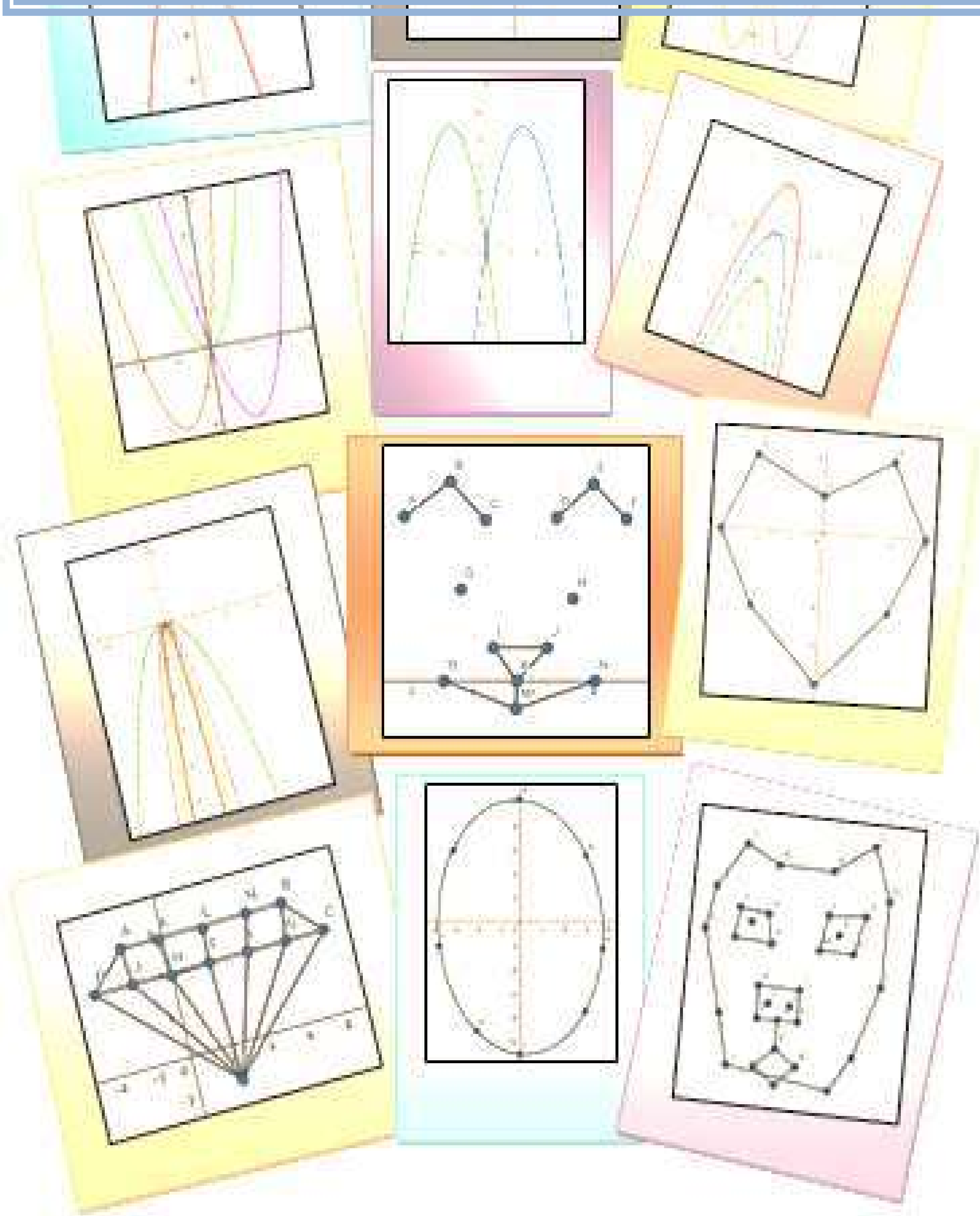
No entanto, Souza (2007) menciona que, o recurso didático não pode ser utilizado de qualquer jeito. O professor precisa ter clareza dos motivos pelos quais fez determinada escolha e saber qual a relação deste com o processo de ensino e de aprendizagem. Ou seja, não se trata apenas do recurso a ser utilizado, mas de como será utilizado, da capacidade de mediação do professor. Sua utilização deve responder as seguintes perguntas “O que? Quando? Como? Porquê? pois, este educador, deve ter um propósito claro, domínio do conteúdo e organização para utilização de tais materiais” (SOUZA, 2007, p. 111).

Destaca-se ainda, que tais recursos didáticos, por si só, não garantem a aquisição do conhecimento, nem a compreensão do conteúdo pelo estudante. Além disso, não possuem em si mesmo, a capacidade de despertar o interesse do aluno, ou motivá-lo para a aprendizagem, sendo fundamental a mediação do professor.

Frente a isso, com a intenção de auxiliar na prática pedagógica dos professores de Matemática do ensino médio, elaborou-se uma sequência didática, que visa contribuir para uma mudança de postura do professor, colocando-o como mediador deste processo de ensinar e aprender, tornando o aluno participante e ativo nas aulas. Promovendo uma aprendizagem mediada por recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais. Criando situações em que o estudante possa interagir com o meio, com o outro e com ele mesmo. Favorecendo assim, a aquisição do conhecimento e despertando o interesse do aluno pelo estudo.

A seguir apresenta-se a sequência didática elaborada em momentos.

3 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA PROPOSTA



Utilizaremos alguns ícones (imagens) ao longo desta sequência didática, para facilitar sua leitura, compreensão e aplicação.

Quando aparecer estas imagens, significa que:

São orientações importantes relacionadas a:

- Ordem em que devem ser propostas: as tarefas, as explicações de conteúdo, os jogos, os vídeos, as imagens.

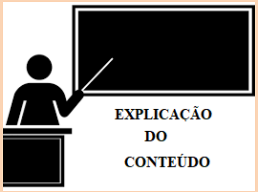
- O que é importante que o professor mencione aos estudantes.

- Orientações que devem ser repassadas aos estudantes.

São sugestões e dicas importantes relacionadas a:

- O que se espera que os estudantes respondam nas tarefas.

- Possibilidades de respostas dos estudantes e como o professor pode intervir.



O professor deve ler o texto (definições, conceitos e explicações) e organizar no quadro, a sistematização dos principais conhecimentos abordados, para que os estudantes registrem em seus cadernos.

Materiais que devem ser impressos.

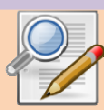
Tarefas em grupo.

Estudante deve utilizar seu dispositivo móvel.

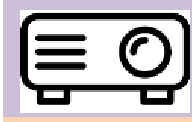
Quando for necessário organizar as tarefas, imagens, roteiros no *PowerPoint*.

Aplicativo Geogebra.

São sugestões de como o conteúdo pode ser explicado.



Tarefas que devem ser realizadas, bem como seus respectivos objetivos.



Projeção de imagens e tarefas, reprodução de vídeos, no Projetor multimídia.

Disponibilizam-se os links para acessar reportagens, vídeos, sites entre outros.

Indicam a necessitam de interação entre os estudantes: debater respostas, trocar informações e experiências.

3.1 Primeiro momento

Título: A matemática presente em nosso cotidiano.

Objetivos:

- Apresentar a proposta de trabalho aos estudantes.
- Contextualizar o traçado da parábola a partir do cotidiano dos estudantes.
- Verificar os conhecimentos prévios dos estudantes em relação aos conceitos de raízes ou zeros e vértice e, a representação da parábola no plano cartesiano.
- Representar a parábola no plano cartesiano.
- Definir o que é uma função quadrática.

Tempo de duração estimado: 4 períodos de 50 minutos.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: Projetor multimídia, vídeo, quadro e marcador de quadro.

1ª etapa: Apresentação da proposta de trabalho.

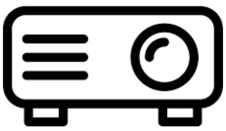
ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

(1º) Oriente os estudantes, sobre como ocorrerão às aulas, quais as metodologias e os recursos que serão utilizados tais como avaliações e trabalhos.

(2º) Mencione a utilização do aplicativo Geogebra, em aulas futuras para que façam o *download* (ver página 38), em seus dispositivos móveis.

(3º) Ressalte a importância da participação, comprometimento e assiduidade dos estudantes.

PROJETOR MULTIMÍDIA



Sugere-se a utilização do projetor multimídia, como recurso didático tecnológico para reproduzir vídeos, projetar imagens, tarefas, roteiros de aula, com o intuito de reduzir o excesso de cópias impressas ao longo desta sequência didática. Sugere-se também a criação de um grupo no WhatsApp com os estudantes, para coletar os gráficos construídos por eles no aplicativo Geogebra, pela sua praticidade e rapidez. No entanto, cada professor pode adequar esses combinados à realidade de sua escola.

2ª etapa: Contextualizando o traçado da parábola a partir de um conjunto de imagens e de uma reportagem. Propondo a primeira tarefa.

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

(1º) Apresente aos estudantes diferentes imagens, de curvas presentes no cotidiano deles.

(2º) Projete uma reportagem para os estudantes assistirem.

Oriente os estudantes para que:

(1º) Analisem e identifiquem o que as imagens têm em comum.

(2º) Identifiquem se existe algo comum, entre as situações apresentadas no vídeo e nas imagens.

A reportagem relata um fato ocorrido no município de Orlândia/SP, onde uma caminhonete salta 15 metros entre duas pistas da rodovia Anhanguera, motorista e o carona saem ilesos. Está disponível no endereço: <https://bityli.com/hI5dC>.

Sugere-se que as imagens sejam pesquisadas na internet e organizadas previamente em slides para serem projetadas no projetor multimídia. A seguir, apresentam-se as imagens de curvas presentes no cotidiano.

PROJETOR MULTIMÍDIA

CURVAS PRESENTES NO COTIDIANO

Ponte Internacional da Amizade – Brasil/Paraguai

Ponte JK (Brasília)

Ponte Infinito (Inglaterra)

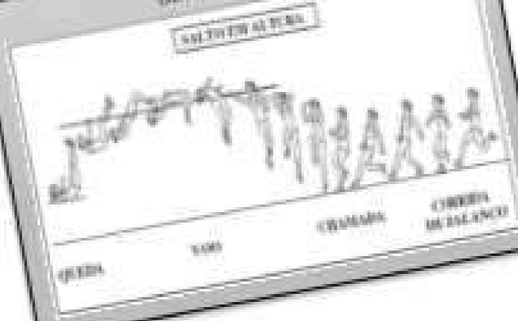
Ponte Golden Gate (Estados Unidos)

Ponte da Baía de Sindney (Sidney, Austrália)

Arco-íris.

Salto de um cavalo.

Salto em altura.



Lançamento de uma bola de basquete.

Lançamento de Foguete (noite).

Lançamento da bola de futebol.

Fio de luz em postes.

Logotipo do McDonald's

Desenho da arcada dentária.

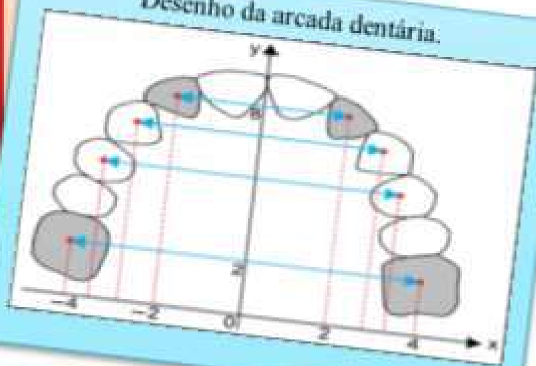
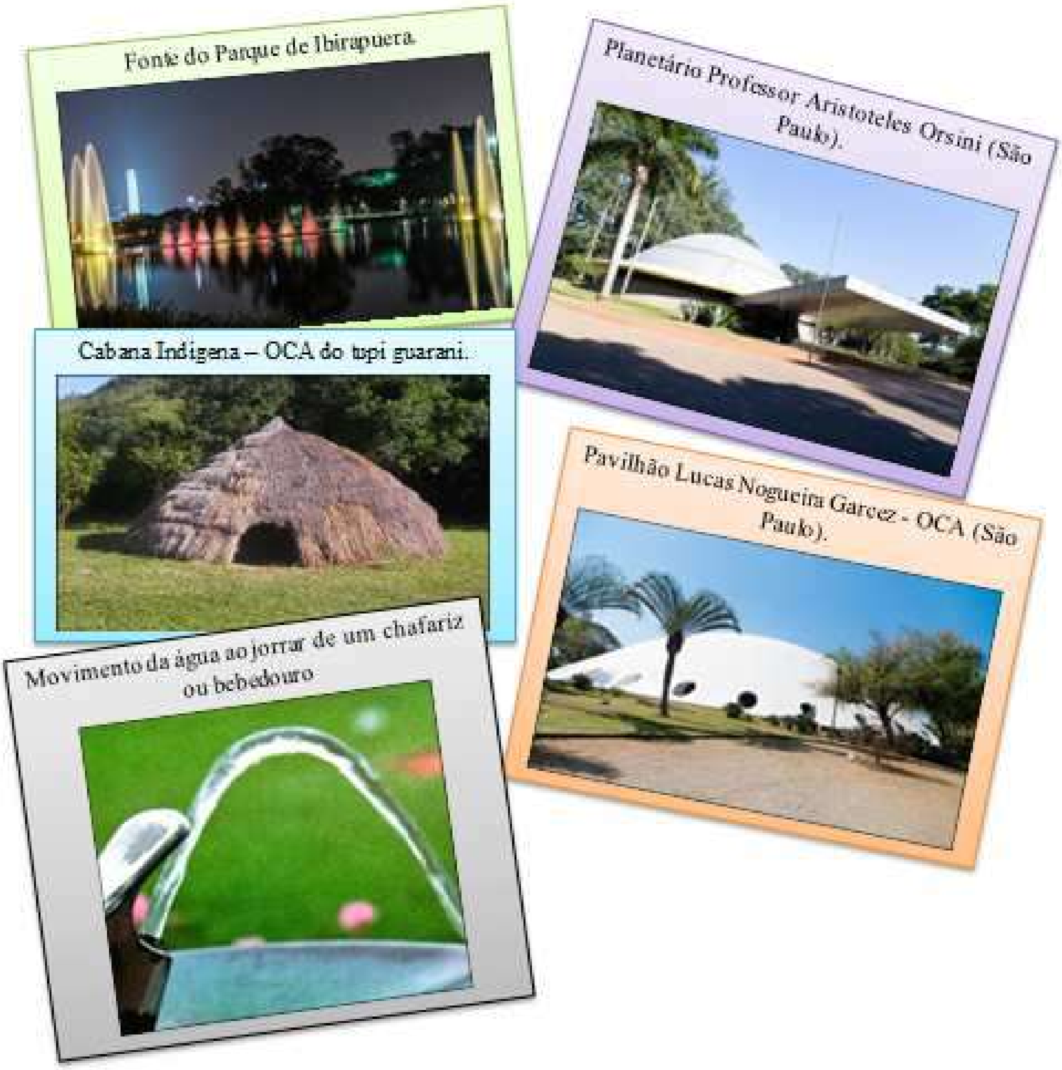


Imagem de uma montanha-russa.

Fibras ópticas carregando informações.

Crianças brincando de pular corda.



ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

(1º) Proponha aos estudantes a realização da Tarefa 1.

Oriente-os a:

- Copiarem e realizarem a tarefa em uma folha do caderno.
- Debaterem suas respostas com os colegas, trocarem informações e experiências.
- Entregarem ao professor depois de concluí-la.

(2º) Oportunize que as duplas compartilhem suas percepções, no grande grupo, socializem suas respostas e troquem experiências com seus colegas, dentro de uma perspectiva interacionista. Assim, poderão rever seus conhecimentos e ampliar esse conjunto de informações. Além disso, será possível identificar os conhecimentos espontâneos dos estudantes.

(3º) Lembre-se de mencionar aos estudantes que eles não estarão sendo avaliados quantitativamente neste momento, mas pelo envolvimento ao longo das aulas e das atividades propostas. O principal enfoque estará no processo e na tentativa de realização das tarefas, assim devem realizá-las sem se preocupar com respostas certas, erradas ou nota.

A *primeira tarefa* tem como objetivo levar o estudante a perceber o traçado da parábola no cotidiano, bem como contextualizar a função quadrática no dia a dia. E ainda, verificar se percebem conhecimentos matemáticos nas situações apresentadas, especificamente a função do 2º grau.

Sugere-se que a Tarefa 1 seja organizada previamente pelo professor, em slides, para ser projetada no projetor multimídia. A seguir, apresenta-se a Tarefa 1.

TAREFA 1

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

Em **DUPLA**, discuta com seu colega e responda os seguintes questionamentos:

(a) O que essas imagens têm em comum?

(b) Qual é a relação entre as imagens e a situação apresentada pelo vídeo?

(c) Estes fenômenos poderiam ser a representação gráfica de uma função? Qual?

Debate e troca de experiências com a turma.

Fonte: Autores, 2020.

Espera-se na primeira tarefa, que os estudantes respondam que, tanto a situação apresentada no vídeo, como as imagens apresentadas descrevem a trajetória de uma curva, chamada **parábola**. E, que esta curva pode ser descrita matematicamente, por uma **função do 2º grau** ou **função quadrática**. No texto *"Definição algébrica da função quadrática"*, página 26, terceira etapa, você pode conferir a definição da nomenclatura parábola.

(1º) Leia o texto “Catenárias”, fornecido a seguir:

(2º) Destaca-se que nesta sequência didática não aprofundaremos o estudo de Catenárias.

(3º) Sugere-se que o professor assista a alguns vídeos, como uma breve contextualização sobre o assunto:

- Isto é Matemática T04E09 A Catenária.
- A arte de construir pontes – TV Escola.
- Catenária (Catenary)

(4º) Os vídeos estão disponíveis respectivamente nos endereços:

<https://www.youtube.com/watch?v=yBH5ezzY_-0>.

<http://hotsite.tvescola.org.br/matematica-em-toda-parte-2/fasciculos/transporte/>.

<https://www.youtube.com/watch?v=qFpS_oDihoU>.

<https://www.youtube.com/watch?v=FWJXKEMo5Jo>.

Catenária

Nem todas as curvas exploradas nas imagens anteriores (páginas 13, 14 e 15) são parábolas. Algumas delas são catenárias. Esta palavra deriva do termo em latim catena, que significa “corrente”. Catenárias são curvas formadas por correntes suspensas, presas em dois pontos e sob influência da gravidade. Destaca-se que as curvas das pontes pênseis e dos fios de energia elétrica presos em postes, são alguns exemplos de catenárias presentes em nosso cotidiano.

Uma experiência simples que pode ser realizada com os estudantes para observar algumas das características dessa curva é a utilização de uma corrente ou de uma corda. Inicialmente mantenha-a esticada e depois arqueada. Levando-os a perceber através da observação, que ao esticá-la, representará uma linha e ao deixá-la arqueada, representará uma catenária.

Adaptação: A arte de construir pontes – TV Escola. Disponível em: <http://hotsite.tvescola.org.br/matematica-em-toda-parte-2/fasciculos/transporte/>.

3ª etapa: Explicação do conteúdo. Propondo a segunda tarefa.

(1º) Retome com os estudantes os seguintes conceitos:

- O que é par ordenado e plano cartesiano.

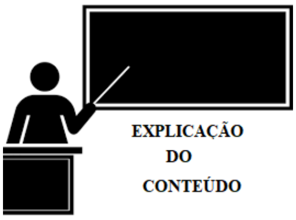
- Diferenciar o eixo das abscissas e o eixo das ordenadas.

- Relembrar como se localiza e marca, pares ordenados em um plano cartesiano.

- Relembrar e identificar os quadrantes.

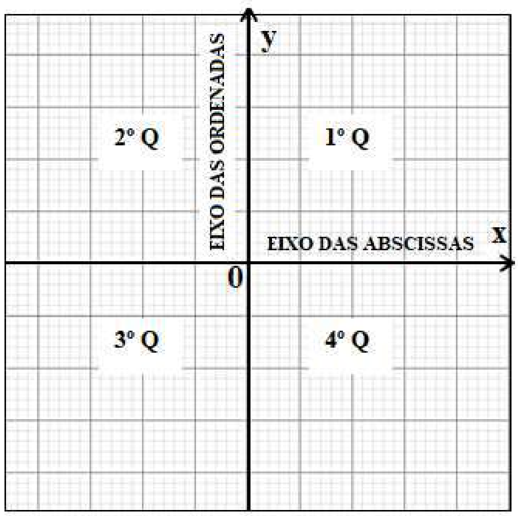
(2º) Realize a leitura do texto "*Plano Cartesiano e Par ordenado*". A partir disso, organize um esquema no quadro, com a sistematização destes conceitos.

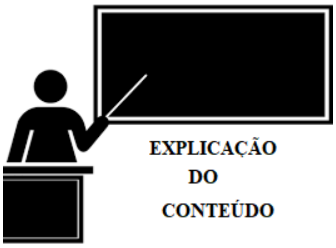
Sugere-se que o conteúdo seja explicado de forma convencional, ou seja, através da exposição e do diálogo, utilizando o quadro e o marcador de quadro. A seguir, apresenta-se a explicação do conteúdo.



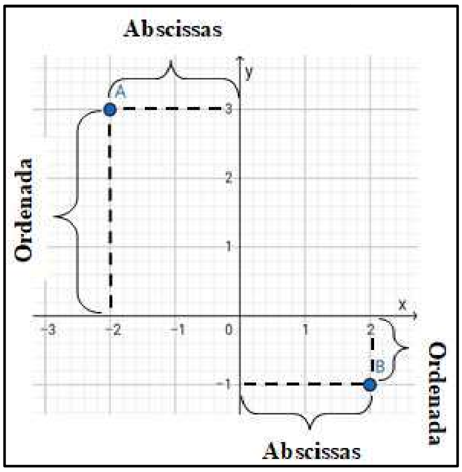
Plano Cartesiano: É formado por uma reta horizontal (x) e por uma reta vertical (y), que são perpendiculares entre si. As duas retas se encontram na origem (zero). O eixo horizontal é denominado eixo das abscissas ou eixo x. E o eixo vertical é denominado eixo das ordenadas ou o eixo y.

Na reta horizontal, os valores a direita de zero, são positivos e a esquerda de zero, negativos. Na reta vertical, os valores a cima de zero, são positivos e a baixo, negativos.





<u>Par ordenado</u>: é formado por dois números reais, organizados entre parênteses, que seguem uma ordem, o primeiro número corresponde a x, e o segundo corresponde a y. O par ordenado permite a localização de qualquer ponto no plano cartesiano por isso são chamados de coordenadas cartesianas. Exemplo:



(a) Qual é o par ordenado correspondente a “***duas unidades para a esquerda e três unidades para cima***”?

Explique que “***duas unidades a esquerda de zero***” o deslocamento ocorre na ***horizontal (eixo x)*** $\Rightarrow \boldsymbol{x = -2}$**.**

E “***três unidades para cima de zero***” o deslocamento ocorre na ***vertical (eixo y)*** $\Rightarrow \boldsymbol{x = +3}$. Logo, o par ordenado correspondente é (x, y) = (-2, 3).

(b) Qual é o par ordenado correspondente a “***duas unidades para a direita e uma unidade para baixo***”?

Explique que “***duas unidades a direita de zero***” o deslocamento ocorre na ***horizontal (eixo x)*** $\Rightarrow \boldsymbol{x = +2}$**.**

E “***uma unidade para baixo de zero***” o deslocamento ocorre na ***vertical (eixo y)*** $\Rightarrow \boldsymbol{x = -1}$. Logo, o par ordenado correspondente é (x, y) = (2, -1).

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

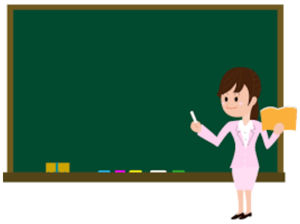
(1º) Leia o “*Roteiro para a Tarefa 2*” e siga as orientações dadas.

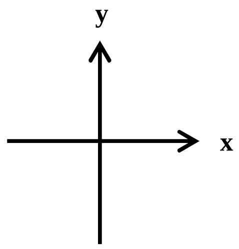
(2º) Depois, proponha a Tarefa 2 e posteriormente corrija-a com os estudantes e esclareça suas dúvidas.

O objetivo desta tarefa é a localização de pares ordenados no plano cartesiano. A seguir, apresenta-se o roteiro e a Tarefa 2.

Professor (a): ***Roteiro para a Tarefa 2***

(1º) Desenhe o plano cartesiano no quadro.





(2º) Oriente os estudantes a traçarem o plano cartesiano no caderno ou na folha, caso seja impressa, e entregue a eles.

Oito unidades para a direita e, oito unidades para a esquerda no eixo x.

Oito unidades para cima e, oito unidades para baixo, no eixo y.

(3º) Mencione aos estudantes que serão dadas algumas orientações relacionadas aos valores de x e de y, para que identifiquem e registrem os pares ordenados correspondentes no plano cartesiano.

(4º) Defina com os estudantes que a primeira orientação do ponto será o valor de x e a segunda orientação será para o eixo y, pois se tem um par ORDENADO.

(5º) Oriente-os que tais coordenadas são sempre em relação à origem do sistema cartesiano.

(6º) As seguintes orientações serão dadas oralmente, para que os estudantes registrem na folha ou no caderno as coordenadas desses pares:

Ponto A: Três unidades para a esquerda e cinco unidades para baixo. Espera-se que eles registrem o par ordenado (-3,-5).
Ponto B: Duas unidades para a esquerda e duas unidades para baixo. Espera-se que eles registrem o par ordenado (-2,-2).
Ponto C: Duas unidades para a esquerda e uma unidade para baixo. Espera-se que eles registrem o par ordenado (-2, -1).
Ponto D: Nenhuma unidade no eixo horizontal e nenhuma unidade no eixo vertical. Espera-se que eles registrem o par ordenado (0, 0).
Ponto E: Nenhuma unidade no eixo horizontal e cinco unidades para cima. Espera-se que eles registrem o par ordenado (0,5).
Ponto F: Cinco unidades para a direita e nenhuma unidade no eixo vertical. Espera-se que eles registrem o par ordenado (5,0).
Ponto G: Cinco unidades para a esquerda e três unidades para cima. Espera-se que eles registrem o par ordenado (-5, 3).
Ponto H: Cinco unidades para a direita e três unidades para baixo. Espera-se que eles registrem o par ordenado (5, -3).

(7º) Oriente os estudantes a marcarem as coordenadas dos pontos dados, no plano cartesiano.

(8º) Corrija e esclareça as dúvidas dos estudantes.

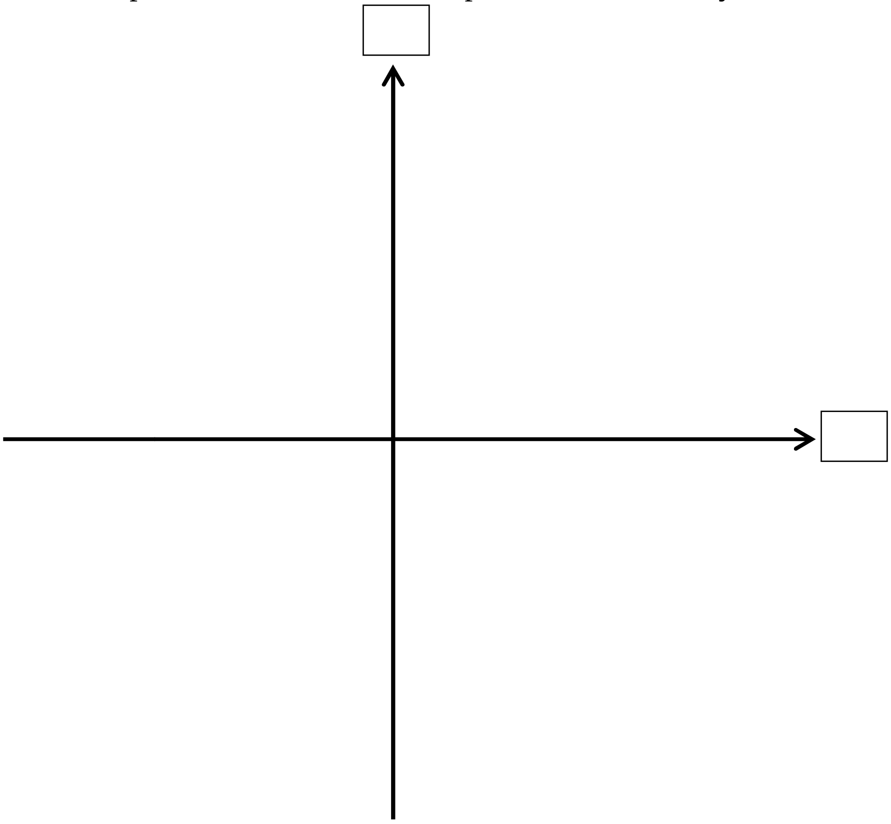
Fonte: Autores, 2020.

TAREFA 2: PLANO CARTESIANO E PAR ORDENADO

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

(1º) Desenhe o plano cartesiano: Oito unidades para a direita e oito unidades para a esquerda no eixo x. Oito unidades para cima e oito unidades para baixo, no eixo y.



(2º) Registre aqui as coordenadas ditas pelo seu professor:

Ponto A:	Ponto C:	Ponto E:	Ponto G:
Ponto B:	Ponto D:	Ponto F:	Ponto H:

(3º) Agora, marque as coordenadas dos pontos dados, no plano cartesiano.

(4º) Utilize como unidade de medida 0,5 cm.

(5º) Lembre-se que a primeira orientação do ponto será para o valor de x e a segunda orientação será para o eixo y, pois temos um par ORDENADO. Tais coordenadas são sempre em relação à origem do sistema cartesiano.

Fonte: Autores, 2020.

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

(1º) Proponha aos estudantes a realização da Tarefa 3.

(2º) Oriente-os a:

- Analisarem as imagens.
- Copiarem as perguntas (questionamentos) e respondê-las em uma folha.
- Debaterem as respostas com os colegas, trocarem informações e experiências.
- Entregarem ao professor depois de concluí-la.

(3º) Destaca-se que o papel do professor é mediar esse processo, conduzindo-os por meio de questionamentos. Incentive os estudantes a trocarem informações e debaterem suas respostas com seus colegas, bem como esclarecer suas dúvidas com o professor.

A *terceira tarefa* tem como objetivo identificar alguns conhecimentos prévios dos estudantes sobre vértice e raízes, tais como:

(1º) Analisar a curva traçada e identificar os pontos em que toca o eixo x e o ponto mais alto, bem como reconhecer as coordenadas desses pontos.

(2º) Verificar se lembram dos nomes que recebem esses pontos, de forma natural ou não e,

(3º) Reconhecer o quadrante no qual está localizada a parábola.

Sugere-se que a Tarefa 3 seja organizada previamente pelo professor, em slides, para ser projetada no projetor multimídia. A seguir, apresenta-se a Tarefa 3.

Sugere-se a leitura do trabalho “O uso do computador (Geogebra) e do logotipo do McDonald’s no estudo da função do 2º grau” (TRAMM; CUNHA, 2011). Está disponível no endereço: <http://www4.pucsp.br/geogebrala/submissao/pdfs/69elda.pdf>.

TAREFA 3

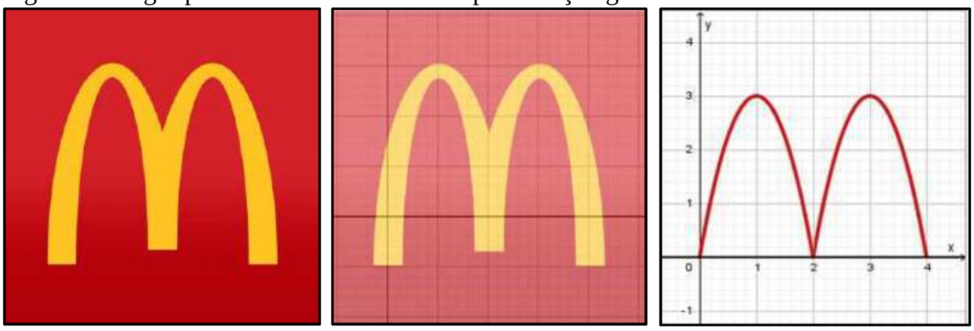
Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

Material: Folha quadriculada, lápis e borracha.

Os designers gráficos utilizam diferentes figuras geométricas na construção de logotipos. Na Figura 1, abaixo, podemos observar um exemplo disso, que é a letra M de McDonald's, formada por duas parábolas. Como as duas parábolas são idênticas, podemos trabalhar apenas com uma.

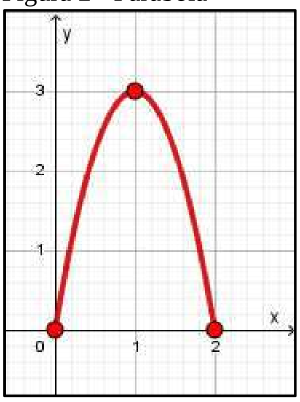
Figura 1 - Logotipo do McDonald's e sua representação gráfica.



Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

Sendo assim, siga as orientações e depois realize as seguintes atividades:

Figura 2 - Parábola



Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

(1º) Desenhe o plano cartesiano no papel quadriculado.

(2º) Identifique os eixos x e y.

(3º) A parábola ao lado (Figura 2) é a representação gráfica de uma das "pernas" da letra M. Represente essa curva no plano cartesiano, o mais semelhante possível, como no exemplo.

(4º) Para avançar, mostre ao professor o traçado que você reproduziu.

(5º) Após isso, junte-se com um colega para discutir e responder as perguntas a seguir.

Agora responda os seguintes questionamentos:

(a) A parábola está localizada em qual quadrante?

(b) A parábola traçada toca o eixo do x? Quais são as coordenadas desses pontos? Que nome recebem esses pares ordenados?

(c) Identifique as coordenadas do ponto mais alto desta parábola. Que nome esse par ordenado recebe?

Fonte: Autores, 2020.

SUGESTÕES E DICAS

Espera-se na Tarefa 3, que os estudantes respondam que as coordenadas dos pontos em que a parábola toca o eixo x são respectivamente (0,0), (2,0), e o ponto mais alto, é (1,3), neste exemplo. Perceba se eles lembram-se dos nomes que recebem esses pontos (raízes ou zeros de uma função) de forma natural ou não.

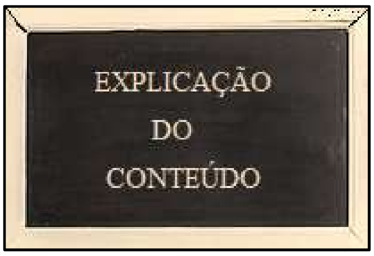
ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

(1º) Realize a leitura do texto "*Definição algébrica da função quadrática*".

(2º) Organize um esquema no quadro, com a sistematização dos principais conceitos explorados na Tarefa 2 e 3.

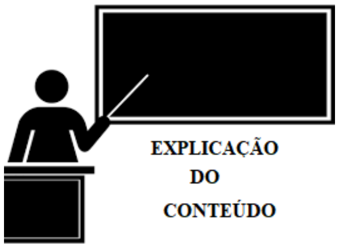
(3º) Relacione as curvas apresentadas nas imagens e na reportagem, com a parábola.

(4º) Explore a definição algébrica de função quadrática.



Sugere-se que o conteúdo seja explicado de forma convencional, ou seja, através da exposição e do diálogo, utilizando o quadro e o marcador de quadro. A seguir, apresenta-se a explicação do conteúdo.

Definição algébrica da função quadrática

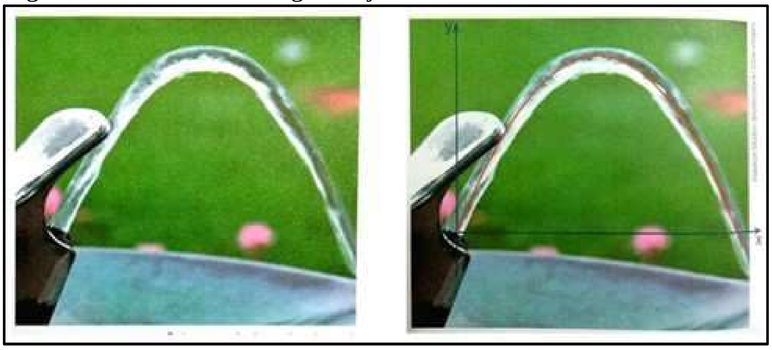


As curvas que se comportam desta forma, conforme os exemplos dados pelas imagens anteriores recebem o nome de **parábola**. Por sua vez, uma parábola é expressa algebricamente por uma **função quadrática**, ou seja, o gráfico de uma **função quadrática** é uma **parábola**.

A parábola aparece como padrão de comportamento de muitos fenômenos, como a trajetória de um projétil ao ser lançado, o movimento que a bola faz em um chute a gol, o fio de luz nos postes, entre outros (DANTE, 2013).

