Série Guias Didáticos de Matemática

69

O Ensino de Probabilidade por Meio de Uma Atividade de Modelagem Matemática Baseada no Modelo de Cooperação Investigativa

Alexandre Carlos Augusto Souza Nascimento
Oscar Luiz Teixeira de Rezende
Luciano Lessa Lorenzoni

EDIFES
2019

Instituto Federal do Espírito Santo
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática

ALEXANDRE CARLOS AUGUSTO SOUZA NASCIMENTO
OSCAR LUIZ TEIXEIRA DE REZENDE
LUCIANO LESSA LORENZONI

Guia Didático:

O Ensino de Probabilidade por Meio de uma Atividade de Modelagem Matemática Baseada no Modelo de Cooperação Investigativa

Série Guias Didáticos de Ciências – nº 69

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo

Edifes
ACADÊMICO

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Vitória
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Nascimento, Alexandre Carlos Augusto Souza.

N244e O ensino de probabilidade por meio de uma atividade de modelagem matemática baseada no modelo de cooperação investigativa [recurso eletrônico] / Alexandre Carlos Augusto Souza Nascimento, Oscar Luiz Teixeira de Rezende, Luciano Lessa Lorenzoni. – Vitória: Editora Ifes, 2019.

1655Kb: il.; PDF (Série guias didáticos de matemática ; 69)
Publicação Eletrônica.
Modo de acesso: http://educimat.ifes.edu.br/index.php/produtos-educacionais

Produto Educacional (Pós-Graduação Stricto Sensu) Instituto Federal do Espírito Santo, Cefor, Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, 2019.

Inclui bibliografia
ISBN: 978-85-8263-515-5

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Probabilidade. 3. Modelagem matemática . I. Rezende, Oscar Luiz Teixeira de . II. Lorenzoni, Luciano Lessa III. Instituto Federal do Espírito Santo. IV. Cefor. V. Título.

CDD: 510.7

Editora do IFES

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Pró-Reitoria de Extensão e Produção
Av. Rio Branco, nº 50, Santa Lúcia Vitória – Espírito Santo - CEP 29056-255 Tel. (27) 3227-5564 E-mail: editoraifes@ifes.edu.br

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática
Rua Barão de Mauá, 30 – Jucutuquara Sala do Programa Educimat
Vitória – Espírito Santo – CEP 29040-780

Comissão Científica
Drª Maria Alice Veiga Ferreira de Souza
Drª Poliana DareZampirolli Pires

Coordenação Editorial
Sidnei Quezada Meireles Leite
Danielli Veiga Carneiro Sondermann
Maria Auxiliadora Vilela Paiva
Michele WaltzComarú
Maria das Graças Ferreira Lobino

Revisão
Rafaela da Silva Siqueira e Dias

Capa e Editoração Eletrônica
Katy Kenio Ribeiro

Editoração Eletrônica
Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância (Cefor/IFES

Produção e Divulgação Programa
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática
Centro de Referência em Formação e Educação à Distância
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo

Instituto Federal do Espírito Santo

Jadir José Pela
Reitor

Adriana Pionttkovsky Barcellos
Pró-Reitora de Ensino

André Romero da Silva
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-graduação

Renato Tannure Rotta deAlmeida
Pró-Reitor de Extensão eProdução

Lezi José Ferreira
Pró-Reitor de Desenvolvimento Institucional

Diretoria do Cefor- Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância

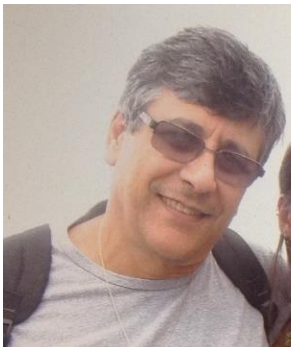
Mariella Berger Andrade
Diretora do Cefor

Márcia Gonçalves de Oliveira
Coordenadoria Geral de Pesquisa e Extensão

Larissy Alves Cotonhoto
Coordenadoria Geral de Ensino

MINICURRÍCULO DOS AUTORES

Alexandre Carlos Augusto Souza Nascimento. Possui graduação em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (2014). Atualmente, é membro do Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática e Educação Estatística (GEPEME), no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (IFES) e professor na rede municipal de Santa Bárbara, em Minas Gerais.



Oscar Luiz Teixeira de Rezende. Professor Titular do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), doutor em Engenharia Agrícola pela Universidade Federal de Viçosa, Mestre em Informática pela Universidade Federal do Espírito Santo, Bacharel e Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Viçosa. Atualmente, é professor do Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Vitória. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática Discreta, Programação Linear, Lógica Fuzzy e Estatística, atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática na Educação, Otimização, Educação Estatística e Educação Matemática. Também atua no EDUCIMAT - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática - do IFES.

Luciano Lessa Lorenzoni. Possui graduação em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo, mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Espírito Santo (1996) e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Espírito Santo (2003). Atualmente é professor do Instituto Federal do Espírito Santo. Tem experiência na área de Matemática Aplicada com ênfase em Pesquisa Operacional e Modelagem Matemática na Educação Matemática. Também atua no EDUCIMAT - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática - do IFES.

À minha família e amigos, pelo incentivo e suporte em todos os momentos.

Aos meus queridos orientadores, por tornarem possível a conclusão deste trabalho para que enfim, eu pudesse me tornar mestre.

APRESENTAÇÃO

Este guia didático apresenta-se como produto educacional, destinado a professores de Matemática e tem por objetivo apresentar uma nova possibilidade para que se trabalhe o ensino de Probabilidade de acordo com a perspectiva da Modelagem Matemática. Neste guia, apresentamos uma atividade realizada com uma turma de 1º ano do Ensino Médio, na modalidade EJA, sendo a sala de aula o ambiente da realização da atividade.

O objetivo é mostrar a importância da aleatoriedade no ensino de Probabilidade e pontuar como essas situações estão presentes, além da importância da compreensão e da leitura adequada do que entendemos por Probabilidade, bem como novas estratégias para a melhoria da prática pedagógica, levando os docentes a se fundamentarem sob novas perspectivas, com base na Modelagem Matemática.

Inicialmente, apresentamos a justificativa para se trabalhar esse assunto e, em seguida, é apresentada a proposta de intervenção que foi desenvolvida com os alunos, os relatos da aplicação bem como os resultados obtidos.

Esse material é considerado de ampla divulgação e livre acesso e se encontra disponível no site do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (EDUCIMAT).

Esperamos que, por meio deste material, professores de Matemática da Educação Básica se sintam motivados a trabalhar o desenvolvimento do raciocínio probabilístico e que desenvolvam suas aulas de forma que seus alunos construam esse conceito de forma autônoma e crítica.

Vitória, Espírito Santo, 23 de setembro de 2019.

Alexandre Carlos Augusto Souza Nascimento

Oscar Luiz Teixeira de Rezende

Luciano Lessa Lorenzoni

SUMÁRIO

Olá, professores, tudo bem? Eu sou o Alê e estou aqui para ajudar vocês a compreenderem mais o material deste guia didático. Caso surja alguma dúvida, iremos dialogar para que todos compreendam o que é a Modelagem Matemática e o desenvolvimento da atividade que foi realizada, para, no final, todos aprendermos juntos. É isso aí! Vamos lá?

1 INTRODUÇÃO

Quando nos referimos ao ensino de Matemática, percebemos a necessidade de abordá-lo não apenas pautado em um processo tradicional e repetitivo, mas que tenha sua importância social, que leve o aluno a refletir e a questionar aquilo que lhe é ensinado. Logo, a partir da Matemática, tem-se a possibilidade de formar indivíduos mais críticos e mais preparados para lidarem com o mundo a sua volta.

Muitos dos professores ao trabalharem conteúdos de Probabilidade em suas aulas, apresentam dificuldades e, por isso, torna-se um desafio o desenvolvimento do raciocínio probabilístico, que tem por finalidade promover a compreensão dos conhecimentos do cotidiano que se apresentam de natureza aleatória, possibilitando identificar os possíveis resultados desses acontecimentos, dando destaque para o acaso e a incerteza que ocorrem de forma intuitiva.

Ao trabalharmos com a Probabilidade na Matemática, devemos levar em consideração um ensino onde os conceitos probabilísticos abordados partam de problemas concretos e que façam sentido para os alunos. Percebemos a forte presença de estudos referentes às probabilidades em diversas situações, como por exemplo, política, medicina, engenharia, economia e diversos outros.

O ensino de Probabilidade, ao abordar o conceito de aleatoriedade, também discute as leis do acaso, que se fazem presentes em nosso cotidiano e que, segundo Novaes e Coutinho (2009), nos auxiliam em tomadas de decisões. Em um comércio, quando um vendedor lista quais são todos os prós e contras para a venda de um determinado produto, deve levar em consideração quais serão os riscos que terá de enfrentar para tomar as decisões corretas e quais fatores serão determinantes para o seu sucesso, por exemplo, a boa aceitação dos consumidores.

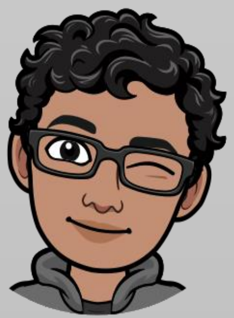
A Probabilidade aborda o estudo de fenômenos aleatórios ou não determinísticos e, dentre suas diferentes abordagens, a que utilizaremos aqui será a Probabilidade Clássica.

Mas o que é a Probabilidade Clássica??

É a probabilidade calculada como o quociente do número de "casos favoráveis" (s) sobre o número de "casos possíveis" (n) , sendo todos os seus resultados igualmente prováveis, ou seja, uma fração que representa o número de maneiras de como um evento A pode ocorrer e o número de diferentes eventos simples, assim $P(A) = s/n$.

Você sabia?

Os primeiros conceitos a abordarem a Probabilidade datam do século XVII, sendo visto como uma tentativa dos matemáticos para medir a incerteza, motivados por jogos de azar e que também movimentavam grandes quantidades em dinheiro. O desenvolvimento do conceito de Probabilidade deve-se muito a esses jogos.



Alguns dos jogos de azar que conhecemos são: jogo de cartas, jogo de dados, loteria, bingo e caça-níqueis. Nesses jogos, os que têm sorte ganham com o azar dos outros. E você, se considera muito sortudo nesses jogos?

