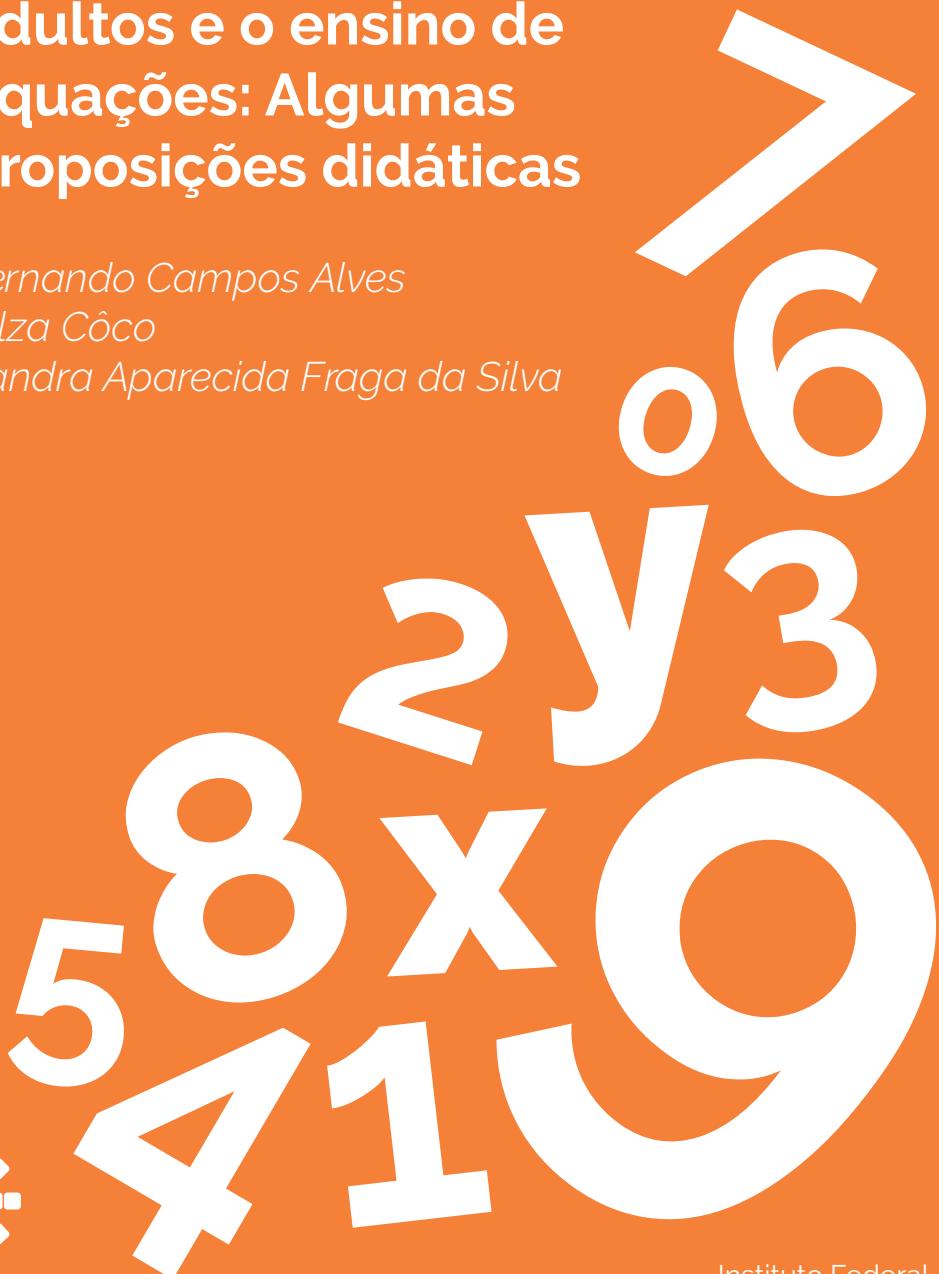


Educação de jovens e adultos e o ensino de equações: Algumas proposições didáticas

Fernando Campos Alves

Dilza Côco

Sandra Aparecida Fraga da Silva



Edifes
Editora do Ifes

Vitória, 2019

Instituto Federal
do Espírito Santo



Instituto Federal do Espírito Santo

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**
Mestrado em Educação em Ciências e Matemática