O estudo do movimento realizado por um objeto ao ser lançado é uma das aplicações da função quadrática (BALESTRI, 2016). Outro exemplo, desse tipo de movimentos, é a linha descrita pela água ao jorrar em uma fonte (Figura 3). “A trajetória desse movimento pode ser descrita aproximadamente pelo gráfico de uma função quadrática, que é uma curva chamada parábola” (BALESTRI, 2016, p. 88).

Figura 3 - Movimento da água ao jorrar de um chafariz ou bebedouro



Fonte: BALESTRI, 2016, p. 88.

De forma geral, as funções que têm a seguinte estrutura $f(x) = ax^2 + bx + c$ ou $y = ax^2 + bx + c$ são chamadas **funções quadráticas**, em que $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$. (DANTE, 2013).

As funções quadráticas podem ser **completas**, quando $b \neq 0$ e $c \neq 0$. Como é o exemplo da função $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$. Os parâmetros são: $a = 3$, $b = -2$ e $c = 1$.

Ou podem ser **incompletas**, quando:

$b = 0$ e $c = 0$, por exemplo, $m(x) = 2x^2$;

$b = 0$ e $c \neq 0$, por exemplo, $h(x) = x^2 + 5$

$b \neq 0$ e $c = 0$, por exemplo, $g(x) = -x^2 - 9x$

3.2 Segundo momento

Título: Monumento da Praça da Apoteose e a parábola.

Objetivos:

- Perceber o traçado da parábola no cotidiano
- Representar a parábola no plano cartesiano.
- Verificar, aritmeticamente, que o valor *x, quando y = 0,* pode representar a raiz de uma equação.
- Identificar e explorar as raízes, o vértice, o eixo de simetria, o ponto de máximo e o ponto de mínimo, o intervalo de crescimento e decrescimento, a partir do gráfico da função quadrática.
- Fazer *download* do aplicativo Geogebra.

Tempo de duração estimado: 4 períodos de 50 minutos.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: projeto multimídia, folha quadriculada, quadro e marcador de quadro.

1ª etapa: Propondo a primeira tarefa.

(1º) Apresente aos estudantes, a imagem do arco da Praça da Apoteose no sambódromo do RJ, através da projeção de slides no projetor multimídia e da leitura do breve texto.

(2º) Comente que o monumento é um grande arco parabólico de concreto, localizado na cidade do Rio de Janeiro e foi projetado pelo arquiteto Oscar Niemeyer.

(3º) Questione-os se eles já conheciam este ou outros monumentos de Oscar.

(4º) Mencione que o arquiteto sempre gostou de trabalhar com arcos e linhas curvas.

Sugere-se que a imagem da Praça da Apoteose seja pesquisada na internet e organizada previamente em slides para ser projetada. Sugestão de imagens no endereço: <https://bityli.com/ZHLwY>.

(1º) Proponha aos estudantes a realização da Tarefa 1.

Oriente-os a:

- Copiarem as perguntas e respondê-las em uma folha.
- Trocarem informações, experiências e debaterem suas respostas com seus colegas ao longo da realização desta tarefa, bem como esclarecer suas dúvidas com o professor.
- Entregarem ao professor depois de concluí-la.

(2º) Entregue aos estudantes uma folha quadriculada para que desenhem o plano cartesiano e a parábola correspondente.

(3º) Com a imagem do arco da Praça da Apoteose já projetada, oriente os estudantes a reproduzirem a parábola, o mais semelhante possível.

(4º) Certifique-se de que todos desenharam a parábola no primeiro quadrante e utilizaram as mesmas coordenadas para as raízes e vértice.

(5º) Mencione que as medidas utilizadas não são reais, mas utilizou-se uma foto do monumento buscando "encaixá-la" no plano cartesiano. Esta disposição no plano cartesiano norteará para as respostas desejadas nos questionamentos seguintes.

A *primeira tarefa* tem como objetivo verificar se os estudantes:

(1º) Ampliaram os conceitos abordados na Tarefa 3 - Primeiro momento.

(2º) Percebem que todo par ordenado localizado sobre o eixo x, tem em comum a ordenada zero.

(3º) Percebem que os pontos em que parábola toca o eixo *x* recebem o nome de raízes ou zeros de uma função.

(4º) Percebem que o ponto mais alto recebe o nome de vértice.

(5º) Relacionam o conceito "raiz ou zero de uma função", explorado na função do 1º grau, com o conteúdo em estudo, função do 2º grau.

(6º) Analisam o gráfico traçado, identificando corretamente as coordenadas do vértice e as raízes. A seguir, apresenta-se a Tarefa 1.

TAREFA 1

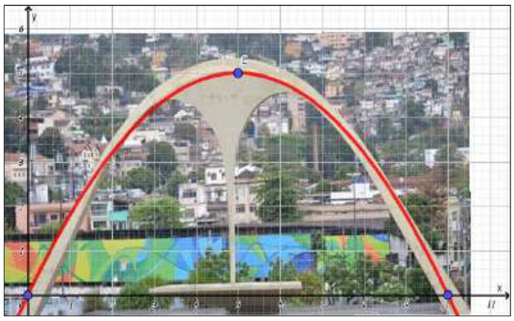
Nome: ___________________________________ ____________________

Data:____/____/____ **Turma:**______

Material: Folha quadriculada, lápis e borracha.

O arco da Praça da Apoteose no Sambódromo do Rio de Janeiro foi projetado pelo arquiteto Oscar Niemeyer e teve sua construção finalizada em 1984. O monumento é um grande arco parabólico de concreto com um pendente ao centro. Oscar sempre gostou de trabalhar com arcos e linhas curvas. Observe na Figura 4, que a curva externa deste monumento tem o formato de uma parábola.

Figura 4 - Monumento da Praça da Apoteose



Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

Sendo assim, siga as orientações e depois realize as seguintes atividades:

(1º) Desenhar o plano cartesiano no papel quadriculado.

(2º) Representar no 1º quadrante do plano cartesiano o traçado apresentado na figura à cima (Figura 4), o mais semelhante possível.

(3º) Para avançar, mostre ao professor o traçado que você reproduziu.

(4º) Após isso, junte-se com um colega para discutir e responder as perguntas a seguir.

Agora responda os seguintes questionamentos:

(a) A parábola traçada toca o eixo do x em quantos pontos? Quais as coordenadas desses pontos?

(b) Todos os pares ordenados localizados sobre o eixo do x, tem algo em comum. Pense e discuta com seu colega, o que esses pontos têm em comum?

(c) Esses pares ordenados recebem um nome específico. Qual seria esse nome?

(d) Quais as coordenadas do ponto mais alto dessa parábola? Que nome recebe esse par ordenado?

Investigação

Caso tenha dificuldade para responder a letra "c", vamos revisar o conteúdo "Função Polinomial do 1º grau":

(1º) Que nome recebe o ponto em que a reta intercepta o eixo x?

(2º) Em quantos pontos a reta intercepta o eixo x?

(3º) Em quantos pontos a parábola intercepta o eixo x?

(3º) Você observa algo em comum entre as coordenadas desses pontos, nos quais a reta e a parábola tocam o eixo x?

(4º) Leia novamente a letra "c" e formule uma resposta.

Para refletir...

Em dupla discutam a seguinte questão: (5º) Será que existe alguma relação entre o grau da função 1º grau e, agora, 2º grau, com o número de vezes que o traçado da função intercepta o eixo x?

Fonte: Autores, 2020.

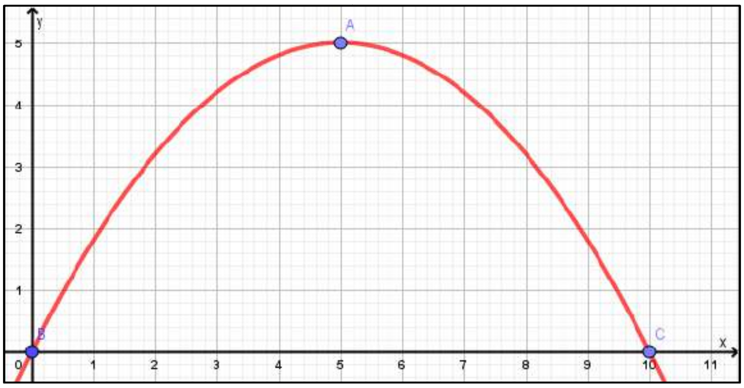
(1º) Espera-se que os estudantes percebam nas letras:

(a) que a parábola intercepta o eixo *x* em dois, de coordenadas (0,0), (10,0).

(b) que todo ponto localizado sobre o eixo *x* tem como ordenada zero. Sendo assim, o valor encontrado para *x* está formando par com o y, $(x, 0)$.

(c) lembrem-se que esses pares ordenados recebem o nome de raízes ou zeros de uma função.

(d) respondam que o ponto mais alto é (5,5) e recebe o nome de vértice.



(2º) Ressalta-se que na **letra (c)** o conceito de raiz ou zero de uma função, talvez não apareça naturalmente. Sendo assim, propõe-se um roteiro de perguntas, referentes à reta e a função do 1º grau, para que o estudante procure as anotações feitas em seu caderno, ou utilize o livro didático, ou a internet, se for possível, buscando informações sobre o conteúdo "Função polinomial do 1º grau", estudado previamente.

2ª etapa: Sistematização dos conceitos explorados na primeira tarefa e explicação convencional do conteúdo.

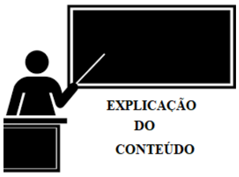
(1º) Organize um esquema no quadro, para sistematização dos conceitos explorados na primeira tarefa.

(2º) Mencione que no decorrer dessa sequência didática vamos relembrar como se calcula algebricamente as raízes ou zeros de uma função do 2º grau.

(3º) Por enquanto, basta saber que os **zeros ou raízes da função** são os pontos em que a parábola intercepta o eixo x, os valores de x' e x''. Nesses pontos, $y = 0$. No gráfico desenhado pelos estudantes as raízes são: $x' = 0$ e $x'' = 10$, as quais correspondem aos pontos de coordenadas $(0,0)$ e $(10,0)$. A seguir a explicação do conteúdo.

Sugere-se que o conteúdo seja explicado de forma convencional, ou seja, através da exposição e do diálogo, utilizando o quadro e o marcador de quadro.

Arco da Praça da Apoteose no plano cartesiano[1]



Na primeira tarefa, ao representar o arco da Praça da Apoteose, no plano cartesiano, percebe-se que o monumento tem o formato de uma parábola[2]. Analisando o gráfico construído é possível identificar que a parábola toca o eixo do x em dois pontos, de coordenadas (0,0) e (10,0).

Ao analisar o que há em comum entre eles, percebe-se que ambos os pares ordenados estão localizados no eixo x e que o y é igual à zero. Sendo assim, conclui-se que todo par ordenado localizado sobre o eixo *das abscissas* tem como *ordenada* zero (x,0). Por este motivo, estes pontos são nomeados raízes ou zeros de uma função, ou seja, raiz ou zero de uma função é dado pelo valor de x que faz com que a função (y) assuma o valor zero.

Raízes ou zeros de uma função[3]: Para Dante (2014), **raiz** ou **zero** de uma função é determinar os valores de x que tornam a função igual à zero. Analogamente, $f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow f(x) = 0$. Para determinar o valor de x, basta resolver a equação $ax^2 + bx + c = 0$.

$$\underbrace{f(x)} = 0$$
$$\boldsymbol{ax^2 + bx + c} = 0$$

No entanto, conhecendo, por exemplo, a lei matemática $y = -0{,}2x^2 + 2x$ e sabendo que 0 e 10 são as raízes ou zeros da equação $-0{,}2x^2 + 2x = 0$. É possível verificar a igualdade substituindo a incógnita pelos valores 0 e 10.

(1º) Substituindo $x = 0$, temos: $-0{,}2x^2 + 2x = 0 \rightarrow -0{,}2.0^2 + 2.0 = 0 \rightarrow 0 = 0$. Logo, zero é raiz dessa equação, pois satisfaz a igualdade (quando x=0, y é igual à zero).

(2º) Da mesma forma, substituindo $x = 10$, temos: $-0{,}2.(10)^2 + 2.10 = 0 \rightarrow -20 + 20 = 0 \rightarrow 0 = 0$. Portanto, 10 é raiz dessa equação, pois satisfaz a igualdade (quando x=10, y é igual à zero).

Isto significa que a função $y = -0{,}2x^2 + 2x$ possui duas raízes ou zeros. Como o expoente de maior grau é 2, uma função de 2º grau pode ter até duas raízes.

De modo geral, o gráfico de uma função do 1º grau é uma reta e toca o eixo x, em um único ponto (uma raiz), pois o expoente de maior grau é 1. Já o gráfico da função do 2º grau é uma parábola e pode tocar o eixo x, em até dois pontos (até duas raízes), pois o expoente de maior grau é 2.

[1] O link, a seguir, pode ser acessado para complementar as explicações do professor, sobre os pontos notáveis da parábola, raízes, vértice e o ponto de intersecção da curva com o eixo y: <https://bityli.com/D8cnu>.
[2] É importante destacar que as medidas utilizadas não foram as medidas reais.
[3] Vamos relembrar como determinar as raízes ou zeros de uma função do 2º grau no 7º Momento.

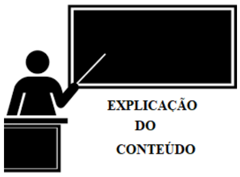
(1º) Mencione aos estudantes que é possível determinar a lei matemática (expressão analítica) que modela essa curva, conhecendo alguns pares ordenados pertencentes à parábola.

(2º) Determine a lei com os estudantes.

A seguir, apresenta-se a determinação da lei matemática.

Sugere-se que o conteúdo seja explicado de forma convencional, ou seja, através da exposição e do diálogo, utilizando o quadro e o marcador de quadro.

<u>DETERMINANDO A LEI MATEMÁTICA</u>



Conhecendo as raízes (0,0) e (10,0), bem como, o vértice (5, 5), basta substituir esse pontos na forma geral $f(x) = ax^2 + bx + c$.

1º passo: (I) Substituindo (0,0) obtemos: $a.0^2 + b.0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$

(II) Substituindo (10,0) obtemos: $a.10^2 + b.10 + 0 = 0 \Rightarrow 100a + 10b = 0$.

(III) Substituindo (5, 5) obtemos: $a.5^2 + b.5 + 0 = 5 \Rightarrow 25a + 5b = 5$.

2º passo: Fazendo um sistema com as equações (II) e (III), temos: $\begin{cases} 100a + 10b = 0\ (II) \\ 25a + 5b = 5\ (III) \end{cases}$

3º passo: Dividimos a equação (II) por (-2) temos: $\begin{cases} -50a - 5b = 0\ (IV) \\ 25a + 5b = 5\ (III) \end{cases}$

Utilizando o método da soma, obtemos: $-25a = 5 \Rightarrow a = -0{,}2$.

4º passo: Substituindo o valor $a = -0{,}2$, na equação (II) encontramos:

$100.(-0{,}2) + 10.b = 0 \Rightarrow -20 + 10.b = 0 \Rightarrow 10.b = 20 \Rightarrow b = 2$.

5º passo: Agora substituímos os valores $a = -0{,}2$, $b = 2$ e $c = 0$ na expressão $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, podemos escrever a função: $y = -0{,}2x^2 + 2x$.

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

(1º) Na sequência, proponha a Tarefa 1.

Oriente-os a:

- Copiarem as perguntas e respondê-las em uma folha.

- Trocarem informações, experiências e debaterem suas respostas com seus colegas ao longo da realização desta tarefa, bem como esclarecer suas dúvidas com o professor.

- Entregar ao professor depois de concluí-la.

(2º) Mencione aos estudantes que para verificar se um número é ou não raiz de uma equação, basta substituir a incógnita pelo número dado. Se obtiver o mesmo resultado em ambos os membros da igualdade, o número é considerado raiz da equação.

(3º) Depois, por meio de questionamentos, leve-os a observarem e analisarem os cálculos desenvolvidos de maneira que percebam que determinar as raiz ou zero de uma função é determinar os valores de x que tornam a f(x)=0.

A *segunda tarefa* tem como objetivo verificar se um número é ou não raiz de uma equação. A seguir, apresenta-se a segunda tarefa.

TAREFA 2

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

(a) Conhecendo a função $y = -x^2 + 2x + 3$, verifique se os números -1, 3 e 4 são raízes da equação $-x^2 + 2x + 3 = 0$

(b) Conhecendo a função $y = -x^2 + 5x + 8$, verifique se o número 3 é raiz da equação $-x^2 + 5x + 8 = 0$.

(c) Explique com suas palavras o significado de encontrar as raízes ou zeros de uma função de 2º grau?

Fonte: Autores, 2020.

3ª etapa: Propondo a terceira tarefa. Explicação do Conteúdo. *Download* do aplicativo.

Proponha aos estudantes a Tarefa 3.

Oriente-os a:

- Copiarem as perguntas e respondê-las no caderno.

- Trocarem informações, experiências e debaterem suas respostas com seus colegas ao longo da realização desta tarefa, bem como esclarecer suas dúvidas com o professor.

A *terceira tarefa* tem como objetivo:

(1º) Analisar o gráfico traçado pelos estudantes, na Tarefa 1, identificando nele o vértice, o eixo de simetria, intervalos de crescimento e decrescimento.

(2º) Levar os estudantes a perceberem que:

- a dobra vertical realizada na folha, representa o eixo de simetria.

- a intersecção entre o eixo de simetria e o ponto mais alto é o vértice, de coordenadas (5,5).

- a curva cresce no intervalo [0,5] e decresce no intervalo [5,10].

A seguir apresenta-se a Tarefa 3.

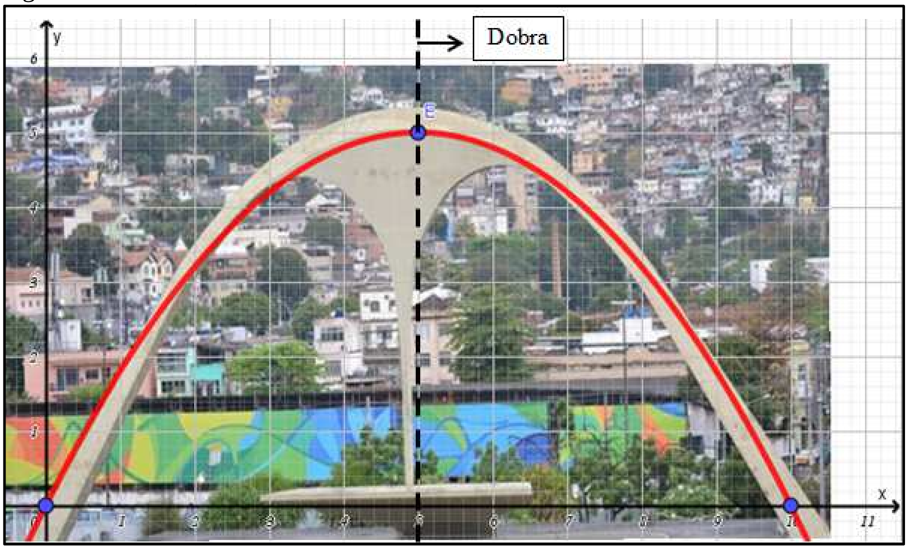
TAREFA 3

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

(a) Dobre a folha ao meio, de maneira que a dobra divida o eixo x, em duas partes iguais. Certifique-se que ao fazer essa dobra, a parábola desenhada por você, foi dividida exatamente ao meio, conforme Figura 5.

Figura 5 - Dobra da folha



Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

(b) A dobra da folha passa em que coordenadas?

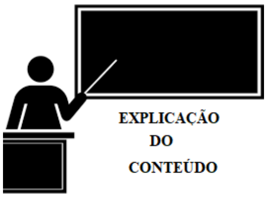
(c) Qual o ponto mais alto desta parábola? Quais suas coordenadas?

(d) Analise e responda o que acontece com os valores de y, no intervalo [0,5]?

(e) Analise e responda o que acontece com os valores de y, no intervalo [5, 10]?

Fonte: Autores, 2020.

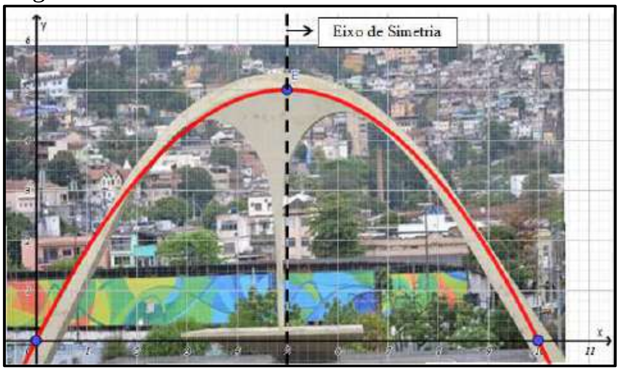
Depois, sugere-se que o conteúdo seja explicado de forma convencional, ou seja, através da exposição e do diálogo, utilizando o quadro e o marcador de quadro. Organize um esquema no quadro sistematizando estes conceitos. A seguir, apresenta-se a explicação do conteúdo.



Vértice e Eixo de Simetria

Esse eixo vertical que divide a parábola em duas partes iguais e intercepta a curva em um único ponto é denominado **vértice** da parábola. E este eixo recebe o nome de eixo de simetria. Sendo assim, toda parábola possui um **eixo de simetria** (Figura 6).

Figura 6 - Eixo de simetria

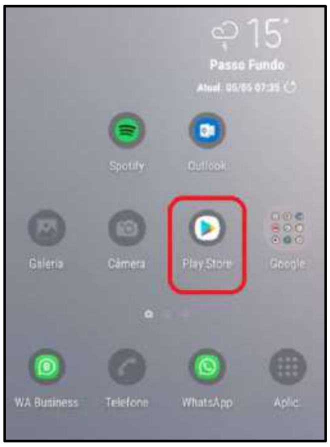


Fonte: Arquivo pessoal.

Dizemos que esta parábola cresce no intervalo [0,5] e decresce no intervalo [5,10]. Quando a abertura da parábola está voltada para cima, temos um ponto de mínimo (ponto mais baixo). Quando a abertura da parábola está voltada para baixo, temos um ponto de máximo (ponto mais alto).

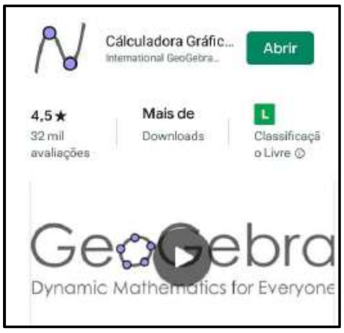
ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

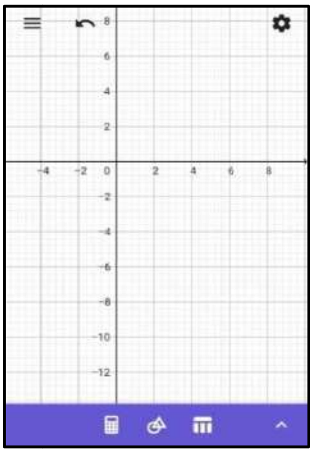
Para finalizar este momento, solicite aos estudantes que façam o *download* do aplicativo Geogebra, para a próxima aula. Mencione que seu *download* é gratuito e que o Geogebra poderá ser utilizado, sem que o dispositivo móvel esteja conectado à internet. A seguir, apresentam-se orientações para fazer o *download* deste aplicativo.



(1º) Para fazer *download* deste aplicativo em seu dispositivo móvel será utilizado o Google *Play Store*[4] (android) ou *Apple Store*[5] (IOS).

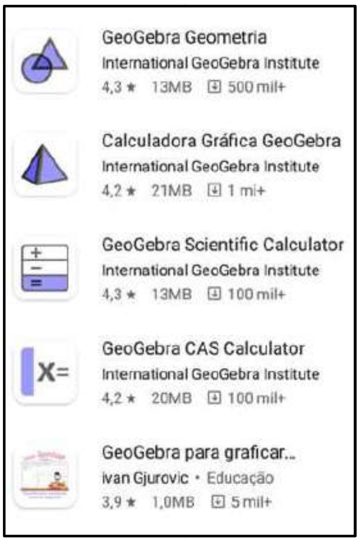
(2º) Clique no ícone "*Play Store*" ou "*Apple Store*", que aparece na tela de seu celular. Depois, digite a palavra "Geogebra", no espaço "Pesquisa app".





(3º) Depois clique em "instalar" e "aceitar".

(4º) Para acessar a tela inicial do aplicativo clique em "abrir".



(5º) Mencione que além da "Calculadora gráfica Geogebra" poderão aparecer as seguintes opções:

[4] Play Store é a loja virtual do Google para celulares com sistema Android. Nela é possível fazer *download* de aplicativos destinados à plataforma, como jogos, músicas, filmes e livros. A loja conta com milhões de aplicativos de diferentes gêneros, entre os quais estão redes sociais, para entretenimento, *softwares* de fotografia, mensageiros, navegadores, de segurança. Disponível em praticamente todos os celulares, ela oferece aplicativos que variam entre ofertas gratuitas e pagas. Para saber mais acesse o link: <https://bityli.com/PQU37>.

[5] Ela é a loja oficial de aplicativos para o sistema operacional iOS, da Apple. A loja permite que os usuários naveguem e baixem aplicativos desenvolvidos com o kit de desenvolvimento de software para iOS.

3.3 Terceiro momento

Título: Explorando o aplicativo Geogebra nas aulas de Matemática.

Objetivo:

- Apresentar o aplicativo Geogebra
- Aprender a manusear as ferramentas do aplicativo Geogebra.
- Propor roteiros aula com passo a passo.
- Realizar as tarefas 1, 2, 3 e 4.

Tempo de duração estimado: 4 períodos de 50 minutos.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: Aplicativo Geogebra e projetor multimídia.

1ª etapa: Manipular as ferramentas do aplicativo Geogebra. Roteiro de aula.

(1º) Certifique-se que todos os estudantes fizeram o *download* do aplicativo, conforme orientados na aula anterior.

(2º) Mencione que:

- o aplicativo pode ser utilizado *off-line*, ou seja, depois de ser feito o *download* em seu dispositivo móvel, não será necessário estar conectado à internet.

- o Geogebra será utilizado para traçar gráficos de funções.

(3º) Proponha aos estudantes o primeiro roteiro.

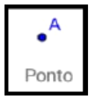
(4º) Oriente-os a:

- Acompanharem os passos por meio da projeção dos slides.

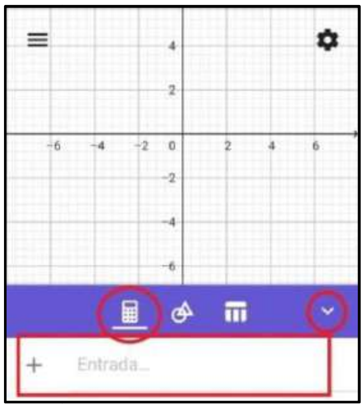
- Realizarem os passos em seus dispositivos móveis.

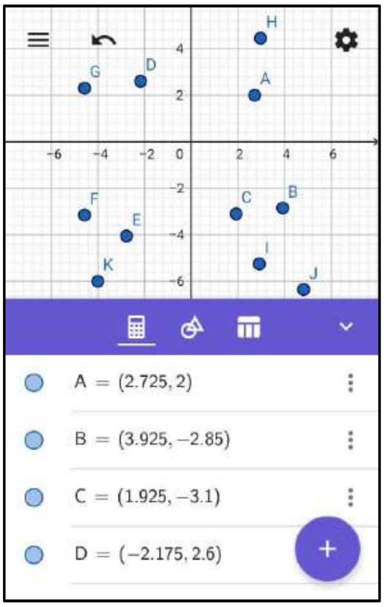
O *primeiro roteiro* tem como objetivo proporcionar aos estudantes um momento para manipularem, explorarem e conhecerem a interface do aplicativo Geogebra e os comandos que serão utilizados.

Sugere-se que o *Roteiro de execução 1* seja organizado previamente, em slides, para ser projetado. A seguir apresenta-se o *primeiro roteiro* de execução.

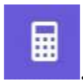
1ºpasso: Para inserir pares ordenados, clique no ícone , e selecione ponto 

. Depois, toque em qualquer ponto do plano cartesiano.





2ºpasso: Faça o teste, inserindo no mínimo oito pares ordenados no plano cartesiano.

3º passo: É possível verificar as coordenadas dos pontos marcados. Para isso, clique no ícone .

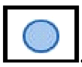
Questionamentos:

(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?

(b) Existe uma lei matemática que associe (ligue/vincule) esses pontos?

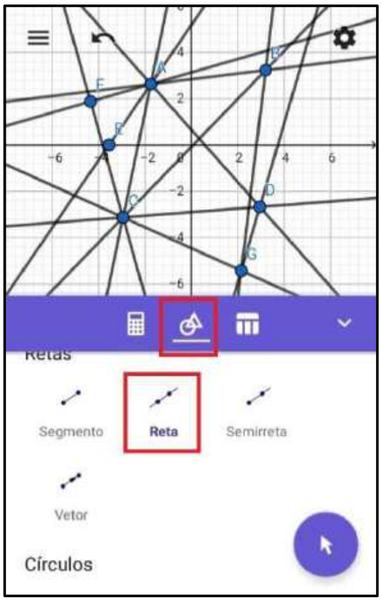
(c) Gerou algum tipo de gráfico? Justifique.

(d) Clicando no ícone  verifique se gerou alguma lei matemática.

4º passo: Clicando em . Perceba que o par ordenado correspondente será ocultado do plano cartesiano. Ao clicar novamente volta a aparecer.

5º passo: Outra forma de inserir pares os ordenados no plano cartesiano é digitá-lo na caixa de entrada 

. Faça o teste, insira um par ordenado qualquer.



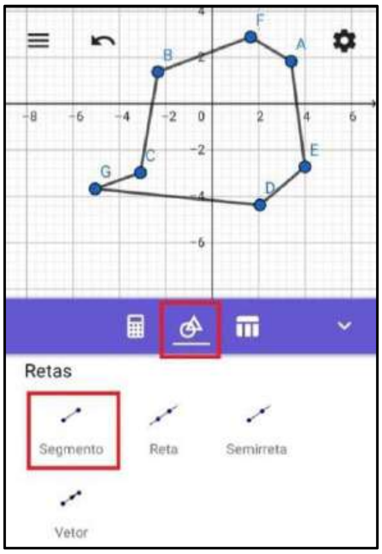
6º passo: Para unir pontos alinhados com retas, basta clicar no ícone , selecionar e depois clicar sobre dois pontos. Faça o mesmo com os demais pontos marcados no plano cartesiano.

Questionamentos:

(a) Esses pontos foram unidos por uma única linha?

(b) Existe uma única lei matemática que associe (ligue/vincule) todos esses pontos?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Justifique.

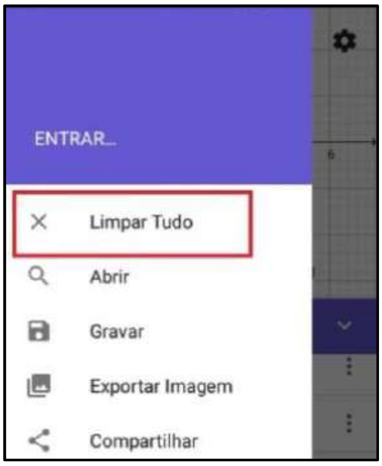


(d) Clicando no ícone verifique se gerou alguma lei matemática.

7º passo: Ocultar as retas do passo anterior (4º passo), clicando em .

8º passo: Para unir os pontos por segmentos de reta, basta clicar no ícone , selecionar e depois clicar sobre dois pontos. Faça o mesmo com os demais pontos marcados no plano cartesiano.

Questionamentos:



(a) Esses pontos foram unidos por uma única linha?

(b) Existe uma única lei matemática que associe (ligue/vincule) todos esses pontos?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Justifique.

(d) Clicando no ícone verifique se gerou alguma lei matemática.

8º passo: Clicando no ícone , no canto superior esquerdo da tela do aplicativo, será aberta a aba “ENTRAR...”. Selecione “Limpar Tudo” e “descartar” e tudo que foi feito será apagado.

Sugestões e dicas - Questionamentos levantados anteriormente.

(1º) No *terceiro passo*, faça o seguinte questionamento: **Será que basta ter pontos para fazer um gráfico**?

Explique que para gerar um gráfico, estes pontos devem pertencer a um mesmo traçado. Assim, devem estar vinculados a uma lei matemática, que relacione os eixos x e y.

Conhecendo a lei matemática é possível determinar quais pontos pertencem ao respectivo gráfico e determinar se esse gráfico será uma reta, uma parábola, entre outros. Mencione também, que nem todo traçado é um gráfico de uma função, sendo necessário ter uma relação de dependência entre duas variáveis.

(2º) No *sexto passo*, mencione que para ser um gráfico todos os pontos deveriam pertencer a um mesmo traçado e deveria existir uma lei matemática que vinculasse esses pontos. No entanto, é possível verificar no aplicativo que foi gerada uma lei matemática para cada reta traçada, ou seja, esses pontos pertencem a retas diferentes. Sendo assim, não temos um único gráfico.

(3º) No *sétimo passo*, explique que os pontos não foram unidos por um único traçado e que não existe uma lei matemática para a figura gerada. Cada segmento possui um valor numérico correspondente ao seu comprimento. Sendo assim, não temos um gráfico de função, pois não existe um único traçado que passe por todos esses pontos, nem uma relação de dependência entre duas variáveis.

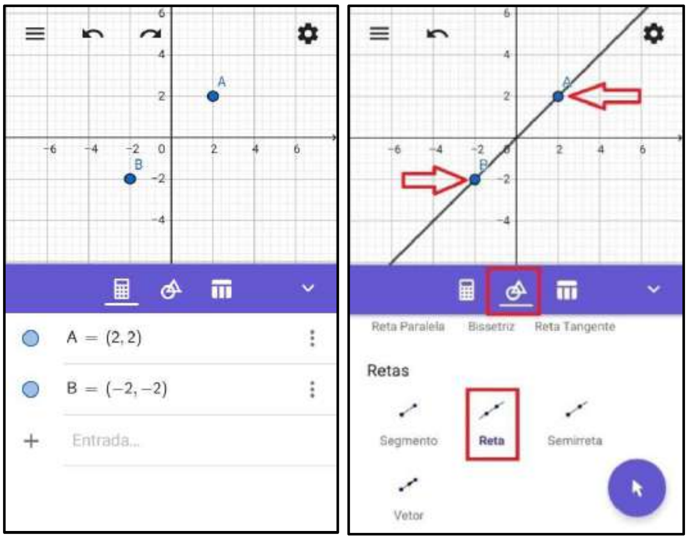
(1º) Proponha aos estudantes o *segundo roteiro* de execução.

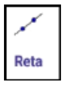
(2º) Oriente-os a:

- Acompanharem os passos por meio da projeção dos slides.
- Realizarem os passos em seus dispositivos móveis.

O *segundo roteiro* tem como objetivo proporcionar aos estudantes um momento para manipularem, explorarem e conhecerem outras ferramentas do aplicativo Geogebra.

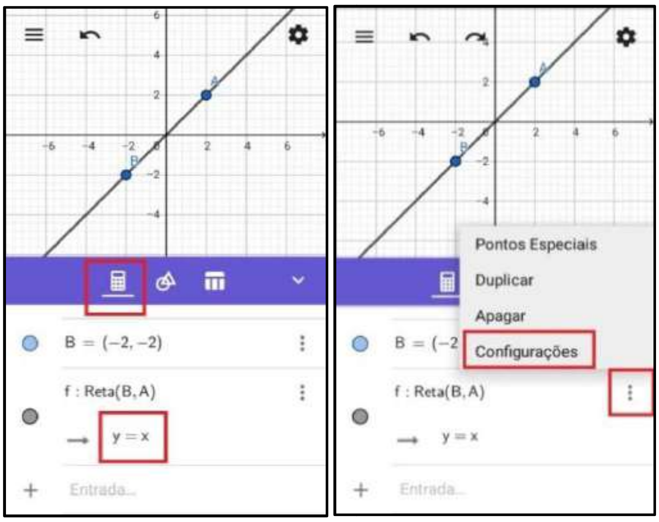
Sugere-se que o *Roteiro de execução 2* seja organizado previamente, em slides, para ser projetado. A seguir apresenta-se o *segundo roteiro* de execução.

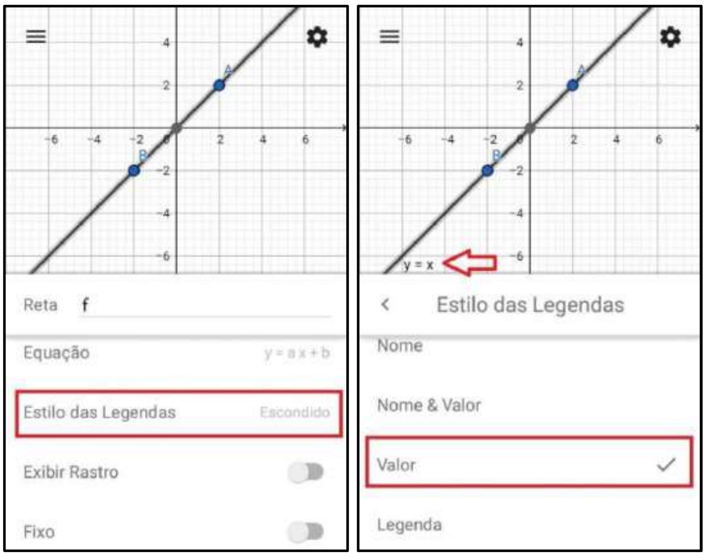


1º passo: Inserir na caixa de entrada os pares ordenados (2,2) e (-2,-2). Para unir esses pontos, selecionar  e clicar sobre os dois pontos.