Os primeiros debates internacionais sobre Modelagem Matemática ocorreram na década de 1960, com um movimento chamado “utilitarista”, movimento este que buscava a aplicação da Matemática na ciência e na sociedade, de uma forma em geral. Dessa forma, impulsionou-se a formação de grupos de estudos com interesse no tema Modelagem Matemática.

Alguns grupos de pesquisa na Suíça, Dinamarca e Holanda, impulsionaram os estudos da Modelagem Matemática a nível internacional e também no Brasil. Dentre os estudiosos que fizeram impulsionar o estudo do tema no Brasil, destacamos alguns, são eles: Aristides C. Barreto, Ubiratan D "Ambrósio, Rodney Carlos Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani. Esses nomes merecem destaque, no final da década de 1970 e início da década de 1980, foram eles que deram início ao movimento de estudos da Modelagem Matemática no Brasil.

A Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM -, também conta com um Grupo de Trabalho (GT) de Modelagem Matemática, estabelecido no ano de 2001, passando a ser o décimo grupo criado, sendo chamado GT10. O objetivo do GT10 é, além de realizar investigações sobre Modelagem Matemática, sob olhar da Educação Matemática, realiza pesquisas e debates, articulando o conhecimento desta linha de pesquisa no Brasil. Atualmente, o número de estudos e pesquisas sobre o tema cresce vertiginosamente no Brasil. Um tema que, até pouco tempo, não se falava tanto, hoje, tem sido assunto na formação de professores de graduação e pós-graduação. Um evento que ocorre direcionado para o estudo do tema, é a Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática (CNMEM), que acontece bianualmente, desde 1999, elevando o número de estudos no meio acadêmico, favorecendo, assim, a produção de monografias, dissertações, teses e artigos.

Bassanezzi (2006) foi um dos precursores da Modelagem Matemática no Brasil e, de acordo com ele, a Modelagem Matemática consiste em traduzir uma situação ou tema, de um meio social em que vivemos, para uma situação Matemática.

De acordo com Barbosa (2004), ao pensarmos em uma atividade sob a perspectiva da Modelagem Matemática, podemos utilizá-la como uma ferramenta que leve as pessoas a intervirem em situações cotidianas, onde a Matemática esteja presente de forma direta ou não, fazendo que, por meio dessas intervenções, a Matemática seja vista de forma aplicada às situações reais, contribuindo assim para a construção de uma sociedade mais democrática e crítica.

O aluno deve ser levado a pensar de forma autônoma, de forma que o conhecimento seja alcançado por um processo que seja conduzido não somente pelo professor, mas por meio da interação professor-aluno, aluno-professor e aluno-aluno. Para que seja realizada uma atividade de acordo com a Modelagem Matemática, é necessário que se crie um ambiente de investigação e problematização, levando os alunos a trabalharem situações que podem estar relacionadas a outros ambientes de aprendizagem.

Para que a atividade seja conduzida da melhor forma possível, além da autonomia dos estudantes, o desenvolvimento e a organização da atividade devem estar bem definidos, bem como o papel de todos no processo.

Podemos dizer então que a Modelagem Matemática trata de utilizar a Matemática para resolver problemas que podem ser de outras áreas de conhecimento.

Desse modo, a Modelagem Matemática pode servir como auxílio para promover o desenvolvimento do raciocínio probabilístico, levando os estudantes a pensar sobre situações reais, em que o conceito de aleatoriedade esteja presente, promovendo assim o pensamento crítico e a capacidade de argumentação de cada um deles.

2 O MODELO DE COOPERAÇÃO INVESTIGATIVA -MODELO CI

Em nossos dias atuais, nossa sociedade é formada por diversos grupos sociais, étnicos e culturais, utilizando de diferentes formas de comunicação, por meio de diversos dialetos e meios tecnológicos. Não importa a característica do grupo, a interação sempre se faz presente e por ela emergem diferentes formas de se comunicar. Seja em um grupo com uma comunicação mais simples ou mais rebuscada, a troca de informação é algo necessário para o desenvolvimento da aprendizagem e do conhecimento.

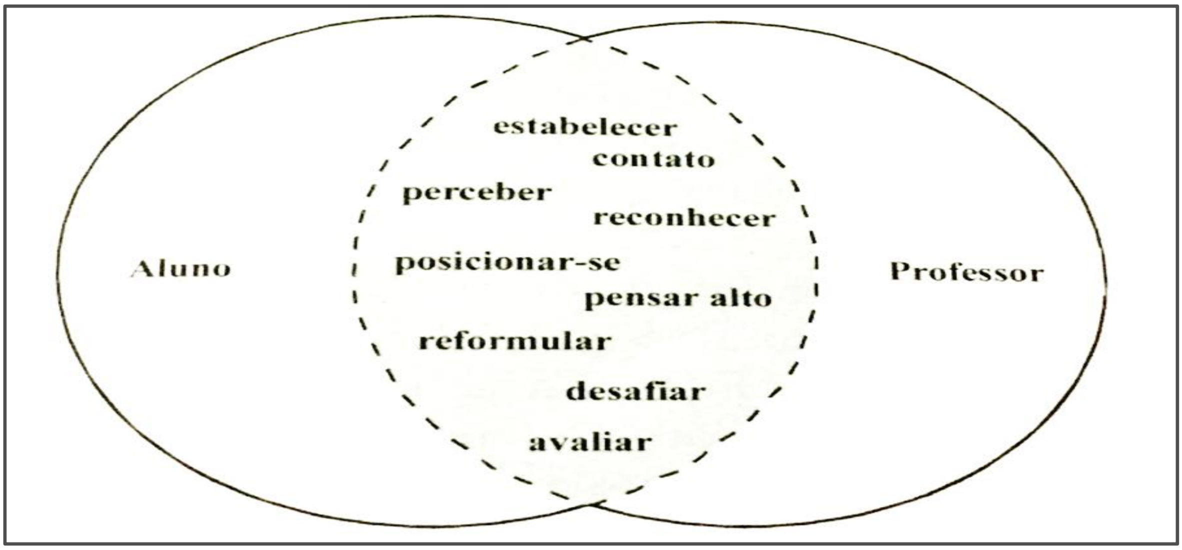
Uma simples conversa pode ser considerada um meio de comunicação e à medida que for se desenvolvendo, o diálogo pode vir a surgir, pois só há diálogo onde há algum nível de conhecimento, aprendizagem e significado. Para Alrø e Skovsmose (2006, p.12), "nessas circunstâncias, o termo "diálogo" refere-se a certo tipo de discurso analítico, ou apresentação de argumentos e questionamentos, ou ainda um processo de obtenção de conhecimento".

No processo de ensino e aprendizagem, para que ocorra o diálogo, a escuta e a expectativa de mudança devem prevalecer (FREIRE, 1987), os participantes devem estar abertos e cooperando uns com os outros, e não em um monólogo do professor para com seus alunos, sem criticidade , apenas memorização, o que Alrø e Skovsmose (2006) chamam de absolutismo burocrático. Para Freire (1987), a cooperação é um parâmetro central de comunicação dialógica e o diálogo é uma forma de interação rica em qualidades.

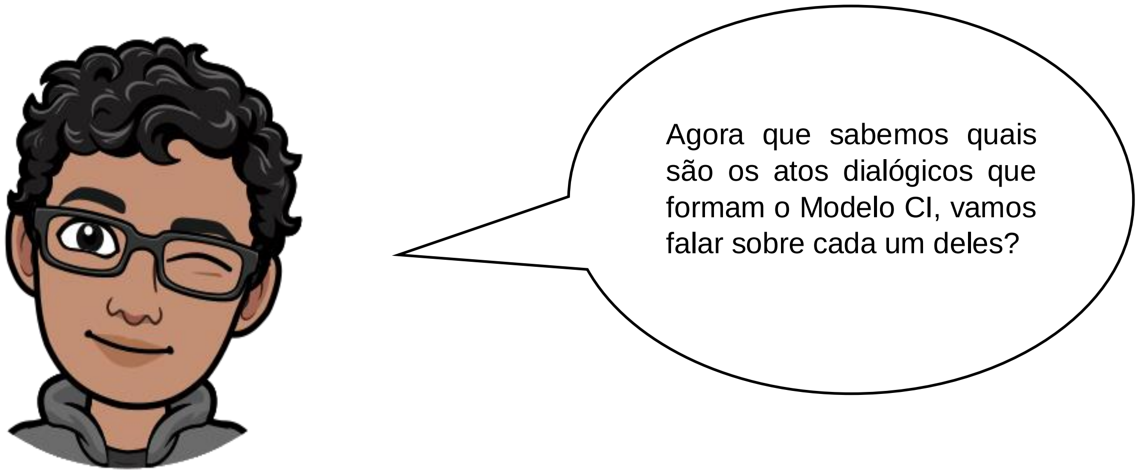
O Modelo CI, apresentado por Alrø e Skovsmose (2006), tem o objetivo de promover o diálogo entre alunos e aluno e professor, buscando construir um ambiente de investigação e aprendizagem.

Aos elementos que fazem parte do Modelo CI, denominamos atos dialógicos, que servem como orientação para o diálogo entre o professor e os alunos. A figura mostra quais são esses atos.

Figura 1 - Modelo de Cooperação Investigativa – Modelo CI



Fonte: Alrø;Skovsmose,2006.