FERNANDO CAMPOS ALVES
DILZA CÔCO
SANDRA APARECIDA FRAGA DA SILVA

**EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS E O ENSINO DE
EQUAÇÕES: ALGUMAS PROPOSIÇÕES DIDÁTICAS**

Grupo de Pesquisas em Práticas
Pedagógicas de Matemática
(GRUPEM)

Vitória, Espírito Santo
2019

**Copyright @ 2019 by Instituto Federal do Espírito Santo
Depósito legal na Biblioteca Nacional conforme Decreto nº.
1.825 de 20 de dezembro de 1907. O conteúdo dos textos é de
inteira responsabilidade dos respectivos autores.**

**Material didático público para livre reprodução. Material
bibliográfico eletrônico e impresso**

Diagramação: Henzo Lucas e Laísa Oliveira

Capa: Laísa Oliveira

Editora do IFES

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo

Pró-Reitoria de Extensão e Produção

Av. Rio Branco, nº 50, Santa Lúcia Vitória - Espírito Santo - CEP 29056-255 Tel. (27) 3227-5564
E-mail: editoraifes@ifes.edu.br

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática

Rua Barão de Mauá, 30 – Jucutuquara - Sala do Programa Educimat Vitória – Espírito Santo – CEP 29040-780

Comissão Científica

Dr. Alex Jordane - Ifes

Dr^a. Maria Auxiliadora Vilela Paiva - Ifes

Dr^a. Halana Garcez Borowsky - UFRN

Editoração Eletrônica

Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância (Cefor/Ifes)

Produção e Divulgação Programa

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática Centro de Referência em Formação e Educação à Distância Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Alves, Fernando Campos.

A474e Educação de jovens e adultos e o ensino de equações: algumas proposições didáticas [recurso eletrônico] / Fernando Campos Alves, Dilza Côco, Sandra Aparecida Fraga da Silva. – Vitória, ES : Editora Ifes, 2019.

3978Kb: il.; PDF

Publicação Eletrônica.

Modo de acesso: <http://educimat.ifes.edu.br/index.php/produtos-educacionais>

Inclui bibliografia

ISBN: 978-85-8263-502-5

1. Matemática – estudo e ensino. 2. Matemática - equações. 3. Educação de jovens e adultos. 4. Educação matemática. 5. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo. 6. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. I. Côco, Dilza. II. Silva, Sandra Aparecida Fraga da. III. Título.

CDD: 510.7

Bibliotecária: Viviane Bessa Lopes Alvarenga CRB/06-745



INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Reitoria do Ifes

Reitor
Jadir Jose Pela

Pró-Reitor de Administração e Planejamento
Lezi José Ferreira

Pró-Reitora de Desenvolvimento Institucional
Luciano de Oliveira Toledo

Pró-Reitora de Ensino
Adriana Piontkovsky Barcellos

Pró-Reitor de Extensão
Renato Tannure Rota de Almeida

Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-graduação
André Romero da Silva

Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância

Diretoria do Cefor
Mariella Berger Andrade

Coordenadoria Geral De Ensino
Larissy Alves Cotonhoto

Coordenadoria Geral de Pesquisa e Extensão
Márcia Gonçalves de Oliveira

Coordenadoria Geral de Administração
João Paulo Santos

Minicurrículo dos autores

Fernando Campos Alves

Professor de matemática da rede municipal de Vitória/ES, na modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA). Mestre em Educação em Ciências e Matemática pelo programa Educimat/Ifes (2019). Especialista em Educação Profissional Técnica Integrada à Educação Básica na Modalidade de Jovens e Adultos pelo Instituto Federal do Espírito Santo (2010). Especialista em Educação Matemática pela Faculdade Saberes (2006). Licenciado em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Volta Redonda/RJ, Fundação Educacional Rosemar Pimentel – FERP (1986). Graduado em Engenharia Civil pela Faculdade de Engenharia Civil de Barra do Piraí/RJ, FERP (1985). Técnico em Edificações pelo Centro de Ensino Integrado do Colégio Volta Redonda em Volta Redonda/RJ (1976).

Dilza Côco

Professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes), no Campus Vitória. Atua na Área de Ciências Sociais e Humanas, nos cursos de Licenciatura em Matemática e nos Programas de Pós-Graduação em Educação, Ciências e Matemática (Educimat) e Ensino de Humanidades (PPGEH). Doutora (2014) e mestre (2006) em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo/ Ufes e Licenciada em Pedagogia pela Ufes (1997). Pesquisadora do Grupo de Estudos e Pesquisas Educação na Cidade e Humanidades (Gepech) e do Grupo de Pesquisas em Práticas Pedagógicas de Matemática (Grupem), vinculada em ambos à linha de investigação em formação de professores.