2º passo: Clicar no ícone  visualizar a lei matemática que representa essa função, gerada automaticamente.

3º passo: Clique no ícone  ao lado de  e selecione configurações.



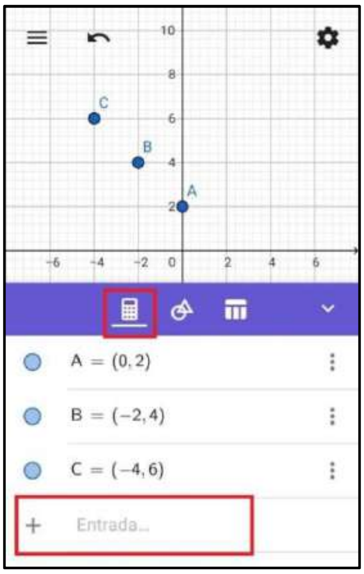


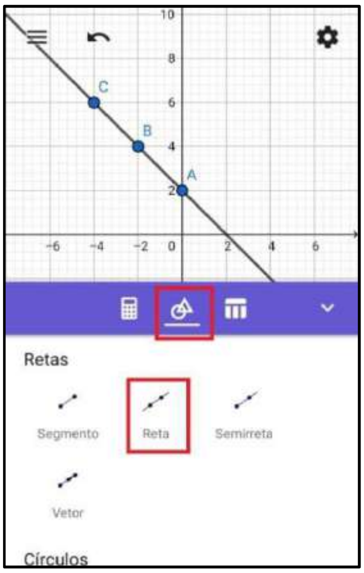
4º passo: Clicar em “Estilo das Legendas”. Depois selecione “Valor” ou “Nome & Valor”.

Questionamentos:

(a) Que tipo de gráfico gerou?

(b) Existe uma lei matemática que associe (ligue/vincule) esses pontos? Qual a lei matemática? Que tipo de função representa?





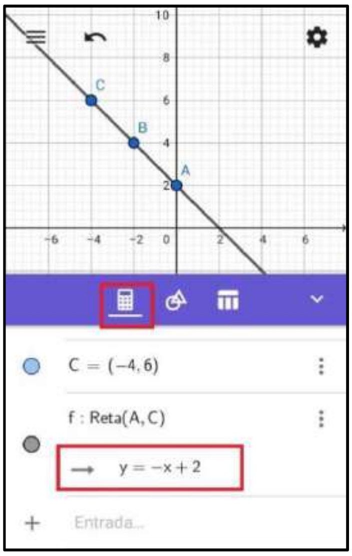
5º passo: Inserir na caixa de entrada os pares ordenados (0,2) e (-2,4) e (-4, 6). Para unir esses pontos, selecionar 

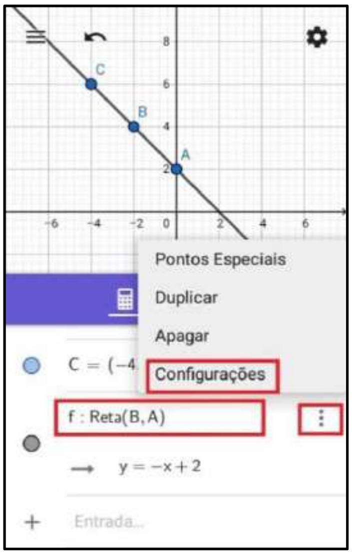
e clicar sobre os dois pontos.

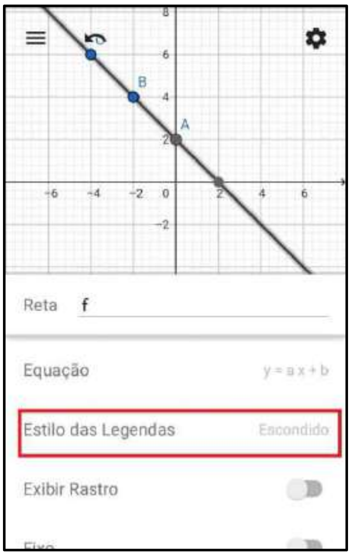
6º passo: Clicar no ícone  visualizar a lei matemática que representa essa função gerada automaticamente.

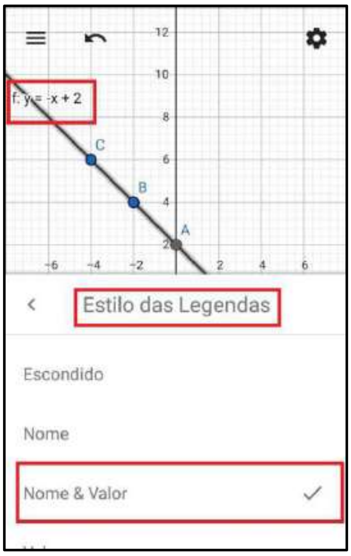
7º passo: Clique em no ícone  ao lado de 

e selecione configurações.







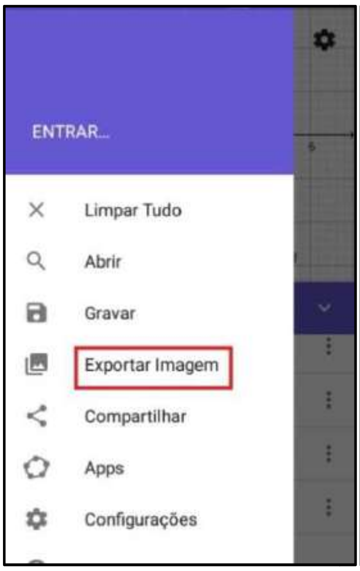


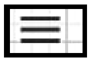
8º passo: Clicar em "Estilo das Legendas". Depois selecione "Valor" ou "Nome & Valor"

Questionamentos:

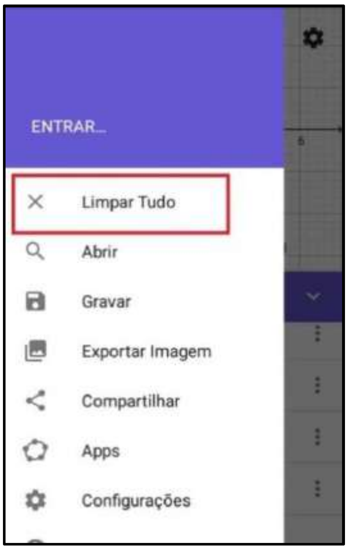
(a) Gerou algum tipo de gráfico?

(b) Existe uma lei matemática que associe (ligue/vincule) esses pontos? Qual a lei matemática? Que tipo de função representa?



9º passo: Abrir a aba "entrar". Para isso clique no ícone  . Selecione "Exportar Imagem" e depois "*WhatsApp*".

10º passo: Para apagar tudo que foi feito clicar em "Limpar Tudo" e "descartar".



Sugestões e dicas - Questionamentos levantados anteriormente.

SUGESTÕES E DICAS

(1º) No *quarto passo*, o professor deve explicar que o gráfico gerado é uma reta e, que a reta é a representação gráfica da função do 1º grau (função linear $a \neq 0$ e $b = 0$). A lei matemática correspondente é $y = x$. Portanto, gerou um gráfico, pois existe uma lei matemática que vincula esses dois pontos e eles fazem parte de um mesmo traçado.

(2º) No *oitavo passo*, explique que o gráfico gerado é uma reta e cuja representação analítica correspondente é $y = -x + 2$. O respectivo gráfico é de uma função do 1º grau (função afim $a \neq 0$ e $b \neq 0$), portanto, gerou um gráfico, pois existe uma lei matemática que vincula esses três pontos e eles fazem parte de um mesmo traçado.

2ª etapa: Propondo as Tarefas 1, 2, 3 e 4.

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

(1º) Crie um grupo no WhatsApp com os estudantes da turma.

(2º) Proponha as tarefas 1, 2, 3 e 4.

(3º) Oriente-os a:

- Copiarem as perguntas e respondê-las no caderno.
- Encaminharem os gráficos construídos no aplicativo Geogebra, ao final de cada atividade, no grupo.
- Lerem e discutirem as questões em dupla.
- Trocarem informações, experiências e debaterem suas respostas com seus colegas ao longo da realização destas tarefas, bem como esclarecer suas dúvidas com o professor.

(4º) Mencione que:

- Estará explicito na própria questão o que deve ou não ser enviado pelo WhatsApp.
- As demais perguntas devem ser respondidas no caderno.

Caso você não saiba criar grupos no WhatsApp, assista a esse vídeo pelo endereço: <https://www.youtube.com/watch?v=D3WAZcvMnu4>.

Sugere-se que as *tarefas* sejam organizadas previamente, em slides, para serem projetadas. A seguir apresentam-se as *Tarefas 1, 2, 3 e 4*.

TAREFAS 1, 2, 3 e 4.

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

1 - Clicar no ícone e selecionar ponto Ponto. Inserir no mínimo oito pares ordenados aleatórios, distribuídos pelos quatro quadrantes. Para isso toque em qualquer ponto do 1º, 2º, 3º e 4º quadrante, do plano cartesiano.

(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?

(b) Existe uma lei matemática que associe (ligue/vincule) esses pontos?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Se a resposta for sim, que tipo de gráfico? Se a resposta for não, justifique.

(d) Envie no grupo de WhatsApp, da turma, o que construiu no aplicativo.

2 - Digite na caixa de entrada Entrada... os seguintes pares ordenados: (4,6), (2,4), (0,2), (-2,0), (-4, -2), (-6,-4).

(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?

(b) Existe uma lei matemática que associe esses pontos? Se sim, qual a lei matemática? Que tipo de função representa?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Se a resposta for sim, que tipo de gráfico? Se a resposta for não, justifique.

(d) Envie no grupo de WhatsApp, da turma, o que construiu no aplicativo.

3 - Digite na caixa de entrada Entrada... os seguintes pares ordenados: (-1, 8), (0,3), (1,0), (2,-1), (3,0), (4,3), (5, 8).

(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?

(b) Existe uma lei matemática que associe esses pontos? Se sim, qual a lei matemática? Que tipo de função representa?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Se a resposta for sim, que tipo de gráfico? Se a resposta for não, justifique.

(d) Envie no grupo de WhatsApp, da turma, o que construiu no aplicativo.

4 - Organize os pares ordenados da questão 3, em uma tabela. Cuide para que os valores de *x* estejam em ordem crescente. Depois, observe o que acontece como os valores de *y* à medida que os valores de *x* aumentam? Existe alguma regularidade entre os pares ordenados?

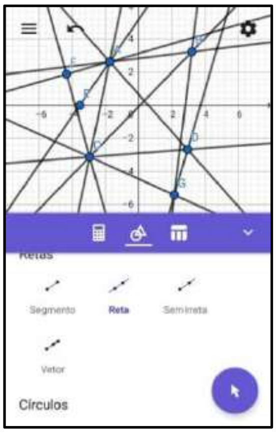
Fonte: Autores, 2020.

Sugestões e dicas - Tarefas 1, 2, 3 e 4.

SUGESTÕES E DICAS

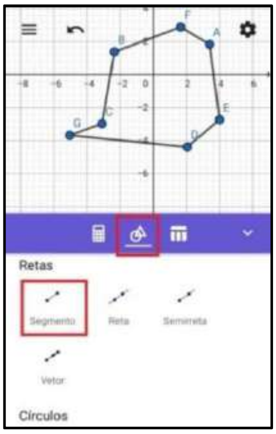
(1º) Lembre os estudantes, que para verificarem se gerou lei matemática ou não, basta clicarem no ícone e aparecerá automaticamente no aplicativo. Oriente-os a fazer esta verificação, após inserirem os pares ordenados no plano cartesiano.

(2º) Espera-se na *primeira tarefa* que os estudantes percebam que não bastam ter pontos para gerar um gráfico de uma função, os pontos devem pertencer a um mesmo traçado, bem como é necessário existir uma relação de dependência entre as variáveis x e y. Sendo assim, não gerou nenhum gráfico, pois não existe um único traçado capaz de unir todos esses pontos, nem uma lei matemática que os vincule.

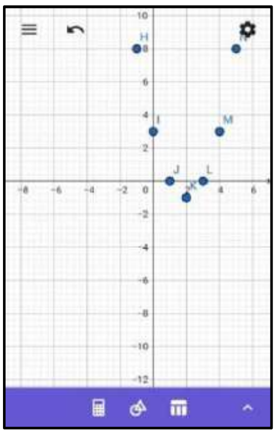


(3º) Caso os estudantes unam os pontos por diferentes retas ou por segmentos de reta, oriente-os a observarem no aplicativo se gerou alguma lei matemática. Eles devem perceber que:

- Não existe única lei para a figura gerada, mas sim uma lei matemática para cada reta traçada.
- Esses pares ordenados pertencem a traçados diferentes.

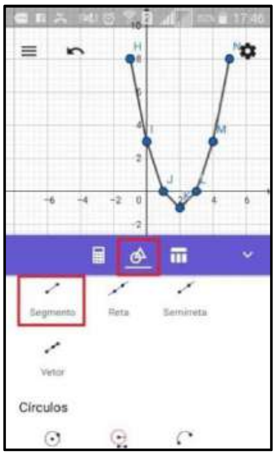


(4º) Caso os estudantes unam os pontos por segmentos de reta, eles devem perceber que não existe uma lei matemática para a figura gerada, mas aparece um valor numérico para cada segmento, que correspondente aos seus comprimentos.



(5º) Explique que nestes dois casos os pontos não foram unidos por um único traçado. Assim, quando unimos os pontos, tanto por diferentes retas, quanto por segmentos de reta, não teremos um gráfico de uma função, pois não existe uma lei matemática que vincule esses pontos ou um traçado (linha reta ou linha curva) que passe por todos eles.

x	y
-1	8
0	3
1	0
2	-1
3	0
4	3
5	8



(6º) Na *segunda tarefa* os alunos devem unir os pontos por uma reta e encontrar a lei matemática y=x+2. Como os pares ordenados correspondentes estão associados por uma lei matemática, dizemos que o gráfico gerado é uma reta. A reta é a representação gráfica de uma função do 1º grau.

(7º) Na *terceira e quarta tarefa* devem perceber que os pares ordenados são simétricos e que na medida em que os valores de x aumentam, os valores de y diminuem e depois aumentam novamente. Explique que não basta que os pontos sejam simétricos para ter uma função do 2º grau, esses pontos devem estar vinculados a uma lei matemática.

(8º) Caso os estudantes unam os pontos por segmentos de reta, oriente-os a verificarem no aplicativo, se existe uma lei matemática para a figura gerada. Espera-se que eles observem que não haverá uma lei correspondente. Explique que para ser uma função do 2º grau é necessário ter uma lei matemática que vincule esses pontos, bem como uma linha (curva) que passe por todos eles.

3.4 Quarto momento

Título: Colocando a “mão na massa”: Geogebra e os parâmetros a, b e c.

Objetivo:

- Construção de gráficos no aplicativo.
- Investigar e explorar os parâmetros a, b e c.
- Manipular o aplicativo através de um roteiro de aula.
- Realizar as tarefas seguindo um roteiro.
- Promover a interação entre os estudantes e entre eles e o aplicativo.

Tempo de duração estimado: 6 períodos de 50 minutos.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: aplicativo Geogebra, projetor multimídia e material impresso.

1ª etapa: Explorando os efeitos dos parâmetros a, b e c. Roteiro de aula com passo a passo.

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Proponha aos estudantes, explorar os efeitos dos parâmetros a, b e c por meio da mediação do aplicativo Geogebra.

Mencione que variando os parâmetros a, b e c é possível perceber que o comportamento da parábola modifica.

Oriente-os a digitarem na caixa de entrada 

a expressão:

(1º) $y = ax^2$, observando o que acontece com a parábola, a medida que o parâmetros a é alterado.

> *Ao explorar o parâmetro a no gráfico, utilizou-se valores nulos para os parâmetros b e c (b = 0 e c = 0), variando somente o valor do parâmetro a.*

(2º) $y = ax^2 + bx$, observando o que acontece com a parábola, à medida que o parâmetro b é alterado.

> *Ao explorar o parâmetro b no gráfico, utilizou-se valor nulo para o parâmetro c (c=0), e valor um para o parâmetro a (a=1), variando somente o valor do parâmetro b.*

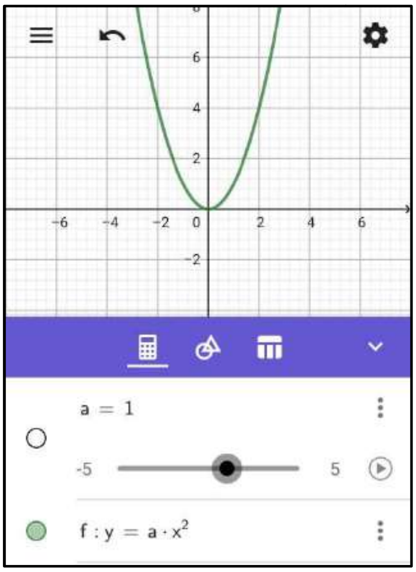
(3º) $y = ax^2 + c$, observando o que acontece com a parábola, à medida que o parâmetro *c* é alterado.

> *Ao explorar o parâmetro c no gráfico, utilizou-se valor nulo para o parâmetro b (b=0), e valor um para o parâmetro a (a=1), variando somente o valor do parâmetro c.*

(4º) $y = ax^2 + bx + c$, observando o que acontece com a parábola, à medida que os parâmetros *a*, *b* e *c* são alterados.

> *Ao propor que modifiquem os valores dos parâmetros a, b e c, simultaneamente, através da função "play" do aplicativo, mencione que para perceber os efeitos de cada parâmetro no gráfico, torna-se mais fácil analisá-los separadamente.*

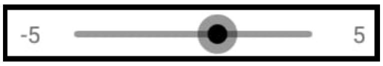
Roteiro de execução – Explorando os efeitos dos parâmetros a, b e c.



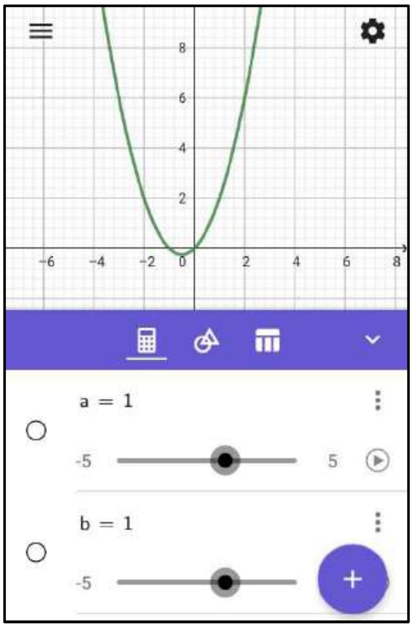
1º passo: Digite na caixa de entrada a expressão $y = ax^2$.

2º passo: Mostre que é possível modificar o parâmetro a de duas maneiras:

Utilizando o controle deslizante manualmente.

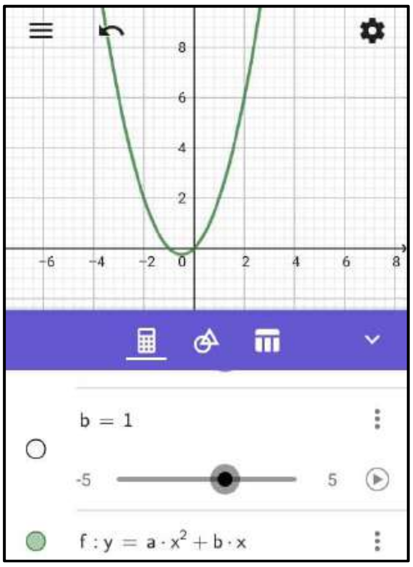


Clicando no ícone "play" ao lado do controle deslizante.

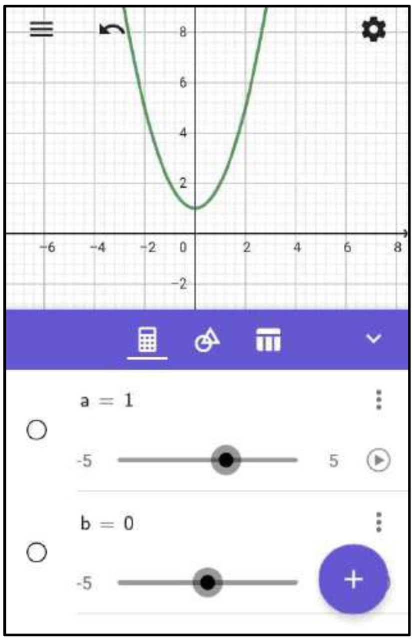


3º passo: Solicite aos estudantes que observem o que acontece com o gráfico da parábola quando o parâmetro a é alterado.

4º passo: Mantenha o valor do parâmetro $a = 1$ e escreva $y = ax^2 + bx$. Depois modifique apenas, o parâmetro b, clicando no ícone  "play" ao lado do controle deslizante.

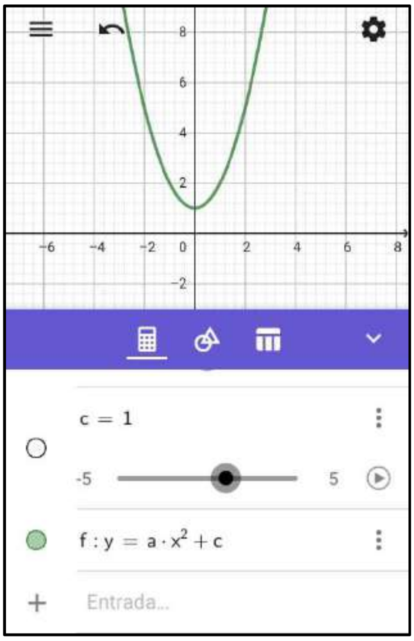


5º passo: Solicite aos estudantes que observem o que acontece com o gráfico da parábola quando o parâmetro b é alterado.



6º passo: Mantenha o valor do parâmetro $a = 1$ e escreva $y = ax^2 + c$. Depois modifique apenas, o parâmetro c, clicando no ícone “play” ao lado do controle deslizante.

7º passo: Solicite aos estudantes que observem o que acontece com o gráfico da parábola quando o parâmetro c é alterado.



8º passo: Escreva $y = ax^2 + bx + c$. Depois clique no ícone “play” ao lado do controle deslizante de a, b e c. Solicite aos estudantes que observem o que acontece com o gráfico da parábola quando os parâmetros a, b e c são alterados?

2ª etapa: Breve explicação do conteúdo. Propondo as Tarefas[6] 1,2, 3 e 4.

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

(1º) Proponha aos estudantes as Tarefas 1, 2, 3 e 4.

(2º) Disponibilize a eles, as tarefas impressas para facilitar a leitura das perguntas, mencionando que as fichas serão somente para leitura e as respostas devem ser entregues em outra folha.

(3º) Oriente-os a:

- Utilizarem o aplicativo Geogebra para a construção dos gráficos das funções de 2º grau, propostos nestas tarefas.
- Realizarem as tarefas em dupla.
- Lerem e discutirem as questões em dupla.
- Responderem as perguntas em outra folha.
- Trocarem informações, experiências e debaterem suas respostas com seus colegas ao longo da realização destas tarefas, bem como esclarecer suas dúvidas com o professor.

(4º) Inicie pelas Tarefas 1 e 2.

(5º) Depois de concluídas as Tarefas 1 e 2, entregue as Tarefas 3 e 4.

As tarefas propostas têm como objetivo geral, investigar os efeitos do parâmetro *a*, *b* e *c*, no gráfico, por meio da interação entre os estudantes, a mediação do aplicativo e da professora.

O objetivo da *primeira* e da *segunda tarefa* é levar o estudante a perceber que o parâmetro *a* é responsável pela convexidade ou concavidade da função e pela abertura da parábola. Para isso, os parâmetros *b* e *c* foram mantidos, $b=0$ e $c=0$, variando somente o parâmetro *a*.

[6] Estas tarefas foram adaptadas para serem utilizadas com o aplicativo Geogebra e constam na dissertação "*A planilha como suporte à compreensão dos conceitos das funções afim e quadrática*" (BRAGA; VIALI, 2011, p. 68-70). Disponível em: <http://repositorio.pucrs.br/dspace/handle/10923/11895>.

O objetivo da *terceira* tarefa é levar o estudante a perceber que quando o parâmetro *b* é negativo, a parábola intercepta o eixo y em seu ramo decrescente. Quando *b* é positivo, a parábola intercepta o eixo y em seu ramo crescente. E, quando *b* é nulo, a parábola intercepta o eixo y no vértice. Para isso, os parâmetros *a* e *c* foram mantidos, $a=1$ e $c = 0$, modificando apenas o parâmetro *b*.

O objetivo da quarta tarefa é levar o estudante a perceber que o coeficiente *c* é o responsável pela intersecção da parábola com o eixo *y*. Para isso, os parâmetros *a* e *b* foram preservados, $a=1$ e $b = 0$, alterando apenas o parâmetro *c*.

Apresenta-se a seguir as Tarefas 1 e 2.

TAREFAS: 1 e 2.

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

1 - Digite no aplicativo Geogebra, as funções (I) $f(x) = x^2$, (II) $f(x) = 5x^2$, (III) $f(x) = 10x^2$, (IV) $f(x) = 20x^2$, e responda o que se pede:

Funções	(a) O gráfico intercepta o eixo *y*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(b) O gráfico intercepta o eixo *x*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(c) Para que valores de *x* a função é crescente?	(d) Para que valores de *x* a função é decrescente?	(e) Coordenadas do vértice?
(I)					
(II)					
(III)					
(IV)					

RESPONDA EM OUTRA FOLHA

(f) Compare os gráficos construídos e identifique o que acontece com o gráfico da função $f(x) = x^2$ à medida que aumentamos o valor do parâmetro *a*?

2 - Digite no aplicativo Geogebra, as funções (I) $f(x) = -x^2$, (II) $f(x) = -5x^2$, (III) $f(x) = -10x^2$, (IV) $f(x) = -20x^2$, e responda o que se pede:

Funções	(a) O gráfico intercepta o eixo *y*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(b) O gráfico intercepta o eixo *x*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(c) Para que valores de *x* a função é crescente?	(d) Para que valores de *x* a função é decrescente?	(e) Coordenadas do vértice?
(I)					
(II)					
(III)					
(IV)					

RESPONDA EM OUTRA FOLHA

(f) Compare os gráficos construídos e identifique o que acontece com o gráfico da função $f(x) = -x^2$ à medida que aumentamos o módulo do parâmetro *a*?

(g) Compare os gráficos construídos nas Tarefas 1 e 2, o que acontece com o gráfico da função $f(x) = x^2$ quando invertemos o sinal do parâmetro *a*?

(h) Explique com suas palavras qual o efeito do parâmetro *a* no gráfico.

DICAS PARA RESPONDER A TAREFA 1

1º passo: Digite a função $f(x) = x^2$ no aplicativo. Analise o gráfico. E preencha a tabela.

2º passo: Digite a função $f(x) = 5x^2$ e oculte a função anterior. Analise o gráfico e responda a tabela. Faça o mesmo com as demais funções.

3º passo: Para responder a letra *(f)* selecione para visualizar o primeiro e o segundo gráfico construído. Analise o que alterou de um gráfico para o outro. Depois analisar o terceiro gráfico, comparando com os anteriores. E por fim, analisar o quarto gráfico, comparando com os anteriores. E identifique o que alterou nas parábolas.

DICAS PARA RESPONDER A TAREFA 2

1º passo: Oculte as funções da tarefa anterior e digite as funções propostas nesta Tarefa.

2º passo: Para responder as questões *(a), (b), (c), (d), (e)* digite a função $f(x) = -x^2$ no aplicativo. Analise o gráfico. E preencha a tabela. Digite a função $f(x) = -5x^2$ e oculte a função anterior. Analise o gráfico e responda a tabela. Faça o mesmo com as demais funções.

3º passo: Para responder a letra *(f)* selecione para visualizar o primeiro e o segundo gráfico construído. Analise o que alterou de um gráfico para o outro. Depois analisar o terceiro gráfico, comparando com os anteriores. E por fim, analisar o quarto gráfico, comparando com os anteriores. E identifique o que alterou nas parábolas.

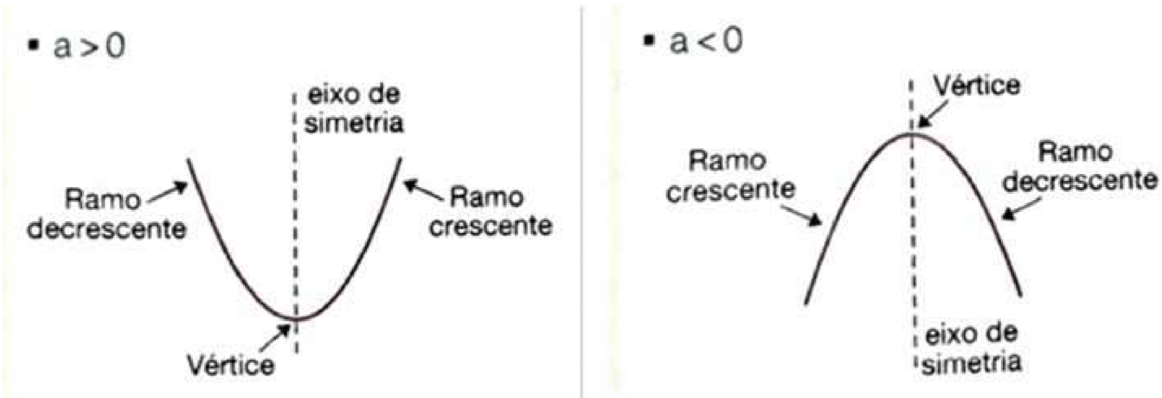
4º passo: Para responder a letra *(g)* selecione para visualizar apenas os gráficos das funções $f(x) = x^2$ e $f(x) = -x^2$, compare-os e anote o que percebeu. Depois compare os gráficos das funções $f(x) = 5x^2$ e $f(x) = -5x^2$ e anote o que percebeu. Faça o mesmo com as demais funções. O que concluiu?

Fonte: Adaptado de Braga e Viali, 2011, p. 68.

Explique brevemente o que são ramos crescentes e decrescentes de uma parábola.

Sugere-se que o conteúdo seja explicado de forma convencional, ou seja, através da exposição e do diálogo, utilizando o quadro e o marcador de quadro. Apresenta-se a seguir, a explicação do conteúdo e as Tarefas 3 e 4.

Ramos de uma parábola



Fonte: Souza, 2013, p. 121.

TAREFAS: 3 e 4.

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

3 - Digite no aplicativo Geogebra, as funções (I) $f(x) = x^2$, (II) $f(x) = x^2 - 6x$, (III) $f(x) = x^2 + 6x$, (IV) $f(x) = x^2 - 4x$, (V) $f(x) = x^2 + 4x$, e responda o que se pede:

Funções	(a) O gráfico intercepta o eixo *y*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(b) O gráfico intercepta o eixo *x*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(c) Para que valores de *x* a função é crescente?	(d) Para que valores de *x* a função é decrescente?	(e) Coordenadas do vértice?
(I)					
(II)					
(III)	RESPONDA EM OUTRA FOLHA				
(IV)					
(V)					

Compare as funções (I), (II) e (IV) e depois as funções (I), (III) e (V) e responda:

(f) Quando b é positivo a parábola toca o eixo do y em qual ramo?

(g) Quando b é negativo a parábola toca o eixo do y em qual ramo?

(h) Quando b é zero, a parábola toca o eixo do y em qual ponto?

(i) Analisando as respostas das letras (f), (g) e (h), existe alguma regularidade entre o parâmetro b e o ramo crescente, decresente e o vértice da parábola?

(j) Explique com suas palavras os efeitos do parâmetro b.

4 - Digite no aplicativo Geogebra, as funções (I) $f(x) = x^2$, (II) $f(x) = x^2 - 4$, (III) $f(x) = x^2 + 4$, (IV) $f(x) = x^2 - 6$, (V) $f(x) = x^2 + 6$, e responda o que se pede:

Funções	(a) O gráfico intercepta o eixo *y*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(b) O gráfico intercepta o eixo *x*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(c) Para que valores de *x* a função é crescente?	(d) Para que valores de *x* a função é decrescente?	(e) Coordenadas do vértice?
(I)					
(II)					
(III)	RESPONDA EM OUTRA FOLHA				
(IV)					
(V)					

(f) Compare as funções (III) e (V) cujo parâmetro *c* é positivo e responda: A parábola toca o eixo *y*? Em sua parte positiva, negativa ou na origem? Em que coordenadas?

(g) Compare as funções (II) e (IV) cujo parâmetro *c* é negativo e responda: A parábola toca o eixo *y*? Em sua parte positiva, negativa ou na origem? Em que coordenadas?

(h) Na função (I), o parâmetro *c* é zero. Observe o gráfico dessa função e responda se a parábola toca o eixo do *y*? Em sua parte positiva, negativa ou na origem? Em que coordenadas?

(i) Compare as funções (I), (II) e (III) e depois as funções (I), (IV) e (V). Qual a regularidade existente entre o ponto em que a parábola toca o eixo *y* e o parâmetro *c*?

(j) Explique com suas palavras os efeitos do parâmetro *c*.

DICAS PARA RESPONDER A TAREFA 3

1º passo: Digite a função $f(x) = x^2$ no aplicativo e deixe o seu gráfico para comparar com as demais funções.

2º passo: A cada função digitada no Geogebra identifique e preencha a tabela com as informações que estão sendo solicitadas.

DICAS PARA RESPONDER A TAREFA 4

1º passo: Digite a função (I) no aplicativo e preencha a tabela com as informações solicitadas. Oculte a primeira função, digite a função (II) e preencha a tabela com as informações solicitadas. Faça o mesmo com as funções (III), (IV) e (V) respectivamente.

2º passo: Identifique o parâmetro *c* da função $y = x^2$ e compare com o ponto de intersecção com o eixo y. Compare o parâmetro *c* da função $y = x^2 - 4$ com o ponto de intersecção com o eixo y. Faça

o mesmo com as demais funções. Registre o que percebeu.
3º passo: Identifique o parâmetro c da função $y = x^2$ e compare com as coordenadas do vértice. Compare o parâmetro c da função $y = x^2 - 4$ com as coordenadas do vértice. Faça o mesmo com as demais funções. Registre o que percebeu.
4º passo: Para facilitar a análise das parábolas, deixe visível apenas às parábolas que estiverem sendo analisadas no momento.

Fonte: Adaptado de Braga e Viali, 2011, p. 69.

Sugestões e dicas - Tarefas 1, 2, 3 e 4.

Nas tarefas (1), (2), (3) e (4) espera-se que os estudantes:

T(1): Percebam nas **letras (c) (d) e (e)** que cresce para valores maiores que x do vértice, decresce para valores menores que x do vértice e que o vértice das funções dadas são (0,0). Identifiquem que a abertura da parábola diminui à medida que o coeficiente a aumenta.

T(2): Percebam nas **letras (c) (d) e (e)** que cresce para valores menores que x do vértice, decresce para valores maiores que x do vértice e que o vértice das funções dadas são (0,0). E que quanto maior o módulo de a, menor a abertura da parábola. Assim como, ao inverter o sinal do parâmetro a, inverte também, a concavidade da parábola.

T(3): Percebam nas **letras (c) e (d)** que cresce para valores maiores que x do vértice e decresce para valores menores que x do vértice. Na **letra (e)** o vértice das funções serão respectivamente (0,0), (3, -9), (-3,-9), (2, -4), (-2, -4). Nas **letras (f) (g)** e **(h)** que quando b é positivo a parábola toca o eixo do y no ramo crescente. Quando b é negativo a parábola toca o eixo do y no ramo decrescente. Quando b=0 a parábola toca o eixo do y no vértice. Na **letra (i)** dependendo do valor atribuído para o parâmetro b, a parábola toca o eixo y, no ramo ou crescente ou no ramo decrescente, ou no vértice. Na **letra (j)** se b for positivo, a parábola toca o eixo do y em seu ramo crescente. Se b for negativo, a parábola toca o eixo do y em seu ramo decrescente. Se b é igual à zero toca o eixo do y no vértice.

