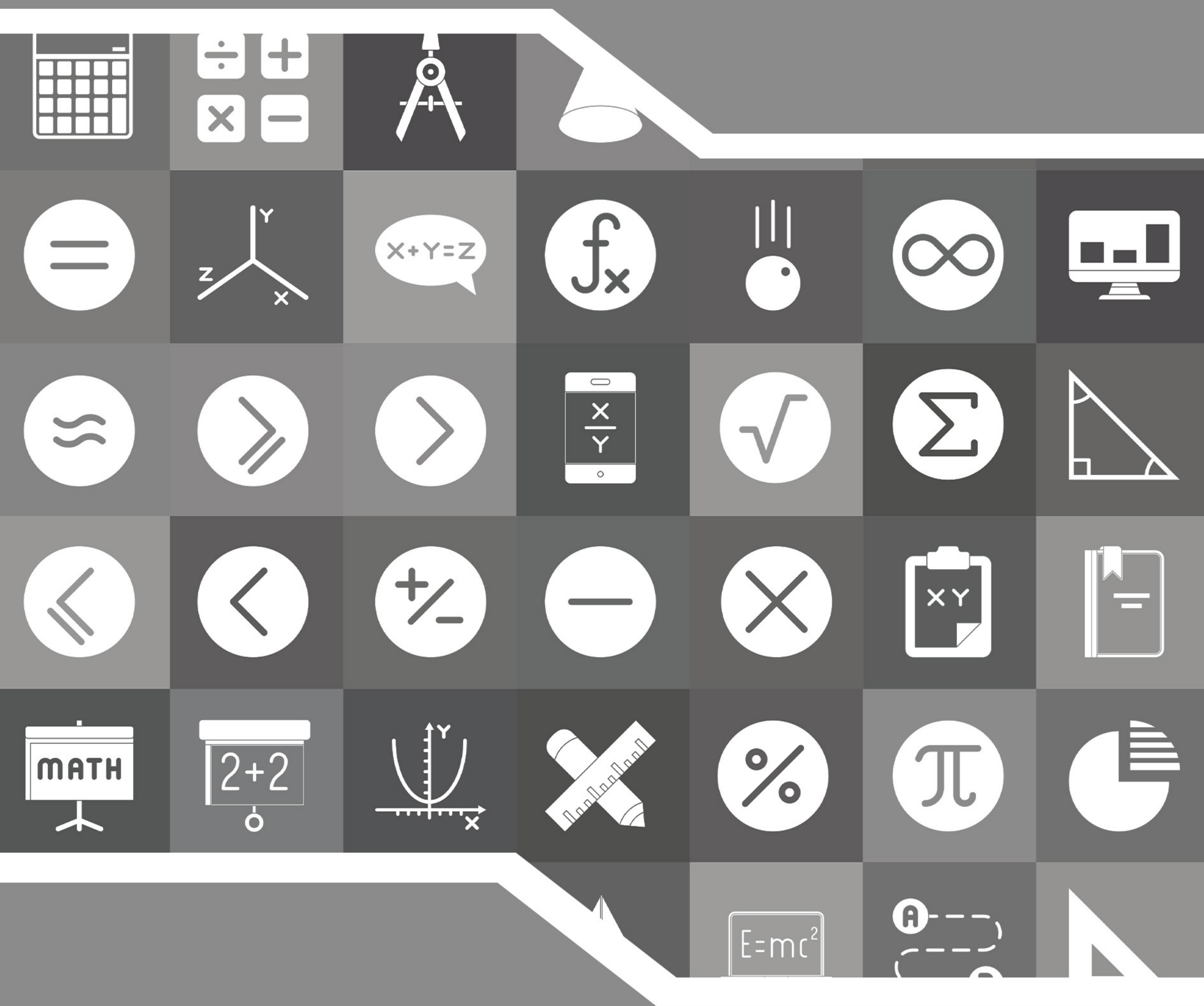
Prospecção de Problemas e Soluções nas Ciências Matemáticas 3

Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira
(Organizadores)

Atena Editora
Ano 2020

Prospecção de Problemas e Soluções nas Ciências Matemáticas 3



Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira
(Organizadores)

Atena
Editora
Ano 2020

Editora Chefe
Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Assistentes Editoriais
Natalia Oliveira
Bruno Oliveira
Flávia Roberta Barão
Bibliotecário
Maurício Amormino Júnior
Projeto Gráfico e Diagramação
Natália Sandrini de Azevedo
Camila Alves de Cremo
Karine de Lima Wisniewski
Luiza Alves Batista
Maria Alice Pinheiro
Imagens da Capa
Shutterstock
Edição de Arte
Luiza Alves Batista
Revisão
Os Autores

Atena
Editora
Ano 2020

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Atena Editora
Ano 2020

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Atena Editora
Ano 2020

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Atena Editora
Ano 2020

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas 3

Editora Chefe:	Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Bibliotecário	Maurício Amormino Júnior
Diagramação:	Camila Alves de Cremo
Edição de Arte:	Luiza Alves Batista
Revisão:	Os Autores
Organizadores:	Américo Junior Nunes da Silva André Ricardo Lucas Vieira

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

P966 Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas 3 [recurso eletrônico] / Organizadores Américo Junior Nunes da Silva, André Ricardo Lucas Vieira. – Ponta Grossa, PR: Atena, 2020.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-5706-357-6
DOI 10.22533/at.ed.576200809

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Matemática – Problemas e soluções. I. Silva, Américo Junior Nunes da. II. Vieira, André Ricardo Lucas.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2020

APRESENTAÇÃO

O contexto social, histórico e cultural contemporâneo, fortemente marcado pela presença das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação – TDIC, entendidas como aquelas que têm o computador e a internet como instrumentos principais, gera demandas sobre a escola e sobre o trabalho docente. Não se trata de afirmar que a presença das tecnologias na sociedade, por si só, justifica sua integração à educação, mas de considerar que os nascidos na era digital têm um perfil diferenciado e aprendem a partir do contexto em que vivem, inclusive fora da escola, no qual estão presentes as tecnologias.

É nesta sociedade altamente complexa em termos técnico-científicos, que a presença da Matemática, alicerçada em bases e contextos históricos, é uma chave que abre portas de uma compreensão peculiar e inerente à pessoa humana como ser único em sua individualidade e complexidade, e também sobre os mais diversos aspectos e emaranhados enigmáticos de convivência em sociedade. Convém salientar que a Matemática fornece as bases do raciocínio e as ferramentas para se trabalhar em outras ciências. Faz-se necessário, portanto, compreender a importância de se refletir sobre as estratégias pedagógicas utilizadas no ensino desta ciência.

Ensinar Matemática não se limita em aplicação de fórmulas e regras, memorização, aulas expositivas, livros didáticos e exercícios no quadro ou atividades de fixação, mas necessita buscar superar o senso comum através do conhecimento científico e tecnológico. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem matemática priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático.

A prática pedagógica intrínseca ao trabalho do professor é complexa, e buscar o “novo” exige o enfrentamento de situações inusitadas. Como a formação inicial representa a instância formadora dos esquemas básicos, a partir dos quais são desenvolvidas outras formas de atuação docente, urge analisá-la a fundo para identificar as problemáticas que implicam diretamente no movimento de profissionalização do professor que ensina matemática.

É neste sentido, que o livro “***Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas***”, em seu *volume 3*, reúne trabalhos de pesquisa e experiências em diversos espaços, como a escola por exemplo, com o intuito de promover um amplo debate acerca das variadas áreas que o compõe.

Por fim, ao levar em consideração todos esses elementos, a importância desta obra, que aborda de forma interdisciplinar pesquisas, relatos de casos e/ou revisões, refletem-se nas evidências que emergem de suas páginas através de diversos temas que suscitam não apenas bases teóricas, mas a vivência prática dessas pesquisas.

Nessa direção, portanto, desejamos a todos e a todas uma boa leitura!

Américo Junior Nunes da Silva

André Ricardo Lucas Vieira

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

DESARROLLO DE ESTÁNDARES DE MATEMÁTICAS Y FINANZAS FUNCIONALES EN ADOLESCENTES

Data de aceite: 26/08/2020
Data de submissão: 05/06/2020

Claudia María Lara Galo
Fundación DECA
Guatemala
http://lattes.cnpq.br/0139457453867826
ID de Lattes: 0139457453867826

RESUMEN: Enfocándonos en el contexto en el que se desenvuelven los jóvenes del altiplano guatemalteco, proponemos actividades que les permitan manejar conceptos relacionados con finanzas funcionales para que los apliquen en establecer planes para ahorrar y cumplir sus metas de estudio o trabajo. Las actividades se diseñan para atender a sus necesidades e intereses y desarrollar lo que los empleadores han identificado como estándares mínimos de matemáticas y finanzas funcionales para tener éxito en la vida laboral. Durante el curso se presentan las actividades que se han utilizado en diferentes programas desde modalidades presenciales hasta radiales. Además, se comparten experiencias de su aplicación con los jóvenes y sus docentes: logros y dificultades.

PALABRAS - CLAVE: Educación matemática, finanzas, estándares, emprendimiento en jóvenes**.**

DEVELOPING MATHEMATICAL AND FINANCE STANDARDS IN TEENAGERS

ABSTRACT: Many of young Guatemalans at age 16, would want to stay at school, but need to work. The present document presents different activities that we used so that students can learn mathematical concepts related to finance and entrepreneurship. It is very important for them to set goals, save money and organize their ideas either to continue their studies or to start a personal project. The educational activities are oriented to respond their needs and interests and to develop what employers have defined minimal mathematical and finance standards. The activities may be presential or remote (digital or even by radial programs). The document presents examples of past experiences using these activities, the difficulties and the success stories.

KEYWORDS: Mathematical education, finances, standards, youth entrepreneurship.

JUSTIFICACIÓN

Según los resultados que comparte el Ministerio de Educación de Guatemala en su informe de resultados de la evaluación a graduandos de 2018, los logros del dominio de contenido matemático de los egresados de la secundaria del sistema educativo nacional reflejan que apenas el 11% de los graduandos tienen un dominio de las habilidades esperadas y conocen los temas matemáticos mínimos. Al egresar, con un promedio de 19 años cumplidos, los estudiantes pueden proseguir estudios en la universidad, buscar trabajo o emprender para obtener ingresos por su cuenta. El ingreso a la universidad depende de ser admitidos luego de aprobar varias pruebas escritas y de la capacidad de pago de los estudiantes. El acceso al trabajo varía según cada joven cumpla o no los requisitos esperados por los empleadores y el organizar una microempresa se logra con ideas claras, sanos hábitos financieros y mucha voluntad. Es importante señalar que, además, la población cubierta por el sistema educativo no llega a ser el 25% del total de jóvenes que deberían cursar la secundaria. Muchos factores inciden en esta realidad ya que la pobreza, la falta de cobertura de institutos secundarios oficiales o la mala atención que en dichos institutos se ofrece a los jóvenes limitan el ingreso y favorecen la deserción. Ante esta realidad y sabiendo que hay una fuerte migración ilegal de jóvenes a los Estados Unidos de América, desde hace algunos años ciertas entidades no gubernamentales nacionales e internacionales han orientado sus esfuerzos a formar a los jóvenes para que además de alcanzar los logros (que pueden estar expresados en competencias o en estándares) de matemáticas, puedan desarrollar contenidos y habilidades de finanzas funcionales.

En el marco de estos esfuerzos, un conjunto de siete organizaciones no gubernamentales (ONG)[1] nacionales e internacionales propone un diplomado, de un año de duración, para el emprendimiento: Proyecto Puentes. Dicho diplomado compuesto por cursos variados (que cubren temas como autoestima, identidad, educación sexual y salud, valor del trabajo en equipo, emprendimiento y similares) se trabaja en sesiones fuera de la escuela con facilitadores preparados para coordinarlo y para acompañar a los participantes apoyándoles y orientándoles para que apliquen lo que van aprendiendo. El diplomado es una de las tantas posibles respuestas a las necesidades de los jóvenes del altiplano guatemalteco. Se orienta a desarrollar en ellos, dentro o fuera del sistema escolar, competencias para la vida, competencias laborales y competencias para el emprendimiento. Este minicurso trata específicamente del módulo, dentro del diplomado, para la formación de competencias relacionadas con las finanzas funcionales. **Propuesta del módulo**

La propuesta de un módulo diseñado específicamente para lograr que los jóvenes tengan conocimientos, hábitos y habilidades para reconocer oportunidades y generar recursos, manejarlos y mantenerlos, entre otras cosas, podría ser redundante si los adolescentes asistieran a la escuela secundaria (conocida como "el instituto" en Guatemala) y allí se formaran integralmente. Como explicamos, la mayoría de jóvenes no asiste al instituto y, de los que asisten, pocos logran las competencias matemáticas mínimas. Se vuelve entonces, prioritario, sobretodo para satisfacer las necesidades acuciantes de los hombres y mujeres de entre 15 y 24 años de edad que deben tener recursos para sobrevivir, proponer el curso con

1 USAID, World Vision, FUDI, Vitrubian consulting, Juárez y asociados, Akebi, Fundasistemas

propósitos claros, metodología y recursos efectivos y medios para evaluar impacto real.

En consenso con las ONG que han propuesto el diplomado y que tienen varios proyectos dirigidos a jóvenes en la región del altiplano guatemalteco, para orientar y definir el módulo de formación en finanzas funcionales se toman en cuenta:

a. Las competencias básicas para la vida adaptadas de lo que instituciones internacionales como la Organización para la cooperación y el desarrollo económicos (OCDE) o el Banco mundial (BM) proponen y que United States Agency for International Development (USAID) integra en sus programas y documentos (ver anexo A).

b. Los estándares internacionales y nacionales de matemáticas, el currículo nacional base, CNB, relacionado con los temas de productividad y desarrollo, emprendimiento, matemáticas y contabilidad básica (ver Anexo B).

c. Como elemento novedoso se toma en cuenta lo que los empleadores de la región del altiplano guatemalteco, donde se implementará el diplomado, sugieren o esperan de sus futuros empleados.

Con esos insumos se plantean metas de formación, indicadores de logro y contenidos:

Competencias que desarrolla	*Estándar educativo*	*Indicador de logro*
Aplica matemáticas funcionales para la toma de decisiones. Elabora presupuestos en diversas actividades y procesos de producción.	Calcula el balance de ingresos y egresos para llevar el control financiero según un presupuesto. Calcula la relación entre gastos y dinero disponible como parte del presupuesto personal. Calcula el presupuesto considerando el ahorro y otras situaciones emergentes.	Establece un presupuesto personal.

Tabla 1. Competencias, estándares e indicador de logro 1.

Contenido 1: El dinero y tú (qué es y cómo elaborar un presupuesto).

Competencias que desarrolla	*Estándar educativo*	*Indicador de logro*
Desarrolla habilidad para tomar decisiones en sus actividades económicas. Desarrolla el hábito de ahorrar. Tiene la capacidad de planificar en proyectos alternos.	Identifica actores y elementos importantes de su comunidad. Identifica oportunidades laborales en su entorno.	Identifica fuentes de ingreso éticas de acuerdo a sus habilidades. Enuncia su vocación. Valora un proceso de ahorro.

Tabla 2. Competencias, estándares e indicadores de logro 2.

Contenido 2: Tu trabajo y producción, tu vocación (formas éticas y satisfactorias de generar ingresos).

Competencias que desarrolla	*Estándar educativo*	*Indicador de logro*
Analiza registros para tomar decisiones informadas. Administra adecuadamente sus ahorros, inversiones y préstamos. Tiene una cuenta de ahorro que alimenta al menos, trimestralmente.	Compara datos en tablas. Analiza y compara información para tomar decisiones.	Cuantifica lo que necesita para ahorrar para realizar un proyecto específico. Define un plan de ahorro trimestral o mensual. Decide sobre ahorro, préstamos e inversiones.

Tabla 3. Competencias, estándares e indicadores de logro 3.

Contenido 3: Planifica tu futuro, organiza tus finanzas (cómo manejar préstamos, créditos, inversiones).

Competencias que desarrolla	*Estándar educativo*	*Indicador de logro*
Valora el pago de impuestos consciente de su importancia para contribuir a la comunidad.	Selecciona y maneja los dispositivos y sus aplicaciones digitales según sus necesidades personales y laborales.	Enunciar instituciones que recolectan impuestos. Explicar el uso de impuestos. Valorar el pago de impuestos.

Tabla 4. Competencias, estándares e indicadores de logro 4.

Contenido 4: Responsabilidad y compromiso, paga impuestos (ciudadanía e impuestos).

La metodología es, quizás, el reto más grande. Los estándares e indicadores de logro dirigen la atención a contenidos de aritmética fundamental. Este tema se estudia, sin mayor éxito, en el nivel primario. Sacar porcentajes y sus aplicaciones a impuestos y tasas bancarias, aplicar proporciones, así como manejar fracciones, moneda y sus equivalencias, y analizar pasivos, activos, deudas, etcétera, no son temas avanzados, pero sí son necesarios y conocido es que los jóvenes no los dominan. Es muy importante organizar sesiones de aprendizaje diferentes a las tradicionales clases de matemáticas a las que los jóvenes están asistiendo o han asistido de forma indiferente, realizando actividades memorísticas sin sentido para ellos. Así, para el primer módulo se redacta una guía de actividades para los participantes y una guía para los facilitadores. En dichas guías se plantean varias actividades que, a lo largo del diplomado, proponen y orientan al joven para realizar un plan de vida integrando lo que cada módulo le aporta.

En el módulo de las finanzas funcionales la metodología propone actividades de aprendizaje contextualizadas en cuanto al entorno cotidiano de los jóvenes desde la geografía hasta las tradiciones de grupos culturales de la región. Cada uno de los temas se introduce con un reto o problema que llame la atención de los jóvenes ya sea porque les atañe directamente o porque les ofrece una oportunidad para su futuro. Se trabaja en equipos para dar la oportunidad de practicar diferentes roles (coordinar, redactar, expresar ideas oralmente, ordenar y manejar material, trabajar a tiempo, etcétera) y de generar diálogo usando terminología matemática o financiera. Se favorece el uso de tecnología para encontrar y compartir información (tecnología para la información y la comunicación TIC), para aprender (tecnología para el aprendizaje y la comunicación TAC) usando aplicaciones y software variado para organizarse y empoderar a cada joven (tecnología para el empoderamiento y la participación TEP). Más allá de compartir teoría, el módulo orienta a los jóvenes a observar a su alrededor las fuentes de información, de generación de recursos y a plantear sus metas e ideas en un plan de vida integral. En todo el curso hay oportunidades para evaluar los conocimientos que se van logrando y las habilidades que se van desarrollando. Debido a la edad y posibilidades de los jóvenes, es importante que tengan formas de autoevaluación que les permitan redirigir sus acciones para lograr sus metas. En el módulo encuentran instrumentos y actividades para conocer lo que han avanzado según los propósitos del curso y del diplomado.

En resumen, lo que encuentra cada joven en su guía es:

a. Un reto contextualizado que deberá resolver en grupo

b. Vocabulario indispensable y fuentes de información

c. Oportunidades y recursos en el entorno que deberá identificar

d. Espacio para definir sus metas y propósitos de vida relacionados con el tema

e. Instrumentos para evaluar sus logros y redirigir sus acciones

LOGROS Y PENDIENTES

Inicialmente se realiza en 2017 un plan piloto con 300 jóvenes. Para implementar el plan se forma a los facilitadores utilizando un modelo que denominamos ARR consistente en que el formador o la formadora de los facilitadores actúa (A) o modela una vivencia como la que los jóvenes encontrarán en sus guías para luego dar oportunidad a los facilitadores de reflexionar (primera R) acerca de la misma y comprender los elementos teóricos de las actividades de aprendizaje seleccionadas. Luego, ya en el aula, los facilitadores reaccionarán (la segunda R) replicando, ajustando o mejorando las actividades con los jóvenes. Se les solicita, sobre todo porque es un plan piloto, que registren sus logros, evalúen el material y cómo los jóvenes reaccionan. A los participantes del plan piloto se les aplica una prueba de contenido de acuerdo a los estándares específicos y también una escala de actitud. Ambos instrumentos se realizan antes y después del diplomado.

El plan piloto da información para mejorar el diplomado y, finalmente, en 2018 se atiende 6,035 adolescentes del altiplano guatemalteco. Los resultados de la implementación aún están en proceso de organización y análisis. Sin embargo, pronto, el modelo del diplomado llama la atención de otras ONG que reaccionan al ver la orientación y los contenidos del diplomado y cómo los jóvenes se expresan de los cursos que van recibiendo. El Instituto guatemalteco de educación radial (IGER), adapta el diplomado y el curso de finanzas logrando formar a 4,205 jóvenes que ya formaban parte de sus programas semipresenciales. También los resultados están pendientes de análisis, aunque estudios preliminares aún no publicables evidencian mejora en la autopercepción de los jóvenes en cuanto a la posibilidad de trazarse metas y lograrlas, así como interés en formarse en los temas de finanzas funcionales para emprender, generar recursos y saber cómo gastar su dinero de forma adecuada además de aumento de contenidos básicos y de finanzas. Algunas de las conclusiones y recomendaciones que resaltan en el borrador del resumen ejecutivo –aún en proceso de construcción y cuya divulgación no es permitida en este momento- se refieren a la metodología y materiales educativos indicando que predomina la valoración positiva de los distintos entrevistados (participante, facilitadores, organizaciones ejecutoras) acerca del diseño curricular, de los temas abordados por los módulos y de la mediación pedagógica de los materiales educativos. Se valida la importancia del módulo ¿Quién soy? como un buen inicio del proceso y se reconoce la utilidad de los demás módulos particularmente el de las finanzas funcionales. Los resultados cuantitativos (pre y postest) y cualitativos de la evaluación confirman diferencias significativas en el desarrollo de las competencias básicas para la vida propuestas por el diplomado. Entre las sugerencias destaca la necesidad de continuar con el perfeccionamiento de una metodología de evaluación de las competencias para la vida y la interpretación de los niveles de aprendizaje alcanzados en este tipo de programas formativos.

Durante el minicurso se modelará la metodología que ha sido bien aceptada haciendo énfasis en aquellas técnicas valoradas como exitosas y en la importancia de la relación facilitador – joven participante.

REFERENCIAS

Banco Mundial (2005). *Ampliar oportunidades y construir competencias para los jóvenes: Una agenda para la Educación Secundaria*. Washington, D.F.

Ministerio de Educación de Guatemala. (2018). *Currículo nacional base. Nivel básico.* Guatemala.

_______________________________ (2019). *Resultados de la evaluación de graduandos 2018*. Guatemala.

OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico). (2005). *La definición y selección de competencias*. Resumen Ejecutivo. Paris. Disponible en: http://www.deseco.admin.ch/

USAID (United States Agency for International Development). (2008). *Investigación nacional sobre competencias básicas para la vida: Un estudio cualitativo*. Guatemala.

____. (2017). *Propuesta para los estándares laborales para programas de formación dirigidos a jóvenes*. Proyecto Leer y Aprender. Guatemala.

APÉNDICE A

Competencias básicas para la vida

Figura 1. Competencias básicas para la vida definidas para Guatemala.

APÉNDICE B

Estándares en matemáticas básicas y finanzas funcionales

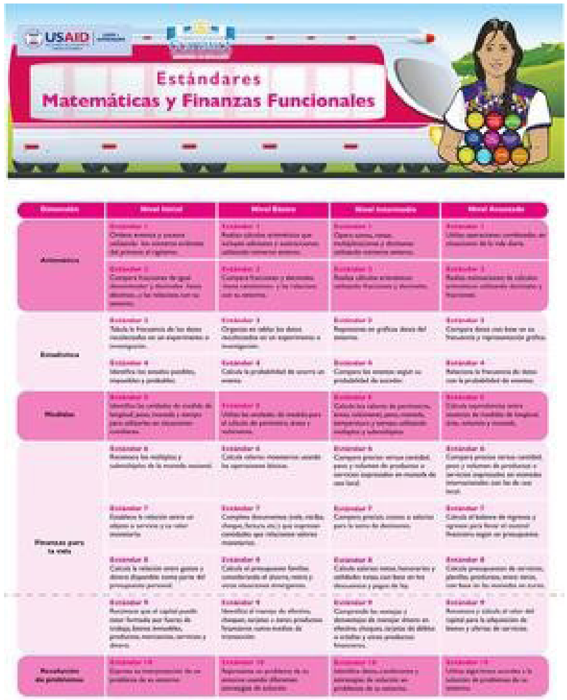


Figura 2. Estándares de matemáticas y finanzas funcionales

Estándares de Matemáticas y Finanzas Funcionales

Se refieren a "la habilidad de hacer juicios informados y tomar decisiones eficaces con relación a la administración actual y futura de nuestro dinero. Incluye la habilidad de entender las diferentes opciones financieras, planear para el futuro, gastar sabiamente, y saber manejar los retos asociados con las situaciones cotidianas de la vida como la posible pérdida del empleo, ahorrar para el retiro o pagar la educación de los hijos." (U.S. Government Accountability Office).

El área de Matemática y Finanzas Funcionales incluye las destrezas que los estudiantes deben desarrollar para usar las matemáticas y finanzas en su ámbito laboral, social y personal. En cuanto a matemáticas, se espera que puedan formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos; también que sean capaces de emplearlas para resolver problemas y situaciones de su vida laboral y personal. En cuanto a finanzas funcionales, esta se refiere al conocimiento y comprensión de conceptos y riesgos financieros, y el uso que se hace de ellos para tomar decisiones en diferentes contextos.

En esta línea, las dimensiones clave que sustentan este grupo de estándares son:

1. **Aritmética.** Se refiere a desarrollar en los jóvenes la capacidad de utilizar los números y realizar cálculos aritméticos básicos para resolver situaciones de su entorno.

2. **Estadística.** Con esta dimensión se promueve que los jóvenes utilicen conocimientos y destrezas básicas de estadística para resolver situaciones de su entorno.

3. **Medidas.** El objetivo de esta dimensión es que los jóvenes usen medidas para resolver situaciones de su entorno laboral, personal y social.

4. **Finanzas para la vida.** El propósito de estos estándares es que los jóvenes manejen y utilicen conceptos financieros para tomar decisiones en los diferentes ámbitos donde se desenvuelven.

5. **Resolución de problemas.** Con los estándares de esta dimensión de busca que los jóvenes resuelvan problemas de la vida cotidiana o laboral utilizando diferentes estrategias de pensamiento y conocimientos matemáticos y financieros.

Figura 3. Estándares de matemáticas y finanzas funcionales

CAPÍTULO 2

APRENDIZAGEM MATEMÁTICA: UMA NOVA PERSPECTIVA ATRAVÉS DA CONTEXTUALIZAÇÃO E INTEGRAÇÃO

Data de aceite: 26/08/2020

Data de submissão: 05/06/2020

Samara de Kássia Saraiva Rodrigues
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/4718312275197447

Izabel Cristina Gemaque Pinheiro
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://Lattes.cnpq.br/8529654767042818

Daniellen Costa Protazio
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/8302393991229224

Danielle de Jesus Pinheiro Cavalcante
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Abaetetuba - Pará
http://lattes.cnpq.br/3299550194220478

Aline Lorinho Rodrigues
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Abaetetuba – Pará
http://lattes.cnpq.br/6602720119096278

Cristiane Matos Oliveira Nascimento
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju - Pará
http://lattes.cnpq.br/8119440089202484

Camila Americo Neri
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju - Pará
http://lattes.cnpq.br/4391535086811495

Priscila da Silva Santos
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/2240844963549424

Yara Julyana Rufino dos Santos Silva
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/3454281160985590

Ashiley Sarmento da Silva
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Abaetetuba – Pará
http://lattes.cnpq.br/7441462727185859

Odivânia Ferreira de Moraes
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/2853396161827616

Alex Gonçalo da Costa Maciel
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/8487300355812350

RESUMO: O presente trabalho destaca a experiência vivenciada através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), na Escola Municipal de Ensino Fundamental Tia Érica Strasser, localizada no Município de Moju – PA, em uma turma do 8º ano. Uma lista de atividades foi aplicada com o objetivo de revisar o assunto de sistema de equações linear, possuindo perspectivas educacionais que gerassem ações de companheirismo e socialização entre alunos e professores. As expectativas foram superadas, já que por

interesse próprio, os alunos se envolveram com grande empenho, buscando ajuda, aproveitando a presença dos professores em sala. Uma aula diferenciada perfaz uma aprendizagem real, buscar metodologias que tragam benefícios, tanto para o aluno quanto para o professor, desta forma, tem-se um retorno positivo. No entanto, há necessidade de se ter um professor a mais em sala de aula, para conseguir atender melhor as especificidades de cada educando.
PALAVRAS-CHAVE: Atividade, Aprendizagem, Professor, Contextualização.

MATH LEARNING: A NEW PERSPECTIVE THROUGH CONTEXTUALIZATION AND INTEGRATION

ABSTRACT: The present work highlights the experience lived through the Institutional Program of Teaching Initiation Scholarships (PIBID), in the Municipality Elementary School Tia Érica Strasser, located in the Moju city - PA, in a class of the 8th grade. A list of activities was applied in order to review the subject of a system of linear equations, with educational perspectives that would generate actions of companionship and socialization between students and teachers. Expectations were exceeded, as out of self-interest, students got involved with great effort, seeking help, taking advantage of the teachers' presence in the classroom. A differentiated class makes a real learning, looking for methodologies that bring benefits, both for the student and for the teacher, in this way, there is a positive return. However, there is a need to have an extra teacher in the classroom, in order to better meet the specificities of each student.
KEYWORDS: Activity, Learning, Teacher, Contextualization.

1 I INTRODUÇÃO

O presente texto, objetiva relatar a aplicação de uma atividade envolvendo o assunto de Sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas, alinhadas a uma metodologia socioindividualizável, afim de esclarecer e sanar dúvidas que surgissem no decorrer da explanação. Além do educando adquirir conhecimento para sua evolução educacional, a contribuição estende-se a uma amplitude que o leve a perceber onde e de fato está inserido o assunto matemático, abordado através da contextualização, gerando assim, sentido para sua aprendizagem.

> Contextualizar o Ensino da Matemática é transformar e modernizar o ensino desta matéria para os alunos que encontram dificuldades de abstrações; é também responder aos apelos da sociedade por uma aprendizagem matemática ao alcance de todos os sujeitos inscritos em salas de aula como aprendentes, em correspondência às suas expectativas de aprendizagem. (SANTOS E OLIVEIRA, 2012, p. 15)

Esta ideia surgiu diante das experiências presenciadas em sala, através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), em uma turma de 8º ano, na Escola Tia Érica Strasser, notamos que os alunos não correspondiam as instigações feitas durante a aula expositiva, com poucos dias para a avaliação escolar alguns conseguiam resolver o que lhes era proposto, entretanto, as dificuldades em desenvolver soluções para determinados problemas permanecia.

Tais fatos geraram inconformismo, como ajudar cada educando em particular para se obter um resultado significante e com maior eficácia no ensino e aprendizagem deles? Diante estas inquietações, começamos a buscar algo relevante que não fosse estranho aos olhares destes e ao mesmo tempo fosse inovador. Analisamos todas as diagnoses feitas durante as aulas, para verificar se a lacuna deixada estava nas atividades aplicadas ou na maneira ao qual estas eram expostas. Guardamos todas as informações relevantes afim de compartilha-las com o professor orientador, para que se pudesse levar a um diálogo que visasse a construção de material para a realização da atividade de revisão.

A medida encontrada para o momento, foi a atuação conjunta dos três professores: orientador e bolsistas, acreditávamos que contextualizando as questões e acompanhando minuciosamente cada aluno, conseguiríamos obter um bom desempenho durante a avaliação, pois a monotonia das aplicações de atividades até então apresentada a eles, seguia um cronograma repetitivo, pois o livro didático era a única ferramenta ao qual tinham acesso.

Os educandos transcreviam as atividades para o caderno, gerando assim desinteresse por parte deles, desta forma, a aula se transformava em conversas paralelas, brincadeiras e distrações. Diante destes fatos, construiu-se a perspectiva de entrelaçar diversos aspectos presentes para a contextualização dos saberes repassados na atividade.

A nova metodologia visava a aprendizagem real do educando, através da diferenciação da didática habitual, a dinamização das questões, a inovação quanto a forma com a qual eram aplicadas. Estas eram as metas a serem alcançadas, já que pretendíamos instigar a autonomia deles em desenvolver e resolver problemas. Buscamos desenvolver a educação matemática que vai além dos muros da escola, não sendo somente uma transmissão de conteúdo, e sim de atividades que possam gerar atitudes humanizadas, no que tange os maiores objetivos da educação em geral, já que a atividade em questão exigia diálogo e interação, entre todos os envolvidos, não se concentrando em apenas revisar, mas em gerar um ambiente de indagação e coletividade.

Vimos com a aplicação da atividade a insuficiência quantitativa de profissionais para o acompanhamento profundo que pretendíamos, causando uma reflexão que se concentra na demanda de um professor para uma turma com 28 alunos presentes na realidade aqui apresentada.

Como auxilio bibliográfico, buscamos autores como Dante (2007), D'Ambrósio (1998), Freire (1967), Pais (2006) e Santos e Oliveira (2012), que tratam da aprendizagem matemática com a importância que esta possui, abrangendo teorias de grande participação neste processo.

2 | REFERENCIAL TEÓRICO

O cuidado ao saber que atividade realizar, esclarecendo os objetivos, planejando a metodologia a ser aplicada, é de suma importância para que o aluno possa obter uma aprendizagem real. Freire (1967) destaca a importância da educação em uma amplitude social onde o ser não será o mesmo a partir do momento em que adquirir para si conhecimentos que contagiam a sociedade, onde verdadeiramente a educação é irradiada aqueles que possuem fraco contato com ela.

Levar o aluno a desafios e a realiza-los, é parte fundamental para o desenvolvimento de seu pensamento educacional, referindo-se à sua aprendizagem e conhecimento matemático. Sendo a resolução de problemas em contextos que justamente possam ser explorados para a sua vivência, neste mesmo raciocínio, Pais afirma que:

> No contexto escolar, compete-nos refletir sobre a importância de o aluno envolver-se com o desafio intrínseco ao conhecimento matemático. A partir desse pressuposto, acreditamos que a aprendizagem da Matemática se torna mais significativa, pois o aluno experimenta a sensação da descoberta do novo, por seus próprios méritos, mesmo prevendo a interatividade contida no trabalho em equipe. Essa sensação de descoberta é de suma importância para o desenvolvimento intelectual (…). (PAIS, 2006, p. 135).

É necessário buscar onde está a dificuldade, para que possam ser preenchidas as lacunas, pois para se obter resultados positivos a aprendizagem real do aluno é o ponto principal a alcançar. A tradicional aula de matemática expositiva, vem mostrando pontos de que se faz a necessidade de ser reinventada, não de forma brusca, mas de maneira que seja acessível ao o aluno e ao professor, a medida com a qual será realizada a mediação, terá como consequência a forma dele de qualificar está ciência. D'Ambrósio ressalta que:

> É bastante comum o aluno desistir de solucionar um problema matemático, afirmando não ter aprendido como resolver aquele tipo de questão ainda, quando ele não consegue reconhecer qual o algoritmo ou processo de solução apropriado para aquele problema. Falta aos alunos flexibilidade de solução e a coragem de tentar soluções alternativas, diferentes das propostas pelos professores. (D'AMBRÓSIO, 1998, p. 15).

A preocupação em estimular o aluno a buscar métodos para solucionar o que lhe foi proposto, se torna escasso, haja vista que há horários e uma grade curricular a cumprir. Uma vez apresentado uma única forma de solucionar problemas, causa danos a construção de outros algoritmos, ao deixar o educando livre para tentar resolver as atividades, estar-se dando caminhos para que este possa buscar outros meios além daquele que lhe foi apresentado, não deixando o preso a um único algoritmo de solução. O ensino-aprendizagem não está restrito a escola, onde o professor é o detentor de todo o conhecimento, deve-se buscar ir além, o que sugere mais conhecimento e confiança que favorecem a educação como um todo.

A qualquer circunstância todos são capazes de obter e repassar conhecimento, então seguindo esta linha de pensamento, Freire (1967, p. 58) afirma que “ o homem em qualquer que seja seu estado, é um ser aberto.”, podendo agir não só em ambiente escolar, aplicando conhecimentos matemáticos como sendo também todo o ambiente a sua volta um extenso campo de aprendizagem, abrindo-se para o ensino de vida, retraindo pensamentos de soberba, com humildade para aprender, e desenvolver sua capacidade de encarar novos conhecimento.

3 | METODOLOGIA

A partir da diagnose prévia, produzimos uma lista de exercícios juntamente a questões discutidas. O trabalho possuía o intuito de fazer dos alunos, atuantes em resoluções, promovendo a atitude de resolver sozinhos aquilo que lhes era proposto, o que até o momento era feito por poucos. A aula para a outra parte dos alunos não era atrativa, vale lembrar que a criação de desafios e a oportunidade da pesquisa, provoca curiosidade gerando assim aprendizagem e expansão do conhecimento. Para a realização da atividade fez-se uso dos seguintes materiais:

- Caneta esferográfica;
- Lápis;
- Borracha;
- Pincel para quadro branco;
- Quadro branco;
- Papel A4;
- Atividade impressa.

A realização da atividade, foi em seis horas aulas, sendo aplicada em dois dias, pelo período matutino, nos três primeiros horários. Eram três professores atuantes no momento, a cada aluno era dada uma lista, onde estes eram instruídos a buscar soluções para os problemas sem que houvesse intervenção dos professores para a criação do algoritmo ou a interpretação por estes. A lista continha uma questão de cada conteúdo, as questões que geravam mais dúvidas, eram expostas no quadro e discutidas com o envolvimento de todos.

A atividade de revisão ocorreu em dois momentos, no primeiro buscamos explorar se o aluno conseguia identificar uma equação com duas incógnitas, pois para prosseguir, este conhecimento seria fundamental, estando presente também a explicação do conteúdo, assim como os tópicos: método da adição e da substituição. No segundo momento, trabalhamos os tópicos: método de tentativa e erro e sistema indeterminado, encerrando a revisão do assunto visto durante as aulas. Vale ressaltar que antes da aplicação das atividades eram realizadas explanações dos assuntos abordados. Cabe aqui esclarecer que houveram também questões que foram expostas e resolvidas de forma oral.

Como as atividades foram realizadas em dois dias, os alunos eram instruídos a buscar informações que fossem relevantes para a realização da atividade, dando a oportunidade da pesquisa a estes, de posse de tais informações, eles discutiam o achado e questionavam tais resoluções, pois até o momento só conheciam o algoritmo de resolução apresentado pelo professor mediador.

As questões possuíam problemas e contextualização para que assim os alunos fossem postos a enfrentar desafios, como também, perceberem a presença do conteúdo em contextos diferentes. Dante (2007, p. 9) afirma que problemas matemáticos "é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la". Por isso, o desafio proposto aos alunos, apegou-se a tentativa de fazer com que os próprios pudessem pensar matematicamente, sem imposição, desenvolvendo assim seu cognitivo.

4 | RESULTADOS

Percebemos que durante as resoluções todos os alunos presentes tentaram resolver as questões, havendo incentivo por parte dos professores. A cooperação não ocorreu somente entre professor e aluno, como também de aluno para aluno e de professor para professor. Ressaltamos que, apesar da presença de três professores (o professor mediador participante do projeto e duas bolsistas do PIBID), para 28 alunos presentes, haviam momentos em que se fazia necessário o envolvimento de mais professores.

Apesar dos alunos já terem possuído contato com a didática em questão, a dinâmica aplicada pelo professor era inversa, pois ele resolvia sozinho as questões no quadro, eram raras as participações dos alunos nas resoluções, e estes demostravam desinteresse nas atividades propostas durantes as aulas. Quando não resolvidas no mesmo dia eram levadas para resolução em casa, o que não resultava em sucesso, pois apenas um ou dois alunos resolviam as atividades. Durante a aplicação da atividade proposta por nós, a turma mostrou-se ansiosa e curiosa, o barulho que rotineiramente se escutava, transformou-se em discussão relevante para o armazenamento de conhecimentos e revitalização da aprendizagem.

Na realização da atividade o momento foi de concentração, na qual de forma diferente, cada um expunha suas ideias, socializando entre todos os presentes. Conseguimos ainda identificar lacunas sobre o assunto em questão, por mais que essas dúvidas não fossem proferidas e mesmo sem a solicitação de ajuda, de maneira cautelosa esses espaços eram preenchidos com o conhecimento em questão, pois mesmo que não percebessem seus erros geravam acertos totalmente relevantes para a sua aprendizagem real.

Conseguimos com esta atividade de revisão fazer com que os alunos se envolvessem de forma participativa e acolhedora em relação a situação da didática aplicada. A atividade aplicada foi para a 5ª avaliação, desta maneira, esperamos então a contagem das notas, e estas por sua vez ficaram na média de seis a nove, apenas três notas foram abaixo de seis, concluindo-se que o rendimento foi maior do que na avaliação passada. Com essa ação foi possível perceber rendimentos, e constatou-se a contribuição da atividade na potencialização do conhecimento dos alunos em relação ao conteúdo em questão.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

O profissional docente da área de matemática enfrenta desafios diários, com a idealização das adversidades em relação a disciplina, por esse motivo buscamos desenvolver uma atividade para tratar as dificuldades no assunto, gerando um espaço matemático de discussão e aproximação entre os atuantes em sala de aula. Levando-os a socializar dúvidas e respostas que surgiram a partir do momento em que se deparavam com os problemas, diferenciando-se do que o tempo havia transformado em rotina.

Sendo assim, chegamos a uma discussão, constatando que nem sempre o problema está concentrado no fato de ser uma lista com questões, mas na metodologia que está sendo aplicada, e em qual esfera se liga a didática utilizada. Cabe então salientar que a curiosidade nas aulas se relaciona ao fato de uma novidade aos alunos, tornando importante pensar e buscar ferramentas para construir o novo e atrair para a matemática aqueles que ainda não se familiarizaram com sua magnitude. Haja vista que o saber matemático não está expresso somente em livros, há muitos são detentores de conhecimento matemático, porém ao fazer uso em sala de aula com teorias desconhecem tal ciência.

Era perceptível que a atuação de apenas três professores era insuficiente para a demanda de alunos. Tendo então que em alguns momentos haver uma organização para que pudéssemos cobrir a turma toda, diante disso, ainda há uma inquietação, da qual interrogamos, se apenas um professor atuante em sala atenderia as necessidades como está vivenciada na atividade de revisão aplicada, na qual requer um acompanhamento as especificidades e dificuldades de forma especial e delicada de cada aluno.

Salientamos ainda, que a educação matemática é atacada com a desviada visão de que esta é uma matéria difícil e é para poucos. De fato, a matemática possui sua complexidade, no entanto ela não seleciona os melhores, mas abrange a todos. Esta preocupação tem que estar presente na elaboração de atividades, e deve ser levada em consideração para o sutil acompanhamento dos professores atuante, que devem demonstrar incentivo ao educando de que neste momento, ele é o protagonista, que se realiza como grande atuante de sua aprendizagem e principal autor de seu conhecimento, logo este por sua vez deve estar sempre presente nas aulas.

REFERÊNCIAS

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática 1ª a 5ª séries**. Editora Ática, 2002 - São Paulo, SP

D' AMBRÓSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** - Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989.

FREIRE, Paulo. **Educação como prática da liberdade** / Paulo Freire. – Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra LTDA.

PAIS, Luiz Carlos**. Ensinar e aprender matemática** / Luiz Carlos Pais. - Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SANTOS, Anderson Oramísio. OLIVEIRA, Guilherme Saramago. **Contextualização no ensino-aprendizagem da matemática: princípios e práticas**. Recredenciamento - Portaria MEC 347, de 05.04.2012 – D. O. U. 10.04.2012 – CESUCA, Faculdade INEDI - Rio Grande do Sul.

CAPÍTULO 3

A MATEMÁTICA UTILIZADA PELOS FANDANGUEIROS NA CONSTRUÇÃO DA RABECA: POSSIBILIDADES DE DIÁLOGOS COM A MATEMÁTICA ESCOLAR

Data de aceite: 26/08/2020
Data de submissão: 05/06/2020

Josiane Ferreira Gomes Lourenço
Universidade Federal do Paraná – UFPR. PPGECM
Curitiba – Paraná
http://lattes.cnpq.br/6688522107975660

Marcos Aurelio Zanlorenzi
Universidade Federal do Paraná – UFPR. Setor Litoral
Matinhos – Paraná
http://lattes.cnpq.br/6881253811204986

RESUMO: Por meio deste texto desejamos comunicar encaminhamentos e reflexões acerca de uma pesquisa ainda em andamento. O fandango é uma dança típica da cultura caiçara, que era realizada quando havia a necessidade de reunir a comunidade para um mutirão. Depois do trabalho, o dono da colheita oferecia uma festa, com danças e músicas executadas por meio de instrumentos construídos pelos mestres fandangueiros, como agradecimento pelo trabalho. Um deles é a rabeca, um instrumento de corda, semelhante a um violino, construído totalmente de forma artesanal. Nossa hipótese é que existe uma racionalidade matemática caiçara na produção da rabeca que, se colocada em diálogo com a racionalidade matemática escolar, pode contribuir no processo de ensino-aprendizagem da matemática, dando significado a ela para os estudantes, mas também fortalecendo a cultura caiçara. Dessa forma, nosso objetivo é investigar que relações podemos estabelecer entre os saberes caiçaras e os saberes da matemática escolar, tendo como tema gerador a fabricação da rabeca, na Ilha de Valadares. Trata-se de uma pesquisa qualitativa que se dá por meio de duas perspectivas: a História Oral em sua vertente temática e a Investigação-Ação-Participativa. O resultado esperado é que a hipótese seja confirmada, ou seja, da existência uma racionalidade matemática caiçara na produção da rabeca que, se colocada em diálogo com a racionalidade matemática escolar, pode contribuir no processo de ensino-aprendizagem desta, dando significado à mesma. Mostrando tanto que a cultura caiçara pode contribuir com o processo de ensino e aprendizagem da matemática, como também ela pode ser fortalecida nesse processo.

PALAVRAS – CHAVE: Racionalidades matemáticas, Fandango, Rabeca.

THE MATHEMATICS USED BY FANDANGUEIROS IN THE CONSTRUCTION OF THE RABECA: POSSIBILITIES OF DIALOGUES WITH SCHOOL MATHEMATICS

ABSTRACT: Through this text we wish to communicate referrals and reflections about an ongoing research. The fandango is a typical dance of the caiçara culture, which was performed when there was a need to gather the community for a joint effort. After work, the lord of the harvest offered a feast, with dances and songs performed with the instruments constructed by the masters fandangueiros, as an acknowledgment for the

work. One of them is the rabeca, a stringed instrument, similar to a violin, entirely handmade. Our hypothesis is that there is a caiçara mathematical rationality in the production of the rabeca that, if placed in dialog with the educational mathematics rationality, can contribute to the mathematics teaching-learning process, giving it a meaning for students, but also strengthening the caiçara culture. That way, our goal is to investigate which relations can be established between the caiçara knowledges and the knowledge of educational mathematics, having as its generator theme the rabeca fabrication, on the island of Valadares. This is a qualitative research that is carried out through two perspectives: Oral history in its thematic aspects and research-action-participatory. The expected result is that the hypothesis is confirmed, i.e. the existence of caiçara mathematical rationality in the rabeca production which, if placed in dialog with the educational mathematics rationality, can contribute to its teaching-learning process, giving meaning to it. Showing both the Caiçara culture can contribute to the process of mathematics teaching and learning, as well as it can be strengthened in this process.
KEYWORDS: Mathematical rationalities, Fandango, Rabeca.

1 | UMA ILHA... QUANTA CULTURA!!!

A Ilha dos Valadares é um dos lugares nos quais as manifestações do fandango ainda resistem. O fandango é uma dança que por muitos anos esteve presente por todo o litoral paranaense, juntamente com a prática do mutirão. O mutirão acontecia sempre que algum trabalho coletivo precisava ser realizado como, por exemplo, puxar uma rede de pesca carregada de tainha, ou nas atividades que envolviam práticas agrícolas, como na época da colheita do arroz. Aquele que precisava do serviço organizava o mutirão, chamando a família, vizinhos e os amigos para realizar a mão de obra e, ao final, era oferecido o fandango, acompanhado de muita comida e bebida, como agradecimento pelo trabalho realizado. E as pessoas comiam, bebiam e dançavam a madrugada toda, porém só podia participar da festa quem tivesse participado do mutirão.

> Entre o século XVII até o início do XX várias comunidades litorâneas se formaram no Brasil. Dispersas pelo vasto território costeiro e relativamente isoladas, essas comunidades desenvolveram formas particulares de organização social e de expressão cultural. Parte delas foi e ainda é formada por pescadores-agricultores denominados como caiçara do litoral. Seus conhecimentos eram passados por meio da tradição oral e envolve complexos saberes sobre o mar e a terra.

> A tradição cultural, que envolve uma intrincada relação entre a produção e a festa, deu os cantores do perfil cultural nos processos de ocupação do litoral do Paraná. No entanto o que podemos perceber, hoje, na configuração espacial, são elementos desse processo constituinte. Na Ilha dos Valadares, ainda que de maneira

> dispersa, persistem os traços dos três pilares do modo de vida caiçara: o fandango, a produção da farinha de mandioca e a pesca. (FELISBINO, ABRAHÃO, 2016, p.34).

O fandango não era apenas uma dança, era bem mais que isso, além de expressar alegria por meio do som dos instrumentos, confeccionados pelo próprio caiçara, mostrava um modo de vida, de organização social, contadas através das letras das músicas, verdadeiras poesias declamadas na voz de um povo. Segundo Pereira, (2018, p.6) o "Fandango, portanto, é um ritmo que possui uma dança, instrumentos, letras e características próprias, e não apenas uma dança, em termos genéricos".

Os conhecimentos envolvidos na prática dos fandangueiros eram passados de pai para filho, de geração a geração de maneira informal. Pois o filho crescia observando o pai construindo a rabeca, até que despertaste de maneira involuntária o interesse em querer fazer um instrumento também. Quando isso acontecia, a criança ia construir sua própria rabeca com as noções que tinha guardadas na memória. Dando ao seu instrumento características próprias de si, tornando-o único.

Do conhecimento que está na memória, para as características próprias de si, é preciso adaptar, criar, inventar, encontrar soluções para que o instrumento funcione harmonicamente, desde a estética até a acústica, passando por um pensamento matemático, ou, como diz D'Ambrósio (2007) um saber/fazer matemático próprio, para cada detalhe que precisa ser ajustado no instrumento, que por sua vez se ajusta ao seu artífice.

> Dentre as distintas maneiras de fazer e de saber, algumas privilegiam comparar, classificar, quantificar, medir, explicar, generalizar, inferir e, de algum modo, avaliar. Falamos então de um saber/fazer matemático na busca de explicações e de maneiras de lidar com o ambiente imediato e remoto. Obviamente, esse saber/fazer matemático é contextualizado e responde a fatores naturais e sociais.
>
> O cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura. (D'AMBROSIO, 2007, p.22).

É possível os doutos da área da matemática, enxergarem essa ciência na construção da rabeca, pois, certamente aquele que a constrói, se utiliza de um pensamento matemático para construí-la. Mas qual o pensamento matemático que o mestre fandangueiro utiliza para construir a rabeca e que relações podemos estabelecer entre esses saberes populares e os saberes escolares?

Para responder a essa questão, esta pesquisa tem como objetivo investigar as possíveis relações entre os saberes caiçaras e os saberes da matemática escolar, tendo como tema gerador a construção da rabeca na Ilha de Valadares, do município de Paranaguá - PR.

2 | TEORIAS EM DIÁLOGO

Segundo Marchi e Saenger (2002), o fandango é uma dança relacionada ao mutirão, momento em que membros de uma comunidade se reúnem para a realização de uma tarefa que exige mão de obra. A festa do fandango é ofertada como agradecimento por essa tarefa.

De acordo com Aguiar e Perrini (2005) o fandango era dançado em toda faixa litorânea paranaense, mesmo junto à Serra do Mar, no município de Morretes e no seu distrito, Porto de Cima, lugares afastados das praias.

Nos dias atuais o fandango corre um sério risco de desaparecer, segundo Aguiar e Perrini (2005, p.27):

> Apesar de sua vitalidade e pureza, ele vem sofrendo enorme pressão dos modismos globalizados que o empurram, sempre com maior intensidade, para lugares menos habitados e mais distantes. Há quem diga que sua vida não ultrapassará duas ou três gerações.

Segundo Viana (1976) no município de Paranaguá-PR ainda existe uma resistência por parte de alguns pescadores das ilhas, mas essa cultura corre o risco de ser extinta, pois a convocação ao serviço militar dos jovens caboclos de sítios, quando encerram seu ato de civismo à pátria, não sentem mais desejo em retornar para seus lares e quando voltam, não há interesse na cultura de seu povo.

Segundo Romanelli (2005), na localidade de Paranaguá-PR, esta dança ainda acontece, mesmo que de duas formas distintas: como experiência parafolclórica – termo utilizado quando há uma descaracterização dos elementos do fandango original – e como manifestação tradicional, na Ilha dos Valadares.

São vários os instrumentos musicais usados na realização da festa do fandango, entre eles a rabeca, que é construída totalmente de forma artesanal pelo rabequeiro. Os conhecimentos para a construção da rabeca são transmitidos oralmente e através da observação, desde criança, de geração a geração. De acordo com Roberto Corrêa (2002), a afinidade com os instrumentos tradicionais do fandango tem início desde a infância, sendo uma aprendizagem baseada no desenvolvimento de familiaridade com os instrumentos. Ou seja, a construção da rabeca é um processo que não acontece de uma hora para outra, pois é necessária a observação por meio da convivência familiar, uma vez que este conhecimento está naquele que é considerado como o chefe da família, ou seja, o conhecimento na fabricação da rabeca é totalmente cultural/tradicional, ele não acontece nos espaços formais de educação.

A fabricação da rabeca não tem uma raiz definida, o que se sabe é que sua fabricação envolve raciocínios matemáticos aflorados em sua memória histórica, ou seja, cada sujeito possui um jeito único na fabricação desse instrumento. Conforme Romanelli (2002), cada rabeca apresenta características únicas que identificam seu construtor. Pois cada artesão trabalha de acordo com sua memória e suas possibilidades. Lima (2008, p.06) afirma que, "a fabricação e o ato de tocar são conhecimentos que associam a beleza da matemática com harmonias dos sons das rabecas". Para construir esse instrumento musical faz-se necessário usar técnicas matemáticas para que possa chegar à acústica certa. Mas que técnicas matemáticas são utilizadas por esses artesãos, que se valem de sua memória que é única, para se chegar às notas exatas? De acordo com Knijnik, Wandere e Oliveira (2004, p. 126)

> O que se costuma entender por matemática, pode ser pensada como o desenvolvimento de uma série de formalismos característicos da maneira peculiar que tem certa tribo de origem europeia de entender o mundo. (...) "matemática burguesa" (...), reflete um modo muito particular de perceber o espaço e o tempo, de classificar e ordenar o mundo, de conceber o que é possível e o que se considera impossível.

Dessa forma, buscamos através desta pesquisa compreender outras formas de fazer matemática e, nesse sentido, esta pesquisa está sendo desenvolvida a partir do raciocínio matemático do rabequeiro. Para tanto, além de buscarmos essa racionalidade matemática nas narrativas dos rabequeiros, por meio de entrevistas, entendemos como fundamental também vivenciar o processo de construção da rabeca. A vivência desse processo, que será relatada mais à frente, foi realizada pela autora deste texto, que também é educadora matemática. A seguir explicitamos como a metodologia foi pensada.

3 | VIVENCIANDO ENCONTROS

Considerando a especificidade da pesquisa, optamos por uma abordagem qualitativa a partir de duas perspectivas, a saber:

1. História Oral, em sua vertente temática. Esta perspectiva se justifica exatamente pela tradição caiçara de transmissão oral dos seus saberes, de geração para geração. Segundo Garnica (2007) trata-se de uma metodologia de pesquisa de natureza qualitativa, disposta a inscrever-se no domínio das humanidades, cujo solo é constituído pelas descrições. Esta etapa da pesquisa se dará por meio de entrevistas, nas quais serão utilizados cartões com palavras-chave que têm como objetivo de contribuir com os colaboradores no processo de lembranças do processo de construção da rabeca, que sejam significativas para

esta pesquisa. Essas entrevistas serão transcritas e textualizadas. Aqui importa destacar que elas não serão analisadas, mas colocadas em diálogo com os saberes escolares, além de se constituírem como fontes históricas para possíveis outras pesquisas.

2. Investigação-Ação-Participativa. Como foi dito anteriormente, entendemos como fundamental também vivenciar o processo de construção da rabeca por conta da necessidade de um determinado tempo de observação e convivência para poder compreender os processos que se articulam no pensamento de cada sujeito dessa cultura, principalmente no que se refere à construção da rabeca, uma vez que a prática da construção desse instrumento ocorre oralmente, desde criança, de geração a geração. É por meio desta imersão no processo de construção da rabeca que a autora deste texto, enquanto professora de matemática, buscará estabelecer relações entre a racionalidade dos mestres fandangueiros na construção da rabeca e a racionalidade matemática escolar, relações essas que podem contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da matemática.

É possível perceber, nessas duas perspectivas metodológicas, a necessidade de ir a campo, ao encontro dos sujeitos da pesquisa. Para tanto, inicialmente foi realizada uma pesquisa de campo. Segundo Gonçalves (2001), a pesquisa de campo é o tipo de pesquisa que deseja buscar a informação diretamente com a população investigada. Nesse sentido, fez-se necessário um primeiro contato com os personagens da cultura do fandango na Ilha dos Valadares, a fim de explicar o desejo em conhecer suas histórias, bem como suas relações e vivências dentro da cultura do fandango. Os sujeitos a serem entrevistados são dois mestres fandangueiros, moradores da Ilha.

Depois do primeiro contato com os mestres do fandango da Ilha dos Valadares, a fim de conhecer o cotidiano de cada um, como se organizam, como pensam a prática que realizam como comunidade, demos início ao curso de lutheria caiçara, de construção de rabeca com o mestre Aorélio Domingues, um dos mestres que serão entrevistados e fundador da Associação de Cultura Popular, espaço no qual foi realizado curso.

Foi uma experiência maravilhosa com um povo receptivo, alegre e conhecedor de muitos saberes que adquiriram com sua ancestralidade, através da observação e experiência de vida. Um povo que, que em meio aos desafios dos tempos atuais, estão se reinventando para continuar (re)existindo. Por meio dessa experiência foi possível compreender o processo de construção da rabeca.

Durante muitos anos as rabecas foram confeccionadas a partir do tronco da caxeta, árvore presente na Mata Atlântica, especialmente em terrenos alagadiços da faixa litorânea que, pela sua leveza, e facilidade de cortar, aplainar e lixar, era muito utilizada na criação de artesanato e de artefatos, dentre eles os instrumentos musicais.

O mestre fandangueiro, assim, esculpia o instrumento quase que inteiro, apenas o tampo sendo separado, usando para isso ferramentas, como uma machadinha, cacos de vidro e o alegre – ferramenta criada pelo caiçara, que nada mais é que uma faca aquecida no fogo para ter sua ponta envergada, com a finalidade de cavoucar a madeira.

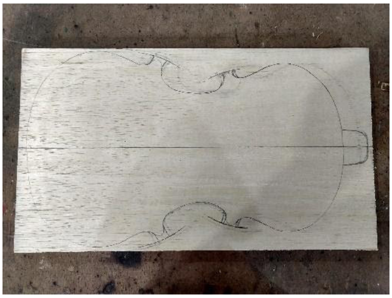
Hoje, com a dificuldade de conseguir a caxeta – especialmente por conta da especulação imobiliária que levou a uma expansão desordenada de condomínios à beira mar, impulsionada pelo turismo e que vem determinando o aterro de diversas áreas nas quais a caxeta era encontrada – os mestres do fandango precisaram se reinventar e passaram a se utilizar de maquinários, alguns de fabricação própria, para facilitar o trabalho e evitar o desperdício da matéria prima, principalmente da caxeta, que é a principal madeira na construção desse instrumento.