Sandra Aparecida Fraga da Silva

Licenciada Plena em Matemática (2000) pela Universidade Federal do Espírito Santo, Mestrado (2004) e doutorado (2009) em Educação com ênfase em Educação Matemática. Professora do Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes Campus Vitória, atuando na licenciatura em matemática e no mestrado profissional em Educação de Ciências e Matemática – Educimat. Pós-doutorado (2018) na Universidade Federal de Santa Maria – UFSM. Tem experiência na área de Educação Matemática, ensino fundamental, médio e superior, atuando principalmente nos seguintes temas: matemática, educação matemática, geometria, laboratório de matemática, grupos de pesquisas e em formações de professores que ensinam matemática. Líder do Grupo de Pesquisa em Prática Pedagógica em Matemática – Grupem e vice-líder do Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo – GEEM-ES. Participa do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática – GEPEMAT/UFSM.

Sumário

Apresentação.....	8
1. Abordagem Histórico-Cultural e o ensino de matemática.....	10
2. Sobre o conceito de Atividade Orientadora de Ensino.....	12
3. Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA).....	15
4. Nexos conceituais da álgebra.....	17
5. A história virtual do conceito.....	19
6. O jogo.....	29
7. A situação emergente do cotidiano.....	43
8. Considerações finais.....	50
9. Referências.....	52
Anexos.....	54

Apresentação

Os cursos de mestrados profissionais no Brasil, na área de ensino, têm como finalidade o desenvolvimento de pesquisas teórico-empíricas que possam contribuir para a qualificação do trabalho pedagógico desenvolvido nas escolas ou em diferentes espaços educativos. Dentre suas características principais está a necessidade das pesquisas gerarem produtos educacionais com potencial para serem compartilhados e utilizados em outros contextos. Nesse sentido, a produção desse material educativo é fruto de pesquisa desenvolvida junto ao mestrado profissional em Educação, Ciências e Matemática (Educimat), do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes/Cefor) e tem por objetivo apresentar algumas possibilidades didáticas para abordar, de modo introdutório, o ensino de equações com estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Destacamos que as proposições didáticas que integram esse livro foram experienciadas com estudantes do ensino da rede pública do município de Vitória/ES.

Tais proposições estão fundamentadas na abordagem Histórico-Cultural, em diálogo com a teoria da atividade, desenvolvida por Leontiev (1978) e o conceito de atividade orientadora de ensino (AOE) elaborada por Moura (2016). Esses referenciais serão detalhados em seções seguintes e foram essenciais para o desenvolvimento de três situações desencadeadoras de aprendizagem organizadas por meio de história virtual, de um jogo e de uma situação emergente do cotidiano.

Outro ponto a destacar é que esse livro constitui mais um número do conjunto das produções do Grupo de Pesquisas em Práticas Pedagógicas de Matemática (Grupem), publicadas pela editora do Ifes, Edifes. As várias publicações desse grupo têm o compromisso de dialogar com os profissionais da educação básica e contribuir para a compreensão da matemática como uma produção cultural importante para o processo de humanização de todos os sujeitos. Esperamos que esse número ofereça subsídios aos professores e ao público em geral interessados em buscar alternativas de ensino para envolver os alunos da EJA e mobilizar relações mais produtivas com o conhecimento matemático, em especial com a linguagem algébrica.

Para isso organizamos o livro oito seções, incluindo essa apresentação. No capítulo 1 situamos alguns aspectos da abordagem histórico-cultural e o ensino da matemática, em especial relacionadas ao conceito de atividade orientadora de ensino. No capítulo 2 abordamos o conceito de atividade orientadora de ensino, com base em formulações de Moura (2016). No capítulo 3 comentamos sobre as situações desencadeadoras de aprendizagem e a sua materialização por meio de uma história virtual do conceito, jogo ou situação emergente do cotidiano. No capítulo 4 desenvolvemos discussões sobre nexos conceituais da álgebra (fluência, variável e campo e variação) para então apresentar nos capítulos 5, 6 e 7 algumas proposições didáticas envolvendo três situações desencadeadoras de aprendizagem.

1

Abordagem Histórico-Cultural e o ensino de matemática

O ensino de matemática pode ser pensado sob diferentes perspectivas teóricas, dentre elas a abordagem histórico-cultural. Nessa vertente, os vários conhecimentos sistematizados ao longo do tempo, dentre eles o acervo de produções da matemática, constituem um legado da humanidade para as novas gerações. Esse legado, de natureza social e histórica, está em contínuo processo de elaboração, mudanças e ampliação, considerando as novas necessidades criadas e a crescente complexificação das atividades humanas.