T(4): Percebam nas **letras (c) e (d)** que cresce para valores maiores que x do vértice e decresce para valores menores que x

do vértice. Na **letra (e)** o vértice das funções serão respectivamente (0,0), (0, -4), (0, 4), (0, -6), (0, 6). Na **letra (f)** que os gráficos das funções (III) e (V) interceptam o eixo y em sua parte positiva. Na **letra (g)**, que os gráficos das funções (II) e (IV) interceptam o eixo y, em sua parte negativa. Na **letra (h)**, o gráfico da função (I) toca o eixo y, na origem. Na **letra (i)**, que o ponto em a parábola toca o eixo y é igual ao valor de c. Na **letra (j)**, quando o parâmetro c é positivo, a parábola toca o eixo y em sua parte positiva. Quando o parâmetro c é negativo, a parábola toca o eixo y em sua parte negativa. Quando o parâmetro c é zero, a parábola toca o eixo y na origem, ou seja, no ponto de coordenadas (0,0).

3.5 Quinto momento

Título: Efeitos dos parâmetros a, b e c, no gráfico de uma função quadrática.

Objetivo: Sistematizar os conhecimentos explorados, nas atividades anteriores, sobre os efeitos dos parâmetros a, b e c.

Descrição: Esquematização no quadro da relação entre as características da parábola e os parâmetros a, b e c.

Tempo de duração estimado: 2 períodos de 50 minutos.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: quadro e marcador de quadro.

1ª etapa: Sistematizando o conteúdo.

Proponha aos estudantes, o seguinte questionamento, para que reflitam sobre suas percepções relacionadas aos efeitos dos parâmetros no gráfico:

Questionamento: Após, a realização das Tarefas 1, 2, 3 e 4, discussões e trocas de experiências com seus colegas, responda:

Quais características da parábola estão relacionadas aos parâmetros:

a:____

b:____

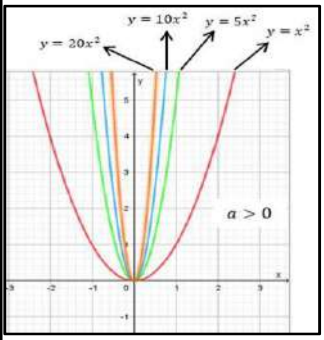
c:____

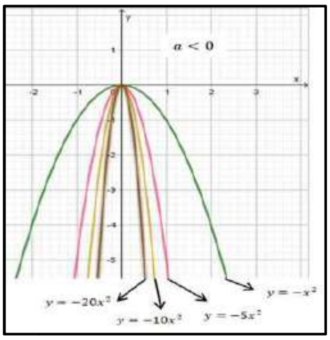
Solicite que registrem no caderno.

Se necessário, oportunize novamente um momento de discussão entre eles, para que através da troca de experiências, revejam e ampliem seus conhecimentos. Depois sistematize os conhecimentos e faça um esquema no quadro com as principais características de cada parâmetro.

Sugere-se que o conteúdo seja explicado de forma convencional, ou seja, através da exposição e do diálogo, utilizando o quadro e o marcador de quadro. Organize um esquema no quadro sistematizando estes conceitos. Apresenta-se a seguir a explicação do conteúdo.

O efeito do parâmetro *a* no gráfico da função quadrática



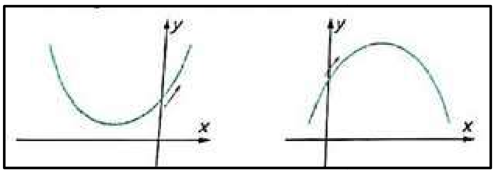


Quais características da parábola estão relacionadas ao parâmetro a? O parâmetro a está relacionado com a abertura da parábola e indica também, se a concavidade da parábola está voltada para cima ou para baixo dependendo do sinal desse parâmetro (BALESTRI, 2016).

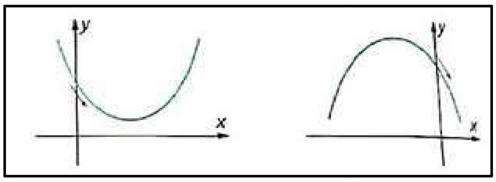
Se o parâmetro a, for positivo ($a > 0$), a parábola terá a concavidade voltada para cima e, teremos um ponto de mínimo. E, se o parâmetro a, for negativo ($a < 0$), a parábola terá a concavidade voltada para baixo e, teremos um ponto de máximo.

O efeito do parâmetro *b* no gráfico da função quadrática

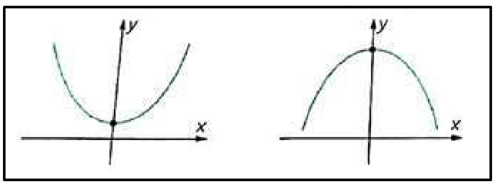
Quais características da parábola estão relacionadas ao parâmetro b? De modo geral, o parâmetro b determina se a parábola intercepta o eixo y no ramo crescente, decrescente ou no vértice (BALESTRI, 2016).



Quando $b > 0$ (positivo), a parábola intercepta o eixo y no ramo crescente (DANTE, 2013).



Quando $b < 0$ (negativo), a parábola intercepta o eixo y no ramo decrescente (DANTE, 2013).



Quando $b = 0$ (nulo), a parábola intercepta o eixo y no vértice (DANTE, 2013).

Antes de sistematizar o efeito do parâmetro c, vamos fazer mais alguns testes. Digite no aplicativo as funções:

$f(x) = x^2 + 2x - 4$

$f(x) = x^2 + 2x + 4$

$f(x) = x^2 + 2x - 6$

$f(x) = x^2 + 2x + 6$

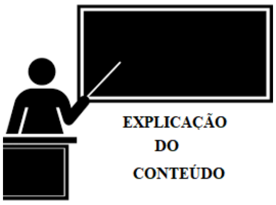
Questionamento: Perceba que os parâmetros a e b foram mantidos e o parâmetro c, alterado. O que você observou?

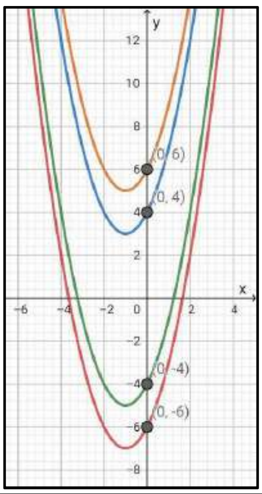
____

____

____

Organize um esquema no quadro sistematizando com as seguintes considerações:





(1º) Modificando o parâmetro c, altera-se também o ponto no qual a parábola toca o eixo y.

(2º) A parábola intercepta o eixo das ordenadas no ponto $(0, c)$.

(3º) A ordenada do ponto de intersecção com o eixo y é o c.

(4º) Quando $c > 0$ (positivo), o gráfico intercepta o eixo das ordenadas na parte positiva. Quando $c < 0$ (negativo), o gráfico intercepta o eixo das ordenadas na parte negativa. Quando $c = 0$ (nulo), o gráfico intercepta o eixo das ordenadas na origem.

<u>O efeito do parâmetro *c* no gráfico da função quadrática</u>

Quais características da parábola estão relacionadas ao parâmetro c?

De modo geral, o parâmetro *c* indica o ponto onde a parábola intercepta o eixo *y* (DANTE, 2014).

3.6 Sexto momento

Título: Agora é com você! Tarefas 1 e 2

Objetivo:

- Propor tarefas para que reflitam e interajam com o objeto do conhecimento (conteúdo).
- Verificar a compreensão dos conceitos abordados, sobre os efeitos dos parâmetros a, b e c.
- Corrigir as tarefas, esclarecer dúvidas.

Tempo de duração estimado: 4 períodos de 50 minutos.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: Projetor multimídia, material impresso, quadro e marcador de quadro.

1ª etapa: Propondo duas tarefas. Correção das Tarefas.

Entregue aos estudantes as Tarefas 1 e 2, impressas.

Depois, oriente-os a:

- Colarem e realizarem as questões, no caderno.

- Debaterem suas respostas com os colegas, trocarem informações e experiências.

- Questionarem suas dúvidas.

Na sequência, corrija as questões de forma convencional, utilizando para isso o quadro e o marcador de quadro.

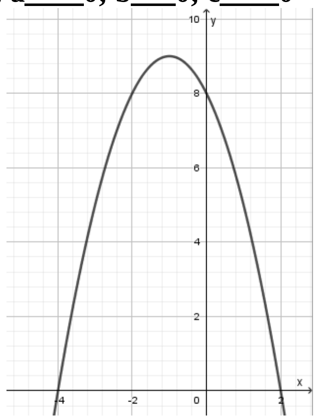
A *primeira tarefa* tem como objetivo levar o aluno a identificar quais são os sinais dos parâmetros *a*, *b* e *c*, sem a equação da função e, com o gráfico já traçado.

A *segunda tarefa* tem como objetivo fazer o aluno observar, analisar e comparar os gráficos, sem a equação da função, identificando qual parâmetro foi alterado.

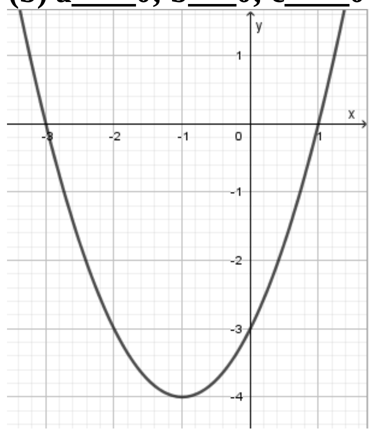
Organize previamente as questões em slides e projete-as no projetor multimídia, para facilitar a correção. Apresenta-se a seguir as Tarefas 1 e 2.

TAREFA 1 - Indique nos gráficos abaixo, quais são os sinais de a, b e c, ou seja, se $a > 0$ ou $a < 0$, se $b > 0$, $b < 0$ ou $b = 0$, ou se $c > 0$, $c < 0$ ou $c = 0$, justificando suas respostas. Adaptada de Dante, 2013, p. 119).

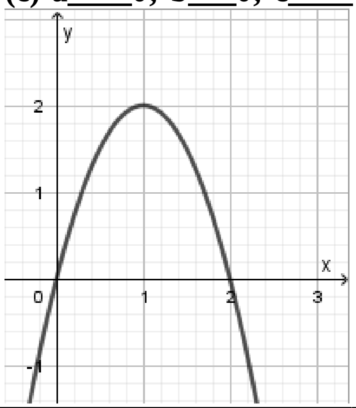
(a) a____0; b___0; c____0



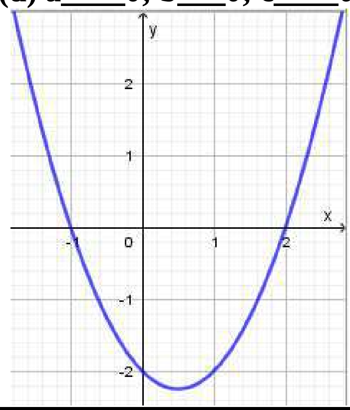
(b) a____0; b___0; c____0



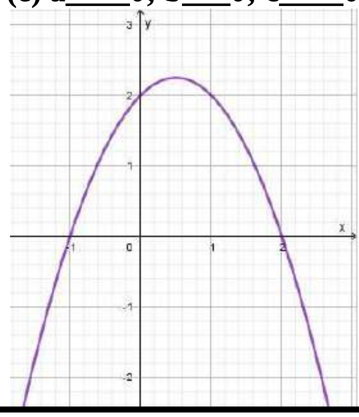
(c) a____0; b___0; c____0



(d) a____0; b___0; c____0



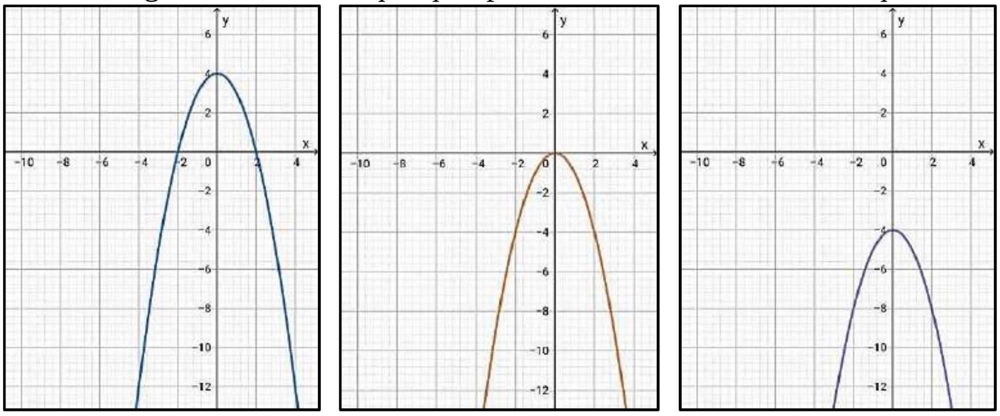
(e) a____0; b___0; c____0



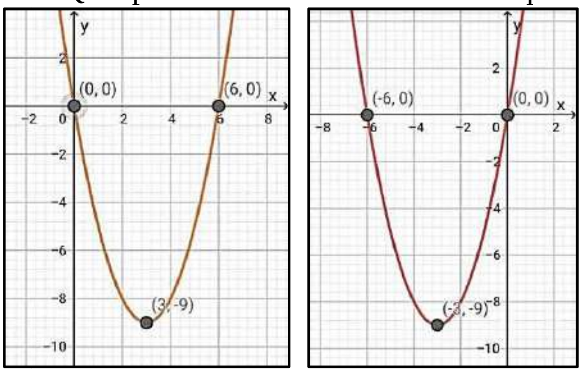
Fonte: Autores, 2020.

TAREFA 2 - Sabendo que apenas um dos parâmetros foi modificado, observe e compare os gráficos a seguir e responda o que se pede:

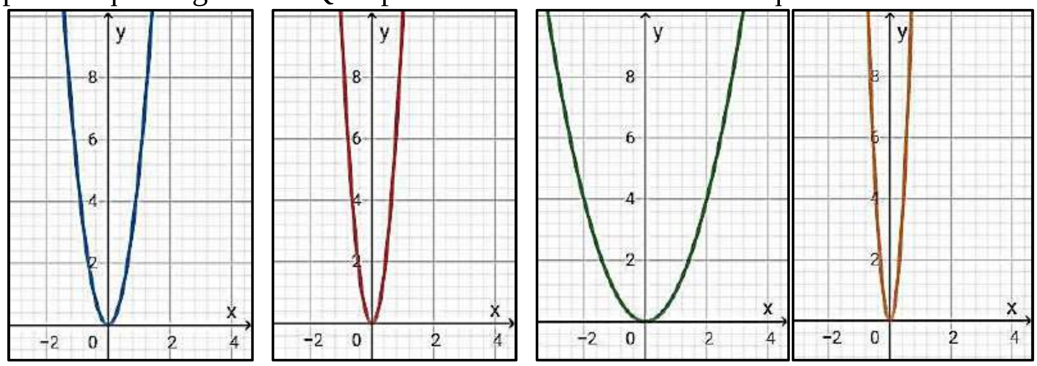
a) Compare os três gráficos e identifique qual parâmetro foi alterado? Justifique.



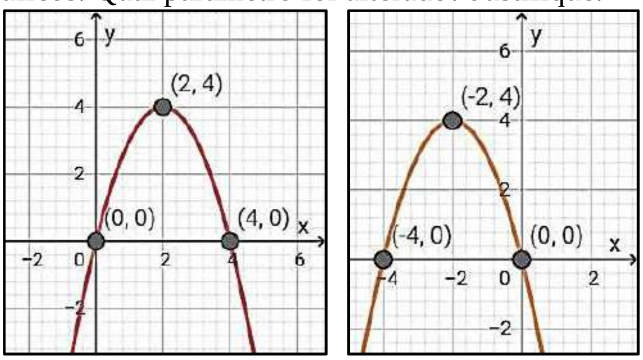
b) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



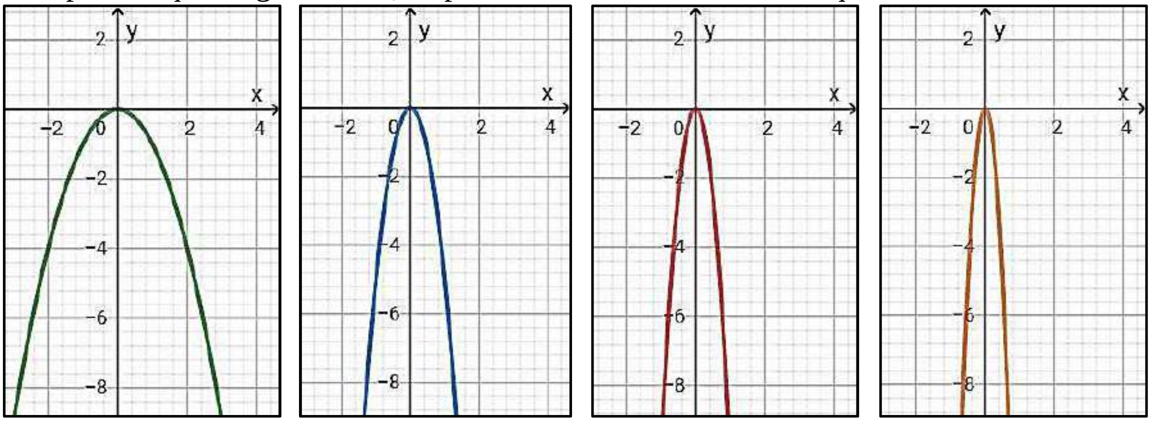
c) Compare os quatro gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



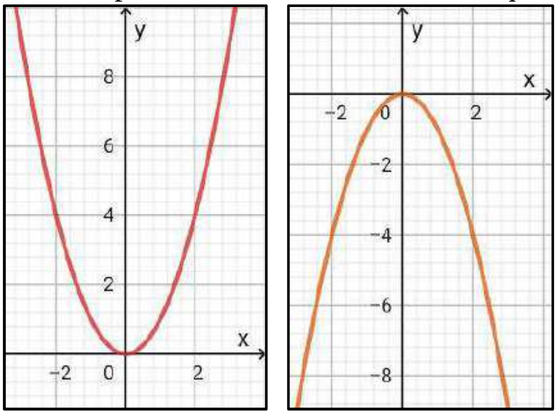
d) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



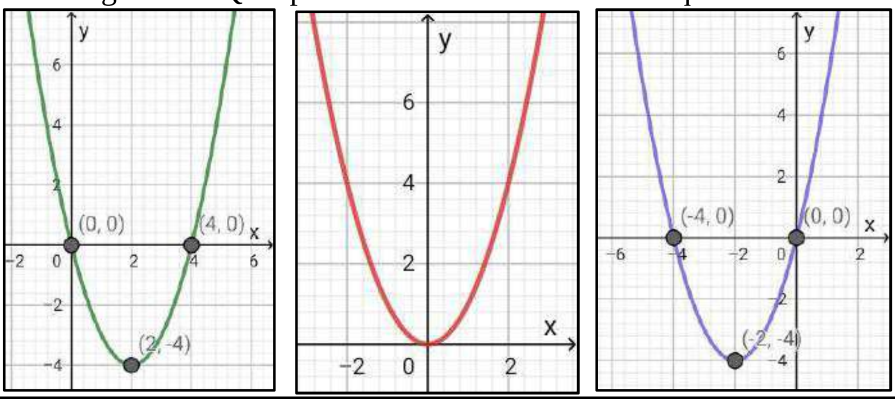
e) Compare os quatro gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



f) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



g) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



Algumas dicas para você refletir antes de responder as questões à cima:

(1º) Houve mudança na abertura das parábolas (parábola “mais aberta” ou “mais fechada”)? Qual parâmetro é responsável por este efeito no gráfico da parábola?

(2º) Houve mudança na concavidade das parábolas (para cima ou para baixo)? Qual parâmetro é responsável por este efeito no gráfico da parábola?

(3º) Modificou o ramo em que a parábola toca o eixo y (uma parábola toca o eixo y no ramo que cresce; outra no ramo que decresce ou vice-versa; e a outra no vértice)? Qual parâmetro é responsável por este efeito no gráfico da parábola?

(4º) Modificou o ponto em que a parábola toca o eixo y (uma parábola toca o eixo y em sua parte positiva; outra em sua parte negativa; e a outra no ponto de origem)? Qual parâmetro é responsável por este efeito no gráfico da parábola?

Fonte: Autores, 2020.

SUGESTÕES E DICAS

Espera-se na Tarefa 1, que os estudantes respondam que:

(a) $a < 0$, pois a concavidade está voltada para baixo; $b < 0$, pois a curva intercepta o eixo *y* no ramo decrescente; $c > 0$, pois $f(0) = c$ e a parábola está interceptando o eixo do *y*, em sua parte positiva.

(b) $a > 0$, pois a concavidade está voltada para cima; $b > 0$, pois a curva intercepta o eixo *y* no ramo crescente; $c < 0$, pois $f(0) = c$ e a parábola intercepta o eixo *y* em sua parte negativa.

(c) $a < 0$, pois a concavidade está voltada para baixo; $b > 0$, pois a curva intercepta o eixo *y* no ramo crescente; $c = 0$, pois $f(0) = c$ e a parábola intercepta o eixo do *y* no ponto (0,0).

(d) $a > 0$, pois a concavidade está voltada para cima; $b < 0$, pois a curva intercepta o eixo *y* no ramo decrescente; $c < 0$, pois $f(0) = c$ e a parábola intercepta o eixo do *y*, em sua parte negativa.

(e) $a < 0$, pois a concavidade está voltada para baixo; $b > 0$, pois a curva intercepta o eixo *y* no ramo crescente; $c > 0$, pois $f(0) = c$ e a parábola intercepta o eixo vertical em sua parte positiva.

Espera-se, na Tarefa 2, que os estudantes respondam que:

Na **letra (a)**: que o parâmetro c está sendo alterado, pois modificou o ponto em que a parábola toca o eixo y.

Na **letra (b):** que o parâmetro b está sendo alterado, pois uma das parábolas toca o eixo y no ramo que decresce e a outra no ramo que cresce.

Na **letra (c):** que o parâmetro a está sendo alterado, pois a abertura da parábola está sendo modificada.

Na **letra (d):** que o parâmetro b está sendo alterado, pois uma das parábolas toca o eixo y no ramo que cresce e a outra no ramo que decresce.

Na **letra (e):** que o parâmetro a está sendo alterado, pois a abertura da parábola está sendo modificada.

Na **letra (f):** que o parâmetro a está sendo alterado, pois a concavidade da parábola foi alterada. Uma parábola tem a concavidade voltada para cima (a>0) e a outra para baixo (a<0).

Na **letra (g):** que o parâmetro b está sendo alterado, pois uma das parábolas toca o eixo y no ramo que decresce, a outra no vértice e, a outra no ramo que cresce.

3.7 Sétimo momento

Título: Construindo do gráfico de uma função quadrática manualmente.

Objetivo:

- Oportunizar trocas de experiências, sistematização do conhecimento e a internalização de conceitos.
- Propor tarefas de investigação e fixação de conceitos.
- Traçar o gráfico de uma função quadrática, manualmente, a partir da lei matemática.
- Determinar algebricamente os zeros de uma função, vértice e intersecção com o eixo y.
- Representar graficamente uma função quadrática, utilizando as raízes, o vértice e o ponto (0,c).

Tempo de duração estimado: 4 períodos de 50 minutos.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: Dispositivo móvel, *WhatsApp*, quadro branco, marcador de quadro, folha quadriculada.

1ª etapa: Dialogando com os estudantes. Trocando experiências. Sistematizando conceitos e explicando o conteúdo.

Oportunize um momento de discussão e troca de experiências entre eles, para que revisem e ampliem seus conhecimentos sobre o questionamento levantado.

Proponha aos estudantes, o seguinte questionamento, com o objetivo de verificar o que eles sabem sobre o assunto (conhecimentos prévios):

Questionamento: Como você construiria o gráfico da função $y = -x^2 - 2x + 3$, sem o auxílio do aplicativo? Explique como você faria?

____

____

____

Solicite que registrem no caderno.

Assim, espera-se que analisando os parâmetros a, b e c, identifiquem as seguintes características do gráfico que será traçado:

(1º) Terá a concavidade voltada para baixo, pois a<0 (negativo).

(2º) A parábola tocará o eixo y no ramo decrescente, pois b<0 (negativo).

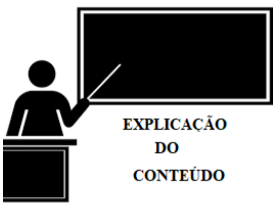
(3º) A parábola tocará o eixo y em sua parte positiva, pois c>0 (positivo), no ponto de coordenadas (0,c) = (0,3).

Espera-se que os estudantes percebam que é possível representar graficamente uma função do 2º grau:

(1º) Atribuindo valores para x e determinando valores correspondentes para y, organizando essas informações por meio de uma tabela. Depois, representar os pares ordenados no plano cartesiano unindo os pontos por uma linha curva.

(2º) Determinando as raízes ou zeros da função correspondente, as coordenadas do vértice e o ponto de intersecção com o eixo y, o ponto (0,c).

Sugere-se que o conteúdo seja explicado de forma convencional, ou seja, através da exposição e do diálogo, utilizando o diálogo, a lousa e o marcador de quadro. Organize um esquema no quadro sistematizando estes conceitos. Apresenta-se a seguir, a explicação do conteúdo.



O Que Já Aprendemos

As **raízes** ou **zeros** de uma função podem ser visualizados no gráfico, são os pontos em que a parábola intercepta o eixo x, cuja ordenada é sempre zero $(y = 0)$. O **vértice** é conhecido como ponto crítico da função, ou seja, é o ponto em que a parábola muda de sentido.

O Que Vamos Aprender

Conhecendo a lei da função quadrática $y = ax^2 + bx + c$ é possível determinar algebricamente os seguintes pontos:

- **Intersecção com o eixo y**: Como a parábola intercepta o eixo *y*, na abscissa *x=0*, algebricamente:

$$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \quad \Rightarrow \quad f(0) = 0 + 0 + c \quad \Rightarrow \quad f(0) = c$$

Logo, o ponto de coordenadas $(\mathbf{0}, \boldsymbol{c})$ é o valor do parâmetro *"c"* na expressão algébrica $y = ax^2 + bx + c$.

- **Intersecção com o eixo x**: São as **raízes** ou **zeros** de uma função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ é todo valor de x que torna $f(x) = 0$. Sendo assim, para determinar os valores de x que fazem com a equação $ax^2 + bx + c = 0$ resulte em zero. Para isso, podemos utilizar a fórmula de Bhaskara.

$$\boxed{\underbrace{f(x)}_{\boldsymbol{ax^2 + bx + c}} = 0} \qquad \boxed{\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}}$$

- **Vértice**: Para determinar as **coordenadas do vértice**, podemos utilizar as fórmulas x_v e y_v:

$$\boxed{x_v = -\frac{b}{2 \cdot a} \text{ e } y_v = -\frac{\Delta}{4 \cdot a}}$$

Ou ainda, podemos determinar x_v pela média aritmética entre as duas raízes x' e x''. E, substituímos o valor encontrado na expressão: $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$.

$$\boxed{x_v = \frac{x' + x''}{2}}$$

Assim, determinado esses três pontos é possível traçar o gráfico de uma função quadrática.

Veja Alguns Exemplos

EXEMPLO 1: Construa o gráfico da função $y = -x^2 - 2x + 3$.

(1º) **Raízes ou zeros** da função $y = -x^2 - 2x + 3$.

Encontrando os valores de *x* que satisfazem a equação $-x^2 - 2x + 3 = 0$.

$$\boxed{\begin{array}{c} a = -1,\ b = -2 \text{ e } c = 3 \\ \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \\ \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 \\ \Delta = 16 \end{array}} \qquad \boxed{\begin{array}{c} x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \dfrac{-(-2) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot (-1)} = \dfrac{2 \pm 4}{-2} \\ x' = -3 \text{ e } x'' = 1 \end{array}}$$

(2º) O **vértice** pode ser determinado pelas fórmulas $x_v = -\frac{b}{2 \cdot a}; y_v = -\frac{\Delta}{4 \cdot a}$

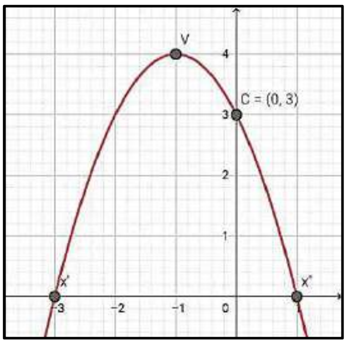
$$x_v = -\frac{-2}{2 \cdot (-1)} = -1;\ y_v = -\frac{16}{4 \cdot (-1)} = 4$$
$$V(-1{,}4)$$

O vértice da parábola também pode ser determinado a partir do ponto médio entre as duas raízes $x_v = \frac{x' + x''}{2} = \frac{-3+1}{2} = -1$. Para determinar y_v, basta substituir $x_v = -1$ na expressão:

$$y = -x^2 - 2x + 3 \Rightarrow y = -(-1)^2 - 2(-1) + 3 \Rightarrow y = -1 + 2 + 3 \Rightarrow y = 4.$$

(3º) Ponto de intersecção da parábola com o eixo y $(\mathbf{0}, \boldsymbol{c})$.

Como o parâmetro c é zero, o ponto $(0, c)$ é o ponto $(0{,}3)$. A seguir apresenta-se o gráfico da função $y = -x^2 - 2x + 3$



EXEMPLO 2: Traçar o gráfico da função $g(x) = 2x^2 + 1$.

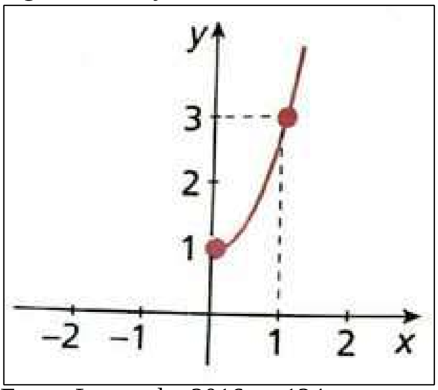
(1º) Sabemos que o coeficiente $c = 1$, então, conhecemos o ponto $(0, c) = (0{,}1)$.

(2º) A equação $2x^2 + 1 = 0$ não tem raízes.

(3º) O vértice $V(0{,}1)$.

1ª etapa: Foram localizados os pontos (0,1) e (1,3) no plano cartesiano e depois traçada parte da parábola (Figura 7).

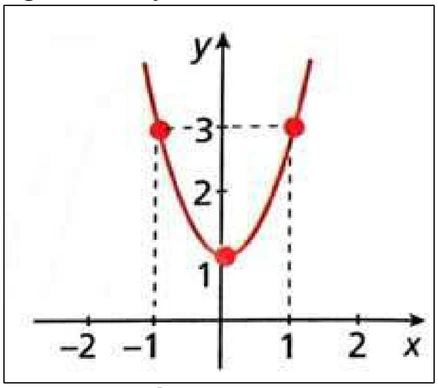
Figura 7 - Traçando o ramo crescente.



Fonte: Leonardo, 2016, p. 124.

2ª etapa: Utilizamos simetria para traçar o restante da parábola (Figura 8).

Figura 8 - Traçando o ramo decrescente.



Fonte: Leonardo, 2016, p. 124.

2ª etapa: Propondo duas tarefas. Correção das Tarefas.

Escreva as Tarefas 1 e 2, no quadro.

Oriente os estudantes a:

- Copiarem e realizarem as tarefas no caderno.
- Debaterem suas respostas com os colegas, trocarem informações e experiências.
- Questionarem suas dúvidas.

Na sequência, corrija as questões de forma convencional, utilizando para isso o quadro e o marcador de quadro.

As tarefas têm como objetivo fixar e verificar os conceitos apreendidos tais como:

(1º) Identificar algumas características do gráfico analisando os parâmetros, tais como a concavidade, se a parábola toca o eixo y no ramo crescente, decrescente ou no vértice e, se a parábola toca o eixo y em sua parte positiva, negativa ou na origem.

(2º) Construir o gráfico de uma de 2º grau, através da identificação do ponto de intersecção da parábola com o eixo y, pela determinação dos zeros de uma função e o vértice.

(3º) Perceber a relação entre o valor encontrado para o discriminante e a quantidade de raízes.

(4º) Analisar os gráficos construídos e identificar algumas características. Apresenta-se a seguir, as Tarefas 1 e 2.

TAREFA 1: Analisando os parâmetros a, b e c, das funções: (I) $f(x) = x^2 + 2x - 3$; (II) $f(x) = -2x^2 + 4x - 2$; (III) $f(x) = -x^2 - 2x - 5$; (IV) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$; (V) $f(x) = 2x^2 + 4x$. Identifique as características das parábolas que serão traçadas.

Expressão analítica	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)
Parâmetro a					
Parâmetro b	RESPONDA EM OUTRA FOLHA				
Parâmetro c					

Fonte: Autores, 2020.

<table>
<tr><td colspan="5">TAREFA 2: Considerando as funções (I), (II), (III), (IV) e (V) dadas na Tarefa 1, determine algebricamente:</td></tr>
<tr><td>(a) Raízes ou Zeros da função.</td><td>(b) Coordenadas do Vértice? $\mathbf{V(x_v, y_v)}$</td><td>(c) Ponto de intersecção da parábola com o eixo y?</td><td>(d) Represente graficamente as funções.</td><td>(e) Analise o valor encontrado para Δ e a quantidade de raízes. Qual é a relação entre eles?</td></tr>
<tr><td colspan="5">Dicas para responder estas tarefas:
1º passo - Anote as funções propostas no caderno.
2º passo - Analise os parâmetros a, b e c destas funções, identificando: Se a parábola terá a concavidade voltada para cima ou para baixo; Se a parábola vai interceptar o eixo y em seu ramo crescente, decrescente ou no vértice; E se a parábola toca o eixo do y ou em sua parte positiva, ou em sua parte negativa ou na origem, e qual é esse ponto. E, registre as respostas no caderno.
3º passo - Discuta com seu colega sobre as respostas encontradas. E questione suas dúvidas com o (a) professor (a).
4º passo – Determine as raízes, o vértice e o ponto (0, c) de cada função. E trace o gráfico utilizando esses pontos.</td></tr>
</table>

Fonte: Autores, 2020.

Na *primeira tarefa*, espera-se que o estudante analisando os parâmetros a, b e c identifique: Que a parábola terá a concavidade voltada para cima se a>0 (se a for positivo) e voltada para baixo se a<0 (se a for negativo). Se b>0, a parábola toca o eixo y no ramo crescente, se b<0, a parábola toca o eixo y no ramo decrescente e, se b=0, a parábola toca o eixo y no vértice. Quando c>0 a parábola toca o eixo y em sua parte positiva, quando c<0 a parábola toca o eixo y em sua parte negativa e, quando c=0 a parábola toca o eixo y na origem, sendo assim, a parábola toca o eixo y na coordenada (0,c).

Na *segunda tarefa* a função:

(I) tem como raízes ou zeros as coordenadas (-3,0) e (1,0). As coordenadas do vértice são $V(-1,-4)$ e o ponto $(0,c) = (0,-3)$.

(II) tem como raízes ou zeros as coordenadas (1,0). As coordenadas do vértice são $V(1,0)$ e o ponto $(0,c) = (0,-2)$.

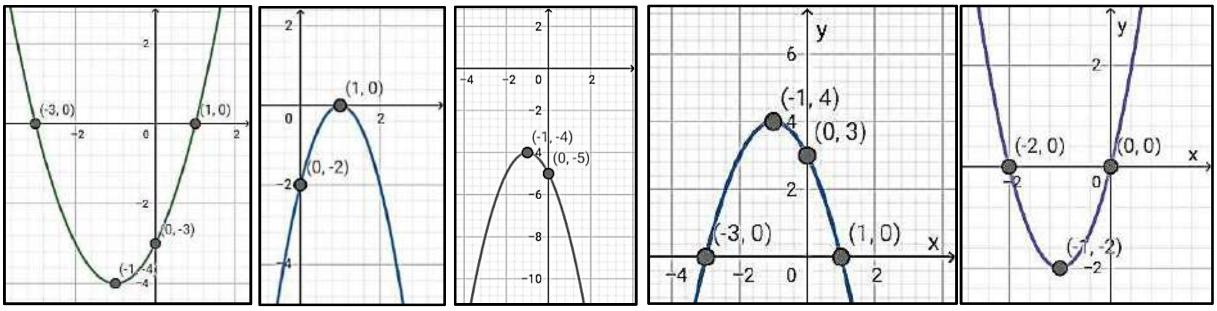
(III) não possui raízes ou zeros. As coordenadas do vértice são $V(-1,-4)$ e o ponto $(0,c) = (0,-5)$.

(IV) tem como raízes ou zeros as coordenadas (-3,0) e (1, 0). As coordenadas do vértice são $V(-1,4)$ e o ponto $(0,c) = (0,3)$.

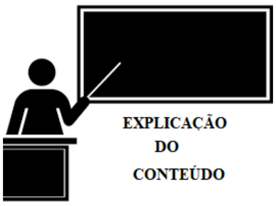
(V) tem como raízes ou zeros as coordenadas (-2,0) e (0,0). As coordenadas do vértice são $V(-1,-2)$ e o ponto $(0,c) = (0,0)$.