A rabeca que antes era esculpida quase que inteira em uma única peça, hoje é feita em partes separadas, possibilitando assim, o uso de outras madeiras em sua construção. Isso leva cada mestre fandangueiro a criar soluções próprias na construção de suas rabecas, o que faz com que elas não possuam uma medida exata, ou seja, uma nunca fica exatamente igual a outra, o que dá um caráter único a cada instrumento, relacionado com quem a constrói, comparável à confecção de uma roupa que alguém encomenda para o alfaiate. Ele a costura sobre medida para quem o encomendou. Assim é na construção da rabeca. Cada rabeca é única, é de quem a constrói. É esculpida sobre medida, por isso não tem uma medida exata. É preciso pensar em cada detalhe do instrumento. E assim foi feito nessa vivência de construção da rabeca.

Para desenvolver esse trabalho, primeiramente foi utilizada uma forma de madeira, na qual foram coladas as laterais do instrumento. Essas laterais são lâminas de madeira que foram deixadas de molho na água por algumas horas e depois pressionadas em um aparelho chamado curvador de lateral ou no vocabulário caiçara, envergador de ilharga, para envergar a madeira para acompanhar o formato da rabeca.


Fotos: Josiane Ferreira Gomes Lourenço

Depois de coladas, as laterais são retiradas da forma, e colocadas sobre uma tábua de caxeta. Com um lápis apoiado em um rolamento é desenhado o formato dessa forma na tábua, para que depois possa ser cortada em uma serra fita. Esse processo é feito para se confeccionar o fundo e o tampo da rabeca.

Fotos: Josiane Ferreira Gomes Lourenço

Depois de cortados na serra fita, o fundo e o tampo são esculpidos, sendo com um formão a parte que ficará para fora e cavoucada com o alegre a parte que ficará para dentro.


Fotos: Josiane Ferreira Gomes Lourenço

Para confeccionar o braço da rabeca é utilizado um taco de madeira e, com um gabarito, faz-se o desenho do braço, que depois é serrado na serra fita. Com um formão tira-se o excesso da madeira para que se ajuste na mão.

Fotos: Josiane Ferreira Gomes Lourenço

Cada parte da rabeca confeccionada é lixada para dar acabamento para, em seguida colar o fundo e depois o braço. No tampo, por meio de uma furadeira de bancada e de um arco de marchetaria, são feitas aberturas no formato de um "f". Só então o tampo, o contra braço, o estandarte, o cavalete e as caravilhas são colados. As cordas utilizadas são as mesmas utilizadas no cavaquinho e, por último, é colocada a alma, um pedaço de madeira esculpido em formato de um lápis sem ponta, que vai no interior do instrumento.

Fotos: Josiane Ferreira Gomes Lourenço

4 I À GUISA DE UMA (IN)CONCLUSÃO: (DES)ENCONTROS

Como já dissemos, nosso objetivo é comunicar encaminhamentos e reflexões acerca de uma pesquisa que está em andamento, mas que, entretanto, teve que ser interrompida por conta da pandemia de SARS-CoV-2, vírus que assolou o mundo e que, até a finalização deste texto, impediu a realização da parte do trabalho de campo que envolve as entrevistas, na medida em que pesquisadores e colaboradores encontram-se em quarentena.

Assim que o trabalho de campo possa ser retomado e as entrevistas realizadas, esperamos poder articular as narrativas dos colaboradores com a rica vivência aqui relatada, colocando-as em diálogo com os saberes da matemática escolar, a fim de não apenas visibilizar outras formas de fazer matemática, formas essas que podem contribuir com a aprendizagem da matemática escolar, dando significados outros a ela, mas também constituir fontes históricas que mostrem a vivência da prática do fandango para que possamos compreender todo o conhecimento envolvido na forma de relacionamento da comunidade fandangueira.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, Carlos Roberto Zanello de. **Fandango do Paraná: olhares**. Curitiba: Optagraf, 2005.

D' Ambrosio, Ubiratan. **Etnomatemática - elo entre as tradições e a modernidade.** 2.ed. 3ª reimp. - Belo Horizonte: Autêntica. 2007.

FELISBINO, Janelize Nascimento, ABRAHÃO,Cinthia Maria de Sena. **Ilha dos Valadares: História, Cultura e Meio Ambiente.** Curitiba: ed. do Autor, 2016.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. **Manual de História Oral em Educação Matemática: outros usos, outros abusos.** Anais SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, Guarapuava (PR), 2007

GONSALVES, Elisa. Pereira. **Conversas sobre iniciação à pesquisa científica.** Campinas, SP: Alínea, 2001.

KNIJNIK, Gelsa, WANDERE, Fernanda, OLIVEIRA, Cláudio, José. **Etnomatemática, currículo e formação de professores.** – 1. ed. – Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004. 446p.

LIMA, Reinaldo José Vidal de. **Os saberes matemáticos dos fabricantes e tocadores de rabecas da festividade de São Benedito em Bragança-Pa.** 2010. 120 f. Dissertação de Mestrado - UFPA, Belém - PA.

MARCHI, Lia, SAENGER, Juliana e CORRÊA, Roberto. **Tocadores – Homes, Terra, Músicas e Cordas.** Curitiba: Olaria, 2002.

PEREIRA, Thiago Thomaz. **Fandango Caiçara e Meio Ambiente: Questões Ambientais na Produção Artesanal de Instrumentos Musicais Caiçara na Visão de Mestres e Artesãs de Paranaguá.** Beau bassin, Novas Edições Acadêmicas, 2019. 52p.

ROMANELLI, Guilherme Gabriel Ballande. **A rabeca do fandango paranaense: a busca de uma origem utilizando o violino como paramento**, UFPR, 2005.

VIANA, Manoel. **Paranaguá na história tradição.** Curitiba-PR, Vicentina, 1976.

CAPÍTULO 4

OS ALGORITMOS DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS NO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL E OS ERROS DE ALUNOS

Data de aceite: 26/08/2020
Data de submissão: 05/06/2020

Leila Pessôa da Costa
Universidade Estadual de Maringá – UEM
Maringá - PR
http://lattes.cnpq.br/6883324486751865

Regina Maria Pavanello
Universidade Estadual de Maringá – UEM
Maringá – PR
http://lattes.cnpq.br/2774964947107

RESUMO: Este trabalho é oriundo de uma oficina de formação de professores que teve como objetivo discutir os erros cometidos pelos alunos na execução dos algoritmos das operações básicas aritméticas. A discussão teve como subsídios pesquisas sobre o tema bem como dados obtidos em pesquisa de doutoramento que investigou o ensino e a aprendizagem de alunos dos 4ºs e 5ºs anos do Ensino Fundamental matriculados em duas escolas da região noroeste do estado do Paraná – Brasil. Observou-se que as incorreções dos alunos se relacionavam diretamente à ausência de compreensão das características do Sistema de Numeração Decimal pelos professores, conhecimento necessário para que eles possam fazer intervenções pontuais com vistas a auxiliar o processo de aprendizagem dos alunos.
PALAVRAS - CHAVE*:* Educação Matemática, Ensino Fundamental, Aritmética e sistemas numéricos, Formação continuada e desenvolvimento profissional.

THE ALGORITHMS OF ARITHMETIC OPERATIONS IN THE DECIMAL NUMBERING SYSTEM AND STUDENT ERRORS

ABSTRACT: This work comes from a teacher training workshop that aimed to discuss the mistakes made by students in the execution of algorithms of basic arithmetic operations. The discussion had as subsidies research on the subject as well as data obtained in doctoral research that investigated the teaching and learning of students in the 4th and 5th grades of elementary school enrolled in two schools in the northwest region of the state of Paraná - Brazil. It was observed that the students' inaccuracies were directly related to the teachers´ lack of understanding of the characteristics of the Decimal Numbering System, a necessary knowledge for them to make specific interventions in order to assist the learning process of the students.
KEYWORDS: Mathematics Education, Elementary school, Arithmetic and numerical systems, Continuing education and professional development.

1 I INTRODUÇÃO

No Brasil, em 2017, foi homologada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental, documento no qual é consolidada uma política educacional para as redes de ensino e instituições escolares “de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica , de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento" (BRASIL, 2017, p. 7).

Esse documento propõe, para a área da Matemática, uma unidade temática denominada Números que tem como expectativa "que os alunos resolvam problemas com números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, envolvendo diferentes significados das operações, argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem a plausibilidade dos resultados encontrados" (BRASIL, 2017, p. 266), o que significa, também, compreender os algoritmos como um elemento facilitador para essas resoluções.

E é nessa perspectiva que este trabalho evidencia a importância do conhecimento do professor sobre o objeto e/ou conteúdo a ser ensinado, no caso, a resolução de algoritmos. Nele se considera, como Tardif (2002, p. 39), que os professores "[...] devem conhecer sua matéria, sua disciplina e seu programa, além de possuir certos conhecimentos relativos às ciências da educação e à pedagogia e desenvolver um saber prático baseado em sua experiência cotidiana com os alunos".

Shulman (1987), ao analisar historicamente a questão do conhecimento e da habilidade para ser professor, que se distinguissem, em relação ao conhecimento do professor, três tipos diferentes de conhecimento: (a) conhecimento sobre o assunto, (b) conhecimento pedagógico do conteúdo e (c) o conhecimento curricular.

Considerando a importância do conhecimento do professor sobre a matéria a ser ensinada e o conhecimento pedagógico necessário para que esse ensino contribua para a aprendizagem dos alunos, objetivamos nesse texto apresentar elementos para uma reflexão sobre erros comumente observados na resolução dos algoritmos das operações elementares da Matemática pelos alunos e sua relação com as características do Sistema de Numeração Decimal (SND), bem como as intervenções possíveis a serem desenvolvidas com vista à superação dos obstáculos observados.

Os dados foram coletados em uma pesquisa de doutoramento cujo objetivo foi o de investigar possíveis contribuições da participação em uma pesquisa para a ação docente de professores de 4ºs e 5ºs anos do Ensino Fundamental relativa ao tema números e operações. Participaram dessa investigação dez professores de duas escolas atuantes nesses anos do ensino e pertencentes à rede municipal de uma cidade situada na região noroeste do estado do Paraná - Brasil.

2 | DAS CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL (SND)

Compreender a estrutura decimal do sistema de numeração implica perceber que um determinado número pode ser composto e decomposto de diferentes maneiras, de modo a permitir ao aluno reconhecer, por exemplo, que 36 são três dezenas e seis unidades, ou ainda, 3 dúzias. Contudo, dominar as características do nosso sistema de numeração é uma tarefa bastante complexa, que envolve uma construção social influenciada por diversos fatores, entre os quais o mundo profissional, a tradição familiar, os matemáticos, os próprios formadores de opinião pública, os formadores de professores, etc. como bem salienta Matos (2005, p.3).

A aprendizagem do número depende da aquisição de um campo de conceitos organizados a partir de um determinado sentido e de representações gráficas arbitrárias. Isso pressupõe que essa aprendizagem se faz ao longo de um caminho, que não se inicia e nem se esgota na escola.

Essa compreensão, que pressupõe a conceituação do SND, é uma ferramenta importante na utilização das técnicas operatórias das operações aritméticas elementares. Uma das características do sistema de numeração indo-arábico é que ele utiliza apenas dez símbolos para com eles escrever qualquer número: 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 0. Nogueira, Bellini e Pavanello (2013) descrevem como regras do sistema de numeração:

> 1) O sistema é decimal, isto é, funciona com agrupamentos de dez. Esse número dez é chamado de base do sistema;
>
> 2) O sistema é posicional, isto é, o valor de um algarismo é determinado pela posição que ocupa no numeral;
>
> 3) O sistema é multiplicativo, isto é, em um numeral cada algarismo representa um número que é múltiplo de uma potência da base dez.
>
> 4) O sistema é aditivo, isto é, o valor do numeral é dado pela soma dos valores individuais de cada símbolo de acordo com a regra anterior (NOGUEIRA; BELLINI; PAVANELLO, 2013, P. 84-85).

A essas regras, Centurión (1994) acrescenta a questão do zero, utilizado “para indicar uma ‘posição vazia’, ou uma ‘casa vazia’ dentre os agrupamentos de dez do número considerado” (p. 36). Além disso, no caso dos números naturais, um zero acrescido à direita de um número o decuplica, dois zeros o centuplica, e assim por diante. Cabe salientar que o zero se comporta de forma diferente dependendo da operação na qual se insere. No caso da multiplicação, por exemplo, ele anula qualquer número por ele multiplicado. E compreender o zero é necessário para se compreender as técnicas empregadas na resolução dos algoritmos das operações.

Os algoritmos das operações elementares variaram entre as sociedades e ao longo do tempo e, qualquer que seja o escolhido como referência para o ensino, os procedimentos envolvidos podem evidenciar ou ocultar os conceitos subjacentes à sua utilização, como veremos a seguir.

3 I DOS ERROS OBSERVADOS

Comumente observamos que os alunos, em processo de aprendizagem dos algoritmos das operações elementares da Matemática, cometem alguns ‘erros’, que são, muitas vezes, ‘corrigidos’ pelos professores como estando incorretos, que nem sempre conseguem explicitar quais são os equívocos cometidos quando da sua resolução, uma atitude que faz com que os professores não avancem em seu processo de ensino, e o aluno, no processo de aprendizagem.

De forma geral, algumas incorreções na resolução de diferentes algoritmos por parte dos alunos, já foram observadas na literatura (DOCKRELL e MCSHANE, 2000; BATISTA, 2009) e ampliadas por nós, na pesquisa realizada. Da análise dessas produções, observamos que o aluno:

- Copia o número errado ao armar o algoritmo, escrevendo, por exemplo, 59 ao invés de 89, como no exemplo: 59 + 10 =

$$\begin{array}{cc|c} 8 & 9 & + \\ 1 & 0 & \\ \hline & & \end{array}$$

Figura 1: Cópia incorreta do algoritmo ao “armar a conta”

- Após realizar o agrupamento, não faz o transporte correto: ao multiplicar (2 x 6) ou somar um número (6 + 6) transporta o 2 ao invés do 1.

$$\begin{array}{ccc} 2 & & \\ & 6 & \\ & & \times \\ & 2 & \\ \hline 2 & 1 & \end{array}$$

Figura 2: Transporte inadequado do agrupamento no algoritmo.

- Erra no cálculo/contagem ao adicionar ou subtrair um número do outro:

$$\begin{array}{cc} 6 & 4 \\ & 2 \\ \hline 6 & 1 \end{array}\; \_$$

Figura 3: Erro no cálculo na adição ou subtração de números quando da montagem do algoritmo.

- Não finaliza o algoritmo:

$$\begin{array}{cc} 2 & 3 \\ 1 & 1 \\ \hline & 4 \end{array}\; +$$

Figura 4: Falta finalizar o algoritmo.

Quanto ao algoritmo da adição com agrupamento (reserva ou “vai um”, tanto na ordem das unidades como na das dezenas ou centenas, quando o aluno deve transportar – reservar - para a ordem seguinte o agrupamento realizado - ‘vai um’), observaram-se as seguintes incorreções:

- Ao ‘montar a conta’ (colocar os números verticalmente) não obedece a ordem/classe do número.

$$\begin{array}{cc} 2 & 3 \\ 5 & \\ \hline & \end{array}\; +$$

Figura 5: Não obedece a classe/ordem do número na montagem do algoritmo.

- Ignora o agrupamento realizado na classe/ordem anterior, ao adicionar as parcelas.

1		
1	7	
6	5	+
7	2	

Figura 6: Ignora o agrupamento da classe/ordem do número na montagem do algoritmo.

- Repetem o algarismo que está na última parcela: na ordem da unidade, copia a unidade, na ordem da dezena, copia a dezena, e assim sucessivamente.

5	1	
4	3	+
4	3	

Figura 7: Repetição do algarismo que está na última parcela do algoritmo.

Com relação ao algoritmo da subtração, quando o algarismo do subtraendo é maior que o do minuendo e o aluno necessita recorrer à ordem imediatamente superior para fazer as trocas ‘desagrupamento’, ou ‘empréstimo’, foram observados os seguintes erros:

- Subtraem o minuendo do subtraendo.

3	1	
5	5	-
2	4	

Figura 8: Subtração do minuendo do subtraendo.

- Desconsideram o ‘empréstimo’(desagrupamento) feito a uma determinada ordem, ao realizar a subtração dos números dessa ordem.

$$\begin{array}{ccc} 8 & & \\ \cancel{9} & 1 & \\ 5 & 5 & - \\ \hline 4 & 6 & \end{array}$$

Figura 9: Desconsideram o desagrupamento no algoritmo.

Observa-se ainda que os alunos demonstram dificuldade em compreender o papel do zero na composição de um número e muitas vezes acreditam que ‘não vale nada’, no sentido de que não há valor algum naquela ordem:

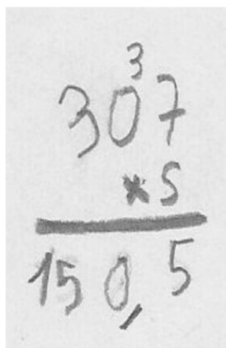


Figura 10: Desconhecem o papel do zero no algoritmo.

Na multiplicação, se houver algum valor agrupado/transportado em qualquer uma das ordens, esse valor é visto como multiplicando:

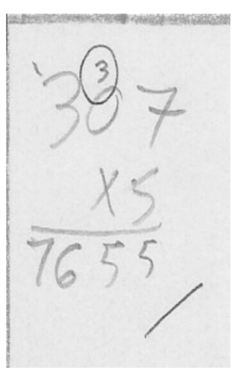


Figura 11: Transporte como multiplicando quando há o zero no algoritmo.

Outra dificuldade observada está relacionada aos procedimentos algorítmicos que, ensinados aos alunos sem relação com as características do SND, os levam a considerar somente a sequência das ações a serem desenvolvidas, como no exemplo abaixo:

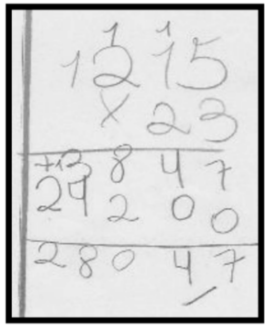


Figura 12. Problemas na sequência das ações na execução do algoritmo.

Uma resolução para a qual a aluna deu a seguinte explicação:

“Multiplico o 3 pelo 5 e somo o resultado ao número 2 (dezenas do multiplicador), tenho 17, coloco o 7 e vai um. Multiplico o 3 pelo 1 e somo o que foi e dá 4. Multiplico o 3 pelo 2, dá 6 e somo o 2 e dá 8, e multiplico o 3 pelo 1 e dá 3. Depois para multiplicar o 2 pelo 5, dá 10, coloco o 0 e vai 1, multiplico o 2 pelo 1 e dá 2 (não faz o reagrupamento), depois multiplico o 2 pelo 2 que dá 4 e depois o 2 pelo 1 que dá 2. Depois somo tudo”.

No Brasil, é a partir do 4º ano que as professoras enfatizam o ensino dos algoritmos da multiplicação iniciando por operações que tem no multiplicador um número de um só algarismo e, no multiplicando, um número que não leve à necessidade de agrupamento. Percebemos que esse procedimento enfatiza os passos para a resolução do algoritmo ao invés de a exploração do conceito subjacente à ação desenvolvida, o que acaba gerando conflito para os alunos, que, intuitivamente, utilizam o cálculo mental para resolvê-lo.

Observa-se ainda que, na resolução dos algoritmos que envolvem vários procedimentos, os alunos sabem quais são as ações necessárias, como por exemplo, no caso da multiplicação, que deve multiplicar e somar os algarismos, mas não tem claro o como e o porquê dessas ações.

No algoritmo da multiplicação, com 1 e 2 algarismos no multiplicador, percebemos a dificuldade do aluno em compreender a ordem que está sendo multiplicada de modo que, ao realizar o procedimento da operação, opera como se todos os algarismos do multiplicador não pertencessem a diferentes ordens.

4 | ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Os aspectos apresentados evidenciam que as dificuldades observadas a partir dos erros dos alunos são de natureza conceitual, o que contribuí para a incompreensão dos procedimentos utilizados para a resolução dos algoritmos.

Além disso, a ausência de um trabalho que desenvolva o cálculo mental e o sentido numérico inviabiliza a autoregulação pelos alunos da tarefa que executam. Por outro lado, dada as dificuldades que observam na produção dos alunos, e sem o conhecimento necessário para realizar as devidas intervenções, os professores fazem com que a ênfase seja dada no resultado e acabam por reforçar nos aprendizes a crença de que só há uma forma de se resolver corretamente o algoritmo e é a ensinada pela professora.

É importante ainda que, para uma intervenção adequada na produção dos alunos, o professor deve compreender os processos internos por eles utilizados, o que somente se dá por meio da comunicação, que traz implícita a importância da reflexão em um contexto, em um determinado grupo e a partir de um objeto – "objeto pensado" (FREIRE, 1977) - codificado em uma tarefa para este objeto seja compreendido. Nesse sentido, a comunicação, o trabalho em grupo e a tarefa são "ferramentas" importantes no processo de ensino e de aprendizagem.

Como a comunicação em sala de aula está diretamente relacionada às questões que são feitas pelo professor, é preciso que este proponha questões e tarefas que desafiem os alunos a pensar, motivo pelo qual o professor, qualquer que seja o comentário do aluno, deve perguntar o porquê deste ou pedir que ele explique seu pensamento (MENESES, 1999, p.1).

Além de ser uma capacidade a ser desenvolvida, a comunicação matemática assume também uma orientação metodológica para o ensino e a aprendizagem, orientação essa que a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017, p. 264) apresenta ao observar que "os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem [...] são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação)".

Para isso, Ponte e Serrazina (2000, p. 60) apontam que, no ensino da Matemática, é preciso

> [...] usar a comunicação para promover a compreensão da matemática, de modo que todos os alunos: - organizem e consolidem o seu pensamento matemático para comunicar com outros; - expressem as suas ideias matemáticas de modo coerente e claro para os colegas, os professores e outras pessoas; - alarguem o seu conhecimento matemático, considerando o pensamento e as estratégias dos outros; - usem a linguagem matemática como um meio de expressão matemática precisa (PONTE; SERRAZINA, 2000, p. 60).

Como o professor é o elemento chave para introduzir e trabalhar a dinâmica da comunicação matemática em sala de aula é importante que ele a vivencie em situações que articulem o conhecimento pedagógico e o da matéria a ser ensinada.

É por meio da tarefa que se dará a comunicação matemática direcionada pelo professor. Mas, como salienta Meneses,

> Esta "habilidade" do professor para o questionamento passa pela capacidade de decidir quando colocar questões "provocadoras" ou questões "orientadoras", e depende do entendimento que tem da forma como deve decorrer a aula de Matemática, do seu papel e do papel do aluno (Meneses, 1999, p. 10).

Considerando assim a importância da comunicação matemática e do conhecimento necessário ao professor sobre o objeto a ser ensinado é que esse trabalho foi proposto, apresentando diferentes produções e evidenciando os "erros" apresentados pelos alunos, capaz de suscitar a reflexão quanto à intervenção do professor para que os alunos possam apreender os conceitos subjacentes ao sistema de numeração decimal e a sua relação com os algoritmos.

REFERÊNCIAS

BATISTA, C. G. Fracasso escolar: análise de erros em operações matemáticas p. 61-72. **Zetetiké***:* Revista de Educação Matemática. Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP): 2009, v. 3 (4), n. 4.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação e Cultura, 2017.

CENTURIÓN, M. **Conteúdo e Metodologia da Matemática**: Números e Operações. São Paulo: Scipione, 1994.

DOCKRELL, J.; MCSHANE, J. **Crianças com dificuldades de aprendizagem:** uma abordagem cognitiva. Porto Alegre: Artmed, 2000.

FREIRE, P. **Extensão ou comunicação**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1997.

MATOS, J. F.. Matemática, educação e desenvolvimento social: questionando mitos que sustentam opções actuais em desenvolvimento curricular em matemática. 2005. Disponível em: < www.educ.fc.ul.pt/docentes/jfmatos/comunicacoes/jfm_seminario_pa.pdf>. Acesso em: 22 out 2014.

MENESES, Luís. Matemática, Linguagem e Comunicação. ProfMat 99 – **Encontro Nacional de Professores de Matemática**. Portimão. (2013, 29 de Outubro) Disponível em: < http://www.ipv.pt/millenium/20_ect3.htm >. Acesso 29 out 2013.

NOGUEIRA, C. M. I.; BELLINI, M.; PAVANELLO, R. M. **O ensino de Matemática e das Ciências Naturais nos anos iniciais na perspectiva da epistemologia genética**. Curitiba: CRV, 2013.

PONTE, J. P.; SERRAZINA, M. L. **Didáctica da matemática do 1º ciclo**. Lisboa: Universidade Aberta, 2000.

SHULMAN, L. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review,** v. 57 (1), feb/1987.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

CAPÍTULO 5

MATEMÁTICA E SOCIEDADE NO MUNDO MULTIDIMENSIONAL DA PLANOLÂNDIA, DE EDWIN ABBOTT

Data de aceite: 26/08/2020
Data de submissão: 05/06/2020

Amanda Uneida Vieira
Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes
Vitória – ES
http://lattes.cnpq.br/6204093197462177

Giovanna Fonseca Couto
Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes
Vitória – ES
http://lattes.cnpq.br/7708351357595416

Lara Silva Alves
Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes
Vitória – ES
http://lattes.cnpq.br/6289015024879584

Luísa Tinoco Thomazini
Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes
Vitória – ES
http://lattes.cnpq.br/6190056006824724

Nicole Zuccolotto Viana
Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes
Vitória – ES
http://lattes.cnpq.br/2005745477410882

Claudia Alessandra Costa de Araujo Lorenzoni
Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes
Vitória – ES
http://lattes.cnpq.br/8159438057989251

RESUMO: O presente trabalho foi desenvolvido, no primeiro trimestre de 2019, por um grupo de alunas do segundo ano do Curso Técnico de Edificações Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes, Campus Vitória, com a orientação e participação de uma professora de Matemática do Instituto. A pesquisa foi motivada pelo desejo de explorar a matemática fora da sala de aula e trazê-la para outros contextos, a exemplo da Feira de Matemática realizada durante a 8ª Semana de Matemática do Ifes (Semat), no Campus Vitória. Com este, pretende-se mostrar, por meio da compreensão dos conceitos de dimensões, planos e retas, como a matemática pode ser trazida para o meio social, denunciando comportamentos típicos da sociedade em que vivemos. As principais referências tomadas no trabalho são Abbott (2002) e Singh (2013), ambas mostram uma realidade na qual os indivíduos vivem em um mundo plano, de apenas duas dimensões. As obras evidenciam como a concepção de uma outra dimensão é algo "irreal" e encarado com relutância pelos personagens, dado que uma mudança de realidade não parece atrativa a uma população que está confortável demais para questionar o sistema. A análise das obras levou à elaboração dos recursos para a abordagem do tema na Feira de Matemática: dinâmicas com auxílio de materiais manipuláveis para que os visitantes pudessem experimentar a sensação de viver na Planolândia, o mundo bidimensional da obra de Abbott, e compreender características do conceito matemático de dimensão, ainda pouco explorado e possivelmente desconhecido para alunos de Educação Básica. O estudo realizado teve, por conseguinte, a conclusão de que há ainda muito o que explorar futuramente em como a matemática pode ser usada para denunciar

fatos sociais e como sempre é possível alcançar novos conhecimentos para além daquilo que já se mostra claro e difundido.

PALAVRAS-CHAVE: Planolândia, Dimensões, Sociedade, Matemática.

MATHEMATICS AND SOCIETY IN THE MULTIDIMENSIONAL WORLD OF FLATLAND, BY EDWIN ABBOTT

ABSTRACT: This study was developed, in the first trimester of 2019, by a group of students from the second year of the Technical Course in Buildings Integrated to High School at the Federal Institute of Espírito Santo - Ifes, Vitória Campus, with the guidance and participation of a professor of Mathematics from the Institute. The research was motivated by the desire to explore mathematics outside the classroom and bring it to other contexts, for example the Mathematics' Fair held during the 8th Ifes' Mathematics Week (Semat), at Vitória Campus. With this, it is intended to present, by understanding the concepts of dimensions, plans, and lines, how mathematics can be brought to the social environment, denouncing typical behaviors of the society we live in. The main references taken at the study are Abbott (2002) and Singh (2013), both show a reality in which individuals live in a flat world, with only two dimensions. The works evidence how the conception of another dimension is something "unreal" and viewed with reluctance by the characters, given that a change in reality does not seem attractive to a population that is too comfortable in order to question the system. The analysis of the works led to the elaboration of resources to approach the theme at the Ifes' Mathematics Fair: dynamics with the support of manipulable materials so that visitors could experience the feeling of living in Flatland, the bidimensional world of Abbott's work, and also understand characteristics of the mathematical concept of dimension, still barely explored and possibly unknown to Basic Education students. The study, therefore, concluded that there is still much more to explore in the future in how mathematics can be used to denounce social facts and how it is always possible to achieve new knowledge beyond what is already clear and widespread.

KEYWORDS: Flatland, Dimensions, Society, Mathematics.

1 | INTRODUÇÃO

Considerando que vivemos em um mundo de três dimensões, pode-se afirmar que tudo aquilo que se conhece tem comprimento, largura e altura. Entretanto, caso estivéssemos em um universo bidimensional, ocuparíamos, geometricamente, um único plano de existência. Como esse mundo se pareceria? Esta é a premissa do romance Planolândia, escrito por Edwin Abbott, em 1884. A obra aborda um pensamento matemático seguido de provações e tribulações de um quadrado, personagem principal da trama, exposto à terceira dimensão. À vista disso, deve-se estabelecer o conceito de dimensão.

Quando se fala em dimensões, refere-se à possibilidade de medir um objeto qualquer em um espaço (SILVA, 2016). Cada uma das direções em que é possível a realização da medição no espaço é chamada de dimensão. Não havendo outra possibilidade de medida além do comprimento, uma única variável, fala-se que o objeto possui apenas uma dimensão, unidimensional. A reta é um exemplo de objeto unidimensional. Por ser infinita, ela é todo espaço unidimensional e outros objetos pertencentes a essa dimensão são representados por segmentos de retas, semirretas ou pontos. Já no espaço bidimensional é possível encontrar tanto largura quanto comprimento, um exemplo bastante conhecido é o quadrado, ele está representado no plano. Contudo, a profundidade do quadrado não existe, pois ele não é uma figura tridimensional (que possui três dimensões). Um exemplo de figura tridimensional é a pirâmide, possuindo largura, comprimento e profundidade, ou seja, três variáveis a serem consideradas (BARBOSA, 2005).

Ao longo do texto, procuramos mostrar como a matemática pode ser trazida para um meio social. O trabalho é fruto de uma Ação Complementar de Ensino desenvolvida pelas autoras, uma professora de matemática e estudantes, então do 2º ano, do Curso Técnico em Edificações Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Vitória (Ifes-Vitória). O material foi apresentado pelas autoras na Feira de Matemática da 8ª Semana de Matemática do Instituto (Semat-Ifes), realizada em 2019 (ALVES et al, 2019). Na exposição, foram exploradas ideias de dimensões, retas, planos, com exemplos lúdicos e acessíveis, para denunciar a hierarquização da sociedade e inconsciência do homem em, às vezes, pensar que se vive no ápice, que não há nada maior que ele. Isto é, o fato de que o homem, estando acostumado com certas noções, não reflete sobre elas ao estabelecer seus juízos, mas apenas acredita e as usa tal qual lhe foram transmitidas.

2 | CAMINHOS METODOLÓGICOS, RESULTADOS E DISCUSSÃO

O trabalho contou com duas referências principais: Abbott (2002) e Singh (2013), as quais evidenciam uma realidade onde os indivíduos vivem em um mundo plano, de apenas duas dimensões. Na Planolândia de Abbott, estes indivíduos são polígonos regulares e sua forma depende da sua profissão, expondo de maneira facilitada e dinâmica a sociedade do século XVIII, data de escrita do livro, porém tal análise da hierarquização da sociedade continua pertinente nos dias atuais. Situa-se a vida nesse ambiente e as dificuldades de viver num mundo apenas bidimensional. Quadrado, personagem principal do livro, em certo momento, vai da Planolândia para a Linhalândia, onde existe apenas uma dimensão, portanto, os indivíduos vivem numa reta. As limitações são muito maiores, porém, os habitantes da Linhalândia, estando de certo modo acomodados, apenas acreditam na existência de uma dimensão uma vez que não acreditam na existência de um mundo diferente do deles. Quadrado vai ainda para um mundo de três dimensões, a Espaçolândia, tendo um choque de realidade ao se deparar com tamanha diferença, diante de sólidos e não apenas linhas retas como em seu mundo, Planolândia:

> Bem, isso é exatamente o que vemos quando um de nossos conhecidos triangulares ou outros se aproximam de nós em Planolândia. Como não temos sol, nem qualquer outra luz desse tipo que faça sombra, não temos os amparos à visão que vocês têm na Espaçolândia. Se nosso amigo se aproxima de nós, vemos sua linha ficar maior. Se ele se afasta, fica menor, mas ainda assim ele se parece com uma linha reta. Seja ele triângulo, quadrado, pentágono, hexágono, círculo. O que seja, ele parece ser uma linha reta e nada além disso (ABBOTT, 2002).

Algo semelhante acontece com Homer, personagem do programa de televisão Os Simpsons, em “A casa da árvore dos horrores VI”. Em um contexto inusitado, Homer é levado de seu mundo bidimensional para uma realidade tridimensional. A terceira dimensão é uma grande novidade para ele, tanto quanto para a personagem principal de Planolândia, como Singh (2013) bem descreve.

No decorrer de Planolândia, Quadrado retorna ao seu mundo e reencontra aqueles que se recusam a acreditar na Espaçolândia. Mesmo que para mentes acostumadas a apenas duas dimensões, ou até mesmo três, seja complexo compreender o conceito de outra dimensão, há aqui relutância em analisar algo além da sua própria realidade. Vale salientar que os sacerdotes, de formato circular, eram os detentores de poder em Planolândia. Estes sabiam da existência de uma terceira dimensão, porém não queriam passar a informação adiante, uma vez que sabiam que em um mundo com mais dimensões, seu conhecimento, tão respeitado, poderia ser considerado obsoleto. Eles temiam que os demais pudessem adquirir conhecimento e ter, quem sabe, uma chance de ascensão. Temiam que seu poder estivesse, desta forma, comprometido. Isso é algo que acontece também em nossa sociedade; basta lembrarmos de quantas vezes informações são manipuladas, omitidas por aqueles de maior poder, visando apenas vantagens a eles, como a perpetuação de seu poderio.

Um resumo da obra de Abbott (2002), mediado pela interpretação de Singh (2013), pesquisas sobre o conceito de dimensão, análises de vídeos[1] ilustrativos e reuniões das autoras definiram os caminhos metodológicos percorridos no presente trabalho, levando à elaboração dos recursos para a abordagem do tema na Feira de Matemática do Ifes (ALVES et al, 2019).

Visando à compreensão dos termos “uma dimensão” e “duas dimensões” em Matemática, foram propostas dinâmicas com materiais manipuláveis, confeccionados pelas autoras. Como exemplo, pode-se citar uma caixa fechada

1 Por exemplo: Explorando outras dimensões de Alex Rosenthal e George Zaidan. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=C6kn6nXMWF0&t=144s.

exceto por uma pequena abertura por onde podem ser observados sólidos de acrílico, os quais possuem a mesma altura do interior da caixa, representando os habitantes da Planolândia e sua disposição no plano. A pequena abertura limitava a visão dos visitantes, proporcionando a sensação de viver na Planolândia ou na Linhalândia. Vale destacar que experiências com desenho técnico proporcionadas no Ifes contribuíram para tais confecções, exibidas nas Figuras 1 e 2 abaixo.

Figura 1 - Caixa de papel utilizada para limitar a visão dos visitantes

Fonte: Arquivo pessoal das autoras

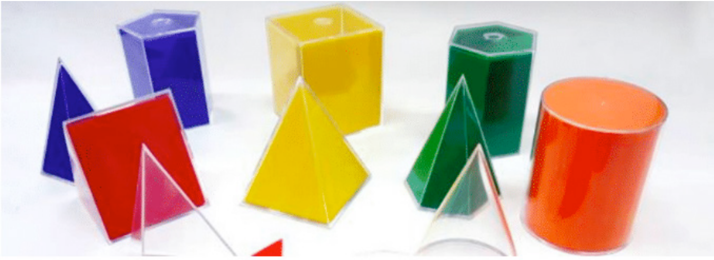


Figura 2 - Sólidos geométricos de acrílico utilizados na experiência

Fonte: MMP - Materiais Pedagógicos

Ademais, outra forma utilizada pelas autoras para demonstrar de forma lúdica e palpável as concepções de dimensões deu-se por meio de um software do tipo CAD – *computer aided design* ou, em português, projeto assistido por computador – onde os visitantes poderiam observar o modo como as mesmas figuras podem ser analisadas de maneiras diferentes a depender do número de dimensões considerados, conforme verifica-se nas Figura 3 e 4.

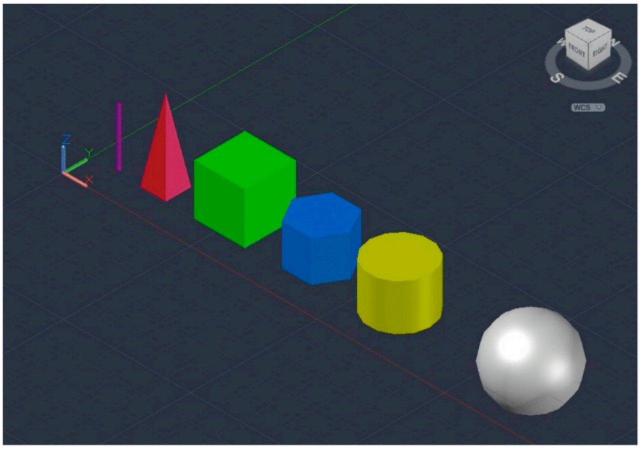


Figura 3 - Formas geométricas espaciais, considerando-se três dimensões.

Fonte: Arquivo pessoal das autoras

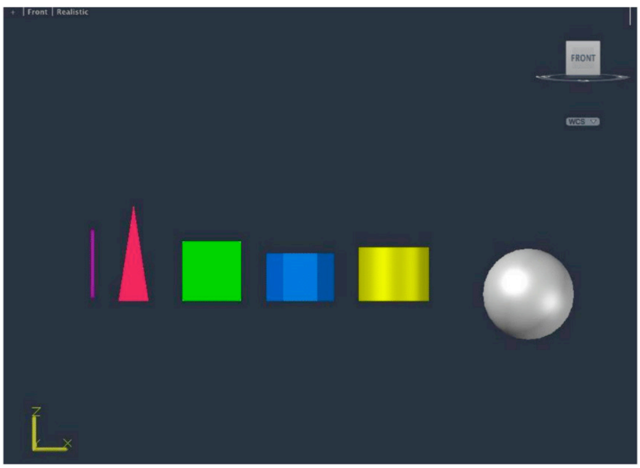


Figura 4 - Formas geométricas planas, considerando-se apenas duas dimensões

Fonte: Arquivo pessoal das autoras

Para relacionar com o contexto social, foi colocado em pauta o fato de que os indivíduos da Planolândia são divididos em polígonos inferiores e superiores, de acordo com seu número de lados, e têm dificuldade de ascender socialmente, ou seja, virar um polígono de mais lados. A hierarquização bem marcada na obra também existe na nossa sociedade e muitas vezes não nos damos conta ou ignoramos pelo simples comodismo de nossa posição nisso tudo. Este comodismo nos remete ao Mito da Caverna de Platão, uma das passagens clássicas da Filosofia.

O Mito ou Alegoria da Caverna, interpretado aqui no modo metafórico, representa o árduo percurso entre a ignorância e o conhecimento. O drama narrado consiste na dificuldade em que se dá a socialização na presença da ignorância. A temática abordada é justamente o que aproxima tal Alegoria da realidade em que vivemos, na qual continuamos a condenar povos, culturas e crenças. Nosso mundo continua sendo formado, no plano representativo por diversas cavernas, desvinculando-se do conto apenas no fato de que atualmente dispomos de inúmeras tecnologias, as quais nos transportam a situações inimagináveis aos olhos dos habitantes da caverna de Platão.

A discussão de como percebemos o mundo de forma limitada atravessou a história da Filosofia. Interpretando A Caverna de Platão pelas lentes de Kant, poderíamos dizer que a reação do indivíduo que se liberta da caverna varia de acordo com as percepções desenvolvidas por este enquanto habitante dela (SOUZA; RUFINO, 2019). Análise que pode ser comparada à passagem no livro Planolândia em que o Quadrado se mostra completamente frustrado ao perceber que, por mais que tentasse, seria impossível descrever suas percepções acerca do mundo exterior baseando-se apenas em suas experiências sensoriais:

> Por isso, todos os meus amigos de Planolândia - com os quais eu falo sobre a dimensão não percebida que é de alguma forma visível em uma linha - dizem: “Ah, você quer dizer brilho”. E quando eu respondo: “Não, estou falando de uma dimensão de fato”, eles imediatamente retrucam: “Então a mensure, ou nos diga em que direção ela se estende”. E isso me silencia, porque não posso fazer nenhuma das duas coisas. (ABBOTT, 2002)

3 | CONCLUSÕES

Esse estudo aponta para um caráter de unidade das ciências. Embora divididas didaticamente em Ciências Humanas, Exatas e Biológicas, não estão desconectadas, mas se complementam, estando uma presente na outra. A linguagem matemática adotada por Abbott traz à tona fatores sociais da sua época, questionáveis também na sociedade global atual.

A pesquisa desenvolvida até aqui sinaliza também perspectivas futuras para as autoras estudantes, principalmente, no estudo do conceito matemático de dimensão assim como suas relações com a ideia de dimensão fractal (BARBOSA, 2005). Assim como os habitantes da Planolândia não compreendiam a possibilidade de existência da Espaçolândia, nós, que vivemos num mundo tridimensional, temos dificuldade em aceitar interpretações de situações em quatro ou mais dimensões. Essas situações podem ser mais bem compreendidas com referências e estudos de áreas de Matemática do Ensino Superior como a Álgebra Linear e, portanto, possivelmente desconhecidas ainda de estudantes de Educação Básica. Contudo, as tais dimensões podem ser definidas e exploradas. Uma afirmação semelhante cabe no sentido das relações sociais e interpessoais: é sempre possível um conhecimento – de si, do outro e da sociedade – para além daquilo que já se mostra reconhecido e difundido.

REFERÊNCIAS

ABBOTT, Edwin A. **Planolândia: Um Romance de Muitas Dimensões.** São Paulo: Conrad, 2002.

ALVES, L. S.; COUTO, G. F.; LORENZONI, C. A.; THOMAZINI, L. T.; VIANA, N. Z.; VIEIRA, A. U. **Matemática e sociedade no mundo multidimensional da obra Planolândia, de Edwin Abbott.** Caderno de anais da Semana da Matemática do Ifes, Vitória, ES, Brasil, 8. p. 10-14.

BARBOSA, Ruy Madsen. **Descobrindo a Geometria Fractal para a sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MMP, Materiais Pedagógicos. **SÓLIDOS GEOMÉTRICOS EM ACRÍLICO COM PLANIFICAÇÕES EM PLÁSTICO.** Disponível em: https://mmpmateriaispedagogicos.com.br/produto/solidos-geometricos-em-acrilico-com-planificacoes-em-plastico/. Acesso em 05 jun 2020

SILVA, Luiz Paulo Moreira. **Dimensões do espaço.** Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/dimensoes-espaco.htm. Acesso em 13 abr. 2019

SINGH, Simon. Homer Tridimensional. In: **Os Segredos Matemáticos dos Simpsons**. Record, 2013. p. 171-180.

SOUZA, Lucas Moura de; RUFINO, Emmanoel de Almeida. **O esclarecimento como caminho pedagógico para a saída humana das cavernas da ignorância: um diálogo entre Platão e Immanuel Kant.** Disponível em: https://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO_EV127_MD1_SA4_ID14133_01102019161326.pdf. Acesso em 31 mai. 2020

CAPÍTULO 6

SEQUÊNCIA DE FIBONACCI: PROPOSTAS DE ATIVIDADES PARA O ENSINO BÁSICO CONTEMPLANDO HABILIDADES DA BNCC

Data de aceite: 26/08/2020
Data de submissão: 13/09/2019

Gustavo Henrique da Silva
Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM
Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação – ICENE
Uberaba – MG
http://lattes.cnpq.br/5426047538748270

RESUMO: Nos dias de hoje, o Brasil se encontra em um momento crucial, onde se está definindo uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a elaboração dos currículos estaduais e municipais que atendem as diretrizes educacionais propostas pela Base. Assim, a elaboração desta Base por todo Brasil tem ocorrido por um esforço coletivo entre todos os envolvidos, pois além de seguir esta Base, há a necessidade de se preocupar com as distintas culturas regionais de cada estado e município. Desta forma, todos os colaboradores envolvidos nesse processo, terão um grande desafio, já que tal Base curricular se encontra em um processo recente. Neste artigo, iremos apresentar propostas de atividades para o Ensino Básico, contemplando algumas habilidades propostas pela BNCC. Essas atividades foram elaboradas utilizando a teoria da Sequência de Fibonacci e o Número de Ouro, temas esses que foram desenvolvidos durante o desenvolvimento da Iniciação Científica.
PALAVRAS-CHAVE: BNCC, Matemática, Ensino Básico, Sequência de Fibonacci.

FIBONACCI SEQUENCE: PROPOSED ACTIVITIES FOR BASIC EDUCATION CONTEMPLATING CNCB SKILLS

ABSTRACT: Nowadays, Brazil is at a crucial moment, where a Common National Curriculum Base (CNCB) is being defined and the elaboration of state and municipal curricula that meet the educational guidelines proposed by the Base. Thus, the elaboration of this Base throughout Brazil has occurred through a collective effort among all those involved, because in addition to following this Base, there is a need to be concerned with the different regional cultures of each state and municipality. In this way, all employees involved in this process, will have a great challenge, since this curriculum base is in a recent process. In this article, we will present proposals for activities for Basic Education, contemplating some skills proposed by CNCB. These activities were developed using the Fibonacci Sequence theory and the Golden Number, themes that were developed during the development of Scientific Initiation.
KEYWORDS: CNCB, Mathematics, Basic education, Fibonacci sequence.

1 I INTRODUÇÃO

O currículo escolar afeta todos os envolvidos como os gestores, especialistas, professores, alunos e a rotina da escola, assim se faz necessário que todos compreendam a noção de Currículo e de Base Nacional Comum Curricular, para a elaboração do Projeto Político Pedagógico do ambiente em que atuam e consequentemente Planos de

Aula que modifiquem a realidade de nossos alunos, fazendo com que os mesmos desenvolvam habilidades para aplicá-las não apenas em âmbito escolar, como em qualquer ambiente e situação em que se encontram.

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC:

> É um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenha assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação - PNE. (BRASIL, 2017).

"Torna-se referência nacional para a formulação dos currículos dos sistemas e das redes escolares dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios e das propostas pedagógicas das instituições escolares." (BRASIL, 2017).

Assim, devido a sua grande aplicação, o conhecimento matemático é de extrema necessidade para os alunos do Ensino Básico. No Ensino Básico, a Matemática, articula em diversos campos como a álgebra, geometria, probabilidade e estatística, para garantir que os alunos possam observar e relacionar acontecimentos do seu cotidiano, associando esses eventos a um dos campos citados anteriormente, fazendo induções e conjecturas, para que os alunos possam desenvolver a capacidade de resolver problemas utilizando conceitos aprendidos na escola.

O objetivo deste artigo é apresentar algumas propostas de atividades para o Ensino Básico, contemplando algumas habilidades da BNCC, envolvendo a teoria da Sequência de Fibonacci e o Número de Ouro. A primeira atividade será sobre a Sequência de Fibonacci, apresentando a história de Leonardo Fibonacci e o problema dos coelhos, para os alunos, problema este que originou nos Números de Fibonacci e consequentemente na Sequência de Fibonacci. Essa atividade fará com que os alunos por conta própria, encontre os Números de Fibonacci e construam a Sequência de Fibonacci através do desenvolvimento para resolver o problema. A atividade, abrange a resolução de problemas, contemplando habilidades da BNCC. A segunda atividade envolve o Número de Ouro, onde os alunos, resolverão uma equação quadrática, não pelo método de resolução da equação quadrática, mas pelo método de completar quadrado, encontrando assim uma das raízes cujo seu valor será o do Número de Ouro.

2 I METODOLOGIA

Atividade 01

A atividade envolvendo a Sequência de Fibonacci, tem como público alvo, alunos do 7° Ano do Ensino Fundamental 2 e será realizada dentro da sala de aula com o tempo estimado de duas aulas (1h e 40min). Os alunos farão as atividades em grupos de no máximo 4 integrantes, utilizando como materiais um texto sobre Leonardo Fibonacci baseado em [4], calculadora, caneta, lápis, borracha, quadro branco, pincel e apagador. Em seguida apresentamos a sequência didática:

a. Os alunos serão divididos em grupos de no máximo 4 integrantes.

b. Será entregue aos alunos um texto sobre a história do Leonardo Fibonacci e o seu livro Liber Abacci que contém o seguinte problema:

Um certo homem colocou um par de coelhos em um lugar cercado por todos os lados por uma parede. Quantos pares de coelhos podem ser produzidos daquele par em um ano, supondo que todo mês cada par produza um novo par que, a partir do segundo mês, se torna produtivo? (ver [4])

c. Sem abordar o tema sobre sequência, após a leitura do texto, os grupos irão resolver o problema, com o intuito de encontrarem como resposta os Números de Fibonacci e a Sequência de Fibonacci, antes mesmo de conhecerem a teoria de tais números e sequência.

d. Após a resolução do problema, iremos discutir se os grupos encontraram os mesmos valores, e se conseguiram visualizar um padrão para a sequência encontrada.

e. Logo em seguida à discussão sobre as respostas encontradas de cada grupo, o professor deve resolver o problema.

Resolução do Problema:

Analisando o problema, vemos que no primeiro mês haverá apenas um casal jovem de coelhos. No 2° mês, o casal de jovens coelhos se tornará adultos mantendo ainda um 1 casal de coelhos. No terceiro mês o casal já adulto, dará à luz a um novo par de coelhos jovens, tendo assim dois pares. No quarto mês o casal antigo dá à luz a um novo par de coelhos jovens, porém o par nascido no mês anterior, são jovens ainda e não podem procriar, sendo assim teremos três pares de coelhos. No quinto mês, o casal nascido no segundo mês, se tornou adulto e junto com o primeiro casal, geram cada um deles um novo par de coelhos, como o casal nascido no mês anterior ainda é jovem então temos um total de cinco pares de coelhos. Seguindo essa linha de raciocínio, podemos verificar na figura abaixo um fluxograma que mostra a linha de reprodução dos coelhos por mês corrido.

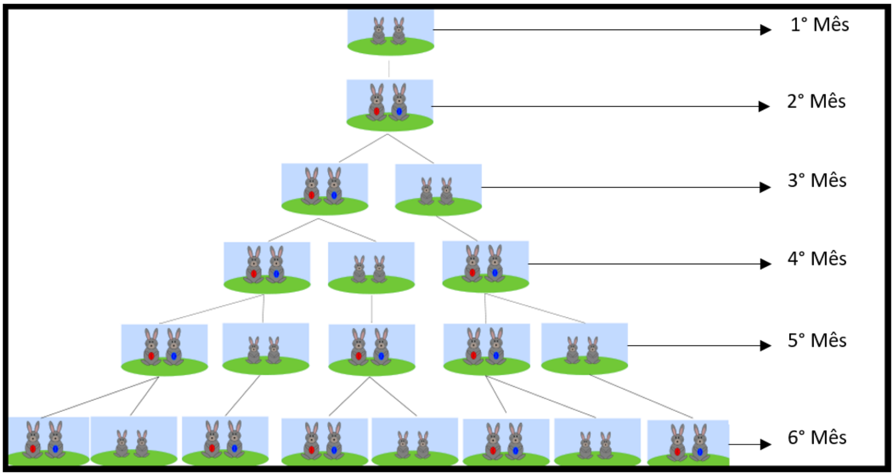


Figura 1 - Fluxograma da reprodução dos coelhos por mês.

Fonte: https://ru.kisspng.com/kisspng-zcugvs/, 2018.

Ao fim de um ano temos:

MÊS	NÚMERO DE CASAIS DE COELHOS
1°	1
2°	1
3°	2
4°	3
5°	5
6°	8
7°	13
8°	21
9°	34
10°	55
11°	89
12°	144

Tabela 1 - Resultado de casais de coelhos em um ano.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

Como podemos ver, a tabela anterior nos mostra a resposta do problema, onde em um ano, haverá 144 pares de coelhos.

f. Concluiremos a atividade, com uma abordagem sobre a teoria da Sequência de Fibonacci.

Curiosidade: a solução deste problema é uma sequência de números que tem uma propriedade interessante: a partir do 3° termo, cada número é obtido pela soma dos dois anteriores.

Seguindo essa linha de raciocínio, definimos um *n-ésimo* mês como F_n, percebendo que a sequência começa a se formar:

$$(F_n)_{n\in\mathbb{N}} = (F_1, F_2, F_3, F_4, F_5,\cdots, F_n,\cdots),$$

onde $n \in \mathbb{N}$, com $\mathbb{N} = \{1,2,3,4,5,6,...\}$, e $F_1 = 1$, $F_2 = 1$, $F_3 = 2$, $F_4 = 3$, $F_5 = 5$, $F_6 = 8$, $\cdots$. Assim obtemos a seguinte sequência:

1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,377,610,987,1597,2584,4181,6765, ...

A sequência anterior é conhecida como a **Sequência de Fibonacci** e os termos desta sequência são denominados **Números de Fibonacci**.

Podemos observar que a sequência de Fibonacci apresenta uma peculiaridade onde, cada termo F_n, com $n \geq 3$, é a soma dos dois termos anteriores. Sendo assim, a sequência de Fibonacci é uma sequência $(F_n)_{n\in\mathbb{N}}$ que satisfaz uma equação de recorrência. Vejamos a definição a seguir.

Definição *A* **Sequência de Fibonacci** *é a sequência* $(F_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *que satisfaz a seguinte equação de recorrência:*

$$\begin{cases} F_1 = 1 \\ F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \forall\, n \geq 3 \end{cases}$$

Note que podemos representar a terceira igualdade de outra forma:

$$F_n + F_{n+1} = F_{n+2}, \forall\, n \ \geq 1$$

ou seja, um número de Fibonacci qualquer F_n somado ao seu sucessor F_{n+1}, tem como resultado o sucessor F_{n+2} do sucessor F_{n+1} .

Logo, a sequência de Fibonacci é uma função $f: \mathbb{N} \longrightarrow= \mathbb{R}$, onde $f(n) = F_n$. Assim, temos a sequência de Fibonacci:

$$(F_n)_{n\in\mathbb{N}} = (F_1, F_2, F_3, F_4, F_5,\cdots, F_n,\cdots)$$

onde,

$$F_1 = 1$$

$$F_2 = 1$$

$$F_3 = F_1 + F_2 = 1 + 1 = 2$$

$$F_4 = F_2 + F_3 = 1 + 2 = 3$$

$$\vdots$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

$$\vdots$$

Identificação das habilidades da BNCC contempladas pela resolução da atividade. Este último item não deve ser apresentado aos alunos. Tem o objetivo de instigar o professor a verificar e refletir se suas atividades propostas em sala de aula estão contemplando a BNCC.

- **Números**
  - (EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.
  - (EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.
- **Álgebra**
  - (EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.
  - (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
  - (EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

Atividade 02

A atividade tem como público alvo alunos do 8° ano do Ensino Fundamental 2 e será realizada dentro da sala de aula e em grupos com no máximo 4 alunos cada. Esta atividade terá a duração de quatro aulas (3h e 20min), utilizando como materiais um texto baseado em [3], objetos do cotidiano que possuem a forma retangular, régua, calculadora, lápis, borracha, caneta, quadro branco, pincel e apagador. Para esta atividade temos a seguinte sequencia didática:

a. Os alunos deverão ser dividir em grupos de no máximo 4 integrantes.

b. O docente irá pedir para cada grupo medir com a régua, os lados dos objetos retangulares que eles possuem (carteira de identidade, cartão de ônibus, capa do livro didático, etc.) e registrarem as medidas em uma folha de papel.

c. Tendo esses dois dados, os grupos irão dividir o maior lado obtido pelo menor e anotar o resultado.

d. Sem abordar o tema do Número de ouro, cada grupo irá apresentar o resultado obtido. Consequentemente o docente irá questiona-los a relação entre os valores obtidos. Assim concluiremos que são valores bem próximos.

e. Em seguida, vamos aprimorar o conhecimento definindo o Número de Ouro, e verificar que esse número é obtido através de duas medidas divididas em média e extrema razão.

f. Os grupos agora deverão traçar um segmento de reta, dividindo o segmento em duas partes de forma que uma das partes seja maior do que a outra.

g. Assim como fizeram com os objetos retangulares, os alunos irão definir as proporções com relação ao segmento feito por eles, nomeando cada parte do segmento com uma variável qualquer.

h. Assim, teremos uma igualdade de duas proporções:

$$\frac{Medida\ total}{Medida\ do\ maoir\ segmento} = \frac{Medida\ do\ maior\ segmento}{Medida\ do\ menor\ segmento}$$

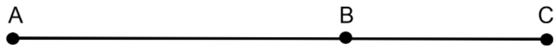
i. Após os alunos terem a igualdade das proporções, eles deverão resolver essa igualdade, obtendo uma expressão.

j. Os grupos serão indagados sobre o tipo de expressão que eles encontraram. A resposta deverá ser uma equação quadrática.

Resolução dessa etapa da atividade:

Veremos como chegar a essa expressão que nos leva a um valor numérico conhecido como o número de ouro que é representado pela letra grega $\varphi\ (Phi)$, onde o escultor Phideas teria utilizado essas proporções para conceber o Parthenon, segundo [3].

Euclides definiu que um segmento *AC* e dividido em média e extrema razão por um ponto*B* quando $\frac{AC}{AB} = \frac{AB}{BC}$ (LIVIO, 2011, p.13).



Seja qual for a medida de *AC*, a proporção$\frac{AC}{AB} = \frac{AB}{BC}$será sempre igual a φ. De fato:

Se $AC = x$ e $BC = y$, entao, $AB = x - y$.

Seja $L = \frac{x}{x-y} = \frac{x-y}{y}$.

Podemos reescrever a igualdade $L = \frac{x}{x-y}$ como sendo:

$$L = \frac{x-y+y}{x-y} = 1 + \frac{y}{x-y} = 1 + \frac{1}{L}$$

Assim, temos como resultado a equação quadrática

$$L^2 - L - 1 = 0$$

k. O docente irá propor que os alunos resolvam esta equação sem utilizar a formula resolutiva da equação de segundo grau. A resolução deverá ser pelo método de completar o binômio.

l. A atividade será finalizada em discussão sobre o tema e como obter o valor aproximado do Número de Ouro.