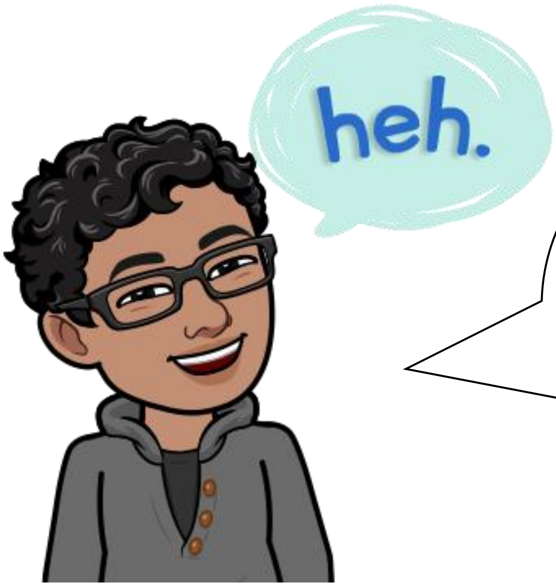
- ✓ No ato de *estabelecer contato*, há a aproximação entre os participantes de forma que as perspectivas um do outro sejam entendidas, ou seja, nesse momento, todos dialogam de forma a “falar a mesma língua” e se fazerem compreendidos. A confiança e o respeito mútuo são cruciais para que o contato possa ser estabelecido.
- ✓ No ato de *perceber*, há o interesse e a capacidade do indivíduo em tentar entender o que o outro está pensando, sendo assim, novas possibilidades são examinadas e novas hipóteses são criadas. Os participantes se sentem

motivados a tentar descobrir o que ainda não sabem ou compreender melhor o que ainda não haviam compreendido.

- ✓ *Reconhecer,* significa compreender o tema partindo de uma ideia que foi apresentada pelo professor. Ao perceber uma perspectiva colaborativa, ela será reconhecida e discutida por tudo o grupo.
- ✓ Ao *pensar alto*, o indivíduo expressa seu pensamento e o torna público. Nesse ato, o foco principal se encontra nas reflexões feitas em voz alta, quando se busca compreender aquilo que está sendo estudado. O pensar alto permite que as diferentes perspectivas sejam conhecidas por todos.
- ✓ *Posicionar-se*, significa formar uma opinião embasada no conhecimento obtido e defendê-la para todos os outros participantes, estando sempre receptivo à novas argumentações referentes ao seu posicionamento, pois isso mostra o contato estabelecido e a importância do conhecimento obtido de forma compartilhada.
- ✓ *Reformular,* quer dizer verbalizar de acordo com o que foi entendido do conteúdo, verificando a compreensão do mesmo. Podemos dizer que é repetir o que já foi dito com palavras diferentes, ou seja, repetir do seu jeito. Reformular é parafrasear, não deixando de lado o processo argumentativo.
- ✓ *Desafiar,* significa ver as coisas em outro sentido, ou seja, o participante traz à tona seus questionamentos, suas ideias e propostas e aceita que as mesmas sejam questionadas e contestadas, até mesmo um conhecimento ou uma perspectiva já estabelecida pode ser questionada.
- ✓ *Avaliar* é diferente de dizer se está certo ou errado, avaliar é fazer um feedback de maneira construtiva de todo o processo de investigação, pelos alunos e pelo professor.

Para Alrø e Skovsmose (2006), em um diálogo, há a reflexão de forma contextualizada e não uma simples conversa. Por meio do diálogo na sala de aula se busca atingir a maior participação de alunos, a compreensão de suas concepções sobre o que está sendo estudado, para que por meio de suas falas e ações, mudanças significativas sejam produzidas.

Em sala de aula, por meio do diálogo , se busca atingir a maior participação de alunos, além de , compreender suas concepções sobre o que está sendo estudado, por meio de suas falas e ações, para que, assim, ocorram mudanças, no caso desta pesquisa, o diálogo se dará por meio do conteúdo de Probabilidade e, para que se possa ter mais eficácia, o conceito de Probabilidade e sua relação com a Matemática Crítica, devem ser compreendidos.



O professor deve estar sempre desafiando os alunos com situações-problema, de forma que busquem o desenvolvimento do raciocínio de forma motivada. O conteúdo matemático é importante, mas não estamos focados apenas nisso.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA SOCIOCRÍTICA

A Modelagem Matemática, em sua perspectiva sociocrítica, advém da Educação Matemática Crítica, onde ambas destacam o conhecimento como instrumento para realizar intervenções na sociedade, sejam elas intervenções políticas, econômicas ou sociais. Em um ambiente de Modelagem Matemática, na perspectiva sociocrítica, como o próprio nome já enfatiza, busca-se realizar intervenções críticas na realidade.

Barbosa (2003), como um dos precursores da Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica, destaca que

> Para desenvolver a argumentação por uma perspectiva sociocrítica para Modelagem, começo pelo reconhecimento de que as aplicações da matemática estão amplamente presentes na sociedade e trazem implicações para a vida das pessoas. Seja no mundo do trabalho, nas diversas áreas científicas, nas tarefas cotidianas, etc., a matemática desempenha um papel subtil. (BARBOSA, 2003, p.5)

Para Barbosa (2003), deve-se levar em consideração a capacidade do sujeito para criticar argumentos que lhe são apresentados para que assim, as intervenções possam ser potencializadas, gerando implicações nas tomadas de decisões coletivas, ou seja, para a construção de uma sociedade mais democrática, existe a necessidade das pessoas se sentirem capazes o suficiente para intervirem em situações ou debates onde a Matemática esteja presente, quando julgarem necessário.

Todas essas implicações trazem mudanças para o estudo da Matemática. Percebemos a real necessidade de, ao educar, educarmos criticamente, muito além do que apenas transmitir informações matemáticas e recebê-las de forma inquestionável. Nesse contexto, vemos a escola como um local de papel fundamental, para que os alunos sejam preparados para verem a Matemática aplicada a situações que os levam a perceber sua natureza crítica. Isso impacta diretamente na postura do educador no processo de ensino-aprendizagem, pois não se pode trabalhar com a Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica com a condução centrada apenas no professor.

Levando em consideração uma atividade de Modelagem Matemática, na perspectiva sociocrítica, Silva e Kato (2012) construíram categorias para descrever quais são os principais elementos que se caracterizam. Para os principais elementos, denominaram categorias e os fragmentos de cada categoria, denominaram unidades de significado.

Então, espera... Existem categorias repetidas, existe alguma unidade de significado em mais de uma categoria?? Estou um pouco confuso...

Acho que o quadro a seguir pode ajudar, vamos ver!

Quadro 1 - Categorias e unidades de significados da Perspectiva Sociocrítica

CATEGORIA	UNIDADES DE SIGNIFICADO
(C1): Participação ativa do aluno na construção do modelo:	C 1.1: Trabalho em grupo;
	C1.2: Participação crítica e democrática nas aulas;
	C 1.3: Escolha do problema pelos alunos.
(C2): participação ativa do aluno na sociedade:	C2.1: Desenvolvimento de ações comunitárias;
	C 2.2: Extensão para o contexto social;
	C 2.3: Atuação crítica na sociedade;
	C2.4:Importância da Matemática na sociedade.
(C3): problema não-matemático da realidade:	C 3.1: Utilizar problemas não-matemáticos da realidade;
	C 3.2: Escolha dos problemas pelos alunos;
	C 3.3: Interpretar os modelos matemáticos de acordo com a realidade;
	C 3.4: Considerar a cultura dos alunos;
	C3.5:Importância da Matemática na sociedade;
(C4): atuação do professor como mediador:	C 4.1: Trabalho em grupo;
	C 4.2: Escolha do problema pelos alunos;
	C 4.3: Participação crítica e democrática na sala de aula;
	C 4.4: Considerar a cultura dos alunos;
	C4.5:Importância da Matemática na sociedade.

Fonte: Silva;Kato, 2012.

Uma mesma unidade de significado, pode estar presente em mais de uma categoria e, para uma atividade de Modelagem ser categorizada na perspectiva sociocrítica, todas as quatro categorias devem ser atendidas, e não há a necessidade que se cumpra o que propõe todas as unidades de significados.

Agora, vocês compreenderam o que são as categorias e as unidades de significados?

Eu sim! Finalmente não estou mais com dúvidas sobre isso.

4 DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE DE MODELAGEM

Barbosa (2001) destaca que em uma atividade de Modelagem Matemática existem três casos onde ficam bem definidos qual a função do aluno e do professor durante todo o processo.

Figura 2 - O aluno e o professor nos casos da Modelagem

	Caso 1	*Caso 2*	*Caso 3*
Elaboração da situação-problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	professor	professor/aluno	professor/aluno
Resolução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa ,2001.

Como podemos observar, em cada um dos casos existe um nível diferente de interação entre aluno e professor, bem como o grau de intervenção, desde a apresentação ou escolha do tema até a sua resolução do problema.

Caso 1:

Neste caso, o professor apresenta aos alunos um problema com todos os seus dados, deixando a cargo dos alunos sua investigação. Assim, os alunos são levados a coletar os dados para resolução do problema fora da sala de aula, sendo a última etapa, realizada pelos alunos e pelo professor.

Caso 2:

Aqui, somente o problema é apresentado pelo professor, sendo sua simplificação, dados e informações relevantes, realizadas pelos alunos e pelo professor, bem como sua resolução. Neste caso, os alunos irão se deparar apenas com o problema proposto, cabendo a eles também a condução da realização das tarefas e coleta de dados para resolver o problema que lhes foi apresentado. Como podemos perceber, nesse caso, os alunos assumem uma responsabilidade maior do que no caso anterior.

Caso 3:

No caso 3, o tema a ser trabalhado e o problema a ser formulado podem ser compartilhados pelos alunos e pelo professor. O problema, a coleta de dados e sua resolução são de responsabilidade dos alunos. Diferente do caso 2, neste caso, os alunos têm seus papéis definidos em todas as etapas.

Caro, professor

Ressaltamos, aqui, que nenhum dos três casos apresentados são determinísticos para a realização da atividade, são apenas práticas que podem auxiliar no desenvolvimento da metodologia.

Para a realização da atividade, optamos por trabalhar com o caso 2. Foi apresentada, aos alunos, uma situação problema que apresentava a seguinte pergunta norteadora: “Eu corro o risco de ser atingido por um raio em uma tempestade?”. Ressaltamos que os conhecimentos prévios dos alunos, os conhecimentos que tinham sobre Probabilidade e como faziam a leitura do que entendiam por aleatoriedade foram importantes para a condução da atividade. A atividade foi realizada com alunos da EJA, do primeiro ano do ensino médio, na rede estadual do estado de Minas Gerais, no município de Santa Bárbara.

4.1 1º MOMENTO

Na primeira etapa da atividade, foi apresentada aos alunos como se daria sua realização, bem como suas etapas. Foi explicada o que é uma atividade de Modelagem Matemática e como seria sua proposta.