Os valores encontrados para o discriminante das funções (I), (IV) e (V), foram $\Delta = 16$. Nas funções (II) e (III) foram respectivamente, $\Delta = 0$ e $\Delta = -16$.

Os gráficos a seguir correspondem às funções (I), (II), (III), (IV) e (V), respectivamente.



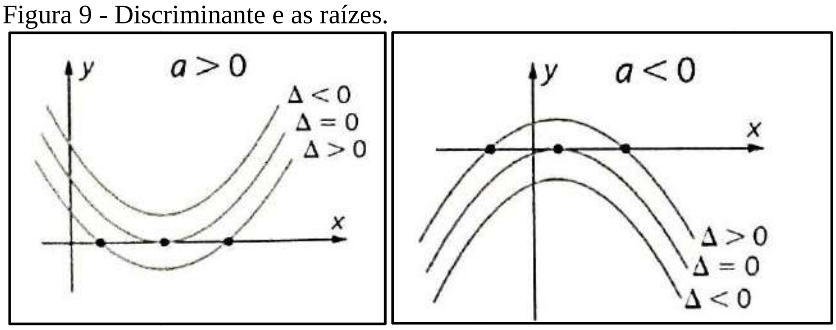
Sugere-se que o conteúdo seja explicado de forma convencional, ou seja, através da exposição e do diálogo, utilizando o diálogo, a lousa e o marcador de quadro. Organize um esquema no quadro sistematizando estes conceitos. Apresenta-se a seguir, a explicação do conteúdo.



Qual a relação entre o valor encontrado para Δ e a quantidade de raízes?

Para Dante (2014, p. 121), quando $\Delta = 0$ obtemos duas raízes reais iguais, ou seja, uma raiz real dupla. Isso significa que, a parábola toca o eixo x em um só ponto. Quando $\Delta > 0$ obtemos duas raízes reais distintas. Isso significa que, a parábola toca o eixo x em dois pontos. Quando $\Delta < 0$ não obtemos nenhuma raiz real. Isso significa que, a parábola não toca o eixo x. A Figura 9 retrata essa explicação.

Figura 9 - Discriminante e as raízes.



Fonte: Dante, 2014, p. 121.

3ª etapa: Propondo a terceira tarefa. Correção das Tarefas.

Encaminhe a terceira tarefa, como documento em PDF, aos dispositivos móveis dos estudantes, através do grupo de WhatsApp da turma. Esta tarefa trata-se de uma ficha para análise dos gráficos construídos.

Oriente os estudantes a:

- Utilizarem a ficha para análise dos gráficos traçados, identificando suas respectivas características.

- Registrarem as respostas no caderno:

Lei matemática: ____

Características: ____

- Debaterem suas respostas com os colegas, trocarem informações e experiências.

- Questionarem suas dúvidas.

Na sequência, corrija as questões de forma convencional, utilizando para isso o quadro e o marcador de quadro. Esclareça as dúvidas dos estudantes. A seguir está disponível a ficha de análise dos gráficos:

TAREFA 3: Analise os gráficos (I), (II), (III), (IV) e (V), identificando as características dos respectivos gráficos:

Expressão Analítica:

1. A parábola tem a concavidade voltada: ( ) Para cima? ( ) Para baixo?

2. O vértice está no:	( ) Eixo das ordenadas?	( ) Eixo das abscissas?	( ) 1º quadrante?
	( ) 2º quadrante?	( ) 3º quadrante?	( ) 4º quadrante?

( ) 3. A soma das raízes é negativa?	( ) 7. O produto das raízes é negativo?
( ) 4. A soma das raízes é positiva?	( ) 8. O produto das raízes é positivo?
( ) 5. A função admite ponto de mínimo?	( ) 9. A função é toda negativa?
( ) 6. A função admite ponto de máximo?	( ) 10. A função é toda positiva?

( ) 11. $a < 0$?	( ) 13. $b > 0$?	( ) 16. $C > 0$?	( ) 19. $\Delta > 0$?	( ) 22. $f(0) = 0$?
( ) 12. $a > 0$?	( ) 14. $b < 0$?	( ) 17. $C < 0$?	( ) 20. $\Delta < 0$?	( ) 23. f(1) é zero?
	( ) 15. $b = 0$?	( ) 18. $C = 0$?	( ) 21. $\Delta = 0$?	( ) 24. f(0) é positivo?

( ) 25. O eixo de simetria é o eixo das ordenadas?	( ) 28. f(0) é negativo?
( ) 26. A função tem duas raízes reais e distintas?	( ) 29. A função não admite raízes reais?
( ) 27. A função tem duas raízes reais e iguais?	( ) 30. A função admite raízes reais?

Fonte: Autores, 2020.

Espera-se que os estudantes respondam da seguinte forma:

Expressão Analítica: (I) $f(x) = x^2 + 2x - 3$

1. Concavidade para cima. **2.** O vértice no 3º quadrante. **3.** A soma das raízes é negativa.

5. A função admite ponto de mínimo. **7.** O produto das raízes é negativo. **11.** $a > 0$. **13.** $b > 0$.

17. $C < 0$. **19.** $\Delta > 0$. **23.** f(1) é zero. **28.** f(0) é negativo. **26.** A função tem duas raízes reais e distintas. **30.** A função admite raízes reais.

Expressão Analítica: (II) $f(x) = -2x^2 + 4x - 2$.

1. Concavidade para baixo. **2.** O vértice no eixo das abscissas. **4.** A soma das raízes é positiva.

6. A função admite ponto de máximo. **8.** O produto das raízes é positivo. **11.** $a < 0$. **13.** $b > 0$.

17. $C < 0$. **21.** $\Delta = 0$. **23.** f(1) é zero. **27.** A função tem duas raízes reais e iguais. **28.** f(0) é negativo. **30.** A função admite raízes reais.

Expressão Analítica: (III) $f(x) = -x^2 - 2x - 5$.

1. Concavidade para baixo. **2.** O vértice no 3º quadrante. **6.** A função admite ponto de máximo.

9. A função é toda negativa. **11.** $a < 0$. **14.** $b < 0$. **17.** $C < 0$. **20.** $\Delta < 0$. **28.** f(0) é negativo.

29. A função não admite raízes reais.

Expressão Analítica: (IV) $\mathrm{f(x)} = -\mathrm{x}^2 - 2\mathrm{x} + 3$

1. Concavidade voltada para baixo. **2.** O vértice está no 2º quadrante. **3.** A soma das raízes é negativa. **6.** A função admite ponto de máximo. **7.** O produto das raízes é negativo. **11.** $a < 0$. **14.** $b < 0$. **16.** $C > 0$. **19.** $\Delta > 0$. **23.** f(1) é zero. **24.** f(0) é positivo. **26.** A função tem duas raízes reais e distintas. **30.** A função admite raízes reais.

Expressão Analítica: (V) $\mathrm{f(x)} = 2\mathrm{x}^2 + 4\mathrm{x}$.

1. A parábola tem a concavidade voltada para cima. **2.** O vértice está no 3º quadrante.

3. A soma das raízes é negativa. **5.** A função admite ponto de mínimo. **12.** $a > 0$. **13.** $b > 0$.

18. $C = 0$. **19.** $\Delta > 0$. **22.** $f(0) = 0$. **26.** A função tem duas raízes reais e distintas.

30. A função admite raízes reais.

3.8 Oitavo momento

Título: Colocando em prática os conhecimentos estudados.

Objetivo:

- Verificar os conceitos internalizados e os que estão à iminência de serem.
- Propor tarefas individuais e em grupo, sobre conceitos abordados nas aulas.
- Propor aos estudantes o jogo "*Quais são as minhas características?*".
- Analisar os parâmetros a, b e c, na lei matemática e identificar características da parábola que será traçada.
- Determinar algebricamente os zeros de uma função e vértice.
- Representar manualmente o gráfico uma função quadrática conhecendo as raízes, o vértice e o ponto (0,c).

Tempo de duração estimado: 4 períodos de 50 minutos.

Recurso didático: quadro branco, marcador de quadro, folha quadriculada, jogo.

1ª etapa: Propondo as Tarefas 1, 2 e 3. Ficha para analisar os gráficos ampliados.

(1º) Divida a turma em grupos de no mínimo quatro estudantes e no máximo seis.

(2º) Entregue um bloco de questões para cada grupo.

(3º) Distribua aleatoriamente os blocos de questões.

(4º) Ressalta-se que as questões sugeridas, bem como a divisão da turma podem ser adequadas à realidade de cada escola. No entanto, é importante propor questões que tenham, $a > 0$ (a é maior que zero) e $a < 0$ (a é menor que zero), com $\Delta > 0$ (delta maior que zero), $\Delta = 0$ (delta igual à zero) e $\Delta < 0$ (delta menor que zero), para que sejam exploradas diferentes características da parábola. Apresenta-se a seguir, o bloco de questões, com sugestões de funções do 2º grau.

	Lei matemática		Lei matemática		Lei matemática
1º bloco	$y=-x^2+4x-3$	*2º bloco*	$f(x)=x^2-4x+3$	*3º bloco*	$f(x)=x^2-x-2$
	$y=2x^2+6$		$g(x)=x^2+6x$		$s(t)=-2t^2+4t$
	$f(x)=x^2-4x+4$		$y=-x^2+4x-4$		$fy=-4x^2-4x-1$
	$f(x)=x^2-4x+5$		$f(x)=-x^2+4x-5$		$f(x)=-x^2+2x-3$
	$s(t)=2t^2-4t$		$h(x)=x^2+3$		$f(x)=x^2-2x+6$
	$y=-x^2-6x-9$		$y=x^2-4x+4$		$y=5x^2-10x+5$

	Lei matemática		Lei matemática		Lei matemática
4º bloco	$f(x)=-x^2+x+2$	*5º bloco*	$f(x)=x^2-5x+6$	*6º bloco*	$y=-x^2+5x-6$
	$f(x)=x^2-5x+4$		$f(x)=-x^2+2x-1$		$f(x)=x^2-2x+1$
	$y=4x^2+4x+1$		$f(x)=-x^2+5x-8$		$h(x)=-2x^2-4x-2$
	$f(x)=x^2-2x+3$		$f(x)=-x^2-5x-7$		$h(x)=-x^2-3$
	$y=-x^2+2x-6$		$g(x)=-x^2-6x$		$f(x)=x^2+5x+7$
	$y=5x^2+10x+5$		$h(x)=-2x^2-8x-8$		$g(x)=-2x^2+8x-6$

	Lei matemática		Lei matemática		Lei matemática
7º bloco	$y=-x^2+2x+3$	*8º bloco*	$f(x)=x^2-2x-3$	*Outras sugestões*	$y=x^2+4x-12$
	$y=-x^2-2x+8$		$f(x)=x^2-2x-8$		$h(x)=-2x^2+4x-2$
	$f(x)=5x^2-10x+5$		$f(x)=-5x^2+10x-5$		$f(x)=x^2-10x+21$
	$f(x)=-x^2+5x-7$		$f(x)=x^2-5x+8$		$f(x)=-x^2-2x-5$
	$f(x)=2x^2+2$		$f(x)=-2x^2-2$		$f(x)=x^2+2x-3$
	$h(x)=-2x^2+8x-8$		$y=-4x^2-8x-4$		$y=2x^2+8x+6$

Fonte: Arquivo pessoal.

As Tarefas 1, 2 e 3 devem ser impressas e distribuídas aos estudantes, para facilitar a leitura das perguntas.

(1º) Imprimir uma tarefa por grupo.

(2º) Proponha a *primeira tarefa* aos grupos, com o objetivo de fazê-los analisar os parâmetros a, b e c da função de 2º grau e identificar algumas características desta função, antes de construir o gráfico.

(3º) Depois de concluí-la, entregue a *segunda tarefa*, que tem como objetivo fazê-los representar graficamente uma função do 2º grau, a partir da lei matemática, utilizando as raízes, o vértice e o ponto (0,c).

(4º) Por fim, entregue à última e *terceira tarefa*, que propõe aos estudantes a ampliação de um dos gráficos. Apresenta-se a seguir, as Tarefas 1, 2, 3:

TAREFA 1

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

1 - Como vai ser esta parábola? Identifique algumas características a partir da análise dos parâmetros a, b e c.

Expressão analítica	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
Parâmetro a						
Parâmetro b						
Parâmetro c						

RESPONDA EM OUTRA FOLHA

Dicas para responder esta tarefa:

1º passo: Em uma folha que será entregue posteriormente, identifique o nome dos componentes do grupo, a turma e a data.

2º passo: Na mesma folha, identifique o bloco de questões "1º bloco, 2º bloco,...", e registre as respectivas funções.

3º passo: Analise as funções com seu grupo.

4º passo: Analise os parâmetros a, b e c destas funções, identificando se a parábola terá a concavidade voltada para cima ou para baixo; Se a parábola vai interceptar o eixo y em seu ramo crescente, decrescente ou no vértice; E se a parábola toca o eixo do y ou em sua parte positiva, ou em sua parte negativa ou na origem, e qual é esse ponto. E, registre as respostas nesta folha. **OBSERVAÇÃO: ESTA TAREFA É EM GRUPO.**

TAREFA 2

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

2 - Determine algebricamente:

(a) Expressão analítica	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
(b) Raízes ou Zeros da função.						
(c) Coordenadas do Vértice? $V(x_v, y_v)$						
(d) Ponto de intersecção da parábola com o eixo y?						
(e) Represente graficamente as funções.						

RESPONDA EM OUTRA FOLHA

(f) Analise o valor encontrado para Δ e a quantidade de raízes. Qual é a relação entre eles?

Dicas para responder esta tarefa:

1º passo: Em uma folha que será entregue posteriormente, identifique o seu nome, a turma e a data.

2º passo: Cada componente do grupo, deve escolher uma das funções analisadas na Tarefa 1, para realizar os cálculos.

3º passo: Esta escolha pode ocorrer por meio de sorteio, ou as funções podem ser distribuídas aleatoriamente.

4º passo: Cada componente do grupo deve escolher funções diferentes entre si.

5º passo: Identifique na folha, a função escolhida.

6º passo: Realize os cálculos manualmente, sem o uso da calculadora.

7º passo: Traçar o gráfico manualmente, sem o uso de aplicativos. Utilizando para isso, os valores calculados: Raízes, vértice e ponto (0,c).

8º passo: Os gráficos devem ser feitos em folha quadriculada.

9º passo: *Entregue a folha ao professor.* **OBSERVAÇÃO: ESTA TAREFA É INDIVIDUAL.**

TAREFA 3

Nome: ____

Data:____/____/____ Turma:______

3 - Ampliar o gráfico escolhido por você na Tarefa 2.

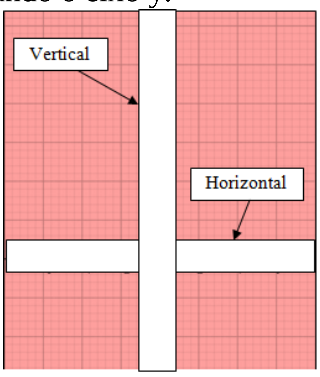
MATERIAIS: 2 folhas sulfite coloridas, 1 folha sulfite branca, barbante, cola, tesoura, lápis de cor, caneta hidrográfica colorida, fita durex.

ROTEIRO PARA A AMPLIAÇÃO DO GRÁFICO[7]

1º passo: Analise a parábola traçada por você, na tarefa 2, verificando em qual quadrante se encontra e o espaço necessário para ampliá-la.

2º passo: Recorte duas tiras de papel (folha ofício branca) para construir o plano cartesiano.

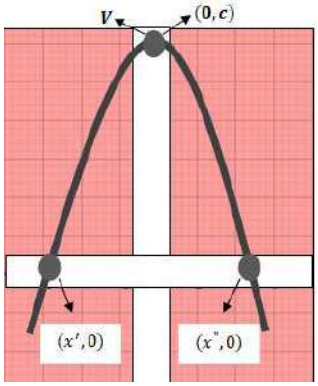
3º passo: Cole as tiras em uma folha colorida, de maneira que formem um ângulo de 90º entre si. Assim, uma das tiras deve ser colada na posição horizontal, representando o eixo x. E a outra tira deve ser colada na posição vertical, representando o eixo y.



4º passo: Utilize para representar o traçado da parábola (linha curva) um barbante. E para fixá-lo utilize cola ou fita durex.

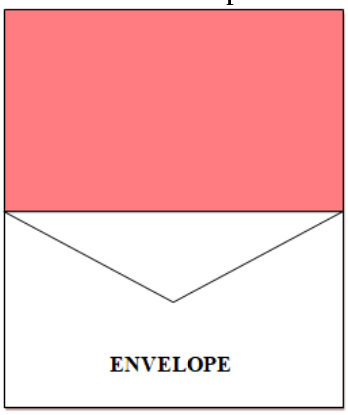
5º passo: Coloque em destaque o vértice, os zeros da função, se existir e, o ponto (0,c.).

6º passo: Identifique seu nome e a expressão analítica, correspondente ao gráfico ampliado por você.



7º passo: Na posição vertical, divida ao meio, uma folha ofício branca e recorte-a.

8º passo: Cole-a no verso da folha, em que o gráfico foi ampliado. O verso da folha funcionará como um envelope.



9º passo: Pedir ao professor (a), a ficha com as características das parábolas.

10º passo: Analisar o gráfico ampliado por você, identificando suas características. Marque com um (X) nas respectivas características.

11º passo: Dobrar a ficha e colocar dentro do envelope.

Fonte: Autores, 2020.

[7] Essa atividade foi proposta pelo Professor André Martins, em uma escola localizada na cidade de Rio Bonito (RJ). A atividade foi adaptada para ser utilizada no jogo “Quais são as minhas características?”. E, pode ser acessada pelo endereço: <https://www.facebook.com/andremartins.com.br/posts/2405941092991759>.

Depois que a ampliação estiver concluída:

(1º) Entregue a eles a ficha com as características das parábolas ampliadas.

(2º) Oriente os estudantes a:

-Analisarem o gráfico que ampliou.

- Marcarem as respostas a lápis.

- Corrigirem as respostas com a professora.

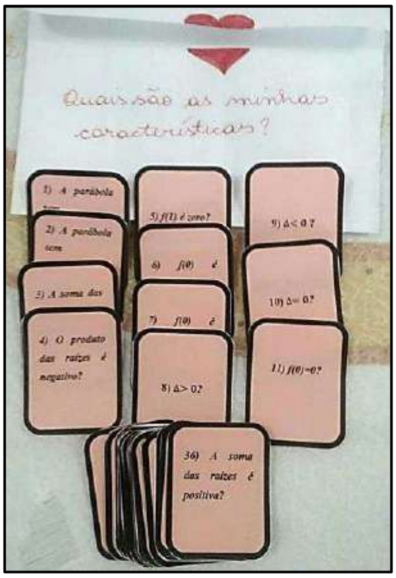
- Guardarem a ficha dentro do envelope, que está no verso do gráfico construído.

A ficha tem como objetivo auxiliá-los na análise do gráfico ampliado e na identificação de algumas de suas características. Apresenta-se a seguir, a ficha:

FICHA: Analise o gráfico construído e marque com (X) as respectivas características da parábola ampliada:				
Expressão Analítica:				
1. A parábola tem a concavidade voltada: ( ) Para cima? ( ) Para baixo?				
2. O vértice está no:	( ) Eixo das ordenadas?	( ) Eixo das abscissas?	( ) 1º quadrante?	
	( ) 2º quadrante?	( ) 3º quadrante?	( ) 4º quadrante?	
( ) 3. A soma das raízes é negativa?	( ) 7. O produto das raízes é negativo?			
( ) 4. A soma das raízes é positiva?	( ) 8. O produto das raízes é positivo?			
( ) 5. A função admite ponto de mínimo?	( ) 9. A função é toda negativa?			
( ) 6. A função admite ponto de máximo?	( ) 10. A função é toda positiva?			
( ) 11. $a < 0$?	( ) 13. $b > 0$?	( ) 16. $C > 0$?	( ) 19. $\Delta > 0$?	( ) 22. $f(0) = 0$?
( ) 12. $a > 0$?	( ) 14. $b < 0$?	( ) 17. $C < 0$?	( ) 20. $\Delta < 0$?	( ) 23. f(1) é zero?
	( ) 15. $b = 0$?	( ) 18. $C = 0$?	( ) 21. $\Delta = 0$?	( ) 24. f(0) é positivo?
( ) 25. O eixo de simetria é o eixo das ordenadas?	( ) 28. f(0) é negativo?			
( ) 26. A função tem duas raízes reais e distintas?	( ) 29. A função não admite raízes reais?			
( ) 27. A função tem duas raízes reais e iguais?	( ) 30. A função admite raízes reais?			

Fonte: Autores, 2020.

2ª etapa: Jogo *Quais são as minhas características?*[8]



O jogo é composto pelos gráficos produzidos pelos estudantes e 40 cartas organizadas dentro de um envelope, com perguntas sobre os respectivos gráficos (APÊNDICE A). E, tem como objetivo revisar os conceitos abordados tais como os efeitos dos parâmetros a, b e c, o vértice, os zeros de uma função, eixo de simetria, quadrantes, ponto de máximo e ponto de mínimo, entre outros. Fazer o estudante analisar os gráficos ampliados na etapa anterior, identificando algumas de suas características. Bem como, verificar os conhecimentos que já foram internalizados e aqueles que estão à iminência de serem.

(1º) Recolha os gráficos ampliados pelos estudantes.

(2º) Embaralhe-os.

(3º) Organize-os em cima de uma mesa separada, voltados para baixo, formando um único "monte de gráficos". Salienta-se que o local no qual estará localizada essa mesa fica a critério do professor, podendo estar no centro da sala, na frente do quadro, ou aonde achar melhor.

(4º) Divida a turma em grupos de quatro pessoas.

(5º) Entregue para cada grupo:

- Um envelope com perguntas (características dos gráficos).
- As regras do jogo.

(6º) Oriente os estudantes a realizarem a leitura das regras com seu grupo.

(7º) Iniciar o jogo.

(8º) Recomenda-se que seja realizada uma segunda rodada, com o objetivo de verificar os conhecimentos que já foram internalizados pelos estudantes, ou que estão à iminência de serem. Apresenta-se a seguir, as regras do jogo.

---

[8] Jogo adaptado do artigo *Utilização do jogo de cartas no ensino de função quadrática* (MARTINS; SOUSA; HAUS; RODRIGUES; VIEIRA, 2015). Disponível em: <https://bityli.com/uznrF>.

<table>
<tr><th colspan="2">Jogo Quais são as minhas características?</th></tr>
<tr><td>Materiais: Gráficos ampliados. Envelope com 36 cartas, com perguntas sobre os respectivos gráficos.
Objetivo: Analisar o gráfico escolhido e identificar algumas de suas características. Revisar conceitos explorados durante as aulas.
Nº de Jogadores: 2 a 4 jogadores.
Monte de saque e monte de descarte: As cartas devem permanecer sempre voltadas para baixo. Só podem ser sacadas as cartas que estiverem no topo.</td><td>Jogadores (as): Decidam quem começará o jogo ou, utilizem alguma estratégia para fazer essa escolha. Quem iniciará o jogo deve: (1º) deslocar-se até a mesa em que estão os gráficos ampliados. (2º) pegar o gráfico que estiver no topo. (3º) retornar para seu lugar. (4º) distribuir quatro cartas para cada jogador. (5º) Organizar as cartas restantes no centro da mesa, voltadas para baixo, formando um “monte de saque”. (6º) As quatro cartas distribuídas aos jogadores devem permanecer voltadas para baixo também, até o início do jogo.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Regras
O jogador que iniciar o jogo deve pegar a carta que estiver no topo do “monte de saque”. Deve analisá-la juntamente com as cartas que tiver em mãos. Caso não seja útil, poderá descartá-la. Caso seja útil, poderá ficar com ela, descartando outra que desejar.
O próximo jogador decide se quer pegar a carta que foi descartada e descarta outra no lugar, ou se quer pegar uma carta do “monte de saque”. Caso escolha pegar do “monte de saque”, deve analisar a respectiva carta, se não for útil poderá descartá-la, mas se for útil, poderá ficar com ela, descartando outra. E assim sucessivamente, formando no centro da mesa, um “monte de descarte”. Destaca-se que, o jogador só poderá escolher uma carta desse monte, se ela estiver no topo, as que estiverem em baixo só poderão ser pegas se o “monte de saque” acabar, então o “monte de descarte” deve ser embaralhado e se torna um “monte de saque” novamente.
Se algum jogador tiver em mãos na 1ª rodada, as quatro características do gráfico, deve esperar completar a 1ª rodada para baixar as cartas. Vence o jogo quem conseguir formar um quarteto primeiro.</td></tr>
<tr><td>Conferindo as respostas
As respostas do ganhador devem ser conferidas. Para isso, abra o envelope colado no verso do gráfico, comparando as respostas apresentadas nas quatro cartas com as da ficha. Ressalta-se que, se alguma resposta estiver equivocada, o grupo deve reiniciar o jogo com outro gráfico e, o participante que cometeu o equívoco ficará uma rodada sem jogar, ou seja, sem pegar cartas no monte de saque e de descarte.</td><td>Desempate
Para desempatar o jogo, as cartas devem ser embaralhadas novamente, e distribuídas aos jogadores, para que a dupla, ou trio se enfrentem.
Segunda rodada
O grupo deve escolher outro gráfico, seguindo os mesmos critérios descritos anteriormente. Sendo assim, na primeira rodada teremos um vencedor e na segunda rodada podemos ter outro vencedor.</td></tr>
</table>

Fonte: Autores, 2020.

3ª etapa: Jogo *Função Quadrática*[9]

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

(1º) O jogo é composto pelos seguintes elementos:

- Um tabuleiro, no qual é indicado o trajeto que será percorrido durante as jogadas.
- Seis pinos, sendo que cada pino corresponderá a um jogador.
- Um dado.
- Cartas com questões sobre o conteúdo abordado nas aulas.

(2º) Material necessário para a confecção de um tabuleiro:

- Uma cartolina, para desenhar o trajeto a ser percorrido.
- Um dado.
- Seis pinos, que representam os jogadores.
- Impressão das cartas, com as perguntas sobre função quadrática (APÊNDICE B).

5. Quais características da parábola estão relacionadas ao coeficiente *a*:
a) Determina se a parábola intercepta o eixo y no ramo crescente, decrescente ou no vértice.
b) Determina o ponto de intersecção da curva com o eixo y.
c) Determina se a concavidade está voltada para cima ou para baixo e a abertura da parábola.

As cartas foram organizadas por cores e nível de dificuldade:

(1º) A cor rosa, corresponde às questões de nível fácil.

(2º) A cor verde são questões de nível médio.

(3º) A cor cinza corresponde às questões de nível difícil.

Número de cartas:

(1º) Vinte e seis questões de nível fácil e difícil respectivamente.

(2º) Vinte e sete questões de nível médio.

(3º) Totalizando setenta e nove questões.

As questões devem ser escolhidas de acordo com os conhecimentos explorados em aula.

[9] Jogo adaptado do artigo *Revisando o conteúdo de função quadrática a partir da utilização de um jogo de tabuleiro* (SANTOS; MORAES; SANTOS; PEREIRA, 2018). Jogo apresentado, em novembro de 2018, na III Mostra Gaúcha de Validação de Produtos Educacionais do RS, cuja publicação está disponível na página do evento em: <http://mostragaucha.upf.br/>.

1. Analise a parábola e identifique a alternativa correta:

a) $a > 0; \Delta > 0$

b) $a < 0; \Delta < 0$

c) $a > 0; \Delta = 0$

d) $a < 0; \Delta = 0$

e) $a > 0; \Delta < 0$

f) $a < 0; \Delta > 0$

As questões e os níveis de dificuldade:

(1º) As questões de nível fácil abordam a parte mais teórica do conteúdo, ou seja, sem necessidade de cálculo para resolvê-las, basta o aluno lembrar-se das explicações em aula.

(2º) As questões de nível médio, envolvem a resolução de cálculos sobre o conteúdo, sendo necessário, além de entender a parte teórica, também resolvê-las.

12. (PEIES) A função matemática que descreve o custo C (reais) para fabricar x unidades de determinado produto é $C(x) = x^2 - 100x + 4000$. Nesse caso, pode-se afirmar que o custo de produção?

a) de 20 unidades desse produto é maior do que o custo de produção de 10 unidades.

b) de 60 unidades é maior que o custo de produção de 30 unidades.

c) será mínimo quando forem produzidas 50 unidades.

d) será mínimo quando for produzida apenas uma unidade.

e) será máximo quando forem produzidas 100 unidades.

(3º) As de nível difícil, envolvem interpretação ou análise gráfica, resolução de cálculos, problemas matemáticos e compreensão da parte teórica do conteúdo estudado. Por este motivo, as questões que envolvem vários conceito e cálculos, foram classificadas como nível difícil.

Destaca-se que algumas questões utilizadas neste jogo constam no trabalho “Função Polinomial do 2º grau” (Mundo Matemática). Está disponível no endereço: <https://mundoedu.com.br/uploads/pdf/59a4dd06a0be0.pdf>

OUTRAS SUGESTÕES E DICAS

Ressalta-se que as questões sugeridas, nas cartas para impressão, envolvem mais conceitos além daqueles que foram abordados nesta sequência didática, que servirão como sugestão de questões que podem ser exploradas com os estudantes.

O objetivo do jogo é fazer o fechamento da sequência didática, revisar o conteúdo estudado em aula, bem como verificar e sanar as dúvidas sobre os conceitos abordados, de um modo atrativo.

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

(1º) Divida os estudantes em seis grupos com cinco componentes.

(2º) Em uma turma de 30 alunos será necessário confeccionar seis tabuleiros. As regras do jogo podem ser visualizadas a seguir.

Jogo *Função Quadrática*

Material necessário para o jogo: Tabuleiro, seis pinos, um dado, lápis e folha para anotações.
Número de Jogadores: 4 a 6 componentes e um deles será o juiz.
Juiz: Retira a carta, lê a pergunta e as alternativas, bem como pode dar dicas para resolver as questões. Registra as pontuações e soma ao final para verificar quem obteve mais pontos.

Ajuda: Durante o jogo, cada componente poderá pedir três "**ajudas**", para colegas do grupo. Cada pergunta deve ser feita para colegas diferentes.
Professor mediador: O professor auxiliará sempre que for necessário.

Regras

Cada componente deve ter em mãos lápis e folha para anotações. Para iniciar o juiz deve embaralhar as cartas e após um dos jogadores deve lançar o dado e avançar, com o pino, a quantidade de casas correspondentes ao número obtido no dado. Quando parar nas casas "avance algumas casas", "passe a vez", "retorne algumas casas", siga as orientações indicadas. Quando parar na casa "Função Quadrática" o jogador pede para o juiz retirar uma carta e lhe fazer a pergunta. A cor da carta escolhida pelo juiz deve corresponder à cor do símbolo indicado na casa, nas cores rosa, verde e cinza:

Se acertar a resposta marca-se a pontuação respectiva à cor da carta e lança o dado novamente, avançando a quantidade de casas indicada no dado. Caso errar passa a vez sem avançar nenhuma casa e sem pontuar. Neste caso, o jogador deve anotar em uma folha o número da carta e sua respectiva cor, para que, posteriormente, o professor possa sanar suas dificuldades referentes àquela questão.

Dando sequência ao jogo, o próximo jogador retira outra carta. Ganha quem obtiver maior pontuação ao final, após todos os jogadores concluírem o percurso do jogo. Nas cartas de cor rosa o nível é fácil e valem 2 pontos; nas cartas de cor verde o nível é médio e valem 3 pontos e nas cartas de cor cinza o nível é difícil e valem 4 pontos. Boa Sorte!

Fonte: Adaptado de Santos, Moraes, Santos e Pereira, 2018.

3.9 Nono momento

Título: Avaliação da aprendizagem.

Objetivo:

- Realizar uma avaliação individualizada.
- Verificar os conceitos internalizados e os que estão à iminência de serem.

Tempo de duração estimado: 2 períodos de 50 minutos.

Recurso didático: material impresso.

1ª etapa: Avaliação da aprendizagem.

Sugere-se que o último momento seja destinado à realização de uma avaliação individual e sem consulta ao material.

Compreende-se, na perspectiva de Vygotsky, que a aquisição do conhecimento ocorre, sobretudo, nas interações. No entanto, os "[...] momentos de internalização são essenciais para consolidar o aprendizado. Eles são individuais e reflexivos por definição e precisam ser considerados na rotina das aulas" (FREITAS, 1994, p. 192).

Sendo assim, a avaliação não tem o intuito de verificar os conhecimentos memorizados pelos estudantes. Mas, representa um instrumento, que possibilita ao professor perceber se a interação, proporcionada ao longo da sequência didática, contribuiu para a internalização do conhecimento. Bem como, perceber aquilo que o estudante está na iminência de fazer sozinho, ou, se aquilo que fazia apenas com a ajuda de outra pessoa (professor ou um colega mais experiente) passou a fazer sozinho, o que Vygotsky chama de zona de desenvolvimento proximal (ZDP).

REFERÊNCIAS

BALESTRI, Rodrigo. *Matemática*: interação e tecnologia. Matemática (Ensino Médio), volume 1. 2. ed. São Paulo: Leya, 2016.

BRAGA, Elisabete Rambo; VIALI, Lorí. A planilha como suporte à compreensão dos conceitos das funções afim e quadrática. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, n. 26, p. 57-71, jun. 2011.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: <https://bit.ly/2JhZt8j>. Acesso em: 20 nov. 2018.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2000. Disponível em: <https://bit.ly/2wx7fps>. Acesso em: 20 nov. 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática: ensino de primeira à quarta série. Brasília: MEC/SEF, 1997.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática*: contexto & aplicações. 1 Matemática (Ensino Médio). 2. ed. São Paulo: Ática, 2013.

FREITAS, Maria Teresa de Assunção. *O pensamento de Vygotsky e Bakhtin no Brasil*. Campinas: Papirus, 1994.

LEONARDO, Fábio Martins de (Org.). *Conexões com a Matemática*. 1. Matemática (Ensino Médio). 3. ed. São Paulo: Moderna, 2016.

MARTINS, Fabíola da Cruz; SOUSA, Francilene Almeida; HAUS, Grazielle de Souto Pontes; RODRIGUES, Suênia da Silva; VIEIRA, Alecxandro Alves. Utilização de jogo de cartas no ensino de função quadrática. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO – CONEDU, 2, 2015, Campina Grande. *Anais*.... Campina Grande: Realize Editora, 2015. p. 1-9. Disponível em: <https://bit.ly/3iMlw80>. Acesso em: 07 out. 2020.

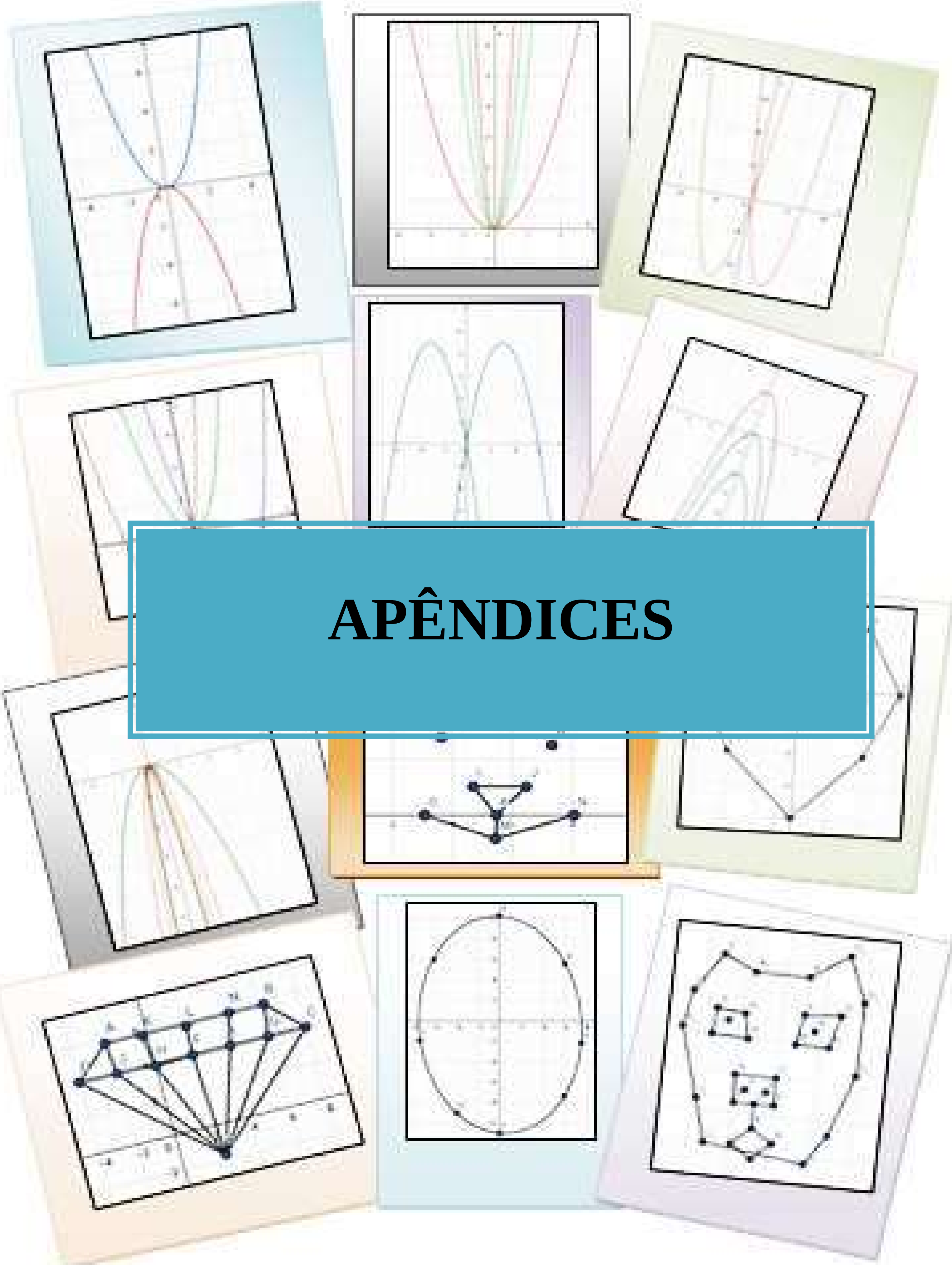
MUNDO Edu. *Função Polinomial do 2º grau*. Módulo 9/Função Quadrática. Disponível em: <https://bit.ly/3iHeNvI>. Acesso em: 08 ago. 2019.