Resolução da atividade:

Esta e a equação quadrática, resultado da proporção de dois segmentos em média e extrema razão. Onde *L* é o valor da proporção.

$$L^2 - L - 1 = 0$$

Multiplicando ambos os lados da equação por 4, obtemos:

$$4(L^2 - L - 1) = 0(4) \Longrightarrow 4L^2 - 4L - 4 = 0$$

Para aparecer um produto notável nesta equação, vamos somar 5 em ambos os lados:

$$(4L^2 - 4L - 4) + 5 = 0 + 5 \Rightarrow 4L^2 - 4L - 4 + 5 = 5 \Rightarrow 4L^2 - 4L + 1 = 5$$

$$\Rightarrow (2L - 1)^2 = 5 \Rightarrow \sqrt{(2L-1)^2} = \sqrt{5} \Rightarrow |2L - 1| = \sqrt{5} \Rightarrow$$

$$2L - 1 = \sqrt{5} \; ou \; 2L - 1 = -\sqrt{5} \Rightarrow L = \frac{1+\sqrt{5}}{2} > 0 \; ou \; L = \frac{1-\sqrt{5}}{2} < 0$$

Como $L > 0$, pois se trata do valor de um comprimento, então $L = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Esta é a expressão que queríamos chegar e que a chamamos de φ:

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}618033988\ldots$$

Esta atividade contempla as seguintes habilidades da BNCC:

- **Números**
  - (EF08MA01) Efetuar cálculos com potencias de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica.
- **Álgebra**
  - (EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
  - (EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2° grau do tipo $ax^2 = b$.
  - (EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representa-la no plano cartesiano.
  - (EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

3 | RESULTADOS OU RESULTADOS PARCIAIS E DISCUSSÕES

Durante o desenvolvimento do projeto de ensino, possibilitou a elaboração de uma proposta de atividade didática para ser aplicada em sala de aula, contemplando habilidades da BNCC. Com isso, foi realizado um estudo sobre a BNCC, conhecendo assim os objetos de conhecimento e as habilidades que todos os currículos de Matemática das escolas de ensino básico devem seguir. Com a pesquisa realizada para a parte teórica, possibilitou um conhecimento sobre a Sequência de Fibonacci e o Número de Ouro, tema que possuem diversas aplicações na Matemática e até mesmo em outras áreas. Como resultado, é importante ressaltar que podemos levar a Matemática estudada no Ensino Superior, com adaptações e restruturações, para propor atividades aos alunos do Ensino Básico, enriquecendo assim, os materiais didáticos e contemplando a BNCC.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

A BNCC vem trazendo uma proposta de ensino-aprendizagem, que faz com que o processo de aprendizagem em Matemática deixe de ser algo sistematizado com fórmulas dadas e faça com que o aluno possa ter situações, para que o mesmo possa construir o conhecimento, desenvolvendo habilidades para serem aplicadas não somente no âmbito escolar, mas também em situações no seu cotidiano. Para que isso ocorra é necessário a determinação e o envolvimento de todos que esse processo afeta, proporcionando um ensino de maior qualidade e ativação do aluno.

REFERÊNCIAS

[1] BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Ensino Fundamental. Brasília, 2017

[2] BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Educação ´e a Base. Brasília, 2018.

[3] CORBALA N, F. **A Proporção Áurea - A linguagem matemática da beleza.** National Geographic. Edição Especial Matemática. 2016

[4] VOGEL, K. Biography in Dictionary of Scientific Biography (New York 1970-1990).

[5] Sequência de Fibonacci. FREEPNG.RU, 2018. Disponível em: https://ru.kisspng.com/kisspng-zcugvs/. Acesso em: 15 jul 2018.

CAPÍTULO 7

PRÁTICA DOCENTE: A UTILIZAÇÃO DO LÚDICO PARA O APRENDIZADO DAS OPERAÇÕES COM COMPLEXOS

Data de aceite: 26/08/2020
Data de submissão: 04/06/2020

Bruno Sebastião Rodrigues da Costa
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Belém – Pará
http://lattes.cnpq.br/4681222044310540

Lauro dos Reis Costa Neto
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/7189012810535677

Rafael Silva Patrício
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/1354613531666420

Jonas Souza Barreira
(PPGECM) IEMCI – UFPA
Belém – Pará
http://lattes.cnpq.br/0152415646908467

Aline Lorinho Rodrigues
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/6602720119096278

Bianca Sousa Geber
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/2345554960485024

Érica Pantoja da Silva
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/6911224008835207

Larisse Lorrane Monteiro Moraes
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/0559548589731720

Marcelo Costa Cordeiro
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/1796234413541448

Marcos Vinicius Silva Alves
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/8003370065168681

Mayanna Cayres Oliveira
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/3270884094346330

Rayanna Karolina da Silva Corrêa
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/8839134392297790

RESUMO: Este trabalho, relata as experiências vivenciadas no Estágio Supervisionado no Ensino Médio. Para tal, seus dados e considerações obtidas, foram coletados em duas escolas públicas estaduais, a primeira Professora Ecila Pantoja da Rocha e a segunda Professora Ernestina Pereira Maia, situadas no município de Moju – Pará. Portanto, este artigo descreve as partes fundamentais da experiência do Estágio Supervisionado: observação e aplicação. Onde as observações foram realizadas em duas turmas, uma do 1°ano e a outra do 3° ano,

ambas no ensino médio, para isso, foram feitas anotações acerca da realidade escolar, juntamente com a didática dos professores em sala. A partir da análise destas anotações, resolvemos realizar uma proposta de intervenção, onde voltou – se para a turma do 3º ano com o conteúdo de Números Complexos. Nesse momento foi aplicada um Projeto de Intervenção denominada Exposição de Matemática, a EXPOMAT, onde cada dupla de estagiários apresentaria seus assuntos por meio de materiais manipuláveis, com o objetivo de proporcionar aos alunos uma matemática mais palpável e divertida, tentando assim, contribuir com o processo de ensino e aprendizagem do referido assunto.
PALAVRAS-CHAVE: Ensino e Aprendizagem, Estágio supervisionado, Jogos, Números Complexos.

TEACHING PRACTICE: THE USE OF PLAY TO LEARN FROM COMPLEX OPERATIONS

ABSTRACT: This work reports the experiences experienced in the Supervised Internship in High School. To this end, their data and considerations were collected in two state public schools, the first Professor Ecila Pantoja da Rocha and the second Professor Ernestina Pereira Maia, located in the municipality of Moju - Pará. Therefore, this article describes the fundamental parts of the Supervised Internship experience: observation and application. Where the observations were made in two classes, one of the 1°year and the other of the 3°year, both in high school, for this, notes were made about the school reality, along with the teaching of the teachers in the classroom. From the analysis of these notes, we decided to make an intervention proposal, where he returned - if for the 3rd year class with the content of Complex Numbers. At that time, an Intervention Project called Exposição de Matemática was applied, EXPOMAT, where each pair of interns would present their subjects through manipulable materials, with the aim of providing students with a more palpable and fun mathematics, thus trying to contribute to the teaching and learning process of this subject.
KEYWORDS: Teaching and Learning, Supervised internship, Games, Complex Numbers.

1 | INTRODUÇÃO

O presente trabalho busca relatar a experiência vivenciada na disciplina de Prática de Ensino de Matemática II da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Tendo em vista que a mesma, foi realizada no município de Moju – Pará, o qual está situada a própria instituição de ensino superior UEPA. Para tal, foi disposto como lócus de pesquisa duas instituições de ensino médio para observação, descrição e aplicação das atividades.

Para que fosse possível a vivência no ambiente escolar, foi necessário primeiro analisar de forma objetiva, a importância do Estágio Supervisionado para a construção do docente. O que segundo PIMENTA (2008), o estágio:

> Assegura a aproximação à realidade e à possibilidade da reflexão na escola a partir das ferramentas disciplinares (aquelas ditas “teóricas” e aquelas ditas “práticas”) do curso, além de desenvolver nos alunos, futuros professores, a ideia da pesquisa como princípio formativo da docência, e contribuir no processo de construção de sua identidade docente. (PIMENTA, 2008, p.30)

Dessa forma, abre – se um leque de possibilidades para os discentes, futuros professores, constituírem seus conhecimentos para a área a qual estão se formando, contemplando o conhecimento teórico com a sua aplicação, na prática, assim como, ampliar os campos de estudos para docência.

A primeira instituição de ensino que foi realizada a vivência, foi a Escola de Ensino Médio Professora Ernestina Pereira Maia, localizada no centro do município de Moju – Pará, fundada no ano de 1991. Atualmente possui treze salas de aula, sendo utilizadas em três períodos: matutino, vespertino e noturno. Nos períodos matutino e vespertino, estão subdividas em doze salas, sendo elas, cinco salas para o primeiro ano do ensino médio, quatro para o segundo ano do médio e três para o terceiro ano do ensino médio. Além dessas, há o período noturno, o qual se constitui com cinco salas, sendo elas: uma de primeiro ano, duas para o segundo e terceiro ano do médio. Todavia, a experiência deteve – se nos horários que estavam sendo realizadas as aulas de matemática, na turma 3º ano do ensino médio.

Adiante, será apresentada a segunda instituição de ensino, a Escola Estadual de Ensino Médio Professora Ecila Pantoja da Rocha, localizada também no município de Moju – Pará. A qual, havia sido restaurada em 2014, e seja pela sua localização, situada na parte periférica do município, vem ao longo dos anos sofrendo uma sequência de atos de vandalismos e depredações no que condiz a sua infraestrutura. Detendo como turmas participantes da pesquisa, a do primeiro ano do ensino médio, do turno matutino, para as devidas observações, descrições e auxílio das atividades em sala.

Portanto, o artigo relatará tais experiências vivenciadas no Estágio Supervisionado e apresentará um instrumento, com o objetivo de proporcionar aos alunos uma matemática mais palpável e divertida, contribuindo no processo de ensino e aprendizagem das operações envolvendo os Números Complexos. Com isso, será apresentado nos tópicos posteriores, o período de observação em sala, onde descreveremos aspectos gerais que foram visualizados e convivido no ambiente escolar. Posteriormente, será descrito o Projeto de Intervenção realizado a partir das análises preliminares no período de observações em sala de aula. Por fim, a contribuição obtida após a aplicação do Projeto de Intervenção denominada Exposição de Matemática, a **EXPOMAT**, nas respectivas escolas.

2 | PERÍODO DE OBSERVAÇÃO

A disciplina Prática de Ensino de Matemática II teve início no dia 02 de maio de 2019 e finalizada no dia 18 de junho de 2019, totalizando uma carga horária de 200h. Onde foi possível analisar as metodologias utilizadas pelos professores, tanto do 1º quanto no 3º ano do ensino médio. Dessa forma, foram realizadas várias observações referentes ao período que decorreu o Estágio Supervisionado, para que assim fosse possível aprender e analisar as metodologias utilizadas pelos professores regentes de classe.

Primeiramente, foi constatado que o docente regente da turma do 3º ano, tinha uma didática excelente, possibilitando aos seus alunos um fácil entendimento nos conteúdos ensinados. Assim como, demonstrava preocupação em saber se os alunos estavam detendo ou não de dificuldades com o aprendizado do que estava sendo apresentado em sala. Em vários momentos ele parava a explicação do conteúdo envolvendo os números complexos, para relembrar alguns conteúdos que serviriam de base para o desenvolvimento e compreensão do assunto que estava sendo apresentado.

Ficou evidente que, em quase todos os exemplos e exercícios utilizados em sua aula, boa parte dos alunos demonstravam bastante competência e autonomia nas respectivas resoluções. Porém, o que chamou atenção, foi a quase que completa dificuldade presente pelos discente em questões interpretativas e as que envolviam geometria, os mesmos não conseguiam desenvolver e nem ter autonomia própria nas resoluções.

Assim como analisada a turma do 3º ano, foi realizada também a do 1º ano. Onde percebemos, que a professora buscava interagir com a turma, buscando o cotidiano para explicar o conteúdo, utilizando a contextualização e situações corriqueiras do dia a dia para aproximar o discente o que era apresentado em sala a eles. Logo, era visível em sala, o empenho e esforço dos alunos em buscar participar e tentar resolver os problemas propostos. Pois, a mesma conseguiu possibilitar o aprendizado e autonomia dos alunos. Todavia, foi visível a imensa dificuldade de possuírem autonomia própria quando se divergia da parte contextualizada e se voltava a parte mais direta das questões.

Portanto, tendo em vista todas as observações apresentadas no respectivo tópico, adiante será descrito o Projeto de Intervenção aplicado com as turmas vivenciadas. Sendo que, a elaboração, construção e apresentação do projeto, se sucedeu com a colaboração de todos os estagiários locados em ambas as escolas de Ensino Médio na cidade de Moju.

3 I O PROJETO DE INTERVENÇÃO

O projeto exposto, vem atuar como agente motivador no Ensino de Matemática focado ao ensino médio e, por sua vez, denominamos de Exposição de Matemática, a **EXPOMAT**. Além de motivar, o projeto também possibilitou aos alunos, a diversão e o prazer em aprender Matemática de uma forma diferenciada. A aplicação do projeto ocorreu nos dias 04 e 06 de junho de 2019 nos turnos manhã e tarde nas escolas onde era realizado o estágio.

O ensino perpassa por inúmeras transformações, são diversas as formas de promover o ensino presente nas escolas atuais, porém, D'Ambrósio (1986) menciona característica para a produção de um ensino significativo "A adoção de uma forma de ensino mais dinâmica, mais realista e menos formal, mesmo no esquema de disciplinas tradicionais, permitirá atingir objetivos mais adequados à nossa realidade".

Nessa perspectiva, a matemática ao longo do tempo, veem se tornando cada vez mais essencial, pois contribui em situações que acontecem no dia a dia dos alunos. Corroborando com a nossa ideia Pires; Abrantes e Borba (2013) entendem que os alunos possam ter a compreensão quanto a significância diante da sua realidade, o conhecimento que os mesmos já adquirem deve ser valorizado dessa forma, o professor repassa o conteúdo com diversas situações e relações em que os alunos são capazes de observar e perceber a matemática presente em seu cotidiano.

Dessa forma, ao utilizar instrumentos diferenciadas, como os jogos, a história da matemática e o uso das tecnologias, entre outras para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, resolvemos fazer o Projeto de Intervenção voltado para o lúdico, para tentar estimular o interesse dos alunos por essa disciplina.

E como nos últimos anos as aulas de matemática vem ganhando diferentes instrumentos com essas características, os jogos aprecem nesse espaço escolar de forma positiva, proporcionando resultados significativos no desempenho cognitivo dos alunos. Kamii (2012) afirma que:

> Eu uso jogos porque eles fazem com que as crianças pensem mais. Os jogos tem vantagens. E a primeira é a motivação das crianças. Se a criança está jogando um jogo, ele ou ela estão jogando para sua própria satisfação. Eles gostas de jogar cartas. Mas se eles fizerem uma folha de exercício com varias contas, é para o professor. Os professores precisam se satisfazer. A motivação esta errada. Outra razão: as crianças não conseguem fazer uma rede de relações, porque quando terminam uma conta, por exemplo, terminaram. E não fazem nenhuma relação com outra conta. (KAMII, 2012)

Portanto, os jogos promovem uma maior interatividade entre os alunos, ou seja, entre si buscam esclarecer suas dúvidas e com isso vão assimilando o conteúdo da aula com maior facilidade e ganhando autonomia para ajudar ao colega que apresenta dificuldades. D'Ambrósio (2012) ressalta a importância de dar a liberdade à criança em fazer uso de sua criatividade, a importância do brincar nas aulas de matemática. Para tal ele afirma:

> Muitas vezes erroneamente o professor diz: não, não é assim, é assim e dar a regrinha que põem esse número aqui, esse número aqui que ai vem o resultado, você matou a criatividade da criança. É muito mais importante que a criança ponha a cabeça dela a funcionar até ela acabar chegando a algum lugar. (D'Ambrósio, 2012.)

Haja à vista que o ensino tradicional, ainda é frequente no ensino de Matemática, por ser apresentada, por meio de conceitos, definições, propriedades e demonstrações entre outros, e logo após os exercícios de fixação, tornado assim o aluno um reprodutor. Mas segundo Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). "Essa prática de ensino mostra – se ineficaz, pois a reprodução correta poderia ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir, mas não apreendeu o conteúdo". (BRASIL,1997, p.30). Com isso, a partir dessa análise buscamos apresentar uma forma diferenciada da qual os alunos estão acostumados relacionando a eles o ensino da matemática através dos jogos. Onde analisa-se que:

> O estabelecimento de relações é tão importante quanto a exploração dos conteúdos matemáticos, pois, abordados de forma isolada, os conteúdos podem acabar representando muito pouco para a formação do aluno, particularmente para a formação da cidadania. (BRASIL,1997, p.29)

Para tanto, o projeto foi aplicado em forma de Exposição e contou com o apoio das escolas, onde foi disponibilizado espaços para a realização do evento. A quadra de esportes das escolas Professora Ecila Pantoja da Rocha e Professora Ernestina Pereira Maia, foram palcos das apresentações. Ambas foram divididas, de forma que os jogos elaborados pelos estagiários pudessem ser comportados, assim como o público alvo.

O conteúdo ministrado pela professora do 1º ano foi Funções, o que possibilitou ser aplicado aos alunos utilizando três jogos: "Máquina de funções", "Plano Cartesiano Reciclável" e o aplicativo "Desmos" como recurso tecnológico. Executado pelos estagiários do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA).

Desse modo, foi delimitado para trabalhar com o Professor Otávio da escola Professora Ernestina Pereira Maia com a turma do 3º ano do turno manhã. O conteúdo Números Complexos, o qual foi selecionado para compor a segunda avaliação datada para segunda semana do mês de junho. Com o intuito de atender os conteúdos ministrados em sala de aula, cada estagiário em suas respectivas turmas levantaram as dificuldades para serem abordadas na **EXPOMAT**.

3.1 A Exposição de Matemática na Escola Professor Ernestina Pereira Maia

Para ensinar o conteúdo do conjunto dos Números Complexos pensou – se em uma forma onde os alunos compreendessem a necessidade que ocasionou o seu surgimento, e para isso apresentamos a eles a História da Matemática, onde trabalhamos com uma linha do tempo mostrando a importância e a sua utilização em nosso cotidiano. Em seguida foi mostrado o conteúdo por meio de explicações sobre o conceito de *Número Complexo, sua definição, potência de i, conjugado de um complexo e por fim, as operações de adição e subtração.*

Figura 1 - Linha do tempo dos Números Complexos

Fonte: Acervo dos autores

Toda essa apresentação foi feita de forma bem sucinta pois o objetivo não era fazer uma aula expositiva, mas sim, proporcionar o despertar e a curiosidade para esses alunos. Dessa maneira, preparamos algumas atividades que pudessem fazer com que os alunos estivessem um contato mais dinâmico com o conteúdo e entendesse de fato como é que se desenvolve a resolução e como se identifica um Número Complexo.

As atividades aplicadas através de jogos matemáticos são importantes para os professores, pois eles poderão trabalhar de forma diferenciada os conteúdos matemáticos que são estudados em sala de aula. Por isso, é de extrema relevância para os alunos, pois permite que repensem em tudo o que foi ensinado e coloquem em prática tudo que foi aprendido ou, caso ele tenha alguma dificuldade, o jogo também proporciona que eles possam construir o conhecimento referente ao conteúdo apresentado.

3.2 Os jogos utilizados para o ensino dos Números Complexos

A seguir iremos apresentar dois jogos que foram utilizados no Projeto de Intervenção, onde eles foram confeccionados com materiais recicláveis, folhas de cartolina e de E.V.A, proporcionado um baixo custo para que a **EXPOMAT** fosse realizada.

Bingo dos complexos

Esse jogo é interessante por ser uma adaptação de um jogo bem conhecido do cotidiano dos alunos, pode ser conduzido de forma individual ou em dupla e as regras seguem como o modelo tradicional. A cartela contém as respostas das operações que estão distribuídas nas pedras do bingo que são retiradas da caixa e apresentadas aos alunos, que por sua vez, devem resolver cada operação e marcar na cartela de forma horizontal ou vertical para assim, ganhar o jogo.

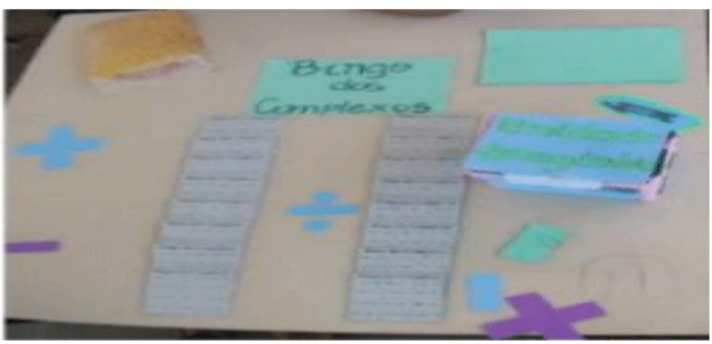


Figura 2 - Jogos Matemáticos - Bingo dos Complexos

Fonte: Acervo dos autores

Com isso, esse jogo pode contribuir para que o professor possa avaliar a compreensão dos alunos em relação às operações de adição e subtração de Números Complexos ou outro conteúdo.

Dominó dos Complexos

Trabalhando o assunto conjugado de um Complexo, o dominó é um jogo contendo 18 peças divididas em grupos de três alunos, mas as jogadas são individuais.

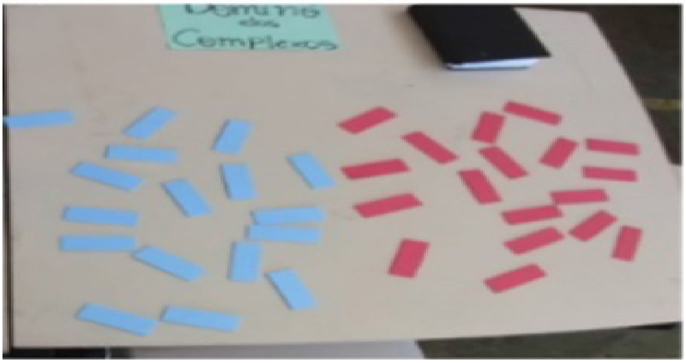


Figura 3 - Jogos Matemáticos - Dominó dos Complexos

Fonte: Acervo dos autores

No jogo dominó dos complexos os alunos deverão juntar as peças, de forma que haja uma união com cada número ao seu conjugado. Assim como no dominó tradicional vence aquele que conseguir colocar todas as peças em jogo.

Por meio dessas atividades, conseguimos apresentar de forma diferenciada o conjunto dos Números Complexos, já que as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, o PCN + (BRASIL 2002), ressalta que:

> Tradicionalmente, a Matemática do ensino médio trata da ampliação do conjunto numérico, introduzindo os números complexos. Como esse tema isolado da resolução de equações perde seu sentido para os que não continuarão seus estudos na área, ele pode ser tratado na parte flexível do currículo das escolas (BRASIL, 2007, p.122)

Além disso, e ampliando a fora mencionado acima, o PCN + nos sugere que a única aplicação dos números complexos acessível a alunos do Ensino Médio é a resolução de equações polinomiais, isto pode induzir o professor a considerar que a forma algébrica dos Números Complexos é a única parte relevante de ser ensinada. No entanto, uma abordagem adequada e mais ampla, pode contribuir no desenvolvimento de competências propostas do documento.

4 I RESULTADOS E OBSERVAÇÕES

Além das experiências em sala de aula, foi possível ainda, através do Projeto de Intervenção percebermos como o docente se adequa no espaço que lhe é concedido e como é importante planejar suas aulas, pois assim, podemos contribuir com o êxito dos discentes e da escola, onde nesse ambiente adquirimos conhecimentos de fundamental importância para a formação profissional.

No decorrer da exposição percebemos o interesse e a curiosidade em saber mais, conhecer de fato o conteúdo que estavam estudando em sala de aula. Portanto, ao utilizarmos instrumentos mais dinâmica, como a linha do tempo, onde descrevendo os autores que desenvolveram as ideias dos Números Complexos como, por exemplo: *Tartaglia, Cardano, Euler e Gauss*. Por meio desses famosos matemáticos os alunos conheceram que as funções de 3º grau, que encontramos "os números negativos com as raízes", onde gerou então a necessidade do surgimento do conjunto dos Números Complexos.

A exposição foi aberta a todas as turmas, por este fato, tivemos o cuidado de explicar de uma forma bem simples e sem deixar que o objetivo falhasse, pois, os alunos que não estavam no 3º ano ficaram numa primeira fase que seria o dominó, onde foi abordado somente o conjugado de um complexo, ou seja, a mudança de sinal da parte imaginária, alguns conseguiram fazer essa compreensão de maneira bem rápida e prosseguiram de atividade.

Os alunos do 3º ano conhecendo o assunto abordado tiveram em um primeiro momento a utilização do jogo do dominó, passando então desta etapa para o bingo dos complexos. Nesse momento os alunos já obtinham as informações necessárias para prosseguir nas resoluções. As cartelas foram distribuídas e começamos a sortear as pedras com operações.

Com o passar do tempo os alunos que outrora não conseguiam fazer jogo de sinal e operar os conjugados, estavam mais ágeis de forma a fazer cálculos e consequente resolver rapidamente as adições e subtrações.

Figura 4 - Alunos participando da EXPOMAT

Fonte: Acervo dos autores

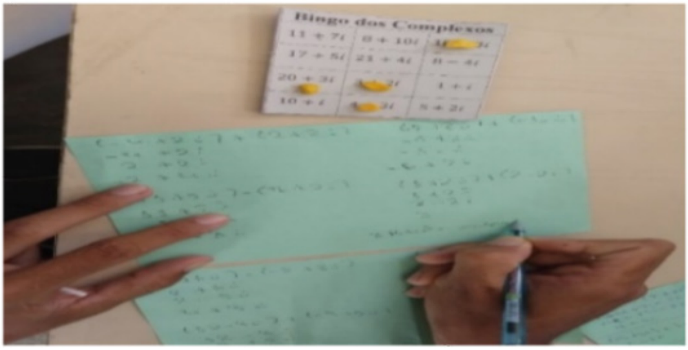


Figura 5 - Resolução dos Cálculos

Fonte: Acervo dos autores

Passada a exposição, na semana seguinte ao encontra – lós nos corredores da escola os indagamos a saber qual a contribuição que os instrumentos trouxeram para sua vida estudantil? E com satisfação ouvimos que “ *As atividades nos proporcionaram um despertar e nos motivaram a aprender “, “com o que aprendi, pude fazer uma boa prova”, alunas* do Professor Otávio, 3º ano.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

A disciplina Prática de Ensino de Matemática II nos permitiu conhecer a real situação vivenciada nas escolas de modo geral, acrescentado que para ser um profissional completo não basta apenas ter domínio dos assuntos e sim de uma série de fatores que os englobam, pois, uma boa relação em sala e práticas diferenciadas no processo ensino, possibilita o aluno uma motivação em aprender. Todas as práticas aprendidas tanto com o professor da universidade quanto os das escolas Professora Ecila Pantoja da Rocha e Professora Ernestina Pereira Maia foram indispensáveis para que as dificuldades venham a ser minimizadas quando estivermos em sala de aula.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, “O conhecimento matemático formalizado precisa, necessariamente, ser transformado para se tornar passível de ser ensinado/aprendido [...]” com isso, o pensamento do matemático teórico não está sujeito a comunicação direta aos alunos. Nesse sentido, o estágio realizado possibilitou vivenciar essa prática docente, além de perceber a necessidade constante de se trabalhar com materiais manipuláveis para contribuir no processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

Diante disso, o estágio em questão, juntamente com a criação do material apresentado na EXPOMAT, permitiu ampliar a compreensão sobre a atuação docente, permitindo conhecer a estrutura e o funcionamento da escola e a importância de se trabalhar com materiais manipuláveis nas aulas. Tudo isso, proporcionou aos alunos uma matemática mais palpável e divertida, contribuir positivamente no processo de ensino e aprendizagem do Conjuntos dos Números Complexos.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental.** – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, (PCN +), **Linguagens, Códigos e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 2002.

CHAGAS, Juliana Santos Barcellos**. A Relevância do ensino de números complexos no ensino médio na opinião dos professores de Matemática.** 2013. Disponível em: “http://uenf.br/posgraduacao/matematica/wpcontent/uploads/sites/ 14/2017/08/12082013Juliana-Santos-Barcellos-Chagas.pd”

CUNHA, Emmanuel Ribeiro. SÁ, Pedro Franco. **Ensino de Formação Docente: propostas, reflexões e práticas**. Belém, 2012

D’ AMBROSIO, Ubiratan. UNIVESP TV. Campinas, Unicamp, 12 abr. 2012. **Entrevista a pedagogia Unesp**.

D’AMBROSIO, Ubiratan. **Da Realidade à Ação** – reflexões sobre educação e matemática. 3. ed., Campinas – SP: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

KAMII, Constance. UNIVESP TV. Campinas, Unicamp, 12 abr. 2012. **Entrevista a pedagogia Unesp**.

MENDES, Iran Abreu; DE SÁ, Pedro Franco. **Matemática por atividades: sugestões para a sala de aula**. Natal: Flecha do Tempo, 2006.

PIMENTA, S. G.; LIMA, M. S. L. **Estágio e Docência. 3ª ed**. São Paulo: Cortez Editora, 2008.

PIRES, Maria José da Silva; ABRANTES, Nyedja Nara Furtado de; BORBA, Valéria Maria de Lima. **Matemática e Multiplicação: Dificuldades e Novos Olhares em Torno deste Ensino**, 2003 8 p. Universidade Federal de Campina Grande – Rua Sergio Moreira de Figueiredo, s/n - João Pessoa. PB, 2003.

CAPÍTULO 8

PSEUDOPRIMOS, QUEM SÃO? COMO VIVEM? COMO SE REPRODUZEM?

Data de aceite: 26/08/2020
Data de submissão: 04/06/2020

Zulaianny Regina de Araújo Azevedo
Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
Caicó - RN
http://lattes.cnpq.br/1036229494181206

Alex de Moura Batista
Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
Caicó - RN
http://lattes.cnpq.br/4451561721183888

Désio Ramirez da Rocha Silva
Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
Caicó - RN
http://lattes.cnpq.br/2106670839284505

RESUMO: O uso de números primos na Matemática e em todo o cotidiano é algo bem notável, mas se pararmos para analisar os números que pensamos ser primos e são compostos, iremos nos surpreender. Alguns algoritmos são capazes de testar essa primalidade, mas nem sempre eles apresentam um resultado exato, acontecem alguns chamados falsos positivos ou pseudoprimos que são números com características muito próximas dos números primos, mas são na verdade números compostos. Esses números que apresentam como resultado falso positivo são o objeto de estudo deste trabalho por meio de análise qualitativa de material disponível acerca do tema para aquisição de informações, justificando-se pela curiosidade que os pseudoprimos podem desencadear e as possíveis problemáticas que os envolvem.
PALAVRAS-CHAVE: Pseudoprimos, Primos, Testes de primalidade.

PSEUDO-PRIMES, WHO THEY ARE? HOW DO THEY LIVE? HOW DO THEY REPRODUCE?

ABSTRACT: The use of prime numbers in mathematics and in everyday life is quite remarkable, but if we stop to analyze the numbers that we think to be prime and are composed, we will be surprised. Some algorithms are able to test this primality, but they do not always present an exact result, happen some so called false positives or pseudo-primes that are numbers with characteristics very near to prime numbers, but are verily compound numbers. These numbers that present a false positive result are the object of study of this work through a qualitative analysis of available material on the topic for the acquisition of information, justified by the curiosity that pseudo-primes can trigger and the possible problems that involve them.
KEYWORDS: Pseudo-primes, primes, primality tests.

1 I INTRODUÇÃO

O vasto uso dos números primos e sua particularidade que tanto influenciou o desenvolvimento da Matemática levou a descoberta de números bastante interessantes como os pseudoprimos. Classificar um número pequeno como sendo primo pode demandar um certo tempo e esforço, contudo um número muito grande ao tentar classificar como primo ou composto pode ser bem difícil, existem algoritmos feitos especialmente para isso, mas até eles podem ser confundidos e darem resultados falsos.

Essa peculiaridade dos pseudoprimos resulta em um bom objeto de estudo que desperta interesse em entender como se comporta um conjunto de números que é composto, mas não aparenta. Dessa forma, o presente trabalho se justifica pela especulação acerca dos primos, sua utilidade em diversos campos e os falsos positivos gerados por números não primos em testes de primalidade, tal estudo se dá a partir da coleta de informações em leituras de textos sobre o tema com teor qualitativo.

O conceito dos números primos é um dos mais importantes na Teoria dos Números, que por sua vez tem destaque especial para a Matemática. Acredita-se que estes números são estudados desde a escola pitagórica em 530 a.C. e Euclides tenha dado ainda mais ênfase e formalidade a sua importância e escrita, respectivamente, como podemos notar no que diz SILVEIRA (2000). Os números primos eram escritos em linhas para representar sua composição a partir da unidade e sua linearidade; já os números compostos, em retângulos para mostrar que eles eram formados por uma multiplicação de primos. A partir desses conceitos, construímos o conceito de pseudoprimos, conjunto de números que compartilha características com os números primos, mas não são.

2 | DISCUSSÃO

A denominação “primos” se refere a ideia de primeiro como pode ser visto em BOYER (1996), esse conceito vem da escola pitagórica, que achava que a unidade era a ‘mãe’ de todos os números, isto é, um elemento gerador de todos os outros que seriam os ‘filhos’. Como os números primos não podiam ser gerados a partir de outros (escritos de maneira linear), apenas da própria unidade, eles receberam o nome de primários, daí primos. Já os secundários poderiam ser gerados por outros (escritos como áreas de quadriláteros) e ganharam esse nome que depois passou a ser “compostos”. Nessa época o número dois possuía um lugar especial fora dos primos pois a unidade e o 2 geravam todos os números existentes.

Para compreender a definição dos chamados pseudoprimos, devemos entender o que são os verdadeiros primos. (MILIES, 2006) define os números primos como sendo qualquer inteiro não negativo que possua apenas dois divisores positivos, 1 e $|\square|$. Com essa definição podemos entender um pouco como se comportam os números primos e o motivo de os gregos tratarem-nos como lineares, já que não podiam escrevê-los como multiplicação de fatores; enquanto os números compostos podem ser escritos como multiplicação de outros e representar áreas de quadrados ou retângulos.

Um grande matemático chamado Fermat (1601 - 1665) estudou mais profundamente os números primos e desenvolveu um teorema de grande relevância conhecido por Pequeno Teorema de Fermat que afirma:

Se um dado p é primo, então para todo inteiro a, $a^{p} - a$ é divisível por p.

Esse teorema foi demonstrado um século depois por Euler, apesar da existência de uma outra demonstração por Leibniz em manuscrito deixado anteriormente. Um outro resultado ainda de Fermat muito próximo deste é um teste de primalidade e diz:

Se p é primo e a não divisível por p, então $a^{p-1} - 1$ é divisível por p.

Entretanto, esse resultado é incompleto por apresentar uma infinidade de números não primos para os quais esse resultado é um falso positivo.

Os problemas com este resultado só apareceram em 1910 com Carmichael (1879 - 1967) quando o mesmo encontrou números compostos que verificam essa propriedade. Os ditos pseudoprimos absolutos ou números de Carmichael ganharam espaço nos estudos matemáticos e são definidos por SANTOS (2014) como:

Um número composto n tal que $a^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}$, para todo $1 < a < n$ com a e n primos entre si.

Ou ainda,

$a^{n} \equiv a \pmod{n}$, para todo inteiro $a \geq 1$.

Os números de Carmichael mostram que a recíproca ao Pequeno Teorema de Fermat não é um teste de primalidade preciso.

Existem ainda outros números com especificidades análogas, como os pseudoprimos na base b, os pseudoprimos de Euler na base b, os pseudoprimos fortes na base b, os pseudoprimos de Lucas, ou ainda os pseudoprimos de Euler-Lucas.

Testar a mão números pequenos para determinar sua primalidade não possui maiores dificuldades, porém, quando nos deparamos com centenas ou milhares de algarismos não é viável permanecer testando manualmente, para isso foram desenvolvidos algoritmos mais sofisticados.

Os testes de primalidade podem ser determinísticos ou probabilísticos, sendo o segundo o mais usado pois seu tempo de execução é menor. O primeiro deles diz com exatidão se o número é primo ou não, contudo possui restrições aos números relativamente pequenos, já o segundo determina a probabilidade de um número ser primo, dessa maneira existe um alto risco de ser um número composto com fatores primos grandes o suficiente para burlar os testes.

Essa nova maneira exige um alto poder computacional, tornando-os frágeis para os chamados números de Carmichael. A grande aplicabilidade na criptografia e nas chaves públicas, mais especificamente, depende de identificar números suficientemente grandes para usar nessas chaves, podendo gerar falsos positivos, os chamados pseudoprimos.

3 I RESULTADOS

Apesar de a Teoria dos Números datar de milênios atrás, existem conceitos relativamente novos e bastante curiosos. A formação de um número pode ser muito singular ou mesmo peculiar, fazendo com que nossa atual capacidade de entendimento acerca dos mesmos seja ainda muito falha e escassa.

Em 1992 foi mostrado por Alford (1937 - 2003), Granville (1962) E Pomerance (1944) que existe uma infinidade de números de Carmichael.

O menor destes números é $561 = 3 \times 11 \times 17$ e o maior conhecido foi construído por Alford e Grantham em 1998 com 20163700 algarismos e 1371497 fatores primos para os quais vale a propriedade suplementar que para todo □ , $62 \leq$ □ ≤ 1371435, ele é divisível por um número de Carmichael com exatamente □ fatores primos.

Tal resultado torna possível identificar vários desses números curiosos que confundem os algoritmos já existentes e que erros sejam evitados, bem como vazamento de informações importantes e sigilosas.

Em plena era de evolução tecnológica, não é uma surpresa que esse seja um ponto muito discutido e necessário para a humanidade. A Matemática ainda é uma 'caixinha de surpresas' esperando novas mentes dispostas a percorrer um longo caminho em busca de soluções escondidas por trás de meros símbolos quantitativos.

4 I CONCLUSÃO

Podemos notar a importância dos números pseudoprimos tão especiais e notáveis pelas suas peculiaridades. Eles gozam de particularidades pertencentes aos números primos que não possuem uma ordem muito aparente de formação, causando falsos positivos em testes de primalidade. As chaves públicas nas quais são usados são de grande valia para a segurança de informações particulares e importantes, permitindo que pessoas possam realizar operações bancárias, por exemplo, sem maiores transtornos.

Entendemos que os pseudoprimos devem ser estudados visando um melhor entendimento de suas especificações. Determinar a maior quantidade possível de pseudoprimos como os Números de Carmichael é um grande desafio matemático e o fascínio pelos números que Fermat possuiu pode ser uma ótima inspiração para a atualidade, sempre em busca de avanço.

REFERÊNCIAS

MILIES, Francisco César Polcino. COELHO, Sônia Pitta. **Números: Uma Introdução à Matemática**. 3ª ed. 2ª reimpr. São Paulo. Editora da Universidade de São Paulo, 2006.

BOYER, Carl. B. **História da Matemática**, 2ºed-São Paulo: Edgar Blucher,1996.

SILVEIRA, J.F. Porto da. **POR QUE O NOME PRIMO PARA OS NÚMEROS PRIMOS?**. Disponível em: <http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/pqprimo.html>. Acesso em: 16 de Setembro de 2019.

SOUZA, Clésio Santos de. **Números Pseudoprimos**. Macapá. 2014. Disponível em: <http://www2.unifap.br/matematica/files/2017/01/TCC-2014-clesio-santos.pdf>. Acesso em: 15 de Agosto de 2019.

CAPÍTULO 9

EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE Y RECONCEPTUALIZACIÓN GEOMÉTRICA: UNA PROPUESTA PARA LA REORGANIZACIÓN DE LA PRÁCTICA DOCENTE

Data de aceite: 26/08/2020
Data de submissão: 04/06/2020

Karla Gómez Osalde
Universidad Autónoma de Yucatán, Facultad de Matemáticas
Mérida, Yucatán, México
http://orcid.org/0000-0003-4079-2391

Landy Sosa Moguel
Universidad Autónoma de Yucatán, Facultad de Matemáticas
Mérida, Yucatán, México
http://orcid.org/0000-0002-8771-0800

Eddie Aparicio Landa
Universidad Autónoma de Yucatán, Facultad de Matemáticas
Mérida, Yucatán, México
https://orcid.org/0000-0003-4400-3919

RESUMEN: En el marco del desarrollo profesional de los profesores de matemáticas, se presenta una propuesta para coadyuvar en la reorganización de las prácticas docentes en educación básica (secundaria) mediante el análisis y discusión de una experiencia de aprendizaje que propicie la distinción conceptual de saberes geométricos. Se espera que lo anterior motive reflexiones docentes sobre cómo incluir diversas conceptualizaciones y significaciones en la geometría escolar en el aula. Esto es, la idea consiste en favorecer contextos de reconceptualización de saberes escolares y prácticas educativas que integren la epistemología y funcionalidad de las matemáticas como parte del quehacer docente. En particular, se proponen dos tareas geométricas para la inferencia de las fórmulas para el cálculo de la medida de volumen. Se describen las consideraciones de diseño y estructura de las tareas para una conceptualización de la noción volumen, medida de volumen, así como los procesos para su cálculo. De esta manera, se espera aportar hacia los tratamientos escolares en edades tempranas desde un enfoque que favorezca la visualización geométrica en procesos de construcción y cuantificación de las formas espaciales. Finalmente, se reflexiona sobre las maneras en que este tipo de experiencias de aprendizaje propician procesos de reconceptualización matemática y didáctica entre colectivos de profesores de tal manera que se logre integrar nuevos entendimientos epistémicos y sociales de los saberes matemáticos en el aula de clase.

PALABRAS - CLAVE: Experiencias de aprendizaje, Reconceptualización de las matemáticas, Pensamiento geométrico espacial, Reorganización de la práctica docente.

LEARNING EXPERIENCES AND GEOMETRIC RECONCEPTUALIZATION: A PROPOSAL FOR THE REORGANIZATION OF TEACHING PRACTICE

ABSTRACT: In the framework of the professional development of mathematics teachers, a proposal is presented to contribute in the reorganization of teaching practices in basic education (secondary) through the analysis and discussion of a learning experience that fosters the conceptual distinction of geometric knowledge. It is hoped that the above

will motivate teaching reflections on how to include diverse conceptualizations and meanings in school geometry. That is, the idea is to favor contexts of reconceptualization of school knowledge and educational practices that integrate the epistemology and functionality of mathematics as part of the teaching task. In particular, two geometric tasks are proposed for the inference of the formulas for the calculation of the volume measurement. The design and structure considerations of the tasks are described for a conceptualization of the notion volume, measurement of volume, as well as the processes for its calculation. In this way, it is expected to contribute towards school treatments at an early age from a geometric visualization approach in construction and quantification processes of spatial forms. Finally, it reflects on the ways in which this type of learning experiences foster processes of mathematical and didactic reconceptualization among groups of teachers in such a way that new epistemic and social understandings of mathematical knowledge are integrated in the classroom.
KEYWORDS: Learning experiences, Reconceptualization of mathematics, Geometric and spatial thinking, Reorganization of teaching practice.

1 I INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, el desarrollo del trabajo investigativo sobre la profesionalización docente en matemáticas (PDM) al seno de la Matemática Educativa, ha transitado de un plano individual cuyo interés de estudio sobre la práctica educativa se realizaba a partir las caracterizaciones y relaciones entre las creencias, concepciones y representaciones de los docentes, tanto respecto a su conocimiento matemático y didáctico (Thompson, 1992; Pajares, 1992; Contreras, 1998); y derivó hacia un plano colectivo, enfocándose en el estudio sobre el tipo de conocimiento pedagógico del contenido en la formación de profesores y el conocimiento del contenido matemático para su enseñanza (Shulman y Shulman, 2007), así también los conocimientos sobre los pensamientos de los estudiantes, de los métodos o recursos didácticos y del currículo que el profesor logre asumir (Ponte y Chapman, 2008). Si bien, en esta última perspectiva se retoma fuertemente el papel de la matemática, se soslayan aspectos de carácter sociocultural y contextual que enmarcan la práctica docente como característica fundamental.

Recientemente, el tema de la PDM se centra en aspectos más amplios, múltiples y sistémicos que incorporan lo cognitivo y epistemológico del saber con aspectos relacionados a lo didáctico y sociocultural para proveer explicaciones de las interacciones entre los componentes del sistema didáctico (profesor-alumno-saber). En este sentido, adquiere un papel relevante los contextos de profesionalización, las cuestiones relacionadas con las prácticas comunicativas en el aula, la cultura del aprendizaje, así como el papel del trabajo en comunidad (Lewis, Perry y Murata, 2006; Lee, 2008; Parada y Pluvinage, 2014; Sosa, Aparicio, Jarero y Tuyub, 2014, Aparicio, Cabañas y Sosa, 2017).

Con base en los planteamientos previos, se considera que el estudio y desarrollo de la PDM requiere situar a la docencia en matemáticas como una actividad social y holística que sea capaz de generar mecanismos de construcción y consenso de sus saberes disciplinares (Aparicio, Sosa, Cabañas y Gómez, 2020). Lo anterior, implica un cuestionamiento y reconstrucción de los entendimientos y significados de los saberes matemáticos escolares, su sentido social, así como su organización y difusión en ámbitos escolares.

Situados en este último entendimiento sobre la PDM, se presenta una propuesta para coadyuvar en la reorganización de las prácticas docentes en educación secundaria mediante el análisis y discusión de una experiencia de aprendizaje que motive reflexiones docentes sobre cómo incluir nuevas y diversas formas de conceptualizar la geometría escolar en el aula. La idea consiste en favorecer contextos de reconceptualización de saberes escolares y prácticas educativas que integren la epistemología y funcionalidad de las matemáticas como parte del quehacer docente (Aparicio et al, 2017; 2018; 2020).

En cuanto a la conceptualización de la geometría escolar favorecida en los tratamientos escolares de la educación básica (en particular para la educación secundaria) generalmente privilegia la ejemplificación y/o exposición de temas y el estudio de las fórmulas geométricas para el cálculo de medidas, opacando el ámbito conceptual y el sentido espacial. En consecuencia, se reportan dificultades en el aprendizaje de la geometría durante los primeros años escolares, un ejemplo de ello es que al presentarse tareas que involucran la variación en las formas geométricas, un estudiante tiende a no aceptar la posible inmutabilidad de la medida (Piaget, Inhelder & Szeminska, 1960). Al respecto, trabajos como el de D'Amore y Fandiño (2007) exponen el papel de las convicciones y elecciones de profesores, y cómo éstas pueden convertirse en obstáculos de naturaleza didáctica para la adecuada construcción de conocimiento sobre las relaciones entre perímetro y área en los estudiantes.

De acuerdo con los aspectos señalados, se presenta un diseño de experiencia de aprendizaje de la geometría escolar para la conceptualización de la noción volumen, con un enfoque relacional y centrado en procesos de visualización geométrica. Se postula que el cuestionamiento y discusión de dicha experiencia de aprendizaje puede fungir como un mecanismo para situar al profesor en contextos de reconceptualización geométrica y para la reorganización de las prácticas educativas que integren a la matemática desde su perspectiva conceptual, procedimental y estructural, con su especificidad didáctica y sociocultural.

2 | ASPECTOS TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS

a) Diseños de experiencias de aprendizaje en matemáticas

Con base en la experiencia de trabajo en distintos colectivos docentes de matemáticas a propósito de un programa de desarrollo profesional, se ha constituido e incorporado el análisis de *experiencias de aprendizaje matemático* como "instrumento conceptual" que propicie la reflexión colectiva sobre los mecanismos u orientaciones didácticas para favorecer una matemática relacional y experiencial en el aula de clase, así como de una "nueva" organización de la práctica para que esta perspectiva matemática sea fructífera. En concordancia con Dewey (1938), el individuo no sólo aprende de sus experiencias, sino al reflexionar sobre ellas.

Así, se concibe al diseño y análisis de una experiencia de aprendizaje no como un fin ensimismo, sino como un instrumento que genera espacios de aprendizaje entre colectivos docentes y por medio del cual vivencian experiencias profesionales propias de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas permitiendo situarse en procesos de reconceptualización de saberes (Aparicio, Gómez y Sosa, 2017; Aparicio y Sosa, 2013).

b) Reconceptualización de saberes geométricos

Se reconoce a la reconceptualización de un saber matemático como un proceso de adquisición de significados matemáticos más amplios o ampliados por la toma de conciencia durante una experiencia de aprendizaje (Aparicio, Sosa, Torres y Gómez, 2018), e implica la integración de la matemática desde su perspectiva conceptual, procedimental y estructural, con su especificidad didáctica y sociocultural. La reconceptualización entonces involucra la relatividad del conocimiento pues dependerá del tipo de experiencias y significados por los que una persona transite.

Dicho así, se plantea una forma de articular el carácter epistémico y el funcional de las matemáticas (Figura 1) al establecer que todo saber matemático (SM) por un lado, epistémicamente se conforma de tres dimensiones, la dimensión conceptual o de significados (C), hace referencia al *conocer qué*, dimensión procedimental o el *conocer cómo* (P) y dimensión estructural (E) o conocer cómo se interrelacionan los conceptos en un dominio de conocimiento matemático; por otro lado, la funcionalidad social del SM implica la articulación entre su utilidad social (US), utilidad escolar (UE) y utilidad personal (UP), (Aparicio, Cabañas y Sosa, 2017).

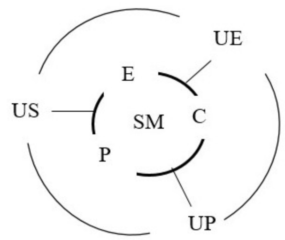


Figura 1. Articulación lo epistémico y lo funcional de un saber matemático

Por tanto, conviene cuestionarse la posibilidad de diseñar experiencias de aprendizaje escolares que propicien la distinción conceptual entre nociones geométricas muchas veces tratados únicamente desde el enfoque procedimental, sobretodo en educación básica. Es preciso atender la naturaleza cognitiva que exige la coordinación aspectos geométricos conceptuales y procedimentales, por ejemplo, lograr relacionar el razonamiento espacial con el numérico para el entendimiento de la medida geométrica, tal como lo reportan Battista, Winer y Frazee (2017).

Se distinguen dos características esenciales que contribuyen a la reconceptualización de saberes geométricos en los primeros años de educación básica. La primera alude a la pertinencia de centrar el estudio de la geometría en la percepción de la realidad, por tanto, conviene un acercamiento donde lo empírico y la observación sean medios para el desarrollo de la perspectiva espacial (Alsina, Brugués y Fortuny, 1997). La segunda, implica el desarrollo de la visualización geométrica, es decir, la habilidad para comunicar, traducir e interpretar información visual, como medio para reconocer y construir formas espaciales en distintas dimensiones, abstraer sus propiedades mediante el análisis de sus diversas representaciones, así como el establecimiento y validación de relaciones geométricas espaciales mediante el reconocimiento y abstracción de patrones (Aparicio *et. al.*, 2018).

En el sentido de lo previamente destacado, importa distinguir entre proponer experiencias de aprendizaje para la geometría escolar que involucren la generación de figuras espaciales en donde las formas y sus elementos, las relaciones y los patrones geométricos constituyan el medio y no el fin en sí mismo; contrariamente al favorecimiento de actividades matemáticas centradas en la clasificación, definición de figuras o cuerpos geométricos, sus propiedades y empleo de fórmulas para calcular medidas espaciales tales como perímetro, área y volumen. Esto es, experiencias de aprendizaje que involucren lo epistémico y funcional del saber matemático.

c) Reorganización de la práctica docente

El principal entendido teórico de esta propuesta radica en considerar los escenarios contextuales de reconceptualización como medio para modificar lo racional en la práctica. En palabras de Aparicio y Sosa (2013), el conocimiento de una persona se asocia al tipo de experiencias y contextos en los que se sitúe. La actividad docente no está exenta de ello, por lo que conviene sea el detonante para replantear y validar tanto las formas en que se presentan los saberes matemáticos en la escuela como las prácticas educativas asociadas.

Bajo este entendimiento, se propone el diseño y reflexión sobre experiencias de aprendizaje por medio de lo cual se busca situar a los docentes en la posibilidad de vivenciar procesos colectivos de reconceptualización de su profesión y de su saber disciplinar. De manera que, favorecer escenarios de PDM implica situar al docente en contextos de reconceptualización de saberes que desencadenen en el desarrollo de experiencias profesionales docentes asociadas a la construcción escolar de las matemáticas. Lo anterior, permite analizar la pertinencia de una reorganización didáctica que logre integrar la construcción social del conocimiento matemático en el aula.

3 I DISEÑO DE UNA EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE PARA LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

El objetivo del diseño de la experiencia de aprendizaje fue promover el proceso cognitivo de visualización, así como el establecimiento de relaciones geométricas a partir del análisis de casos particulares para la inferencia de las fórmulas para calcular la medida de volumen de cuerpos tridimensionales. El diseño es dirigido a estudiantes de educación secundaria (11-15 años) como parte del eje de pensamiento *Forma, espacio y medida*.

Los elementos epistémicos del concepto volumen que se propone enfatizar en las tareas se describen a continuación (Aparicio, Sosa, Torres y Gómez, 2018):

- Lo conceptual: En matemáticas, el volumen se reconoce como una característica espacial de un cuerpo geométrico tridimensional, es decir, el espacio que ocupa un cuerpo tridimensional. Expresa una relación entre la forma espacial de tres dimensiones (largo, ancho y alto) y el espacio que ocupa.

- Lo procedimental: Involucra la determinación de procedimientos para medir las variaciones en formas tridimensionales y su efecto en el espacio que abarca o podría ocupar. Por tanto, se conforma de operaciones que relacionen elementos geométricos conocidos como área, altura, forma, tamaño, entre otros, que permitan inferir fórmulas para el cálculo del volumen y que expresen la equivalencia del espacio tridimensional que ocupan.

- Lo estructural: Se refiere a las estructuras aritméticas y/o algebraicas asociadas a las fórmulas para calcular la medida de volumen de diversos cuerpos geométricos según su forma tridimensional. En particular, se enfatiza la relación multiplicativa entre la medida de área de la base del cuerpo y la medida de su altura en el caso de un prisma recto; y en el caso de la pirámide regular recta, la relación multiplicativa entre la estructura previa y la cantidad constante de $\frac{1}{3}$.

En cuanto a la estructura de las tareas que conforman el diseño de la experiencia de aprendizaje se consideraron los aspectos siguientes:

I. En cada una de las tareas se promueve la visualización geométrica como medio para transitar de lo empírico a las relaciones algebraicas formales. Se presentan situaciones que involucran la composición de cuerpos geométricos regulares mediante la percepción visual de una “superposición” de figuras planas semejantes que representan la construcción del espacio tridimensional, de manera intuitiva.

II. En cada tarea, el conjunto de casos particulares tiene como finalidad el análisis de aspectos invariantes o bien, la conservación de cualidades geométricas como la forma, tamaño y espacio que ocupa cada cuerpo tridimensional, tanto para determinar la medida de volumen en cada caso, como para establecer el proceso general que permita calcular la medida de volumen para cada tipo de forma invariante del cuerpo geométrico tridimensional.

4 I EJEMPLO DE TAREAS DE UNA EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE PARA LA INFERENCIA DE FÓRMULAS DE CÁLCULO DE MEDIDAS DE VOLUMEN

Se presentan dos tareas (ver Figuras 2 y 3) que conforman un diseño de experiencia de aprendizaje para la educación secundaria cuyo aprendizaje esperado recae en la inferencia de las fórmulas para calcular la medida del volumen de cubos, primas y pirámides rectos.

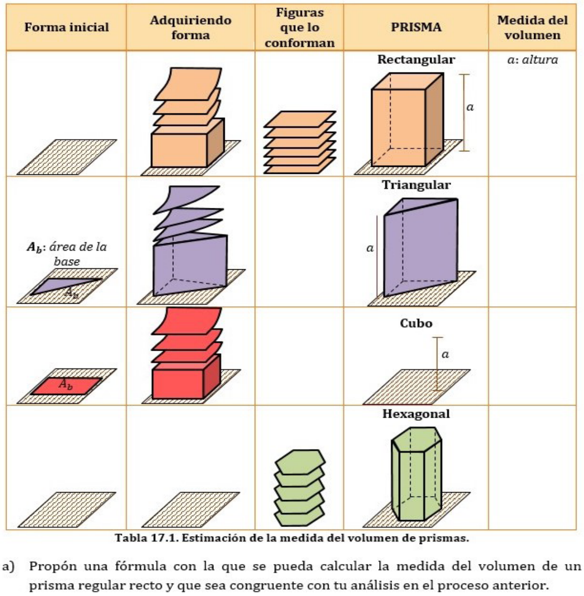


Figura 2. Tarea para la inferencia de la fórmula del cálculo de volumen de un prisma recto desde una perspectiva geométrica relacional

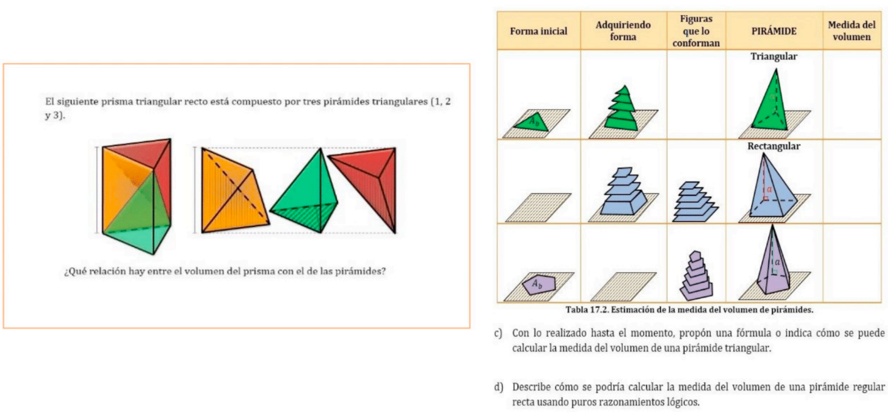


Figura 3. Tarea para la inferencia de la fórmula del cálculo de volumen de pirámides desde una perspectiva geométrica relacional

A continuación, se destacan algunas consideraciones didácticas a propósito de la implementación de esta experiencia de aprendizaje:

1. Para la introducción de la experiencia de aprendizaje se propone enfatizar un discurso sobre el papel de la medida y la manera en que se mide un espacio tridimensional, por ejemplo, al cuestionar sobre ¿cómo medir el volumen de un cuerpo geométrico? Esto es, contrariamente a la presentación de las fórmulas y su ejemplificación, se propone hacer

énfasis en el proceso de construcción de mecanismos para medir el volumen de un objeto que ocupa un lugar en el espacio.

2. Durante el desarrollo de las tareas se busca propiciar que el estudiante sea partícipe de la construcción de relaciones espaciales al establecer un patrón de comportamiento geométrico entre los elementos invariantes de las formas geométricas presentadas. Además, se enfatiza en la relación entre dimensiones, es decir, se parte de lo bidimensional hacia lo tridimensional. Lo anterior pretende contribuir hacia el entendimiento de las unidades de medida asociadas, pues en situaciones contextualizadas que involucran volumen, área o perímetro, en su mayoría, los alumnos centran su atención a la cantidad numérica y se obvia la naturaleza geométrica de las unidades de medida según la dimensión del objeto geométrico.

3. También, se procura asociar las estrategias de resolución con el proceso cognitivo de visualización (análisis de características, observación, comparación y abstracción), ya que se propone como recurso para construir la relación matemática que permite medir el volumen de un cuerpo geométrico.

4. Para el desarrollo de la segunda tarea, se emplea como referente el entendimiento conceptual del prisma y el procedimiento para medir su volumen con la finalidad de conceptualizar la relación matemática que representa el proceso para medir el volumen de las pirámides.

5. Finalmente, para concluir la experiencia de aprendizaje se propone promover el análisis y argumentación de relaciones entre áreas, alturas y volúmenes con respecto a sus medidas y formas. Así, se podría formalizar la medida del volumen de un cuerpo geométrico como la relación de equivalencia con la medida del espacio tridimensional que ocupa.

Sobre el desarrollo de las tareas. En la primera, es decir para el caso de las pirámides rectas, se espera que el estudiante reconozca una figura base inicial de dos dimensiones, analice el proceso representado para construir cada prisma y determine la medida de volumen. De esta manera, se lograría establecer una regularidad para determinar la medida de volumen del prisma mediante el análisis de las formas que lo constituyen. Se prevé la inferencia de la fórmula para calcular la medida del volumen de un prisma regular recto como una relación de equivalencia multiplicativa entre la medida del área de la figura plana inicial (base) y la altura del prisma.

En la segunda tarea, se inicia con el análisis sobre los elementos de las pirámides rectas y su relación con los prismas rectos, en particular a partir del estudio de un prisma triangular seccionado en tres pirámides triangulares equivalentes en medida de volumen. Con lo anterior como argumento, se espera que el estudiante logre inferir la fórmula para calcular le medida del volumen de una pirámide regular recta como una relación de equivalencia multiplicativa de un tercio del volumen del prisma que la contiene, mediante un razonamiento análogo a la primera tarea.