Segundo Vigotski (2007), a apropriação desse legado histórico marca a natureza social do desenvolvimento humano, e pode ocorrer por meio da socialização primária, no contexto das relações familiares e do cotidiano. Contudo, a escola desempenha uma função importante e essencial nesse processo, pois foi a instituição criada para socializar e democratizar os conhecimentos elaborados.

Assim, a escola realiza uma atividade especial, pois se encarrega de imprimir o humano (conhecimento produzido historicamente) no humano (estudantes). Com esse trabalho, atende uma necessidade que é coletiva, compartilhar os conhecimentos com as novas gerações e garantir a apropriação da cultura, a fim de constituir um novo membro do gênero humano. Para isso, a escola precisa organizar o ensino com intencionalidades formativas, visando criar condições para que os sujeitos possam desenvolver suas funções psíquicas superiores (atenção voluntária, memória lógica, formação de conceitos, pensamento abstrato, imaginação, etc.). Vigotski (2001) explica que essas funções marcam a distinção do homem em relação aos outros seres.

Ao desenvolver a capacidade de lidar com signos e instrumentos, o homem se relaciona com a natureza e com os outros seres humanos de modo que supera as relações imediatas. A sua atuação no mundo é inicialmente idealizada, imaginada e em confronto com as condições concretas da realidade, cria possibilidades novas de objetivar suas idealizações. Nesse processo a dimensão teórica e prática está em constante movimento e conexão, estruturando novas qualidades ao pensamento e a constituição da consciência.

Diante dessas considerações em relação ao significativo lugar que a escola ocupa na formação humana, em nossa pesquisa realizada no mestrado profissional do Educimat, buscamos sistematizar algumas situações de ensino para que estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA) pudessem se aproximar da linguagem algébrica. Para isso buscamos analisar contribuições de:

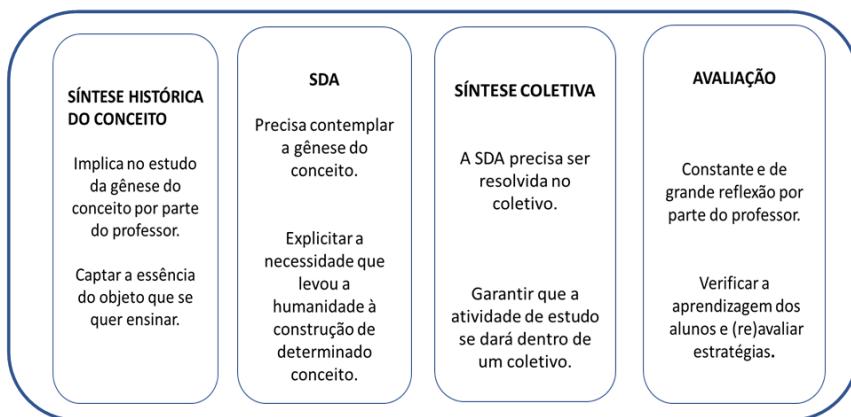
Tarefas de ensino sistematizadas com base no conceito de atividade orientadora de ensino para introduzir o ensino de equações.

É importante situar que o conceito de atividade orientadora de ensino foi formulado por Moura (2016) tomando como referência a teoria da Atividade, proposta por Leontiev (1978). Essa teoria afirma que o homem age no mundo por meio do trabalho e desse modo altera a natureza, os outros e a si mesmo quando está movido por necessidades. Essas necessidades, sejam elas de ordem biológica ou cultural, motivam os sujeitos a agir na direção de um objetivo. Para isso, faz algumas escolhas e realiza ações e operações que julga pertinentes e adequadas ao alcance dos objetivos propostos. Leontiev (1978) realça que quando esses elementos (necessidades, motivos, ações e operações, objetivos) estão articulados, o sujeito realiza ou está em uma atividade. Assim, em nossas propostas utilizamos o termo atividade de modo conceitual, conforme proposto por Leontiev (1978) e não no sentido usual, corriqueiro, comum que muitas vezes pode ser tomado para denominar tarefas de ensino.