SANTOS, Melina Nymann dos; MORAES, Aline Reissuy de; SANTOS, Arieli dos; PEREIRA, Luiz Henrique Ferraz. Revisando o conteúdo de função quadrática a partir da utilização de um jogo de tabuleiro. In: MOSTRA GAÚCHA DE VALIDAÇÃO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS, 3, 2018, Passo Fundo. *Anais*... Passo Fundo: UPF, 2018.

SOUZA, Joamir Roberto de. *Novo Olhar*: Matemática 1. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.

SOUZA, Salete Eduardo de. O uso de recursos didáticos no ensino escolar. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 1; JORNADA DE PRÁTICA DE ENSINO, 4; SEMANA DE PEDAGOGIA DA UEM: "INFÂNCIA E PRÁTICAS EDUCATIVAS", 12, 2007, Maringá. *Anais*... Maringá: Universidade Estadual de Maringá, 2007. Disponível em: <https://bit.ly/2XciCAF>. Acesso em: 09 maio 2019.

TRAMM, Elda Vieira; CUNHA, Jussara G. Araújo. O uso do computador (Geogebra) e do logotipo do MC Donald's no estudo da função do 2º grau. In: CONFERÊNCIA LATINO-AMERICANA DE GEOGEBRA, 1, 2011, São Paulo. *Anais*... São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2011. Disponível em: <https://bit.ly/36JmteK>. Acesso em: 14 jul. 2019.



APÊNDICES

APÊNDICE A - Cartas com perguntas sobre os gráficos

1) A concavidade da parábola está voltada para cima?

2) A concavidade da parábola está voltada para baixo?

3) Somando as raízes obtemos um resultado negativo?

4) O produto das raízes é negativo?

5) f(1) é zero?

6) f(0) é positivo?

7) f(0) é negativo?

8) $\Delta > 0$?

9) $\Delta < 0$?

10) $\Delta = 0$?

11) f(0)=0?

12) O eixo de simetria é o eixo das ordenadas?

13) O vértice está no eixo das ordenadas?

14) O vértice está no eixo das abscissas?

15) A função admite ponto de mínimo?

16) A função admite ponto de máximo?

17) Parâmetro $b = 0$?

18) Parâmetro $b > 0$?

19) Parâmetro $b < 0$?

20) A função tem duas raízes reais e distintas?

21) A função NÃO admite raízes reais?

22) A função tem duas raízes reais e iguais?

23) A função admite raízes reais?

24) Parâmetro $c<0$?

25) Parâmetro $c>0$?

26) Parâmetro $c=0$?

27) Parâmetro $a>0$?

28) Parâmetro $a<0$?

29) A função é toda negativa?

30) A função é toda positiva?

31) O vértice está no 1º quadrante?

32) O vértice está no 2º quadrante?

33) O vértice está no 3º quadrante?

34) O vértice está no 4º quadrante?

35) Multiplicando as raízes obtemos um resultado positivo?

36) Somando as raízes obtemos um resultado positivo?

37) O produto das raízes é zero?

38) f(2) é nulo?

39)) f(-1)= 0?

40) f(3) é nulo?

APÊNDICE B - Cartas com as perguntas sobre função quadrática

SUGERE-SE QUE O PRIMEIRO BLOCO DE CARTAS, A SEGUIR, SEJA IMPRESSO EM FOLHAS COLORIDAS, NA COR VERDE.

1. Analise a parábola e identifique a alternativa correta:

a) $a > 0$; $\Delta > 0$

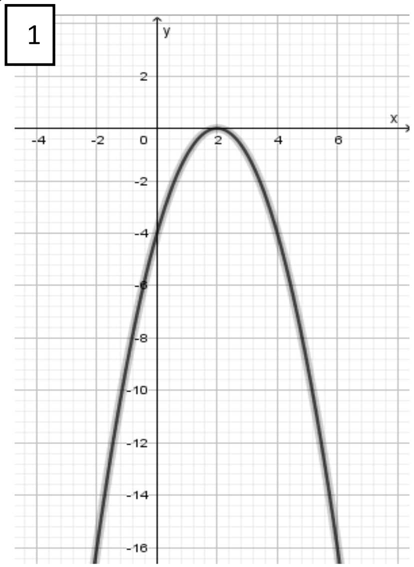
b) $a < 0$; $\Delta < 0$

c) $a > 0$; $\Delta = 0$

d) $\boldsymbol{a < 0}$**;** $\boldsymbol{\Delta = 0}$

e) $a > 0$; $\Delta < 0$

f) $a < 0$; $\Delta > 0$



2. Analise a parábola e identifique a alternativa correta:

a) $a > 0$; $\Delta > 0$

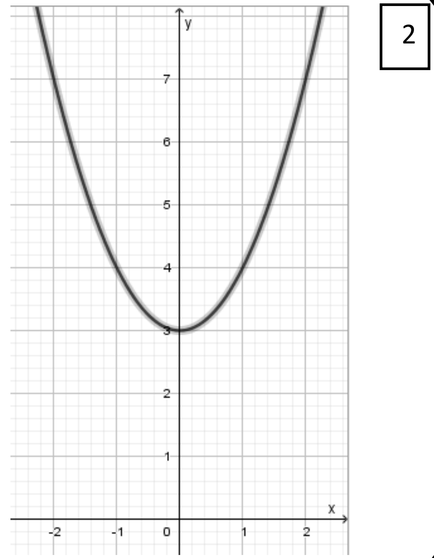
b) $a < 0$; $\Delta < 0$

c) $a > 0$; $\Delta = 0$

d) $a < 0$; $\Delta = 0$

e) $\boldsymbol{a > 0}$**;** $\boldsymbol{\Delta < 0}$

f) $a < 0$; $\Delta > 0$



3. Analise a parábola e identifique a alternativa correta:

a) $a < 0$; $\Delta < 0$

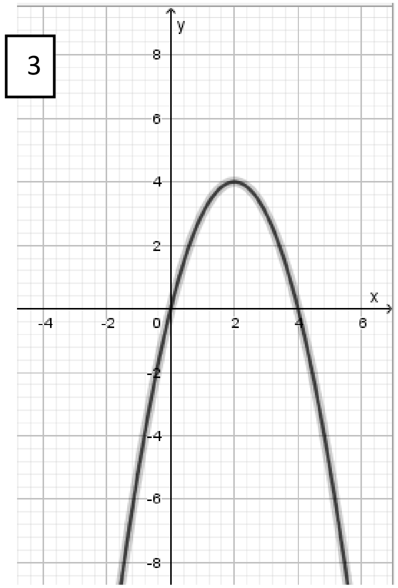
b) $a > 0$; $\Delta = 0$

c) $a < 0$; $\Delta = 0$

d) $a > 0$; $\Delta < 0$

e) $a > 0$; $\Delta > 0$

f) $\boldsymbol{a < 0}$**;** $\Delta > 0$



4. Analise a parábola e identifique a alternativa correta:

a) $a < 0$; $\Delta < 0$;

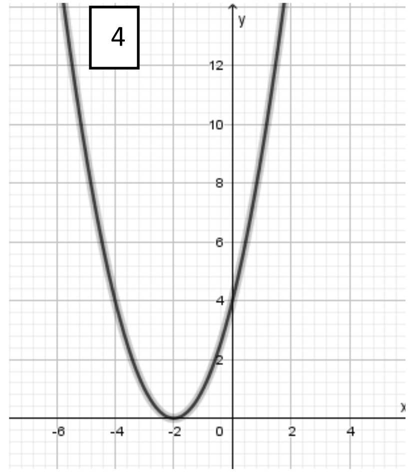
b) $\boldsymbol{a > 0}$**;** $\boldsymbol{\Delta = 0}$

c) $a < 0$; $\Delta = 0$

d) $a > 0$; $\Delta < 0$

e) $a > 0$; $\Delta > 0$

f) $a < 0$; $\Delta > 0$



5. No gráfico da função do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$. Pode-se afirmar que:

a) $a < 0$, $b > 0$ e $c > 0$.

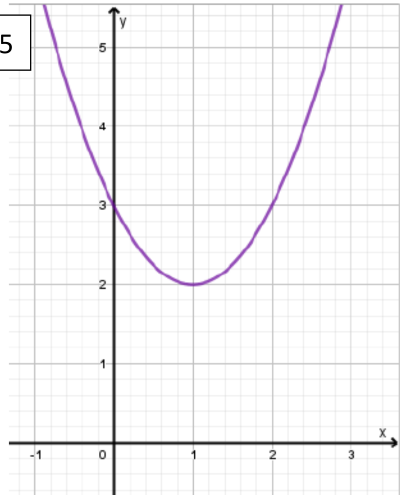
b) $a < 0$, $b > 0$ e $c = 0$.

c) $a > 0$, $b > 0$ e $c = 0$.

d) $\boldsymbol{a} > 0$, $\boldsymbol{b} < 0$ e $\boldsymbol{c} > 0$.

e) $a < 0$, $b = 0$ e $c = 0$.

5



6. No gráfico da função do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$. Pode-se afirmar que:

a) $a < 0$, $b > 0$ e $c > 0$.

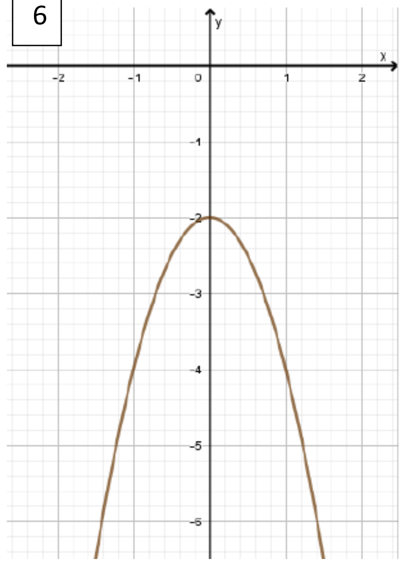
b) $\boldsymbol{a} < 0$, $\boldsymbol{b} = 0$ e $\boldsymbol{c} < 0$.

c) $a > 0$, $b > 0$ e $c = 0$.

d) $a > 0$, $b < 0$ e $c > 0$.

e) $a < 0$, $b = 0$ e $c = 0$.

6



7. No gráfico da função do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$. Pode-se afirmar que:

a) $a < 0$, $b > 0$ e $c > 0$.

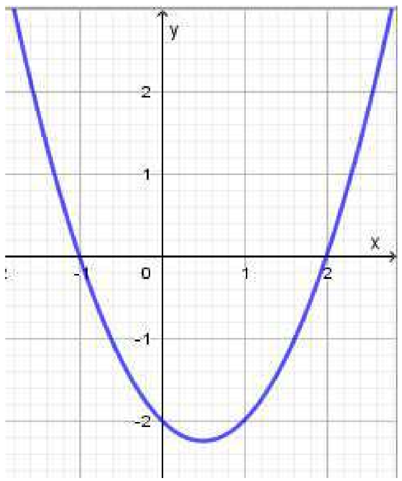
b) $a < 0$, $b > 0$ e $c = 0$.

c) $\boldsymbol{a} > 0$, $\boldsymbol{b} < 0$ e $\boldsymbol{c} < 0$.

d) $a > 0$, $b < 0$ e $c > 0$.

e) $a < 0$, $b = 0$ e $c = 0$.

7



8. Dado o gráfico da função, qual alternativa completa corretamente os espaços, respectivamente:

I) a__0 **II)** Δ__0 **III)** V(,)

IV) raízes: _____ e _____.

V) O valor máximo é ______

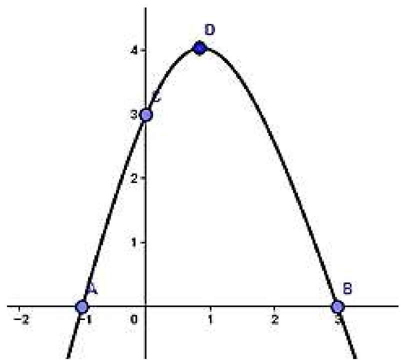
a) $a < 0$; $\Delta < 0$; V(1, 3); (-1,0) e (3,0); $y_v = 1$

b) $a > 0$; $\Delta > 0$; V(1, 4); (1,0) e (3,0); $y_v = 4$

c) $\boldsymbol{a} < 0$; $\Delta > 0$; V(1, 4); (-1,0) e (3,0); $\boldsymbol{y_v} = 4$

d) $a > 0$; $\Delta < 0$; V(1, 3); (1,0) e (3,0); $y_v = 1$

8



9. No gráfico da função do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Pode-se afirmar que:

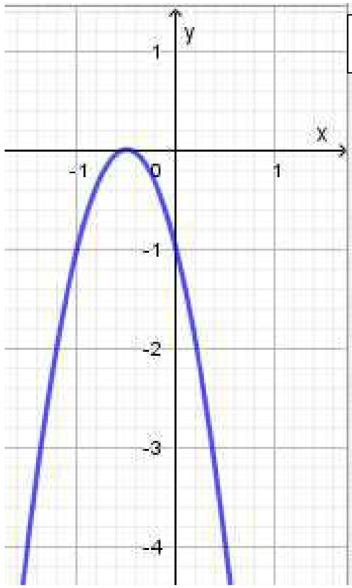
a) $a < 0$, $b > 0$ e $c > 0$.

b) $\boldsymbol{a} < 0$, $\boldsymbol{b} < 0$ e $\boldsymbol{c} < 0$.

c) $a > 0$, $b < 0$ e $c = 0$.

d) $a > 0$, $b < 0$ e $c > 0$.

e) $a < 0$, $b = 0$ e $c = 0$.



9

10. No gráfico da função do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Pode-se afirmar que:

a) $a < 0$, $b > 0$ e $c > 0$.

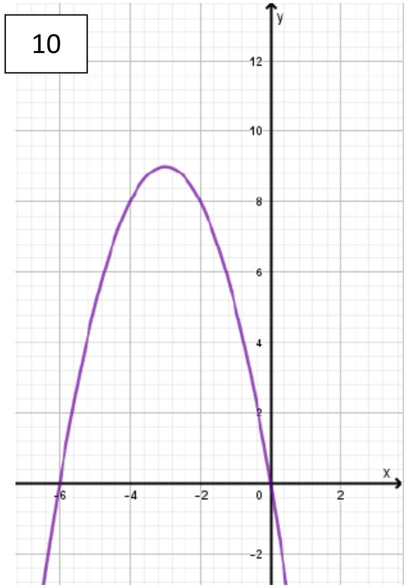
b) $a < 0$, $b > 0$ e $c = 0$.

c) $a > 0$, $b < 0$ e $c < 0$.

d) $a > 0$, $b < 0$ e $c > 0$.

e) $\boldsymbol{a} < 0$, $\boldsymbol{b} < 0$ e $\boldsymbol{c} = \mathbf{0}$.

10



11. No gráfico da função do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Pode-se afirmar que:

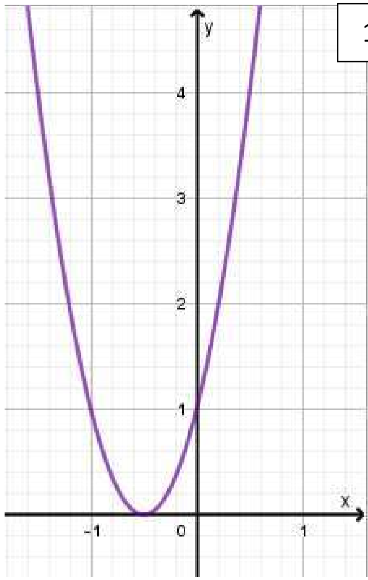
a) $a < 0$, $b = 0$ e $c > 0$.

b) $a > 0$, $b < 0$ e $c < 0$.

c) $a > 0$, $b > 0$ e $c = 0$.

d) $\boldsymbol{a} > 0$, $\boldsymbol{b} > 0$ e $\boldsymbol{c} > 0$.

e) $a < 0$, $b = 0$ e $c = 0$.



11

12. No gráfico da função do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Pode-se afirmar que:

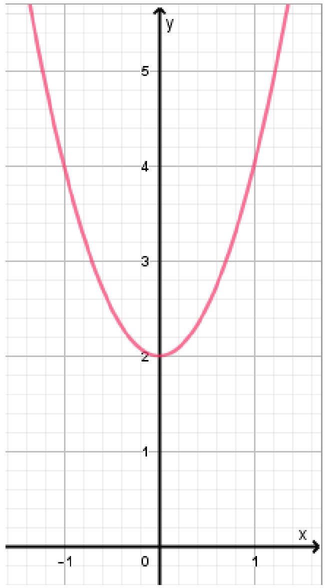
a) $a > 0$, $b = 0$ e $c = 0$.

b) $a < 0$, $b < 0$ e $c < 0$.

c) $a > 0$, $b > 0$ e $c = 0$.

d) $a < 0$, $b > 0$ e $c > 0$.

e) $\boldsymbol{a} > 0$, $\boldsymbol{b} = \mathbf{0}$ e $\boldsymbol{c} > 0$.



12

13. No plano cartesiano estão representadas graficamente as funções s_2 e t_2 do tipo $y = ax^2 + bx$. Comparando as respectivas funções, pode-se afirmar que:

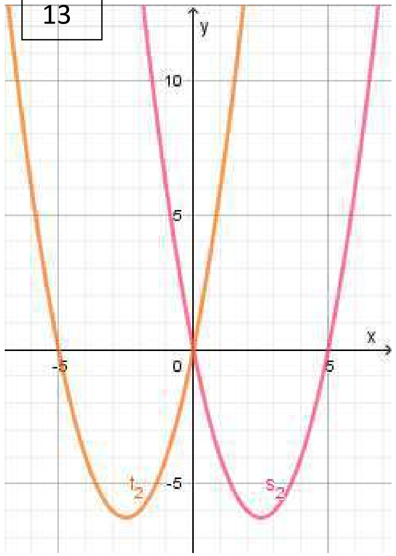
a) o parâmetro a foi alterado; $a < 0$ e $c > 0$.

b) o parâmetro b foi alterado; $a > 0$ e $c < 0$.

c) o parâmetro b foi alterado; $a > 0$ e $c = 0$.

d) o parâmetro c foi alterado; $a > 0$ e $c = 0$.

13



14. Analisando o gráfico é CORRETO afirmar:

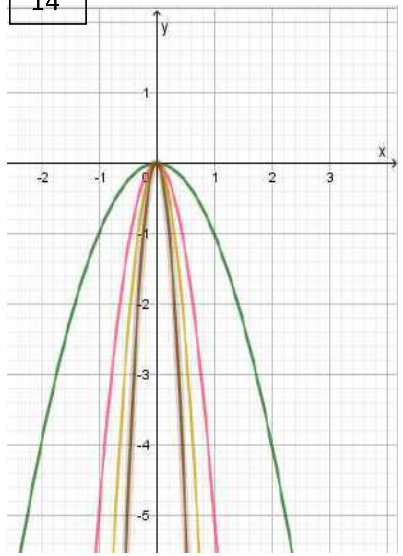
a) $a > 0$ e a concavidade voltada para baixo,

b) que quanto maior o módulo de a, maior a abertura da parábola;

c) que o eixo das abscissas é o eixo de simetria da parábola.

d) que todas as parábolas têm o mesmo vértice $(0, 0)$.

14



15. Analisando o gráfico é possível afirmar:

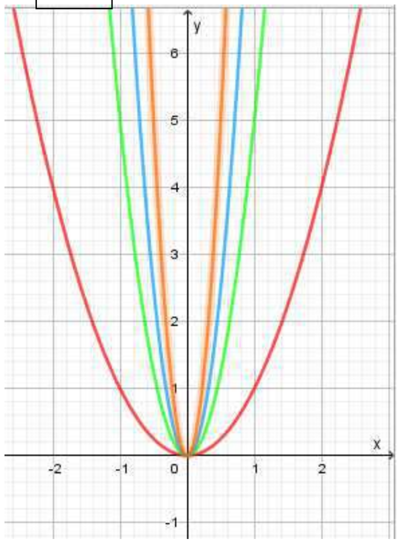
a) $a < 0$ e a concavidade voltada para cima.

b) que quanto menor o módulo de a, menor a abertura da parábola;

c) que o eixo das ordenadas é o eixo de simetria da parábola.

d) quanto mais próximo de zero for o valor de a, menor a abertura da parábola.

15



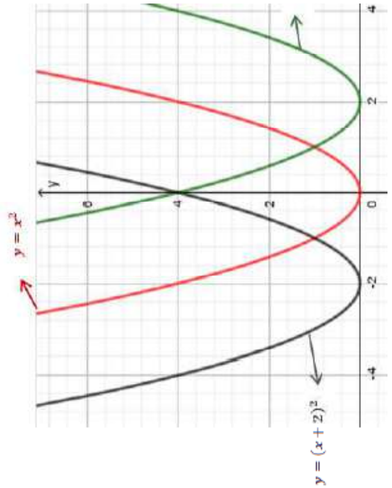
16. As coordenadas dos vértices das parábolas $y = x^2$, $y = (x-2)^2$ e $y = (x+2)^2$, são respectivamente:

a) (0,0), (-2,0) e (2,0).

b) (2,0), (-2,0) e (0,0).

c) (0,0), (2,0) e (-2,0).

d) (2,0), (0,4) e (-2,0).



17

17. Ao comparar os gráficos pode-se afirmar que o gráfico $y = x^2$ deslocou:

a) 2 unidade para a esquerda, pois somamos a constante m=2, na variável x.
b) 2 unidade para a esquerda, pois subtraímos a constante m=2, na variável x.
c) 2 unidade para a direita, pois somamos a constante m=2, na variável x.
d) 2 unidade para a direita, pois subtraímos a constante m=2, na variável x.

18. Se $f(x) = x^2 - 1$ qual o valor de $f(2)$:

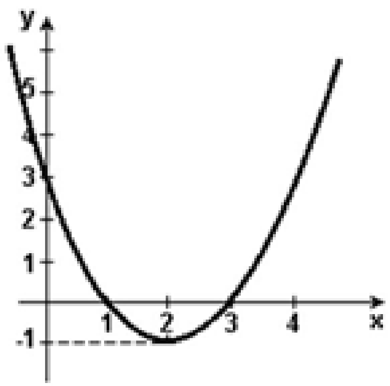
a) 2
b) 3
c) 4
d) 6

19. Se $f(x) = x^2 + 2x + 1$ qual o valor de $f(1)$:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

20. Analise o gráfico e identifique qual alternativa expressa corretamente os respectivos pontos: intersecção da curva com o eixo y, os zeros, o vértice e a classificação de yv (valor máximo ou valor mínimo).
a) (3,0); (1,0) e (0,3); V(2,1); valor mínimo $yv = -1$
b) (0,3); (0,1) e (0,3); V(2,1); valor máximo $yv = 2$
c) (0,3); (1,0) e (3,0); V(2,-1); valor mínimo $yv = -1$
d) (3,0); (0,1) e (0,3); V(2,-1); valor máximo $yv = 2$.

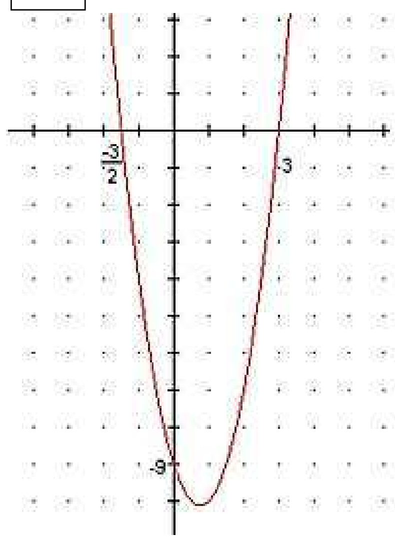
20



21. Analise o gráfico e identifique os pontos $(0, c)$, os zeros, o vértice e a classificação de yv (valor máximo ou valor mínimo), respectivamente:

a) (0,-9); $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ e (3,0); V(1,9); valor máximo $y_v = -9$.
b) (0,9); $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ e (3,0); V(1,10); valor máximo $y_v = -10$
c) (0,-9); $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ e (0,3); V(1,9); valor mínimo$y_v = -9$
d) (0,-9); $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ e (3,0);V(1,-10); valor mínimo $y_v = -10$

21



22. Dada a função $f(x) = x^2 + 4x + 4$. Qual é o valor do discriminante Δ e quantas vezes o gráfico da função intersecta o eixo x.

a) $\Delta = -15$; em dois pontos.

b) $\Delta = 0$; em um ponto.

c) $\Delta = 0$; em nenhum ponto.

d) $\Delta = -15$; em um ponto.

23. Dada a função $f(x) = -x^2 + 4x + 4$. Qual é o valor do discriminante Δ e quantos zeros (raízes) a função terá.

a) $\Delta = 32$; duas raízes reais e diferentes.

b) $\Delta = 0$; duas raízes reais e iguais.

c) $\Delta = 32$; duas raízes reais e iguais.

d) $\Delta = 0$; nenhuma raiz real.

24. Sabendo que o vértice da parábola dada por $y = x^2 - 4x + 3$ é o ponto $(2, -1)$, o conjunto imagem dessa função é:

a) $\mathbb{R}$

b) $\{y \in \mathbb{R} \,/\, y \geq -1\}$

c) $\{y \in \mathbb{R} \,/\, x \geq -1\}$

d) $]-\infty, -1]$

25. Dado o gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, a lei matemática que melhor representa o gráfico é:

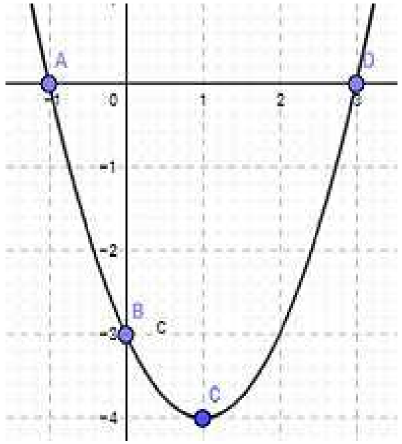
a) $f(x) = x^2 - 2x + 3$

b) $f(x) = x^2 - 2x - 3$

c) $f(x) = -x^2 + 2x - 3$

d) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$

25



26. O seguinte gráfico representa uma função. Qual alternativa expressa corretamente o conjunto domínio D e o conjunto imagem Im:

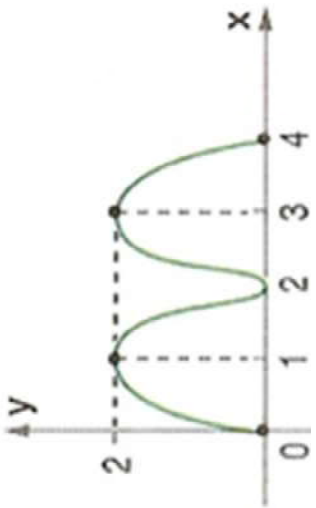
a) D = [0, 4] e Im = [0,2]

b) D = [0, 2] e Im = [0,4]

c) D = [1, 2] e Im = [3,2]

d) D = [2, 1] e Im = [2,3]

26



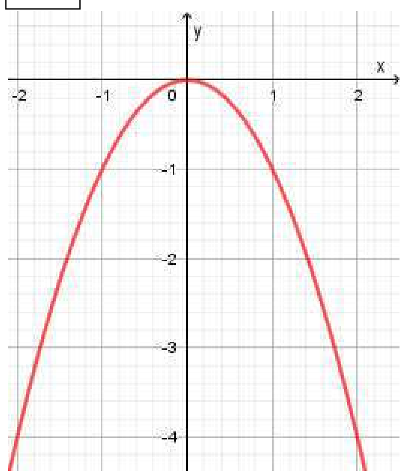
27. Qual alternativa expressa corretamente os intervalos de crescimento e decrescimento do gráfico.

a) Crescimento: [0,+ ∞[e Decrescimento:]-∞, 0]

b) Crescimento:]- 2 , 0] e Decrescimento: [0,+ 2[

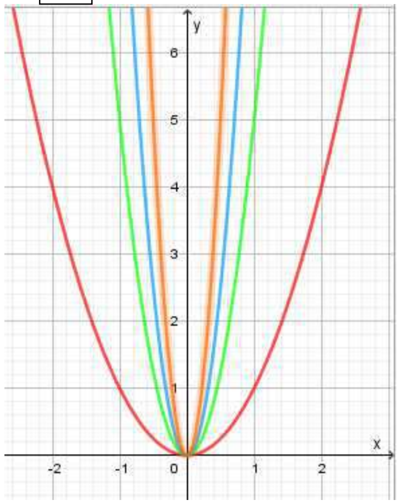
c) Crescimento:]- ∞ , 0] e Decrescimento: [0,+ ∞[

27



SUGERE-SE QUE O SEGUNDO BLOCO DE CARTAS, A SEGUIR, SEJA IMPRESSO EM FOLHAS COLORIDAS, NA COR ROSA.

1



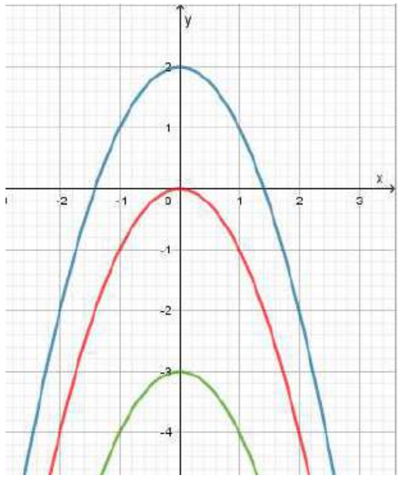
1. Compare e observe os gráficos, identificando qual parâmetro foi alterado:

a) parâmetro $\boldsymbol{a}$.

b) parâmetro b.

c) parâmetro c.

2



2. Compare e observe os gráficos, identificando qual parâmetro foi alterado:

a) parâmetro a.

b) parâmetro b.

c) parâmetro $\boldsymbol{c}$.

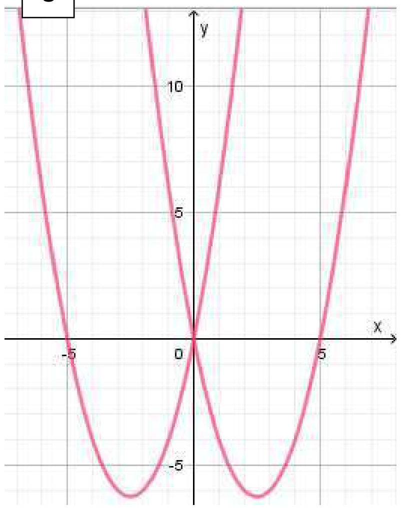
3. Compare e observe os gráficos das funções do tipo $y = ax^2 + bx$, identificando qual parâmetro foi alterado:

a) parâmetro a.

b) parâmetro $\boldsymbol{b}$.

c) parâmetro c.

3



4. Qual das funções resulta em uma parábola de abertura menor?

a) $\boldsymbol{f(x) = 10x^2}$

b) $\mathrm{h(x) = x^2}$

c) $g(x) = \frac{1}{3}x^2$

d) $p(x) = \frac{1}{10}x^2$

5. Quais características da parábola estão relacionadas ao coeficiente $\boldsymbol{a}$:

a) Determina se a parábola intercepta o eixo y no ramo crescente, decrescente ou no vértice.

b) Determina o ponto de intersecção da curva com o eixo y.

c) Determina se a concavidade está voltada para cima ou para baixo e a abertura da parábola.

6. Para que uma função do tipo $y = ax^2 + bx + c$ seja quadrática, o coeficiente de x^2 deve ser:

a) Igual a zero.
b) Positivo.
c) Inexistente.
d) Não nulo.

7. Qual a característica que define a abertura da parábola?

a) parâmetro $\boldsymbol{a}$.

b) parâmetro b.

c) parâmetro c.

8. Qual das funções resulta em uma parábola de abertura maior?

a) $f(x) = 10x^2$

b) $\mathrm{h(x)} = \mathrm{x}^2$

c) $g(x) = \frac{1}{3}x^2$

d) $\boldsymbol{p(x) = \frac{1}{10}x^2}$

9. Uma função definida por um polinômio do 2º grau é denominada de função quadrática. Desse modo qual das funções abaixo é uma função quadrática em x:

a) y = 5x + 40
b) $y = e^x$
c) y = x²
d) y = sen (x + 2)

10. A função $y = ax^2 + bx + c$ será considerada uma função quadrática se:

a) O coeficiente a for diferente de zero: a ≠ 0
b) O coeficiente a for igual a zero: a = 0

11. Se a > 0 o gráfico da função quadrática terá concavidade voltada:

a) Para baixo
b) Para direita
c) Para esquerda
d) Para cima

12. Quais são os coeficientes da função y = x² - 35x + 250:

a) a = 2; b = 10 e c = 50
b) a = 1; b = -35 e c = 250
c) a = 3; b = 6 e c = 250
d) a = 1; b = -35 e c = 300

13. Se o valor do discriminante da função quadrática for menor que zero, o gráfico da parábola:

a) Toca o eixo das abscissas em dois pontos.
b) Toca em um ponto o eixo das abscissas
c) Não toca o eixo das abscissas
d) Toca em três pontos o eixo das abscissas

14. Se a < 0 o gráfico da função quadrática terá concavidade voltada:

a) Para cima
b) Para baixo
c) Para a direita
d) Para a esquerda

15. Se o valor do discriminante da função quadrática for igual a zero o gráfico da parábola:

a) Toca em um ponto o eixo das abscissas
b) Toca o eixo das abscissas em dois pontos
c) Não toca o eixo das abscissas
d) Toca em quatro pontos o eixo das abscissas

16. Se o valor do discriminante da função quadrática for maior que zero, o gráfico da parábola:

a) Não toca o eixo das abscissas
b) Toca em um ponto o eixo das abscissas
c) Toca em dois pontos o eixo das abscissas
d) Toca em mais de dois pontos o eixo das abscissas

17. Se a concavidade da parábola for voltada para cima, a função apresentará:

a) Um ponto de máximo absoluto
b) Um ponto de mínimo absoluto
c) Um ponto de máximo e um ponto de mínimo
d) Nenhuma dessas respostas

18. Se a concavidade da parábola for voltada para baixo, a função apresentará:

a) Um ponto de mínimo absoluto
b) Um ponto de máximo e um ponto de mínimo
c) Um ponto de máximo absoluto
d) Nenhuma dessas respostas

19. Para determinar as coordenadas do vértice da parábola utilizamos qual das fórmulas abaixo:

a) V $\left(\frac{-b}{2a};\frac{-\Delta}{4a}\right)$

b) V $\left(\frac{b}{2a};\frac{\Delta}{4a}\right)$

c) V $\left(\frac{a}{2b};\frac{\Delta}{3a}\right)$

d) V $\left(\frac{-b}{2c};\frac{-\Delta}{4b}\right)$

20. O gráfico de uma função quadrática é uma:

a) Reta
b) Parábola
c) Hipérbole
d) Senóide

21. O domínio de uma função quadrática é o conjunto dos números:

a) Naturais
b) Inteiros
c) Racionais
d) Reais

22. Quais são os coeficientes da função f(x) = x^2:

a) a = 1; b = 0 e c = 0

b) a = 1; b = 1 e c = 1

c) a = 2; b = 0 e c = 0

d) a = 1; b = 2 e c = 4

23. Em que ponto o gráfico da função $f(x) = x^2 - 8x + 7$, intercepta o eixo y?

a) (0, -8)

b) (-8,0)

c) (7, 0)

d) (0, 7)

24. Em que ponto o gráfico da função $f(x) = x^2 - x - 6$, intercepta o eixo y?

a) (0, -1)

b) (-1,0)

c) (-6, 0)

d) (0, -6)

25. Quais características da parábola estão relacionadas ao coeficiente ***c***:

a) Determina se a parábola intercepta o eixo y no ramo crescente, decrescente ou no vértice.

b) Determina o ponto de intersecção da curva com o eixo y.