5 | CONSIDERACIONES PARA DESARROLLAR LA REONCEPTUALIZACIÓN DE SABERES Y REORGANIZACIÓN DE PRÁCTICAS DOCENTES

A continuación, se plantean una serie de consideraciones sobre las formas en que el diseño de experiencia de aprendizaje puede propiciar procesos de reconceptualización de saberes y reorganización de prácticas en un colectivo de profesores.

- Se propone un acercamiento mediante el análisis individual y colectivo de las tareas que conforman la experiencia de aprendizaje, en función de sus consideraciones sobre el aprendizaje del tema. De esta manera, se propicia una comparación de lógicas didácticas y matemáticas sobre el estudio y significado de la noción de volumen, así como las formas para determinar la medida de volumen de cuerpos geométricos en educación secundaria.

- Posteriormente, conviene generar un consenso entre el colectivo de profesores sobre las maneras en que la experiencia de aprendizaje promueve la construcción de significados de la noción volumen, del procedimiento para calcular la medida de volumen de cuerpos geométricos y de la relación entre éstos para la inferencia de su expresión algebraica o numérica general.

- También, se propone una etapa para reflexionar sobre las nuevas formas de significar o interpretar las nociones matemáticas discutidas, así como las variantes en las argumentaciones sobre los tratamientos didácticos y énfasis en las tareas escolares para la enseñanza y aprendizaje del volumen en educación secundaria.

- En este momento, se construye colectivamente una serie de consideraciones didácticas, matemáticas y prácticas para la implementación de la experiencia de aprendizaje en el aula.

- Finalmente, se propicia la reflexión, tanto individual como en colectivo, sobre las implicaciones docentes que conlleva la adaptación de las prácticas educativas para favorecer una geometría escolar centrada en el desarrollo del pensamiento y visualización geométrica.

6 | REFLEXIONES FINALES

Si bien se describen tareas que conforman una experiencia de aprendizaje como instrumento para detonar un proceso de reconceptualización de saberes sobre la noción volumen en profesores de educación secundaria de manera que ello motive su integración en las prácticas de aula; se reconoce la importancia de profundizar sobre el papel de la *reflexión* y la *colectividad* como parte del proceso de reconceptualización de saberes para la transformación de las prácticas de aula, no sólo a nivel cognitivo sino hacia el aporte funcional y formativo que implica desarrollar una forma didáctica de pensar. Componentes que posibilitan el cuestionamiento profundo sobre la organización actual de la práctica docente y la conveniencia de su reorganización.

Así, el diseño de experiencias de aprendizaje que permitan desarrollar la visualización geométrica y el establecimiento de relaciones espaciales, se propone no sólo para desarrollar abstracciones y conceptualizaciones geométricas en los estudiantes de educación secundaria, sino también, considerar que los profesores vivan la experiencia y analicen sus implicaciones para con el aprendizaje geométrico. Lo anterior, posibilita promover una forma distinta de pensar didácticamente la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, así como una sensibilización y motivación para ponerla en práctica en conjunto con los estudiantes. Se esperaría que, de esta manera, coadyuvemos a la generación de espacios de aprendizaje profesional docente que impacten positivamente en la formación matemática de nuestros estudiantes.

REFERENCIAS

ALSINA C.; BRUGUÉS, C.; FORTUNY, J. **Invitación a la didáctica de la geometría.** España: Síntesis, 2017.

APARICIO, E. et al. Reflexive Conversation: Approach to the Professional Learning of Pre-service Mathematics Teachers. **Universal Journal of Educational Research**, Washington, v. 8, n. 5, p. 1797-1809, 2020.

APARICIO, E. et al. **Reconceptualización del saber matemático en educación** básica. Mérida: Editorial de la Universidad Autónoma de Yucatán, 2018.

APARICIO, E.; GOMEZ, K.; SOSA, L. Experiencias y colectividad para el desarrollo profesional docente en matemáticas de educación básica. **Innovación e Investigación en Matemática Educativa**, Ciudad de México, v. 2, n, 1, p. 168-176, 2017.

APARICIO, E.; CABAÑAS, G.; SOSA, L. Reconceptualización de saberes y pensamiento didáctico en matemáticas. **Revista Tlahuizcalli**, Querétaro, v.3, n.9, p- 6-12, 2017.

APARICIO, E.; SOSA, L. Contenidos matemáticos en secundaria. Una propuesta para su tratamiento escolar. En Escuela de Invierno en Matemática Educativa, 16, 2013, Tuxtla Gutierrez, **Memorias...** México: Red Cimates, 2013, p. 154 – 159.

BATTISTA, M.; WINER, M.; FRAZEE, L. How Spatial Reasoning and Numerical Reasoning Are Related in Geometric Measurement. En North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 39, 2017, Indianapolis, **Proceedings…** Indianapolis, IN: Hoosier Association of Mathematics Teacher Educators, 2017, p. 355 – 362.

CONTRERAS, L. **Resolución de problemas. Un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula**. 1998. 505 f. Tesis (Doctorado en Didáctica de las Ciencias y Filosofía) - Departamento de Didáctica de las Ciencias y Filosofía, Universidad de Huelva, Huelva, 1998.

DEWEY, J. **Education and Experience**. Nueva York: Horace Liveright, 1938.

D'AMORE, B.; FANDIÑO, M. I. Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, Ciudad de México, v. 10, n. 1, p. 39-68, 2007.

LEE, J. A Hong Kong Case of Lesson Study –Benefits and Concerns. **Teaching and Teacher Education**, Londres, v. 24, n. 5, p. 1115-1124, 2008.

LEWIS, C.; PERRY, R.; MURATA, A. How Should Research Contribute to Instructional Improvement? The Case of Lesson Study. **Educational Researcher**, California, v. 35, n. 3, p. 3-14, 2006.

PAJARES, M.F. Teachers' beliefs and educational research: cleaning up a messy construct. **Review of Educational Research**, California, v. 62, n. 3, p. 307-332, 1992.

PARADA, S.; PLUVINAGE, F. Reflexiones de profesores de matemáticas sobre aspectos relacionados con su pensamiento didáctico. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, Ciudad de México, v. 17, n. 1, p. 83-113, 2014.

PIAGET, J.; INHELDER, B.; SZEMINSKA, A. **Child's conception of geometry.** Nueva York: Routledge, 1960.

PONTE, P. Y CHAPMAN, O. Preservice Mathematics Teachers' knowledge and development. En L. English (Ed.) **Handbook of International Research in Mathematics Education**. 2 ed. Nueva York: Routledge, 2008, cap. 11, p. 225-263.

SHULMAN, L.; SHULMAN, J. How and what teachers learn: A shifting perspective. **Journal of Curriculum Studies**, Londres, v. 36, n. 2, p. 257-271, 2007.

SOSA, L., et al. Matemática Educativa y Profesionalización Docente en Matemáticas. El caso de Yucatán. En Dolores, C. et al. (Eds) **Matemática Educativa: La formación de profesores**. 1 ed. Ciudad de México: Díaz de Santos, 2014, cap. 1, p. 31 – 47.

THOMPSON, A.G. Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. En D. A. Grows (Ed.), **Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning**. 1 ed. Nueva York: MacMillan, 1992, cap. 8, p. 127-146.

CAPÍTULO 10

UMA EXPERIÊNCIA COM AS FERRAMENTAS DO APLICATIVO "GOOGLE SALA DE AULA" NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Data de aceite: 26/08/2020
Data de submissão: 04/06/2020

Helenice Maria Costa Araújo
Secretaria Municipal de Educação de Uberlândia
Uberlândia – Minas Gerais
http://lattes.cnpq.br/5269160340015266

Jhone Caldeira Silva
Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística
Goiânia - Goiás
http://lattes.cnpq.br/6848751340618892

Élida Alves da Silva
Universidade Federal de Catalão, Unidade Acadêmica de Matemática e Tecnologia
Catalão - Goiás
http://lattes.cnpq.br/5863501378045434

RESUMO: O presente trabalho traz discussões sobre como a inserção de Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) na prática docente, por meio das ferramentas para ambiente de Sala de Aula do aplicativo "Google Sala de Aula", contribui para o processo de ensino aprendizagem de Matemática. A pesquisa foi desenvolvida em uma turma de nono ano do Ensino Fundamental. Para subsidiar este trabalho foi feita uma ampla pesquisa bibliográfica sobre a Educação a Distância, TICs, mídia vídeo e sobre o objeto de aprendizagem Google Sala de Aula. Foram utilizados, como instrumentos mediadores do processo: questionários, atividades e vídeos analisados a partir de uma abordagem qualitativa e quantitativa. Os resultados obtidos nas análises dos dados apontam que o objetivo de inserir TICs na prática docente, por meio das ferramentas para ambiente de Sala de Aula do aplicativo "Google Sala de Aula", de forma a contribuir significativamente para o processo de ensino aprendizagem de Matemática, foi atingido.

PALAVRAS-CHAVE: Google Sala de Aula, Tecnologias, Matemática, Aprendizagem.

AN EXPERIENCE USING GOOGLE CLASSROOM'S TOOLS IN MATHEMATICS TEACHING

ABSTRACT: In this work we present some discussions about the insertion of Information and Communication Technologies (ICTs) in teaching practice, with Google Classroom, reporting some investigations in the teaching and learning process of Mathematics. The research was developed in a class of ninth grade of Elementary School. We realize an extensive bibliographic research about Distance Education, ICTs, Google Classroom, and video media, as theoretical support. Questionnaires, activities and videos were used to mediate the process and these instruments were analyzed from a qualitative and quantitative approach. The results indicated that ICTs in teaching practice, with Google Classroom, can contribute significantly to the teaching and learning process of Mathematics.

KEYWORDS: Google Classroom, Information and Communication Technologies, Mathematics, Learning.

1 | INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática, ao longo dos anos, tornou-se um ponto crucial no processo de ensino aprendizagem, em razão da dificuldade encontrada pelos aprendizes em compreender seus conceitos básicos. O baixo rendimento escolar e o consequente baixo desempenho em avaliações do governo tais como a Prova Brasil, o SIMAVE (Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública) e SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), são problemas enfrentados na atualidade pelas instituições de ensino. Diante disso, torna-se necessária uma reflexão acerca dos procedimentos pedagógicos adotados pelos professores.

O professor deverá buscar novas metodologias de ensino, qualificar suas aulas, buscar e utilizar novos recursos tecnológicos. Valente deixa claro a importante tarefa que o professor terá no sentido de motivar o aluno a continuar sua busca

> Caberá ao professor saber desempenhar um papel de desafiador, mantendo vivo o interesse do aluno em continuar a buscar novos conceitos e estratégias de uso desses conceitos, incentivando relações sociais de modo que os alunos possam aprender uns com os outros a trabalhar em grupo. (VALENTE, 1993, p.40).

É essencial auxiliar os alunos na construção do conhecimento de maneira que eles se sintam motivados e consigam superar suas dificuldades, principalmente em relação aos conteúdos de Matemática. Nesse contexto, surge a proposta de utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) em ambientes de aprendizagem. Segundo Mercado

> A sociedade atual passa por profundas mudanças caracterizadas por uma profunda valorização da informação. Na chamada Sociedade da Informação, processos de aquisição do conhecimento assumem um papel de destaque e passam a exigir um profissional crítico, criativo, com capacidade de pensar, de aprender a aprender, de trabalhar em grupo e de se conhecer como indivíduo. Cabe à educação formar esse profissional (...). (MERCADO, 2002, p.12)

Atualmente, com os recursos tecnológicos disponíveis, podemos tornar a Matemática uma disciplina envolvente e instigante para nossos alunos. Com a difusão do computador como ferramenta no processo de ensino aprendizagem, vários aplicativos foram desenvolvidos para essa finalidade, possibilitando uma revolução em termos da habitual forma de ministrar aulas.

No âmbito das tecnologias digitais, as ferramentas *on-line* possuem um potencial de ensino inovador, além de facilitar o trabalho de professores e aprimorar o processo de ensino aprendizagem dos alunos. Conforme Boettcher (2005) não dá mais para separar educação *on-line* de educação presencial. Para o autor, no espaço relacional do laboratório, passamos a utilizar a internet como amplo dispositivo para navegar, inventar, mobilizando os alunos a construir novos dispositivos para disparar, para autoconstruir.

Nessa perspectiva, o professor pode, por exemplo, utilizar ferramentas para ambiente de Sala de Aula do aplicativo “Google Sala de Aula”, a fim de aprimorar o processo de ensino aprendizagem de Matemática. Assim é possível fazer uso de metodologias interativas, onde se possa compartilhar materiais didáticos de forma dinâmica, bem como propiciar a interação, em tempo real, entre professores e alunos. Essa iniciativa pode despertar o interesse do aluno por meio de um trabalho lúdico e prazeroso, que o levará a uma maior socialização e um processo de relacionamento interpessoal, o qual propiciará o aprendizado coletivo.

Nesse contexto, partindo da motivação adquirida por meio da experiência de uma das pesquisadoras como aluna da Educação a Distância e como professora de Matemática, propôs-se o seguinte problema de pesquisa: “O desenvolvimento de atividades utilizando Tecnologias de Comunicação e Informação, por meio da plataforma “Google Sala de Aula”, concomitantemente com as aulas presenciais, pode contribuir com a aprendizagem dos conteúdos de equação do segundo grau, fórmula de Bháskara, relação entre as raízes e os coeficientes de uma equação de segundo grau (soma e produto), sistema de equações do segundo grau, problemas envolvendo equações do segundo grau e conceitos iniciais de funções?”. Essa foi a questão norteadora do presente trabalho.

2 I METODOLOGIA

Com o objetivo de buscar instrumentos que propiciem a melhoria da qualidade do processo de ensino aprendizagem de Matemática, foi feita uma revisão bibliográfica sobre a Educação a Distância, TICs, mídia vídeo e sobre o Google Sala de Aula. A partir desta pesquisa foram elaboradas atividades que envolveram a utilização de TICs na prática docente, ferramentas para ambiente de Sala de Aula do aplicativo “Google Sala de Aula” e a criação de um ambiente interativo onde fosse possível compartilhar materiais didáticos de forma dinâmica. A pesquisa foi fundamentada em uma metodologia qualitativa que, segundo Garnica se configura pelas características abaixo:

> (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (GARNICA, 2006, p. 86).

A intervenção foi realizada na cidade de Uberlândia/MG, em uma Escola Municipal. Participaram do estudo 34 alunos do nono ano do Ensino Fundamental. Foram ministradas aulas tradicionais abordando o conteúdo selecionado e, simultaneamente, foram desenvolvidas atividades no Portal do Aluno, como complemento às aulas ministradas presencialmente. Além disso, tendo em vista envolver os alunos e motivá-los a estudar, foi proposto que fizessem vídeo aulas sobre os conteúdos abordados, os quais foram postados no ambiente virtual. As atividades realizadas no Portal do Aluno foram feitas em contra turno e perfizeram um total de 30 horas aula.

Foram utilizados, como instrumentos mediadores do processo: questionários, atividades e vídeos. Foi realizada a análise dos dados coletados, pautando-se por alguns princípios considerados importantes. Para Neves (1996), o pesquisador deve buscar entender a importância dos fenômenos estudados, segundo a perspectiva dos participantes da situação estudada e, em seguida, fazer a interpretação dos fenômenos estudados.

3 I RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir da análise das atividades conclui-se que uma grande parcela dos participantes da pesquisa não estuda e percebe-se que o principal desafio em questão é a motivação pessoal dos discentes para o estudo. Diversos estudantes gostaram das atividades desenvolvidas por meio do Portal do Aluno. O trabalho docente foi facilitado, tendo em vista a possibilidade de armazenamento das tarefas no *google drive*, a possibilidade de correção automática de atividades de múltipla escolha, a facilidade de enviar *feedbacks* aos alunos em questões abertas, o tratamento das informações relativas ao desempenho dos alunos por meio de tabelas e gráficos. Portanto, esse recurso se mostrou eficaz tanto em motivar os alunos a desenvolver atividades matemáticas, como em facilitar o trabalho docente.

Sobre as vídeo aulas, muitos estudantes comentaram ter gostado de assisti-las e foi perceptível a melhora nas notas dos discentes. Na segunda etapa da realização do trabalho, que consistiu na gravação de vídeo aulas, alguns participantes dedicaram pouco tempo para realização da tarefa e alguns executaram a atividade simplesmente para obtenção de nota. Contudo, muitos estudantes mostraram entusiasmo. O fato de todos, individualmente, terem que explicar o conteúdo e resolver os exercícios durante a apresentação, propiciou o aprimoramento da linguagem matemática, contribuindo de forma significativa para a aprendizagem dos conteúdos abordados.

Neste contexto, avalia-se que as ferramentas utilizadas durante o desenvolvimento do projeto são eficazes e, por meio delas, foi possível estimular e envolver boa parcela dos participantes nas atividades. Um indicador dessa afirmação é a melhora do desempenho de 12 alunos, quando comparados os resultados do “Teste de Matemática”, aplicado antes da intervenção e do “Trabalho de Matemática”, aplicado após a intervenção. Entretanto, fazer com que o aluno estabeleça o hábito de estudar no cotidiano é uma tarefa árdua, bem como encontrar mecanismos para diagnosticar se o aluno realmente executa as atividades propostas ou conta com o apoio de terceiros.

4 I CONCLUSÕES

A avaliação da proposta desenvolvida foi positiva, a partir dos dados obtidos naquele momento. Ademais, posteriormente, tivemos acesso a outros indicadores positivos, os resultados de avaliações externas. No Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (Inep). Os estudantes participantes da pesquisa obtiveram nota 6,0, a maior nota já registrada para a escola nesta avaliação. O resultado foi disponibilizado, no Painel Educacional http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/ resultado.seam?cid=1640422, a partir de outubro de 2016. Na Avaliação Nacional do Rendimento Escolar, denominada PROVA BRASIL, os discentes participantes da pesquisa obtiveram nota (309,83). Esse resultado está disponível na página http://sistemasprovabrasil.inep.gov.br/provaBrasilResultados/view/boletimDesempenhoboletimDesempenho.seam.

Além disso, a diretora da escola campo relatou acreditar que o aumento do desempenho dos estudantes nas referidas avaliações se deve, em parte, ao trabalho diferenciado feito com a utilização do Portal do Aluno. Entretanto, é necessário que sejam feitos trabalhos no sentido de conscientização de pais e alunos sobre a importância do hábito de estudar. Temos muitos discentes desmotivados e desinteressados e, apesar da mudança das práticas pedagógicas dos docentes auxiliarem na melhoria do processo de ensino aprendizagem, essa é uma questão muito complexa.

Por fim, a experiência com o desenvolvimento de atividades utilizando Tecnologias de Comunicação e Informação, por meio da plataforma “Google Sala de Aula”, concomitantemente com as aulas presenciais, impactou na prática docente, no sentido de acreditar na incorporação dessa metodologia definitivamente nas aulas de Matemática para todas as turmas nos anos seguintes à realização desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

BOETTCHER, D. **A internet como dispositivo potencializador didático**. In: ______. SCHLÜNZEN, E. T. M.; JUNIOR, K. S.; PELLANDA, N. M. C. (Org.). I**nclusão digital: tecendo redes afetivas/cognitivas**. Rio de Janeiro: DP&A, 2005. p. 145-161.

GARNICA, A. V. M. **História Oral e Educação Matemática**. In: BORBA, M. C. et al e Araújo, J. L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. Cap. 3. p. 79-100.

MERCADO, L. P. L. **Novas tecnologias na educação: reflexões sobre a prática.** Maceió: Edufal, 2002.

NEVES, J. L. **Pesquisa qualitativa: características, usos e possibilidades**. Cadernos de Pesquisas em Administração, v. 1, n.3, 2º sem, 1996.

VALENTE, José Armando. **O computador e o conhecimento – repensando a educação**. São Paulo: Gráfica UNICAMP, 1993.

CAPÍTULO 11

AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO COMO FERRAMENTAS MOTIVADORAS PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Data de aceite: 26/08/2020
Data de submissão: 04/06/2020

Michele Cristina da Silva
Secretaria Estadual de Educação, Cultura e Esporte
Catalão – Goiás
http://lattes.cnpq.br/6260535016356121

Élida Alves da Silva
Universidade Federal de Catalão, Unidade Acadêmica de Matemática e Tecnologia
Catalão - Goiás
http://lattes.cnpq.br/5863501378045434

Jhone Caldeira Silva
Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística
Goiânia - Goiás
http://lattes.cnpq.br/6848751340618892

RESUMO. A pesquisa a que este trabalho se refere buscou responder, por meio de uma intervenção com alunos do Ensino Fundamental 2, à seguinte questão: "A inclusão digital, por meio da utilização de inovações tecnológicas na escola, pode motivar os alunos no processo de ensino-aprendizagem de conteúdos de Matemática?". Foi feita uma intervenção com o propósito de investigar a contribuição da inclusão digital e das Tecnologias de Informação e Comunicação para potencializar o ensino-aprendizagem e qualificar as práticas pedagógicas, influenciando no processo educativo e no desenvolvimento dos alunos enquanto cidadãos. Foram trabalhados conteúdos de Matemática utilizando as Tecnologias de Informação e Comunicação com alunos que não possuíam ou tinham pouco contato com recursos tecnológicos. Os conceitos foram trabalhados mediante a utilização de editores de textos, planilhas eletrônicas, outros *softwares* livres e pesquisas na internet. Ao final constatou-se que a utilização desta metodologia de ensino contribuiu de forma significativa para o alcance dos objetivos estabelecidos.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino-Aprendizagem, Matemática, Tecnologias, Educação.

INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES AS MOTIVATING TOOLS FOR MATHEMATICS TEACHING-LEARNING

ABSTRACT: The main goal of the present work is to present results about investigations related to the following question: "Can the digital inclusion, using technological innovations in basic education, motivate students in the teaching-learning process of Mathematics?". An intervention with elementary school students was made in order to investigate the contribution of digital inclusion and Information and Communication Technologies to enhance teaching-learning processes and qualify pedagogical practices. In this movement we also aim to influence the educational process and the development of students as citizens. Mathematics contents were approached using Information and Communication Technologies with students who did not have technological resources or had little contact with such tools. Text editors, spreadsheets, other free softwares and internet searches were used. It is inferred

that the use of this teaching methodology contributed significantly to the achievement of the established objectives.
KEYWORDS: Teaching-Learning,, Mathematics, Technologies, Education.

1 I INTRODUÇÃO

D’Ambrosio (1996, p. 56) destaca que “não é de se estranhar que o rendimento escolar esteja cada vez mais baixo em todos os níveis. Os alunos não podem mais aguentar coisas obsoletas e inúteis, além de desinteressante para muitos”. Nesse sentido, buscou-se construir o que o autor chama de elo entre a teoria e a prática, acreditando que os professores devem valorizar o que ensinam de modo que o conhecimento seja ao mesmo tempo interessante por ser útil e estimulante por ser fonte de prazer.

As propostas de utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), no processo de ensino-aprendizagem de Matemática, buscam contribuir com o desenvolvimento da linguagem, de conteúdos específicos e também com o desenvolvimento digital de todos os envolvidos nesse processo. A inserção digital na formação dos profissionais da Educação é de fundamental importância, pois garante segurança ao professor para levar essas tecnologias para a sala de aula e abre caminhos e possibilidades que induzem uma aprendizagem significativa para o aluno.

Utilizar as TIC no âmbito do ensino público brasileiro é uma missão muito difícil. Existem muitos empecilhos para implementar essa ação no ambiente escolar. Lozenzato destaca que

> primeiramente, é preciso lembrar que infelizmente o computador não chegou à grande maioria das escolas brasileiras; e isso é mais sério do que parece, porque muitas escolas que já se equiparam com computadores não sabem bem o que fazer com eles. Tudo indica que comprar o equipamento e conseguir o espaço físico para ele é o mais fácil: o mais difícil é conseguir software (programa) adequado e principalmente professor preparado para elaborar, desenvolver e avaliar um processo de ensinar e aprender diferente dos que tivemos até hoje. (LOZENZATO, 2010, p. 33)

Portanto, é importante que os professores aprendam a utilizar as TIC a fim de garantir sucesso na aprendizagem de um maior número de alunos. Seria ideal que tivéssemos computadores instalados em todas as salas de aula, onde os alunos e professores pudessem acessá-los sempre que surgisse uma dúvida ou curiosidade. O processo de ensino-aprendizagem, nessa perspectiva, seria mais prazeroso e propício ao desenvolvimento, tanto dos alunos quanto dos professores. Dessa maneira, mesmo diante de tantos entraves, os profissionais da Educação devem usar a criatividade para melhorar a qualidade do processo de ensino-aprendizagem, pois se os alunos estiverem motivados, a aprendizagem acontece de forma natural.

As TIC abrem diversas possibilidades para uso em sala de aula, contudo é preciso cuidado na utilização dessas ferramentas, de acordo com Miskulin (1999) educar em uma sociedade da informação é muito mais do que treinar pessoas para o uso das novas tecnologias, trata-se de formar os indivíduos para "aprender a aprender", ou seja, prepará-los para a contínua e acelerada transformação do conhecimento científico e tecnológico.

Neste contexto, inúmeras ferramentas computacionais compatíveis com o desenvolvimento dos mais variados conteúdos matemáticos foram desenvolvidas para potencializar a construção do conhecimento. É importante utilizá-las, enfocando os conteúdos matemáticos.

A calculadora é uma ferramenta digital muito simples e acessível. Seu uso, certamente, pode contribuir com o ensino-aprendizagem nas aulas de Matemática, podendo dinamizar as aulas, tornar mais rápido o processo de resolução de atividades e problemas e seu uso não deve, portanto, se limitar apenas para conferir resultados. Segundo Giraldo (2012, p. 4), "é fundamental que os alunos sejam encorajados a interpretar matematicamente os resultados da máquina e a desenvolver uma atitude crítica em relação a estes".

Existem programas de computador que permitem que o professor de Matemática possa trabalhar operações básicas, polinômios, funções e muito mais. Esses programas tornaram-se amplamente disponíveis, muitos deles são *softwares* livres, de fácil acesso a toda população digitalmente incluída. Outra ferramenta computacional que se destaca ao falar em motivação no Ensino de Matemática é a internet. A busca por informações está cada vez mais direcionada a ser realizada por meio desta ferramenta, qualquer informação desejada pode ser encontrada utilizando-a.

Ao utilizar as TIC como ferramentas para as aulas de Matemática, enriquecemos as aulas e, o mais importante, os alunos se sentem interessados, motivados e entusiasmados. Quando a construção do conhecimento acontece na interação entre o aluno e o ambiente, sendo mediados pelo professor, de forma natural e significativa, possibilita sua utilização em situações do cotidiano. Dessa forma, a proposta de apresentar aos alunos atividades utilizando: *softwares* gratuitos e livres, tais como *openOffice writter* e *openOffice Calc*, a calculadora e diversos sites que possibilitam o estudo e aperfeiçoamento nos conteúdos de matemática, como ferramentas motivadoras para a aprendizagem de Matemática, possibilita aos alunos uma aprendizagem mais efetiva. E, sobretudo, permite a inclusão digital para muitos alunos que têm nenhum ou quase nenhum acesso a tais ferramentas.

2 | METODOLOGIA

Após a realização de uma revisão bibliográfica sobre o uso das TIC como metodologia de ensino, foram elaboradas atividades utilizando suas ferramentas. As referidas atividades foram desenvolvidas no contra turno e fora do ambiente escolar, no Laboratório de Simulação Matemática, nas dependências da Universidade Federal de Goiás/Universidade Federal de Catalão em transição, por meio do Projeto de extensão "A Informática como Ferramenta Motivadora no Ensino de Matemática". Para a coleta de dados, as atividades foram registradas no diário de campo, fotografadas e filmadas. Além disso, foram aplicados questionários e avaliados os trabalhos desenvolvidos pelos alunos.

Foram aplicados dois questionários antes de iniciar as atividades. O Questionário 1 composto por questões relativas à utilização do computador no processo de ensino-aprendizagem, em especial durante as aulas de Matemática. No Questionário 2 inseriu-se questões sobre equações de primeiro grau, porcentagem, funções de primeiro grau e tratamento da informação, com o objetivo de diagnosticar o conhecimento prévio dos alunos acerca desses conteúdos. Na sequência, foram desenvolvidas atividades relacionadas aos conteúdos matemáticos supracitados, utilizando *softwares* livres. Posteriormente, o Questionário 2 foi aplicado novamente para fins de comparação com a primeira aplicação. Vale ressaltar que os participantes não sabiam que o questionário seria aplicado novamente.

Durante a realização das atividades, procurou-se sempre oferecer condições para os alunos realizarem com sucesso as atividades propostas, dando-lhes oportunidade de construírem o próprio conhecimento com autonomia e liberdade para questionarem e exporem suas dúvidas, sempre que sentissem necessidade.

As TIC são ferramentas de excelência para atrair o interesse dos alunos, pois propiciam que eles possam construir seu próprio conhecimento de forma mais divertida e prazerosa. Assim é possível dar às aulas de Matemática uma imagem mais atrativa ao olhar de todos que sentem receio com relação à disciplina. Os recursos utilizados na prática pedagógica durante a intervenção foram editores de texto, planilhas eletrônicas em que trabalhamos tabelas e gráficos, a calculadora e a internet. Sugerimos, pesquisas em sites relacionados à Matemática. Esses recursos foram utilizados para melhorar a imagem que os alunos têm da Matemática, propiciando mais entusiasmo, e tornar as aulas de Matemática menos cansativas.

3 | RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na investigação inicial, dentre outras características, buscou-se identificar quais alunos tinham acesso ao computador em casa, totalizando apenas 35,7% dos alunos. Aqueles que tinham acesso à internet, perfaziam um total de 85,7%. Sobre o conhecimento prévio acerca dos *softwares* que seriam utilizados, 64,3% dos alunos afirmaram saber utilizar editores de texto, planilhas eletrônicas e/ou pesquisar na internet. Os alunos consideraram importante a Matemática e a Informática no cotidiano. Afirmaram utilizar a Matemática para efetuar compras e contar dinheiro e a Informática para realizar pesquisas escolares, assistir vídeos e pesquisar preços. Todos afirmaram que a Informática pode contribuir para a aprendizagem de Matemática.

Investigou-se o conhecimento prévio dos alunos acerca dos conteúdos matemáticos a serem abordados na intervenção. Na análise observou-se a grande dificuldade apresentada por eles acerca dos conteúdos, pela quantidade de questões não respondidas ou respondidas de forma errônea.

Foi feita uma proposta de pesquisar na Internet a história de grandes matemáticos, ação esta que incentivou os alunos para a leitura, além de dar a possibilidade de conhecer História da Matemática.

O desenvolvimento do conteúdo equações de primeiro grau foi relacionado com a construção de tabelas, visando motivar os estudantes a utilizar a calculadora, o editor de texto e a planilha eletrônica, para desenvolver as habilidades nos conteúdos de Matemática. Ao utilizar o editor de texto e a planilha eletrônica, eles tiveram a oportunidade de comparar as particularidades de cada *software* e perceber os benefícios que cada um apresenta. Como os discentes foram motivados a realizar as atividades e apresentar os resultados, tendo a autonomia na construção do próprio conhecimento, eles alcançaram os objetivos propostos.

O conteúdo porcentagem foi trabalhado buscando desenvolver a habilidade de resolver situações-problema, presentes no cotidiano dos estudantes. Para facilitar a aprendizagem desse conteúdo, as tecnologias utilizadas como ferramentas motivadoras foram a calculadora e *softwares* livres. O fato de realizar a atividade no computador foi elemento motivador para os discentes, levando-os a querer ter sucesso ao realizá-la. Mesmo os estudantes que não tiveram sucesso ao realizar as atividades de modo tradicional, quiseram aprender como se faz no computador. Uma vez que a curiosidade dos alunos é despertada, eles se sentem motivados e entusiasmados a realizar as atividades, o que contribui para a qualidade do processo de ensino-aprendizagem.

Ao trabalhar o tratamento da informação buscou-se estimular os alunos a observar e estabelecer comparações sobre alguns temas, desenvolvendo neles a capacidade de estimar, formular opiniões e tomar decisões.

4 | CONCLUSÕES

Um aspecto relevante nas TIC é o desafio que elas proporcionam ao discente, que gera interesse e prazer. Por isso, consideramos importante o uso dessas tecnologias nas atividades escolares. A forma como as atividades são propostas incentiva o estudante a refletir sobre o que aprendeu e a valorizar essa aprendizagem, dando a eles a oportunidade de organizar o pensamento e construir novas maneiras de se comunicar.

Na abordagem dos conteúdos equações, porcentagem, funções de primeiro grau e tratamento da informação, buscou-se compreender a importância da inserção das TIC no processo de ensino-aprendizagem de Matemática. Essas ferramentas abrem um vasto horizonte de possibilidades, que o professor pode utilizar para enriquecer suas aulas e proporcionar aos alunos uma aprendizagem mais efetiva. Nesse sentido, a intervenção proposta atingiu seus objetivos, alcançando a inclusão digital dos discentes envolvidos e contribuindo com a construção do conhecimento matemático através das TIC.

REFERÊNCIAS

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da Teoria à Prática.** Campinas, SP: Papirus, 1996.

GIRALDO, V. **Recursos Computacionais no Ensino de Matemática.** Rio de Janeiro: SBM, 2012.

LORENZATO, S. (Org.) **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2010. (Coleção formação de professores).

MISKULIN, R.G.S. **Concepções Teórico-Metodológicas sobre a Introdução e a Utilização de Computadores no Processo Ensino/Aprendizagem da Geometria**. Dissertação (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual de Campinas: UNICAMP, 1999.

CAPÍTULO 12

POSSIBILIDADES PARA MELHORAR O DESEMPENHO DOS ACADÊMICOS NA DISCIPLINA DE CÁLCULO

Data de aceite: 26/08/2020
Data de submissão: 04/06/2020

Sheila Cristina Teixeira
Universidade Estadual de Goiás
Morrinhos - Goiás
http://lattes.cnpq.br/6622900456378211

Élida Alves da Silva
Universidade Federal de Catalão, Unidade Acadêmica de Matemática e Tecnologia
Catalão - Goiás
http://lattes.cnpq.br/5863501378045434

RESUMO: Neste trabalho são apresentados alguns resultados do projeto de pesquisa "Possibilidades para melhorar o desempenho dos acadêmicos na disciplina de Cálculo", desenvolvido junto a alunos iniciantes do curso de Licenciatura em Matemática, na disciplina Pré-Cálculo. A intervenção junto aos participantes da pesquisa foi feita utilizando atividades relacionadas aos conteúdos de matemática elementar, com o auxílio de recursos computacionais**.** O *software Maxima* foi utilizado em atividades bem planejadas, em prol da melhoria do processo de ensino/aprendizagem na disciplina supracitada, fazendo uma análise crítica de como esse tipo de recurso pode contribuir para uma aprendizagem mais efetiva. Foi construída e experimentada uma proposta metodológica, visando uma abordagem intuitiva dos conceitos, num ambiente mais dinâmico, o qual possibilita a visualização de várias propriedades, principalmente gráficas. A partir da análise dos dados coletados foi constatada uma mudança de postura dos estudantes que se mostraram mais ativos no processo de construção do conhecimento, conquistando certa autonomia.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática, Ensino, Cálculo**,** *Software***,** *Maxima***.**

POSSIBILITIES TO IMPROVE ACADEMIC PERFORMANCE IN THE CALCULUS DISCIPLINE

ABSTRACT: This work presents some results of the research project "Possibilities to improve the performance of academics in the discipline of Calculus", developed with beginning students of Mathematics Degree course, in the pre-calculus discipline. The intervention with the research participants was performed using activities related to elementary mathematics contents with computational resources. The Maxima software was used in well-planned activities to improve the teaching/learning process, making a critical analysis of how this resource can contribute to more effective learning. A methodological proposal was built with an intuitive approach to the concepts in a more dynamic environment and with mainly graphic visualization of many properties. There was a noticeable change in the students who were more active in the process of building knowledge and who achieved certain autonomy.

KEYWORDS: Mathematics, Teaching, Calculation, *Software*, Maxima.

1 | INTRODUÇÃO

Atualmente, os educadores têm enfrentado diversos desafios na mediação da construção de conhecimentos pelos discentes. Como exemplos podemos citar, melhorar o índice de aprendizagem em contrapartida à realidade da sociedade contemporânea; a falta de estrutura física e pedagógica das escolas; deficiências na formação do professor, acarretando dificuldades na prática pedagógica; e a desmotivação dos discentes. Atreladas a esses desafios, também temos as dificuldades das instituições de ensino em acompanhar o desenvolvimento tecnológico e a complexidade inerente à mudança de nível de ensino, contribuindo com o baixo desempenho dos discentes. Esses fatores têm refletido em avaliações como SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica), ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), PISA (Programa Internacional de Avaliação de Alunos) e exames vestibulares.

A prática docente no primeiro ano de um curso de Licenciatura, conduz à vivência dos referidos desafios. Propicia uma percepção de que a passagem de um segmento de ensino para outro, do ensino médio para o curso superior, costuma causar, em grande parte dos alunos, sensações de desconforto e insegurança. E essa situação, motiva a busca de estratégias e metodologias para superar estes desafios, propondo melhorias na prática pedagógica.

Tendo em vista os desafios que se apresentam na educação, o processo de ensino/aprendizagem, tem passado por mudanças. Deve-se ressaltar que uma das possibilidades para promover um processo de ensino/aprendizagem de boa qualidade, é adotar estratégias metodológicas diferenciadas, associadas às Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs), que motivem os discentes a serem ativos em todo processo. Diante da democratização das TICs esta associação é quase inevitável. Neste contexto, uma das estratégias propostas para a intervenção, com alunos do primeiro ano de cursos de Licenciatura em Matemática, é trabalhar com o *software* Maxima na disciplina Pré-cálculo. Ressalta-se que as atividades devem ser planejadas com o objetivo de que o discente se torne ativo na construção do próprio conhecimento e o docente possa mediar esse processo.

Segundo Mori e Menezes

> O ambiente digital é uma poderosa ferramenta e se for utilizado com responsabilidade, intencionalidade e participação de todos certamente possibilitará avanços na construção do conhecimento. Porém, é preciso que haja engajamento. É preciso priorizar a educação para a cultura digital para que ambientes de aprendizagem com suportes nas TIC se engravidem de conhecimento. (MORI E MENEZES, 2003, p. 317)

Esta passagem provoca a reflexão sobre a preciosidade dos ambientes de aprendizagem com recursos computacionais, os quais possibilitam avanços na qualidade do ensino, principalmente da matemática.

Na busca de possibilidades para melhorar o desempenho dos discentes no ensino de Cálculo, entende-se que ao cursar essa disciplina o aluno deve ter, pelo menos, a compreensão adequada dos conceitos e propriedades dos conjunto dos números reais e seus subconjuntos; o conhecimento das principais funções elementares, seus comportamentos gráficos e propriedades; bem como certa habilidade algébrica na manipulação de expressões. No entanto, os mesmos chegam despreparados para seguir os estudos no âmbito do ensino superior. Contudo, Barreto afirma que:

> As causas são muitas e já bem conhecidas, principalmente, a má formação adquirida durante o 1º e 2º graus, de onde recebemos um grande contingente de alunos passivos, dependentes, sem domínio de conceitos básicos, com pouca capacidade crítica, sem hábitos de estudar e consequentemente, bastante inseguros. (BARRETO, 1995, p.4)

As inúmeras dificuldades apresentadas por discentes no ensino básico ao trabalhar com definições, conceitos e propriedades algébricas podem implicar que o conhecimento de matemática elementar adquirido não seja suficiente para o estudo Cálculo I. Portanto, na intervenção foram abordados os tópicos supramencionados. Buscou-se uma metodologia alternativa que auxiliasse na prática docente, com a perspectiva de agregar excelência ao processo de ensino/aprendizagem, induzindo os estudantes a serem mais participativos e ativos neste processo. O objetivo de todo o planejamento foi tornar as aulas de pré-cálculo mais estimulantes para docentes e discentes, por meio de procedimentos que propiciassem o diálogo e melhor preparação para o curso de Cálculo I.

2 | METODOLOGIA

O objetivo principal foi investigar as contribuições da utilização de uma sequência de atividades para o ensino de Pré-cálculo, partindo de observações das interações e do desenvolvimento dos alunos, durante a realização das atividades. A pesquisa pode ser classificada como qualitativa, pois de acordo com Garnica, uma pesquisa qualitativa contém as seguintes características:

> (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las

> podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas. (GARNICA, 2009, p. 86)

Os participantes da pesquisa foram alunos do 1º período do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública. Devido à heterogeneidade dos ingressantes do curso, algumas informações são essenciais para o planejamento da intervenção. Neste sentido, foi feito um diagnóstico por meio do qual os seguintes questionamentos foram respondidos: (a) Qual o perfil do aluno que ingressa ao Curso de Licenciatura em Matemática? (b) Quais dificuldades e carências de conteúdos básicos de matemática estes alunos declaram ter? (c) Qual opinião dos estudantes sobre as contribuições de uma proposta metodológica utilizando recursos computacionais, na qual são abordados tópicos de matemática elementar? A partir dos dados coletados no diagnóstico e pesquisa bibliográfica feita foram planejadas as atividades.

Como instrumentos de coleta de dados foram utilizados um questionário sobre o perfil socioeconômico do aluno; um formulário de sondagem sobre conteúdos de Matemática Elementar; diário de campo, onde foram feitas anotações sobre as interações ocorridas durante o desenvolvimento das atividades; questionários e formulários aplicados durante a intervenção, nos quais constavam perguntas abertas, possibilitando aos participantes se expressarem livremente.

3 | DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Na oportunidade em que o projeto foi apresentado aos participantes, eles se mostraram favoráveis à pesquisa, externando a importância de melhorias no ensino de matemática, suas dificuldades e expectativas. A *priori*, foram aplicados o questionário socioeconômico e o teste de sondagem sobre os conteúdos de matemática elementar. Observou-se que as carências em operações aritméticas e algébricas são preocupantes e podem comprometer a continuidade e o aprofundamento dos estudos no ensino superior. Após análise dos dados coletados, foi possível conhecer o perfil dos participantes e delinear parâmetros para o planejamento das atividades.

A partir dos parâmetros delineados e a pesquisa feita sobre recursos computacionais, foram planejadas várias atividades. No planejamento foram sobrelevados os objetivos de desenvolver o raciocínio e a compreensão dos conceitos selecionados a partir do diagnóstico. As atividades foram elaboradas visando a que fizessem o nivelamento e, ao mesmo tempo, instigassem e motivassem os envolvidos para a busca de novos conhecimentos. Segundo Frota,

> Práticas investigativas introduzidas na sala de aula de matemática parecem ser cruciais para o desenvolvimento de uma postura especulativa em matemática, podendo gerar também, um deslocamento do foco da aula, do professor para o aluno, no sentido de uma aula mais colaborativa. Atividades de investigação podem conformar uma concepção de matemática como algo dinâmico, do conhecimento matemático como em construção, através do desenvolvimento de ideias e processos, constituintes do pensar e fazer matemáticos. (FROTA, 2005, p.1,2)

Neste sentido, a intervenção, com o auxílio do *software Maxima*, propiciou aos estudantes a oportunidade de perceber os conceitos matemáticos básicos como um conjunto de conhecimentos conectados entre si, além de promover um melhor domínio de habilidades algébricas essenciais, visando uma maior familiaridade com o Cálculo I.

Vale ressaltar que, muitas vezes, a tentativa de utilização das TICs esbarra em problemas, tais como a estrutura de tecnologia digital das escolas não serem suficientes e a falta capacitação do professor para utilizar esses recursos em prol da construção do conhecimento matemático. No desenvolvimento desta intervenção, foram enfrentadas algumas dificuldades quanto à estrutura do espaço de trabalho, tanto em relação ao tamanho do espaço, quanto ao número insuficiente de microcomputadores. Entretanto, as dificuldades não impediram o aproveitamento e a qualidade das atividades, pois os discentes se comprometeram com a dinâmica e com isso o resultado foi muito satisfatório.

Por meio dos depoimentos dos discentes, bem como das observações e reflexões da professora/pesquisadora, foi possível destacar as contribuições da metodologia utilizada para melhoria do processo de ensino/aprendizagem de Pré-cálculo. As atividades exploratórias, com auxílio de um *software* matemático, permitem a visualização rápida de algumas propriedades gráficas, tais como translações e reflexões nos gráficos de funções; simetria nos gráficos de funções inversas e de funções pares e ímpares; e a visualização das raízes de funções polinomiais. O trabalho algébrico com produtos notáveis e fatoração torna-se mais atrativo, pois o ambiente interativo favorece a busca de comprovação de conjecturas e observações desenvolvidas pelos próprios alunos.

Portanto, o processo de ensino/aprendizagem de Pré-Cálculo, com atividades exploratórias utilizando o *software Maxima*, pode contribuir para mudanças de postura tanto do professor, quanto do discente. Os discentes se tornam mais questionadores e investigativos.

4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foram experimentadas possibilidades metodológicas, envolvendo uma abordagem intuitiva dos conceitos num ambiente mais dinâmico, o qual facilita a visualização de várias propriedades, principalmente gráficas. As atividades propostas contribuíram para uma mudança de postura dos estudantes, que se mostraram mais ativos no processo de construção do próprio conhecimento, conquistando certa autonomia.

No entanto, para obter êxito no uso dessa metodologia, é primordial uma mudança de postura do professor, na forma de encarar os conteúdos e planejar as atividades, as quais devem ter caráter exploratório e investigativo. Além disso, o docente deve assumir o papel de mediador, instigando e fomentando a investigação, enquanto observa atentamente o desenvolvimento das discussões entre os alunos. De acordo com Imbernón,

> Professores e alunos compartilham a atividade de aprender. Os professores promovem e organizam atividades de participação. O estudante é visto como o sujeito ativo que adquire, processa e avalia seu conhecimento. Os professores devem trabalhar na criação de situações para ativar a participação dos estudantes nos métodos de ensino centrados neles. (IMBERNÓN, 2012, p. 51)

Este trabalho propiciou uma mudança na prática docente da professora/pesquisadora. Acredita-se que esta experiência possa motivar docentes, que atuam nessa área, a buscar novas estratégias metodológicas e formas alternativas de trabalhar com esses tópicos elementares, aliando o labor tradicional, com lápis e papel, a outras possibilidades, tais como as proporcionadas pelos *softwares* matemáticos.

REFERÊNCIAS

BARRETO, A. **O ensino de cálculo I nas universidades**. Informativo da Sociedade Brasileira de Matemática – SBM (6) 4-5, 1995.

FROTA, M.C.R. **Experiência Matemática e Investigação matemática**. V CIBEM, Porto, Portugal, jul. 2005.

GARNICA, A. V. M. **História Oral e Educação Matemática**. In: BORBA, M. C.; LIMA, L. F. **Grupo de Estudos de Professores e a Produção de Atividades Matemáticas sobre Funções utilizando Computadores.** 2009. Dissertação de Mestrado Rio Claro: Unesp, 2009.

IMBERNÓN, F. **Inovar o ensino e a aprendizagem na universidade**, São Paulo: Cortez, 2012.

MORI, K. R. G.; MENEZES, L. C. R. **O desenvolvimento do trabalho colaborativo na formação de gestores escolares e coordenadores estaduais de educação para o uso das TICs**. In: Anais do IX Workshop de informática na escola - WIE, 2003.

CAPÍTULO 13

DIFICULTADES EN EL RAZONAMIENTO INDUCTIVO DE PROFESORES DE SECUNDARIA AL GENERALIZAR UN PATRÓN CUADRÁTICO

Data de aceite: 26/08/2020

Landy Sosa Moguel
Universidad Autónoma de Yucatán
Mérida –Yucatán, Méxicos
http://orcid.org/0000-0002-8771-0800

Eddie Aparicio Landa
Universidad Autónoma de Yucatán
Mérida –Yucatán, México
http://orcid.org/0000-0003-4400-3919

RESUMEN: El objetivo de este estudioconsistió en identificar las dificultades en el razonamiento inductivo de profesores de matemáticas de secundariaal resolver un problema de generalización. Elproblema consistió en inducir laregla general correspondiente alcomportamiento cuadráticodelos valores deuna variable, yse aplicó a diecinueve profesores quienes lo resolvieron por escrito de maneraindividual. El análisis de los datos se llevó a cabo a través de comparar y contrastarlos procesos inductivosempleados por los profesores que obtuvieron la regla general del patrón, con respecto aquienes no alcanzaron a generalizar. Lasdificultades halladas radican principalmente en el proceso para establecer el patrón y están asociadas a la observación de una regularidad global entre los datos, al establecimiento de relaciones entre variables y a la abstracción de lo general.

PALABRAS-CLAVE: Dificultades, Razonamiento inductivo, Generalización,Patrón cuadrático, Profesores.

DIFFICULTIES IN INDUCTIVE REASONING OF MIDDLE SCHOOLTEACHERS WHEN GENERALIZING A QUADRATIC PATTERN

ABSTRACT: The goal of this studyis to identify the difficulties in inductive reasoning of secondary school mathematics teachers when solving a generalization problem. The problem was to induce the general rule corresponding to the quadratic behavior of the values of a variable; the problem was given to nineteen teachers who worked it individually and in writing. The data analysis was carried out by comparing and contrasting the inductive processes used by the teachers who obtained the general rule of the pattern, with respect to those who failed to generalize. The difficulties encountered lie mainly in the process to establish the pattern; they are associated with the observation of a global regularity between the data, the establishment of relationships between variables, and the abstraction of the general.

KEYWORDS: Difficulties, Inductive reasoning, Generalization, Quadratic pattern, Teachers.

1 I INTRODUCCIÓN

El razonamiento inductivo es un proceso esencial para generalizar en matemáticas (Castro, CañadasyMolina, 2010; Pólya, 1966),siendo de suma utilidad para descubrir propiedades, patrones y teoremas matemáticos. Asimismo, mejora la habilidad de resolución de problemas matemáticos en los estudiantes al propiciarla adquisición de conocimiento yel desarrollo de estrategiasde generalización (Klauer &Phye, 2008; Molnár,2011; Mousa, 2017).Por consiguiente, en el estudio de las matemáticases fundamentalpara resolver problemas que involucran hacer generalizaciones, puesapoya el reconocimiento de patrones, la abstracción y formulación de reglas generales (Cañadas, Castro,&Castro, 2008; Haverty, Koedinger, Klahr, &Alibali, 2000; Murawska&Zollman, 2015; Sriraman &Adrian, 2004).

En educación secundaria, es necesario que los estudiantes usen razonamiento inductivo para reconocerrelaciones matemáticas y generalizar distintas clases de patronesnuméricos y geométricos(NCTM, 2000). Es por ello que, para entender cómo favorecer esterazonamiento en niños y jóvenes, diversas investigacioneshan analizado las acciones y procesos de los estudiantes cuando resuelvenproblemasde manera inductiva. Estos se han enfocado en describir los procesos cognitivos que usan para reconocer regularidades (Christou &Papageorgiou, 2007), la forma en que reconocen patrones en datos numéricos a fin de establecer relaciones funcionales (Haverty et al., 2000)y las estrategias inductivas que emplean en problemas de generalización sobre sucesiones (Cañadaset al.,2008). Los resultados reafirman la importancia del razonamiento inductivocomo proceso mental que soporta el aprendizaje matemático en contextos de generalización;incluso se ha demostrado que es posible desarrollarlo en la escuela desde edades tempranas(e.g. Molnár, 2011; Papageorgiou, 2009).

No obstante, aun cuando el profesor es el principal actor en promover esta y otras formas de razonamiento en los estudiantes, escasos estudios se han centrado en analizar el razonamiento inductivo en profesores de matemáticas en servicio al generalizar (Sosa &Cabañas, 2017). Existe convergencia en los resultados de diversas investigaciones(e.g. Alajmi, 2016; Hallagan, Rule, & Carlson, 2009; Manfreda et al., 2012; Rivera &Becker, 2003; Yeşildere &Akkoç, 2010) que evidencian dificultadesen la generalización de patrones no lineales por parte deprofesores de matemáticas en formación. En particular, aun cuando algunos profesores llegan a percibirun patrón cuadrático de manera numérica, el paso a la obtención de la regla general se trunca(Manfreda et al., 2012).

Debido a que el razonamiento inductivo es un medio parareconocer la característica invariante de instancias particulares y describirlas mediante una regla general (Bills &Rowland, 1999), se asume que este tipo de dificultades están asociadas y podrían explicarse con base enesta forma derazonamiento matemático.

Con el interés de contribuir a entenderla naturaleza de lasdificultades enfrentadas por profesorespara generalizar desde casos particulares, se examinó el uso de razonamiento inductivoenprofesores de secundaria en la resolución de un problema de generalización matemática. El objetivo consistió en identificar las dificultades que enfrentan al resolver el problema, quedemandabarazonar inductivamente para generalizarel patrón cuadrático de los valoresde una variable continua. La detección de tales dificultades proporciona información relevante para apoyar el desarrollo de la competencia de los profesores para razonar de manera inductiva y la configuración de programas de aprendizajeprofesionaldocente.

2 I RAZONAMIENTO INDUCTIVO Y PROCESOS SUBYACENTES

Filosófica e históricamente, el razonamiento inductivo ha sido una vía de estudio para descubrir principios universales o leyes de fenómenos, los cuales son abstraídos de la observación empírica de hechos particulares (Pineda, 2009; Poincaré, 1948). Es un tipo de razonamiento que posibilita el paso de los hechos singulares a las proposiciones generales (Frolov, 1984).

El razonamiento inductivo es un proceso cognitivo que involucra inferir conclusiones generales acerca deuna totalidad de elementos a partir de un subconjunto de ellos(Glaser &Pellegrino, 1982). Pólya (1957) lo define como "el proceso de descubrir leyes generales mediante la observación y la combinación de casos particulares" (p.114). En la literatura sobre el tema, una manera de analizar este razonamiento ha sido elucidando los procesos o fases que permiten pasar de la observación de un conjunto finito de casos particulares a la inferencia de una regla general (e.g. Cañadas &Castro, 2007; Christou &Papageorgiou, 2007; Haverty et al.,2000; Klauer, 1996). Estos estudios han coincidido en señalar que el razonamiento empieza con el trabajo con casos particulares dirigido a la observación de regularidades y se cristaliza en la generalización, como producto del proceso inductivo. Sin embargo, también han reportado que no todos los sujetos alcanzan tal generalización, esto es, extender el patrón a todos los casos de una clase o categoría general.

Por lo antes mencionado, en este estudio la atención se centróen indagar las dificultades en elrazonamiento inductivo de profesores de secundaria cuando intentan generalizar un patrón desde casos particulares.Para analizar cuál(es) procesos inductivos conectan o no los profesores al transitar de lo particular a lo general, se adoptó el marco de referencia descrito en Sosa, Aparicio y Cabañas (2019, p. 566). En este marco, los procesos subyacentesal razonamiento inductivo son:

- **Observación de una regularidad**.Este proceso se basa en la acción mental de comparar,con el fin de identificar alguna similitud, diferencia o lo que permanece invariante en un conjunto de objetos o casos particulares

- **Establecimiento de un patrón**.Es un proceso cognitivo esencial para obtener una regla general desde casos particulares.El patrón representa lo que se repite con regularidad en un conjunto de casos u objetosparticulares. Implica conectar regularidades y estructuras matemáticas.

- **Formulación de una generalización**.Consiste en pasar de unaclasede objetos particulares a unamayor que contiene a la primera, es decir, conectar lo individual con cierta totalidad o clase general. Cognitivamente, requiere la abstracción delo general, aislando el patrón del contexto y la representación de los casos particulares.

3 I MÉTODO

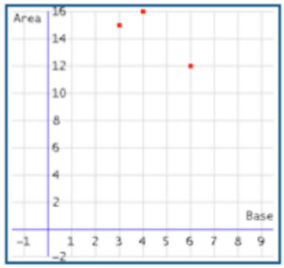
El estudio realizado fue empírico de tipo descriptivo, basado en la comparación y contraste de datos. Estos se obtuvieron por medio de la aplicación y resolución de un problema de razonamiento inductivo que involucraba generalizarel patrón cuadrático inmerso en una relación entre variables continuas.

3.1 Problema matemático de generalización

El problema se diseñó con base en la propiedad genérica de las tareas del razonamiento inductivo: "requerir que el individuo induzca una regla que gobierna un conjunto de elementos" (Glaser &Pellegrino, 1982, p. 200). En el problema propuesto a los profesores, la regla correspondía a la expresión de una relación funcional que representa la generalización de un comportamiento cuadrático, esto significa que la variación entre las variables es lineal (Villa, 2008).

El problema consistió en inducir una regla general para determinar la medida del área de cualquier rectángulo de una familia de estos (Figura 1). Para ello, se proporcionó información de tres rectángulos mediante tres puntos en una gráfica cartesiana, cuyas coordenadas representaban las medidas de su base (b) y área (A). La regla general podía inducirse a partir de reconocer el siguiente patrón asociado a las medidas de la base y la altura de los rectángulos: la suma de las medidas de la base y la altura (el semiperímetro) de la familia de rectángulos mide 8 unidades, o bien, identificando el patrón numérico en las medidas de las áreas de los rectángulos. La expresión algebraica de la regla es de la forma: $A=b(8-b)$,con $0<b<8$.

Problema. En la gráfica se representan las medidas de la base y el área de tres rectángulos de una familia de estos.



A partir de dicha información, genere una expresión algebraica para calcular la medida del área de cualquier rectángulo de esa familia.

Figura 1. Problema planteado para generalizar usando razonamiento inductivo.

3.2 Participantes

El estudio fue conducido con un grupo de 19 profesores de matemáticas en educación básica (secundaria), que laboran en escuelas públicas en México. Disponían deconocimientos matemáticos básicos sobre sucesiones y funciones lineales y cuadráticas, debido a su formación profesional en Escuelas Normales o en alguna ingeniería. Asimismo, enseñaban esos contenidos como parte del currículo matemático de educación secundaria en este país.

3.3 Recolección y análisis de datos

El problema fue planteado a los profesores por escrito y lo resolvieron de manera individual con una duración aproximada de 20 a 30 minutos. Los datos se analizaron en dos etapas. En la primera, las soluciones dadas al problema fueron examinadas para identificar aquellos profesores que alcanzaron a formular una generalización y expresarla de manera verbal o escrita. De este modo, se clasificaron las respuestas formando dos grupos de profesores, según si lograron generalizar (Grupo 1) o no lo lograron (Grupo 2). Enla segunda etapa, se compararon y contrastaron las soluciones de estos dos grupos, a fin de reconocerlos procesosinductivosque estuvieron ausentes enel razonamiento delos profesores del Grupo 2, en relación con los del Grupo 1. Esto permitió identificar dificultades en su razonamiento inductivo para generalizar, las cuales se exponen a continuación. Para preservar el anonimato de los profesores, en los resultados se hará referencia a ellos con las letras del alfabeto castellano.

4 I DIFICULTADES PARA GENERALIZAR RAZONANDO INDUCTIVAMENTE

Todos los profesores iniciaron el proceso de razonamiento para la solución del problema mediante la obtención y organización de casos particulares. Esto se realizó interpretando las coordenadas de los puntos en la gráfica cartesiana dada. Así, los profesores obtuvieron los valores 3, 4 y 6 unidades, como medida de la base (*b*)de tres rectángulos y los valores 15, 16 y 12 unidades cuadradas, respectivamente, como medida de su área (*A*). Después, determinaron los valores de las alturas (*h*), utilizando la fórmula para calcular la medida del área de rectángulos: $A = b \times$ h. Dichos valores constituyeron los casos particulares observados, y se organizaron en tablas o en columnas de datos. Sin embargo, solamente 3 de los 19los profesores pasaron del trabajo con casos particulares a la obtención de una regla general.

Las dificultades para razonar inductivamente en quienes no alcanzaron a generalizar se situaron en el paso de la observación de una regularidad a la formulación de una generalización, especialmente en el establecimiento de un patrón. Se identificaron las dificultades siguientes:

4.1 Dificultad para reconocer numéricamente una regularidad global

La búsqueda de regularidades para establecer un patrón se centró en el trabajo aritmético entre cantidades y el uso de una estrategia recursiva de cálculo de diferencias, pero se presentaron dificultades para observar una regularidad que englobe varios casos particulares.