Sobre o conceito de atividade orientadora de ensino

Esse conceito, AOE, foi formulado e desenvolvido por Moura (2016), professor e pesquisador da área de educação matemática, da Universidade de São Paulo. Suas proposições indicam que a atividade pedagógica envolve vários elementos que estão articulados. Parte da premissa que para organização do ensino é necessário compreender o processo histórico de constituição dos conhecimentos matemáticos produzidos pela humanidade. Desse modo, indica que esse processo de compreensão leva ao entendimento dos nexos conceituais, favorecendo assim a organização do ensino com intencionalidades. Sobre os elementos da AOE. Marafiga (2019) apresenta um esquema (Figura 1):

Figura 1 – Esquema



Fonte: Marafiga (2019)

Moura (2016)¹ apresentou o conceito de atividade orientadora de ensino como estratégia importante para estabelecer conexões entre o trabalho de ensinar e aprender, no nosso caso a matemática. Para o autor, as atividades de ensino nessa abordagem evidenciam a síntese do currículo “[...] ao articular objetivo, conteúdos, métodos e concepções sobre o conhecimento e como este se constrói” (MOURA, 2016, p. 111). Para Moura, Sforni e Lopes (2017) o ensino como atividade se realiza na atividade orientadora de ensino, que se torna mediadora entre os conhecimentos teóricos e as atividades de ensino do professor e de aprendizagem dos estudantes.

Moura (2000) discute esse conceito de atividade orientadora de ensino a partir da noção de problema e necessidade. Uma situação-problema incita perguntas que colocam os conhecimentos (empíricos ou teóricos) do sujeito à prova. Entretanto, a intenção de resolver um problema deve partir de uma necessidade existente que possa motivá-lo e a sua solução depende do nível de conhecimento que o sujeito possui e que será determinante para o seu modo de agir.

Para Moura (2016) as atividades orientadoras de ensino indicam uma necessidade, um motivo real, objetivos e propõem ações que consideram as condições locais. A AOE tem uma dimensão mediadora ao se tornar em um modo de realização de ensino e aprendizagem dos sujeitos. Outra característica da AOE é que a resolução de uma situação- problema deverá ser feita em conjunto pelos estudantes, ou seja, deve propiciar a execução de ações de forma coletiva, essencial na organização da AOE.

O ato intencional da AOE depende da qualidade da sua mediação. A AOE é uma atividade construída na relação entre professor/estudante e leva o professor a refletir, constantemente nesse processo, sobre os resultados de suas ações, bem como dos objetivos propostos (MOURA, 2016) criando nos estudantes a necessidade de apropriação de novos conceitos.

¹ 1^a edição em 2010.

3

Situações desencadeadoras de aprendizagem

A situação desencadeadora de aprendizagem (SDA) tem que ser capaz de proporcionar o surgimento do motivo da aprendizagem, despertando os procedimentos de aprendizagem no estudante que se prepara para apreender um conceito que considera importante. A seleção ou escolha de uma SDA não é tarefa banal ou corriqueira, como sinalizamos, requer do professor que a organiza detenha conhecimento acerca da dimensão histórica do conceito e de como ele se desenvolveu logicamente (MOURA, SFORNI e LOPES, 2017). Uma SDA pode ser materializada por meio de três modalidades: história virtual, jogo ou situação emergente do cotidiano.

HISTÓRIA VIRTUAL DO CONCEITO

Trata-se de “uma narrativa que permite ao estudante se envolver na solução de um dado problema de forma análoga àquela vivida pelos nossos antepassados” (MOURA, 2016).

O JOGO

O jogo é um “procedimento que favorece o ensino ao colocar o estudante diante de uma situação-problema parecida com aquela vivida pelos nossos antepassados ao lidar com conceitos matemáticos” (MOURA, 2016).

SITUAÇÕES EMERGENTES DO COTIDIANO

São situações que colocam os estudantes diante da necessidade de conhecer e experimentar a resolução de questões consideradas relevantes para eles. Deve levar a compreensão de problemas reais da humanidade vividos em um certo tempo de lugar, "sem desprezar as correlações que geraram a necessidade dos conceitos. Ou seja, o surgimento de um problema e a sua solução caminham juntas." (MOURA, SFORNI, LOPES, 2017).

Em nossa pesquisa utilizamos e desenvolvemos três tipos de SDAs, conforme a sequência a seguir:

- História virtual do conceito, O Diário do Sr. Tobias;
- Jogo de dardos;
- Situação emergente do cotidiano, Orçamento Familiar.