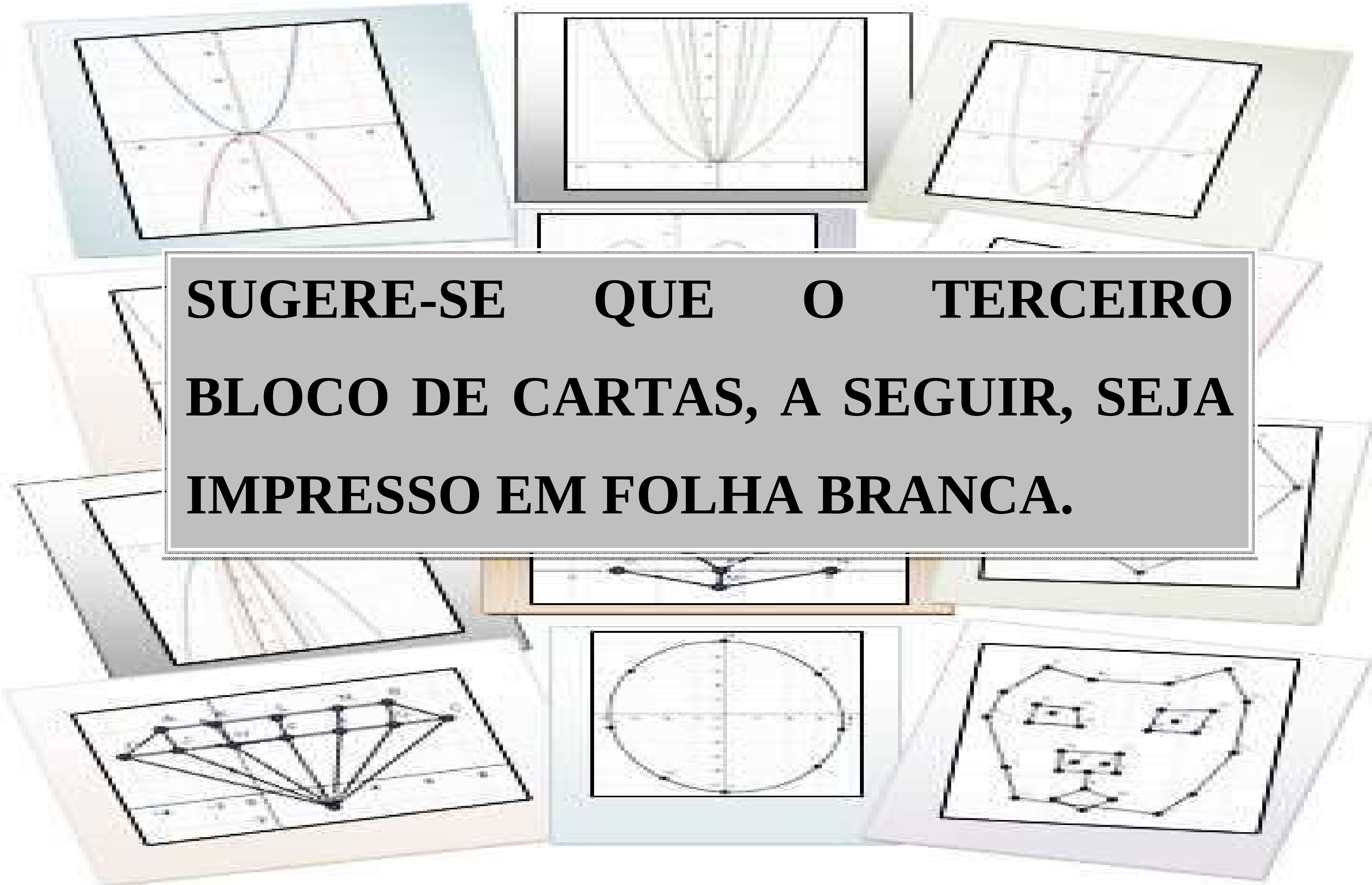
c) Determina se a concavidade está voltada para cima ou para baixo e a abertura da parábola.

26. Quais características da parábola estão relacionadas ao coeficiente ***b***:

a) Determina se a parábola intercepta o eixo y no ramo crescente, decrescente ou no vértice.

b) Determina o ponto de intersecção da curva com o eixo y.

c) Determina se a concavidade está voltada para cima ou para baixo e a abertura da parábola.



SUGERE-SE QUE O TERCEIRO BLOCO DE CARTAS, A SEGUIR, SEJA IMPRESSO EM FOLHA BRANCA.

1. O movimento de salto de um golfinho foi modelado pela função $h(t) = -2t^2 + 3t$, em que a variável t é o tempo, medido em segundos desde o instante inicial t=0 e h é a posição do golfinho em relação ao nível do mar em metros. Determine os valores de t para os quais o golfinho está fora da água.

a) $\left[0, \frac{3}{2}\right]$ b) $\left[0, \frac{3}{2}\right[$

c) $\left]0, \frac{3}{2}\right]$ **d)** $\left]\mathbf{0}, \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}\right[$

2. (ULBRA) A produção p(t) de uma confecção de roupas é dada por $p(t) = t^2 + 3t$ peças de roupas, t horas após o início do trabalho. Se a fábrica inicia seu trabalho às 7 horas, às 11 horas terão sido produzidas quantas peças?

a) 16 b) 20 c) 24
d) 28 e) 154

3. (UFRGS) Uma bola colocada no chão é chutada para o alto, percorrendo uma trajetória descrita por $y = -2x^2 + 12x$, onde y é a altura, dada em metros. A altura máxima atingida pela bola é de:

a) 36m **b) 18m** c) 12m
d) 6m e) 3m

4. (UFRGS) O movimento de um projétil, lançado para cima verticalmente, é descrito pela equação $y = -40x^2 + 200x$. Onde y é a altura, em metros, atingida pelo projétil x segundos após o lançamento. A altura máxima atingida e o tempo que esse projétil permanece no ar correspondem, respectivamente, a:

a) 6,25 m e 5s d) 250 m e 200 s
b) 250 m e 0 s e) 10.000 m e 5s
c) 250 m e 5s

5. (UEPI-PI) O lucro mensal de uma fábrica é dado por
L(x) = –x² + 60x – 10 onde x é a quantidade mensal de unidades fabricadas e vendidas de um certo bem, produzido por esta empresa e L é expresso em Reais (Obs.: Real R$ unidade monetária).
O maior lucro mensal possível que a empresa poderá ter é dado por:

a) R$ 890,00 d) R$ 1.080,00
b) R$ 910,00 e) R$ 1.180,00
c) R$ 980,00

6. (ENEM 2013) A temperatura T de um forno (em ºC) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento (t=0) e varia de acordo com a expressão:
$T(t) = -\frac{t^2}{4} + 400$, com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39ºC. Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?

a) 19,0 b) 19,8 c) 20,0 **d) 38,0**
e) 39

7. Uma bola é lançada ao ar. Suponham que sua altura h, em metros, t segundos após o lançamento, seja:

$$h(t) = -t^2 + 4t + 6.$$

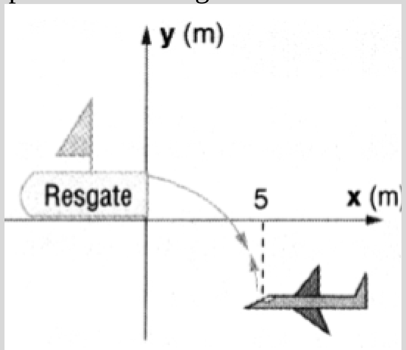
Determine a altura máxima atingida pela bola e o instantes em que a bola atinge a sua altura máxima:

a) 8m e 2s d) 7m e 3s
b) 9m e 3s e) 6 m e 1s
c) 10 m e 2s

8. Suponha que um grilo, ao saltar do solo, tenha sua posição no espaço descrita em função do tempo (em segundos) pela expressão $h(t) = 3t - 3t^2$, em que h é a altura atingida em metros. Em que instante t o grilo retorna ao solo. Qual a altura máxima em metros atingida pelo grilo?

a) 1s e 2m d) 0,75s e 3m
b) 3s e 3m **e) 1s e 0,75m**
c) 3s e 0,75m

9. (UNIFAP) Um mergulhador queria resgatar a caixa-preta de um avião que caiu em um rio amazônico. Como havia um pouco de correnteza, a trajetória descrita pelo mergulhador foi como a representada na figura abaixo.



9. Sabendo que a distância horizontal do bote de resgate ao local onde estava a caixa é de 5m e que a trajetória do mergulhador é descrita pela função $f(x) = -x^2 + \frac{1}{2}x + 3$, a profundidade que o mergulhador terá que alcançar será de:

a) 23,4 m
c) 55,7 m
b) 33,2 m
d) 105,1 m
e) 19,5 m

10. Para que valores de x a função $f(x) = x^2 + 7x + 10$ é positiva?
a) $x > -5$
b) $x < -2$
c) $-5 < x < -2$
d) $\boldsymbol{x < -5 \; ou \; x > -2}$

11. Para que valores de x a função $f(x) = x^2 - 2x + 6$ é negativa?
a) $x > 1$
b) $x < 5$
c) Para nenhum valor real de x.
d) É toda negativa.

12. (PEIES) A função matemática que descreve o custo C (reais) para fabricar x unidades de determinado produto é $C(x) = x^2 - 100x + 4000$. Nesse caso, pode-se afirmar que o custo de produção?
a) de 20 unidades desse produto é maior do que o custo de produção de 10 unidades.
b) de 60 unidades é maior que o custo de produção de 30 unidades.
c) será mínimo quando forem produzidas 50 unidades.
d) será mínimo quando for produzida apenas uma unidade.
e) será máximo quando forem produzidas 100 unidades.

13. Qual é o vértice da parábola $f(x) = 2x^2 + 4x + 1$:

a) V(-1, 1)

b) V (1,-1)

c) V (1, 1)

d) V (-1,-1)

14. O conjunto imagem da função $y = -x^2 + 2x + 2$ é:

a) $\boldsymbol{Im =]-\infty, 3]}$

b) $Im =]-\infty, 3[$

c) $Im =]3, +\infty[$

d) $Im = [3, +\infty[$

15. Dada a função $f(x) = -2x^2 + 7x - 3$, calculando x de modo que $f(x) = 0$, obtemos :

a) $x' = \frac{1}{2}$ e $x'' = -3$.

b) $x' = -\frac{1}{2}$ e $x'' = -3$.

c) $\boldsymbol{x' = \frac{1}{2}}$ **e** $\boldsymbol{x'' = 3}$**.**

d) $x' = -\frac{1}{2}$ e $x'' = 3$.

16. Os zeros ou raízes da função $y = x^2 - 2x + 1$:

a) $x' = x" = -1$

b) $x' = 1 e\ x" = -1$

c) $\boldsymbol{x' = x" = 1}$

d) n.d.a

17. (PUC-MG) O ponto extremo V da função quadrática $f(x) = x^2 - 6x + 8$ é:

a) um máximo, sendo V=(3, -1)

b) um mínimo, sendo V=(-3, 1)

c) um máximo, sendo V=(-3, 1)

d) um mínimo, sendo V=(3, 1)

e) um mínimo, sendo V=(3, -1)

18. (PUC) A imagem da função f, definida por $f(x) = x^2 - 1$, é o intervalo:

a) [-1, +∞[

b.]-1, +∞[

c. [0, +∞[

d.]-∞, -1[

e. $]-\infty, -1]$

19. (UFRGS) A imagem da função f em ℝ, definida por $f(x) = -x^2 + x - 2$ é:

a) (-∞, -2)

b) [2, +∞)

c) (-∞,$\frac{7}{4}$)

d) [$\frac{7}{4}$, +∞)

e) $\boldsymbol{]-\infty, -\frac{7}{4}]}$

20. O vértice da função $y = -x^2 + 6x$ é o ponto de coordenadas:

a) (0,0)

b) $(-1,6)$

c) (0,6)

d) $(-6,1)$

e) $(\boldsymbol{3}, \boldsymbol{9})$

21. As raízes x_1 e x_2 da função $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ são:

a)$-\frac{1}{2} e 1$

b) $-1\ e\ \frac{1}{2}$

c) $\boldsymbol{\frac{1}{2}\ e\ 1}$

d) $-\frac{1}{2}\ e - 1$

e) $n.d.a$

22. Seja o gráfico da função $y = x^2 - x - 6$. A alternativa correta é:

a) a concavidade está voltada para baixo

b) y assume valor 26, quando x=5

c) não corta o eixo x

d) corta o eixo y em (0,6)

e) corta o eixo x nos pontos (-2,0) e (3,0).

23. (UFPA) Seja a função f definida por $f(x) = 2x^2 - 1$, então f(0) + f(-1) + f$\left(\frac{1}{2}\right)$ é:

a)$-\frac{3}{4}$

b) $-\frac{15}{4}$

c) $\boldsymbol{-\frac{1}{2}}$

d) $-\frac{13}{4}$

e) $-\frac{2}{3}$

24. A função $f(x) = x^2 - 5x + 6$ é:

a) máximo quando $y = \frac{5}{2}$

b) mínimo quando $y = \frac{5}{2}$

c) mínimo quando y $= -\frac{1}{4}$

d) máximo quando $y = -\frac{1}{4}$

e) n.d.a

25. A função dada por __________ é sempre positiva.

a) $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$

b) $y = -x^2 + 1$

c) $y = x^2 + 3x$

d) $y = x^2 + \sqrt{3}$

26. Os zeros da função de lei $y = -x^2 + 9$ são:

a) inexistentes.

b) iguais a 3.

c) 3 e -3.

d) iguais a 4,5.

APÊNDICE C - Roteiro das tarefas do 1º ao 8º momento

Universidade de Passo Fundo
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA COM O USO DE RECURSOS DIDÁTICOS E TECNOLÓGICOS DIGITAIS E NÃO DIGITAIS

ARIELI DOS SANTOS
2020

1º MOMENTO:

CURVAS PRESENTES NO COTIDIANO

Ponte Internacional da Amizade

Fonte: https://pt.m.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Aerial_view_of_Friendship_Bridge_between_Brazil_and_Paraguay.jpg

Ponte JK (Brasília)

Fonte: https://pt.m.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:BSB_Ponte_JK_08_2005_58_8x6.JPG

Ponte Infinito (Inglaterra)

Fonte: https://www.piqsels.com/es/public-domain-photo-jvkai

Ponte Golden Gate (São Francisco, Estados Unidos)

Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/ponte-golden-gate-s%C3%A3o-francisco-4894073/

Ponte da Baia de Sindney (Sidney, Austrália)

Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/File:Sydney_Harbour_Bridge_from_Circular_Quay.jpg

Arco-íris.

Fonte: https://pxhere.com/pt/photo/623393

Arco-íris sobre Cachoeirão dos Rodrigues

Fonte: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Arco-%C3%ADris_sobre_Cachoeir%C3%A3o_dos_Rodrigues.jpg

Salto de um cavalo

Fonte: https://torange.biz/pt/horse-jump-11051

Salto de um cavalo

Fonte: https://torange.biz/pt/jumping-horse-11050

Natação

Fonte: https://www.piqsels.com/pt/public-domain-photo-ftcnx

Salto de um golfinho

Fonte: https://pixnio.com/pt/animais/golfinhos/oceano-golfinho-ceu-onda-agua-mar-mar-animal

Surf... Pegando onda

Fonte: https://www.hippopx.com/pt/water-sports-waves-surfing-surfing-surf-river-surfing-jump-sea-332794

Onda no fundo do mar

Fonte: https://pixabay.com/pt/illustrations/onda-do-mar-do-fundo-reino-unido-mar-4881147/

Ondas do mar

Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/onda-transparente-esmagando-2049985/

Competição de Skate

Fonte: https://pixnio.com/pt/desporto/esportes-radicais/estilo-de-vida-skate-esporte-exercicio-rua-lazer-competicao-pessoas

Lançamento de uma bola de basquete

Fonte: https://www.pexels.com/pt-br/foto/acao-adulto-atividade-atleta-2834921/

Salto de precisão (*Parkour*)

Fonte: https://www.flickr.com/photos/marcogomes/245953659/

Criança Pulando

Fonte: https://publicdomainvectors.org/pt/vetorial-gratis/Crian%C3%A7as-pulando/58593.html

Salto de bicicleta

Fonte: https://www.pexels.com/pt-br/foto/1206549/

Lançamento de Foguete (noite)

Fonte: https://cdn.pixabay.com/photo/2015/03/26/18/36/rocket-launch-693236_960_720.jpg

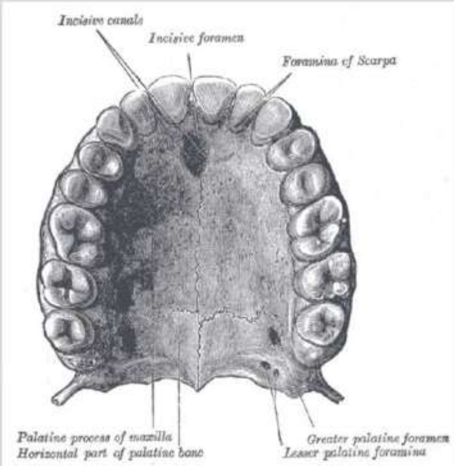
Jogador de futebol

Fonte: https://pxhere.com/pt/photo/314465

Voleibol

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Volleyball_spike.jpg

Desenho da arcada dentária



Fonte: https://ar.m.wikipedia.org/wiki/%D9%85%D9%84%D9%81:Gray996.png

Montanha-russa

Fonte: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Leviathan_roller_coaster,_August_2018_(2).jpg

Diversão em família: Pular corda

Fonte: https://www.flickr.com/photos/guischpor/3805010257/in/photostream/

Corda bamba

Fonte: https://publicdomainvectors.org/pt/vetorial-gratis/Caras-na-corda-bamba/81771.html

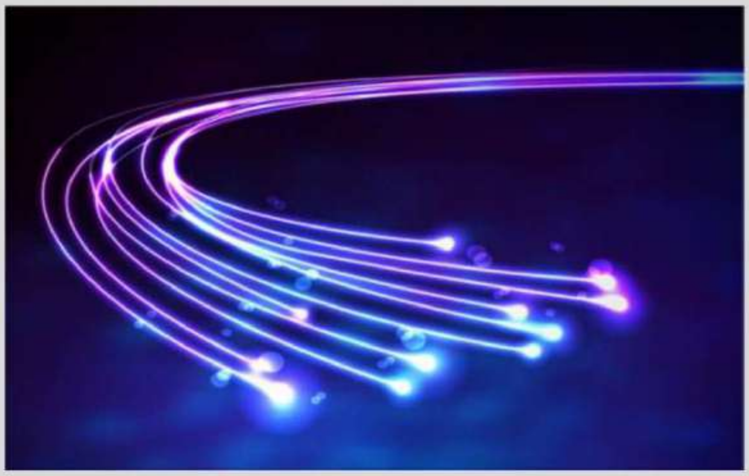
Pular corda

Fonte: https://www.piqsels.com/pt/public-domain-photo-zbdsp

Crianças brincando de pular corda

Fonte: https://pixabay.com/pt/illustrations/crian%C3%A7as-jogar-pular-corda-ativos-1266195/

Fibras ópticas carregando informações



Fonte: https://www.techtudo.com.br/noticias/2017/11/como-funciona-a-internet-por-fibra-otica.ghtml

Fio de energia elétrica

Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/postes-el%C3%A9trica-electricidade-369837/

Fonte do Parque de Ibirapuera

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Ibira_at_night.jpg

Escultura em arco duplo - Parque de Ibirapuera

Fonte: https://pt.m.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Escultura_em_Arco_Duplo,_Parque_do_Ibirapuera_1.JPG

Planetário Professor Aristoteles Orsini (São Paulo)

Fonte: https://www.flickr.com/photos/soldon/6136175994

Pavilhão Lucas Nogueira Garcez conhecido como OCA (São Paulo)

Fonte: https://www.flickr.com/photos/soldon/6134411245

OCA indígena

Fonte: https://www.flickr.com/photos/zanin_v/2575382359

Atleta salto em altura

Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/atleta-salto-em-altura-crossbar-676299/

Atleta salto em altura

Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/atleta-salto-em-altura-crossbar-671219/

Atleta salto em comprimento

Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/atleta-salto-em-comprimento-671209/

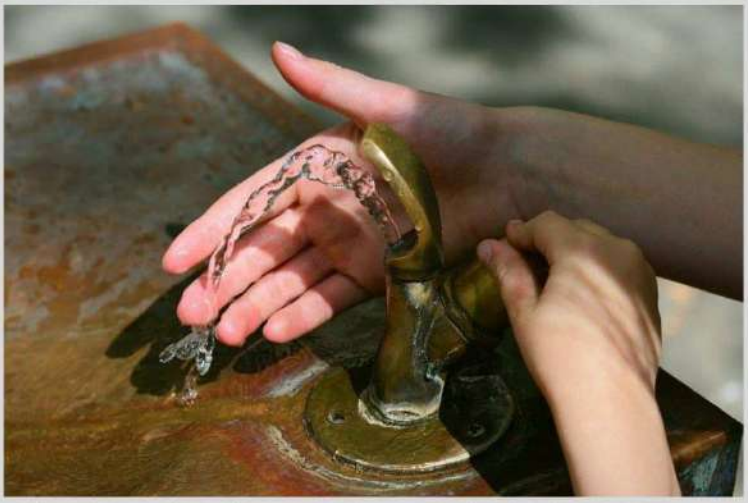
Atleta pulando obstáculo

Fonte: https://www.pxfuel.com/es/free-photo-juhil

Logotipo do McDonald’s

Fonte: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:McDonald%27s_Golden_Arches.svg

Dispensador de água



Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/%C3%A1gua-m%C3%A3os-m%C3%A3os-de-crian%C3%A7as-3387105/

Bebedouro na natureza

Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/bebedouro-natureza-fonte-calha-3757528/

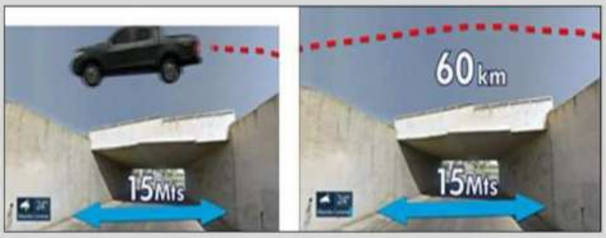
Chafariz

Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/fonte-chafariz-%C3%A1gua-649842/

Chafariz

Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/chafariz-flor-paisagem-jardim-1743571/

➢ Reportagem disponível no link: <http://g1.globo.com/sp/ribeirao-preto-franca/videos/v/caminhonete-salta-15-metros-entre-duas-pistas-da-rodovia-anhanguera-em-orlandia-sp/7208959/>.



TAREFA 1

Nome: ______________________________

Data: ___/___/___ **Turma:** ______

Em **DUPLA**, discuta com seu colega e responda os seguintes questionamentos:

(a) O que essas imagens têm em comum?

(b) Qual é a relação entre as imagens e a situação apresentada pelo vídeo?

(c) Estes fenômenos poderiam ser a representação gráfica de uma função? Qual?

Debate e troca de experiências com a turma.

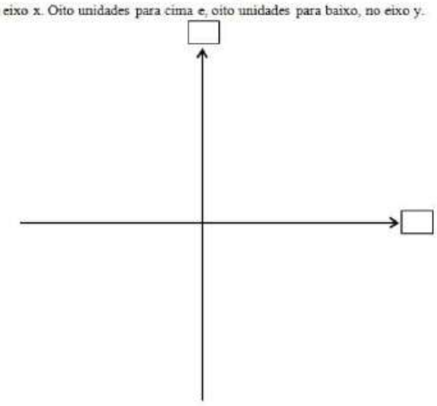
Fonte: Autores, 2020.

TAREFA 2: PLANO CARTESIANO E PAR ORDENADO

Nome: ____

Data:___/___/____ **Turma:**______

(1º) Desenhe o plano cartesiano: Oito unidades para a direita e, oito unidades para a esquerda no eixo x. Oito unidades para cima e, oito unidades para baixo, no eixo y.



(2º) Registre aqui as coordenadas ditas pelo seu professor:

Ponto A:	Ponto C:	Ponto E:	Ponto G:
Ponto B:	Ponto D:	Ponto F:	Ponto H:

(3º) Agora, marque as coordenadas dos pontos dados, no plano cartesiano.

(4º) Utilize como unidade de medida 0,5 cm.

(5º) Lembre-se que a primeira orientação do ponto será para o valor de **x** e a segunda orientação será para o eixo y, pois temos um par ORDENADO. Tais coordenadas são sempre em relação à origem do sistema cartesiano.

Fonte: Autores, 2020.

TAREFA 3

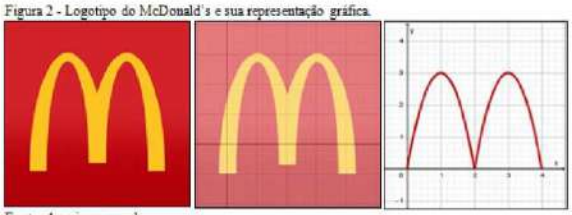
Nome: ____

Data:___/___/____ **Turma:**______

Material: Folha quadriculada, lápis e borracha.

Os designers gráficos utilizam diferentes figuras geométricas na construção de logotipos. Na imagem a baixo podemos observar um exemplo disso, que é a letra M de McDonald's, formada por duas parábolas. Como as duas parábolas são idênticas, podemos trabalhar apenas com uma.

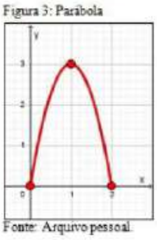
Figura 2 - Logotipo do McDonald's e sua representação gráfica.



Fonte: Arquivo pessoal.

Sendo assim, siga as orientações e depois responda os seguintes questionamentos:

Figura 3: Parábola



Fonte: Arquivo pessoal.

(1º) Desenhar o plano cartesiano no papel quadriculado.

(2º) Identifique os eixos x e y.

(3º) A parábola ao lado (Figura 3) é a representação gráfica de uma das "pernas" da letra M. Represente essa curva no plano cartesiano, o mais semelhante possível, como no exemplo.

(4º) Para avançar, mostre ao professor o traçado que você reproduziu.

(5º) Após isso, junte-se com um colega para discutir e responder as perguntas a seguir.

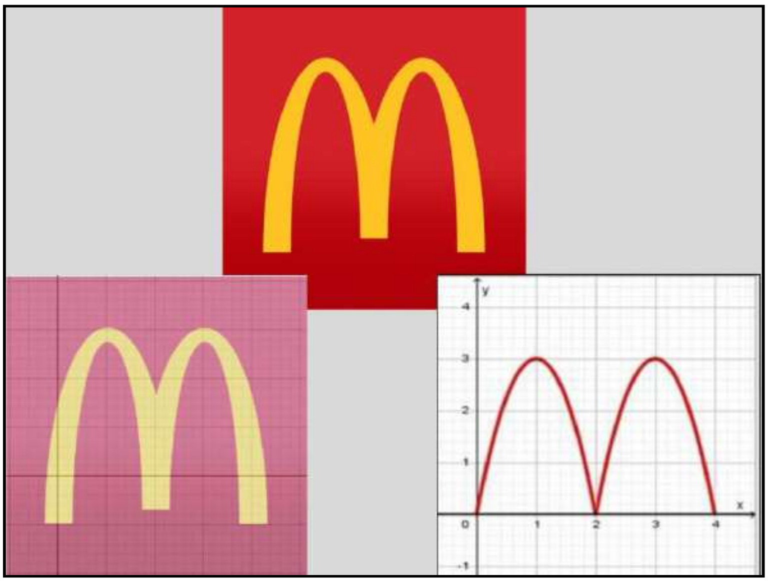
Agora responda os seguintes questionamentos:

(a) A parábola está localizada em qual quadrante?

(b) A parábola traçada toca o eixo do x? Quais são as coordenadas desses pontos? Que nome recebem esses pares ordenados?

(c) Identifique as coordenadas do ponto mais alto desta parábola? Que nome esse par ordenado recebe?

Fonte: Autora, 2020.



O arco da Praça da Apoteose no Sambódromo do Rio de Janeiro foi projetado pelo arquiteto Oscar Niemeyer e teve sua construção finalizada em 1984. O monumento é um grande arco parabólico de concreto com um pendente ao centro. Oscar sempre gostou de trabalhar com arcos e linhas curvas. Observe que a curva externa deste monumento tem o formato de uma parábola.

TAREFA 1

Nome: ______________________________ ____________________

Data:____/____/____ **Turma:**______

Material: Folha quadriculada, lápis e borracha.

O arco da Praça da Apoteose no Sambódromo do Rio de Janeiro foi projetado pelo arquiteto Oscar Niemeyer e teve sua construção finalizada em 1984. O monumento é um grande arco parabólico de concreto com um pendente ao centro. Oscar sempre gostou de trabalhar com arcos e linhas curvas. Observe que a curva externa deste monumento tem o formato de uma parábola.

Figura 5 - Monumento da Praça da Apoteose

Fonte: Arquivo pessoal.

Sendo assim, siga as orientações e depois responda os seguintes questionamentos:

(1º) Desenhar o plano cartesiano no papel quadriculado.

(2º) Representar no 1º quadrante do plano cartesiano o traçado apresentado na figura à cima (Figura 5), o mais semelhante possível.

(3º) Para avançar, mostre ao professor o traçado que você reproduziu.

(4º) Após isso, junte-se com um colega para discutir e responder as perguntas a seguir.

Questionamentos:

(a) A parábola traçada toca o eixo do x em quantos pontos? Quais as coordenadas desses pontos?

(b) Todos os pares ordenados localizados sobre o eixo do x, tem algo em comum. Pense e discuta com seu colega, o que esses pontos têm em comum?

(c) Esses pares ordenados recebem um nome específico. Qual seria esse nome?

(d) Quais as coordenadas do ponto mais alto dessa parábola? Que nome recebe esse par ordenado?

Investigação	**Para refletir...**
Caso tenha dificuldade para responder a letra "c", vamos revisar o conteúdo "Função Polinomial do 1º grau": (1º) Que nome recebe o ponto em que a reta intercepta o eixo x? (2º) Em quantos pontos a reta intercepta o eixo x? (3º) Em quantos pontos a parábola intercepta o eixo x? (3º) Você observa algo em comum entre as coordenadas desses pontos, nos quais a reta e a parábola tocam o eixo x? (4º) Leia novamente a letra "c" e formule uma resposta.	Em dupla discutam a seguinte questão: (5º) Será que existe alguma relação entre o grau da função 1º grau e, agora, 2º grau, com o número de vezes que o traçado da função intercepta o eixo x?

Fonte: Autora, 2020.

2º MOMENTO

TAREFA 2

Nome: ____

Data:___/___/___ **Turma:**______

(a) Conhecendo a função $y = -x^2 + 2x + 3$, verifique se os números -1, 3 e 4 são raízes da equação $-x^2 + 2x + 3 = 0$

(b) Conhecendo a função $y = -x^2 + 5x + 8$, verifique se o número 3 é raiz da equação $-x^2 + 5x + 8 = 0$.

(c) Explique com suas palavras o significado de encontrar as raízes ou zeros de uma função de 2º grau?

Fonte: Autora, 2020.

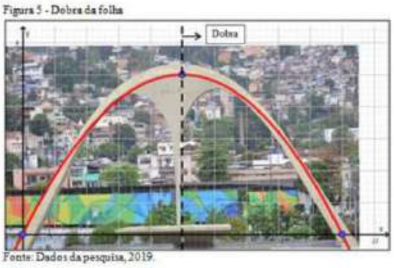
TAREFA 3

Nome: ____

Data: / / **Turma:**

(a) Dobre a folha ao meio, de maneira que a dobra divida o eixo x, em duas partes iguais. Certifique-se que ao fazer essa dobra, a parábola desenhada por você, foi dividida exatamente ao meio, conforme Figura 5.

Figura 5 - Dobra da folha



Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

(b) A dobra da folha passa em que coordenadas?

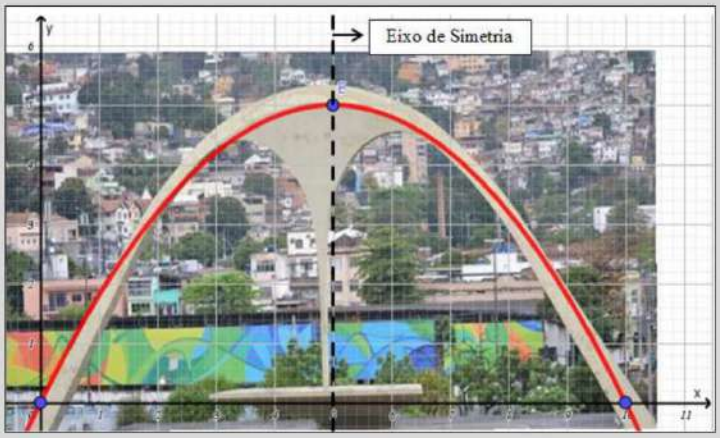
(c) Qual o ponto mais alto desta parábola? Quais suas coordenadas?

(d) Analise e responda o que acontece com os valores de y, no intervalo [0,5]?

(e) Analise e responda o que acontece com os valores de y, no intervalo [5, 10]?

Fonte: Autores, 2020.

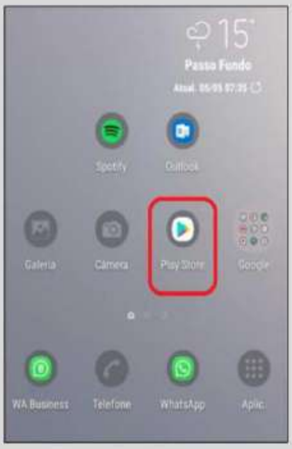
Vértice e Eixo de Simetria



Roteiro de execução 1

Orientação para fazer o download do aplicativo Geogebra

Roteiro de execução 1 - Orientação



(1º) Para fazer *download* deste aplicativo em seu dispositivo móvel será utilizado o Google *Play Store* (android) ou *Apple Store* (IOS).

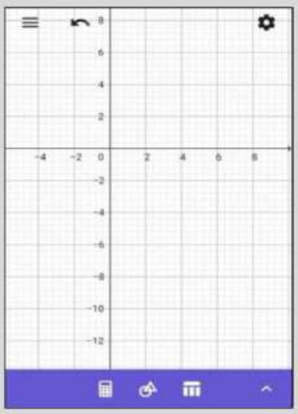
Roteiro de execução 1 - Orientação

(2º) Clique no ícone "*Play Store*" ou "*Apple Store*", que aparece na tela de seu celular. Depois, digite a palavra "Geogebra", no espaço "Pesquisa app".

Roteiro de execução 1 - Orientação

(3º) Depois clique em "instalar" e "aceitar".

Roteiro de execução 1 - Orientação



(4º) Clicando em "abrir", será possível acessar a tela inicial do aplicativo.

Roteiro de execução 1 - Orientação

(5º) Mencione que além da "Calculadora gráfica Geogebra" poderão aparecer as seguintes opções:

3º MOMENTO

Roteiro de execução 1

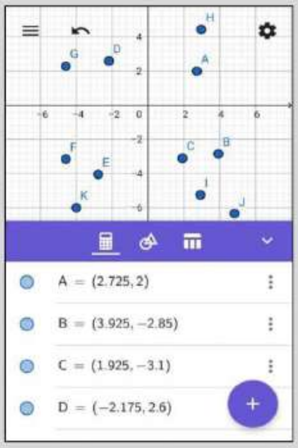
Conhecendo algumas ferramentas do aplicativo Geogebra

Roteiro de execução 1

1º passo: Para inserir pares ordenados, clique no ícone .

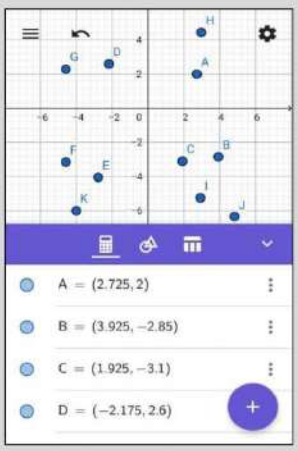
E, selecione ponto .
Depois, toque em qualquer ponto do plano cartesiano.

Roteiro de execução 1



2º passo: Faça o teste, inserindo no mínimo oito pares ordenados no plano cartesiano.
3º passo: É possível verificar as coordenadas dos pontos marcados. Para isso, clique no ícone .

Roteiro de execução 1

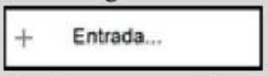


Questionamentos:
(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?
(b) Existe uma lei matemática que associe (ligue/vincule) esses pontos?
(c) Gerou algum tipo de gráfico? Justifique.
(d) Clicando no ícone verifique se gerou alguma lei matemática.