Los profesores que reconocieron un patrón y generalizaron adecuadamente, se basaron en la observación de regularidades numéricas de manera global. Establecieron una relación aditiva entre los pares de valores (medidas de la base y la altura) obtenidos de la gráfica y compararon los resultados de la adición de esas medidas globalmente. Así,observaron que la suma es igual al valor 8 en todos los casos, independientemente de la variación en los valores de *b* y *h*, tal como puede verse en la solución del profesor A (Figura 2).

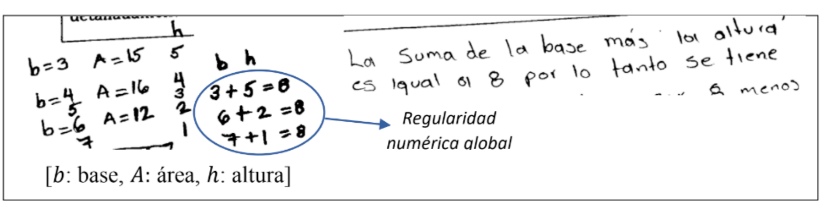


Figura 2. Regularidad global observada por el profesor A (Grupo 1).

Por el contrario, los profesores que solamente observan una regularidad localmente, no logran transitar hacia una generalización correcta, pues su razonamiento no trasciende a la observación de una regularidad global(que relacione y agrupe los casos particulares). Por ejemplo, el profesor D identifica una regularidad geométrica y numérica en los casos particulares. Geométricamente, la regularidad observada es que los puntos de la gráfica son simétricos respecto a un eje vertical. Considera que los puntos corresponden a la gráfica de una parábola vertical y determina puntos simétricos, (5,3)a (3,5)y (2,6)a (6,2), respecto al eje focal de la parábola (Figura 3). Numéricamente, observa que los valores de la base y la altura de algunos rectángulos son los Regularidad numérica global mismos, pero intercambiados, y así obtiene otros casos particulares tales como: (7,1)y (1,7).

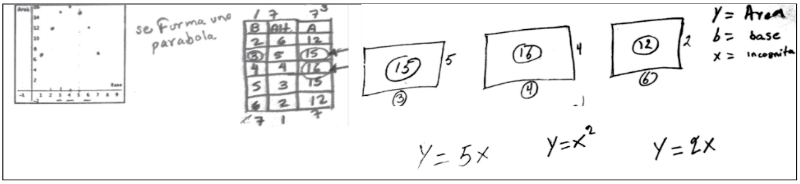


Figura 3. Solución del profesor D (Grupo 2).

No obstante, el razonamiento del profesor se caracterizó por un análisis puntual de los casos particulares, sin mostrar un análisis de qué y cómo se relacionan los pares de valores entre cada caso. Si bien determinó expresiones para la medida del área, éstas eran distintas y no correspondían a la familia de rectángulos en general, sino a cada uno en específico, tal como la ecuación $y = 5x$ para el rectángulo que mide 3 unidades de base y 15 unidades cuadradas de área. Esta dificultad para observar una regularidad global que relacione distintos casos particulares obstaculiza poder establecer un patrón para generalizar inductivamente.

4.2 Dificultad para asociar una regularidad observada con una estructura matemática

Los profesores que llegan a establecer un patrón son quienes logran asociar una estructura matemática a las regularidades observadas. La dificultad en este proceso consistió en determinar alguna relación matemática entre las variables del problema.

En el caso de los profesores que sí establecieron unpatrón, lo hicieron a partir de asociar y representar con una relación aditiva a la regularidad numérica observada entre las medidas de la base y la altura de los rectángulos, y establecer una relación de igualdad entre lo variable (base y altura) y lo constante (el semiperímetro de la familia de rectángulos). Por ejemplo, el profesor A expresó el patrón verbalmente como sigue: “la suma de la base más la altura es igual a 8” (Figura 2), mientras que el profesor B (Grupo 1) lo expresó tanto verbal como simbólicamente (Figura 4).

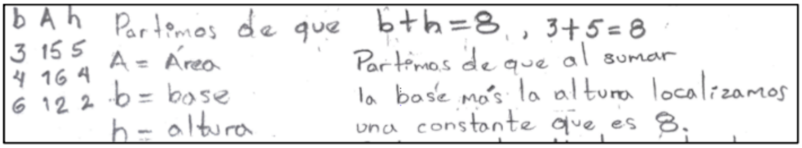


Figura 4. Expresión del patrón mediante una relación aditiva por el profesor B (Grupo 1).

Sin embargo, quienes no logran reconocer una relación matemática que conecte los casos particulares, no alcanzan a establecer el patrón. Esto es porque no identifican una relación que asocie lo variable con lo constante en la situación del problema. Tal fue el caso del profesor F (Grupo 2), por citar un ejemplo. Él trabajó con las medidas de la base (*b*) y el área de cada rectángulo por separado (Figura 5). Su atención estuvo en la forma de calcular la medida de la altura de los rectángulos, estableciendo una expresión lineal (*y=mx*) para la medida del área de cada uno, pero no identificó alguna relación entre las medidas de los distintos rectángulos para generar una fórmula general con la cual determinar el área de todos los rectángulos de la familia. En otras palabras, no mostró un análisis sistemático que le permitiera relacionar e interconectar las variables del problema en los distintos casos particulares por él considerados.

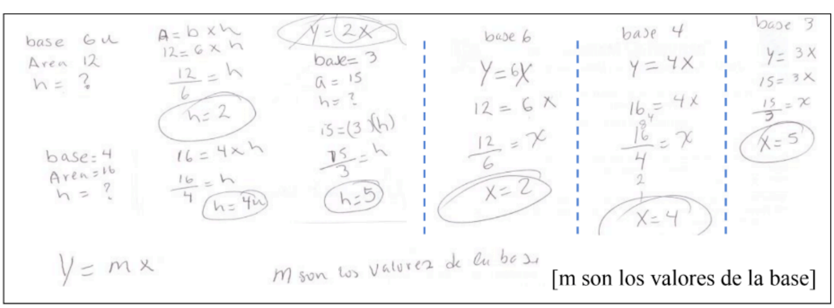


Figura 5. Solución del profesor F (Grupo 2).

Asimismo, se detectó que,si la relación establecida entre las variables del problema queda imprecisa, entonces tampoco se llega a establecer un patrón adecuado. Por ejemplo, el profesor E plantea una relación entre los valores de *b* y *h* que expresa como sigue “La *b* y *h* varían inversamente. Si la *b* aumenta una unidad, la *h* disminuye una unidad" (Figura 6), pero resulta ambigua debido a que no establece con precisión la relación de dependencia entre tales variables.

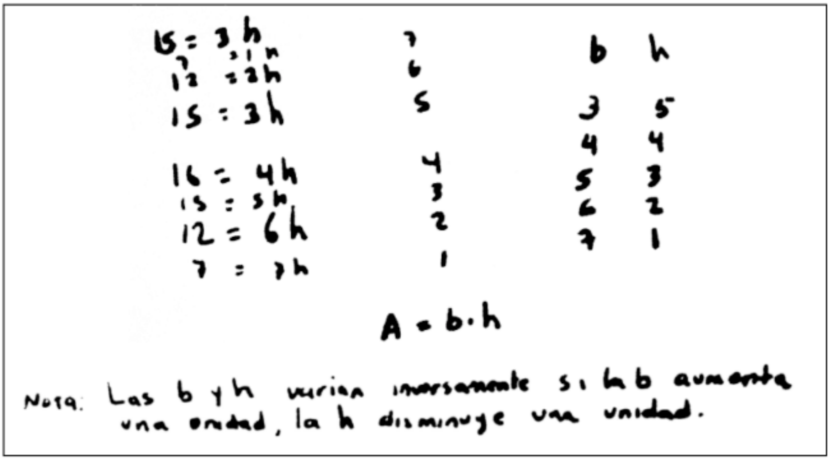


Figura 6. Relación entre los valores de *b* y *h* establecida por el profesor E (Grupo 2).

El razonamiento de quienes dieron una solución incompleta o no formularon una regla general para determinar la medida del área de los rectángulos, se caracterizó por no lograr establecer un patrón en los datos. La dificultad para establecerlo se atribuye a la imposibilidad de reconocer relaciones funcionales entre las variables implicadas en el problema. Adicionalmente, se plantea hipotéticamente que tal dificultad también podría ser relativa a la naturaleza covariacional de esas variables. Esto es, a la existencia de una dificultad específica en los profesores para determinar relaciones entre variables continuas que varían simultáneamente.

4.3 Dificultad para abstraer lo general en lo particular

Una dificultad en los profesores para culminar su proceso inductivo fue abstraer lo general en lo particular. Es decir, descontextualizar o aislar el patrón de la particularidad de los casos analizados y extenderlo a un conjunto que englobe una totalidad de casos, incluso no conocidos.

Los profesores que pasaron del establecimiento de un patrón a la formulación de una generalización evidenciaron la abstracción de relaciones invariantes en las tareas. Por ejemplo, abstrajeron que al variar las medidas de labase y la altura de los rectángulos, la medida de su semiperímetro permanece constante (Figura 7). Asimismo, infirieron que para calcular la medida de la altura de cualquier rectángulo, debían restar 8 unidades a la medida correspondiente a su base. De este modo,generaron una regla general para determinar la medida del área de la familia de rectángulos, la cual expresaron como: $A = b\,(8-\,b\,)$.

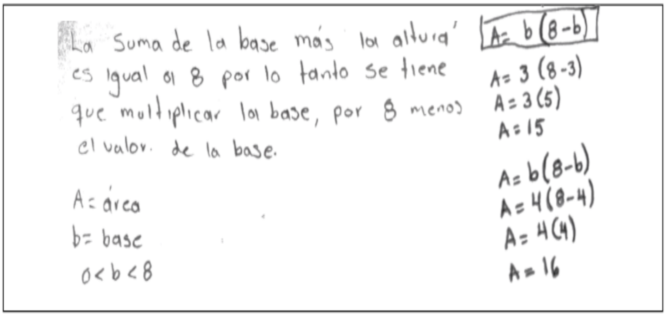


Figura 7. Expresión de la generalización en la solución del profesor A (Grupo 1).

La dificultad para abstraer unarelación matemática que relacione y englobe los casos en una clase general, fue centrarse en la particularidad de cada caso de forma separada, tal como puede notarse en la solución del profesor D (Figura 3). Si bien relacionó uno a uno cada par de medidasde la base y el área de los tres rectángulos con su área y, por ensayo y error, le asoció una expresión algebraica, ésta fue distinta para cada rectángulo. No consiguió abstraer las relaciones invariantes entre los datos ni una forma general para determinar la medida del área de cualquier rectángulo de la familia.

Se infiere en este estudio que, ambas dificultades referidas en los apartados anteriores imposibilitan la formulación de una generalización, ya que dificultan abstraer lo general en lo particular.

5 I CONCLUSIONES

Una de las tareas importantes de los profesores de educación secundaria es promover el razonamiento inductivo en sus estudiantes. Sin embargo, el diseño y la conducción de actividades para llevar a cabo con éxito esta tarea, puede verse obstaculizada si los profesores carecen de competencias para resolver problemas mediante procesos inductivos. Bajo este supuesto, el propósito de este estudio fue identificar aquellas dificultades ligadas a la producción de generalizaciones de manera inductiva por parte de profesores de secundaria en servicio.

Los resultados muestran que la mayoría de los profesores realizó esfuerzos infructuosos paratransitarde la observación de regularidades a la formulación de una regla general, y esto se debió a un conjunto de dificultades que radican esencialmente en el proceso de establecer un patrón cuadrático, particularmente en los valores devariables continuas. Si bien se había detectado mayor dificultad en generalizar comportamientos cuadráticos que lineales en estudiantes (Ebersbach,& Wilkening, 2007) y profesores en formación (Manfreda et al.,2012), en este estudio se concluye que dichas dificultades en los profesores se hallan por un lado, en la falta de asociación de las regularidades observadas en casos particulares de una situación, con una relación matemática que las describa; y por otro, en la complejidad para abstraer lo general en lo particular, debido a que no se logra reconocer la característica invariante en todos los casos analizados y aquello que norma su comportamiento.

La observación puntual o aislada de lo que se repite en un conjunto de casos particulares resultó insuficiente para que los profesores pudieran establecer el patrón, pues este proceso inductivo requiere del establecimiento de relaciones numéricas entre datos que varían por medio de estructuras matemáticas. Por tanto, se hace necesario que los profesores dispongan de conocimientos para interpretar y representar relaciones entre variables; en especial, para construir la expresión algebraica de relaciones funcionales cuadráticas con base en datos numéricos. Esto sugiere que, en experiencias de aprendizaje profesional docente, se favorezca el entendimiento y movilizaciónde los procesos subyacentes al razonamiento inductivoy se otorgue mayor énfasis al estudio de estructuras matemáticas cuadráticas desde un enfoque conceptual (relaciones y significados).

REFERENCIAS

ALAJMI, A. H. Algebraic Generalization Strategies Used by Kuwaiti Pre-service Teachers. **International Journal of Science and Mathematics Education**, 14(8), 1517–1534. 2016.

BILLS, L., & ROWLAND, T. Examples, generalisation and proof. **Advances in Mathematics Education**, 1(1), 103-116. 1999.

CAÑADAS, M. C; CASTRO, E. y CASTRO, E. Patrones, generalización y estrategias inductivas de estudiantes de 3° y 4° de educación secundaria obligatoria en el problema de las baldosas. **PNA**, 2(3), 137–151, 2008.

CAÑADAS, M. C., & CASTRO, E. A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. **PNA**, 1(2), 67-78. 2007.

CASTRO, E.; CAÑADAS, M. C. y MOLINA, M. El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. **UNO**, 54, 55-67. 2010.

CHRISTOU, C., & PAPAGEORGIOU, E. A framework of mathematics inductive reasoning. **Learning and Instruction**, 17(1), 55–66. 2007.

EBERSBACH, M., & WILKENING, F. Children's intuitive mathematics: The development of knowledge about nonlinear growth. **Child Development**, 78(1), 296-308. 2007.

FROLOV, I. **Diccionario de filosofía**. Moscú: Editorial Progreso. 1984.

GLASER, R., & PELLEGRINO, J. Improving the skills of learning. In D. K. Detterman & R. J. Sternberg (Eds.), **How and how much can intelligence be increased** (p. 197-212). Norwood, NJ: Ablex. 1982.

HALLAGAN, J. E.; RULE, A. C., & CARLSON, L. F. Elementary school pre-service teachers' understandings of algebraic generalizations. **The Mathematics Enthusiast**, 6(1), 201-206. 2009.

HAVERTY, L.; KOEDINGER, K.; KLAHR, D., & ALIBALI, M. Solving Inductive Reasoning Problems in Mathematics: Not-so-Trivial Pursuit. **Cognitive Science**, 24(2), 249–298. 2000.

KLAUER, K. Teaching inductive reasoning: some theory and three experimental studies. **Learning and Instruction**, 6(1), 37–57. 1996.

KLAUER, K., & PHYE, G. Inductive reasoning: a training approach. **Review of Educational Research**, 78(1), 85–123. 2008.

MANFREDA, V.; SLAPAR, M., & HODNIK, T. Comparison of competences in inductive reasoning between primary teachers students and mathematics teacher students. In B. Maj-Tatsis & K. Tatsis (Eds.), **Generalization in mathematics at all educational levels** (p. 299-311). Rzeszów: Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego. 2012.

MOLNÁR, G. Playful fostering of 6-to 8-year-old students' inductive reasoning. **Thinking Skills and Creativity**, 6(2), 91-99. 2011.

MOUSA, M. The influence of inductive reasoning thinking skill on enhancing performance. **International Humanities Studies**, 4(3), 37-48. 2017.

MURAWSKA, J. M., & ZOLLMAN, A. Taking it to the next level: Students using inductive reasoning. **Mathematics Teaching in the Middle School**, 20(7), 416–422. 2015.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Principles and standards for school mathematics**. Reston: Author. 2000.

PAPAGEORGIOU, E. Towards a teaching approach for improving mathematics inductive reasoning problem solving. In M. Tzekaki; M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Eds.), Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (p. 313-320), Vol. 4. Thessaloniki, Greece. 2009.

PINEDA, O. Inducción y deducción como origen de la ciencia. **Konvergencias: Filosofía y culturas en diálog**o, 21, 122-133. 2009.

POINCARÉ, H. **Science and Method**. New York: Dover Publications. 1948.

PÓLYA, G. **How to solve it**. 2. ed. New York: Doubleday. 1957.

PÓLYA, G. **Matemáticas y razonamiento plausible**. Madrid: Tecnos. 1966.

RIVERA, F. D., & BECKER, J. R. The Effects of Numerical and Figural Cues on the Induction Processes of Preservice Elementary Teachers. In N. Pateman; B. Dougherty, & J. Zilliox (Eds.), Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Held Jointly with the 25th PME-NA Conference (p. 63–70). Honolulu, HI. 2003.

SOSA, L.; APARICIO, E., & CABAÑAS, G. Characterization of Inductive Reasoning in Middle School Mathematics Teachers in a Generalization Task. **International Electronic Journal of Mathematics Education**, 14(3), 563-581. 2019.

SOSA, L. & CABAÑAS, M. G. Analytical framework to study inductive reasoning in mathematical teachers while solving task. In E. Galindo, & J. Newton (Eds.), Proceedings of the 39th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (p. 1415-1418). Indianapolis, IN: Hoosier Association of Mathematics Teacher Educators. 2017.

SRIRAMAN, B., & ADRIAN, H. The Pedagogical Value and the Interdisciplinary Nature of Inductive Processes in Forming Generalizations: Reflections from the Classroom. **Interchange**, 35(4), 407–422. 2004.

VILLA, A. El concepto de función: Una mirada desde las matemáticas escolares. En P. Lestón (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (p. 245-254), Vol. 21. México: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A.C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, A.C. 2008.

YEŞILDERE, S., & AKKOÇ, H. Algebraic generalization strategies of number patterns used by pre-service elementary mathematics teachers. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, 2(2), 1142–1147. 2010.

CAPÍTULO 14

UMA ANÁLISE DOS NÍVEIS DE CONHECIMENTO DIDÁTICO-MATEMÁTICO DE LICENCIANDOS PARA O ENSINO DE NÚMEROS RACIONAIS

Data de aceite: 26/08/2020
Data de submissão: 05/06/2020

Patrícia Pujol Goulart Carpes
Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé
Bagé – Rio Grande do Sul
http://lattes.cnpq.br/7646090474831649

Eleni Bisognin
Universidade Franciscana
Santa Maria – Rio Grande do Sul
http://lattes.cnpq.br/0872986001066865

RESUMO: Este estudo visa identificar e analisar os conhecimentos didático-matemáticos sobre números racionais mobilizados por licenciandos em Matemática. Foram propostas questões aos participantes de uma oficina a fim de mobilizar conhecimentos do professor para ensinar números racionais. Os dados foram obtidos por meio dos registros escritos das soluções das atividades e foram analisados considerando-se a dimensão didática, com ênfase na faceta epistêmica do modelo de Conhecimentos Didático-Matemáticos, (CDM), definido por Godino e colaboradores, pela qual é possível a identificação e análise dos níveis de conhecimento do professor. Os resultados apontam que, quanto ao nível de identificação, os licenciandos, em sua grande maioria, reconhecem o número racional apenas como um quociente e quanto ao nível de identificação não reconhecem as suas diferentes representações e ao resolver uma situação suas respostas são limitadas aos procedimentos. Contudo, durante a oficina, as socializações das soluções e encaminhamentos para superar concepções errôneas, oportunizaram uma reflexão dos licenciandos e um aprimoramento do conhecimento especializado do professor de Matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Conhecimento didático-matemático, Números racionais, Formação inicial de professores.

AN ANALYSIS OF LEVELS OF DIDACTIC-MATHEMATICAL KNOWLEDGE OF LICENSORS FOR THE TEACHING OF RATIONAL NUMBERS

ABSTRATC: This study aims at identifying and analyzing didactic-mathematical knowledge about rational numbers mobilized by undergraduate students of Mathematics. Questions were proposed to the participants of a workshop done in order to mobilize the teacher's knowledge to teach rational numbers. The data were obtained through written records of the solutions of the activities and were analyzed considering the didactic dimension, with emphasis on the epistemic facet of the Model of Didactic-Mathematical Knowledge (DMK), defined by Godino and collaborators, through which it is possible to identify and analyze levels of the teacher's knowledge. The results show that, as far as the level of identification is concerned, the majority of students recognize the rational number only as a quotient, and as far as the level of identification, they do not recognize their different representations and when solving a situation, their responses are limited to the procedures. However, during the workshop, the socialization

of solutions and referrals to overcome misconceptions provided the graduates an opportunity for reflection and improvement of their specialized knowledge.
KEYWORDS: Didactic-mathematical knowledge, Rational numbers, Initial teacher training.

1 I INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como propósito apresentar os resultados de uma investigação que visa identificar e analisar os conhecimentos didático-matemáticos sobre números racionais mobilizados por licenciandos em Matemática, durante uma oficina de formação realizada, tendo por base a perspectiva dos Conhecimentos Didático-Matemáticos, (CDM), desenvolvido por Godino e colaboradores (2009).

Em se tratando de um conteúdo específico, o conjunto dos números racionais, do ponto de vista pedagógico para Ensino Fundamental, há estudos que apontam a complexidade envolvida para a compreensão deste conjunto numérico visto seus diferentes significados parciais e distintas representações (KIEREN, 1988; ROMANATTO, 1997; CARPES, 2019).

Pelas várias contextualizações que os números racionais permeiam, seus significados são distintos. Kieren (1980) aponta que a compreensão completa dos números racionais requer não só a compreensão de cada um dos significados separados, mas como eles se relacionam. Os construtos (ou significados) dos números racionais apontados pelo autor são parte/todo, quociente, medida, operador e razão.

Contudo, as pesquisadoras Campos, Magina e Nunes (2006) apontam em seus estudos que, mesmo que os professores sejam capazes de resolver problemas com frações em diferentes situações, não as empregam em seu trabalho, isto é, lançam um número de situações limitadas para ensinar e ajudar seus alunos a superarem possíveis dificuldades ou concepções errôneas.

Diante desse contexto, a formação proposta aos licenciandos em Matemática na forma de uma oficina, intentou vislumbrar possibilidades de contextualizações dos números racionais para que os mesmos pudessem ter uma compreensão melhor deste conjunto, bem como estimular os conhecimentos pertinentes ao professor ao ensinar números racionais, tais como: possíveis questionamentos aos alunos de suas concepções errôneas, emprego de diferentes tipos de registros - o que pode facilitar a compreensão, pois um registro pode ser mais familiar ao aluno do que outro e conhecimentos matemáticos específicos – o todo dividido em partes iguais, a soma de todas as partes recompõe o todo ou calcular partes de um todo (operar sobre uma quantidade).

As pesquisas voltadas para a formação inicial de professores têm crescido nos últimos anos e têm apontado para os diferentes e complexos conhecimentos que o professor dever ter para ensinar, de forma idônea, um tópico específico e assim facilitar a aprendizagem de seus alunos. Neste sentido, neste trabalho, toma-se o modelo denominado Conhecimentos Didático-Matemáticos do professor, desenvolvido por Godino (2009), para analisar os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados pelos licenciandos em Matemática sobre números racionais, tendo em vista que a dimensão epistêmica do modelo oportuniza critérios específicos para identificar e avaliar os conhecimentos próprios do professor de Matemática.

Na sequência, discorre-se sobre o modelo CDM no qual é adotado para a análise dos dados do estudo, os procedimentos metodológicos, seguidos dos resultados e discussões, considerações finais e referências.

2 | REFERENCIAL TEÓRICO

O ensino de um tópico de Matemática requer do professor uma apropriação de uma teia de conhecimentos, por muitas vezes complexa, que envolvem conhecimentos didáticos e matemáticos. Entretanto, quais seriam os conhecimentos necessários para um processo de ensino idôneo? Diante desta complexidade, Pino-Fan e Godino (2015), elaboraram um sistema de catogorias para analisar os conhecimentos do professor de Matemática, denominado Conhecimentos Didático-Matemáticos do professor (CDM). As categorias elaboradas estão relacionadas com os tipos de ferramentas teóricas e metodológicas de análise do enfoque ontossemiótico do conhecimento e instrução matemática – EOS (GODINO, 2017; GODINO; BATANERO; FONT, 2007).

O modelo interpreta e organiza os conhecimentos do professor a partir de três dimensões: dimensão matemática, dimensão didática e a dimensão meta didático-matemática. A dimensão matemática refere-se à solidificação dos conhecimentos de tópicos específicos de Matemática pelos professores. É subdividida em: conhecimento comum, aquele que é suficiente para responder uma questão e, em conhecimento ampliado, aquele que vincula um objeto de estudo com um nível mais avançado ou anterior.

A dimensão didática é composta por seis facetas, sendo: a epistêmica (conhecimento especializado de Matemática), a cognitiva (conhecimento de aspectos cognitivos dos alunos), a afetiva (conhecimento de aspectos emocionais, atitudes e crenças dos alunos), a interacional (conhecimento sobre as interações na sala de aula), a mediacional (conhecimento dos recursos e meios que potencializam a aprendizagem do aluno) e a ecológica (conhecimento sobre aspectos curriculares e sociais que influenciam a gestão da aprendizagem dos alunos).

A faceta epistêmica articula diferentes conhecimentos da Matemática escolar com maior profundidade e amplitude, além disso, por meio dessa faceta

> o professor deve ser capaz de mobilizar diversar representações de um objeto matemático, resolver a tarefa mediante distintos procedimentos, vincular o objeto matemático com outros objetos matemáticos de nível educativo que se ensina ou de níveis anteriores ou posteriores, compreender e mobilizar a diversidade de significados parciais para um mesmo objeto matemático (que integram o significado holístico para este objeto, proporcionar diversas justificativas e argumentos, e identificar os conhecimentos postos em jogo durante a resolução de uma tarefa matemática (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 13).

A dimensão meta didático-matemática é composta pelos conhecimentos sobre os critérios da idoneidade didática (avalia um processo de ensino e aprendizagem) e os conhecimentos sobre as normas e metanormas (a promoção da reflexão, da avaliação e da detecção das melhores potencialidades da prática).

Em se tratando de uma formação inicial de professores, Godino et al (2013), elaboraram um guia em que propõem os componentes e indicadores da idoneidade de um programa de formação de professores. Desse modo, se o professor adquire competência em aplicar este instrumento pode ter facilitada sua tarefa de planejar, implementar e avaliar processos instrucionais idôneos. Os componentes de guia são as seis facetas (epistêmica, cognitiva, afetiva, interacional, mediaciona e ecológica).

O guia apresenta indicadores para cada faceta implicada no processo de formação. A fim de precisar a faceta epistêmica, na qual será base para análise dos dados dessa pesquisa, toma-se os seus indicadores para detalhar. A faceta epistêmica é composta pelo conteúdo matemático, ecológico, afetivo, interacional, mediacional e cognitivo.

Os indicadores do conteúdo matemático, num processo de formação, consideram as situações-problema para a construção do conhecimento matemático, assim como, o selecionar e adaptar problemas que gere significado ao objeto de estudo (considerando as representações, argumentações e procedimentos). O conteúdo ecológico deve prever conhecimento das orientações curriculares, postura crítica e investigativa perante as inovações didáticas. (GODINO et al, 2013).

O conteúdo cognitivo deve prever as etapas, as dificuldades recorrentes, obstáculos epistemológicos e conhecimentos prévios dos alunos para aquele nível de ensino do tópico específico de estudo. O conteúdo afetivo deve prever a competência em buscar situações pertinentes ao campo de interesse dos alunos e que sejam utéis na vida cotidiana dos mesmos. O conteúdo interacional deve prever a importância do diálogo e comunicação para a aprendizagem. O conteúdo mediacional deve prever reconhecer a importância dos recursos didáticos na aprendizagem de Matemática, assim como, as limitações e gestão do tempo. (GODINO et al, 2013).

Nesse trabalho será utilizado o modelo denominado Conhecimentos Didático-Matemáticos do professor para analisar os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados pelos licenciandos em Matemática sobre os números racionais. Contudo, no intuito de aprimorar os conhecimentos do professor, Pino-Fan, Font e Godino (2015) propõe uma análise pormenorizada do conhecimento especializado do professor apontando, desta forma, critérios mais específicos que permitem potencializar e analisar tal conhecimento.

O conhecimento especializado do CDM compreende dois níveis de conhecimento do professor. Como também, o conhecimento especializado implica nos conhecimentos comum e ampliado.

> O primeiro nível, de aplicação, onde os professores devem fazer uso de diversas representações, conceitos, proposições, procedimentos e argumentos, assim como usar diversos significados parciais de um objeto matemático, para resovler tarefas. O segundo nível, identificação, se refere a competência dos professores para identificar conhecimentos (elementos linguísticos, conceitos, propriedades, procedimentos e argumentos) postos em jogo na resolução de uma tarefa. (PINO-FAN, FONT, GODINO, 2015, p.9 traduação das autoras)

Vale destacar, que tais níveis de conhecimento estão intimamente ligados ao CDM, pois o nível de aplicação se relaciona com a faceta instrucional proporciona ao professor os meios para um desempenho idôneo de sua prática de ensino. O nível de identificação se vincula às facetas cognitiva e afetiva possibilitando ao professor detectar antes, durante ou após o desenvolvmento da atividade de ensino, os conheicmentos matemáticos envolvidos, como também, conflitos e erros que podem surgir aos alunos, gestionando a aprendizagem dos alunos de maneira mais eficiente (PINO-FAN, FONT, GODINO; 2015).

3 I METODOLOGIA

A presente pesquisa tem uma abordagem qualitativa, isto é, ao pesquisador qualitativo os dados numéricos são interpretados de forma crítica, não os toma apenas pelo seu valor facial (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Os dados apontados são próprios dos sujeitos da pesquisa e do contexto sociocultural de que participam e que, via uma análise qualitativa, oportuniza sua compreensão e discussão. Nesta ótica, o pesquisador é passível de apontar limitações e potencialidades na sua análise, assim como não possui um roteiro pré-determinado, rígido, a ser seguido.

Para tal análise foi desenvolvido uma formação durante a Semana Acadêmica do curso de Matemática – Licenciatura de uma Instituição de Ensino Superior (IES) pública do Estado do Rio Grande do Sul, Brasil. A proposta constitui-se de uma oficina, de quatro horas, que visava mobilizar os conhecimentos didático-matemáticos sobre os números racionais dos participantes, futuros professores de Matemática.

Nesta ação participaram 26 licenciandos e foram organizadas atividades de modo a mobilizar a faceta epistêmica do CDM, isto é, a mobilização dos níveis de conhecimento do professor: aplicação e identificação.

A primeira atividade trata de como os participantes entendem/definem um número racional. A atividade tem o caráter de mobilizar o nível de aplicação do conhecimento do professor. Em outras palavras, o conhecimento do professor ao se expressar por diversas representações, conceitos, procedimentos ou argumentos empregando os diferentes significados parciais dos números racionais para responder a atividade.

Na sequência, propõe-se uma situação-problema na expectitiva de mobilizar o segundo nível do conhecimento do professor: a identificação. Desta maneira, analisa-se quais os conhecimentos que emergem da resolução da atividade (linguísticos, conceitos, propriedades, procedimentos, argumentos) que o licenciando identifica/emprega.

As atividades foram realizadas individualmente e, após, foram socializadas com o grande grupo oportunizando retomar e ampliar os conhecimentos do professor de Matemática quanto ao tópico números racionais.

A seguir são apresentados os resultados dessa oficina. O material de análise é composto pelos registros das atividades supracitadas pelos licenciandos.

4 | RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção são apresentados e discutidos os resultados da oficina realizada com licenciandos em Matemática para mobilizar conhecimentos didático-matemáticos sobre números racionais. Para análise dos dados foi levada em consideração a dimensão epistêmica do CDM. Foram elaboradas tarefas que oportunizaram a construção do conhecimento contextualizado ao ambiente do aluno e a exploração de dúvidas a fim de dialogar sobre os meios adequados para facilitar a aprendizagem dos alunos.

A primeira atividade tem o caráter de verificar o entendimento de número racional pelo licenciando, isto é, toma-se o primeiro nível, de aplicação do conhecimento necessário ao professor de Matemática sobre o tópico específico, número racional. Ressalta-se que todas as atividades da oficina foram planejadas para o Ensino Fundamental. Logo, toma-se o conhecimento do professor para esse nível de ensino.

As representações e conceitos apresentados pelos licenciados, nesta oficina, muitas vezes se demonstraram inconsistentes, pois apenas uma parte, 27% dos participantes, apresentaram conceitos e argumentos coerentes para definirem o conjunto numérico dos números racionais conforme ilustrado a seguir.

> São números que seguem um padrão entendido pela razão. São formados em uma representação fracionária de $\frac{a}{b}$, sendo a $a \in Z$, $b \in Z^*$. (Aluno A).

> São os decimais exatos e as dízimas periódicas. São os números na forma fracionária $\frac{a}{b}$, onde $a \in Z$, $b \in Z^*$ (Aluno B).

Todas as representações adotadas para identificar um número racional foram na forma de fração. Um aluno apenas citou os números decimais como representação do número racional (Aluno B). Não foi sugerida a representação de porcentagem do número racional ou considerando, ainda, no campo de definição/argumentação não foi explorado a ideia de classes de equivalência.

O restante dos participantes, que estão em semestres distintos (início ou fim da graduação) não identificam/compreendem os números racionais ou, ainda, apresentam algumas concepções erronêas sobre os mesmos. Eles os identificam como números fracionários, mas não como dízimas periódicas; identificam que pode ser um número decimal, com número de casas finito, mas não pode ser inteiro ou, ainda, que está contido no conjunto dos números irracionais.

> Números que são usados para representar resultados “quebrados”, partes de algo. Usados em ocasiões onde se usa no lugar de nº inteiros. (Aluno C)

> Podemos reconhecer por números racionais aqueles que podem ser expressos pela forma de fração de modo que estejam divididos entre numerador e denominador. (Aluno D).

O Aluno D apresentou um conceito importante sobre os números racionais, de divisão (entre numerador e denominador). Entretanto, não mencionou quais números podem assumir o dividendo e o divisor.

A forma informal e, às vezes incorreta, de expressar um número racional dos licenciandos, interfere na construção do conhecimento. O primeiro nível de conhecimento especializado, o de aplicação, é aquele em que se preconiza mobilizar diferentes representações ou significados do objeto matemático número racional, com o intuito de potencializar a aprendizagem dos alunos num processo de construção do conhecimento.

A primeira tarefa tinha o intuito de aplicar o conhecimento especializado do professor de Matemática ao definir um número racional. Segundo Behr et al, (1992, p.296) os números racionais “são elementos de um campo infinito de quocientes que consiste em classes de equivalência e os elementos dessas classes de equivalência são frações." Desta forma, por meio do diálogo e socialização das respostas dos licenciandos à tarefa, foi possível discorrer sobre o conhecimento especializado do professor para promover a compreensão de tal conjunto numérico aos alunos, destacando o nível de aplicação.

O conhecimento especializado do professor é um dos principais mecaniscamos para desenvolver o pensamento e aprendizagem dos alunos. Neste sentido, o conhecimento comum, suficiente para responder uma questão, não basta para a identificação de quais conhecimentos emergem ou são pré-requisitos da situação.

A segunda atividade visava mobilizar o segundo nível do conhecimento especializado do professor, o de identificação. O quadro 1 ilustra uma situação-problema e possíveis encaminhamentos do professor.

Ana deu um meio de suas balas para sua irmã e Jorge deu também a sua irmã um quarto de suas balas. Quem deu mais balas? *A Aluna 1* apresentou como resposta a essa situação dizendo que Jorge deu mais balas, pois deu o dobro de balas do que Ana. *A Aluna 2* apresentou como resposta: Ana deu mais balas, pois deu a metade de suas balas e Jorge deu menos da metade de suas balas. a) No seu entendimento, qual erro a Aluna 1 cometeu? Escreva como tu explicarias à aluna o erro cometido e quais encaminhamentos daria para a solução correta. b) A resposta da Aluna 2 poderia estar correta, porém sua justificativa não é suficiente para garantir que a resposta esteja correta. O que tu questionarias à aluna para garantir que sua resposta esteja correta? c) Quando tu ensinas os números racionais, quais são as dificuldades de aprendizagem mais comuns dos alunos?

Quadro 1 - Atividade proposta aos licenciandos

Fonte: da pesquisa.

Todos os participantes identificaram o erro da Aluna 1, considerar apenas os denominadores das frações para realizar a comparação da quantidade de balas dada. Os encaminhamentos propostos pelos licenciandos vão desde considerar que a fração ½ >¼ seja pela divisão ou pela representação pictórica (retângulo dividido em partes iguais). Assim como, em questionar qual o todo (a quantidade de balas de cada pessoa) para, a partir dessa informação, saber quem dos dois deu mais balas. Sete alunos não apresentaram encaminhamentos para que a Aluna 1 pudesse compreender corretamente a situação. Os encaminhamentos propostos foram:

> Para explicar a ela a forma de encontrar a solução correta, diria para imaginar uma laranja, cortá-la em tantas vezes quanto é o denominador, pegar um só pedaço e ver qual é o maior. (Aluno E).

> Pegaria um pacote de balas e dividiria em 2 partes, de modo que o aluno perceba a quantidade dessa divisão. Em seguida usando o mesmo pacote dividiria em 4 partes iguais, e deste mesmo modo perceber a quantidade de balas. (Aluno F).

> Explicaria à aluna que nesse caso ½ é maior que ¼, pois ao fazer a divisão entre numerador e denominador certifica-se disso. (Aluno D).

Nos encaminhamentos para a resposta da Aluna 2, cerca de 46% dos licenciandos, apresentaram entendimentos pertinentes para elucidar a situação, isto é, apenas citaram que a Aluna 2 deveria perceber que não está definido a quantidade de balas. Apenas dois licenciandos apresentaram o questionamento ao aluno. A seguir, apresenta-se as duas questões propostas.

> Não é suficiente, pois não há a informação do total de balas que Ana tinha e nem do total de balas que Jorge tinha. Questionaria: " E se o nº de balas de Ana for diferente do nº de balas de Jorge? (Aluno G).

> E se Jorge tivesse mais balas do que Ana? Mas para a resposta estar correta: se eles realmente tivessem o mesmo número de balas, demonstre com desenho e frações a quantidade de balas dadas. (Aluno H).

Os outros 64% dos participantes apresentaram respostas inconsistentes ou errôneas, tais como: "a quantidade de balas de Ana teria de ser maior do que as de Jorge", "que a aluna demonstrasse como ela chegou a este resultado", "eu pediria para ela fazer uma representação" e " pediria para a aluna calcular os valores das divisões de ½ e ¼ para que assim observasse que 0,5 é maior que 0,25". Nota-se que neste último caso o licenciando não considera qual é o todo de balas.

Para o item c) da atividade, dificuldades de ensino e aprendizagem envolvendo os números racionais, cinco participantes não apresentaram resposta. Quatro participantes consideram como dificuldades a comparação de frações com denominadores distintos e as operações com frações. Dez participantes se referem as suas próprias dificuldades de aprendizagem, sendo elas: nomenclatura, soma e subtração de frações, ordenação dos números racionais e conversão de fração para número decimal. Seis participantes citaram como dificuldades de ensino: operações com frações e comparar e reconhecer uma fração como divisão. Percebe-se que o licenciando fala em dificuldade de aprendizagem (a sua própria) ou de ensino – dificuldade dos alunos (para quem já teve essa experiência em estágios por exemplo). Não mencionam ambos: ensino e aprendizagem. E quando falam em ensino, apontam as dificuldades dos alunos e, não as suas no ato de ensinar (pode ser pelo fato que não haja dificuldade ou por não refletirem sobre suas práticas de ensino).

Observa-se que o nível de identificação tornou-se limitado, visto que o nível de aplicação já apresentou dificuldades dos licenciandos em definir, representar e argumentar sobre número racional. Ainda em nível de identificação, observa-se, também, a prioridade do licenciando em responder e buscar encaminhamentos para elucidar questão aos alunos.

A segunda atividade tinha também como objetivo aplicar o conhecimento especializado do professor, agora no segundo nível, de identificar conhecimentos que são necessários ou emergem ao solucionar a tarefa. Os licenciandos foram postos numa situação de sala de aula ao identificar a dificuldade do aluno, recorrer a diferentes argumentos e procedimentos para sanar as dúvidas. Possivelmente, por não estarem habituados a tal tarefa, priorizaram identificar o erro, corrigi-lo e apenas apresentar o resultado correto.

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como propósito apresentar e discutir os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por alunos de um curso de Licenciatura em Matemática participantes de uma oficina sobre números racionais. Por meio das atividades propostas durante a oficina, sua resolução e discussão percebeu-se que os licenciandos têm a perspectiva da consolidação dos conhecimentos matemáticos para atuação na docência. Entretanto, na perspectiva didática há um sombreamento. Dúvidas no que exatamente esses conhecimentos se referem ou como são adquiridos.

A discussão de quais são os conhecimentos que o professor deve ter para ensinar um tópico específico de Matemática, para uma prática idônea, não é alcançado apenas numa oficina. São necessários estudos complementares sobre como esses conhecimentos se mobilizam na formação inicial ou continuada de professores.

Baseado na faceta epistêmica do CDM e dos dados dessa formação, verificou-se que os licenciandos têm uma preocupação maior em expor o conhecimento matemático, isto é, apresentar uma solução (normalmente cálculo com pouca argumentação). E quando questionados sobre os encaminhamentos do professor para elucidar uma questão ou apresentar outra estratégia de solução ou registro, percebeu-se a limitação dos mesmos.

O conhecimento especializado do professor, presente na faceta epistêmica, é um dos conhecimentos que diferencia o professor de Matemática. A situação elaborada para a distribuição de balas entre os irmãos emprega um conhecimento comum, a quantidade de balas para cada um. Entretanto, cabe ao professor, elaborar a questão ao nível de conhecimento dos alunos, assim como, quais serão os conhecimentos emergentes da situação e os diferentes registros de representação. Neste sentido, é cabível ao professor, questionar as diversas estratégias dos alunos buscando uma formalização dos conceitos abordados.

Os critérios que propiciam identificar e avaliar o conhecimento especializado do professor de Matemática proposto a partir do CDM, balisaram a análise dos dados desse estudo. Nesse trabalho, o primeiro nível de aplicação dos conhecimentos para resolver uma tarefa, propiciou aos licenciandos compreender que não basta uma resposta correta. É preciso mobilizar diferentes procedimentos de resolução, representações e argumentos para solucionar uma tarefa. Como também, o nível de identificação, para dar uma maior amplitude quanto aos conhecimentos necessários (emergentes ou pré-existentes) para consolidar uma resposta.

Por fim, ressalta-se que durante a oficina foi possível (re)conhecer os conhecimentos necessários ao professor para ensinar: os matemáticos e os didáticos. Os licenciandos tiveram a oportunidade de ter um olhar não apenas de aluno, mas também de professor quanto a temática números racionais.

REFERÊNCIAS

BEHR, M. J., HAREL, G., POST, T. & LESH, R. Rational number, ratio, and proportion. In D. A. Grouws (Ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. New York, NY: Macmillan, p. 296-333. 1992.

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação Matemática**: uma introdução à teoria e aos métodos. Lisboa: Porto Editora, 1994.

CAMPOS; T.M.M.; MAGINA, S.; NUNES, T. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.8, n. 1, p. 125-136, 2006.

CARPES, P.P.G. Conhecimentos didático-matemáticos do professor de Matemática para o ensino dos números racionais. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Franciscana, Santa Maria, 2019.

GODINO, J.D. Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. **Revista Iberoamericana de Educacion Matemática.** Nº 20, 2009.

GODINO, J.D.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM. **The International Journal on Mathematics Education**, Vol. 39, nº 1-2, 2007.

GODINO, J. D. Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teoricas para la educacion matematica. 2017. In CONTRERAS et al (Eds.), **Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque** *Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos.* Disponível em <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>. Acesso em 20 ago 2018.

GODINO, J.D. et al. Componentes e indicadores de idoneidade de programas de formação de professores em educação matemática. **REVEMAT**. Florianópolis, v.8, n.1, p. 46-74, 2013.

KIEREN, T. Personal Knowledge of rational numbers: its intutive and formal development .In: Hiebert, J and Behr, M. (eds.) *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 1980, p. 162-180.

KIEREN, T. E. Personal knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development. In HIEBERT, J.; BEHR, M.J. (Eds). **Number Concepts And Operations in The Middle Grades**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum. p. 162-181, 1988.

PINO-FAN, L.R; FONT, V.; GODINO, J.D. **El conocimiento didático-matemático de los professores**: pautas y critérios para su evaluacion y desarrollo. 2015. Disponível em < http://docente.ulagos.cl/luispino/wp-content/uploads/2014/09/Pino-Fan-et-al.-2014_Extracto-sin-portada.pdf> Acesso em 18 ago 2018.

PINO-FAN, L.R.; GODINO, J.D. Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del professor. ***Paradigma***, v. XXXVI, n. 1, p. 87-109, 2015.

ROMANATTO, M.C. **Número racional**: relações necessárias a sua compreensão. 1997. 169f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1997.

CAPÍTULO 15

UNA APROXIMACIÓN A LA RECONCEPTUALIZACIÓN DEL CONCEPTO DE TRANSFORMACIÓN GEOMÉTRICA EN PROFESORES DE MATEMÁTICAS

Data de aceite: 26/08/2020
Data de submissão: 02/06/2020

Eddie Aparicio Landa
Universidad Autónoma de Yucatán
Mérida – Yucatán, México
http://orcid.org/0000-0003-4400-3919

Landy Sosa Moguel
Universidad Autónoma de Yucatán
Mérida – Yucatán, México
http://orcid.org/0000-0002-8771-0800

RESUMEN: Asumiendo que el tipo de conceptualización que los profesores tengan sobre los conceptos matemáticos es determinante para su enseñanza y aprendizaje, en este escrito se describe la conceptualización que profesores de matemáticas de educación básica muestran sobre el concepto de transformación geométrica y el papel que jugó el conversar reflexivamente en su reconceptualización. En el estudio participaron cuatro profesores (dos hombres y dos mujeres) y se empleó la técnica de entrevista grupal fenomenológica para iniciar una conversación y reflexión colectiva respecto a sus respuestas individuales dadas a los ítems de un cuestionario en el que se solicitó explicar qué es una transformación geométrica y ejemplificar sus respuestas, así como identificar y explicar algunas transformaciones isométricas en el plano. Como resultado principal se detectó que los profesores poseen una débil conceptualización de la transformación, así como de las razones de su enseñanza, lo que lleva a pensar en la necesidad de buscar formas de favorecer en ellos procesos de reconceptualización no solo de su matemática, sino también de su pedagogía y en ello, consideramos que la conversación reflexiva puede ser un medio importante para lograrlo.

PALABRAS - CLAVE: Reconceptualización, Transformación Geométrica, Profesores de Matemáticas.

AN APPROACH TO THE RECONCEPTUALIZATION OF THE GEOMETRIC TRANSFORMATION CONCEPT IN MATHEMATICS TEACHERS

ABSTRACT: Assuming that the type of conceptualization that teachers have or can develop about mathematical concepts is decisive for their teaching and learning, this paper describes the conceptualization that elemental school mathematics teachers show about the concept of geometric transformation and the role that reflective conversation played in its reconceptualization. Four teachers (two men and two women) participated in the study and the phenomenological group interview technique was used to start a collective conversation and reflection regarding their individual responses given to the items of a questionnaire in which it was requested to indicate what is a geometric transformation and exemplify their responses, also identify and explain some isometric transformations in the plane. As a main result, it was detected that teachers have a weak conceptualization of transformation, as well as the reasons for their teaching, which leads us to think of the need to look for ways to favor

reconceptualization processes in not only their mathematics, but also of its pedagogy and in this, we consider that reflective conversation can be an important means to achieve it.

KEYWORDS: Reconceptualization, Geometric Transformation, Mathematics Teachers.

1 I INTRODUCCIÓN

El que los profesores posean un conocimiento profundo de las matemáticas es ampliamente reconocido como esencial para favorecer el aprendizaje matemático de los estudiantes (Hill, Rowan & Ball, 2005; Darling-Hammond, 2000; Grossman, Hammerness & McDonald, 2009; Silverman & Thompson, 2008; Tirosh, 2000). No obstante, se ha documentado que el conocimiento matemático de profesores de educación básica en particular, es más de tipo operativo y con poca profundidad conceptual, situación que se dice, merma el aprendizaje de los estudiantes (Hill, Rowan, & Ball, 2005; Ernest, 1989; Tzur & Timmerman, 1997).

En contraste con lo anterior, también se ha documentado que aun cuando los profesores logren comprensiones abstractas de los conceptos matemáticos, esto no es suficiente para que ellos generen las oportunidades de situar a los estudiantes en condiciones similares y consistentes (Silverman & Thompson, 2008). Es así como algunos consideran que las conceptualizaciones de los profesores pueden ser sustanciales para mejorar tanto sus conocimientos matemáticos como sus prácticas de enseñanza (v.g. Stigler & Hiebert, 1999).

Por nuestra parte nos planteamos analizar el tipo de conceptualización que presentan profesores de educación básica sobre la transformación geométrica y cómo poder situarlos en un proceso de reconceptualización a partir de conversar y reflexionar con ellos al respecto de tal o cual conceptualización, pues presuponemos la existencia de inconsistencias conceptuales en los profesores.

2 I TRANSFORMACIÓN GEOMÉTRICA

Para Jackson (1975) entender a una transformación como la aplicación de la idea (concepto) de función a la Geometría, es fundamental en Matemáticas, pues entre sus ventajas está el dotar de un carácter dinámico más que estático a la geometría y ello puede derivar en mejores entendimientos de los tópicos geométricos y su tratamiento. En este sentido, el concepto de transformación geométrica y con más razón su conceptualización, al menos en un sentido escolar, no solo demanda un adecuado entendimiento y uso de los objetos geométricos (definiciones, propiedades, etc.), sino que demanda lo propio con el concepto función y su aplicación a la geometría.

Con lo dicho, es reconocible que la transformación (geométrica) posee una naturaleza dual (*objeto – proceso*) que eleva su nivel de complejidad conceptual y operacional, insistimos, al menos en un sentido escolar. De hecho, la National Council of Teacher of Mathematics (NCTM, 2000) refiere que la geometría transformacional ofrece otra lente para investigar e interpretar objetos geométricos y, por tanto, "las transformaciones pueden convertirse en un objeto de estudio por derecho propio" (NCTM, 2000, p. 236).

Por otro lado, pero en el mismo sentido de la naturaleza compleja del concepto de transformación geométrica, si bien la idea de estudiar a los objetos geométricos desde un enfoque dinámico y transformacional se ha ido incorporando en el currículo escolar en los últimos años, diversas investigaciones (Hall & Giacin, 2013; Seago, Jacobs, Driscoll, Nikula, Matassa & Callahan, 2013; Harkness, 2005; Thaqi & Gimenez, 2016) han documentado deficiencias conceptuales en estudiantes, profesores y futuros profesores con el concepto de transformación geométrica y sobre la necesidad de continuar los esfuerzos por incorporar tal enfoque en la práctica de enseñanza de la geometría. Es precisamente en este contexto que el presente trabajo busca proporcionar un enfoque a la problemática asociada con la reconceptualización de la transformación geométrica en profesores de educación básica, reconociendo que ello implica importantes esfuerzos de análisis y mejora de enfoques, para lo cual nos planteamos como pregunta de estudio ¿Cómo reconceptualizan profesores de matemáticas a la transformación geométrica cuando conversan y reflexionan sobre sus propias conceptualizaciones?

3 I MARCO CONCEPTUAL

En este trabajo ubicamos al estudio de la reconceptualización y el papel de la conversación y reflexión desde un enfoque sociocultural, en específico, en la teoría del Aprendizaje Experiencial (Kolb & Kolb, 2017). En esta, el aprendizaje es entendido como un proceso mediante el cual se construye conocimiento a partir de la transformación continua de la experiencia, es decir, la transformación de aquello que tiene lugar entre el individuo y lo que en ese momento constituye su entorno (Dewey, 1938, p. 43), pues reconocemos que el aprendizaje profesional de los profesores no solo se apoya en lo colectivo, sino que se ve fortalecido en la medida que ellos participan y colaboran en un intercambio de sus conocimientos y experiencias (Campbell & Stohl, 2017; Lave & Wenger, 1991, Preciado-Babb, Metz & Marcotte, 2015; Kolb & Kolb, 2017).

En la figura 1 se muestra que el aprendizaje resulta ser un proceso dialéctico y holístico de adaptación al mundo en el que se dan transacciones entre la persona y el entorno. Así, advertimos que las experiencias de los docentes tendrían un papel determinante en sus pensamientos y aprendizaje.

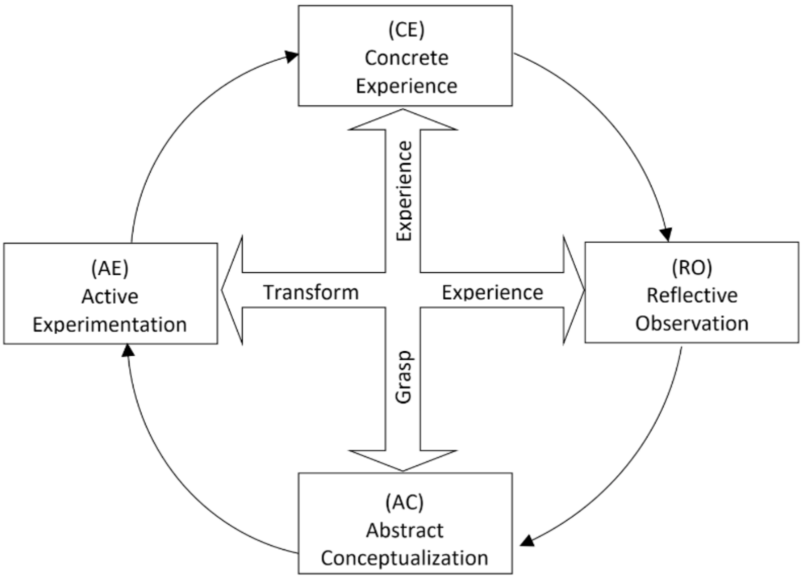


Figura 1. Ciclo de aprendizaje experiencial (Kolb y Kolb, 2017, p.32).

Las experiencias inmediatas o concretas (EC) son la base de las observaciones y reflexiones (OR). Estas reflexiones se asimilan y destilan en conceptos abstractos (CA), a partir de los cuales se pueden extraer nuevas implicaciones para la acción. Estas implicaciones pueden ser activamente experimentadas o probadas (EA) y servir como guías para crear nuevas experiencias (Kolb & Kolb, 2017). La EC tiene que ver con lo experimentado (el hacer) en el momento (aprender experimentando o sintiendo), la OR con la observación y reflexión sobre lo realizado o experimentado en la EC (aprender procesando), la CA con teorizar o generalizar la experiencia a partir de la OR (aprender generalizando), y EA con aplicar o probar una teoría para una próxima experiencia (aprender haciendo).

En el sentido anterior, es posible reconocer un espacio de conversación reflexiva (Figura 2), como un espacio de aprendizaje en el que, al escuchar, la persona experimenta al otro y reflexiona sobre lo que dice. De igual manera, al hablar, la persona piensa y formula intenciones sobre cómo responder y actuar. Es decir, que cuando una persona está recibiendo comentarios (EC) y formulando percepciones (OR), la otra persona está flexionando, creando intenciones basadas en esas percepciones (CA) y actuando sobre ellas (EA). A medida que el intercambio continúa, ambas partes alternan sus roles en la conversación (Kolb & Kolb, 2017).

Lo anterior nos hace suponer que el disponer de un espacio para conversar y reflexionar sobre las experiencias, se tiene la posibilidad de organizarlas y en ese proceso de organización es donde pueden suscitarse aprendizajes por medio de su significación. Por tanto, representa también un espacio para indagar y coadyuvar en el proceso de reconceptualización, pues la experiencia tiene que ver con lo activo-pasivo; antes que lo cognoscitivo y comprende conocimiento en el grado en que se acumula o se suma a algo que tiene sentido, cuyos generales son: “el sentido de un problema; la observación de las condiciones; la formación y elaboración racional de una conclusión sugerida y la comprobación experimental activa” (Dewey, 1998, pp. 133 - 134).

Figura 2. Ciclo de aprendizaje conversacional (Kolb & Kolb, 2017, p. 191).

Cabe decir que, en el contexto de este estudio, al resultado de volver a conceptualizar un objeto matemático es a lo que llamamos reconceptualización de dicho objeto. De este modo, reconceptualizar un objeto matemático implica un proceso de transformación de lo previamente conceptualizado. En efecto, si se asume que un saber matemático implica no sólo el qué, sino también el cómo y porqué de un conocimiento matemático y que dicho conocimiento resulta de una conceptualización, entonces, la reconceptualización también implica un cambio en el cómo y en el porqué de dicho conocimiento. Es decir, reconceptualizar matemáticamente consiste en transformar el qué, el cómo y el por qué se conoce de un objeto matemático, lo cual decimos, puede darse a partir de conversar y reflexionar sobre las experiencias asociadas a tal o cual objeto.

4 I MÉTODO DE ESTUDIO

Para examinar cómo reconceptualizan los profesores a la transformación geométrica al conversar y reflexionar sobre sus conceptualizaciones, nos apoyamos de la entrevista fenomenológica que se caracteriza por suscitar un intercambio de experiencias en relación con un tema propuesto por el entrevistador (investigador) con el fin de favorecer el crecimiento del conocimiento de los participantes por medio de la reflexión colectiva sobre las experiencias (Gellert, 2008). Las características del tema o fenómeno quedan determinadas por las personas que lo "viven" y no por el investigador, son ellas quienes sacan dicho fenómeno de su conciencia y le dan expresión (Guerrero-Castañeda et al., 2017).

4.1 Contexto de estudio

El estudio se realizó mediante una invitación a participar voluntariamente, sin algún tipo de compensación o sanción por ello. Se proporcionó información sobre las motivaciones y objetivos de dicho estudio. Todo el trabajo de recolección de datos se hizo durante una sola sesión de aproximadamente 90 minutos en un aula y a partir de un único cuestionario abierto.

4.2 Participantes

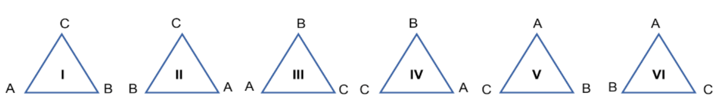
Participaron cuatro profesores (dos hombres y dos mujeres) de matemáticas de educación básica en México. El criterio de selección consistió en conocer el concepto de transformación geométrica y haberlo enseñado al menos una vez. Su rango de edades se ubica entre los 30 y 35 años. Su experiencia docente oscila entre los 3 y 6 años impartiendo cursos de matemáticas.

4.3 Instrumento

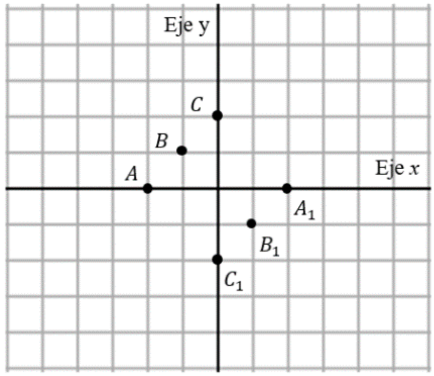
Considerando que un proceso de reconceptualización ha de iniciar a partir de una confrontación entre la conceptualización actual y la que se producirá como parte de una experiencia de aprendizaje conducida por la conversación y reflexión, se usó un instrumento conformado por una pregunta y dos tareas relacionadas con el concepto de transformación geométrica como se muestra a continuación:

1. *¿Qué es una transformación geométrica? Si es posible, proporcione un ejemplo.*

2. *Indicar y explicar si se identifica algún tipo de relación geométrica entre el triángulo I y los etiquetados con II, III, …, VI.*



3. *Explicar si es posible establecer algún tipo de relación geométrica entre los puntos A,B y C con los puntos A_1 ,B_1 y C_1 en el plano x,y.*



En las tareas 2 y 3 subyace la idea de relación funcional o aplicación del concepto función a los objetos geométricos. No obstante, sería en las respuestas en donde podría verse lo cercano o lejano de tal conceptualización de la transformación geométrica. Se optó por tratar algunas transformaciones isométricas como la traslación, rotación y simetría, pues éstas bien podrían ser conceptualizadas como casos particulares o ejemplos de funciones biyectivas aplicadas en la geometría.