Neste momento inicial, uma característica básica, quando nos referimos ao Modelo CI, se fez presente e Alrø e Skosvsmose (2006) a denominam escuta ativa. “Escuta ativa significa fazer perguntas e dar apoio não verbal ao mesmo tempo que em que tenta descobrir o que se passa com outro. Escuta ativa significa que professor e alunos estabeleceram contato”. (ALRØ; SKOSVSMOSE, 2006, p.70).

A Escuta ativa aconteceu quando os alunos se mostraram estar atentos a fala do professor e interessados em participar da atividade.

Ao trabalharmos com o conteúdo de Probabilidade, foram apresentadas aos alunos algumas situações envolvendo o tema, para verificar como fariam a leitura e as interpretariam. Algumas situações apresentadas aos alunos:

- Probabilidade de se machucar fazendo a barba;
- Probabilidade de ganhar na Mega-sena;
- Probabilidade de morrer atingido por um raio em uma tempestade;
- Probabilidade de machucar utilizando uma serra elétrica;
- Probabilidade de ganhar uma medalha olímpica;

O objetivo era que se criasse um ambiente onde os alunos fossem convidados a formular seus próprios questionamentos e buscar as respostas, o que Skovsmose (2006) chama de cenário de investigação. O professor iniciou uma discussão para verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o conteúdo de Probabilidade, de acordo com o diálogo 1:

Diálogo 1

> P: Eu gostaria de ouvir de vocês agora, é... o que é que vem à mente de vocês quando eu falo essa palavra Probabilidade? O que pra vocês é a Probabilidade?
> Aluno1: Pode ser o que vai acontecer lá na frente, né?
> Aluno 2: A chance de alguma coisa...
> Aluno 3: Perspectiva de alguma coisa...
> P: Nós tivemos, esses dias, a questão do jogo da Mega-sena, né? E, aí, pela quantidade de pessoas que jogaram, qual a probabilidade de 1 ganhador receber o prêmio? Então nesse caso a probabilidade aí é como se fosse o quê?
> Aluno 4: Probabilidade é sorte!
> Aluno 5: Sorte, azar...
> P: Então, da mesma forma que a probabilidade pode ser sorte, ela pode ser azar também, né?

Nesse momento, os (as) alunos (as) e o professor estão tentando estabelecer uma comunicação de forma que ambas as partes se compreendam, ou seja, estão tentando "falar a mesma língua" e nisso vemos a presença do ato de *estabelecer contato* , onde, de acordo com o Modelo CI, busca-se a compreensão de um para com o outro chegando em um ponto comum. Ainda sobre a Mega-sena, o professor questiona: *A probabilidade de uma pessoa ganhar na Mega-sena é alta ou baixa?* A turma se mostra dividida, uns dizem "alta" outro dizem "baixa", o professor, então, confronta um aluno como mostra o diálogo seguinte:

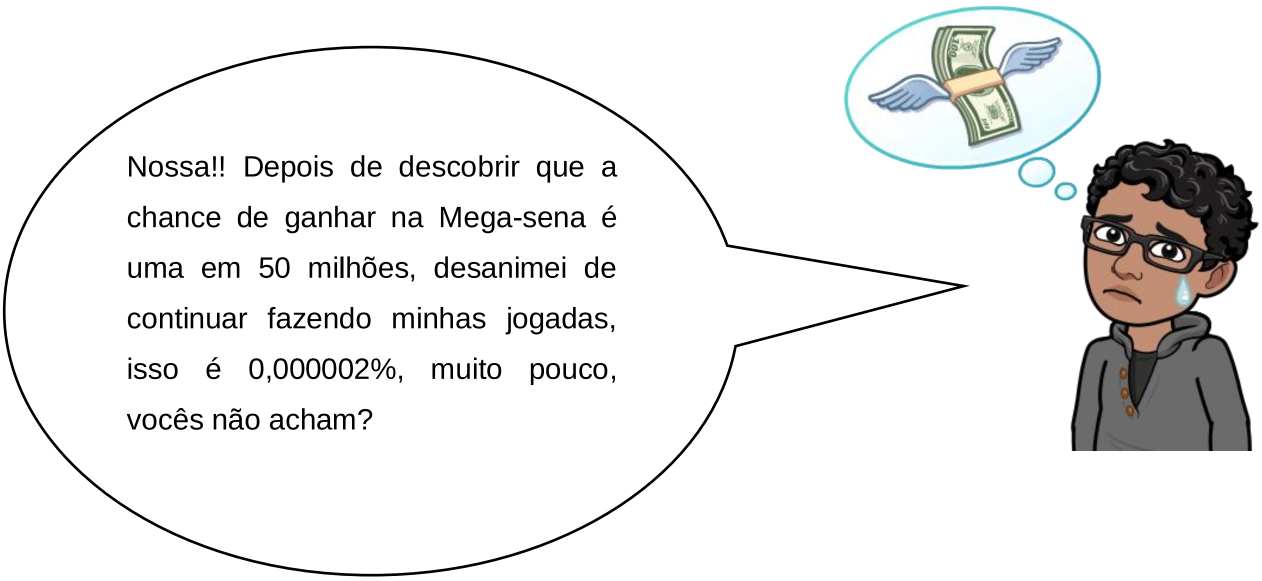
Diálogo 2

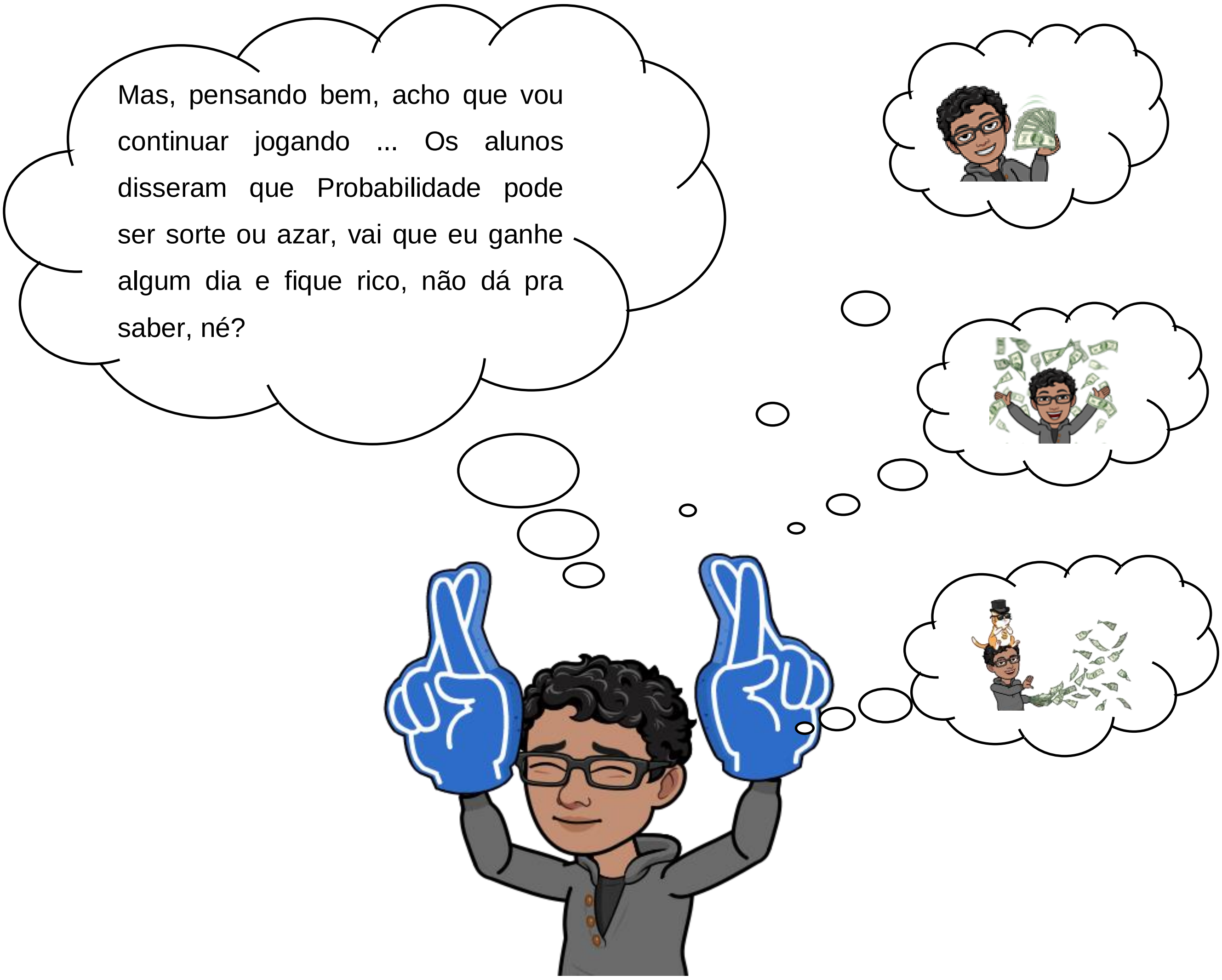
> P: Você falou que é alta. Por que alta?
> Aluno 6: Porque a chance é muito grande, né? É... Muitas chances pra uma pessoa acertar, muitos números, muitos jogadores pra um só ganhar, então, a possibilidade é maior, uai! Ah, é menor, no caso!

O professor, ao direcionar à pergunta para o aluno 6, tenta *perceber* qual é a perspectiva que ele está tendo e como entende o problema que lhe foi apresentado. O aluno, ao ser questionado, tenta explicar seu raciocínio e percebe que estava equivocado e *reformula* sua forma de pensar. Na reformulação, tanto os (as) alunos (as) como o professor podem ter suas perspectivas compreendidas, afim de que não haja mal-entendidos. O diálogo do aluno 6 com o professor fez com que outros (as) alunos (as) também expressassem suas formas de pensar de maneira semelhante.

Diálogo 3

> Aluno 7: É baixa. Muitos jogadores pra 1 só ganhar.
> Aluno 8: É baixa. Muitos jogadores e 1 pessoa ganhar com 6 números é baixa, muito baixa.
> Aluno 9: São muito jogadores...
> P: Então, são muitas pessoas disputando 1 prêmio, então ... quanto mais pessoas jogando, mais difícil de ganhar, né?