Roteiro de execução 1

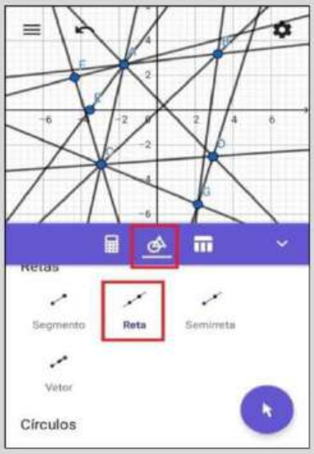
4º passo: Clicando em . Perceba que o par ordenado correspondente será ocultado do plano cartesiano. Ao clicar novamente volta a aparecer.

5º passo: Outra forma de inserir pares os ordenados no plano cartesiano é digitá-lo na caixa de entrada.



Faça o teste, insira um par ordenado qualquer.

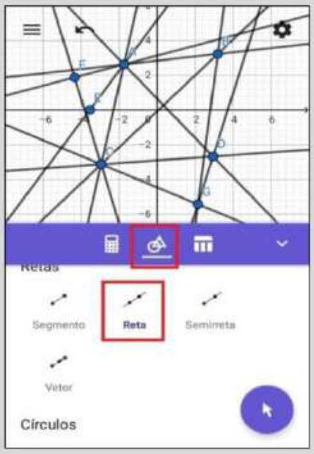
Roteiro de execução 1



6º passo: Para unir pontos alinhados com retas, basta clicar no ícone .

Selecionar .
E, depois clicar sobre dois pontos. Faça o mesmo com os demais pontos marcados no plano cartesiano.

Roteiro de execução 1



Questionamentos:

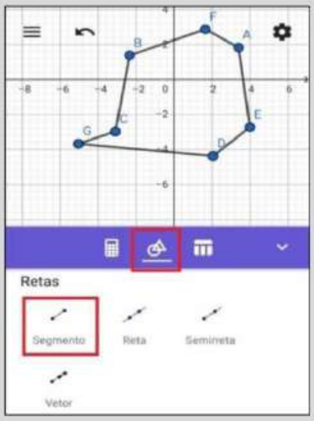
(a) Esses pontos foram unidos por uma única linha?

(b) Existe uma única lei matemática que associe (ligue/vincule) todos esses pontos?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Justifique.

(d) Clicando no ícone verifique se gerou alguma lei matemática.

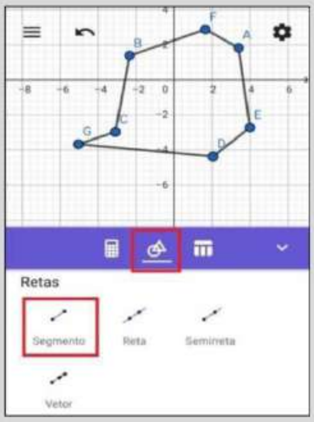
Roteiro de execução 1



7º passo: Ocultar as retas do passo anterior (4º passo), clicando em .

8º passo: Para unir os pontos por segmentos de reta, basta clicar no ícone . Selecionar . E, depois clicar sobre dois pontos. Faça o mesmo com os demais pontos marcados no plano cartesiano.

Roteiro de execução 1



Questionamentos:

(a) Esses pontos foram unidos por uma única linha?

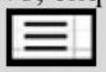
(b) Existe uma única lei matemática que associe (ligue/vincule) todos esses pontos?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Justifique.

(d) Clicando no ícone  verifique se gerou alguma lei matemática.

Roteiro de execução 1

9º passo: No canto superior esquerdo da tela do aplicativo, clique no ícone,

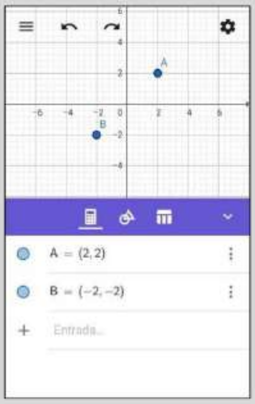


Na aba "ENTRAR...", selecione "Limpar Tudo" e "descartar". Assim, tudo que foi feito será apagado.

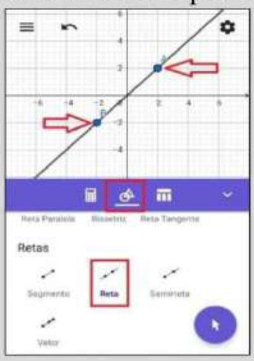
Roteiro de execução 2

Atividade Dirigida

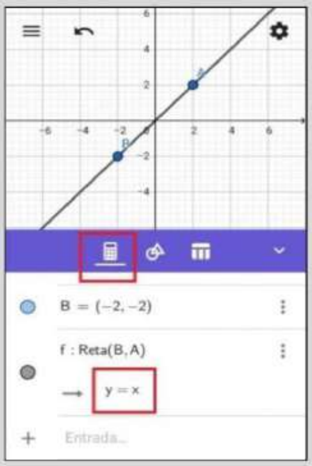
Roteiro de execução 2



1º passo: Inserir na caixa de entrada os pares ordenados (2,2) e (-2,-2). Para unir esses pontos, selecionar Reta e clicar sobre os dois pontos.

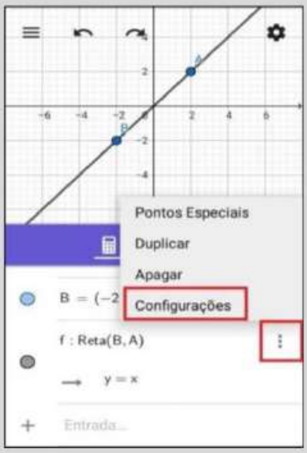


Roteiro de execução 2



2º passo: Clicar no ícone visualizar a lei matemática que representa essa função, gerada automaticamente.

Roteiro de execução 2



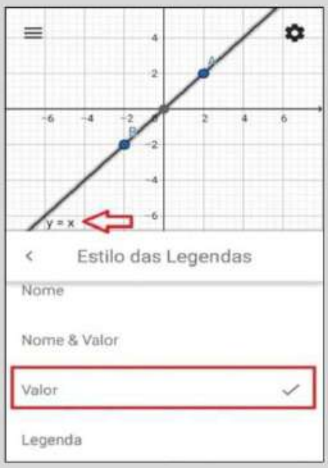
3º passo: Clique no ícone  ao lado de

e selecione configurações.

Roteiro de execução 2

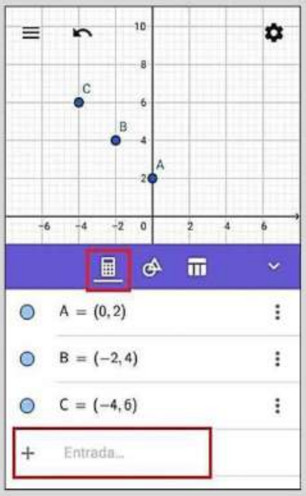
4º passo: Clicar em "Estilo das Legendas". Depois selecione "Valor" ou "Nome & Valor".

Roteiro de execução 2

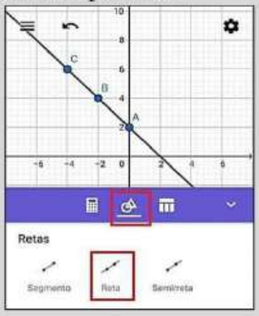


Questionamentos:
(a) Que tipo de gráfico gerou?
(b) Existe uma lei matemática que associe (ligue/vincule) esses pontos? Qual a lei matemática? Que tipo de função representa?

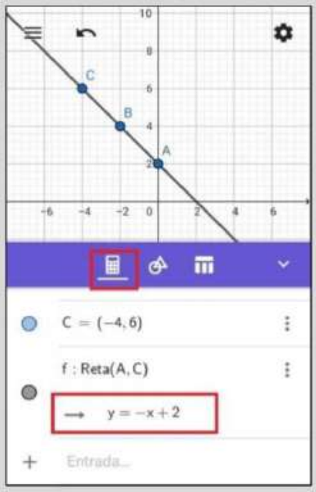
Roteiro de execução 2



5º passo: Inserir na caixa de entrada os pares ordenados (0,2) e (-2,4) e (-4, 6). Para unir esses pontos, selecionar  e clicar sobre os dois pontos.

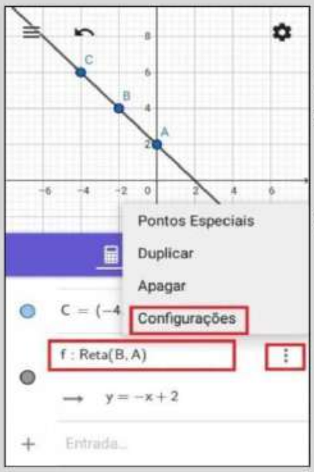


Roteiro de execução 2



6º passo: Clicar no ícone  visualizar a lei matemática que representa essa função gerada automaticamente.

Roteiro de execução 2



7º passo: Clique em no ícone  ao lado de

e selecione configurações.

Roteiro de execução 2

8º passo: Clicar em "Estilo das Legendas". Depois selecione "Valor" ou "Nome & Valor".

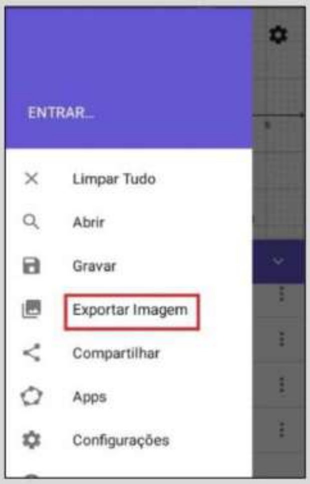
Roteiro de execução 2

Questionamentos:

(a) Gerou algum tipo de gráfico?

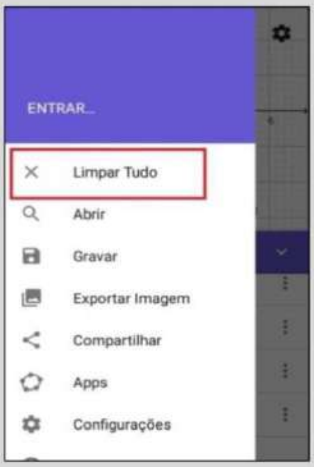
(b) Existe uma lei matemática que associe (ligue/vincule) esses pontos? Qual a lei matemática? Que tipo de função representa?

Roteiro de execução 2



9º passo: Abrir a aba "entrar". Para isso clique no ícone . Selecione "Exportar Imagem" e depois "*WhatsApp*".

Roteiro de execução 2



10º passo: Para apagar tudo que foi feito clicar em "Limpar Tudo" e "descartar".

TAREFAS 1, 2, 3 e 4.

Nome: ________________________________

Data: / / **Turma:**

1 - Clicar no ícone e selecionar ponto Inserir no mínimo oito pares ordenados aleatórios, distribuídos pelos quatro quadrantes. Para isso toque em qualquer ponto do 1º, 2º, 3º e 4º quadrante, do plano cartesiano.

(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?

(b) Existe uma lei matemática que associe (ligue/vincule) esses pontos?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Se a resposta for sim, que tipo de gráfico? Se a resposta for não, justifique.

(d) Envie no grupo de WhatsApp, da turma, o que construiu no aplicativo.

2 - Digite na caixa de entrada os seguintes pares ordenados: (4,6), (2,4), (0,2), (-2,0), (-4, -2), (-6,-4).

(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?

(b) Existe uma lei matemática que associe esses pontos? Se sim, qual a lei matemática? Que tipo de função representa?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Se a resposta for sim, que tipo de gráfico? Se a resposta for não, justifique.

(d) Envie no grupo de WhatsApp, da turma, o que construiu no aplicativo.

3 - Digite na caixa de entrada os seguintes pares ordenados: (-1, 8), (0,3), (1,0), (2,-1), (3,0), (4,3), (5, 8).

(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?

(b) Existe uma lei matemática que associe esses pontos? Se sim, qual a lei matemática? Que tipo de função representa?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Se a resposta for sim, que tipo de gráfico? Se a resposta for não, justifique.

(d) Envie no grupo de WhatsApp, da turma, o que construiu no aplicativo.

4 - Organize os pares ordenados da questão 3, em uma tabela. Cuide para que os valores de x estejam em ordem crescente. Depois, observe o que acontece com os valores de y à medida que os valores de x aumentam? Existe alguma regularidade entre os pares ordenados?

Fonte: Autora, 2020.

4º MOMENTO

Roteiro de execução 1

Explorando os efeitos dos parâmetros a, b e c.

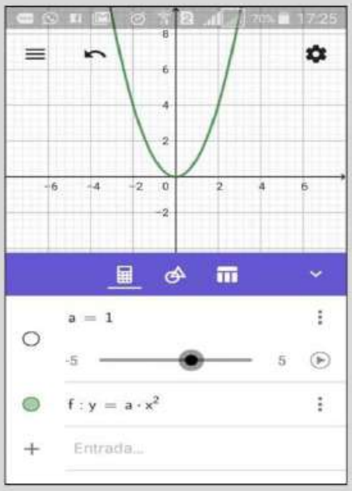
Roteiro de execução 1

1º passo: Digite na caixa de entrada a expressão $y = ax^2$.

2º passo: Mostre que é possível modificar o parâmetro ***a*** de duas maneiras:

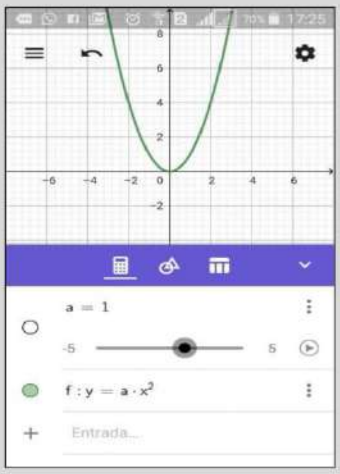
Utilizando o controle deslizante

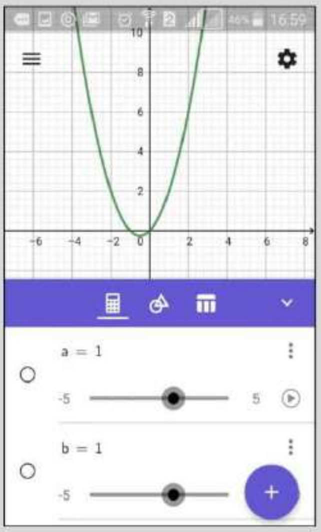
Clicando no ícone "play" ao lado do controle deslizante.



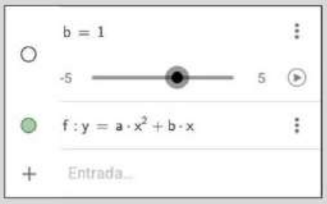
Roteiro de execução 1

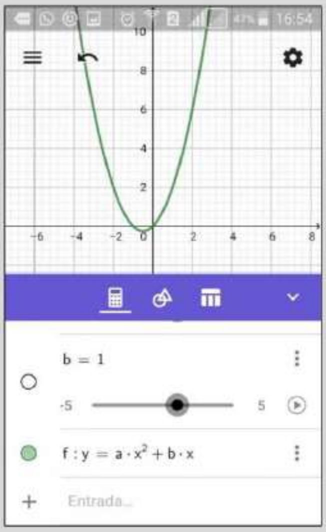
3º passo: Solicite aos estudantes que observem o que acontece com o gráfico da parábola quando o parâmetro a é alterado.





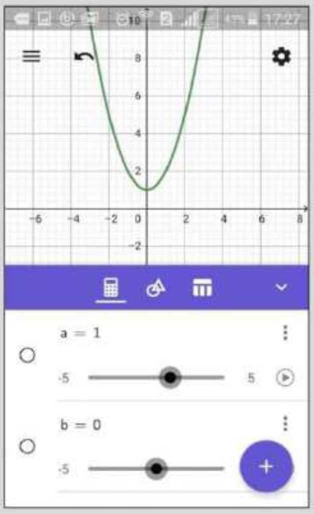
4º passo: Mantenha o valor do parâmetro a=1 e escreva $y=ax^2+bx$. Depois modifique apenas, o parâmetro b, clicando no ícone "play" ao lado do controle deslizante.

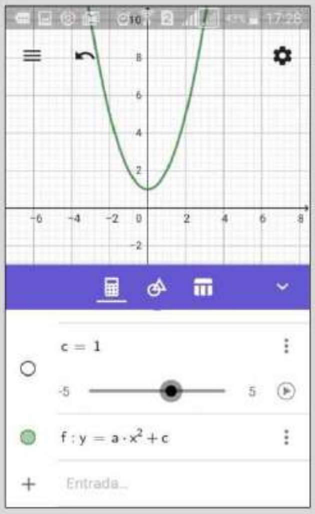




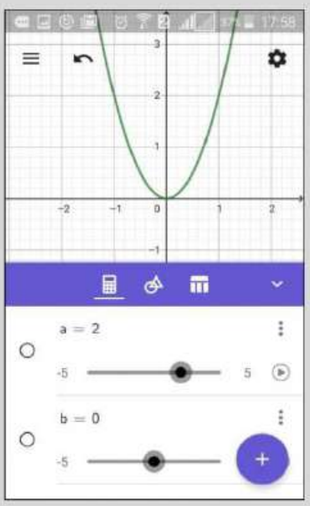
5º passo: Solicite aos estudantes que observem o que acontece com o gráfico da parábola quando o parâmetro *b* é alterado.

6º passo: Mantenha o valor do parâmetro a=1 e escreva $y=ax^2+c$. Depois modifique apenas, o parâmetro c, clicando no ícone "play" ao lado do controle deslizante.





7º passo: Solicite aos estudantes que observem o que acontece com o gráfico da parábola quando o parâmetro *c* é alterado.

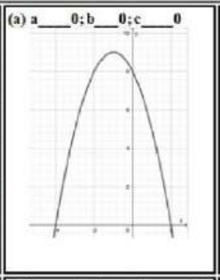


8º passo: Escreva $y=ax^2+bx+c$. Depois clique no ícone "play" ao lado do controle deslizante de a, b e c. Solicite que observem o que acontece com o gráfico da parábola quando os parâmetros a, b e c são alterados?

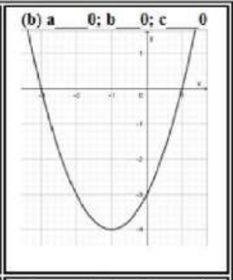
6º MOMENTO

TAREFA 1 - Indique nos gráficos abaixo, quais são os sinais de a, b e c, ou seja, se $a > 0$ ou $a < 0$, se $b > 0$, $b < 0$ ou $b = 0$, ou se $c > 0$, $c < 0$ ou $c = 0$, justificando suas respostas (Adaptada de DANTE, p.119, 2013):

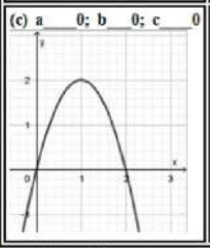
(a) a____0; b___0; c____0



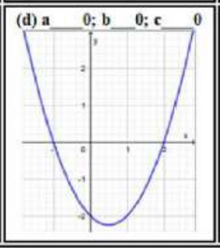
(b) a____0; b___0; c____0



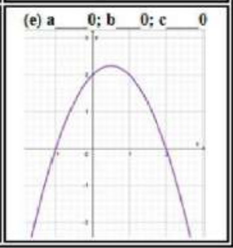
(c) a____0; b___0; c____0



(d) a____0; b___0; c____0



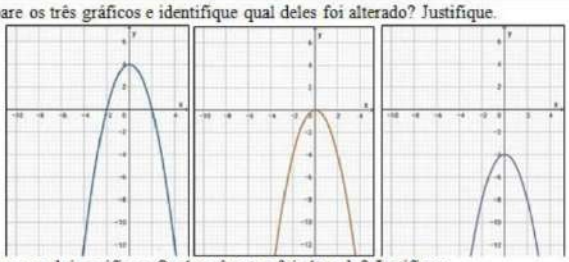
(e) a____0; b___0; c____0



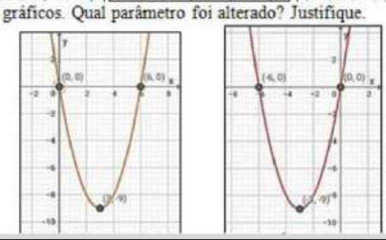
Fonte: Autora, 2020.

TAREFA 2 – Sabendo que apenas um dos parâmetros foi modificado, observe e compare os gráficos a seguir e responda o que se pede:

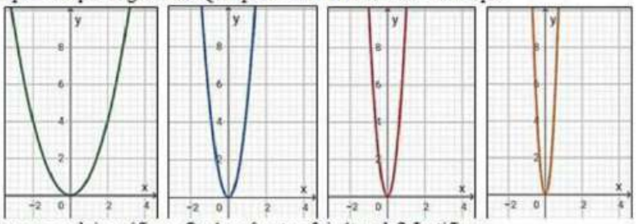
a) Compare os três gráficos e identifique qual deles foi alterado? Justifique.



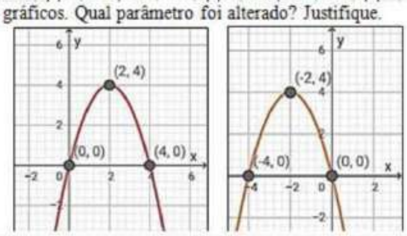
b) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



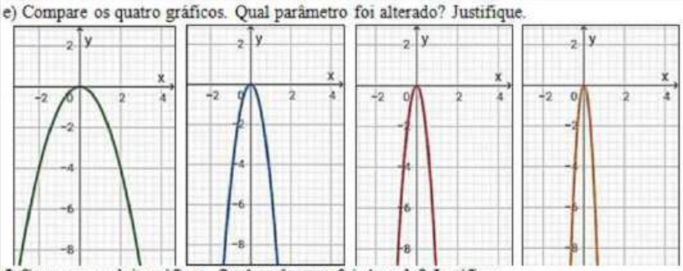
c) Compare os quatro gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



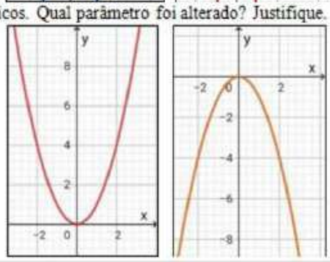
d) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



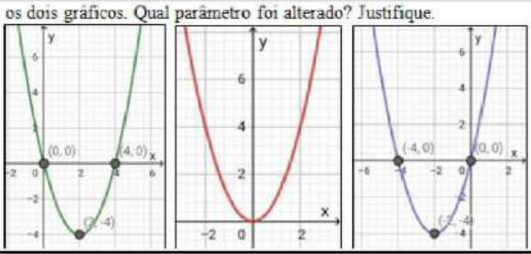
e) Compare os quatro gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



f) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



g) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



Algumas dicas para você refletir antes de responder as questões à cima:

(1º) Houve mudança na abertura das parábolas (parábola "mais aberta" ou "mais fechada")? Qual parâmetro é responsável por este efeito no gráfico da parábola?

(2º) Houve mudança na concavidade das parábolas (para cima ou para baixo)? Qual parâmetro é responsável por este efeito no gráfico da parábola?

(3º) Uma das parábolas toca o eixo y no ramo que cresce, a outra no ramo que decresce (e vice-versa) e, outra no vértice? Qual parâmetro é responsável por este efeito no gráfico da parábola?

(4º) Modificou o ponto em que a parábola toca o eixo y (uma parábola toca o eixo y em sua parte positiva, a outra em sua parte negativa e, a outra no ponto de origem)? Qual parâmetro é responsável por este efeito no gráfico da parábola?

Fonte: Autora, 2020.

7º MOMENTO

TAREFA 1: Analisando os parâmetros a, b e c, das funções: (I) $f(x) = x^2 + 2x - 3$; (II) $f(x) = -2x^2 + 4x - 2$; (III) $f(x) = -x^2 - 2x - 5$; (IV) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$; (V) $f(x) = 2x^2 + 4x$. Identifique as características das parábolas que serão traçadas.

Expressão analítica	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)
Parâmetro a					
Parâmetro b					
Parâmetro c					

TAREFA 2: Considerando as funções (I), (II), (III), (IV) e (V) dadas na Tarefa 1, determine algebricamente:

(a) Raízes ou Zeros da função.	(b) Coordenadas do Vértice? $V(x_v, y_v)$	(c) Ponto de intersecção da parábola com o eixo y?	(d) Represente graficamente as funções.	(e) Analise o valor encontrado para Δ e a quantidade de raízes. Qual é a relação entre eles?

Dicas para responder estas tarefas:

1º passo - Anote as funções propostas no caderno.

2º passo - Analise os parâmetros a, b e c destas funções, identificando: Se a parábola terá a concavidade voltada para cima ou para baixo; Se a parábola vai interceptar o eixo y em seu ramo crescente, decrescente ou no vértice; E se a parábola toca o eixo do y ou em sua parte positiva, ou em sua parte negativa ou na origem, e qual é esse ponto. E, registre as respostas no caderno.

3º passo - Discuta com seu colega sobre as respostas encontradas. E questione suas dúvidas com o (a) professor(a).

4º passo – Determine as raízes, o vértice e o ponto (0, c) de cada função. E trace o gráfico utilizando esses pontos.

Fonte: Autora, 2020.

TAREFA 3: Analise os gráficos (I), (II), (III), (IV) e (V), identificando as características dos respectivos gráficos:

Expressão Analítica:

1. A parábola tem a concavidade voltada: (_) Para cima? (_) Para baixo?

2. O vértice está no: (_) Eixo das ordenadas? (_) Eixo das abscissas? (_) 1° quadrante? (_) 2° quadrante? (_) 3° quadrante? (_) 4° quadrante?

(_) 3. A soma das raízes é negativa?
(_) 4. A soma das raízes é positiva?
(_) 5. A função admite ponto de mínimo?
(_) 6. A função admite ponto de máximo?
(_) 7. O produto das raízes é negativo?
(_) 8. O produto das raízes é positivo?
(_) 9. A função é toda negativa?
(_) 10. A função é toda positiva?
(_) 11. $a < 0$?
(_) 12. $a > 0$?
(_) 13. $b > 0$?
(_) 14. $b < 0$?
(_) 15. $b = 0$?
(_) 16. $C > 0$?
(_) 17. $C < 0$?
(_) 18. $C = 0$?
(_) 19. $\Delta > 0$?
(_) 20. $\Delta < 0$?
(_) 21. $\Delta = 0$?
(_) 22. $f(0) = 0$?
(_) 23. f(1) é zero?
(_) 24. f(0) é positivo?
(_) 25. O eixo de simetria é o eixo das ordenadas?
(_) 26. A função tem duas raízes reais e distintas?
(_) 27. A função tem duas raízes reais e iguais?
(_) 28. f(0) é negativo?
(_) 29. A função não admite raízes reais?
(_) 30. A função admite raízes reais?

Fonte: Autora, 2020.

8º MOMENTO

	Lei matemática		Lei matemática		Lei matemática
1º bloco	$y = -x^2 + 4x - 3$	*2º bloco*	$f(x) = x^2 - 4x + 3$	*3º bloco*	$f(x) = x^2 - x - 2$
	$y = 2x^2 + 6$		$g(x) = x^2 + 6x$		$s(t) = -2t^2 + 4t$
	$f(x) = x^2 - 4x + 4$		$y = -x^2 + 4x - 4$		$fy = -4x^2 - 4x - 1$
	$f(x) = x^2 - 4x + 5$		$f(x) = -x^2 + 4x - 5$		$f(x) = -x^2 + 2x - 3$
	$s(t) = 2t^2 - 4t$		$h(x) = x^2 + 3$		$f(x) = x^2 - 2x + 6$
	$y = -x^2 - 6x - 9$		$y = x^2 - 4x + 4$		$y = 5x^2 - 10x + 5$

	Lei matemática		Lei matemática		Lei matemática
4º bloco	$f(x) = -x^2 + x + 2$	*5º bloco*	$f(x) = x^2 - 5x + 6$	*6º bloco*	$y = -x^2 + 5x - 6$
	$f(x) = x^2 - 5x + 4$		$f(x) = -x^2 + 2x - 1$		$f(x) = x^2 - 2x + 1$
	$y = 4x^2 + 4x + 1$		$f(x) = -x^2 + 5x - 8$		$h(x) = -2x^2 - 4x - 2$
	$f(x) = x^2 - 2x + 3$		$f(x) = -x^2 - 5x - 7$		$h(x) = -x^2 - 3$
	$y = -x^2 + 2x - 6$		$g(x) = -x^2 - 6x$		$f(x) = x^2 + 5x + 7$
	$y = 5x^2 + 10x + 5$		$h(x) = -2x^2 - 8x - 8$		$g(x) = -2x^2 + 8x - 6$

	Lei matemática		Lei matemática		Lei matemática
7º bloco	$y = -x^2 + 2x + 3$	*8º bloco*	$f(x) = x^2 - 2x - 3$	*Outras sugestões*	$y = x^2 + 4x - 12$
	$y = -x^2 - 2x + 8$		$f(x) = x^2 - 2x - 8$		$h(x) = -2x^2 + 4x - 2$
	$f(x) = 5x^2 - 10x + 5$		$f(x) = -5x^2 + 10x - 5$		$f(x) = x^2 - 10x + 21$
	$f(x) = -x^2 + 5x - 7$		$f(x) = x^2 - 5x + 8$		$f(x) = -x^2 - 2x - 5$
	$f(x) = 2x^2 + 2$		$f(x) = -2x^2 - 2$		$f(x) = x^2 + 2x - 3$
	$h(x) = -2x^2 + 8x - 8$		$y = -4x^2 - 8x - 4$		$y = 2x^2 + 8x + 6$

Fonte: Arquivo pessoal.

TAREFAS 1

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

1 - Como vai ser esta parábola? Identifique algumas caracteristicas a partir da analise dos parâmetros a, b e c.

Expressão analítica	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
Parâmetro a						
Parâmetro b						
Parâmetro c						

Dicas para responder esta tarefa:

1º passo: Em uma folha que será entregue posteriormente, identifique o nome dos componentes do grupo, a turma e a data.

2º passo: Na mesma folha, identifique o bloco de questões "1º bloco, 2º bloco,...", e registre as respectivas funções.

3º passo: Analise as funções com seu grupo.

4º passo: Analise os parâmetros a, b e c destas funções, identificando se a parábola terá a concavidade voltada para cima ou para baixo; Se a parábola vai interceptar o eixo y em seu ramo crescente, decrescente ou no vértice; E se a parábola toca o eixo do y ou em sua parte positiva, ou em sua parte negativa ou na origem, e qual é esse ponto. E, registre as respostas nesta folha. **OBSERVAÇÃO: ESTA TAREFA É EM GRUPO.**

TAREFAS 2

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

2 - Determine algebricamente:

(a) Expressão analítica	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
(b) Raízes ou Zeros da função.						
(c) Coordenadas do Vértice? $V(x_v, y_v)$						
(d) Ponto de intersecção da parábola com o eixo y?						
(e) Represente graficamente as funções.						

(f) Analise o valor encontrado para Δ e a quantidade de raízes. Qual é a relação entre eles?

Dicas Tarefa 2

Dicas para responder esta tarefa:

1º passo: Em uma folha que será entregue posteriormente, identifique o seu nome, a turma e a data.

2º passo: Cada componente do grupo, deve escolher uma das funções analisadas na Tarefa 1, para realizar os cálculos.

3º passo: Esta escolha pode ocorrer por meio de sorteio, ou as funções podem ser distribuídas aleatoriamente.

4º passo: Cada componente do grupo deve escolher funções diferentes entre si.

5º passo: Identifique na folha, a função escolhida.

6º passo: Realize os cálculos manualmente, sem o uso da calculadora.

7º passo: Traçar o gráfico manualmente, sem o uso de aplicativos. Utilizando para isso, os valores calculados: Raízes, vértice e ponto (0,c).

8º passo: Os gráficos devem ser feitos em folha quadriculada.

9º passo: *Entregue a folha ao professor.* **OBSERVAÇÃO: ESTA TAREFA É INDIVIDUAL.**

TAREFAS 3

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

3 - Ampliar o gráfico escolhido por você na Tarefa 2.

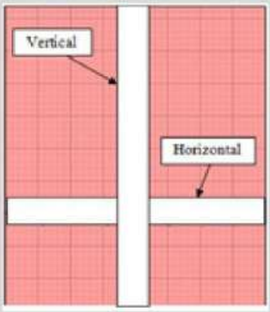
MATERIAIS: 2 folhas sulfite coloridas, 1 folha sulfite branca, barbante, cola, tesoura, lápis de cor, caneta hidrográfica colorida, fita durex.

ROTEIRO PARA A AMPLIAÇÃO DO GRÁFICO[6]

1º passo: Analise a parábola traçada por você, na tarefa 2, verificando em qual quadrante se encontra e o espaço necessário para ampliá-la.

2º passo: Recorte duas tiras de papel (folha ofício branca) para construir o plano cartesiano.

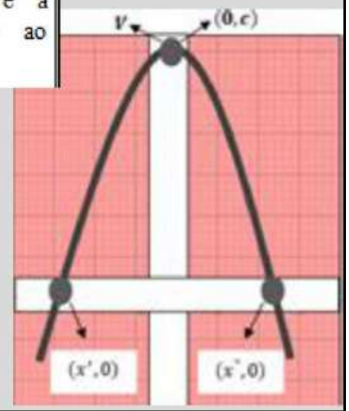
3º passo: Cole as tiras em uma folha colorida, de maneira que formem um ângulo de 90° entre si. Assim, uma das tiras deve ser colada na posição horizontal, representando o eixo x. E a outra tira deve ser colada na posição vertical, representando o eixo y.



4º passo: Utilize para representar o traçado da parábola (linha curva) um barbante. E para fixá-lo utilize cola ou fita durex.

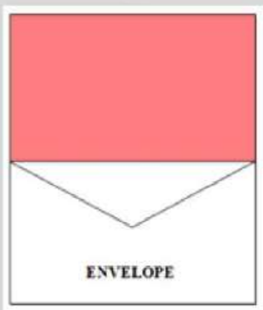
5º passo: Coloque em destaque o vértice, os zeros da função, se existir e, o ponto (0,c.).

6º passo: Identifique seu nome e a expressão analítica, correspondente ao gráfico ampliado por você.



7º passo: Na posição vertical, divida ao meio, uma folha ofício branca e recorte-a.

8º passo: Cole-a no verso da folha, em que o gráfico foi ampliado. O verso da folha funcionará como um envelope.



9º passo: Pedir ao professor (a), a ficha com as características das parábolas.
10º passo: Analisar o gráfico ampliado por você, identificando suas características. Marque com um (X) nas respectivas características.
11º passo: Dobrar a ficha e colocar dentro do envelope.

FICHA: Analise o gráfico construído e marque com (X) as respectivas características da parábola ampliada:			
Expressão Analítica:			
1. A parábola tem a concavidade voltada: (..) Para cima? (..) Para baixo?			
2. O vértice está no:	(..) Eixo das ordenadas?	(..) Eixo das abscissas?	(..) 1º quadrante?
	(..) 2º quadrante?	(..) 3º quadrante?	(..) 4º quadrante?

(..) 3. A soma das raízes é negativa?	(..) 7. O produto das raízes é negativo?
(..) 4. A soma das raízes é positiva?	(..) 8. O produto das raízes é positivo?
(..) 5. A função admite ponto de mínimo?	(..) 9. A função é toda negativa?
(..) 6. A função admite ponto de máximo?	(..) 10. A função é toda positiva?

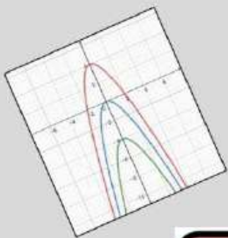
(..) 11. $a < 0$?	(..) 13. $b > 0$?	(..) 16. $C > 0$?	(..) 19. $\Delta > 0$?	(..) 22. $f(0) = 0$?
(..) 12. $a > 0$?	(..) 14. $b < 0$?	(..) 17. $C < 0$?	(..) 20. $\Delta < 0$?	(..) 23. f(1) é zero?
	(..) 15. $b = 0$?	(..) 18. $C = 0$?	(..) 21. $\Delta = 0$?	(..) 24. f(0) é positivo?

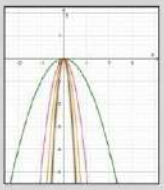
(..) 25. O eixo de simetria é o eixo das ordenadas?	(..) 28. f(0) é negativo?
(..) 26. A função tem duas raízes reais e distintas?	(..) 29. A função não admite raízes reais?
(..) 27. A função tem duas raízes reais e iguais?	(..) 30. A função admite raízes reais?

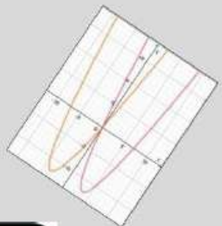
Fonte: Autora, 2020.

Jogo de cartas

Quais são as minhas características?








Jogo de tabuleiro
Função Quadrática?
Função
Quadrática