El instrumento se aplicó en su totalidad de manera individual, los participantes anotaron sus respuestas en hojas para posteriormente ser confrontadas en binas (hombre vs mujer) y generar, si fuera el caso, una segunda respuesta y anotarlas en las hojas. Por último, bajo la guía del entrevistador se conversó y reflexionó respecto a las respuestas individuales y en binas.

4.4 Análisis de datos

Se usan los siguientes códigos M1, M2 para referir a las respuestas de las dos profesoras y H1, H2 para las respuestas de los dos profesores. El análisis básicamente consistió en confrontar sus respuestas y reflexiones respecto a la idea de transformación geométrica que subyace en el cuestionario y la que presentan ellos.

Respuestas individuales al primer ítem:

M1: Es un proceso que se realiza para cambiar de posición cierta figura.

M2: Es una operación que se le aplica a una figura para obtener otra, de tal forma que los puntos de la figura inicial correspondan con los de la figura final u obtenida.

H1: Cuando tenemos una figura geométrica y tenemos que rotar, trasladar, invertir o variar las proporciones de sus lados manteniendo sus ángulos correspondientes iguales, hablamos de una transformación geométrica.

H2: Las transformaciones geométricas son aquellas que, de una figura dada, obtenemos otra. Puede ser traslación, rotación, simetría y homotecia.

Se identifica una conceptualización de la transformación geométrica un tanto distante de la idea de relación funcional o aplicación del plano al plano mismo. De hecho, en M1 y H1 se percibe una conceptualización en un sentido "manipulativo". Es decir, la posibilidad de "manipular físicamente" una figura para modificarla en algo.

Respuestas individuales al segundo ítem:

M1: Todos giran ciertos grados y cambian de posición. Del I al IV se rotó 60º. Del IV al VI se rotó 60º, del I al VI se rotó 120º y del VI al I se rotó 60º.

M2: II es simétrico del I respecto a una recta vertical. III se obtiene rotando II. V es simétrico del VI. VI es una rotación del I. IV es una rotación del VI.

H1: I fue rotado 180º dando como resultado II. VI resulta de girar 90º el I.

H2: El IV es rotación del I en el punto B. V es rotación del II en el punto A. VI es rotación del III en el punto C. II es simétrico de I con el punto B o A. IV es simétrico de III en el punto C o A.

Notamos que, si bien los participantes aluden y reconocen a las transformaciones isométricas de simetría y rotación, su conceptualización sigue siendo un sentido "físico manipulativo", y no el de una aplicación funcional o más aun, el de una relación geométrica. Por ejemplo, en primera instancia se observa que no se hace referencia a los triángulos del II al VI, como "triángulos imágenes" del I. Esto es, no se ponen en correspondencia los triángulos del II al VI con el I, bajo una transformación.

Respuestas individuales al tercer ítem:

M1: Los puntos A, B y C, unidos forman un segmento paralelo al segmento , además, el punto C con el punto , son simétricos respecto al origen, así como también los otros puntos. Además, son simétricos respecto a la gráfica .

M2: Los puntos y se obtienen mediante una rotación de los puntos A, B y C, respectivamente con centro en y ángulo de 180º.

H1: Es posible establecer la relación de con , con y con , al intercambiar las coordenadas y del punto con sus simétricos al punto .

H2: Son opuestos por el vértice u origen. Simétricos con respecto al origen.

En sus respuestas, los participantes hacen referencia a la simetría y rotación, y si bien es un sentido de transformación geométrica, en ellas también se percibe un sentido de "operación geométrica" y físico-manipulativo más que relacional. Ello a pesar de que el plano cartesiano pudiera sugerir la idea de relación funcional (aplicación que mapea puntos en el plano a puntos en el mismo plano), como eventualmente se puede notar en M1 y H1.

Al solicitar analizar en binas sus respuestas y en su caso, generar una tercera respuesta o indicaran si no harían ajustes a las mismas, las dos binas dijeron que sus respuestas las consideraban equivalentes.

Dada la conceptualización detectada en los profesores, para el tercer momento de trabajo grupal se les solicitó reflexionar e indicar si al quitar etiquetas de número y vértices, a todos los triángulos, ellos dirían que son seis triángulos o es un mismo triángulo, esto con el fin de ir confrontando su conceptualización con una "nueva". Los cuatro respondieron que se trata de seis triángulos, porque eso es lo que ven. Pero luego al dar un espacio de silencio, dos de ellos dijeron que podría ser un solo triángulo, pero en diferentes posiciones. Es decir, un triángulo trasladado.

Posterior a su reflexión, se les pidió que observaran dos hojas del mismo tamaño, forma y color sobre el escritorio. Una dispuesta verticalmente y la otra horizontalmente y reflexionaran respecto a la hipotética situación de que algún estudiante dijera: "Yo veo dos hojas diferentes, aunque tengan la misma forma, tamaño y color". Se les preguntó si le dirían al estudiante que está en lo correcto. Los cuatro dijeron que sí. Al dar esta respuesta se les preguntó ¿por qué? Respondieron que, en efecto, son dos hojas. Tal afirmación fue usada para discutir sobre qué pasa si en lugar de usar dos hojas, se deja una sola y primeramente se muestra dispuesta verticalmente y luego horizontalmente, como cuando se tenían las dos hojas. Se les cuestionó sobre si la hoja horizontal es la misma que la vertical, solo que rotada y traslada. En este caso, todos entraron en duda de qué decir, e incluso algunos decían que el sentido físico y manipulativo de las hojas podían causar problemas de entendimiento a los estudiantes sobre el concepto de transformación geométrica.

Respecto de la reflexión anterior realizada por los profesores, se les cuestionó si, para el aprendizaje de transformación (geométrica), sería mejor que se le diera un tratamiento desde un punto de vista de relación funcional, es decir, como una función que aplica puntos del plano al plano mismo, en lugar de uno manipulativo y operativo. Ellos dijeron que sí, pero solo para estudiantes de bachillerato, porque en primaria y secundaria los estudiantes no lograrían entender. Ante ello, se les interrogó sobre la dificultad que tendría un estudiante de primaria o secundaria para entender que, por ejemplo, una simetría o reflexión y una rotación, son formas de relacionar geométricamente dos figuras. Respondieron que en eso no veían que hubiera mucho problema o dificultad, pues es muy claro.

5 | RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Como a priori se había sospechado, se descubrieron inconsistencias en las conceptualizaciones de la transformación geométrica en los profesores. Esencialmente se reconoce que éstas están asociadas a un sentido físico y manipulativo sobre los objetos geométricos, más que en el de una relación funcional aplicada a tales objetos. Asimismo, el poder situarlos en un proceso de reconceptualización a partir de conversar y reflexionar sobre sus conceptualizaciones, requiere de más experiencias y espacios para conversar, pues se notó que por sí solos resulta complicado. Además, se requiere de una mayor problematización del concepto de transformación en relación con el concepto de función, en este caso particular, con especial énfasis en las transformaciones isométricas de rotación y simetría, vistas como casos particulares del concepto de función biyectiva.

La lógica detrás de este estudio consiste en considerar a la conceptualización presente en los docentes para de ahí ampliar sus experiencias sobre ella, de modo tal que genere conciencia didáctica sobre las implicaciones de su conceptualización para una mejor práctica de enseñanza y aprendizaje asociada a la transformación geométrica y en particular, a las isometrías en el plano.

Las valoraciones que los mismos profesores realizaron y expresaron, tanto por escrito como verbalmente, sobre la necesidad de que ellos deben vivir más experiencias en donde sus conocimientos y prácticas docentes entren en conflicto, hace viable pensar en seguir indagando sobre cómo debieran ser tales experiencias y cómo conversar y reflexionar con ellos para lograr reconceptualizaciones más adecuadas a las demandas de aprendizaje matemático.

Por supuesto que para las futuras direcciones de estas reflexiones ha de considerarse las exigencias de un lenguaje funcional amplio y en plena correspondencia con lo geométrico, pues su ausencia fue visiblemente notoria en el tratamiento y respuestas de los participantes al cuestionario. En tal lenguaje podría considerarse la relación que guarda la conservación de forma y tamaño de una figura (por ejemplo, semejanza y congruencia geométrica) con el concepto de función biyectiva como es el caso del segundo ítem del instrumento y se ejemplifica a continuación, en donde el aspecto de lo invariante podría jugar un papel esencial para la reconceptualización de la transformación geométrica.

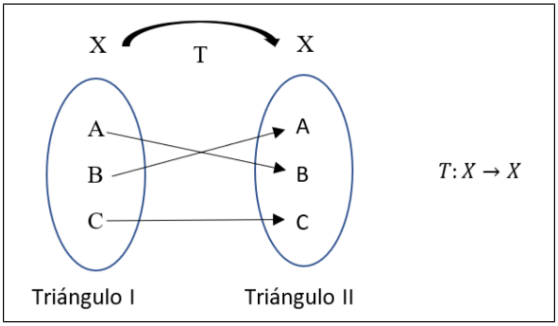


Figura 3. Transformación como mapeo de puntos en el plano.

REFERENCIAS

CAMPBELL, M. & STOHL, H. Examining Secondary Mathematics Teachers' Opportunities to Develop Mathematically in Professional Learning Communities. **School Science and Mathematics**, 117 (3 – 4), 115 – 126. 2017.

FIGING-HAMMOND, L. Teacher Quality and Student Achievement: A Review of State Policy Evidence. **Education Policy Analysis Archives**, 8(1), 1 – 44. 2000.

DEWEY, J. **Education and Experience**. New York, NY: Horace Liveright. 1938.

DEWEY, J. **Democracia y Educación. Una introducción a la filosofía de la educación**. Madrid: Ediciones Morata, S. L. 1998.

ERNEST, P. The impact of beliefs on the teaching of mathematics. **Mathematics Teaching: the state of the art**. 1989. Recuperado de: http://people.exeter.ac.uk/PErnest/impact.htm

GELLERT, U. Routines and collective orientations in mathematics teachers' professional development. **Educational Studies in Mathematics**, 67(2), 93 – 110. 2008.

GROSSMAN, P., HAMMERNNESS, K. & MCDONALD, M. Redefining teaching, re-imagining teacher education. **Teachers and Teaching: theory and practice**, 15(2), 273 – 289. 2009.

GUERRERO-CASTAÑEDA, RF., MENEZES, TMO. & OJEDA-VARGAS, MG. Características de la entrevista fenomenológica en investigación en enfermería. **Revista Gaúcha de Enfermagen**, 38(2), 1 – 5. 2017.

HALL, B. & GIACIN, R. Exploring function transformation using the common core. **Mathematics Teacher**, 107(2), 132 – 137. 2013.

HARKNESS, S.S. Geometry of transformations: Teacher and unit under construction, **Mathematics Teacher**, 99(2), 88 – 92. 2005.

HILL, H., ROWAN, B. & BALL, D. Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. **American Educational Research Journal**, 42(2), 371- 406. 2005.

JACKSON, S. B. Applications of transformations to topics in elementary geometry: Part 1. **Mathematics Teacher**, 68, 554 – 562. 1975.

KOLB, A. & KOLB, D. **The Experiential Educator. Principles and Practices of Experiential Learning**. San Bernardino, CA. 2017.

LAVE, J. & WENGER, E. **Situated learning. Legitimate peripheral participation**. New York: Cambridge University Press. 1991.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Principles and standards for school mathematics**. Reston: Author. 2000.

PRECIADO BABB, A., METZ, M., & MARCOTTE, C. Awareness as an enactivist framework for the learning of teachers, mentors and institutions. **ZDM Mathematics Education**, 47, 257 – 268. 2015.

SEAGO, N., JACOBS, J., DRISCOLL, M., NIKULA, J., MATASSA, M. & CALLAHAN, P. Developing teacher´s knowledge of a transformations-based approach to geometric similarity, **Mathematics Teacher Educator**, 2(1), 74 – 85. 2013.

SILVERMAN, J., & THOMPSON, P. W. Toward a framework for the development of mathematical knowledge for teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education**, 11, 499 – 511. 2008.

STIGLER, J. W., & HIEBERT, J. **The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom**. New York: Free Press. 1999.

THAQI, X. & GIMENEZ, J. The process of understanding of geometrical transformation as a function, Conferencia impartida en 13th International Congress of Mathematical Education, Hamburg, July 24 – 31, 2016.

TIROSH, D. Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: the case of division of fractions. **Journal for Research in Mathematics Education**, 31(1), 5 – 25. 2000.

TZUR, R., & TIMMERMAN, M. **Why do we invert and multiply? Elementary teachers' struggle to conceptualize division of fractions**. En J. A. Dossey, J. O. Swafford, M. Parmantie & A. E. Dossey (Eds.), Proceedings of the 19th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 553 - 559). Bloomington-Normal, IL: Eric Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education. 1997.

CAPÍTULO 16

PIBID: FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES, UM OLHAR PARA SUAS CONTRIBUIÇÕES A PARTIR DA EXPERIÊNCIA NA ESCOLA ANTÔNIO DE OLIVEIRA GORDO EM MOJU-PA

Data de aceite: 26/08/2020

Data de submissão: 01/06/2020

Marcos Vinicius Silva Alves
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/8003370065168681

Alex Gonçalo da Costa Maciel
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/8487300355812350

Lucas Felipe Souza de Oliveira
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/0731655099377323

Rafael Silva Patrício
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/1354613531666420

Ashiley Sarmento da Silva
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/7441462727185859

Bruno Sebastião Rodrigues da Costa
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/4681222044310540

Danielle de Jesus Pinheiro Cavalcante
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/3299550194220478

Leandro Santos Marques
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/3450994281137536

Mauro Sérgio Santos de Oliveira
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Belém – Pará
http://lattes.cnpq.br/9008439528066444

Pedro Augusto Lopes Rosa
Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Pará – IFPA
Paragominas – Pará
http://lattes.cnpq.br/6742574084828740

Samara de Kássia Saraiva Rodrigues
Universidade do Estado do Pará – UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/4718312275197447

RESUMO: Este artigo apresenta algumas reflexões acerca das contribuições do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - (PIBID), com objetivo de investigar o processo de formação de professores de matemática no âmbito da formação acadêmica a partir da inserção de licenciandos no cotidiano de escolas da rede pública de educação básica através de práticas docentes de caráter inovador. Tendo por *lócus* de prática-observação à escola Antônio de Oliveira Gordo, no município de Moju, com alunos de turmas do 7º e 9º anos do ensino fundamental. Tal experiência foi algo que impactou positivamente e abriu olhares para buscarmos aperfeiçoamento acadêmico. Percebeu-se, ainda, que com a reflexão teórica,

mas sem a experiência da sala de aula, enfrentamos uma realidade diferente (e outras semelhantes) da vivida na Universidade Pública, tais como: falta de infraestrutura, ausência de recurso, alunos desinteressados, estratégias de ensino defasadas, limitado tempo para realização de atividades planejadas, dentre outros.
PALAVRAS-CHAVE: PIBID, Experiência em sala de aula, Formação docente.

PIBID: INITIAL TEACHER'S TRAINING, LOOKING FOR ITS CONTRIBUTIONS FROM THE EXPERIENCE IN ANTÔNIO DE OLIVEIRA GORDO SCHOOL IN MOJU-PA

ABSTRACT: This article presents some reflections about the contributions of Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – (PIBID), with the aim of investigating the Mathematics Teachers Training Process with the scope of the academic training by the insertion of undergraduate students in the routine of elementary school of the public network through the innovative practices. Having as practice-observation *lócus* the Antônio de Oliveira Gordo, located at the city of Moju, with students from 7th and 9th levels of the elementary school. This experience has caused a positive impact and opened the eyes to search for improvements in academic training. It has also been noted that, with theorical reflexion, but without classroom experience, we deal with a different reality (and others similar) from the one lived in the public university, such as: lack of infrastructure, resources abscense, old fashioned strategies, limited-time to performing activities, among others.
KEYWORDS: PIBID, Classroom experience, Teachers training.

1 I INTRODUÇÃO

A presente pesquisa busca apresentar a importância das práticas educativas que são imensuráveis para formação e o aperfeiçoamento profissional do futuro professor, tais experiências foram vivenciadas na Educação Básica por meio do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - PIBID. Fazendo-se necessário, que os acadêmicos com intuito de almejar cada vez mais uma formação atualizada afim de contribuir para seu amadurecimento acadêmico, bem como, lhe capacitar para profissão docente em um ambiente escolar.

O subprojeto de Matemática do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), da Universidade do Estado do Pará – UEPA, campus Moju, vem antecipando a participação dos alunos à prática docente, tendo sido criado com a finalidade de incentivar escolas públicas de educação básica a mobilizar seus professores na formação dos futuros docentes, tornando-as protagonistas no processo de desenvolvimento de sua formação inicial, sendo assim a implantação do programa traz contribuições primordiais não somente às escolas contempladas, mas também aos participantes, enquanto professores em formação. Isto é, o projeto concebe.

> A formação como processo de desenvolvimento pessoal e profissional de um ser adulto em interacção com o meio e, portanto, como processo contínuo de reconstrução identitária; o sujeito em formação como construtor de conhecimento e de realidade social, simultaneamente sujeito e agente de socialização; as necessidades de formação menos como lacunas de que como desejos e aspirações que assumem sentido em relação a um projecto de vida. (ESTRELA, 2006, p. 46).

Como foi supracitado, percebemos que a iniciação à prática docente ainda na graduação é de suma importância para o desenvolvimento de formação pessoal e profissional. Dessa forma, nesse artigo buscamos avaliar algumas dessas contribuições, de acordo com o que foi observado no segundo semestre letivo do ano de 2018. O Projeto encontra-se direcionado para o desenvolvimento do docente em formação, não apenas dentro de sala de aula de graduação, mas também ao participar com intervenções nas turmas escolares nas quais acompanhava.

Destaca-se que tanto a formação teórica, quanto a prática poderão colaborar de maneira significativa para o crescimento da qualidade de ensino, visto que os discentes devem ter em mente que a formação inicial é fundamental nos processos educativos, fazendo assim com que esse docente, em formação, adquira a prática de criar/manipular suas opções metodológicas para o ensino da Matemática. Portanto, se faz necessária uma qualificação profissional e pessoal do futuro professor, pois, frente aos mais diversos entraves existentes na educação básica esses futuros profissionais deverão estar preparados para lidar com as dificuldades do ato de ensinar.

Outro fator importante é que para se obter um desenvolvimento da formação docente é necessário ter a vivência da sala de aula, possibilitando assim, experiências extraordinárias para o decorrer da carreira profissional. Haja vista que uma boa formação inicial seria aquela que fornecesse os conhecimentos prévios e habilidades necessárias para a boa atuação profissional.

Nessa perspectiva, observamos que por meio do PIBID os discentes, bolsista do projeto, se tornam capazes de compreender melhor os desafios que como futuros docentes irão enfrentar, tais como: ausência de recursos didático-pedagógicos; espaços físicos inadequados para lecionar; dificuldade de entender o estado psicológico e emocional dos alunos; e como saber interagir com os mais variados comportamentos e os meios socioculturais em uma sala de aula.

Muitos acadêmicos não buscam somar à sua formação inicial projetos de pesquisas e/ou extensão para se aperfeiçoar, em consequência disso muitos desses acadêmicos saem da universidade sem a devida preparação para atuar em sala de aula. Muitas vezes, esses futuros docentes só terão a convivência com as classes escolares nas disciplinas de estágio, onde poderão vivenciar a prática docente.

2 | AS CONTRIBUIÇÕES DO PIBID PARA A FORMAÇÃO INICIAL

Nossa experiência como “pibidianos” durante 3 (três) meses acompanhando duas turmas do ensino fundamental foi bastante impactante no primeiro momento, quando chegamos para acompanhar as turmas de 7º e 9º anos, somente depois obtivemos um contato harmonioso com as classes. O Projeto ao qual estávamos vinculados ocorreu na E.M.E.F. Antônio de Oliveira Gordo, Moju – PA.

Ao adentrar no espaço escolar, de princípio ficamos atônitos, pois nos deparamos não somente com a realidade escolar deficitária em vários pontos, mas também com os diversos desafios e especificidades da relação professor-aluno. Isso nos leva a outra contribuição que o PIBID traz para os que nele estão inseridos, preparação para o exercício da docência mesmo com poucos recursos materiais e didáticos, ademais nos possibilitou o contato e a vivência com os alunos em sala de aula, proporcionando desenvolvimento de metodologias de ensino no que tange a realidade escolar.

No período em que passamos acompanhando as turmas de ensino fundamental na escola citada, observamos que todas as vezes que fazíamos intervenções tínhamos a oportunidade de conciliar teoria e prática, dessa maneira percebemos que cada vez mais adquiríamos a tranquilidade de explicar para os alunos os conteúdos, além de contribuir para uma melhor postura, aperfeiçoando a oralidade, assim auferimos maior experiência em gerenciar uma classe.

Durantes as observações realizadas no período de ambientação, foi possível visualizar melhor as dificuldades apresentadas por alguns discentes, no que se refere aos conceitos da matemática básica, além do próprio conteúdo ministrado. Somente através das intervenções nas turmas foi possível fazer um panorama mais amplo a respeito das particularidades de cada aluno.

> Percebe-se que as intervenções permitem ao professor levantar “outras” perspectivas, ou questões e visões diferentes daquelas que o aluno tem ou hipotetiza. Já os encaminhamentos correspondem ao “fazer” propriamente dito durante o processo de aprendizagem. É através deste processo pelo qual o educador vai construindo os movimentos das devoluções, que significa a concretização e a sistematização dos conhecimentos que estão sendo construídos. (SANT’ANNA, 2009, p. 21).

O programa de formação de professores busca práticas inovadoras para preencher lacunas educacionais por meio de metodologias e práticas docentes no processo de ensino-aprendizagem. Processos aos quais as universidades não transpassam de forma eficiente. Logo, os alunos selecionados por esses programas de iniciação à docência tendem a possuir maior autonomia quando se trata a questão sobre formas de ensinar.

3 I RELAÇÃO ENTRE PROFESSOR E ALUNO

As relações humanas são meios importantes no processo de ensino aprendizagem. Desta forma, a análise dos relacionamentos entre professor e aluno envolve intenções, sendo esta interação de primordial relevância, pois a boa relação social também faz parte da educação, que é uma das fontes mais importantes no desenvolvimento pessoal e social.

Ainda hoje vemos a relação de professor e aluno como um lado sendo detentor da sapiência e da razão, e outro sendo um receptor de conhecimentos. Na maioria das vezes, a própria escola demonstra essa imagem aos estudantes, onde o professor é o único que possui o conhecimento em sala de aula, fazendo com que as aulas se tornem monótonas, não havendo interação entre o discente e o docente para que haja a construção do conhecimento.

Percebemos que na relação professor-aluno o respeito entre ambos proporcionará um trabalho construtivo e um ambiente saudável, em que o docente é tratado como pessoa e não como o dono do conhecimento, ou seja, apenas mais um ser humano com experiências para ser compartilhada. Neste sentido, a relação professor-aluno é imprescindível para auxiliar o desenvolvimento dos alunos, guiá-los e incentivá-los na busca pelo conhecimento, na busca do sucesso no processo de ensino-aprendizagem. Com isso, a figura do professor dentro da sala de aula é fundamental para a formação de cidadãos capazes de pensar e de aprender, ou seja, construir seu próprio conhecimento.

> Nesse sentido, é imprescindível que o próprio professor esteja atento à linguagem, aos exemplos que utiliza, às suas atitudes com os alunos de diferentes culturas, etnias e níveis sociais. Devemos observar as relações entre alunos, as formas de agrupá-los, às práticas dentro e fora da sala de aula. (GUIMARÃES, 2012, p. 69).

Na sociedade contemporânea, é importante a interação entre professor e aluno, o docente poderá estimular o discente através de sua trajetória e dificuldades enfrentadas ao longo da sua caminhada, com isso demonstrará para os estudantes que a vida não é feita somente de conquistas, como também de resultados desfavoráveis, mas com persistência pode-se alcançar sempre os objetivos, isso contribui de maneira favorável para autoestima dos educandos e consequentemente pode o instigar a ter um melhor rendimento escolar, ou seja, isso irá lhes fornecer um melhor desenvolvimento educacional.

Outro ponto a ser levado em consideração é o de que o professor deve oferecer oportunidade para o diálogo com a turma, como sabemos, essa interação acompanha o ser humano durante sua vida fazendo um importante papel no seu desenvolvimento educacional e suas relações socioculturais. Nesse sentido, o aluno que possui uma relação de diálogo com o professor poderá adquirir a segurança necessária para se sentir estimulado a ter participação mais ativa em sala de aula. Com isso, o discente poderá desenvolver maior interesse em adquirir novos conhecimentos, assim como ampliando as possibilidades para um melhor rendimento escolar

Segundo Belotti e Faria (2010, p. 6) “pode-se considerar que o diálogo é fundamental para qualquer tipo de relacionamento”, dessa forma, a partir de uma relação dialógica, o docente se torna um mediador no processo de aprendizagem e não apenas um indivíduo incumbido de saberes. Nas palavras de Perrenoud (2000, p. 29) “a competência do professor é, então, essencialmente didática. Ajuda-o a fundamentar-se nas representações prévias dos alunos, sem se fechar nelas, a encontrar um ponto de entrada em seu sistema cognitivo”.

Para autor, o docente torna-se mediador do conhecimento, sem perder o respeito à autonomia do aluno. Para isso o professor precisa usar de várias estratégias, afim de perceber quais delas melhor contribuem na busca por sanar as dificuldades do educando no processo de aprendizagem. Assim, o discente deve ser incentivado a desenvolver a capacidade de construção do conhecimento com independência, essa liberdade deve fazê-lo buscar soluções para os problemas, por meio de ações que desenvolvam: análise e reflexão desse conhecimento construído.

4 I A PERSPECTIVA DA REALIDADE NAS SALAS DE AULA EM ESCOLAS PÚBLICAS

É de forma espontânea que acontecem as principais relações de ensinar e aprender, podendo ressaltar a importância de um ambiente adequado ao ensino-aprendizagem como motivadores de metodologias por parte do professor, processos estes que contribuem para a uma boa relação com estudantes, dessa forma, implicando na perspectiva de vivências socioculturais dos alunos.

> Na sala de aula, pensamos de maneira espontânea, em termos didáticos (o que vamos explicar, o que vamos perguntar, etc.). Sabemos que é bom e desejável manter uma boa relação com os alunos na classe; outra coisa é pensar na classe como lugar de relação, lugar onde inevitavelmente nos relacionamos com os alunos. (MORALES, 2006, p. 9)

O discente da universidade com a experiência da prática da sala de aula só tem a ganhar, visto que o mesmo não somente ensina o conteúdo, como também adquiri conhecimento através da convivência com os alunos na escola. “a ideia de que o educador se educa na prática da educação é fundamental para reorientar a pesquisa e a ação daqueles que se envolvem com a área” (CUNHA, 1989, p. 29). Assim sendo, estará mais capacitado para atuar quando formado. Em consonância, o modo de aprender e ensinar desenvolve-se com vivências cotidianas, em diferentes ambientes educativos.

> No exercício da profissão, na prática, na experiência de sala de aula, o professor também aprende e se forma. A formação é complexa e permanente. A identidade profissional docente é definida social e historicamente. Como é bastante óbvio, mas ainda gosto de repetir, ninguém nasce professor, torna-se professor, é um processo inacabado. O "ser professor" é construído na história de vida, no terreno da experiência pessoal e coletiva em determinados espaços e tempos históricos (GUIMARÃES, 2012, p. 114).

A formação de qualquer professor deve ser voltada para a práxis educativa, pois por meio desta é que são vivenciados os métodos e as teorias aprendidas na academia.

Quanto à questão da formação na prática do estágio, programas de iniciação à docência e iniciação científica, tais programas têm a finalidade de contribuir para formação desses futuros professores, nota-se, que esses projetos "visam criar um espaço real em que questões da educação possam ser discutidas colaborativamente pela universidade e pela escola, permitindo a construção de novas formas de interação no processo de formação docente." (APARÍCIO; VENTURA, 2017, p. 227).

5 I REALIDADE ESCOLAR

A falta de materiais didáticos e a infraestrutura são realidades de muitas instituições de ensino brasileiras, esses fatores dificultam o ato de ensinar do professor, não apenas no diversificar da sua prática pedagógica, como também em criar novos recursos que sejam capazes de efetuar uma melhoria para o desenvolvimento escolar do aluno. Sendo assim, "a infra-estrutura escolar pode exercer influência significativa sobre a qualidade da educação" (SÁTYRO; SOARES, 2007, p. 07).

A falta de bibliotecas, bem como laboratórios multidisciplinares ou de informática limitam o acesso a saberes práticos e diversificados, dessa forma, se torna notória e indispensável a existência de um ambiente com computadores com possibilidade de acesso à internet para os discentes realizarem suas atividades escolares, bem como pesquisas voltadas para seu crescimento educacional. Sendo assim, torna-se evidente que a infraestrutura escolar é imprescindível para proporcionar um melhor aprendizado para os alunos.

Em que pese ser óbvio o direito dos estudantes em ter acesso aos equipamentos da escola voltados para seu desenvolvimento educacional, a saber: computadores, livros, instrumentos didáticos entre outros, a realidade é que na maioria dos espaços escolares não existem esses recursos educacionais, desde os itens básicos. Contudo a realidade escola, em sua maioria é de estruturas deterioradas, com carteiras, quadros e ventiladores em péssimo estado de utilização, até as estruturas mais complexas, como as salas de informática e laboratórios.

> Prédio e instalações adequadas, existência de biblioteca escolar, espaços esportivos e laboratórios, acesso a livros didáticos, materiais de leitura e pedagógicos, relação adequada entre o número de alunos e o professor na sala de aula e maior tempo efetivo de aula, por exemplo, possivelmente melhorem o desempenho dos alunos. (SÁTYRO; SOARES, 2007, p. 07).

É relevante salientar que o ambiente impróprio para ministrar as aulas pode afetar de forma significante a educação do aluno, pois o cotidiano da sala de aula é entendido como um espaço de desenvolvimento do trabalho docente. A estrutura deteriorada dos espaços escolares também é um fator que contribui de modo negativamente ao desenvolvimento de uma boa metodologia da parte do professor.

Em relação à escola Antônio Oliveira Gordo, foram observados os principais desafios enfrentados em sala de aula, foi percebido o desinteresse dos alunos com relação à disciplina, pois presenciamos situações em que o professor supervisor da classe passava atividade avaliativa e a maioria dos alunos não entregavam, assim, ocasionando falta de ações corretivas.

Constatamos também a falta de estruturação de algumas salas de aula, com ventiladores com mau funcionamento, carteiras deterioradas, como também a sala de informática que não é utilizada para o objetivo ao qual foi criado, com computadores que não funcionam. Essa realidade escolar é vivenciada na maioria das escolas deste município. Nesse contexto, há falta de material didático necessário para acompanhamento das aulas, bem como dispositivos que facilitem a compreensão do conteúdo matemático abordando a realidade do aluno, o que tornaria as aulas menos monótonas, ou seja, a falta de incentivo didático-pedagógico dificulta o processo de ensino-aprendizagem do aluno. E, dessa forma, observamos a prévia da realidade que como futuros professores iremos enfrentar.

Outro ponto a ser levado em consideração são barreiras encontradas na maioria das instituições de ensino quando não oferecem subsídio para o estudante potencializar seu rendimento escolar, ou seja, é imprescindível ter um ambiente escolar estruturado e que disponha de todos os benefícios que favorecerá o aprimoramento do aluno. Analisando o estado escolar, percebemos também um problema significante que é o processo de superlotação das turmas, este é um entrave que impossibilita e influencia negativamente no processo de ensino-aprendizagem de ambos os lados tanto de aluno quanto de professor.

> Compreendemos que a sala de aula é o principal espaço escolar que deve ser estruturado para o desenvolvimento das atividades

> escolares, pois é nela onde acontecem as principais relações do ensinar e do aprender. Se não há uma boa sala de aula, que ofereça as mínimas condições de comodidade, tanto para o aluno quanto para o professor, esse processo será defasado. (MONTEIRO; SILVA, 2015, p. 28)

Essa problemática não é difícil de compreender, pois as dificuldades existentes dentro das salas de aula para o professor lecionar vão além do âmbito de sua formação, muitas salas se encontram desprovidas de número de carteiras suficiente para acomodar os alunos ou possui algum defeito impossibilitando de serem utilizadas. Assim, tornando o espaço escolar um lugar de interação entre educador e educando "insalubre" para construção do aprendizado, isto sendo, em cada ambiente que o docente ensina, necessitam ter as condições consideradas básicas para educar.

6 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento do presente estudo possibilitou uma análise assertiva e compreensiva sobre a importância do PIBID, pois este desenvolve um papel significante para o desenvolvimento profissional do futuro docente através de suas contribuições, proporcionando também satisfação tanto para a escola contemplada, quanto para os discentes participantes.

Nesse sentido, participar do PIBID pode representar uma oportunidade de crescimento acadêmico e emergindo na prática docente, subsidiando o processo de autoformação profissional, percebemos que é importante na medida em que o professor pode investigar e teorizar a sua prática. Como já foi abordado, é imprescindível ter uma boa relação entre professor e aluno, pois a construção de conhecimento não depende apenas do professor, mas também do aluno, na medida em que propicia espaços para a interação e a construção de conhecimento oriundo da relação entre ambos. Cabe salientar também que através de uma ferramenta fundamental no processo de desenvolvimento educacional tanto para o docente quanto para o estudante, que é chamada de comunicação/diálogo tem-se a base para ter uma boa relação entre ambos os lados.

> Falta diálogo entre educadores e educandos. Pode-se considerar que o diálogo é fundamental para qualquer tipo de relacionamento. No caso do ensino e aprendizagem é fundamental que o educador se volte ao educando, de forma que o enxergue como um sujeito que vem já com muitos saberes, mas no seu contexto de vida. [...] O diálogo professor-aluno torna-se fundamental na mediação dos conhecimentos, pois essa proposta não se baseia em comandos e em repetições mecânicas. O professor deve envolver-se na mediação dos conhecimentos, não se limitando a uma simples troca de ideias,

> pois as relações sociais incidem sobre o processo de ensino-aprendizagem. (BELOTTI; FARIA 2010, p. 6 e 7).

Levando em consideração que a realidade escolar possui muitos entraves e isso afeta de modo significativo o desenvolvimento educacional do discente, esse estudo teve como um dos focos a infraestrutura escolar que viabilizou uma visão mais ampla de como a falta desta pode influenciar de forma negativa, proporcionando um decréscimo no âmbito do desenvolvimento cognitivo do aluno, observamos que esse espaço da instituição de ensino deve ter no mínimo condições consideradas básicas para educar.

AGRADECIMENTO

Agradecemos a escola contemplada pela acolhida, e ao professor supervisor pela oportunidade de podermos acompanhar as turmas, e também nos instigou a fazer intervenções, as quais contribuíram para nossa formação docente, ao professor coordenador do projeto que nos orientou e mostrou a importância de sermos professores-pesquisadores e a Capes pelo apoio financeiro. Para mais, agradecemos a Deus e a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS

APARICIO, Ana Silvia Moço; VENTURA, Aline Lazarini Garcia. Contribuições de programas de iniciação à docência na formação do aluno de pedagogia: a experiência do projeto bolsa alfabetização e pibid na universidade municipal de são caetano do sul. **Revista@mbienteeducação**, v. 6, n. 2, p. 224-243, 2017.

BELOTTI, Salua Helena Abdalla; FARIA, Moacir Alves de. Relação professor/aluno. **Revista Eletrônica Saberes, São Roque,** v. 1, n. 1, 2010.

CUNHA, Maria Isabel da **O bom professor e sua prática**. 10. ed. Campinas, SP: Papitus, 1989.

MONTEIRO, Jéssica de Souza; SILVA, Diego Pereira da. A influência da estrutura escolar no processo de ensino-aprendizagem**:** uma análise baseada nas experiências do estágio supervisionado em Geografia. **Geografia Ensino & Pesquisa**, v. 19, n. 3, p. 19-28, 2015.

ESTRELA, Maria Tereza. A formação contínua entre a teoria e a prática, in: FERREIRA, Naura Syria Carapeto. (Org). **Formação continuada e gestão da educação**. 2. ed. SP: Cortez, 2006.

GUIMARÃES, Selva. **Didática e prática de ensino de História:** Experiências, reflexões e aprendizados. 13. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

MORALES, Pedro. **Relação professor-aluno: o que é, como se faz**. Tradução: Gilmar Saint'Clair Ribeiro 6. ed. Ipiranga, SP: Loyola, 2006. Título original: La relación profesor-alumno en el aula.

PERRENOUD, Philippe. **Dez novas competências para ensinar**. Tradução Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SANT'ANNA, Vera Lúcia Lins. **Dimensões do processo ensino-aprendizagem:** desafios à prática docente. **Pedagogia em Ação**, v. 1, n. 1, p. 15-23, 2009.

SÁTYRO, Natália; SOARES, Sergei**. A infra-estrutura das escolas brasileiras de ensino fundamental: um estudo com base nos censos escolares de 1997 a 2005**. Brasília, abril. 2007. (Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão). Disponível em: https://ipea.gov.br/portal/images/stories/PDFs/TDs/td_1267.pdf. Acesso em 31 maio. 2020

CAPÍTULO 17

O PRINCÍPIO DO BURACO DOS POMBOS FOI DESENVOLVIDO POR DIRICHLET? APRESENTANDO DIRICHLET E SEUS TRABALHOS

Data de aceite: 26/08/2020
Data de submissão: 01/06/2020

Alison Luan Ferreira da Silva
Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)
Natal – RN
http://lattes.cnpq.br/9841310661109205

Giselle Costa de Sousa
Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)
Natal – RN
http://lattes.cnpq.br/1300121866958282

RESUMO: Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet, matemático alemão, fez contribuições valiosas para a teoria dos números, análise e mecânica, nasceu em 13 de fevereiro de 1805 em Düren. Dirichlet foi enviado para o Ginásio em Bonn, em 1817. Estudou dois anos em Bonn e foi enviado para estudar em *Jesuiter-Gymnasium* (colégio jesuíta) na cidade de Colônia. Dirichlet resolveu estudar na França em 1822. Estudou no *Collège de France e da Faculté des Sciences* (Colégio de França e na Faculdade de Ciências), onde assistiu a palestras de notáveis como S.F. Lacroix (1765-1843), J.-B. Biot (1774-1862), J.N.P. Hachette (1769-1834) e L.B. Francœur (1773-1849). Nesse tempo, Dirichlet dedicou-se a um profundo estudo particular de Gauss, a obra *Disquisitiones arithmeticae* (1801). Seu primeiro trabalho de caráter acadêmico foi uma tradução francesa de um artigo de J.A. Eytelwein (1764–1848) em hidrodinâmica. O primeiro trabalho científico de Dirichlet, intitulado *Mémoire sur l'impossibilité de quelques équations indéterminées du cinquième degré*, deu-lhe rapidamente reconhecimento, o que lhe proporcionou ensinar nas universidades de Breslau (1827), Berlim (1828-1855) e, em 1855, sucedeu Gauss, na Universidade de Göttingen, falecendo em 5 de maio de 1859 na cidade de Göttingen, Hanover na Alemanha. Uma característica especial dos seus trabalhos é sua combinação de observações simples com pensamentos penetrantes que levaram a resultados profundos. Uma delas é o chamado princípio do buraco dos pombos. Contudo, utilizando de pesquisa histórico-bibliográfica para melhor conhecer Dirichlet e seu trabalho, nos deparamos com a seguinte questão: O princípio do buraco dos pombos foi realmente desenvolvido por ele? A fim de respondê-la desenvolvemos essa pesquisa que nos proporcionou concluir que este príncipio existia antes de Dirichlet, porém foi ele quem primeiro deu uma aplicação matemática relevante a esse princípio.

PALAVRAS-CHAVE: Dirichlet, Princípio das gavetas de Dirichlet, História da Matemática.

WAS PIGEONHOLE PRINCIPLE DEVELOPED BY DIRICHLET? PRESENTING DIRICHLET AND HIS WORKS

ABSTRACT: Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet, a German mathematician, made valuable contributions to number theory, analysis and mechanics, was born on February 13, 1805

in Düren. Dirichlet was sent to the Gymnasium in Bonn in 1817. He studied for two years in Bonn and was sent to study at Jesuiter-Gymnasium (Jesuit college) in the city of Cologne. Dirichlet decided to study in France in 1822. He studied at the Collège de France and the Faculté des Sciences (College of France and at the Faculty of Sciences), where he attended lectures by notables like S.F. Lacroix (1765-1843), J.-B. Biot (1774-1862), J.N.P. Hachette (1769-1834) and L.B. Francœur (1773-1849). At that time, Dirichlet devoted himself to a deep private study of Gauss, the work Disquisitiones arithmeticae (1801). His first academic work was a French translation of an article by J.A. Eytelwein (1764–1848) in hydrodynamics. Dirichlet's first scientific work, entitled Mémoire sur l'impossibilité de quelques équations indéterminées du cinquième degré, quickly gave him recognition, which allowed him to teach at the universities of Breslau (1827), Berlin (1828-1855) and, in 1855, succeeded Gauss, at the University of Göttingen, dying on May 5, 1859 in the city of Göttingen, Hanover in Germany. A special feature of his works is his combination of simple observations with penetrating thoughts that have led to profound results. One is the so-called Dirichlet drawer principle. However, using historical-bibliographic research to better understand Dirichlet and his work, we are faced with the following question: Was the pigeonhole principle developed by him? In order to answer it, we developed this research that allowed us to conclude that this principle existed before Dirichlet, but it was he who first gave a relevant mathematical application to this principle.

KEYWORDS: Dirichlet, pigeonhole principle, History of Mathematics.

BIOGRAFIA DE DIRICHLET (1805 – 1859)

Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet, matemático alemão, que fez contribuições valiosas para a teoria dos números, análise e mecânica, nasceu em 13 de fevereiro de 1805 em Düren, entre as cidades de Aachen e Colônia, região que nesta época era império francês, atualmente região alemã.

Dirichlet veio de uma família de meios modestos e era o mais novo dos sete filhos de seus pais, Johann Arnold Lejeune Dirichlet (1762-1837) e sua mãe Anna Elisabeth (1768-1868). Seu pai era chefe dos correios na cidade de Düren. Sua família tem descendência belga, mais precisamente do bairro *Liège*, na cidade de *Richelet*, na Bélgica, onde seu avô Antoine Lejeune Dirichlet (1711–1784) morava, explicando, assim, a origem de seu nome *Le jeune de Richelet*, que traduzindo significa *jovem de Richelet*.

A inclinação de Dirichlet para a matemática surgiu aparentemente muito cedo. Ele ainda não tinha 12 anos de idade quando usou seu proprio dinheiro para comprar livros de matemática, e quando lhe foi dito que ele não conseguiria entendê-los, ele afirmou que, de qualquer forma, iria lê-los até que ele os compreendesse (JÜRGEN ELSTRODT, 2007).

No início, os pais de Dirichlet queriam que o filho deles se tornasse um comerciante. Quando ele se pronunciou contra este plano e disse que queria estudar, seus pais o enviaram para o Ginásio em Bonn, em 1817. Lá, o menino de 12 anos de idade foi confiado aos cuidados e supervisão de Peter Joseph Elvenich (1796–1886).

Dirichlet estudou dois anos em Bonn e logo depois foi enviado para estudar em Jesuiter-Gymnasium (colégio jesuíta) na cidade de Colônia, que fica aproximadamente a 30 km de Bonn. Ele frequentou o *Gymnasium* em Colônia por apenas um ano, deixando-o na idade excepcionalmente precoce de 16 anos, mas sem o exame Abitur (exame de qualificação necessário para admissão nas universidades alemã no século XIX).

Seus pais agora queriam que Dirichlet estudasse direito, mas o mesmo já tinha escolhido pela matemática. Por volta de 1820, as condições para estudar matemática na Alemanha eram bastante ruins para interessados no assunto. O único mundialmente famoso matemático da região era C.F. Gauss (1777–1855), em Göottingen, mas ele ocupou uma cadeira de astronomia e foi o primeiro diretor do Sternwarte. Quase todos os seus cursos foram dedicados à astronomia, geodésia e matemática aplicada (JÜRGEN ELSTRODT, 2007). Além disso, Gauss não gostava de ensinar - pelo menos não no nível baixo que era habitual nas universidades alemãs aquela época. Contrariamente, as condições na França eram muito melhores. De fato, haviam vários cientistas eminentes franceses, como P.-S. Laplace (1749-1827), A.-M. Legendre (1752–1833), J. Fourier (1768–1830), S.-D. Poisson (1781-1840), A.-L. Cauchy (1789-1857) que foram ativos em Paris, tornando a capital da França o mundo capital da matemática.

Dirichlet chega a Paris em maio de 1822 para estudar matemática. Estudou no *Collège de France e da Faculté des Sciences* (Colégio de França e na Faculdade de Ciências), onde ele assistiu a palestras de professores notáveis como S.F. Lacroix (1765-1843), J.-B. Biot (1774-1862), J.N.P. Hachette (1769-1834) e L.B. Francœur (1773-1849). Além de seus cursos, Dirichlet dedicou-se a um profundo estudo particular de Gauss, a obra-prima *Disquisitiones arithmeticae* (1801). Podemos com segurança supor que ele foi o primeiro matemático alemão que dominou totalmente esta obra (JÜRGEN ELSTRODT, 2007).

Em 1823 o herói nacional das guerras napoleônicas e depois líder liberal da oposição na câmara dos deputados, M.S. Foy (1775–1825) estava procurando um professor particular/tutor para ensinar a seus filhos linguagem e literatura alemã. Dirichlet foi recomendado para a família Foy por Larchet de Charmont, um velho companheiro de armas do general Foy e amigo dos pais de Dirichlet. Com isso Dirichelet conseguiu o emprego com um bom salário, de modo que ele já não dependia do apoio financeiro de seus pais.

Seu primeiro trabalho de caráter acadêmico foi uma tradução francesa de um artigo de J.A. Eytelwein (1764–1848), membro da Academia Real de Ciências de Berlim, em hidrodinâmica. Dirichlet publicou uma revisão no Boletim de Ciências para a *Société Philomatique* de Paris (1823, p.113–115). A tradução foi impressa em 1825 e Dirichlet enviou uma cópia para Academia de Ciências de Berlim em 1826 (JÜRGEN ELSTRODT, 2007).

O primeiro trabalho científico de Dirichlet, intitulado *Mémoire sur l'impossibilité de quelques équations indéterminées du cinquième degré*, deu-lhe rapidamente reconhecimento científico. Dirichlet enviou seu trabalho para a Academia Francesa de Ciências e obteve permissão para palestra sobre o seu conteúdo para os membros da academia. Isso deve ser considerado um evento extraordinário, visto que o orador era na época um estudante alemão de 20 anos de idade, que ainda não havia publicado nada e nem sequer obtido qualquer diploma. Dirichlet deu sua palestra em 11 de junho de 1825, e já uma semana depois Lacroix e Legendre deram um relatório muito favorável sobre ele e seu trabalho. Este trabalho de Dirichlet está relacionado com o último teorema de Fermat (1637), que afirma: Para $n > 2$, natural, não existem inteiros não nulos x, y, z, tais que $x^n + y^n = z^n$. Dirichlet demonstrou que para $n = 5$, tal resultado era de fato impossível. Todo trabalho tratava de equações diofantinas da forma $X^5 + Y^5 = Z^5$, já que na época, os casos $n = 3$ *e* $n = 4$ foram provados por Euler (1707-1783) e Fermat (1607-1665) respectivamente, com isso Dirichlet atacou o teorema para $n = 5$ (O´CONNOR; ROBERTSON, 2000).

Dirichlet fez a primeira contribuição significativa para a reivindicação de Fermat mais de 50 anos depois de Euler, e isso imediatamente estabeleceu sua reputação como um excelente matemático. Sete anos depois, ele também provou que a equação de Fermat para o expoente 14 não admite solução integral não trivial.

O General Foy faleceu em 28 de novembro de 1825, mudando os planos de Dirichlet, pois o trabalho como professor particular chegaria ao fim. Não conseguindo Dirichlet se manter na França ele resolve voltar à Alemanha. Fourier e Poisson recomendaram que ele entrasse em contato com Alexander Von Humboldt (1769-1859) por ser conhecido por apoiar jovens talentos em qualquer arte ou ciência. Por ocasião de sua primeira visita a A. von Humboldt, Dirichlet expressou seu desejo para uma nomeação em sua terra natal, Prússia. Von Humboldt apoiou e ofereceu sua ajuda. Era seu objetivo declarado fazer de Berlim um centro de investigação em matemática e ciências naturais.

Em 28 de maio de 1826, Dirichlet enviou uma cópia de suas memórias sobre o último teorema de Fermat para C.F. Gauss em Göottingen, explicando sua situação e pedindo a Gauss para submeter seu julgamento para um de seus correspondentes em Berlim. Uma vez que apenas poucas pessoas estavam suficientemente familiarizadas com o assunto do artigo, Dirichlet estava preocupado que seu trabalho pudesse ser subestimado em Berlim.

Em resposta a Dirichlet, o ministro von Altenstein ofereceu uma posição na

Universidade de Breslau (atualmente Universidade de Wroclaw, Polônia) com uma oportunidade para uma habilitação (exame de qualificação para lecionar em uma universidade) e um salário anual modesto de 400 *talers*, que era o salário inicial usual de um professor associado naquela época.

Sabendo que Dirichlet não possuia o titulo de doutor, o ministro acrescentou que ele poderia enviar um pedido para a faculdade filosófica da universidade de Bonn, que lhe concederia todas as condições necessárias para a concessão do doutorado. Porém, o procedimento usual era impossível por várias razões: Dirichlet não estudou em uma universidade prussiana; sua tese, o livro de memórias sobre o problema de Fermat, não estava escrita em latim, e Dirichlet não tinha experiência em falar latim fluentemente, sendo incapaz de requerer publicamente a disputa pública obrigatória nessa língua.

Para contornar esses problemas formais, alguns professores em Bonn sugeriram a concessão do grau de doutor honorário. Esta sugestão foi oposta por outros membros do corpo docente desconfiados desta maneira de minar as regras usuais. As discussões se arrastaram, mas no final a faculdade votou por unanimidade a favor de Dirichlet.

Dirichlet ministrou sua palestra de julgamento sobre a prova de Lambert da irracionalidade do número π e escreveu uma tese sobre o seguinte problema teórico numérico: Seja x e b inteiros, não sendo b um quadrado perfeito, expanda a expressão a seguir, onde U e V são inteiros.

$$(x+\sqrt{b})^n = U + V\sqrt{b}$$

O problema é determinar as formas lineares contendo os primos que dividem V, quando a variável x assume todos os valores positivos ou negativos, valores integrais coprimos com b. A tese foi impressa no início de 1828 e enviada para von Altenstein, e em resposta Dirichlet, foi promovido ao posto de professor associado.

Os documentos subsequentes, de seus trabalhos com a teoria dos números, que datam dos primeiros anos em Berlim foram evidentemente influenciados por Gauss e os *Disquisitiones*. Alguns deles foram melhorias nas provas e apresentação de Gauss, mas gradualmente Dirichlet aprofundou muito a teoria. Há artigos sobre resíduos quadráticos, as leis quadráticas e biquadráticas da reciprocidade, e a teoria dos números de campos de irracionalidades quadráticas, com a extensa discussão dos inteiros gaussianos a + ib, em que a e b inteiros.

Apesar de ser bem quisto pela sua modestia e por seu profundo conhecimento, Dirichlet não se sentiu à vontade em Breslau. Dirichlet percebeu a importância de seu trabalho sobre resíduos biquadráticos proposto primeiramente por Gauss e viu uma oportunidade de se afastar da universidade de Breslau. Assim, enviou cartas com suas descobertas para Encke, em Berlim e logo depois para sua mãe. Nesta carta ele também expressou suas grandes esperanças em seu novo trabalho, para sua promoção e sua transferência desejada para Berlim. Seus resultados foram publicados no livro de memórias *Recherches sur les diviseurs premiers d'une classe de formules du quatrième dedré.* (JÜRGEN ELSTRODT, 2007).

Dirichlet começou a ensinar na Escola Militar em 1 de outubro de 1828. Desde o início, ele também solicitou permissão para dar palestras na universidade de Berlim, e em 1831, foi formalmente transferido para a faculdade filosófica da referida universidade, com o dever adicional de ensinar na escola das forças armadas. No mesmo ano ele foi eleito para a Academia Real de Ciências de Berlim, e após a confirmação pelo rei, a eleição entrou em vigor em 1832. Naquela época, Dirichlet, aos 27 anos, era o membro mais jovem da academia.

A. von Humboldt introduziu Dirichlet a família que tinha quatro filhos, sendo uma delas a Rebecka (1811–1858) por quem Dirichlet se interessou e ficou noivo em novembro de 1831. Em seguiga casou em maio de 1832. Seu primeiro filho, chamado Walter Dirichlet, nasceu em 2 de julho de 1833.

Na escola militar o conteúdo ministrado por Dirichlet era dividido em ciclos de três anos. Com o passar dos anos, porém, ele se cansou de repetir o mesmo currículo a cada três anos. Além disso, ele precisava urgentemente de mais tempo para sua pesquisa, juntamente com suas palestras na universidade sua carga de ensino normalmente estava por perto 18 horas por semana. Ele foi por muito tempo professor associado da universidade de Berlim, se tronando professor titular apenas em 1839, mas na faculdade ele ainda permaneceu professor *designatus* até sua habilitação em 1851. Isso significava que foi somente em 1851 que ele teve direitos iguais na faculdade; antes desse tempo ele não tinha o direito de escrever relatórios sobre dissertações de doutorado nem influenciar a habilitação (JÜRGEN ELSTRODT, 2007).

Em uma reunião da academia de Ciências, em 27 de julho de 1837, Dirichlet apresentou seu primeiro trabalho sobre teoria analítica dos números. Neste livro de memórias, ele dá uma prova do teorema fundamental que leva seu nome: *Qualquer série aritmética de inteiros* $An + b$, $n = 0, 1, 2, ...$, *onde a e b são relativamente primos, deve incluir um número infinito de primos.* Este resultado já havia sido conjecturado e Legendre havia gasto esforço considerável para encontrar uma prova, mas havia sido estabelecido apenas para alguns casos especiais.

O artigo sobre os primos em progressões aritméticas foi seguido em 1838 e 1839 por um artigo de duas partes sobre teoria dos números analíticos. *Recherches sur diverses applications de l'analyse infinitésimale à la théorie des nombres*. Dirichlet começa com algumas observações gerais sobre a convergência da série agora chamada de série Dirichlet. A principal realização da teoria dos números é a determinação da fórmula para o número da classe para formas quadráticas com várias aplicações. Também deste período são seus estudos sobre somas gaussianas.

Estes estudos em formas quadráticas com coeficientes racionais foram continuados em 1842 em um artigo análogo sobre formas com coeficientes que possuem coeficientes de Gauss. Ele contém uma tentativa de uma teoria sistemática de números algébricos quando a fatoração primária é única, embora seja restrita a números inteiros de Gauss. É interessante notar que aqui se encontra a primeira aplicação do princípio do buraco dos pombos comumente conhecido como *princípio das gavetas* de Direchlet. Este argumento engenhosamente simples, que desempenha um papel importante em muitos argumentos da moderna teoria dos números, pode ser declarado da seguinte forma: *Queremos guardar m objetos em n gavetas. Se m > n, então alguma gaveta deverá conter mais de um objeto.*

Dirichlet influenciou grandes matemáticos através de suas palestras em Berlim ou por contato pessoal. Entre eles destacamos: P. Bachmann (1837–1920), G. Bauer (1820–1907), C.W. Borchardt (1817–1880), M. Cantor (1829–1920), E.B. Christoffel (1829-1900), R. Dedekind (1831-1916), G. Eisenstein (1823–1852), A. Enneper (1830–1885), L. Kronecker (1823–1891), E.E. Kummer (1810–1893), R. Lipschitz (1832–1903), B. Riemann (1826-1866), E. Schering (1833-1897), H. Schroter (1829-1892), L. von Seidel (1821-1896; J. Weingarten (1836–1910).

Em 1855, quando Gauss morreu, a universidade de Göttingen - que há muito desfrutava do reflexo de sua fama científica – procurava sucessor a altura, e a escolha recaiu sobre Dirichlet. Sua posição em Berlim tinha sido relativamente modesta e onerosa, e o cronograma de ensino na academia militar era muito pesado e sem apelo científico. Dirichlet não aceitou a oferta de Göttingen imediatamente, mas usou-a para tentar obter melhores condições em Berlim. No entanto, ele não recebeu nenhuma resposta rápida ao seu pedido, então ele escreveu para Göttingen aceitando a oferta da cadeira de Gauss. Dirichlet mudou-se para Göttingen no outono de 1855, passsando a desfrutar de vida mais tranquila em uma universidade proeminente em uma cidade pequena. Ele teve uma série de excelentes alunos e apreciou o aumento da disponibilidade para a pesquisa. Seu trabalho nesse período foi centrado em problemas gerais de mecânica.

Dirichlet rapidamente se sentiu muito à vontade em Göttingen e entrou em contato frutífero com a geração mais jovem, notavelmente com R. Dedekind e B. Riemann, ambos tinham alcançado o seu grau de doutor e habilitação sob orientação de Gauss. Ele era um professor muito estimado, sua carga de ensino era muito menor do que em Berlim, deixando-lhe mais tempo para pesquisa, e ele poderia reunir em torno dele um círculo dedicado de excelentes alunos. Infelizmente, os resultados de sua pesquisa de seus últimos anos foram quase completamente perdidos.

Quando as palestras do semestre de verão do ano de 1858 chegaram ao fim, Dirichlet fez uma viagem a Montreux (Suíça) para preparar um memorial sobre Gauss, na Sociedade de Ciências de Göttingen, e para escrever um trabalho em hidrodinâmica. Em Montreux, ele sofreu um ataque cardíaco e voltou para Göttingen doente. Graças aos bons cuidados, ele pareceu se recuperar. Então, em 1 de dezembro de 1858, Rebecka morreu de repente. Dirichlet morreu um ano depois, em 5 de maio de 1859, na cidade de Göttingen, Hanover na Alemanha, um dia antes do falecimento de seu fiel amigo Alexander von Humboldt, falecido em 6 de maio de 1859, aos 90 anos de vida.

O PROBLEMA DAS GAVETAS

Conhecido como *princípio da casa dos pombos, princípio das caixas de Dirichlet* ou ainda *princípio das gavetas de Dirichlet*, este princípio pode ser enunciado como:

Queremos guardar m objetos em n gavetas. Se m > n, então alguma gaveta deverá conter mais de um objeto.

Demonstração:

> Vamos provar este resultado por Indução Matemática sobre o número n de gavetas. Para n = 1, o resultado é óbvio pois, se temos mais de um objeto e uma só gaveta, teremos que acomodar nesta gaveta mais de um objeto.
>
> Suponha então o resultado válido para um certo número n de gavetas e consideremos a situação de termos n+1 gavetas e m > n+1 objetos. Queremos mostrar que o resultado vale também neste caso, para aplicar a Indução Matemática e concluir que vale para todo número natural n.
>
> Depois de acomodar todos os objetos nas n + 1 gavetas, escolha uma gaveta ao acaso. Se nesta gaveta há mais de um objeto, a nossa asserção está provada. Se nesta gaveta não há nenhum objeto, nas n gavetas restantes estão acomodados m > n + 1 > n objetos, o que, pela hipótese de indução, acarreta que em uma das gavetas há mais de um objeto. Se na gaveta escolhida há um objeto, logo, nas n gavetas restantes, estão distribuídos m − 1 > n objetos, o que, novamente, pela hipótese de indução, acarreta que em uma das gavetas há mais de um objeto (HEFEZ, 2007, p. 69).

Mas será que podemos realmente atribuir esse princípio a Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet?