No diálogo 3, percebemos a presença do ato de *perceber,* pois houve a compreensão por parte do professor para com os (as) alunos (as), em relação ao problema. Para Alrø e Skovsmose: (2006, p.70) “Após estabelecer uma atenção mútua, o professor pode *perceber* a perspectiva do aluno, examinando, por exemplo, como ele entende certo problema”.

O diálogo seguinte também ocorreu no momento inicial com outro grupo de alunos (as), discutindo também sobre o conceito de Probabilidade. Houve a interferência do professor para fazer a mediação necessária.

Diálogo 4

> Aluno 10: Probabilidade é algo próximo? Que pode ser?
> Aluno 11: Que pode acontecer.
> Aluno 12: É...
> Aluno 13: É uma chance, né?
> Aluno 10: Pode ser que aconteça!
> P: O que vocês entendem por todas essas situações aqui ?
> Aluno 12: É a chance de uma pessoa se machucar em tantas pessoas.

> Aluno 13: Tá, muito pouca.
> P: Pouca? Tudo isso aqui é pequeno.
> Aluno 10: Uma em tantas.
> Aluno 13: Uma em 20 milhões
> P: Se ao invés de 20 milhões, ali tivesse um número maior...
> Aluno 13: Seria mais fácil a pessoa machucar.
> Aluno 10: Não! Seria mais fácil?
> Aluno 13: Quanto menos pessoas se machucam, mais acerta. Vamos supor, fazer a barba, todo mundo aqui acerta, não? É a probabilidade da pessoa se machucar.
> Aluno 13: Então, mas é pouca em tantas...
> Aluno 13: Mas é 20 milhões.
> Aluno 10: 1 em 20 milhões
> Aluno 13: Então, é muito ....
> Aluno 10: É pouca.

Nesse diálogo, os alunos inicialmente *estabelecem contato,* mas, pela fala dos alunos 10 e 13, esse contato não foi estabelecido de forma que evidenciasse as diferentes perspectivas de cada um, havendo, assim, um certo embate. A forma como o contato entre os participantes é estabelecida interfere no modo como o conhecimento é partilhado com toda a turma. De acordo com Alrø e Skovsmose (2006, p.112),

> A maneira pela qual se estabelece uma plataforma de conhecimento compartilhado pressupõe uma sensibilidade para a existência de diferentes perspectivas. E pressupõe também um entendimento de que perspectivas podem servir para justificar posições.

Finalizando esse primeiro momento, percebemos o conhecimento prévio que os alunos possuíam quando questionados sobre Probabilidade. Alguns apresentaram dificuldade em responder as perguntas feitas pelo professor, se atendo ao modelo tradicional de ensino de certo e errado. O contato inicial, ao ser estabelecido, foi importante para que se criasse um ambiente de compreensão e respeito, preparando os alunos para a investigação, consequência da atitude positiva em relação a proposta apresentada pelo professor.

4.2 2º MOMENTO

Figura 3 - Imagem de um trecho do vídeo “O país dos raios”

Fonte: do autor,2019.

No segundo momento da atividade, foi apresentado aos alunos o vídeo intitulado *O país dos raios.* O vídeo serviu com um desencadeador para possíveis discussões e, por isso, o utilizamos como recurso na atividade.

Para que o cenário de investigação fosse mantido, os alunos foram levados a manter o pensamento de forma crítica, para que o contato e a confiança no professor não fossem perdidos. Para Alrø e Skovsmose (2006, p.106), essas duas características são importantes pois “[...] aspectos emocionais constituem para essencial do processo de aprendizagem que propicia certas qualidades à aprendizagem”.

Após o momento em que assistiram ao vídeo, os alunos, juntamente com o professor, iniciaram uma discussão onde abordaram a Probabilidade da incidência de um raio atingir uma pessoa em uma tempestade, como mostra o diálogo seguinte, onde um aluno questiona o professor de forma bem desafiadora.

Diálogo 5

> Aluno 8: Tem como um raio acertar uma pessoa mais de uma vez, não tem? É mentira que num vídeo o raio acertou a mulher duas vezes.
> P: O que vocês acham? Isso acontece ou não?
> Aluno 8: É azarado demais!
> Aluno 9: Acontece!
> Aluno 10: Acontece demais!

> P: Quando eu falo de um raio atingir a mesma pessoa duas vezes, você falou que não acontece, não existe mesmo a chance de isso acontecer? Algumas situações a gente consegue prever, outras não ... Conseguem falar pra mim exemplos dessas situações?
> P: Todo mundo aqui um dia vai morrer. Isso é uma situação que nós conseguimos dizer com certeza. Como vocês fazem a leitura disso aqui?
> Aluno 8: Impossível cair um meteoro lá em casa!
> P: Pela probabilidade isso nunca, em hipótese nenhuma vai acontecer?
> Aluno 7: Não, mas existe!
> Aluno 10: Então é mais fácil eu ganhar na Mega-sena do que um meteoro cair na minha casa.
> P: Quanto mais dinheiro a pessoa aposta quando joga na Mega-sena, o que vai acontecer com a probabilidade?
> Aluno 8: De ganhar vai aumentar.
> P: Qual a relação do valor que a pessoa apostou com a probabilidade de acerto?
> Aluno 7: Maior!
> Aluno 8: Maior!
> Aluno 9: Maior!

Ao analisarmos o diálogo, percebemos que o aluno 8 se mostra aberto e receptivo em relação a participação dos demais, havendo assim uma preparação para a investigação. Isso mostra que a presença do ato *estabelecer contato,* desde a fala inicial, quando, segundo Alrø e Skovsmose (2006), o aluno se mostra presente, pronto a ouvir e atento a fala do outro e às suas contribuições.

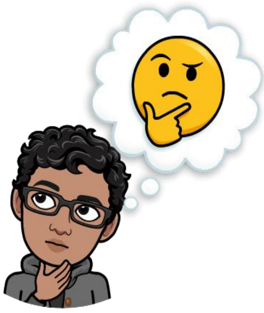
O professor conduz os participantes ao ato de *desafiar* por meio das questões trazidas, levando em consideração o primeiro momento já ocorrido, onde os alunos foram questionados sobre o que entendiam por Probabilidade. O desafio acontece, pois, segundo Alrø e Skovsmose (2006, p.115), "Uma proposta pode ser desafiada, por exemplo, através de *questões hipotéticas* iniciadas com *o-que-acontece-se".* Questões hipotéticas podem levar os alunos a perceberem novas possibilidades ainda não vistas até então e isso aconteceu pela pergunta do professor para a turma, quando questiona a probabilidade de um meteoro atingir a casa de alguém ou de um raio atingir duas vezes a mesma pessoa.

O aluno 10 torna seu pensamento público ao fazer a comparação entre ser atingido por um raio ou um meteoro atingir sua casa, cumprindo-se então o ato de *pensar alto*. Alrø e Skovsmose (2006) enfatizam a importância dos alunos expressarem suas ideias - *pensar alto* - no processo de investigação, por meio de um diálogo investigativo coletivo.

Ainda no diálogo 5, os alunos discutem a questão da probabilidade de uma pessoa morrer ao ser atingida por um raio, ou somente ser atingida por um raio, lembrando do vídeo que assistiram e abordando também o exemplo da mega-sena que lhes foi apresentado. O professor, então, mostra a probabilidade de uma pessoa morrer sendo atingida por um raio, que é 1 e 2 milhões e 320 mil.

Nossa, pelo que eu tô vendo, existem várias situações que a gente vive durante o dia cuja Probabilidade está presente, né?! Eu acho que consigo pensar em alguns exemplos, vamos ver...

Qual seria a probabilidade de ficar preso no trânsito ao sair de casa de manhã? A probabilidade de se molhar na chuva por ter saído sem guarda-chuva? A probabilidade de ser atingido por um raio em uma tempestade, como os alunos discutiram? São inúmeras situações que envolvem esse assunto e que a gente nem se dá conta!



E eu pensando que a Probabilidade era utilizada somente em jogos de azar. Acho que me enganei ...

No diálogo 6, a discussão é feita novamente sobre ser atingido por um raio em uma tempestade e ganhar na mega-sena.

Diálogo 6

> Aluno 6: Aí, é difícil, hein?
> Aluno 2: É, acontece muito, mas é difícil.
> Aluno 7: Né difícil, não.
> P: Um meteoro cair na casa de uma pessoa...
> Aluno 7: Aí, é difícil, né?
> P: Olhem esse outro exemplo: É 33 x mais fácil ser atingido por um raio do que receber o prêmio integral da mega-sena.
> Aluno 2: Mega-sena, nunca!
> P: Cálculos da caixa apontam que a chance de ganhar sozinho na loteria é 1 em 50 milhões. Uma pessoa ganhou vocês viram?
> A 3: Essa uma então apareceu...
> P: Chance muito pequena, né?
> Aluno 2: Mas pode acontecer!
> Aluno 3: Exatamente!
> Aluno 4: Pode acontecer!

Nesse diálogo, os alunos deixam visíveis seus posicionamentos diante do questionamento do professor. O aluno 2 muda sua fala após a intervenção do professor, a probabilidade de alguém ganhar na Mega-sena passou de “nunca” para “pode acontecer”. Nesse momento o ato de *perceber* se fez presente, pois, para Alrø e Skovsmose (2006), trata-se de examinar possibilidades e experimentar coisas.

O professor utiliza outro exemplo para que os alunos pudessem comparar a probabilidade de uma pessoa ser atingida por um raio, com a de uma pessoa ganhar na Mega-sena. No momento em que diz “*Olhem esse outro exemplo*”, ocorre o ato de *reformular*. Para Alrø e Skovsmose (2006, p.115)

> Através da reformulação podem-se detalhar questões-o-que-acontece-se e questões-por-quê e, por isso, ela é importante. Dessa forma, ganha-se mais precisão na argumentação. Contudo, ela também é um importante elemento emocional já que desempenha a função de manter contato durante a investigação. Nesse sentido, reformular torna-se um desdobramento de “estabelecer contato”, porém, “manter contato” está ligado à etapa central do processo de investigação.