Um dos objetivos do ensino da álgebra é a formação dos conceitos algébricos e de seus nexos conceituais – variável, campo de variação e fluência. A formação de conceitos algébricos não se dá de forma automática, mas ao longo do tempo de frequência ou de permanência dos estudantes na escola. Assim, é indispensável que o professor entenda o movimento lógico e histórico dos conceitos algébricos, bem como o programa de ensino tenha sido elaborado com fundamento nesse movimento (SOUZA, PANOSSIAN, CEDRO, 2014).

A utilização de SDA no ensino da álgebra, ou de conceitos de equações de 1º grau, visa criar nos estudantes a necessidade de apropriação desses conceitos, por meio de ações realizadas com o intuito de solucionar problemas. Nessa busca de soluções os sujeitos se colocam em atividade de aprendizagem, ou seja, necessitam apossar-se dos conhecimentos historicamente produzidos e acumulados pela humanidade (MOURA, 2016).

A utilização desses recursos metodológicos despertou nos estudantes a necessidade da apropriação de conceitos propícios para a solução das questões apresentadas. Outro ponto interessante é a relação histórica do conceito com o desenvolvimento da humanidade: essas situações permitem aos estudantes perceberem o movimento histórico do conceito sem a necessidade de reviver todo o seu processo histórico, o que demandaria tempo e seria para alguns, enfadonho (MOURA, 2016).

4

Nexos conceituais da álgebra

Os nexos conceituais da álgebra são construídos, de forma contínua, ao mesmo tempo que nos constituímos humanos. Nessa condição, são lógicos e históricos e se tornam a conexão aos conceitos historicamente produzidos por inúmeras sociedades. Considerando a sua natureza contínua nunca estão completos e finalizados (SOUSA, PANOSIAN, CEDRO, 2014).

Entendemos o termo nexo conceitual como o elemento de ligação entre as formas de pensar o conceito e que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens do conceito. Os nexos conceituais que respaldam os conceitos compreendem a lógica, a história, as abstrações e as formalizações do pensamento do homem ao longo do seu processo de humanização por meio do conhecimento (SOUSA, PANOSIAN, CEDRO, 2014).

O lógico-histórico do conceito é constituído pelos nexos internos. Os nexos externos são formais, ficam por conta da linguagem e referem-se aos elementos percepíveis do conceito. O pensamento teórico contém os nexos internos, o movimento lógico-histórico do objeto estudado (SOUSA, PANOSIAN, CEDRO, 2014).

Ensinar somente com fundamento nos nexos externos implica resultados limitados. Os desafios gerados por essa abordagem estariam na falta de subjetividade do estudante e formação do pensamento teórico – responsável pela generalização dos conceitos. Os nexos internos dos conceitos que o professor ensina deveriam estar sempre presentes nos conteúdos de sala de aula. As abstrações ocorrem nos momentos em que o professor ensina e nos quais os estudantes aprendem os conceitos matemáticos. Em se tratando de conteúdos algébricos é indispensável compreender o movimento que se processa no pensamento nesse momento. Assim, é indispensável que o professor entenda o movimento lógico e histórico dos conceitos algébricos, bem como o programa de ensino tenha sido elaborado com fundamento nesse movimento. O estudo desse movimento proporciona condições para que o professor desenvolva nos estudantes o pensamento teórico (SOUSA, PANOSIAN, CEDRO, 2014).

Um dos objetivos do ensino da álgebra é a formação dos conceitos algébricos e de seus nexos conceituais – variável, campo de variação e

fluência. Cada uma das situações desencadeadoras da aprendizagem que realizamos na pesquisa, abordou um desses nexos conceituais:

- Na história virtual do conceito, *O Diário do Sr. Tobias*, a fluência;
- No jogo de dardos, a variável;
- Na situação emergente do cotidiano, *Orçamento Familiar*, o campo de variação.

Para Caraça (2016) a fluência indica a impermanência, ou seja, que nada permanece igual, tudo se transforma, todas as coisas no mundo estão em permanente mudança. Os símbolos numéricos e o conceito de número não permitiram compreender a realidade que flui – que está em permanente mudança. As diversas manifestações da linguagem algébrica ao longo do desenvolvimento da humanidade (álgebra retórica, sincopada, geométrica e simbólica) surgiram em virtude das limitações do conhecimento aritmético para a compreensão do mundo (PANOSSIAN, SOUSA, MOURA, 2017). A necessidade em compreender um mundo em permanente transformação propiciou e demandou a manifestação do conhecimento algébrico.