Para responder tal indagação recorremos a uma pesquisa histórico-bibliográfica, organizando os dados descobertos em ordem cronológica, que dividiremos em três partes: publicações antes de Dirichlet; publicações do próprio Dirichlet e publicações posteriores a Dirichlet.

Publicações Anteriores a Dirichlet

a. 1622: *Seletae Propositiones* – Jean Leurechon.

Em *SelectæPropositiones,* um livro escrito em latim datado de 1622 pelo jesuíta francês Jean Leurechon, o *princípio da casa dos pombos* é indiretamente mencionado na seguinte frase: "*Necesse est, duos hominum, habere totidem numero pilos, aureos, & similia." (*LEURECHON, 1622, p. 2). Traduzindo temos: É, duas pessoas têm o mesmo número de cabelos, como moedas de ouro.

b. 1624*: Récréation Mathematicque* – Jean Appier Hanzelet.

Trata-se de um livro foi originalmente publicado em 1624 por Jean Appier Hanzelet, considerado o mestre gravador e impressor da universidade de Pont-à-Mousson. Na página 131 cita o problema de número 89 com o seguinte título: *Diverses questions d'Arithmetique & premierement du nombre des grains de sable,* que em uma tradução livre significa: Várias questões de aritmética e em primeiro lugar do número de grãos de areia. O problema II é o que encontramos o princípio das gavetas de Dirichlet, cujo enunciado na obra sgue: *"Qu'il est totalement necessaire que deux hommes ayent avtant de cheveux ou de pistolles fvn que pautre"* (JEAN APPIER HANZELET, 1624, p.131)*.* Traduzindo temos: "Que é absolutamente necessário que dois homens tenham tantos cabelos ou pistolas quanto o outro". Para justificar essa afirmação argumenta-se que é certo que há mais homens no mundo do que o número de cabelos ou pistolas do homem mais rico.

1625: *Lá vérité des sciences* – Marin Mersenne.

Em 1625 Marin Mersenne copiou várias proposições sobre aritmética de Jean Leurechon, incluindo *o princípio das gavetas* de Dirichlet, colocando em sua obra *La Vérité des sciences* (1625). Destacamos a seguinte frase dessa obra: "*il est nécessaire que deux hommes aient autant de cheveux, d'escus, & d'autres choses l'un comme l'autre"* que podemos traduzir como: "é necessário que dois homens tenham tanto cabelo, e outras coisas um como o outro". Nesta obra Mersenne utiliza o mesmo contexto matemático explicitado por Leurechon.

Publicações de Dirichlet

a. 1842: *Verallgemeinerung eines Satzes aus der Lehre von den Kettenbrüchen nebst einigen Anwendungen auf die Theorie der Zahlen* – Dirichlet.

Em 1842 o princípio das gavetas de Dirichlet aparece em sua obra intitulada *Verallgemeinerung eines Satzes aus der Lehre von den Kettenbrüchen nebst einigen Anwendungen auf die Theorie der Zahlen* (Generalização de uma frase da doutrina das frações contínuas, juntamente com algumas aplicações para a teoria dos números), publicado no *Bericht über die Verhandlungen der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften (p.93-95).*

b. 1842: *Recherches sur les formes quadratiques à coefficients et à indéterminées complexes* – Dirichlet.

Em *Recherches sur les formes quadratiques à coefficients et à indéterminées complexes* (Pesquisa em formas quadráticas com coeficientes indeterminados complexos), publicado no *Journal für die reine und angewandte Mathematik* o princípio das gavetas surge mais uma vez em trabalho de Dirichlet.

Publicações posteriores a Dirichlet

a. 1863: *Vorlesungen über Zahlentheorie* – Dedekind.

Em *Vorlesungen über Zahlentheorie*, preparado para publicação por Dedekind, primeira edição de 1863, no caso, quatro anos após a morte de Dirichlet, o princípio das gavetas de Dirichlet é usado para fornecer uma prova da existência de infinitos inteiros x e y tais que:

$$x^2 - y^2 D < 1 + 2\sqrt{D}$$

Para D inteiro e não um quadrado perfeito que não depende de sequências contínuas.

b. 1889: G. Lejeune Dirichlet's Werke - Leopold Kronecker

Esta coleção de dois volumes compila todos os trabalhos de Dirichlet e é publicada no período de 1889-1897. O Volume 1 foi compilado por Leopold Kronecker (1823-1891) e contém trabalhos publicados por Dirichlet até 1843, juntamente com um ensaio relacionado de 1846. O volume 2 foi completado por Lazarus Fuchs (1833-1902) e contém as publicações de Dirichlet de 1844 em diante, junto com alguns trabalhos inéditos e correspondência selecionada com Gauss, Alexander von Humboldt e Kronecker.

c. 1940: *On the simultaneous approximation of two real numbers* – Raphael M. Robinson.

O matemático Raphael M. Robinson em 1940, em um artigo sobre a Aproximação Simultânea de Dois Números Reais, apresentado à *American Mathematical Society* em 23 de novembro de 1940 e publicado no Boletim da

Sociedade em 1941 afirma que:

> o método usado nesta prova (Schubfachprinzip ou princípio do pombo) foi usado pela primeira vez por Dirichlet em conexão com um problema similar. Nós esboçamos a prova aqui para comparar com a prova do teorema abaixo, que também usa esse método. (ROBINSON, 1940, p. 512).

d. 1956: *A partition calculus in set theory – Erdös e Rados*

Em 1956 Erdös e Rado em um artigo intitulado *A PARTITION CALCULUS IN SET THEORY* cuja parte é oriunda de um discurso proferido por P. Erdös sob o título Problemas combinatórios na teoria dos conjuntos antes da reunião da Sociedade de Nova York em 24 de outubro de 1953, o *problema das gavetas* aparece. A convite do Comitê para os Altos Discursos das Reuniões Sectionais Orientais; recebido pelos editores em 17 de maio de 1955 os autores afirmam que:

> O princípio do buraco de pombo de Dedekind, também conhecido como o argumento da caixa ou o argumento da cômoda (Schubfachprinzip) pode ser descrito, de maneira bastante vaga, como segue. Se suficientemente muitos objetos são distribuídos em não muitas classes, então pelo menos um classe contém muitos desses objetos. (ERDÖS; RADOS, 1956, p.427).

e. 1964: The pigeon-hole principle for ordinal numbers – Milner e Rado.

Milner e Rado publicaram, em 1964, um artigo intitulado THE PIGEON-HOLE PRINCIPLE FOR ORDINAL NUMBERS (o *princípio da casa dos pombos* para números ordinais). O artigo explica esse princípio do seguinte modo: esse princípio afirma, de grosso modo, que se um grande números de objetos são distribuídos de certa maneira em não muitas classes, então uma das classes contém muitos desses objetos. Aqui nós consideramos uma extensão deste princípio, e investigamos a distribuição dos elementos de um conjunto bem ordenado finita ou infinitamente muitas classes.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Concluímos que o *princípio das gavetas* de Dirichlet já era utilizado pelo menos 2 séculos antes de Dirichlet, como comprovamos nas obras de Jean Leurechon, Jean Appier Hanzelet e de Marin Mersenne, porém nessas obras esse princípio não tinha nenhum nome específico. Contudo, foi Dirichlet que fez uso desse simples princípio na construção da teoria dos números, principalmente no desenvollvimento das esquações diofantinas, porém esse princípio continuava sem um nome específico. Foi só em 1940 na obra de Robinson que ele chama o princípio de *pigeonhole principle* o qual, segundo Carvalho (1997) com a tradução, temos:

> *Pigeon*, em português, é 'pombo', e *pigeonhole*, 'buraco de pombo'. No sentido figurado, a palavra é usada para designar um pequeno compartimento para guardar papéis ou cartas, um escaninho. O verbo, *to pigeonhole*, significa classificar algo ou alguém, como que colocando-o em pequenos compartimentos ou categorias, normalmente de forma rígida e sem saber muito a respeito da pessoa ou da coisa em questão. (CARVALHO, 1997, p.1).

Alguns autores como Rittaud e Heeffer (2013), Milner e Rado (1984), Erdös e Rado (1956) afirmam que Dirichlet chama este princípio de *Schubfachprinzip*. A tradução do préfixo *Schubfach* significa Gaveta.

Como o pai de Dirichlet era um agente dos correios e ainda como móveis com compartimentos são comumente usados para armazenar ou classificar as coisas em várias categorias (como cartas em correios ou chaves de um hotel) acreditamos esse ser o motivo desse princípio ser conhecido como Princípio das gavetas de Dirichlet.

REFERÊNCIAS

CARVALHO, U. W. **PIGEONHOLE: qual é o significado e a tradução?** Tecla sap. 1997. Disponível em: < http://www.teclasap.com.br/pigeonhole-qual-e-o-significado-e-traducao/>. Acesso em: 02 nov. 2018

DIRICHLET, P.G. Lejeune: **Werke**. vol. 1. Ed. por L. Kronecker. Berlin: Reimp. 1889.

DIRICHLET, P. G. Lejeune. **Vorlesungenüber Zahlentheorie**. F. Vieweg, p. 405-406, 1863.

DIRICHLET, P. G. Lejeune. **Verallgemeinerung eines Satzes aus der Lehre von den Kettenbrüchen nebst einigen Anwendungen auf die Theorie des Zahlen**. Berichtüber die Verhandlungen der Königl. Preuss. Akademie der Wissenschaften, 1842, p. 93-95.

DIRICHLET, P. G. Lejeune. **Recherches sur les formes quadratiques à coefficients et à indéterminées complexes**. Journal für die reine und angewandte Mathematik, 1842, p. 291-371.

ELSTRODT, J. **The Life and Work of Gustav Lejeune Dirichlet (1805–1859)**. 2007. In: Georg-August-Universität Göttingen. Disponível em: <http://www.uni-math.gwdg.de/tschinkel/gauss-dirichlet/elstrodt-new.pdf>. Acesso em: 16 ago. 2018.

ERDÖS, P.; RADO, R. **A Partition Calculus in Set Theory**. *Bulletin of the American Mathematical Society*, v. *62, n.* 5, 1956, p. 427-489.

HANZELET, J.A. **Récréation mathematicque composee de plusieurs problemes plaisants et facetieux**. Jean Appier Hanzelet (1624). Disponível em: <https://books.google.fr/books?id=QsY5AAAAcAAJ&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false>. Acesso em: 19 out. 2018.

HEFEZ, A. **Indução Matemática**. Programa de Iniciação Científica da OBMEP, 2007. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2007.

LEURECHON, J. **SelectæPropositiones in Tota Sparsim Mathematica Pulcherrimæ**. Gasparem Bernardum1622. Disponível em: <https://www.e-rara.ch/doi/10.3931/e-rara-10537>. Acesso em: 19 out. 2018.

MERSENNE, Marin. **La Vérité des sciences.** Toussainct du Bray (1625). Disponível em: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k579276.image>. Acesso em: 16 out. 2018.

MILNER, E. C; RADO, R. **The Pigeon-Hole principle for ordinal numbers**. *Proceedings of the London Mathematical Society*, Volume s3-15, n. 1, 1965, p.750-768.

O´CONNOR, J.J; ROBERTSON, E.F. **Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet.** 2000. In: Mactutor. Disponível em: <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Dirichlet.html>. Acesso em: 14 ago. 2018.

RITTAUD, B; HEEFFER, A. **The Pigeonhole Principle, Two Centuries Before Dirichlet.** MATHEMATICAL INTELLIGENCER. v. 36, n.2, 2013, p. 27–29.

ROBINSON, Raphael M. **On the simultaneous approximation of two real numbers.** Bull. Amer. Math. Soc. v.47, n. 6, 1941, p. 512—513.

CAPÍTULO 18

UM ESTUDO DO ENSINO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS COM ÊNFASE NA REFORMA CURRICULAR DE MATEMÁTICA DA FRANÇA

Data de aceite: 26/08/2020
Data de submissão: 01/06/2020

Júlio César Deckert da Silva
Universidade Anhanguera de São Paulo
Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação Matemática
São Paulo – São Paulo
http://lattes.cnpq.br/8365752346254327

Ruy César Pietropaolo
Universidade Anhanguera de São Paulo
Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação Matemática
São Paulo – São Paulo
http://lattes.cnpq.br/2747970094543043

RESUMO: Na atualidade as reformas curriculares se constituem como fontes de estudos que incitam debates de muitos educadores, tanto no que concerne aos objetivos de ensino das disciplinas como à inserção de novos procedimentos didáticos para o desenvolvimento dos conteúdos disciplinares no contexto escolar. Nessa perspectiva, pode-se observar que o estudo da geometria das transformações tem sido indicado pelos educadores matemáticos como um recurso didático que auxilia os alunos no desenvolvimento do pensamento geométrico, viabilizando a construção de noções e de conceitos geométricos relacionados ao estudo de figuras congruentes e semelhantes. Os pesquisadores do campo educacional que investigam o ensino dos conteúdos disciplinares nas reformas educacionais concentram grande parte de seus estudos no campo da cultura escolar e dos estudos curriculares. No entanto, as pesquisas bibliográficas vinculadas a esses campos de estudos não apresentam indicações consistentes acerca da adesão das orientações dos programas curriculares às práticas docentes. Através dessa pesquisa realizamos uma descrição das indicações metodológicas da reforma curricular da França para o estudo das transformações geométricas no Ensino Fundamental II. Os procedimentos metodológicos de nosso estudo consistem na consulta da atual reforma curricular de matemática da França para o Ensino Fundamental e na análise das prescrições dessa reforma para o ensino das transformações. As indicações do currículo da França para o ensino das transformações indicam que o estudo das transformações no plano deve ser desenvolvido pelos docentes do Ensino Fundamental II, com o objetivo de fazer com que os alunos possam estabelecer conexões entre as propriedades geométricas das transformações de figuras no plano e sua utilização no contexto real. Acreditamos que esse estudo possa motivar reflexões dos pesquisadores referentes à necessidade de desenvolvimento de novos recursos didáticos para a renovação do ensino de Geometria.

PALAVRAS-CHAVE: Reforma Curricular, Currículo Prescrito, Transformações Geométricas, Geometria, Ensino Fundamental.

A STUDY OF THE TEACHING OF GEOMETRIC TRANSFORMATIONS WITH EMPHASIS IN THE MATHEMATICS CURRICULUM REFORM IN FRANCE

ABSTRACT: Nowadays curricular reforms constitute as sources of studies that incite debates of many educators, both in teaching objectives of school subjects and in addiction of new didactic procedures for the development of disciplinary contents in the school context. In this perspective, it can be observed that the study of transformational geometry has been indicated by mathematical educators as a didactic resource that helps students in the development of geometric thinking, enabling construction of notions and geometric concepts related to the study of congruent and similar figures. Researches in the educational field who carry out research the teaching of disciplinary contents in educational reforms concentrate most of their studies in the field of school culture and of curriculum studies. However, bibliographical studies connected to these fields of study don't have consistent indications on the accession of curricular programmes guidelines to the teaching practices. Through this research we make a description of methodological guidelines of curricular reform in France for the study of geometric transformations in Elementary Teaching. The methodological procedures of our study consist of the consultation of the current mathematics curricular reform in France for the study of geometric transformations on Elementary Education and on the analysis of the prescriptions of this reform for the teaching of transformations. The curriculum guidelines in France for the teaching of transformations indicate that the study of transformations in the plane must be developed by elementary school teacher, with the objective of making students establish connections between the geometric properties of transformations of the figures in the plane and its application in the real world. We believe that this study can motivate reflections on the part of researchers on the need to development of new didactic resources for renewal of Geometry teaching.
KEYWORDS: Curricular Reform, Prescribed Curriculum, Geometric Transformations, Geometry, Elementary Teaching.

1 I INTRODUÇÃO

O presente estudo foi inspirado pelas investigações que estão sendo realizadas em nossa tese de doutorado em desenvolvimento, a qual se insere na linha de Estudos vinculada à Formação Docente, campo em que desenvolvemos uma pesquisa bibliográfica documental relacionada às teorias dos Estudos Curriculares, na qual o principal objeto de estudo é o ensino das transformações geométricas nas reformas educacionais do Brasil e de outros países. Por meio desse trabalho objetivamos analisar o desenvolvimento do estudo das transformações geométricas na recente reforma curricular da França para o Ensino Fundamental II. Nossa opção em analisar o currículo prescrito da França se deve ao decurso histórico desse país no ensino das transformações durante as diferentes fases do Movimento da Matemática Moderna. Dessa forma, a fim de melhor situarmos nossas investigações, procuramos consultar as prescrições da atual reforma curricular francesa intitulada

Le Bulletin Officiel de L'education Nationale (2018) para o Ensino Fundamental.

Assim, fundamentamos nossas concepções nas teorias de Gimeno Sacristán (2013) e de Antônio Viñao (2007) para discutir os princípios das reformas educacionais e também nos argumentos de Dominique Julia (2001) a respeito da cultura escolar. Esperamos que nosso estudo possa contemplar as reflexões dos pesquisadores do campo educacional a respeito de diversas alternativas de ensino da Geometria, bem como no que tange à necessidade de reformulação dos métodos didáticos no ensino da matemática escolar.

2 I FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Em nossa pesquisa investigamos as finalidades pelas quais o ensino das Transformações Geométricas foi prescrito no currículo francês de Matemática do Ensino Fundamental II, a fim de motivar reflexões dos educadores acerca da elaboração de novas reformas educacionais. Dessa forma, procuramos fundamentar nossas discussões no campo dos estudos curriculares, um campo de pesquisa que têm possibilitado aos pesquisadores compreender o funcionamento do contexto escolar, bem como os princípios estruturantes dos processos de ensino.

O currículo contempla os preceitos do campo educacional, adequando o trabalho pedagógico ao contexto social no qual é concebido. As reformas curriculares são implementadas mediante princípios sociopolíticos distintos, os quais determinam as finalidades do campo disciplinar. Essas reformas motivam questionamentos nos pesquisadores referentes às funções do contexto escolar no ensino dos conteúdos.

Assim, esses documentos constituem fontes de estudos imprescindíveis às pesquisas referentes ao campo educacional. A análise dessas fontes possibilita aos pesquisadores compreenderem a construção dos processos organizativos que norteiam as atividades do campo educacional, bem como o desenvolvimento do ensino das disciplinas. As disciplinas escolares constituem outra maneira de investigar os pressupostos dos currículos que contemplam os sistemas educacionais.

Para Gimeno Sacristán (2013), as reformas curriculares possuem dupla função no contexto escolar, sendo sistematizadoras e unificadoras dos processos de ensino e de aprendizagem. Os currículos determinam novas finalidades educativas para as disciplinas escolares. Logo, esses documentos representam recursos que promovem o controle externo do contexto escolar, no qual se constrói uma cultura, orientando o seu funcionamento e o seu ensino. É através dos currículos que os educadores podem planejar as atividades das disciplinas e determinar projetos adequados para o aprimoramento dos processos de ensino.

> Seja por bem ou por mal, o fato é que o ensino, a aprendizagem e seus respectivos agentes e destinatários – os professores e alunos

> – tornaram-se mais orientados por um controle externo, uma vez que este determinou a organização da totalidade do ensino por meio do estabelecimento de uma ordem sequenciada. Um dos efeitos desse regramento foi o reforço da distinção entre as disciplinas e a determinação concreta dos conteúdos que os professores deveriam cobrir, bem como o refinamento dos métodos de ensino. Dessa maneira, o conceito de currículo delimitou as unidades ordenadas de conteúdos e períodos que têm um começo e um fim, com um desenvolvimento entre esses limites, impondo uma norma para a escolarização. Não é permitido fazer qualquer coisa, fazer de uma maneira qualquer ou fazê-la de modo variável (SACRISTÁN, 2013, p. 18).

Os conteúdos escolares representam componentes culturais que possibilitam a construção dos conhecimentos do contexto escolar. No campo cultural há significados distintos para os elementos estruturantes do ensino. É por meio da interatividade desses elementos que se concebe, no contexto escolar, o conhecimento. Os currículos não são documentos que determinam as realidades escolares, mas são imprescindíveis ao campo educacional por possibilitarem nesse campo a inserção de aspectos culturais na construção do ensino e em seu desenvolvimento (SACRISTÁN, 2013).

Segundo Sacristán (2013), os pressupostos das reformas curriculares são insuficientes para aprimorar o trabalho educacional se os educadores não possuem conhecimentos e habilidades para auxiliar os estudantes no desenvolvimento de suas capacidades cognitivas de aprendizagem.

Para esse pesquisador, as distintas concepções dos estudiosos referentes às finalidades dos currículos nos sistemas educacionais estabeleceram outras funções para o trabalho pedagógico no ensino das disciplinas, tal como a criação de competências associadas aos processos de aprendizagem.

Em níveis educacionais precedentes ao universitário, essas competências são recursos sistematizadores e também controladores dos preceitos curriculares relacionados ao ensino dos conteúdos, planejando-os e organizando-os em uma configuração distinta das fragmentações disciplinares habitualmente explicitadas pelas listas de conteúdos, as quais são extensas e inaplicáveis ao ensino, para que os professores possam promover de maneira consistente as aprendizagens do público estudantil.

> Nos níveis não universitários, as competências estão sendo utilizadas como um procedimento para regular e controlar os objetivos e conteúdos mínimos do currículo exigido de todos, como uma guia para ordená-los a partir de uma lógica distinta à dos agrupamentos das matérias, disciplinas ou áreas tradicionais, assim como para orientar as atividades de ensinar-aprender. A regulação se realiza por meio das prescrições escritas correspondentes impostas a todo o sistema e aos fabricantes dos textos escolares [...] (SACRISTÁN, 2013, p. 278)

As diversas concepções dos educadores relacionadas às funções das reformas curriculares nos sistemas educacionais atribuíram outras finalidades para o trabalho pedagógico no ensino das disciplinas, tal como a construção de competências relacionadas aos processos de aprendizagem.

Em sua pesquisa Viñao (2007) enfatiza que os sistemas educacionais se desenvolvem por meio de uma interação entre as diferentes culturas escolares e os programas curriculares a qual define como “gramática escolar”. Através dessa interação as escolas passam a seguir um direcionamento no qual definem, em conjunto com docentes e legisladores suas finalidades educacionais. Dessa maneira os sistemas educacionais, ao sofrerem modificações, alteram o funcionamento de todas as escolas que vinculam.

Essas modificações estruturais dos sistemas de ensino, as quais contemplam o funcionamento das escolas e o desenvolvimento do trabalho pedagógico, podem se manter vigentes durante muitos anos quando são provenientes do contexto sócio-educativo ou podem ser instauradas de maneira parcial nas escolas devido a uma necessidade de reestruturação curricular. Tais mudanças se desenvolvem nas escolas de forma integrada e ambas devem ser analisadas pelos pesquisadores que analisam as relações entre os princípios das reformas curriculares e suas relações com a cultura escolar.

As reformas curriculares, desde a sua elaboração seguem uma cultura distinta daquela que provém das práticas escolares. Trata-se da cultura das autoridades reformadoras que visam estruturar esses documentos mediante aos seus interesses administrativos, procurando reorganizar as diversas atividades escolares de maneira conservadora, sistemática e até mesmo burocrática, por meio da qual os aspectos formais das reformas e os objetivos dos reformadores são muito enfatizados.

Para Viñao (2007) as macroreformas, no momento em que são implantadas promovem modificações na cultura do contexto escolar. Os educadores, por desconhecerem a cultura reformadora não conseguem compreender as prescrições dos currículos e integrá-las ao seu trabalho. Dessa forma as reformas sofrem problemas em sua aplicação, seus pressupostos são muitas vezes ignorados pelos professores que, por conta de sua inaptidão cultural, decidem seguir funções burocráticas e diante desses fatos essas macroreformas se deparam com o insucesso.

> As macroreformas estruturais e curriculares elaboradas desde a consolidação dos campos político e administrativo modificam, pois, a cultura das instituições escolares. Em plena supremacia, no geral elas se opõem – por sua característica e natureza omnicompreensiva – esta última, assim como, de modo particular, a cultura acadêmica docente, todo o conjunto de crenças, mentalidades, práticas de interação e de trabalho adquiridas no decurso do tempo, enraizadas e transmitidas,

> mas não imutáveis, que passam de uma geração para outra, contra as ações dos professores diante de suas tarefas cotidianas, em suas aulas ou fora delas no modo de conceber e aplicar no seu trabalho as prescrições e orientações administrativas. É daí que surgem os atrasos na aplicação das reformas, a desvalorização dos seus objetivos iniciais, sua substituição por procedimentos formais burocráticos e por último o evidente fracasso de todas elas. (VIÑAO, 2007, p. 11, tradução do autor)

Durante o seu trabalho, os docentes sofrem muitas pressões para cumprir as determinações estabelecidas por autoridades internas ou externas ao contexto escolar. Em consequência dessas pressões e da falta de conhecimento de políticas educacionais os professores, em muitos casos, alegam não dispor de um período de tempo adequado para analisar ou seguir todas as recomendações dos programas curriculares.

A cultura que historicamente emergiu do contexto escolar e que, dentre outras finalidades, contempla as práticas educativas associadas aos processos de ensino e de aprendizagem, tem sido atualmente investigada por estudiosos que intentam compreender o desenvolvimento do campo educacional. Hoje, a cultura escolar se constitui como um campo de pesquisa importante por possibilitar aos pesquisadores estudar o contexto escolar e suas finalidades educacionais. (JULIA, 2001)

Em sua pesquisa, Julia (2001) salienta que essa cultura é constituída pelas relações que são determinadas entre um conjunto de regulamentos e de práticas educativas por meio dos quais os conhecimentos pertinentes ao ensino escolar são definidos.

> [...] Para ser breve, poder-se-ia descrever a cultura como um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos [...] (JULIA, 2001, p. 10).

Julia (2001) enfatiza que as instituições de ensino, para serem compreendidas pelos pesquisadores, devem ser analisadas por meio de sua funcionalidade interna, e não pelos processos externos à sua dinâmica funcional. Dessa maneira, os documentos normatizadores do contexto escolar, os quais determinam as suas finalidades educativas, são fontes de estudo importantes para consultas.

As disciplinas do contexto escolar se constituem como produções específicas das instituições de ensino que possibilitam aos pesquisadores analisar os pressupostos dos sistemas educativos.

> A análise precedente remete-nos a um estudo daquilo que hoje se chama disciplinas escolares: estas não são nem uma vulgarização nem uma adaptação das ciências de referência, mas um produto específico da escola, que põe em evidência o caráter eminentemente criativo do sistema escolar [...] (JULIA, 2001, p. 33).

A cultura escolar contempla as funções educativas das instituições de ensino, as quais interagem significativamente na reestruturação do seu trabalho. Nos currículos essa cultura está presente. Portanto, as modificações curriculares pelas quais são reformuladas as disciplinas constituem-se, dentre outros fatores intrínsecos ao campo educacional, por meio de novos pressupostos culturais do ensino escolar. Essas disciplinas explicitam em seu desenvolvimento os fundamentos que alicerçam essa cultura, os quais predominam nas práticas escolares e nos processos de ensino (JULIA, 2001).

3 | O SISTEMA DE ENSINO DA FRANÇA

O sistema educacional da França é normatizado pelo Ministério da Educação e está organizado em três fases: Escola Primária (Ensino Fundamental), Ensino Secundário (Ensino Médio) e Ensino Superior. A educação é gratuita, compulsória e laica para o público escolar desde seis anos até dezesseis anos, abrangendo o Ensino Fundamental e uma parte do Ensino Secundário.

As crianças iniciam o Ensino pré-escolar na fase de dois a três anos de idade. Durante essa fase elas adquirem conhecimentos acerca do seu idioma e aprendem alguns conceitos básicos de escrita, de leitura e de matemática. O desenvolvimento da socialização dos alunos é uma prioridade da educação pré-escolar.

O Ensino Primário compreende os cinco anos iniciais do Ensino Fundamental que equivalem respectivamente aos anos do primeiro ciclo no sistema de ensino do Brasil. O curso primário é destinado para alunos na fixa etária de seis a onze anos de idade e visa promover uma educação global e diversificada, por meio da qual os estudantes possam desenvolver suas capacidades de aprendizagem em uma estrutura de ensino formal contemplada com cursos didáticos que são relacionados a diversos campos do conhecimento.

O Ensino Secundário é destinado para os alunos da faixa etária de onze a catorze anos de idade que concluíram a Educação Primária, não havendo exigências de exames de admissão. O Ensino Secundário é constituído por um curso denominado Collège, o qual é de caráter compulsório e abrange os quatro anos finais do Ensino Fundamental (6ème, 5ème, 4ème et 3ème) que correspondem aos anos do Fundamental II no sistema educacional brasileiro.

O curso Lycèe tem a duração de três anos, sendo destinado para alunos da faixa etária de quinze até dezoito anos. Os três anos de escolaridade do Lycèe denominados seconde (2ème), première (1ère) e classe terminale equivalem respectivamente aos três anos do Ensino Médio no Brasil.

Os estudantes do Lycée podem optar por realizar um curso geral preparatório para exames vestibulares visando o ingresso em Universidades, podem realizar um curso tecnológico para adquirir conhecimentos técnicos aplicados a uma determinada área de conhecimento do Ensino Superior ou podem realizar um curso profissionalizante visando o seu ingresso no campo profissional.

4 I A REFORMA EDUCACIONAL DA FRANÇA E O ENSINO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO FUNDAMENTAL

O currículo da França foi implementado em 26 de julho de 2018. Essa reforma curricular determina o conjunto de conteúdos disciplinares que devem ser ensinados, bem como as capacidades de aprendizagem que devem ser desenvolvidas pelos estudantes em cada etapa da Educação Básica.

Nesse documento os conteúdos disciplinares são organizados por meio de ciclos de estudos. O segundo ciclo, denominado ciclo das aprendizagens fundamentais, abrange os conteúdos dos três primeiros anos do Ensino Fundamental. O terceiro ciclo, denominado ciclo de consolidação das aprendizagens, abrange os conteúdos do quarto ano, do quinto ano e do sexto ano do Ensino Fundamental. O quarto ciclo compreende os conteúdos do sétimo ano, do oitavo ano e do nono ano do secundário.

Os conteúdos curriculares do Ensino Médio são organizados em dois ciclos de estudos. O primeiro ciclo, denominado ciclo de determinação, compreende os conteúdos do primeiro ano do Ensino Médio. O segundo ciclo, denominado ciclo terminal, abrange os conteúdos dos anos finais do Ensino Médio.

Já os cursos tecnológicos e os cursos profissionalizantes possuem blocos de conteúdos específicos, nos quais os conteúdos são prescritos pelo currículo de acordo com as necessidades formativas dos estudantes para que possam desenvolver capacidades de aprendizagens intrínsecas às suas carreiras profissionais.

No terceiro ciclo do Ensino Fundamental os alunos concluem os anos finais da Educação Primária e ingressam no Ensino Secundário. Nessa perspectiva as orientações do documento explicitam para os educadores que o foco do trabalho pedagógico realizado nesse ciclo está no desenvolvimento dos processos de ensino e de aprendizagem que são destinados para os alunos do ano sixième (6º ano) que constitui o primeiro ano do Secundário, pois nessa fase de escolarização os alunos demonstram maior autonomia na construção dos conhecimentos. (FRANÇA, 2018)

Nessa fase de escolarização as orientações do currículo enfatizam para os professores que os processos de ensino devem ser desenvolvidos com o objetivo de fazer com que os estudantes, além de consolidarem os saberes adquiridos durante o segundo ciclo do Fundamental, desenvolvam capacidades de aprendizagem que os auxilie a progredir, de maneira satisfatória, no Ensino Secundário.

> [...] Este ciclo se desenvolve com duas finalidades: a primeira é consolidar a aquisição dos conhecimentos básicos dos alunos do segundo ciclo relacionados ao domínio da leitura, da escrita, do cálculo e também desenvolver o respeito mútuo; a segunda finalidade é possibilitar para os alunos uma transição eficaz do Ensino Primário para o Ensino Secundário, assegurando a continuidade dos estudos e a progressão das aprendizagens nos três anos desse ciclo. (FRANÇA, 2018, p. 90, tradução do autor)

No programa curricular do 3º ciclo o ensino de matemática tem como finalidade fazer com que os alunos desenvolvam seis capacidades de aprendizagem. Essas capacidades são as seguintes: pesquisar, representar, modelar, raciocinar, comunicar e calcular. No processo de desenvolvimento dessas competências a resolução de problemas constitui o principal recurso de aprendizagem que possibilita aos estudantes a aquisição dos saberes em diferentes áreas da matemática, viabilizando a compreensão dos significados dos conceitos.

O ensino de Geometria é prescrito pelo currículo para o 3º ciclo com a finalidade de ampliar os conhecimentos adquiridos pelos alunos durante o segundo ciclo. As atividades de Geometria envolvem níveis mais avançados de argumentação e de raciocínio em relação às atividades desenvolvidas no ciclo anterior, procurando contemplar as capacidades de aprendizagem dos estudantes relacionadas à percepção espacial, à visualização e à utilização de instrumentos e de recursos tecnológicos de construção de figuras geométricas. Além disso, objetiva-se fazer com que os alunos possam explorar novas representações do plano e do espaço.

No 3° ciclo do Ensino Fundamental o ensino de matemática se desenvolve com ênfase no desenvolvimento de competências de aprendizagem pelos estudantes. Objetiva-se fazer com que os alunos desse ciclo desenvolvam capacidades relacionadas à investigação, à modelagem matemática, à representação, à utilização do raciocínio matemático, ao cálculo e à comunicação.

Nesse ciclo os conteúdos curriculares de matemática estão organizados em três grandes Blocos: Números e Cálculo, Grandezas e Medidas, e Espaço e Geometria. O ensino das transformações geométricas está presente no currículo do 3° ciclo e é introduzido ao ensino de Geometria com o objetivo de auxiliar os alunos no estudo das relações de perpendicularidade e de paralelismo entre figuras geométricas.

O estudo de simetrias se inicia no 6° ano do Ensino Fundamental. As indicações do documento sugerem para o professor propor para os alunos atividades de construção e de representação de entes geométricos e de figuras por simetria de reflexão. Além disso, são indicadas atividades de identificação de eixos de simetria em polígonos e quadriláteros e de construção de mediatrizes de segmentos com a finalidade de fazer com que os alunos possam identificar e analisar a invariância geométrica das figuras, viabilizando a construção dos conceitos de congruência.

> Completar uma figura geométrica por meio de simetria axial.
>
> Construir o simétrico de uma figura em relação a um eixo de simetria que intercepta ou não os pontos da figura inicial; obter também os simétricos de pontos, de segmentos e de retas em relação a um determinado eixo.
>
> Identificar os eixos de simetria das figuras planas.
>
> Identificar e analisar as propriedades geométricas invariantes das figuras obtidas por simetria axial.
>
> Construir a mediatriz de um segmento. (FRANÇA, 2018, p. 211, tradução do autor)

Para o 6º ano as atividades de simetria de reflexão têm como principal objetivo viabilizar a compreensão dos alunos acerca dos conceitos geométricos relacionados ao estudo das posições relativas entre retas, planos e figuras geométricas. Por meio do estudo da invariância geométrica das figuras construídas por simetria os estudantes podem verificar que os movimentos das figuras obtidas por transformação não alteram suas propriedades. Esse contexto possibilita ao professor iniciar o estudo da congruência de figuras via transformações.

No quarto ciclo os alunos prosseguem com os estudos do Ensino Secundário. Nesse ciclo os estudantes devem se habituar, de maneira gradativa, com as sucessivas modificações dos processos de ensino e de aprendizagem dos conteúdos disciplinares para que possam aprimorar suas capacidades a fim de utilizarem essas capacidades para construir os saberes escolares e para gerenciar suas aprendizagens. (FRANÇA, 2018)

O ensino das transformações no plano, as quais também são denominadas isometrias, constitui um recurso essencial que deve ser utilizado pelo professor para auxiliar os alunos na visualização e na percepção de modificações das posições e das dimensões das formas geométricas através de atividades de construção e de manipulação de figuras com a utilização de objetos concretos (régua, compasso, folhas de papel quadriculado, folhas de papel vegetal, malhas geométricas, etc.) e também com a utilização de softwares matemáticos, com o intuito de possibilitar para os estudantes a construção de representações mentais relacionadas ao estudo das propriedades das figuras geométricas.

> [...] O estudo de novas transformações geométricas (simetrias centrais, translações, rotações e homotetias) representa o principal objeto da abordagem inicial a ser desenvolvida pelo professor no

> ensino de Geometria, com foco na observação dos efeitos dessas transformações nas figuras geométricas representadas no plano, um trabalho que pode ser realizado essencialmente por meio de manipulações concretas (com a utilização de papel vegetal, de papel quadriculado, de geoplanos, etc.) ou com a utilização de recursos virtuais (exploração das propriedades geométricas das figuras em ambientes virtuais de softwares de geometria dinâmica). O objetivo desse processo é promover o desenvolvimento de representações mentais pelos alunos, as quais podem ser utilizadas na análise das propriedades das figuras geométricas a partir do estudo formal das transformações. (FRANÇA, 2018, p. 376, tradução do autor)

O programa curricular desse ciclo prescreve o estudo de simetria central, da rotação, da translação e da homotetia. No 7º ano os alunos estudam a simetria de reflexão, com ênfase na identificação da equidistância de pontos e de segmentos em relação ao eixo de reflexão e exploram a simetria central com foco no estudo da invariância das propriedades geométricas do paralelogramo.

No 8º ano o estudo das transformações geométricas translação e rotação se desenvolve com o objetivo de fazer com que os estudantes utilizem essas transformações e suas composições para construir mosaicos e ornamentos em geoplanos, procurando estabelecer relações entre as transformações de figuras e suas aplicações nas artes visuais.

Os alunos devem utilizar as simetrias de reflexão e central, a translação e a rotação para construir e para representar figuras geométricas no plano, procurando analisar e compreender a invariância geométrica de suas propriedades com relação a um eixo de simetria, a um centro de rotação e a um vetor.

No 9º ano os alunos devem estudar a transformação geométrica homotetia com a finalidade de estabelecer relações entre as dimensões das figuras transformadas por homotetia. Intenta-se também habilitar os estudantes a identificar e compreender as conexões existentes entre as aplicações do conceito de proporcionalidade no Teorema de Tales e as propriedades geométricas da transformação homotetia, a fim de que eles sejam capazes de determinar razões entre grandezas geométricas.

As atividades de construção e de representação de figuras geométricas por homotetia têm como objetivo habilitar os estudantes a ampliar e reduzir figuras e objetos do contexto real, a fim de estabelecer relações entre diversas grandezas geométricas que podem ser observadas através das figuras homotéticas.

Dessa forma, as atividades de transformação de figuras têm como finalidade viabilizar a compreensão dos conceitos geométricos pelos alunos, bem como aprimorar o desenvolvimento do seu pensamento matemático para que eles possam utilizar esses conceitos na elaboração de demonstrações empíricas.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através da análise das sugestões metodológicas da reforma curricular francesa do Ensino Fundamental, observamos que o estudo das transformações geométricas, tal como indicado pelo documento oficial para o trabalho docente, tem como finalidade ampliar a compreensão dos alunos acerca dos conceitos geométricos relacionados à congruência e à semelhança por meio da exploração das relações entre grandezas geométricas, procurando fazer com que os estudantes desenvolvam capacidades cognitivas para identificar, para visualizar e para caracterizar a invariância geométrica das figuras obtidas por transformações.

O estudo das transformações no plano se desenvolve com o objetivo de possibilitar para os alunos estabelecerem conexões entre as propriedades das transformações e suas aplicações em diversas áreas do conhecimento. Com isso, podemos notar que a reforma educacional da França, tal como salienta Sacristán (2013), exerce dupla função no trabalho escolar, pois essa reforma visa promover a sistematização e a unificação dos processos didáticos relativos ao ensino de Geometria.

No entanto, os conflitos culturais existentes entre a classe reformadora dos currículos escolares e a classe dos professores, tal como enfatizado por Viñao (2007) pode dificultar a inserção dos pressupostos da reforma educacional francesa nas práticas docentes durante o desenvolvimento do ensino das transformações, rompendo com os princípios do planejamento curricular devido ao desconhecimento dos professores de seus significados.

REFERÊNCIAS

FRANÇA. Ministère de l'Éducation nationale**. Le Bulletin Officiel de L'education Nationale**. Paris, p. 87-379, jul. 2018.

JULIA, D. **A cultura escolar como objeto histórico.** História da Educação, Campinas/SP, n. 1, p. 10-47, jun. 2001.

SACRISTÁN, J. G. **Saberes e incertezas sobre o currículo.** Porto Alegre: Penso, 2013.

VIÑAO, A. **Culturas escolares y reformas (sobre la natureza histórica de los sistemas e instituciones educativas).** Historia de la educación, Múrcia, v. 9, n. 13, p.1-25, set. 2007.

CAPÍTULO 19

MATEMÁTICA COM TECNOLOGIAS: CUBO DE RUBIK E ROBÓTICA

Data de aceite: 26/08/2020
Data de submissão: 29/05/2020

Cassiano Marques Barbosa
Universidade Federal de Goiás, Departamento de Matemática
Catalão – Goiás
http://lattes.cnpq.br/4687526829178153

Alexandre Henrique Afonso Campos
Universidade Federal de Uberlândia, Departamento de Matemática
Uberlândia – Minas Gerais
http://lattes.cnpq.br/0733636190059354

Fernando da Costa Barbosa
Universidade Federal de Goiás, Departamento de Matemática
Catalão – Goiás
http://lattes.cnpq.br/8953646779705648

RESUMO: A associação de diferentes tecnologias, com um viés lúdico, pode proporcionar momentos agradáveis de construção de conhecimento para públicos específicos, em analogia com Larrosa (2004). Estudo de natureza aplicada, abordagem qualitativa, utilizando o estudo de caso. Estudo envolvendo o lúdico do quebra-cabeça do cubo de Rubik associado a três cenários de pesquisa. O cenário aprender a resolver o cubo de Rubik desenvolve conhecimentos e experiências sobre recursos e atividades lúdicas manipulativas com o cubo de Rubik (material lógico estruturado: bloco lógico). O cenário de noções matemáticas utiliza a arte de saber resolver o cubo de Rubik com as experiências fornecidas por ele, associando-as, de forma intrínseca, aos problemas matemáticos e suas soluções. O cenário aprofundando no aprendizado do cubo de Rubik, por meio da Robótica Educacional, observa as relações entre: experiências proporcionadas pelo uso dos kits de robótica Lego® e soluções do quebra-cabeça, sendo motivado pela construção de um robô capaz de resolver o cubo de Rubik. Concentrou-se nas relações entre os participantes através do trabalho coletivo; desenvolvimento de atividades educacionais por meio de ferramentas tecnológicas que permitam a apropriação dessas tecnologias. Buscamos compreender as contribuições para a educação matemática e tecnológica e as limitações existentes em um processo construtivo de investigação, no contexto de uma escola pública municipal de Uberlândia - Brasil. Temos limitações detectadas no desenvolvimento de atividades: diálogo entre os envolvidos no processo; disponibilidade de materiais. Mesmo assim, não é um obstáculo para quem se apaixonou pelas artes na resolução do cubo, continuar desenvolvendo trabalhos com o quebra-cabeça. Da participação desses apaixonados, através de várias fontes de informação coletadas, relata-se melhora em relação ao raciocínio lógico, agilidade e coordenação motora, convivendo com outros alunos, tolerância a frustrações durante o trabalho em grupo e concebendo a matemática de maneira mais agradável.

PALAVRAS-CHAVE: Cubo de Rubik, Matemática, Tecnologias, Escola Pública.

MATHEMATICS WITH TECHNOLOGIES: RUBIK'S CUBE AND ROBOTICS

ABSTRACT: Associating different technologies, with a playful bias, can provide pleasant moments of knowledge construction to specific audiences, in analogy with Larrosa (2004). Study of an applied nature, qualitative approach using the case study. Study involving the ludic of the Rubik's cube puzzle associated with three research scenarios. The scenario learning to solve the Rubik's cube develops knowledge and experiences about manipulative playful resources and activities with the Rubik's cube (structured logical material: logical block). The mathematical notions scenario uses the art of knowing how to solve the Rubik's cube with experiences provided by it, associating these, in an intrinsic way, with mathematical problems and their solutions. The scenario deepening in the learning of the Rubik's cube, through Educational Robotics, observes the relationships between: experiences provided by the use of Lego® robotics kits and puzzle solutions, being motivated by the construction of a robot capable of solving the cube Rubik's. It focused on the relationships between participants through collective work; development of educational activities through technological tools enabling the appropriation of these technologies. We sought to understand the contributions to mathematical and technological education and the limitations that exist in a constructive investigation process, in the context of a municipal public school in Uberlândia - Brazil. We have limitations detected in the development of activities: dialogue between those involved in the process and availability of materials. Even so, it is not an obstacle for those who fell in love with the arts in solving the cube, to continue developing works with the puzzle. From participation of these lovers, through various sources of information collected, reports improvement in relation to logical reasoning, agility and motor coordination, living with other students, tolerance to frustrations during group work and conceiving mathematics in a more pleasant way.
KEYWORDS: Rubik's cube, Mathematics, Technologies, Public school.

1 | INTRODUÇÃO

De acordo com a Lei N. 9.394 (1996, artigo 3º), o ensino fundamental se alicerça sobre um pilar que estrutura toda a construção do conhecimento: inserção de todos que buscam conhecimento à equidade social, sendo esta conquistada quando o ser social, desde a infância, recebe estímulos que facilitem seu desenvolvimento pleno na vida em sociedade. A escola enriquece e também propicia estas relações, não sendo a única instituição responsável para se atingir tamanho desafio.

Neste processo, as instituições família e estado são fundamentais ao exercício de formação de um ser social à cidadania. Entenda por família, o grupo social cuja característica principal são os laços fraternos, independentemente de sua constituição em estrutura tradicional (pai, mãe, filho).

Não obstante das responsabilidades até aqui mencionadas focar-se-á, a partir de agora, nas unidades de ensino e na formação da cidadania.

De acordo com a Lei N. 9.394 (1996, seção III, artigo 32, item II) e a resolução CNE/CP Nº 2 (2017, capítulo IV, item II, alínea e, p.9), a inserção em novas tecnologias e linguagens na formação dos estudantes produz um profissional com novas competências, e isto vem ao encontro das novas demandas da sociedade.

> Essas novas relações entre conhecimento e trabalho exigem capacidade de iniciativa e inovação e, mais do que nunca, "aprender a aprender". Em consonância com as experiências vividas na Educação infantil, dever-se-á promover uma capacidade de interagir com o mundo, de forma inovadora, buscando formular hipóteses sobre fenômenos, proporcionando a capacidade de "uma atitude ativa na construção do conhecimento". (PCN, 1997, p. 28)

Deste modo, o trabalho individual deve ser reconhecido e favorecido, mas o trabalho coletivo se sobrepõe a este.

A importância da participação construtivista do estudante, e as orientações do professor, favorecem uma aprendizagem mais efetiva. Interiorizar conceitos, e não simplesmente decorá-los, é mais eficaz na formação da cidadania.

A construção da cidadania, em uma perspectiva escolar, pressupõe a valorização da cultura local, buscando paralelamente a esta, a superação dos limites, propiciando aos indivíduos de diversos "grupos sociais, o acesso ao saber, tanto no que diz respeito aos conhecimentos socialmente relevantes da cultura brasileira no âmbito nacional e regional como no que faz parte do patrimônio universal da humanidade" (PCN, 1997, p.34).

Neste sentido, é necessário a busca pela compreensão de novas tecnologias bem como explorar suas múltiplas possibilidades e aplicabilidade na construção de ferramentas tecnológicas atreladas a diversos métodos de ensino, de forma a se ter novos recursos de ensino. Um dos pilares da formação do cidadão consciente e crítico, é a busca pela compreensão de quais tecnologias estão presentes em cada momento de seus dias e que estão em consonância com a construção da sociedade. Permitir, graças às tecnologias, o desenvolvimento dos alunos, inserindo-os cada vez mais na vida da sociedade. Capacitar os alunos para que possam interagir em um grupo com um objetivo comum: conhecer, em diferentes contextos, posicionar-se em diferentes situações, propor soluções, (re) avaliar os resultados obtidos e fazer autocríticas em busca de seus objetivos e desenvolvimento pessoal. Assim, garantindo o desenvolvimento da sociedade em que o aluno faz parte. É um dos meios que facilita o surgimento de cidadãos "conscientes e críticos". Como facilitador desse aprimoramento da sociedade entra o educador, em que seu papel é encurtar a distância entre a educação escolar e a evolução tecnológica de forma a encorajar a formação de educandos dinâmicos aptos a vida em sociedade.

Tem-se, por exemplo, hoje na robótica educacional um novo caminho.

Segundo Barbosa (2016, p. 218), em um trabalho com robótica educacional menciona que “precisa de cuidados na forma metodológica, avaliativa, para evitar que, ao invés de aproximar, a tecnologia afaste o sujeito dela. Neste sentido esse assunto precisa de mais reflexão”.

Deste modo, a busca de recursos que possibilitem novos saberes e a análise e reflexão do impacto que estes recursos possam trazer para as relações de ensino aprendizagem se mostram como uma necessidade constante no campo da pesquisa. Neste projeto de pesquisa optou-se por trabalhar com o cubo de Rubik como atividade motivadora observando não só suas características como instrumento prático de orientação, mas também pelos amplos recursos que podem ser explorados por meio deste quebra cabeça. Este projeto de pesquisa apoia e compartilha informações em parceria com outro projeto que está acontecendo em grande parte das escolas da rede municipal de Uberlândia. O projeto parceiro ensina aos alunos os métodos de resolução do cubo. As atividades proporcionadas pelo projeto citado são fontes de informação para análise do primeiro cenário deste projeto de pesquisa.

2 I METODOLOGIA

Este projeto caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa, de acordo com González Rey (2005, p.105), a pesquisa desta natureza é “um processo aberto submetido a infinitos e imprevisíveis desdobramentos, cujo centro organizador é o modelo que o pesquisador desenvolve e em relação ao qual as diferentes informações empíricas adquirem significados”.

Colocou-se este projeto em prática em uma Escola Municipal do município de Uberlândia - Brasil. O espaço físico utilizado na escola onde pretende-se realizar as atividades sobre cubo de Rubik, lógica matemática e robótica é o laboratório de informática, espaço este capaz de oferecer suporte de informação e conhecimentos atualizados a qualquer momento via internet.

Propõe-se três cenários principais, que apesar de estarem particionados em módulos, estão interligados por diversas fontes de recursos sendo a questão fundamental, que permeia todos eles, motivada pelo desenvolvimento do ensino aprendizagem, dos saberes referenciados ao cubo de Rubik.

O primeiro cenário teve como foco o desenvolvimento de saberes e experiências acerca de recursos e atividades lúdico manipulativas com o cubo de Rubik – material lógico estruturado: bloco lógico. A curiosidade em solucionar este quebra cabeça remete os jovens a um ambiente explorador. Os caminhos para se obter uma combinação final, cuja lógica base são as combinações das cores das faces do cubo, permeia diversos caminhos-soluções. Neste cenário, um projeto de pesquisa sobre cubo de Rubik que está sendo aplicado nas escolas da rede municipal de ensino de Uberlândia foi agregada de forma parceira.

O segundo cenário visa uma reflexão sobre como reconhecer a arte de saber resolver o cubo de Rubik e os saberes proporcionados por esta experiência, associando estes, de forma intrínseca, aos problemas matemáticos e as suas possíveis soluções.

O terceiro cenário está relacionado a vivências proporcionadas ao uso de kit's de robótica Lego®: estabelecer relações entre os participantes através do trabalho em coletividade, além de desenvolver um trabalho educativo por meio de ferramentas tecnológicas de modo a apropriar-se destas tecnologias; motivados pela construção de robôs capazes de solucionar o cubo de Rubik.

No sentido de construir ambientes coletivos de aprendizagem, que não sejam os cenários citados anteriormente, foi criado um grupo para divulgações de saberes via celular, utilizando-se do aplicativo *WhatsApp*. Deste modo, os jovens participantes poderão expor suas produções, dúvidas e aprendizagens a toda a equipe do projeto, permitindo uma comunicação mais abrangente e dinâmica das conquistas cognitivas que ocorrem após a saída dos jovens dos contextos de pesquisa, em suas casas, em seus momentos de refletir sobre e aplicar as experiências vivenciadas.

3 I RESULTADOS E DISCUSSÕES

Descrever a cultura constituída na escola referente aos processos que permeiam as atividades desenvolvidas utilizando-se do cubo de Rubik e da robótica, é um dos objetivos deste projeto. Conhecer e entender a dinâmica de aprendizagem referente a estes aprendizados com viés tecnológicos e lúdicos é a proposta em questão. Além de apresentar a análise dos produtos resultantes das atividades com robótica educacional no cotidiano da escola, bem como os saberes e conhecimentos construídos e trabalhos com e pelos alunos.

No ano de 2017 desenvolveu-se, em um primeiro momento, esta pesquisa. Com a parceira de um projeto desenvolvido pelo professor Alexandre em algumas escolas da Prefeitura Municipal de Uberlândia. Iniciou-se com 17 alunos e teve em média 8 alunos participando, terminando esta etapa com 4 alunos. Houve um período em que o projeto não foi aplicado. Supõe-se que em decorrência disso, o número de alunos reduziu a esta quantidade. Mas independentemente deste fato em questão, o que se observou de maneira geral foi um ganho significativo no aspecto lógico matemático propiciado pelo desenvolvimento lúdico dos saberes pertinentes ao cubo de Rubik. Como os alunos tinham livre acesso ao Cubo de Rubik, observou-se que a cada interação com o quebra-cabeças, o aluno se tornava cada vez mais veloz em sua resolução.

Diversos foram os apontamentos levantados durante a aplicação desta pesquisa, buscando melhorar a associação dos saberes que permeiam o cubo de Rubik aos cenários propostos. Decorrentes destes apontamentos, foi reaplicada a pesquisa no ano corrente de 2018, buscando um novo olhar sobre estes cenários. Encontrando os seguintes benefícios aos participantes do projeto: Inclusão digital; acesso ao trabalho educativo de educação tecnológica; trabalho interdisciplinar; comunicação; observar e reconhecer, pela curiosidade, investigação e argumentação, as características tecnológicas dos objetos, dos materiais, das ferramentas e dos recursos tecnológicos; utilizar e consumir de forma crítica e consciente as tecnologias; solucionar problemas através dos procedimentos de investigação científica; construção e verificação de hipóteses e análise de resultados; aprender conhecimentos sobre linguagem e vocabulários específicos para utilização de materiais tecnológicos no cotidiano; realizar atividades de forma autônoma, responsável e criativa; pesquisar, selecionar e organizar informação e transformá-la em conhecimento; trabalhar de forma coletiva; resolver problemas cotidianos; refletir sobre o uso da tecnologia, avaliando os impactos para o ambiente e a sociedade; desenvolvimento de capacidades de investigação e autonomia em pesquisas e projetos e desenvolvimento de raciocínio lógico, memória e observação.

4 I CONCLUSÕES

Entender os processos formativos em relação aos projetos associados ao lúdico, não só disponibiliza uma gama de possibilidades de aplicações aos conteúdos matemáticos de maneira geral como também possibilita a formação de cidadãos engajados com a vida em grupo. Desenvolver-se de forma atuante nos grupos sociais são condições cada vez mais necessárias em nossa sociedade. A escola não é vista somente como difusora de conhecimentos, mas também como meio de socialização onde diversos grupos se encontram e reencontram refazendo-se de diversas maneiras.

Neste estudo objetivou-se analisar, compreender e responder à seguinte pergunta: Quais as contribuições para a educação matemática e tecnológica e as limitações existentes em um processo construtivo de investigação, utilizando o cubo de Rubik no contexto de uma escola pública? Para tal, esta análise apoiou-se em um conjunto de três cenários de pesquisa, sendo estes desenvolvidos durante a intervenção.

Resolver um quebra-cabeça tem em si sua recompensa. Conseguir entender os pormenores de sua solução é tão emocionante e gratificante quanto chegar a um objetivo específico: quebra-cabeças solucionado. Compreender as etapas do processo que elucida o Cubo de Rubik e associá-lo a novos saberes perfaz caminhos lúdicos que, em diversas esferas, podem ser explorados e desbravados.

> A experiência é o que nos passa, ou o que nos acontece, ou o que nos toca. Não o que passa ou o que acontece ou o que toca, mas o que nos passa, o que nos acontece ou nos toca. A cada dia passam muitas coisas, porém, ao mesmo tempo, quase nada nos passa. (LARROSSA, 2004, p.154)

Mesmo proporcionando acesso aos estudantes a diferentes fontes de tecnologia, como cubo de Rubik e kits de robótica Lego®, a paixão pela montagem do cubo de Rubik foi essencial para a permanência por parte dos estudantes neste trabalho. Observar os apelos emocionais que as resoluções do cubo de Rubik proporcionam é algo ainda a se ressaltar. Errar, começar de novo, errar novamente, persistir e mesmo assim ainda errar na construção do quebra-cabeças é algo comum. O êxito na construção, na maioria das vezes, somente vem depois de muita persistência e dedicação, o que pode levar dias ou semanas para acontecer. Depois deste desafio ainda se encontra o de se resolver o quebra-cabeças mais rápido e a solução deste problema é também alcançada com novos métodos de solucionar o cubo, sendo exigidas assim mais dedicação e muita persistência.

Segundo Larrosa (2004, p.163), os sujeitos apaixonados que permaneceram neste trabalho até o fim puderam ter acesso a diferentes experiências que poderiam despertar o entusiasmo. A paixão se desenvolve a partir da experiência e quando se está apaixonado por aquilo que se propõe a fazer, aflora-se um maior interesse por aquilo que se está realizando. Percebemos esta paixão de maneira mais evidente quando um dos participantes constrói, com material reciclado, suportes para o cubo de Rubik e expõe diversos cubos na estante de sua casa, contagiando seus familiares. Estimulou inclusive seu irmão a participar das atividades desse trabalho.

No cenário noções matemáticas, foram trabalhadas questões de raciocínio lógico matemático com os estudantes de forma a associar os conteúdos matemáticos e os aprendizados provenientes do cubo de Rubik. Aqui foi possível observar que o uso do cubo de Rubik propiciou perspectivas diversas nos estudantes, tais como conceber a matemática de forma mais prazerosa, melhorar as relações existentes no grupo que compõe o cenário, melhoria na relação entre educador-estudante e/ou estudante-estudante. Advindo da utilização do quebra-cabeças pode-se notar ainda um melhor entendimento dos conhecimentos provenientes do raciocínio lógico matemático apresentado nesta etapa do trabalho.

O trabalho da Matemática associado ao cubo precisa ser melhor explorado em um contexto de sala de aula, onde as aprendizagens do cubo podem ser utilizadas para entender um problema, bem como ajudar na solução. Principalmente problemas que usem conceitos de rotação, translação, área, volume. Isso, pensando no ensino fundamental. Quando o grau de conhecimento é maior, podemos utilizar desde análise combinatória até teoria de grupos. Aprender a resolver o cubo, já dizia

Silva (2015) e Silva (2017), ajuda na aprendizagem, trabalha questões emocionais, motoras e cognitivas. É preciso cuidado, para não tornar o cubo um instrumento de mais frustração no processo de aprendizagem matemática. O professor precisa ter atenção, quando e como fazer o uso dele em sala de aula com a Matemática. O caminho pode ser como propomos, de apresentar problemas e usar o cubo para entender, solucionar e aprender.

No cenário aprendendo a resolver o cubo de Rubik, além de se aprender a solucionar o cubo por um método estruturado em uma explicação simplificada de resolução, sendo esta proporcionada pelo método de camadas com apenas dois movimentos, aprofundaram-se os ensinamentos por outros métodos, como por exemplo o método de Fridrich. Das observações realizadas neste cenário, conclui-se que o uso do cubo de Rubik estimula o raciocínio lógico, a agilidade, o convívio com outros estudantes, melhora a coordenação motora, melhora a atenção no desenvolvimento de diversas atividades, além de proporcionar melhor tolerância às frustrações. Existem, nesse processo, limitações que podem ser de recursos, de motivação, de ferramentas por parte do professor em superar a falta de paixão por parte de alguns participantes. O trabalho com cubo é paixão à primeira vista, ou talvez não, mas quando há paixão, há persistência, disciplina, até que as frustrações sejam superadas e a aprendizagem atingida.