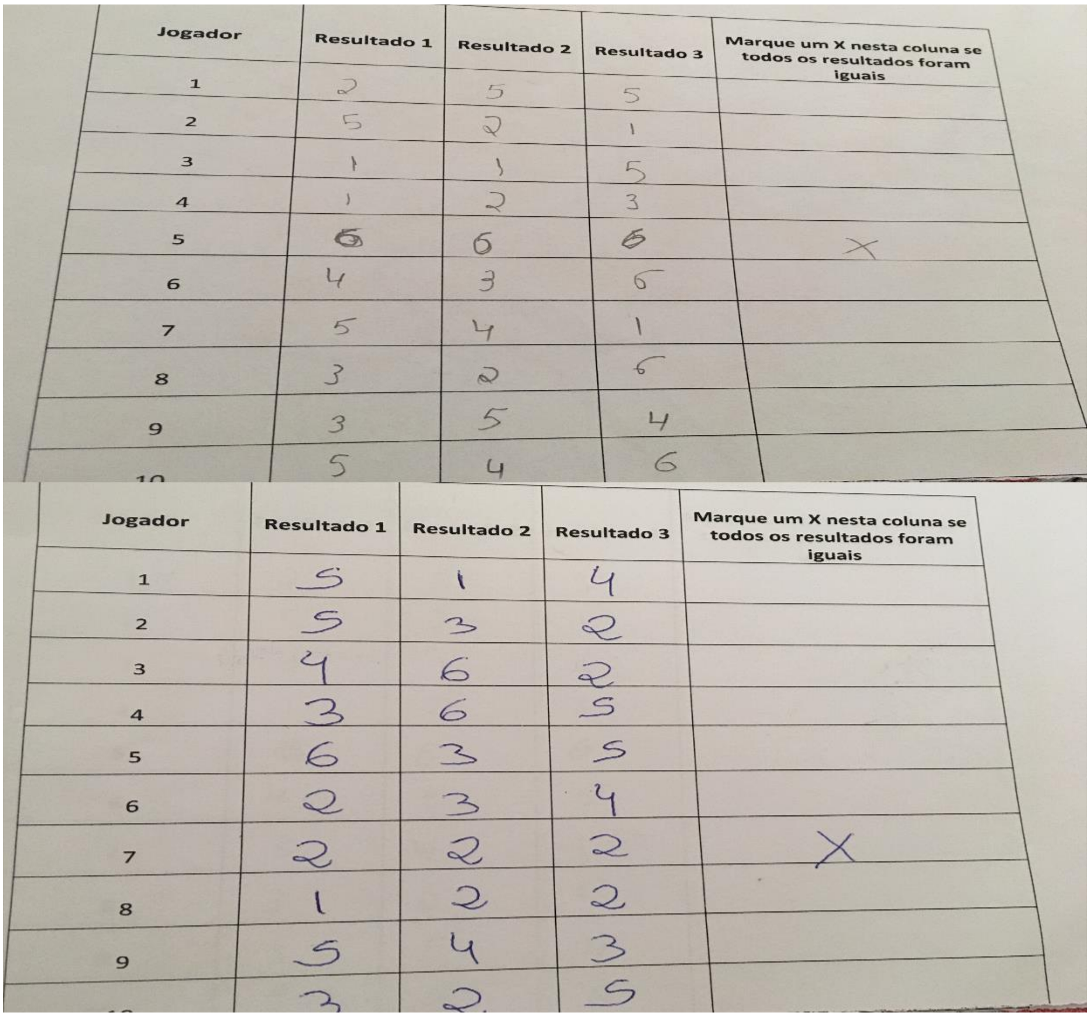
Até o presente momento da atividade, os sujeitos já estabeleceram contato e o estão mantendo mediante as reformulações do professor. É importante destacar a necessidade de sempre se examinar novas perspectivas e ideias, para que, no processo de investigação, os participantes sejam conduzidos a novos caminhos, levando à novas perspectivas que se façam conhecidas por todos os envolvidos.

4.3 3º MOMENTO

No terceiro momento da realização da atividade, foi realizado o experimento com os alunos para que fosse respondida a pergunta inicial, feita pelo professor. Para a condução dessa etapa, os alunos foram divididos em grupos e cada grupo poderia ter 3 ou 4 integrantes, sendo os grupos formados por livre escolha dos alunos. Cada aluno recebeu uma tabela para ser preenchida após sucessivas jogadas de dados, sendo que cada grupo poderia jogar os dados durante sucessivas vezes. Se a cada 3 jogadas o mesmo número saísse, uma marcação deveria ser feita na tabela. Essa marcação representaria a probabilidade de uma pessoa ser atingida por um raio em uma tempestade.

Os jogos poderiam ser alternados entre os alunos do grupo, ou seja, em uma tabela poderia haver jogadas de diferentes componentes do grupo.

Figura 4 - Tabela preenchida por dois alunos durante a realização da atividade



Jogador	Resultado 1	Resultado 2	Resultado 3	Marque um X nesta coluna se todos os resultados foram iguais
1	2	5	5	
2	5	2	1	
3	1	1	5	
4	1	2	3	
5	6	6	6	X
6	4	3	6	
7	5	4	1	
8	3	2	6	
9	3	5	4	
10	5	4	6	

Jogador	Resultado 1	Resultado 2	Resultado 3	Marque um X nesta coluna se todos os resultados foram iguais
1	5	1	4	
2	5	3	2	
3	4	6	2	
4	3	6	5	
5	6	3	5	
6	2	3	4	
7	2	2	2	X
8	1	2	2	
9	5	4	3	
10	3	2	5	

Fonte: arquivo do autor, 2019.

Os alunos aceitaram o convite para o cenário de investigação, pois o professor, ao explicar como se daria a atividade, mostrou interesse e motivação, o que é algo fundamental para que ocorra o Modelo CI da melhor forma possível.

Após a explicação da atividade, o professor deu um tempo para os grupos serem formados, atentando para o fato de que nenhum aluno fizesse a atividade sozinho. O trabalho em grupo buscou promover a igualdade entre os participantes pois é um princípio base de um diálogo, segundo Alrø e Skovsmose (2006).

Após as jogadas dos dados, a turma foi dividida em dois grupos para que os alunos fizessem com o professor a contagem das jogadas que cada grupo realizou anteriormente, iniciando assim o diálogo 7.

Diálogo 7

> P: Dessas 160 jogadas, 5 seriam a chance de uma pessoa ser atingida por um raio. Qual a relação que vocês estabelecem de 5 com 160?
> Aluno 1: É a probabilidade?
> Aluno 2: 160 sobre 5? Ao contrário, né... 5 sobre 160!
> P: Quer dizer que em 160 possibilidade, 5 pessoas poderiam ser atingidas por um raio. Vocês acham que isso é alto ou baixo? Fácil ou relativamente difícil de acontecer?
> Aluno 2: Nem muito difícil, nem muito fácil...
> P: Para o experimento que estamos fazendo, é uma possibilidade a se considerar.

O professor, os questionou sobre dados viciados ou algum fator externo que poderia vir a influenciar no resultado das jogadas e um aluno respondeu: "*Se você jogar um dado várias vezes ele tende a cair no número que mais sair. Quando você troca o dado, isso pode mudar*".

O professor, ao perguntar a relação que os alunos estabelecem de 5 com 160 e o aluno 1 responde "*é a probabilidade?*", estão, nesse momento, estabelecendo contato, buscando uma aproximação para que falem a mesma língua e, logo após sua fala, o aluno 2 percebe o que o professor está buscando ao fazer essa pergunta, demonstrando estar curioso com sua fala. Isso vai de encontro ao que diz Alrø e Skovsmose (2006, p.106):

> Há vários atributos que caracterizam as questões que podem ser formuladas pelo professor e pelos alunos para conseguir perceber as perspectivas que procuram: são questões que buscam uma investigação, ou demonstram, pelo menos, uma atitude de curiosidade, ou são questões em aberto, cujas respostas não são conhecidas de antemão.

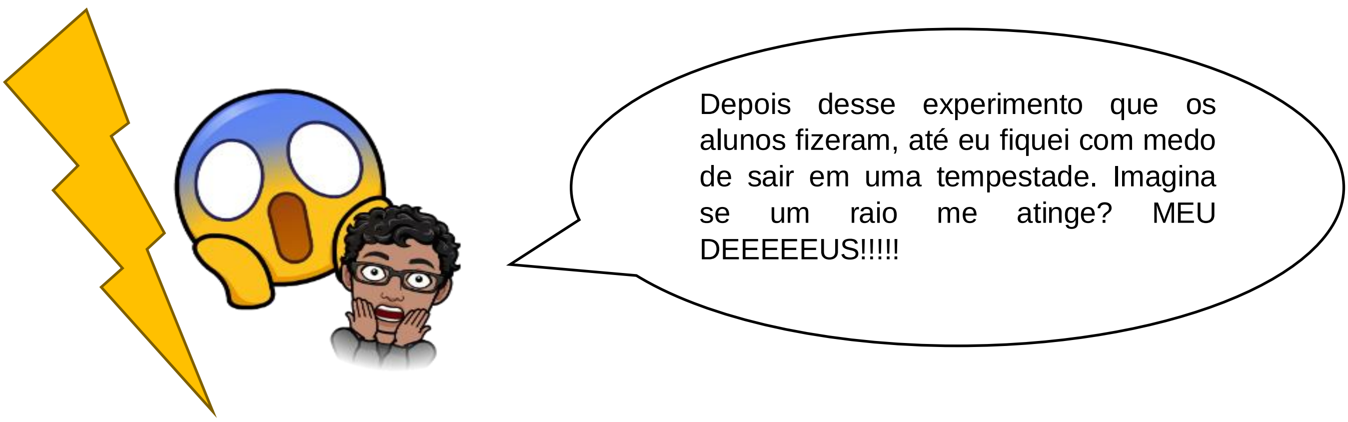
Analisando as respostas do aluno 2, percebemos que mesmo o professor tentando levar a discussão para outra direção, sobre o dado estar ou não viciado, ele se posiciona mostrando estar seguro e ao mesmo tempo receptivo a críticas. Foram discutidas, também, as questões envolvendo a probabilidade de uma pessoa ser atingida por um raio, após a realização do experimento, e também como compreendiam o que é um evento, espaço amostral, experimento aleatório e os tipos de eventos que podem ocorrer em diferentes situações, como eventos certos, prováveis, improváveis e impossíveis, como mostra o diálogo 8

Diálogo 8

P: Temos, aqui, 170 jogadas e dessas 170, 1 pessoa seria atingida por um raio. Esse conjunto de todas as jogadas recebe um nome, vocês sabem?
Aluno 2: É Verdade que um raio pode atingir 2 x o mesmo lugar?
Aluno 4: Depende da sorte da pessoa.
P: Vocês acham que um raio pode atingir 2 x o mesmo lugar?
Aluno 2: Pode sim.
Aluno 3: Sim, pode sim
Aluno 5: Eu acho que não. Porque a energia que bate no chão ...
Aluno 4: Não, várias vezes
Aluno 5: Se tiver pararraios ...
Aluno5: No mesmo lugar?
Aluno 4: Sim.
Aluno 5: Acho que não, hein?!
P: Dentro de 170 jogadas, 1 seria a probabilidade esperada aqui pra nós. Como eu escreveria isso por um valor numérico?
Aluno 2: 1 sobre...
Aluno 3: 1 sobre 170!
P: Então, de 1...
Aluno 3: Uma pessoa de 170 é atingida.
P: Então, seria essa fração aqui
Aluno 3: É, sim!