Para Caraça (2016), a representação simbólica permitiu introduzir o conceito de variável. Ou seja, um conjunto qualquer de número, identificado como B, finito ou infinito, onde um símbolo (por exemplo a letra y) representa qualquer um dos seus elementos. Nessa condição, esse símbolo (y) é chamado de variável. Essa representação simbólica para os elementos de um dado conjunto possibilitou a generalização. O entendimento do nexo conceitual variável foi possibilitado graças ao recurso simbólico criado por Viète² que permitiu generalizações teóricas associando símbolos às quantidades conhecidas e desconhecidas. Para Caraça (2016), o conceito de variável possui um caráter contraditório, uma vez que a variável é e não é cada um dos elementos do conjunto considerado. Sousa, Panossian, Cedro (2014) questionam o ensino da álgebra que se utiliza da definição de incógnita para a explicação do conceito de variável.

Para Caraça (2016) o campo de variação é fundamental para a existência de uma variável. Por exemplo, uma variável real contínua tem seu campo de variação entre os números reais, uma variável inteira tem seu campo de variação no conjunto dos números naturais. Ou seja, uma variável, para existir, depende do seu domínio, do seu campo de variação.

² Matemático francês que iniciou a álgebra simbólica no século XVI (EVES, 1995)

5

A história virtual do conceito

O diário do Sr. Tobias (Figura 2) foi a nossa primeira tarefa. É uma história virtual do conceito cujo personagem tem a preocupação de registrar os movimentos quantitativos, cujos registros são minuciosos, bem detalhados. Foi utilizada por Cedro (2004) em sua dissertação de mestrado “O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: O clube de Matemática”.

Figura 2 – Diário do Sr. Tobias

O diário do Sr.Tobias

O Sr. Tobias é uma pessoa como você. Ele tem sua família, trabalha, paga os seus impostos, diverte-se, etc. Porém, o Sr. Tobias tem um hábito muito interessante. Como ele é uma pessoa bastante metódica, ou seja, sempre faz as coisas com uma total ordenação, ele possui um diário, em outras palavras, um livro onde escreve todos os movimentos que ocorrem na sua vida, principalmente aqueles relacionados às questões financeiras. Veja umas das páginas do Dário do Sr. Tobias:

OUTUBRO

TERÇA 01

Hoje, às oito horas do dia primeiro de outubro de dois mil e dois, sob as graças do senhor, iniciei mais um dia de minha vida. Às nove horas saí de casa para ir trabalhar e deixar as crianças na escola. No caminho parei no posto para abastecer o carro. Eu gastei cinquenta reais de combustível, colocando pouco menos de vinte e oito litros de gasolina. Ao deixar as crianças na escola dei cinco reais para o Júnior e dez reais para Joana.

E por aí foi o registro do Sr. Tobias.

Fonte Cedro (2004)

O Diário do Sr. Tobias permite ao estudante se envolver na solução de um dado problema de forma análoga àquela vivida pelos nossos antepassados (MOURA, 2016). Deve propiciar aos estudantes entender as circunstâncias dos problemas reais da humanidade vividos em um certo tempo e lugar, sem desprezar as correlações que geraram a necessidade dos conceitos. A gênese de um conceito surge a partir de um problema real que emergiu das relações sociais de uma determinada comunidade, e cuja solução foi cria dos sujeitos dessa comunidade. Ou seja, o surgimento de um problema e a sua solução caminham juntas (MOURA, SFORNI, LOPES, 2017).

Figura 3 – Diário

Os estudantes registrarão, durante um período de tempo (uma semana), os seus gastos diários, tendo como exemplo o Sr. Tobias

Mês	
Dia	

Fonte Cedro (2004)

O objetivo é que essa história virtual motive os estudantes na elaboração de um diário pessoal (Figura 3) no período de uma semana com registros dos movimentos quantitativos por ele realizados, que, ao fim desse período, sintam a necessidade de uma nova forma de controle das quantidades, percebendo as limitações do instrumento utilizado nesse controle. Com o intuito de verificar as manifestações dos estudantes a esse respeito, distribuímos, ao término do registro semanal, um questionário com quatro perguntas (Figura 4).

Figura 4 – Questionário

Somente após a conclusão da semana de anotações no Diário, os estudantes responderão as perguntas abaixo:

- 1) Que problema essa forma de registrar o movimento diário de sua vida traz para o Sr. Tobias?
- 2) Se por acaso, as atividades diárias do Sr. Tobias aumentarem consideravelmente é possível que ele continue com essa forma de registro? Por quê?
- 3) Afinal, qual é o problema que o Sr. Tobias está enfrentando?
- 4) Como ele pode resolver esse problema?