A relação entre professor e aluno é modificada, pois as dúvidas, as limitações de aprendizagem são superadas com diálogo. Só com a prática as dúvidas emergem, possibilitando um terreno fértil à aprendizagem. As questões lúdicas são fortes, mas as intervenções do professor são importantes para que a frustração não destrua a paixão pelo brinquedo e pela aprendizagem.

No cenário aprofundando no aprendizado do cubo de Rubik por meio da Robótica educacional, foi proposta a construção de dois robôs MindCub3r® com kits Lego Mindstorms EV3®. Após a devida montagem foram feitas comparações na forma que o Robô monta o cubo com as metodologias de montagem vistas no cenário aprendendo a resolver o cubo de Rubik. Em última observação e análise deste, verificamos nos blocos de programação do robô MindCub3r® o uso de raciocínio lógico matemático. Neste cenário, concluiu-se que apesar do kit Lego Mindstorms EV3® utilizado para confecção do robô MindCub3r® ser bastante oneroso, tanto nas suas versões home quanto na versão Education, ele proporciona uma gama considerável de possibilidades de combinações. Essas possibilidades podem ser propiciadas por meio de modelos prontos ou criação autônoma por parte de seu usuário. Apresenta ainda uma linguagem de programação relativamente intuitiva para quem deseja trabalhar com ela embarcada no bloco de programação, ou até mesmo fora do bloco e traz os mesmos benefícios que os citados ao se utilizar o cubo de Rubik como instrumento lúdico. Cabe ainda ressaltar que no trabalho em grupo ficou evidenciado a necessidade de tarefas cooperadas ao se utilizar o kit Lego®. Em termos de tecnologia e aprendizagem matemática, detectamos um problema de conhecimento técnico no processo de desenvolver uma programação mais avançada, dificultando transpor a lógica de resolução do cubo, bem como interpretar e transmitir em uma linguagem mais clara essas informações às crianças participantes.

> Por que não há, em inglês, uma palavra para a arte de aprender? O dicionário Webster diz que a palavra pedagogia significa a arte de ensinar. O que está faltando é uma palavra paralela para aprender. Nas faculdades de educação, as disciplinas sobre a arte de ensinar são em geral listadas apenas como "métodos". Todos sabem que os métodos importantes na educação são os de ensino – essas disciplinas suprem o que se acredita ser necessário para formar um professor competente. E quanto aos métodos para aprender? Que disciplinas são oferecidas aos que desejam tornar-se aprendizes competentes? (PAPERT, 2008, p.87)

Em concordância com Papert (2008), que sugere a falta de "métodos para aprender", este trabalho apresenta-se como contribuição aos meios científicos necessários ao desenvolvimento de estratégias de aprendizado voltados a estudantes da educação básica. Neste sentido, pretende-se contribuir para os "métodos para aprender".

No âmbito escolar, o projeto contribuiu não somente de forma a integrar-se ao conjunto de projetos que a escola-alvo da pesquisa dispunha, mas também de trazer, por meio de um recurso lúdico, maior interação com novas tecnologias. Essas, advindas da robótica educacional e seus benefícios, tais como desenvolver habilidades para solucionar situações adversas, estimular a criatividade, auxiliar no aprendizado de matemática, física e de outras disciplinas. Ainda pode ajudar na organização e aumentar o interesse pelo aprendizado.

A temática da Robótica Educacional é um campo fértil e por isso produziu frutos na escola onde se desenvolveu o trabalho, compactuando com as ideias de Simões et al (2010) e Moya (2015) de levar tecnologias pensando na cultura dos alunos, bem como estimulá-los a entrar neste mundo. Ficou evidente na disposição dos estudantes que chegaram ao final deste, que o tema pode ainda ser explorado de novas maneiras naquele ambiente. Deste modo, dada a importância do assunto e da maneira como foi trabalhado na escola-alvo, considera-se que muito há ainda que percorrer no campo da investigação, o que permite futuras atividades naquele universo.

Ao oferecer condições para que os estudantes estejam expostos a situações reais da necessidade do uso de diferentes estratégias para solucionar o quebra-cabeça, permite-se que eles produzam redes de conexões mentais para se chegar a alguma solução. Essa tarefa, trazida para o cotidiano deles pode levar a novas descobertas, sejam elas desde a solução para algum problema geométrico, quanto uma nova conquista para o meio científico. Dessa forma, estudantes de diferentes níveis de ensino podem ser inseridos em contextos que permitem contribuições para o aprendizado em educação matemática e tecnológica.

Como docente, afirmo que foi muito enriquecedor desenvolver um projeto desta natureza. No desenrolar deste trabalho pude observar o quanto estudos com essas características são importantes para o aprendizado dos educandos, trazendo diferentes benefícios. Para mim, os mais marcantes estão relacionados ao quanto os estudantes, daqueles se apaixonaram pelo quebra-cabeça cubo de Rubik e por isso chegaram até o final das atividades, se alegraram em participar. Até os seus familiares foram envolvidos, conforme relatos informais de pais e/ou responsáveis pelos participantes do projeto. Essa situação mostra que nosso trabalho como educador pode ir além dos muros da escola. Transforma não apenas os processos de ensino e aprendizagem, mas também a vida de quem busca o ambiente escolar. Mais do que apenas aprender conteúdo, ele transforma seu relacionamento com a sociedade. Mesmo que essa transformação não tenha atingido a totalidade de estudantes esperada no início da pesquisa, essa experiência foi válida. Mesmo que despertasse a paixão pelo tema em um único estudante, teria sido gratificante, pois esse fascínio pelas atividades desenvolvidas poder levar o indivíduo a realizações tão intrínsecas que não se pode prever.

Para encerrar com os ensinamentos de Freire (2002, p.52), manifesto que educar é uma arte que se desenvolve e aperfeiçoa ao longo da própria caminhada enquanto educador. O sentido da docência está enraizado no exercício da afetividade, nas relações interpessoais ligadas ao ensino/aprendizagem. Existe uma íntima relação entre a afetividade e a efetividade no aprendizado, mas é certo que o cumprimento ético e a seriedade docente são fundamentais às relações existentes na prática docente.

AUTORIZAÇÕES/RECONHENCIMENTO

O(s) autor(es) é(são) o(s) único(s) responsável(is) pelo conteúdo deste trabalho.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Fernando da Costa. **Rede de Aprendizagem em Robótica: Uma perspectiva educativa de trabalho com jovens**. 2016. 366 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2016.

BRASIL. LEI N. 9.394, DE 20 DE DEZEMBRO DE 1996. **Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional**, Brasília, DF, dez. 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm>. Acesso em: 05 jun. 2017.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)**. Introdução aos parâmetros curriculares nacionais, Brasília, DF, dez. 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>. Acesso em: 05 jun. 2017.

BRASIL. RESOLUÇÃO CNE/CP Nº 2, DE 22 DE DEZEMBRO DE 2017. **Ministério da Educação – Conselho Nacional de Educação**, Brasília, DF, dez. 2017. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79631-rcp002-17-pdf&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 05 jul. 2018.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**. 25ª ed. Rio de Janeiro: Ed. Paz e Terra, 2002, 144 f.

GILDAY, David. **MINDCUB3R**. 2013 - 2019. Disponível em:< https://mindcuber.com/mindcub3r/mindcub3r.html>. Acesso em: 01 mar. 2017.

GONZÁLEZ REY, Fernando. **Pesquisa Qualitativa e Subjetividade. Os processos de construção da informação.** São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005, 222 f.

LARROSA, Jorge. **Linguagem e educação depois de Babel**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 151 – 165.

MOYA, Cláudia Salomão. **Uma visão Matemática do Cubo Mágico**. 2015. 65 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do ABC, Santo André, 2015. Disponível em: < https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=74949> Acesso em: 20 abr. 2017.

PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática**. Porto Alegre: Artmed, 2008, 216 f.

SILVA, Huérllen Vicente Lemos e. **O Uso do Cubo Mágico Para o Ensino da Geometria Plana e Espacial no Ensino Médio**. 2017. 51 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2017. Disponível em:< https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=150230731> Acesso em: 20 nov. 2018.

SILVA, José Vinícius do Nascimento. **Uma proposta de aprendizagem usando o cubo mágico em Malta – PB**. 2015. 71 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015. Disponível em: < https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=82829> Acesso em: 20 abr. 2017.

SIMÕES, Walter. LUCENA JUNIOR, Vicente. COLLINS, Eliane. et. al. **Avaliação de Ambientes de Desenvolvimento Para Automação do Problema do Cubo Mágico Para o Robô Lego Mindstorms NXT**. Conference: V CONGRESSO NORTE-NORDESTE DE PESQUISA E INOVAÇÃO - CONNEPI 2010, At Maceió - AL – Brasil. Disponível em: < https://www.researchgate.net/publication/324439227_AVALIACAO_DE_AMBIENTES_DE_DESENVOLVIMENTO_PARA_AUTOMACAO_DO_PROBLEMA_DO_CUBO_MAGICO_PARA_O_ROBO_LEGO_MINDSTORMS_NXT> Acesso em: 20 abr. 2017.

CAPÍTULO 20

A ESTRUTURA MATEMÁTICA QUANTO Á CRIAÇÃO DE AEROPORTOS E AS IMPLICAÇÕES DE VOO E POUSO DE AVIÕES

Data de aceite: 26/08/2020

Sthefany Caroline Souza Raia
Centro Acadêmico Anhanguera
http://lattes.cnpq.br/9403391928000989

RESUMO: A pesquisa trata-se de uma revisão bibliográfica de artigos científicos, sites livros e pesquisas afins, correlacionadas com aplicações matemáticas no processo de criação de aeroportos, mencionando a estrutura exigida para a criação, como é feito o cálculo de medida necessário, ângulo de Diedro, além de mencionar sobre a história de criação dos aeroportos e aviões, o aeroporto da cidade de Belém do Pará, estrutura de áreas próximas a estes, entre outros fatores.
PALAVRAS-CHAVE: Matemática, Aeroportos, Aeronaves.

ABSTRACT: The research is a bibliographic review of scientific articles, websites, books and similar research, correlated with mathematical applications in the airport creation process, mentioning the structure required for the creation, how the necessary measure calculation is done, Diedro angle , in addition to mentioning the history of creating airports and airplanes, Belém do Pará's airport, structure of areas close to them, among other factors.
KEYWORDS: Mathematics, Airports, Aircraft.

1 I INTRODUÇÃO

A compatibilidade entre aeronaves e aeroportos deve ser precisa e de extrema clareza para todos que atuam no planejamento de ambos, a falta desta compatibilidade reduz a segurança dos pilotos e passageiros que estão, tanto no aeroporto esperando seu embarque, quanto aos passageiros que já estão em voo. Alguns dos pontos necessários para a melhoria da segurança mencionada a cima são o comprimento e largura da pista, levando em consideração o peso e envergadura de um avião, além dos gradientes de pista, pontes de embarque, hidrantes de combustíveis, balizamento, entre outros. Todos esses aspectos são importantes para um bom desempenho dos aviões, além da diminuição do custo de operações, o comportamento dos aviões está ligado diretamente a altitude, declividade da pista, altitude, direção e velocidade do vento e características aerodinâmica e de motores das aeronaves. Para que isto ocorra, utilizam-se cálculos matemáticos precisos, onde mostram os melhores meios para embarque e desembarque de aeronaves, além das dimensões estruturais de aviões e o quanto de combustível é necessário para toda a viagem planejada, conforme o tipo de aeronave e o tipo de operação que este equipamento irá realizar, para isto contam com o auxilio de empresas reguladoras de quantidade mínima de combustível para vagens, entre outros fatores.

2 | A ESTRUTURA MATEMÁTICA QUANTO Á CRIAÇÃO DE AEROPORTOS E AS IMPLICAÇÕES DE VOO E POUSO DE AVIÕES

Os aeroportos são dotados de instalações responsáveis por facilitar operações de aeronaves, estes se enquadram no processo de voo e pouso de aviões, para embarque e desembarque de produtos ou pessoas, para isto os aeroportos precisam ter um acesso fácil as estradas, facilitando assim o transporte de cargas e passageiros. Para que todos os requisitos a cima seja preenchidos corretamente, os aeroportos precisam ser muito bem estruturados, chegando a ocupar mais de cem metros quadrados. Em caso de aeroportos pequenos, podem ser chamados de campo de aterragem ou aeródromo, além das bases aéreas que servem de apoio militar.

Entendendo a diversidade cultural da região Norte, especificamente de Belém do Pará, será citado o Aeroporto internacional de Belém – Val de Cans- Júlio César Ribeiro – PA, este conta com uma capacidade anual crescente para recebimento de viajantes, contando para isto com o auxilio de um grande sítio aeroportuário.

Fonte: Aeroporto Val de Cans, em Belém. Foto Infraero. Disponível em: https://diariodoturismo.com.br/aeroporto-de-belem-inicia-as-comemoracoes-em-homenagem-ao-cirio-de-nazare/

Vale indagar como é feito o processo de voo e pouso dos aviões nos aeroportos, para que o piloto possa saber com exatidão quando irá pousar, é necessário que este calcule com extrema exatidão o ângulo de descida, fazendo com que o avião possa pousar na pista no momento exato, evitando complicações para o piloto e passageiros, fazendo com que os aviões se aproximem do aeroporto como se estivessem em uma rampa de descida.

Para que os pilotos sejam melhor auxiliados, estes podem contar com o auxilio de sistemas como o Indicador de Percurso de Aproximação de Precisão, ou o Sistema de Pouso por instrumentos, que utiliza de sinais de rádio para monitoramento de descida dos aviões. Sendo ambos os instrumentos de auxilio, operados e regularizados por profissionais competentes da área.

As luzes podem variar de acordo com o ângulo de aproximação dos aviões, determinando sua altura através das cores em que aparecem as luzes.

Fonte: Indicador de Percurso de Aproximação e Precisão. Foto: Infraero. Disponível em: https://www4.infraero.gov.br/imprensa/noticias/sistema-de-aproximacao-de-precisao-entra-em-operacao-no-aeroporto-de-carlos-prates/

Além dos meios auxiliadores para pouso citados a cima, também se é necessário que todo o aeroporto regularmente correto obtenha o seguinte conjunto de luzes:

- REIL (Runway end identifier lights) - Luzes piscantes sincronizadas instaladas antes da pista.
- End lights - Luzes que marcam o início da pista
- Edge lights - Luzes elevadas que marcam as bordas da pista
- RCLS (Runway Centerline Lighting System) - Luzes que marcam o meio da pista, são colocadas a 15m de distância uma da outra
- TDZL (Touchdown Zone Lights) - linas compostas por 3 luzes brancas

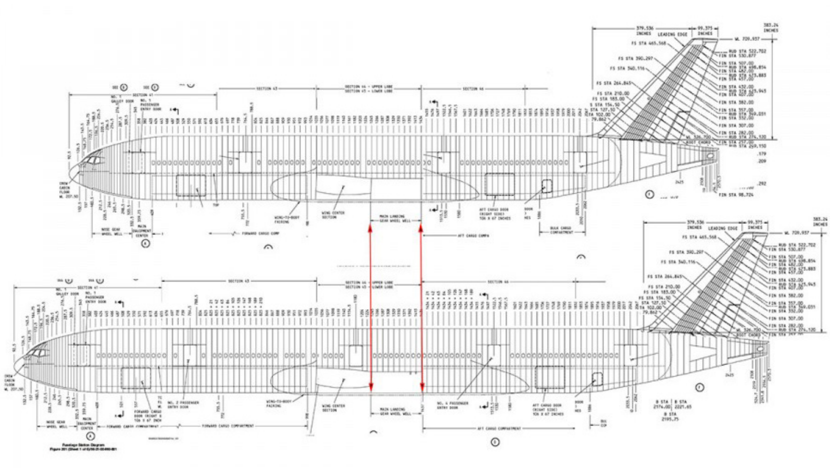
com intervalos de 30 e 60 metros, marcam a área de toque da aeronave.

- Luzes de taxiamento - Colocadas na área de taxiamento da pista.
- LAHSO (Land and Hold Short Lights) - Luzes piscantes que marcam o cruzamento de pistas.
- ALS (Approach lighting system) - Luzes que indicam aproximação da pista.

Para calcular as dimensões necessárias de uma pista de pouso, precisa-se analisar primeiramente as dimensões das aeronaves que irão pousar nestas, utilizando para isto, além de estudos geométricos a análise de área e perímetro empregados á pista e aos aviões.

Um dos exemplos é o processo de pouso e decolagem, visto que este é bem mais efetivo quando o vento flui em um sentido oposto ao do avião, isto faz com que os aviões tenham uma maior segurança em voo, assim como uma maior sustentação.

A matemática auxilia, algebricamente, não somente nas medidas e pista de pouso de aviões, mas também na construção e estrutura destes, sendo extremamente necessário a exatidão de comprimento, envergadura, entre outros.



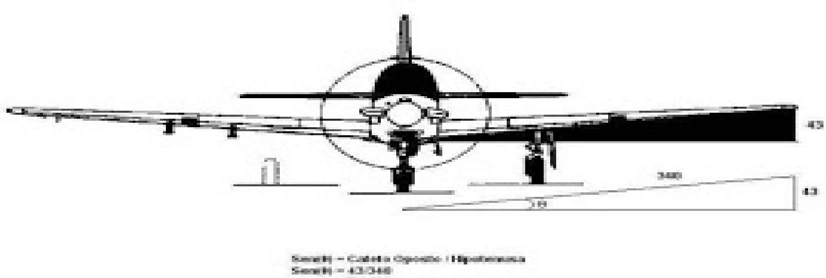
Fonte: Comparação Oficial entre 777-200 e 777-300 , Aeroboing. Disponivel em: http://www.avioesemusicas.com/diferenca-de-tamanho-entre-o-boeing-777-200-e-o-777-300-perguntas.html

Para que uma aeronave se mantenha no ar, são necessárias uma série e fatores, dentre os quais pode-se destacar uma entrada contínua de energia, responsável por que este avião continue movimentando-se para frente, contra a resistência do ar, as partes do avião que propiciam estes impulsos para frente são as hélices e jatos, fazendo com que haja um impulso para a permanência do ar, auxiliando também no processo de decolagem. Sendo, na grande maioria das vezes, as asas dos aviões as responsáveis pela sustentação.

As asas dos aviões possuem um formato geométrico que faz com que o ar se mova mais depressa, passando por cima da mesma. Com objetivo de modificar as asas de alguns aviões para fins mais específicos, foi-se criado os aviões com asas de geometria variável, sendo que a asa não possui apenas flechamento variável, mas também conta com espessura e envergadura variáveis e, principalmente, o centro aerodinâmico dos aviões.

Também faz-se necessário analisar o ângulo de incidência dos aviões, sendo este formado entre a corda da asa, e o eixo longitudinal do avião, tendo sua implicação no processo de ângulo de ataque, altitude e ângulo de trajetória de voo.

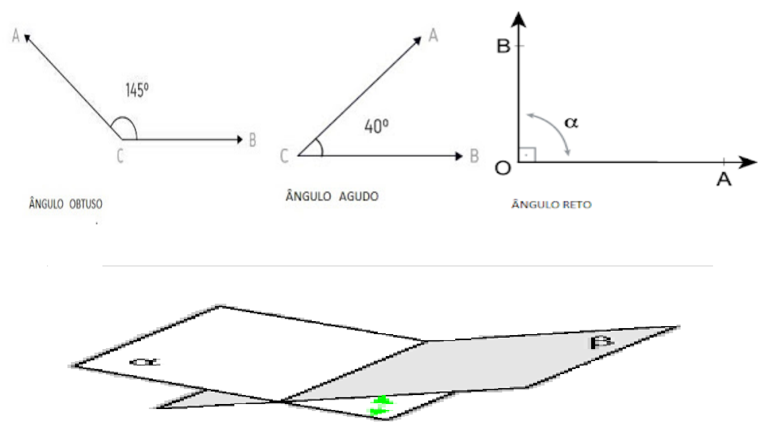
Um ângulo extremamente importante de ser estudado é chamado de Diedro, este é formado entre o plano da asa e o plano horizontal de referencia, quando as pontas das asas estão acima do plano horizontal de referencia o Diedro é positivo, ao contrário são negativos.



Fonte: Ângulo de Diedro, Blog Estude Aviação. Disponível em: http://estudeaviacao.blogspot.com/2011/07/geometria-do-aviao.html?m=

Compreende-se que são existentes diversos tipos de aviões diferentes, de diversas formas, tamanhos, envergaduras, e para diferentes utilidades. O conhecimento da estrutura básica destes aviões, tais como suas formas geométricas e implicações de voo podem ser não somente estudada por profissionais de áreas exatas, mas também empregadas por estes com seus aluno em sala de aula. Utilizando para isto diferentes meios de aplicações.

O desenho geométrico é uma das formas de analisar a construção de estrutura básica de um avião, não somente com desenhos feitos pelos alunos e professores em sala de aula, mas com a aplicação de tecnologias associadas, uma vez que estes podem estar contando com o auxilio de aplicativos que os auxiliem na criação de aviões de papel em sala de aula, assim como sites e blogs disponíveis online para que sejam realizadas replicas de papel, fazendo com que o aluno possa montar sua própria miniatura de avião, e assim entenda como estes são construídos e as implicações matemáticas vigentes.Podendo designar geometricamente os conceitos de ângulos, sendo estes uma área delimitada por duas retas que partem de um mesmo ponto, ou por duas retas que partem de um mesmo plano.



Fonte: Voando com Aviões de Papel, Ângulo Diedro. Disponível em https://voandoemavioesdepapel.blogspot.com/p/blog-page.html

Sendo assim, pode-se usar as implicações de ângulos, para determinar se o ângulo do diedro é neutro, positivo ou negativo, a partir da determinação de seu ângulo, como mostrado na seguinte imagem:

Fonte: Voando com Aviões de Papel, ângulo de Diedro em aeronaves. Disponível em: https://voandoemavioesdepapel.blogspot.com/p/blog-page.html

Ainda em relação ao tamanho e dimensões de aeronaves, se é interessante citar algumas das maiores aeronaves do mundo, um dos exemplos é a Airbus A380, sendo este um avião Frances, introduzido no ano de 2005, sendo este o maior avião com passageiros do mundo, tendo 72 metros de comprimento, envergadura de 79 metros, 24 metros de altura, área das asas de 846metros quadrados. Além de uma velocidade de 970km/h.

Fonte: Airbus A380-800, Emirates. Disponível em: https://pt.m.wikipedia.org/wiki/Airbus_A380

3 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa tem como objetivo analisar alguns conceitos básicos da relação entre matemática e aviação, estando os cálculos não somente presente no processo de construção de um aeroporto ou de aeronaves, mas sim em todo o seu processo de voo e pouso, além da estrutura de suas asas, onde interfere diretamente o ângulo de diedro, como também suas posições em ar. Foi-se mostrado também alguns dos dispositivos responsáveis por mostrar aos pilotos a direção em que o avião deve ir e como pousar, sendo o voo da aeronave instruída por profissionais de controle de tráfego aéreo. É importante que o assunto não seja limitado apenas á profissionais da área, podendo este ser grandemente utilizado em salas de aula nas disciplinas de matemática e física, uma vez que é possível mostrar a matemática dos aviões através de desenhos geométricos, criação de miniaturas e uso de aplicativos auxiliadores, cabendo assim aos profissionais licenciados em matemática que aumentem a quantidade de pesquisas e aplicações da matemática na astronáutica.

REFERÊNCIAS

ANDERSON, David. Como os aviões voam, uma descrição física do voo, 2006 . Disponível em: http://www.sbfisica.org.br/fne/Vol7/Num2/v13a08

Instituto de Matemática Estatística e Comunicação Científica, 2019. Disponível em: https://www.ime.unicamp.br/index.php

MITSUMORI, Bruno ET al, PANORAMA DE ACIDENTES AÉREOS E SUAS PRINCIPAIS CAUSAS: CFIT E LOC-I. Disponível em: https://abrapac2015.files.wordpress.com/2017/03/panorama-cfit-e-loc-i.pdf

PALMEIRA, Magna ET al, Excess weight in regular aviation pilots associated with work and sleep characteristics. Disponível em: https://abrapac2015.files.wordpress.com/2017/04/excess-weight.pdf

TEIXEIRA, Rafael, Aeroporto do Campo de Marte: um caso particular de tráfego aéreo, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2014. Disponível em: https://abrapac2015.files.wordpress.com/2017/06/tcc-grupo-3-t-10-sjc.pdf

CAPÍTULO 21

GENERALIZAÇÃO DE PADRÕES: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA ALUNOS DO 7º ANO DA EDUCAÇÃO BÁSICA COM ENFOQUE DA TAD

Data de aceite: 26/08/2020

Karina de Oliveira Castro
Universidade Anhanguera
São Paulo – SP
http://lattes.cnpq.br/9634238955220127

Marlene Alves Dias
Universidade Anhanguera
São Paulo – SP
http://lattes.cnpq.br/2059184538313808

Anderson Alves
Universidade Anhanguera
São Paulo – SP
http://lattes.cnpq.br/3866692012067646

RESUMO: O objetivo deste trabalho é investigar de que forma alunos do 7º ano do Ensino Fundamental lidam com a generalização de uma sequência numérica. A atividade contempla o resultado parcial de uma pesquisa de âmbito maior, cujo escopo é analisar os processos de generalização de alunos desta faixa etária (11-12 anos). Trata-se de uma pesquisa qualitativa segundo Lüdke; André, cujas análises estão centradas em constructos teóricos da Teoria Antropológica do Didático de Chevallard. A apreciação dos resultados mostra que os participantes não demonstraram grandes obstáculos, sugerindo que o trabalho com este tipo de tarefa pode ser aprofundado, já que estes alunos estão prestes a trabalhar com conteúdos de introdução formal à Álgebra simbólica.

PALAVRAS-CHAVE: Padrões numéricos, sequência numérica, generalização.

STANDARD GENERALIZATION: A TEACHING PROPOSAL FOR 7TH GRADE STUDENTS WITH ANTHROPOLOGICAL THEORY OF DIDACTICS FOCUS

ABSTRACT: The goal of this paper is to investigate how 7th grade students deal with the generalization of a numerical sequence. The activity considers the partial result of a larger research, whose scope is to analyze the generalization processes of students from this age group (11-12 years old). This is a qualitative research according to Lüdke; André, whose assessment is centered on the theoretical constructs of Chevallard's Anthropological Theory of the Didactic. The appreciation of the results shows that the participants did not show any major obstacles, suggesting that the work with this type of task may be deepened, as these students are about to work with formal introduction content to symbolic algebra.

KEYWORDS: Numeric patterns, numeric sequence, generalization.

1 | INTRODUÇÃO

A partir de 2018, foi implementada no Brasil a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018). De forma geral, para a Matemática, nota-se que este documento segue um modelo já adotado em países como Portugal, segundo as orientações do "National

Council of Theachers of Mathematics” NCTM (2000). Seguindo as orientações do NCTM e referindo-se a pesquisas sobre Álgebra no Ensino Básico, Ponte, Branco e Matos (2009) apresentaram um curso para os professores portugueses. A publicação referente a esse curso mostra que os autores propuseram um estudo que revisitou a história do desenvolvimento da álgebra, destacou os resultados de diversas pesquisas e discutiu protocolos de alunos com exemplos do desenvolvimento de determinadas tarefas que permitiram mostrar a importância da iniciação ao pensamento algébrico desde os anos iniciais, como fase preliminar para a introdução da álgebra simbólica.

Ponte, Branco, Matos (2009) explicitam que o conceito de pensamento algébrico por eles considerado é o de James Kaput (1998, 1999, 2008), como podemos observar na citação que segue:

> Um dos autores que escreveu sobre esta ideia foi o americano James Kaput, para quem o pensamento algébrico é algo que se manifesta quando, através de conjecturas e argumentos, se estabelecem generalizações sobre dados e relações matemáticas, expressas através de linguagens cada vez mais formais. Este processo de generalização pode ocorrer com base na Aritmética, na Geometria, em situações de modelação matemática e, em última instância, em qualquer conceito matemático leccionado desde os primeiros anos de escolaridade. Kaput identifica, em 1999, cinco facetas do pensamento algébrico, estreitamente relacionadas entre si: (i) a generalização e formalização de padrões e restrições; (ii) a manipulação de formalismos guiada sintacticamente; (iii) o estudo de estruturas abstractas; (iv) o estudo de funções, relações e de variação conjunta de duas variáveis; e (v) a utilização de múltiplas linguagens na modelação matemática e no controlo de fenómenos. Num texto mais recente, de 2008, Kaput refere de novo estes cinco aspectos, integrando os dois primeiros (simbolismo e generalização), que designa como “aspectos nucleares” (***core aspects***) da Álgebra, e considerando os três últimos como “ramos” (***strands***) deste domínio com expressão na Matemática escolar. (KAPUT, 1998,1999, 2008, apud PONTE, BRANCO, MATOS (2009)).

Ressaltamos que a BNCC considera, agora, a introdução de noções algébricas desde o primeiro ano do Ensino Fundamental. A proposta indicada pelo NCTM (2000) também considera habilidades encontradas na BNCC, como: 1) compreender padrões, relações e funções; 2) representar e analisar situações e estruturas matemáticas utilizando símbolos algébricos; 3) usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas; 4) analisar as mudanças em vários contextos.

Inferimos aqui que tal mudança trará alterações consideráveis no desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos e, outro ponto respeitável, exigirá dos docentes maior capacidade de análise e desenvolvimento desta unidade. A temática Álgebra interessa-nos há algum tempo. Publicamos um trabalho a respeito do pensamento e raciocínio algébrico utilizado por estudantes (11-12 anos) do 6º ano do Ensino Fundamental no estudo de Funções. Naquele extrato de pesquisa, os alunos indicavam estar em estágio intuitivo ao lidar com leis matemáticas, sendo impedidos, portanto, de dar um tratamento simbólico a elas (CASTRO; RODRIGUES, 2011). Com isso, justificamos nosso interesse pela temática e reforçamos que a motivação deste estudo é pesquisar de que forma as novas habilidades propostas pela BNCC poderão ser tratadas nas salas de aula de modo a melhorar a qualidade do ensino de Álgebra na Educação Básica brasileira.

De acordo com a BNCC, as ideias fundamentais que compõem a Matemática são: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Estreitando um pouco mais o universo da Álgebra, invariavelmente teremos contato com a generalização, cujo desenvolvimento favorece a noção de variação.

Neste momento, é conveniente analisar o que diz Caraça (2010). O autor explica que a ideia de variável surgiu como um instrumento matemático apropriado ao estudo de leis quantitativas. É, portanto, basilar no desenvolvimento da ideia de Função. Fica evidente que o trabalho com leis matemáticas é preponderante na Educação Básica, o que só reforça a necessidade e a urgência no estudo de suas ideias. A noção de generalização é assim instrumento fundamental e capaz de desenvolver a ideia de variável.

Partimos, agora, para a problemática que embasou este trabalho. Tratamos de investigar como alunos do 7º ano do Ensino Fundamental lidam com a ideia de generalização, se e quais intervenções didáticas podem facilitar a construção deste modo de pensar. Nossas questões de pesquisa são: 1) Como os alunos associam o processo de generalização a partir de uma sequência numérica? 2) Intervenções didáticas facilitam a construção deste modo de pensar?

Para tratar dessas questões, o objetivo da pesquisa foi investigar o processo de generalização de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental (11-12 anos) e as possíveis intervenções didáticas que podem ser realizadas na transição entre os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental. Neste extrato da pesquisa, que ora apresentamos, levamos em conta aplicações efetuadas com alunos do sétimo ano.

2 | REFERENCIAL TEÓRICO

O referencial teórico que embasa este estudo é a Teoria Antropológica do Didático (TAD). São contempladas as noções de relação institucional, relação pessoal, praxeologia e ostensivos e não ostensivos, conforme Chevallard (1994, 2002, 2015) e Bosh e Chevallard (1999). Além disso, podemos considerar a nova proposta curricular como uma relação institucional esperada, de acordo com a definição de relação institucional de Chevallard (2015). O adjetivo *esperada* é por nós introduzido, pois não se trata de um programa, mas de um documento de orientação para escolas da Educação Básica brasileira construírem seus currículos dando ênfase aos temas, objetos de conhecimento e respectivas habilidades.

Chevallard desenvolveu sua teoria partindo dos elementos de base da TAD, a saber: objeto, indivíduo e instituição e introduz noções associadas a esses elementos, construindo assim uma teoria por ele considerada quase axiomática. Para o autor, entidades, tanto materiais, quanto imateriais, são consideradas objetos, e ele as representa pela letra *o*. Tais entidades existem para determinado indivíduo designado por *x*. A relação desse indivíduo com o objeto é representada por *R(x,o)* e acontece sempre que esses dois elementos interagem entre si, originando o que o autor chama de relação pessoal do indivíduo *x* com o objeto *o* (Chevallard, 2002, 2015).

O conceito de instituição *I* é basilar da TAD e corresponde à relação que a instituição *I* mantém como objeto *o*. A partir do momento em que um indivíduo *x* passa a ocupar determinadas posições nas instituições, ele se torna sujeito dessas instituições e ao se sujeitar a uma instituição *I*, o indivíduo *x* passa a ser sujeito dessa instituição, mantendo com o objeto *o* a relação existente em *I*. Assim, a relação pessoal *R (x, o)* vai se construir ou se modificar, sob a exigência da $R_I(o)$. Isso faz com que Chevallard considere a aprendizagem como uma mudança da relação pessoal do indivíduo para um determinado objeto *o*.

Bosch e Chevallard (1999) consideram a noção de praxeologia uma ferramenta que possibilita modelar com detalhes as práticas matemáticas, tanto do ponto de vista material, como dos saberes matemáticos que fundamentam essas práticas. Eles a definem indicando que ela é composta de tipos de tarefas (T) que, para serem executadas, necessitam de pelo menos uma técnica (τ). O par - tipo de tarefa e técnica- está associado ao saber fazer, exigindo assim que a técnica seja compreendida e justificada, o que conduz os autores a considerarem a noção de tecnologia (θ) da técnica. Contudo esta também precisa ser compreendida e justificada, o que leva à tecnologia da tecnologia denominada teoria (Θ), formando assim um ambiente tecnológico-teórico associado ao saber. Portanto, os autores definem praxeologia como a quádrupla formada por tipo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria.

As noções de ostensivo e não ostensivo, introduzidos por Chevallard (2002, 2015), são adotadas nas análises, pois os ostensivos são a parte visível do desenvolvimento das técnicas e os não ostensivos são os conceitos, noções, ideias que são utilizados, mesmo sem serem mencionados, durante a aplicação de uma determinada técnica para resolver um tipo de tarefa. O autor nos indica que há objetos que assumem uma forma material, que podem ser manipulados, não só pelo sentido tátil estrito, como uma régua, por exemplo, mas também por sentido mais amplo, como por gestos, pelo olhar. Dessa forma, uma caneta, um gesto descritivo, palavras, desenhos, são classificados pelo autor como ostensivos. Em compensação, ideias, conceitos, noções, só podem ser evocados pela manipulação dos ostensivos a eles associados, o que corresponde aos não ostensivos, que só podem ser evocados por meio da manipulação dos ostensivos. A manipulação dos ostensivos exigindo a evocação dos não ostensivos, assim como a evocação dos não ostensivos por meio da manipulação dos ostensivos indica a relação dialética entre eles. Por exemplo: Escrever $2x + 3 = 0$ é um ostensivo que possibilita identificar e manipular uma equação do primeiro grau, cujo não ostensivo é o conceito propriamente dito de equação do primeiro grau.

Isso conduz Bosch e Chevallard (1999) a afirmarem que não existem ostensivos sem não ostensivos, ainda que os primeiros possam ser diretamente acessíveis aos sentidos. Existe assim uma dialética entre esses objetos, já que a manipulação dos ostensivos é feita por meio dos não ostensivos e, em contrapartida, estes últimos são evocados com a ajuda dos primeiros. Os autores mostram que nossa relação com os objetos ostensivos e não ostensivos é o resultado de uma aprendizagem, portanto uma construção institucional.

Nessa perspectiva, podemos inferir que os objetos matemáticos são, em essência, classificados como não ostensivos, os quais só podem ser acessados pela manipulação dos ostensivos associados. Dessa forma, as ideias fundamentais que compõem a Matemática, citadas na introdução desse trabalho, precisam que sua manipulação seja feita na forma de definições, representações em forma de desenho, gráfico, tabelas, fórmulas etc.

3 | METODOLOGIA

A metodologia desta pesquisa é qualitativa, utilizando os métodos da pesquisa documental, de acordo com Lüdke; André (2013) e o estudo de caso conforme Yin (2005), uma vez que se trata de uma pesquisa empírica, que tem como escopo estudar um fenômeno contemporâneo que ocorre em contexto de vida real e para o qual é importante identificar os limites entre o fenômeno e o contexto. Utilizamos ainda a noção de estudo de caso, segundo Lüdke; André (2013), pois para essas autoras, o estudo de caso significa partir de pressupostos teóricos iniciais e estar constantemente atento a novos elementos que possam surgir para discutir a problemática em foco. Em nosso caso, trata-se do fenômeno de introdução da álgebra simbólica a partir do fortalecimento do pensamento algébrico, o que corresponde a um novo contexto para o Ensino Fundamental - anos iniciais e finais nas escolas brasileiras.

Em relação à pesquisa documental, analisamos documentos contemporâneos e/ou retrospectivos considerados cientificamente autênticos e, para o estudo de caso, construímos um instrumento para aplicar aos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental e analisar os resultados em termos de desenvolvimento do pensamento algébrico e possibilidades de iniciar a introdução à álgebra simbólica por meio da noção de equação. O documento analisado neste trabalho foi a BNCC e suas indicações para a introdução à Álgebra no Ensino Fundamental - anos iniciais. Isto nos auxiliou a construir um instrumento de investigação para alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental - anos finais, objeto do estudo deste artigo.

Para o estudo de caso, construímos e aplicamos uma atividade a um grupo de 29 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. O instrumento de investigação foi concebido pela primeira autora deste artigo e continha as seguintes tarefas: 1) Indicar o resultado das operações. 2) Encontrar padrões nas operações e nos resultados. 3) Indicar o resultado das operações para valores superiores aos que eram dados no enunciado.

4 I RESULTADOS ENCONTRADOS

A análise da BNCC nos possibilitou identificar que, em primeiro lugar, houve ampliação no número de unidades temáticas: de quatro para cinco, além de uma diversificação. As unidades anteriores eram: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Já os temas atuais são: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. Fazendo uma correspondência entre os temas, aparece o seguinte:

Temáticas anteriores	**Temáticas para a BNCC**
Números e Operações	Números
Espaço e Forma	Geometria
Grandezas e Medidas	Grandezas e Medidas
Tratamento da Informação	Probabilidade e Estatística
---	Álgebra

Quadro 1 – Comparação entre temáticas curriculares.

Fonte: Os autores.

O tema Álgebra aparece, portanto, como temática única, o que não ocorria antes. Probabilidade também surge designada como tema principal no lugar de Tratamento da Informação. Anteriormente, Álgebra, Probabilidade e Estatística eram trabalhadas implicitamente nos outros temas por meio da articulação dos conceitos e noções relacionados aos outros quatro temas. Contudo precisamos destacar que tais ideias podem não ter sido tratadas nessa articulação.

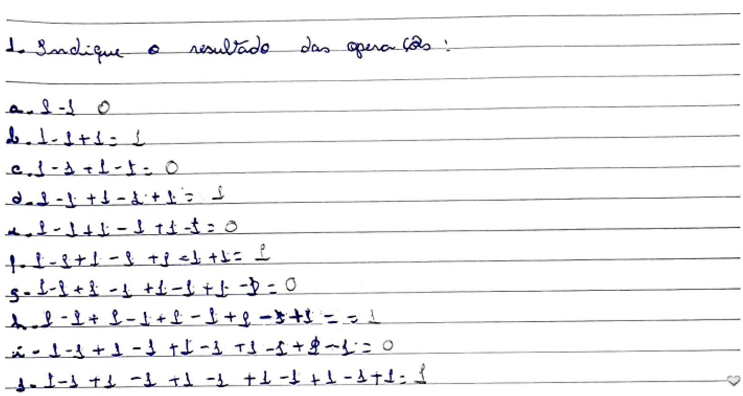
Analisando a BNCC, nos anos iniciais, observamos que os objetos de saber são indicados por meio das habilidades a serem desenvolvidas, ficando a cargo do professor construir as praxeologias específicas para cada ano, considerando os conhecimentos prévios dos alunos e, mais particularmente, os ostensivos possíveis de serem manipulados. Não se espera a manipulação dos símbolos algébricos nos dois primeiros anos; os ostensivos oral e figural nos parecem os mais adequados, seguidos gradativamente dos ostensivos numéricos e geométricos para o reconhecimento dos padrões nas sequências indicadas no documento.

Desse modo, ao considerarmos as habilidades como tipos de tarefas, compete ao professor elaborar para cada tipo de tarefa um conjunto de tarefas, que podem variar segundo as possibilidades de aplicação de determinadas técnicas que, por sua vez, dependem dos conceitos e noções que os alunos são capazes de mobilizar. Esses conceitos e noções dependem dos conhecimentos prévios dos alunos, que poderão ser articulados por meio dos objetos de conhecimento pertinentes aos temas indicados para serem desenvolvidos desde o primeiro ano do Ensino Fundamental.

É importante ressaltar que, para desenvolver as praxeologias associadas aos objetos de conhecimento dos temas propostos, considerando as habilidades como tipos de tarefas, o professor precisa dispor de conhecimento dos temas, dos objetos de aprendizagem e das habilidades anteriores e posteriores à classe que está trabalhando para identificar os conhecimentos prévios dos alunos e assim propor situações que favoreçam aos alunos ampliarem seus conhecimentos. Não se trata apenas de construir determinadas tarefas associadas a uma habilidade, mas uma tarefa que leve em conta os conhecimentos prévios e o novo conhecimento que se deseja desenvolver.

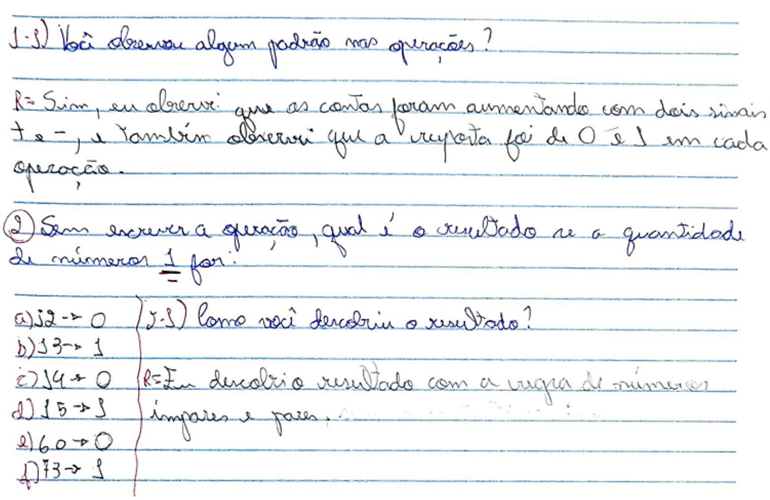
É importante observar que, dos 29 alunos que participaram da pesquisa, 15 já haviam desenvolvido uma outra atividade centrada na mesma habilidade no ano anterior. Na ocasião, os alunos frequentavam o 6º ano do Ensino Fundamental. Nesse estudo anterior, a análise dos resultados obtidos mostrou que o grupo estava apto para trabalhar com a ideia de generalização. Para tanto, ampliando nossa investigação, a qual subsidiará uma tese, nos parece importante ampliar as possibilidades de estudo, não se restringindo a uma ou duas habilidades, mas ao optar por desenvolver a pesquisa no 7º ano, precisamos identificar os conhecimentos prévios dos alunos em relação às habilidades anteriores para tentar desenvolver novas habilidades que precisam responder, tanto às indicações para o ano a serem tratadas, como às possibilidades de tratamento de novas habilidades nos anos subsequentes.

Para a tarefa proposta, a técnica esperada era a da observação das regularidades, tanto nos resultados, como na apresentação das operações. A tecnologia corresponde à própria técnica e a teoria está associada às operações de adição de números naturais. O desenvolvimento do pensamento algébrico foi considerado em função dos conhecimentos prévios dos alunos, os quais participam da mudança indicada na BNCC, mas não passaram por todas as etapas consideradas por esse novo documento. O motivo é que esses alunos terminaram o Ensino Fundamental - anos iniciais no mesmo ano em que se implementou a BNCC; logo, seguiram o modelo antigo, um problema que precisa ser compreendido pelo professor e que conduz a uma nova organização e planejamento das aulas. Nas figuras 1 e 2, são apresentados extratos de protocolos dos alunos.


1. Indique o resultado das operações:

a. 1-1 0
b. 1-1+1= 1
c. 1-1+1-1= 0
d. 1-1+1-1+1= 1
e. 1-1+1-1+1-1=0
f. 1-1+1-1+1-1+1= 1
g. 1-1+1-1+1-1+1-1=0
h. 1-1+1-1+1-1+1-1+1= =1
i. 1-1+1-1+1-1+1-1+1-1=0
j. 1-1+1-1+1-1+1-1+1-1+1= 1

Figura 1 – Protocolo de uma resposta


1.1) Você observou algum padrão nas operações?

R= Sim, eu observei que as contas foram aumentando com dois sinais + e -, e também observei que a resposta foi de 0 e 1 em cada operação.

2) Sem escrever a operação, qual é o resultado se a quantidade de números 1 for:

a) 12 -> 0
b) 13 -> 1
c) 14 -> 0
d) 15 -> 1
e) 60 -> 0
f) 73 -> 1

2.1) Como você descobriu o resultado?

R= Eu descobri o resultado com a regra de números ímpares e pares.

Figura 2 – Protocolo de uma resposta

As figuras 1 e 2 permitem observar que o aluno foi capaz de encontrar a regularidade esperada, associando aos seus conhecimentos prévios sobre números pares e ímpares. Ressaltamos assim que BNCC - documento de âmbito nacional - ao conceder um destaque especial ao tema Álgebra, como uma temática única ao lado de outras quatro, e indicando que o pensamento algébrico precisa ser desenvolvido desde as séries iniciais e articulado com os outros temas, pode ser um elemento que auxilie a melhorar a qualidade do ensino nas escolas brasileiras. Todavia, como mostra nosso extrato de um aluno do 7º ano, é preciso que os professores estejam atentos e preparem tarefas que auxiliem os alunos na construção e ampliação de seus conhecimentos, sendo um ponto crucial propor tarefas que levem em conta os conhecimentos prévios dos alunos, mesmo que esses estejam em defasagem com a proposta para um determinado ano. Esse problema será mais sentido em relação ao tema Álgebra, uma vez que o desenvolvimento do pensamento algébrico desde o primeiro ano do Ensino Fundamental iniciou-se há apenas um ano.

Trata-se de uma situação inédita no País, já que o estudo da álgebra iniciava-se no 7º ano do Ensino Fundamental - ano finais, considerando apenas a álgebra simbólica. Esse fato indica a necessidade de cursos de formação de professores, como os de Ponte, Branco e Matos (2009), e da construção de materiais adequados à nova proposta que, segundo nosso ponto de vista, poderia ter sido implementada como em alguns outros países, ou seja, de forma gradativa, o que tornaria possível identificar as condições e restrições para tentar acertar o que estava implementado e evitar alguns problemas e dificuldades no que estaria sendo implementado.

De todo modo, julgamos necessário o trabalho com padrões numéricos, para o qual nos parece importante identificar praxeologias que podem ser adotadas a fim de desenvolver o pensamento algébrico por meio do trabalho com a ideia de generalização e, na sequência, introduzir a álgebra simbólica de uma forma menos assustadora para os alunos. O estudo de tarefas que podem ser consideradas simples e corriqueiras, mas que desafiem os alunos, pode auxiliar no desenvolvimento de uma relação pessoal mais amigável com a Matemática, atingindo assim novos objetivos, desde que sejam tratadas de forma adequada pelos professores. Essa estratégia também pode mudar os resultados das macroavaliações,as quais tendem a mostrar que a partir do 7º ano, grande parte dos alunos não ampliam seus conhecimentos, uma situação que se agrava para os outros anos do Ensino Fundamental e, mais particularmente, para o Ensino Médio.

A experiência com esse grupo de alunos mostrou que eles receberam a tarefa de forma bem tranquila e demonstraram interesse em desenvolvê-la. Os alunos foram incentivados a pensar primeiramente de forma individual e, à medida que compreendiam a atividade, eram convidados a socializar seus resultados. A discussão foi muito interessante. Claramente, o uso do ostensivo oral foi propício à faixa etária. Além disso, a intervenção didática que pareceu mais adequada foi o questionamento feito pela professora, o que por meio de uso mais constante desse tipo de proposta de estudo pode vir a ser um hábito entre os alunos. Finalmente, observamos que os resultados encontrados revelam que os alunos do 7º ano foram capazes de identificar padrões e generalizar resultados. Alguns alunos (poucos) conseguiram prever o resultado para valores muito maiores e que não constavam da tarefa, o que pode melhorar com a participação mais ativa deles nas aulas, indicando a necessidade de mudança no papel do professor e do aluno.

5 I CONCLUSÃO

Buscamos investigar, neste estudo, como os alunos associam o processo de generalização a partir de uma sequência numérica proposta e se intervenções didáticas facilitam a construção deste modo de pensar. Estes alunos encontram-se em fase de transição, prestes a terem contato com conteúdos Álgebra simbólica, os quais exigem um tratamento mais formal, mas que também podem ser trabalhados por meio de tipos de tarefas que considerem seus conhecimentos prévios e favoreçam a reflexão mediada pelo professor.

A análise dos resultados sugere que estes alunos podem generalizar informalmente, sem tratamento literal, sequências numéricas, ou seja, eles ainda não fizeram a passagem da Aritmética para a Álgebra. Eles foram incentivados a perceber que é possível fazer uma previsão para resultados que contemplem sequências muito maiores, sem fazer o uso da escrita, apenas observando o padrão dos resultados. Ainda que poucos alunos tenham percebido essa possibilidade, após a discussão dos resultados e da mediação da professora, o grupo compreendeu o objetivo da tarefa proposta. Isso faz com que continuemos insistindo sobre esse tipo de tarefa associada ao desenvolvimento do pensamento algébrico, mas ao mesmo tempo precisamos passar para a outra fase da pesquisa, a qual é introduzir a álgebra simbólica para facilitar a manipulação e a interpretação dos resultados. Os resultados analisados por meio das ferramentas teóricas da TAD mostraram a importância da construção, por parte do professor, de praxeologias adequadas às suas turmas, levando em conta o conhecimento prévio dos alunos e a utilização dos ostensivos adequados. Em relação aos alunos que participaram também da pesquisa anterior, observamos que um número maior optou pelo ostensivo escritural, já que no ano anterior o ostensivo oral foi dominante, o que parece mostrar que não podemos deixar de lado o ostensivo oral.

REFERÊNCIAS

BOSCH, Mariana & CHEVALLARD, Yves. La sensibilité de l’activité mathématique aux ostensifs. **Recherches en didactique des mathématiques.** Grenoble: 19(1), 1999. p. 77-123.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular – BNCC, 2018. Disponível em : <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/download-da-bncc/>. Acesso em 25 abr. 2018.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da Matemática.** Lisboa, Gradiva, 2010.

CASTRO, Karina de Oliveira; RODRIGUES, Chang Kuo Rodrigues. O pensamento e o raciocínio algébrico no estudo de Função na Educação Básica, 2011. Disponível em: <http://www.lematec.net.br/CDS/XIIICIAEM/artigos/945.pdf>. Acesso em: 17 mar. 2019.

CHEVALLARD, Yves. Ostensifs et non-ostensifsdansl’activitémathématique, 1994. Disponível em <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=125> Acesso em 25 abr. 2018.

CHEVALLARD, Yves. Organiserl’étude .1. Structures&Functions, 2002. Disponível em:<http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Organiser_l_etude_1.pdf)Acessoem 17 mar. 2019.

CHEVALLARD, Yves . Pour uneapprocheanthropologique du rapport au savoir, 2015. Disponível em: <http://www.gfen.asso.fr/images/documents/publications/dialogue/dial155_enligne_anthropo_rap_savoir_chevallard.pdf>. Acesso em: 17 mar. 2019.

KAPUT, J. J. Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by “algebrafying” the K–12 curriculum. In S. Fennel (Ed.), The nature and role of algebra in the K–14 curriculum:**Proceedings of a national symposium**(pp. 25-26). Washington, DC: National Research Council, National Academy Press, 1998, P. 25-26.

KAPUT, J. J. Teaching and learning a new algebra with understanding. In E. Fennema & T. Romberg (Orgs.), **Mathematics classrooms that promote understanding.** Mahwah, NJ: Erlbaum, 1999, P. 133-135.

KAPUT, J. J. What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. J. Kaput, D. W. Carraher& M. L. Blanton (Eds.), **Algebra in the early grades**. New York, NY: Routledge, 2008, P. 5-17.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli ElizaD.A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 2013.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles and standards for school mathematics.** Reston, Virgínia: NCTM, 2000

PONTE, João Pedro. P., BRANCO, Neusa, MATOS, Ana. Álgebra no ensino Básico, 2009. Disponível em: <https://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/textos/003_Brochura_Algebra_NPMEB_(Set2009).pdf>. Acessoem: 17 mar. 2019.

YIN, Robert K. Introducing the world of education. A case study reader. Thousand Oaks: Sage Publications, 2005.

SOBRE OS ORGANIZADORES

AMÉRICO JUNIOR NUNES DA SILVA - Professor do Departamento de Educação da Universidade do Estado da Bahia (Uneb - Campus VII) e docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Territórios Semiáridos - PPGESA (Uneb - Campus III). Doutor em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Mestre em Educação pela Universidade de Brasília (UnB), Especialista em Psicopedagogia Institucional e Clínica pela Faculdade Regional de Filosofia, Ciências e Letras de Candeias (IESCFAC), Especialista em Educação Matemática e Licenciado em Matemática pelo Centro de Ensino Superior do Vale do São Francisco (CESVASF). Foi professor e diretor escolar na Educação Básica. Coordenou o curso de Licenciatura em Matemática e o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) no Campus IX da Uneb. Foi coordenador adjunto, no estado da Bahia, dos programas Pró-Letramento e PNAIC (Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa). Participou, como formador, do PNAIC/UFSCar, ocorrido no Estado de São Paulo. Pesquisa na área de formação de professores que ensinam Matemática, Ludicidade e Narrativas. Integra o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (CNPq/UFSCar), na condição de pesquisador e do Grupo Educação, Desenvolvimento e Profissionalização do Educador (Uneb/PPGESA), na condição de vice-líder. É editor-chefe da Revista Baiana de Educação Matemática (RBEM), uma publicação do PPGESA da Uneb em parceria com o Campus VII da mesma instituição e com o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano (IF Sertão-PE).

ANDRÉ RICARDO LUCAS VIEIRA - Doutorando em Educação pela Universidade Federal do Sergipe - UFS/PPGED. Mestre em Educação de Jovens e Adultos pela Universidade do Estado da Bahia - UNEB/MPEJA (2018), com Especialização em Tópicos Especiais de Matemática (2020), Ensino de Matemática (2018), Educação de Jovens e Adultos (2016), Matemática Financeira e Estatística (2015) e Gestão Escolar (2008). Licenciado em Matemática pela Universidade Nove de Julho (2000). Atualmente é professor efetivo do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano - IF Sertão/PE. Coordenou o Curso de Licenciatura em Matemática pelo Plano Nacional de Formação dos Professores da Educação Básica - PARFOR pela Universidade do Estado da Bahia - UNEB, Campus XVI - Irecê-BA. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Formação de Professores e Tecnologias da Informação e Comunicação - FOPTIC (UFS/CNPq). É editor assistente da Revista Baiana de Educação Matemática - RBEM, uma publicação do Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Territórios Semiáridos - PPGESA da Universidade do Estado da Bahia - UNEB, Campus III - Juazeiro/BA em parceria com o Campus VII - Senhor do Bonfim/BA da mesma instituição e com o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano - IF Sertão-PE, Campus Santa Maria da Boa Vista/PE.

ÍNDICE REMISSIVO

A

B

C

D

E

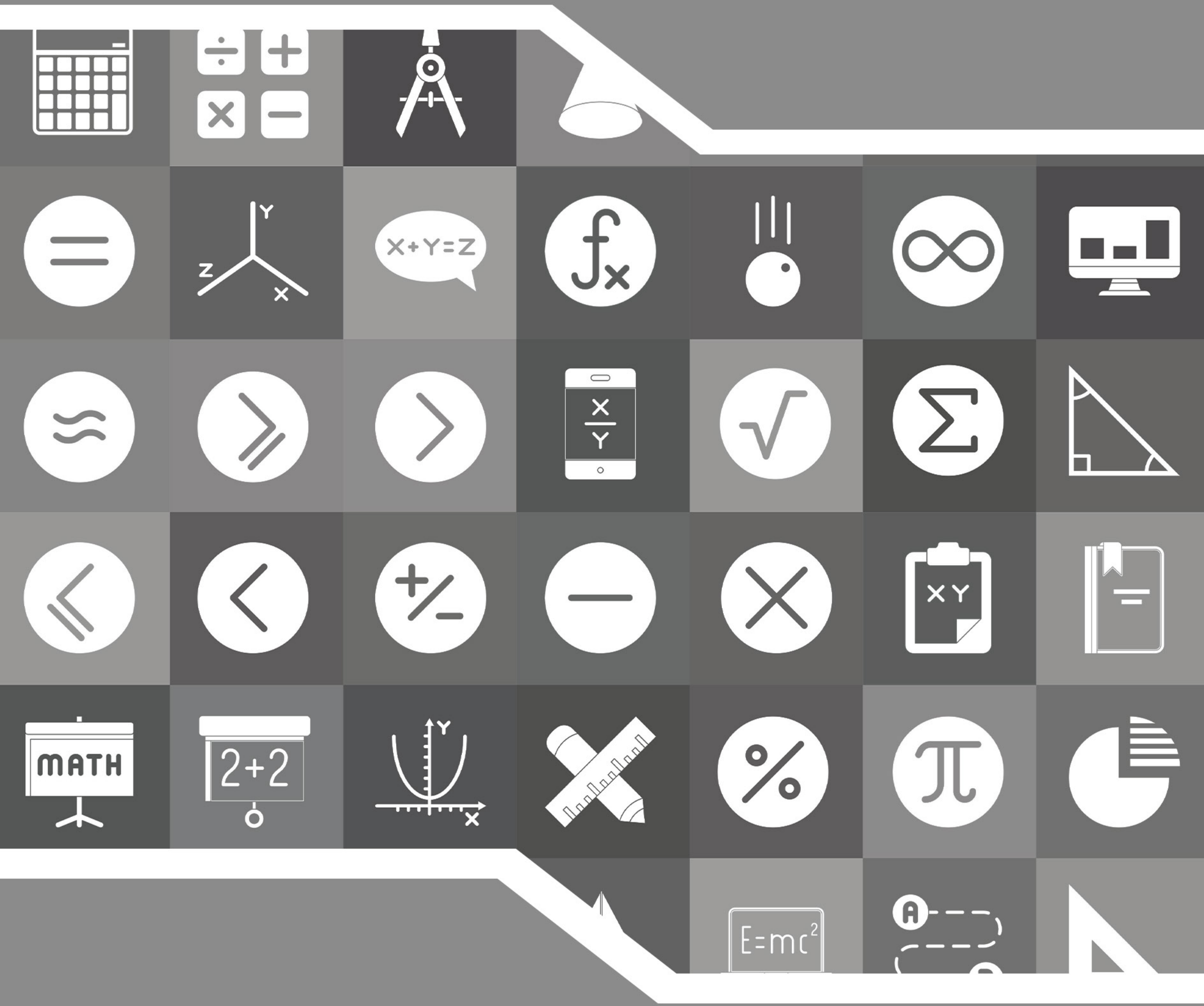
N

P

R

S

Prospecção de Problemas e Soluções nas Ciências Matemáticas 3



www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2020

Prospecção de Problemas e Soluções nas Ciências Matemáticas 3

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2020