Para Alrø e Skovsmose (2006, p.134), "Atos dialógicos envolvem, pelo menos, duas pessoas em uma relação de igualdade", e partindo disso, vemos que no início do diálogo após o professor iniciar com o questionamento, o aluno ignora o foi perguntando fazendo outra pergunta, havendo assim a ruptura do diálogo.

Os alunos, ao serem questionados pelo professor sobre como encontrar um valor em porcentagem, disseram que não lembravam, tendo o professor que explicar o processo para chegar no resultado esperado, dizendo: "*A probabilidade de uma pessoa ser atingida por um raio, aqui, no nosso experimento é 0,58%. Como vocês fazem a leitura disso? Alta, baixa, muito baixa?"* Os alunos respondem que a probabilidade de uma pessoa ser atingida por um raio, em uma tempestade, de acordo com o experimento que realizaram, é baixa.



4.4 4 º MOMENTO

Esse último momento, serviu para dar continuidade às questões que se iniciaram no momento anterior. Analisamos, em um dos instantes, as situações que abordavam os diferentes tipos de evento em Probabilidade, conforme podemos ver no diálogo 10.

Diálogo 10

> P: Qual a diferença de impossível e improvável?
> Aluno 2: Improvável pode ou não pode acontecer, impossível nunca vai acontecer!
> P: Então, uma pessoa dentro e um carro provavelmente não vai ser atingida. As chances são baixas. Mas posso afirmar que é impossível?
> Aluno 2: Não!
> Aluna 5: Não!
> Aluno 4: Não vai!
> P: Um evento impossível...
> Aluna 5: Viver pelo resto da minha vida!
> P: Exatamente! E o que seria pra vocês um evento certo? O colega ali disse um raio cair em algum lugar. Isso é certo?
> Aluno 2: Sim!
> Aluno 3: Sim!
> Aluno 4: Sim!
> Aluna 5: Sim!
> P: Eu não sei onde, mas vai cair, né?
> P: É um evento provável?
> Aluna 5: Um vulcão entrar em erupção.
> Aluno 2: Provável é que a barragem vai estourar.
> Aluna 5: Impossível ganhar na Mega-sena?
> Aluno 2: Não é, minha filha. Eu não acho! É improvável!
> Aluno 4: A barragem é certo.
> P: Quando eu falo que o evento é certo ...
> Aluno 6: ...É porque a pessoa tem 99,9999 por cento
> Aluno 2: 100 %!
> P: Um evento certo: Todo mundo aqui vai morrer um dia. A barragem se romper, depende, pode ser provável ou improvável.
> P: Você não acha que ganhar na Mega-sena, então, seria improvável?
> Aluna 5: Eu ganhar na Mega-sena é impossível. Eu não jogo!

O professor questiona os alunos sobre a diferença de um evento impossível e improvável e o aluno 2 responde mostrando que está certo sobre o que está dizendo, havendo a presença do ato de *posicionar-se*. Percebemos isso também quando o professor pergunta sobre uma pessoa ser atingida ou não por um raio, estando dentro de um carro e os alunos respondem que essa situação não é um evento impossível.

O professor age de forma a desafiar os alunos com suas perguntas, cumprindo o ato de *desafiar* que, para Alro e Skovsmose (2006), quer dizer questionar conhecimento e perspectivas que já foram estabelecidas até então.

O ato de *avaliar* também se mostra presente nesse diálogo. Em algumas partes, houve um aluno corrigindo o outro, após verificar equívocos em sua fala. A aluna 5 ao dizer que é impossível ganhar na Mega-sena, é corrigida pelo aluno 2 que diz: "*Não é, minha filha. Eu não acho! É improvável!"*. Em seguida, o aluno 6 diz que um evento certo equivale a uma pessoa ter 99,9999% de ganhar na Mega-sena e o aluno 2, novamente, responde de forma imediata, dizendo que é 100%, corrigindo o colega que, de acordo com seu entendimento, estava errado.

Reformular, segundo Alrø e Skovsmose (2006, p.115), pode levar os participantes a "confirmar que possuem um entendimento comum ou, pelo contrário, delimitar as divergências que precisam ser superadas" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p.115). Percebemos isso no último instante do diálogo, quando o professor mostra que não entendeu como a aluna 5 via como impossível a probabilidade de ganhar na Mega-sena e a aluna corrige, dizendo: "*Eu ganhar na Mega-sena, é impossível. Eu não jogo!".* A aluna teve de *reformular* o que disse para o professor compreender sua perspectiva.

Depois de ver todas essas discussões interessantes, que acontecerem no decorrer da atividade, percebi que a escuta entre alunos e professor é uma maneira muito eficaz de fazer o conhecimento acontecer. Vi que os alunos se questionaram, além de questionar o professor sobre o que estava sendo transmitido e isso, com certeza, fez com que compreendessem melhor sobre Probabilidade, além do problema estudado ser real e que pode acontecer com qualquer um de nós ter facilitado a interação deles. Gostei muito, e vocês?

5 A ATIVIDADE DE MODELAGEMMATEMÁTICA NA PERSPECTIVA SOCIOCRÍTICA

E aí, pessoal! Nós já vimos quais foram as categorias e unidades de significados de uma atividade de Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica, agora vamos ver quais estiveram presentes na atividade realizada com os alunos.

Categoria 1: Participação ativa do aluno na construção do modelo

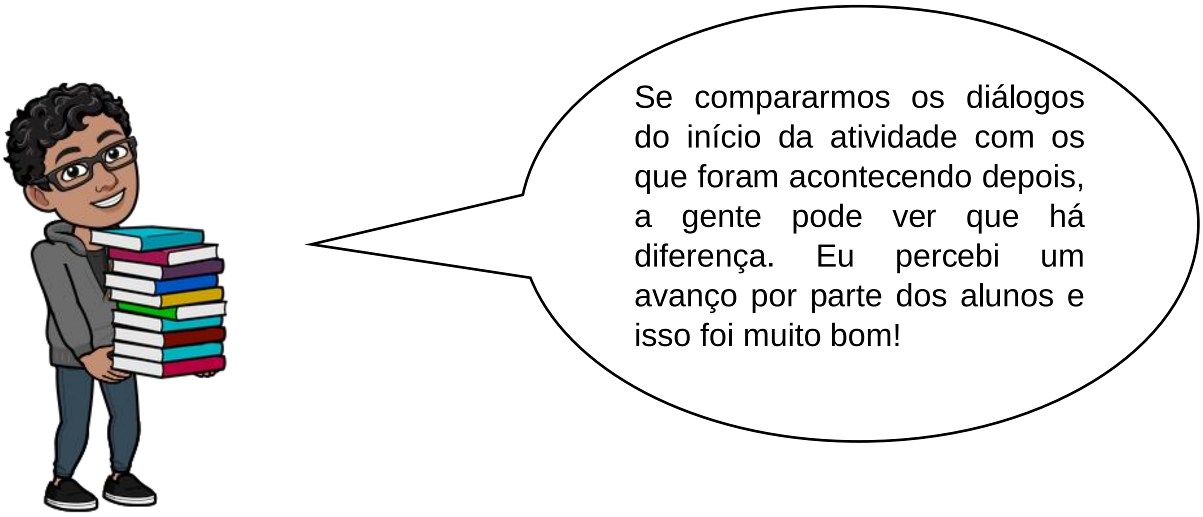
Unidades de significados presentes:

C 1.1: trabalho em grupo;

C 1.2: participação crítica e democrática nas aulas;

Ao desenvolver o trabalho em grupo, a condução da atividade permitiu criar um ambiente de igualdade entre os alunos, sendo o diálogo o princípio base. De acordo com Silva e Kato (2012, p. 830), o trabalhar em grupo “[...] permite que os alunos argumentem em defesa do que pensam e ouçamos argumentos dos seus pares[...]”.

Levando em consideração a participação crítica e democrática dos alunos durante o decorrer da atividade, permitiu-se criar um ambiente de investigação onde todos os participantes se sentissem motivados a participar e contribuir para o bom desenvolvendo do processo. Segundo Silva e Kato (2012, p.830), em uma atividade de Modelagem na perspectiva sociocrítica, os participantes“[...] fazem da sala de aula um espaço em que todos podem participar igualmente, expondo seus pensamentos e incentivando o respeito pelas ideias dos outros [...] .”



Categoria 2:Participação ativa do aluno na sociedade

Unidades de significados presentes:

C 2.2: Extensão para o contexto social;

C 2.4: Importância da Matemática na sociedade;

O professor, ao propor esta situação-problema aos alunos, pensou em uma maneira que os levassem a pensar de forma crítica e estabelecessem uma relação com algum contexto social, onde o problema proposto também pudesse ser trabalhado. Percebemos que isso ocorreu no momento em que os alunos começaram a pensar em soluções para a pergunta feita, após assistirem ao vídeo e quando citaram exemplos de pessoas que conheciam e, até familiares, que, em algum momento da vida, foram atingidos por raios em alguma tempestade.

Vale evidenciar, também, a importância da Matemática em um contexto social quando os alunos citam como exemplo a probabilidade do rompimento de uma barragem na região, estabelecendo uma comparação com alguém ser atingido por um raio em uma tempestade. Neste momento, percebeu-se a importância de compreender o raciocínio probabilístico e a relevância de compreender a Matemática para uma leitura mais aprofundada.

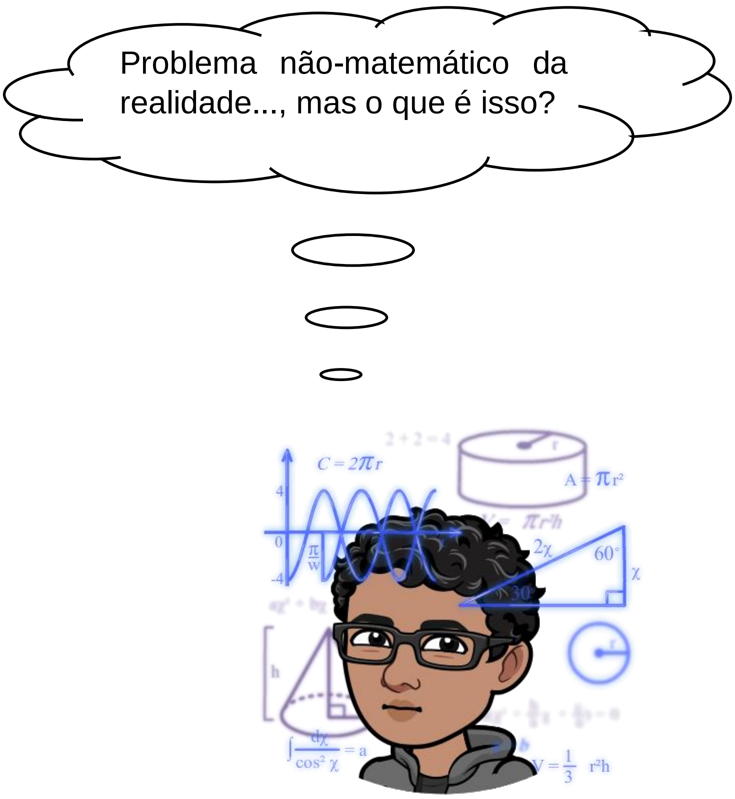
Ao conduzir a atividade para o contexto social, o professor vai de encontro às falas de Alrø e Skovsmose (2006, p.136), quando dizem que “o esclarecimento a respeito do aprendizado dialógico não está limitado ao contexto escolar”. Assim, os alunos perceberam que a aprendizagem por meio da Matemática poderia ser útil em muitas outras formas de aprendizagem e que poderiam acontecer em diferentes situações.

Categoria 3: Problema não-matemático da realidade

Unidades de significados presentes:

C 3.1: Utilizar problemas não-matemáticos da realidade;

C 3.5: Importância da Matemática na sociedade;



Para Silva e Kato (2012), um problema não-matemático da realidade, nesse caso, deixa explícito, desde o primeiro momento, para os alunos, que envolvia alguma matemática. Vale destacar que o problema a ser resolvido partiu do professor e, segundo Barbosa (2001), se classifica no caso 2.

Ao interpretar a solução do problema com os alunos, o professor os leva a compreender a importância desse resultado para a tomada de decisões, evidenciando novamente a importância da Matemática na sociedade.

Categoria 4: Atuação do professor como mediador

Unidades de significados presentes:

C 4.1: Trabalho em grupo;

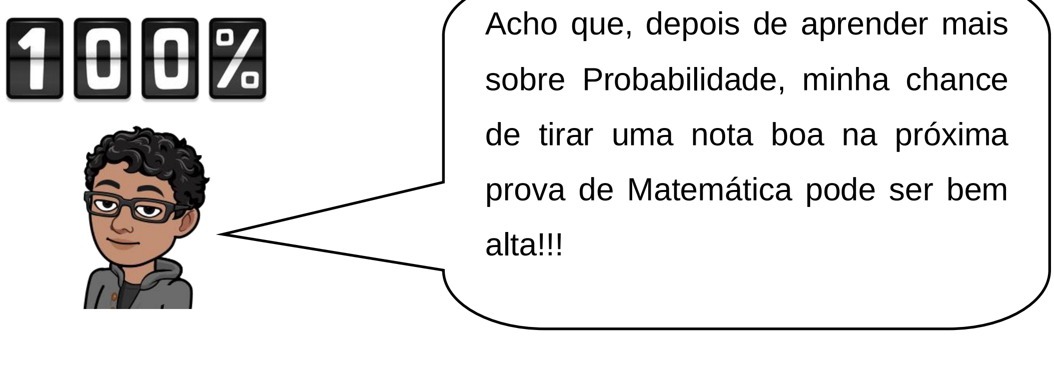
C 4.5: Importância da Matemática na sociedade;

Em uma atividade de Modelagem Matemática, é fundamental a atuação do professor enquanto mediador, de forma que os trabalhos em conjunto sejam oportunizados, levando os alunos a desenvolverem suas ideias e argumentos, expondo-os, criando, assim, na sala de aula, um espaço democrático e de diálogo.

Levando em consideração a sala de aula, neste contexto, e os diálogos ocorridos durante a atividade, vamos de encontro a Alrø e Skovsmose (2006, p.142), quando dizem que:

> Especificamente, torna-se essencial estudar o que se passa em sala de aula, na medida em que a sala de aula representa uma microssociedade, e não podemos imaginar uma educação para a democracia sem que valores democráticos básicos sejam aplicados de verdade em sala de aula.

A atuação do professor como mediador se fez necessária para a condução da atividade, pois mesmo que não seja visto como o único detentor do conhecimento, deve ficar em evidência para os alunos quem está na condução do processo. A atuação do professor como mediador também serviu para que fossem respeitadas as diferentes formas dos alunos de chegar ao conhecimento esperado, promovendo a igualdade entre eles.



Podemos ver, no quadro abaixo, as quatro categorias presentes na atividade de Modelagem realizada e suas respectivas unidades de significados.

Quadro 2 - Categorias e unidades de significados presentes na atividade

Categorias	Unidades de significados presentes
C1	C1.1; C1.2
C2	C 2.2; C 2.4
C3	C 3.1; C 3.5
C4	C 4.1; C 4.5

Fonte: elaborado pelo autor, 2019.

Percebemos que algumas unidades de significados puderam ser observadas em mais de uma categoria e outras não se mostraram presentes em nenhuma. De acordo as Silva e Kato (2012, p. 822), “Aceita-se, também, que uma mesma unidade possa ser classificada em mais de uma categoria, ainda que com sentidos diferentes”, não deixando de descaracterizar uma atividade de Modelagem na perspectiva sociocrítica.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A atividade desenvolvida se pautou na visão da Educação Matemática Crítica por acreditarmos na capacidade que a mesma tem de desenvolver nos alunos saberem que podem vir a contribuir para a formação do pensamento crítico e, consequentemente, uma transformação social.

Durante a realização da atividade, procuramos manter o foco:

- No processo de ensino e aprendizagem do conceito de Probabilidade;
- No desenvolvimento do raciocínio probabilístico;
- Nos diálogos ocorridos durante o processo;

O estudo desenvolvido permitiu dar suporte para responder à pergunta norteadora desta pesquisa, pergunta esta que consiste em: Em que medida uma atividade de Modelagem Matemática, na perspectiva sociocrítica, baseada no Modelo de Cooperação Investigativa, contribui para a compreensão da Probabilidade por meio do raciocínio probabilístico?

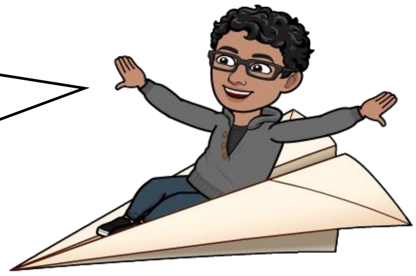
A sala de aula permitiu favorecer a construção de um ambiente democrático e crítico, onde estiveram presentes os atos dialógicos do Modelo CI – estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar – que levaram os alunos expressar seus pensamentos, ideias, ouvir a opinião dos outros, examinar outras estratégias de resoluções e analisar diferentes possibilidades de respostas.

Percebeu-se que, por mais que uma atividade de Modelagem Matemática seja pensada bem elaborada, devemos estar atentos e considerar situações inesperadas, que podem levar o professor a seguir outro caminho que pode ser diferente do que foi planejado e, quando nos atentamos para os atos dialógicos, devemos levar em consideração suas fragilidades.

Segundo Alrø e Skovsmose (2006, p.137), “Às vezes, trechos dialógicos são tão breves que nem sequer constituem entreatos - mas constituem, sim, trechos que podem levar à aprendizagem dialógica”. Houve momentos que alguns alunos se destacaram mais do que outros, que se sentiam tímidos para expor suas opiniões, o que nos leva a perceber que o Modelo CI, pode não ser totalmente atraente para todos os envolvidos no processo.

A Modelagem Matemática contribuiu para desenvolver nos alunos um saber mais crítico e consciente, de forma que perceberam o estudo como um conhecimento inserido na sociedade, indo de encontro aos objetivos da Educação Matemática Crítica.

É muito legal ver como o conhecimento pode nos levar a lugares que nunca pensaríamos chegar e, o melhor, sem nem sair do lugar! Eu aprendi muito com essa atividade e com os diálogos dos alunos e do professor. Espero que vocês também. Nos vemos numa próxima, pessoal. Até mais!!!



REFERÊNCIAS

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática**. 2ªed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: Concepções e experiências de futuros professores.** Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP-Rio Claro, 2001.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática e a Perspectiva Sócio-crítica.** II Seminário Internacional de pesquisas em Educação Matemática GT Modelagem Matemática. Santos, 2003.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como?** Veritati, n. 4, 2004, p. 73-80.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia.** 3ª ed. São Paulo: Contexto, 2006.

NOVAES, D. V.; COUTINHO, C. Q. S**. Estatística para educação profissional.** São Paulo: Atlas, 2009.

SILVA, C.; KATO, L. A. **Quais elementos caracterizam uma atividade de Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica.**Bolema. Vol.26, n.43, 2012, p.817-838.

EDUCIMAT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Agência Brasileira do ISBN
9 788582 635155
ISBN Nº: 978-85-8263-515-5