Fonte: Cedro (2004)

Desenvolvimento da tarefa

A tarefa abordou a linguagem matemática como produção histórica, tendo como nexo conceitual a fluência. Para Caraça (2016) o mundo está em permanente evolução e todas as coisas, a todo momento, se transformam, tudo flui, tudo devém. Ou seja, tudo se altera ou se modifica com

o passar do tempo e assim também ocorreu com a linguagem matemática que se transformou, acompanhando o desenvolvimento da humanidade.

Alguns estudantes tentaram escrever como o Sr. Tobias e outros simplificaram a escrita de seus registros em virtude do tempo que dispunham (ou não).

Na figura 5 apresentamos do diário da estudante “A”³

Figura 5: Diário do estudante “A”

Sexta feira	Dia 15/09/2014 / Sain bei an STPES, gastos: R\$ 6,16, em despesas de pedalini: R\$ 39,00, moça: R\$ 10,00 de passagem, de estudante, gastos: + R\$ 20,00 + R\$ 12,00, mercado: R\$ 24,63, total: + R\$ 146,00
Sábado	Dia 16/09/2014 gastos: salão, pertinho da residência: R\$ 10,00 + passagem: R\$ 10,00, taxa: 10,00, volta: R\$ 40,00. + R\$ 95,00 iurá
Domingo	Dia 14/09/2014 / gastos de passagem: R\$ 10,00, + 8,00 de repis aluguel
15/09/2014	Dia 18/09/2014, buñ an mercado, gastos: R\$ 39,03, diu 6,00 venda de R\$ 100,00, traco: R\$ 40,94,00, + R\$ 12,60 de passagem
16/09/2014	Dia 20/09/2014 / Pedalar, gastos: R\$ 3,99, diu metade de R\$ 70,00 traco: R\$ 74,00, + Passagem: R\$ 12,60,00 + 60 centavos de bolso
17/09/2014	Dia 21/09/2014 / Pedalar, comprado pão: R\$ 20,00 traco: R\$ 74,33 + R\$ 76,64 deficit. + R\$ 11 gastos: R\$ 3,64, 1/2 moça ao mercado: R\$ 1,00, gastos diu R\$ 60,00, metade de traco: R\$ 11,89, estufa: R\$ 38,11
Sábado	Dia 23/09/2014 / gastos mercado: R\$ 33,44, diu R\$ 100,00 metade de traco: R\$ 65,6, - Ponto deficit
Domingo	Dia 24/09/2014 gastos: R\$ 39,41 + R\$ 8,00
Sexta feira	Dia 25/09/2014, R\$ 1,48 Pãoaria, + STPES R\$ 100,00 estudos de passar

Fonte: Dados da pesquisa.

³ Utilizamos a letra inicial do nome ou as letras iniciais se nome composto.

Na figura 6 apresentamos o diário da estudante “MP”

Figura 6: diário da estudante “MP”.

Dia	Segunda - Aluguel 600
Dia	Terceira Paguei 50 Reais que era estante de matemática
Dia	quarta - 90 de luz 60 de Agá
Dia	quinta - 300 de internet
Dia	Sexta - 40 de feira

Fonte: Dados da pesquisa.

Apesar das diferenças, as alunas indicaram a necessidade de arrumar os registros de maneira que facilitasse a sua organização. Os antepassados do homem nos primórdios do pensamento algébrico criaram a álgebra retórica. Essa linguagem permitiu que os babilônios resolvessem problemas com resoluções particulares utilizando símbolos numéricos e palavras da sua linguagem. Entretanto, com o surgimento de novos campos numéricos e as restrições da linguagem, novos modos de ação para a resolução de problemas foram criados (PANOSSIAN, SOUSA, MOURA, 2017). Da mesma forma, em virtude da necessidade de registrar seus gastos diários, as estudantes perceberam que o modelo do Sr. Tobias não lhes atenderia e modificaram a forma de realizar seus registros. Agindo dessa forma confirmaram o conceito de fluência em virtude das modificações na forma de registrar suas despesas diárias.

Etapa 1

Essa etapa foi constituída pelas respostas dos estudantes às duas primeiras perguntas conforme Figura 4. Os estudantes compreenderam que o controle de quantidades por meio desse tipo de registro descritivo é viável apenas para poucas quantidades.

Na figura 7 apresentamos as respostas da estudante “A”

Figura 7: respostas da estudante “A”

1) Que problema esta forma de registrar o movimento diário de sua vida traz para o Sr. Tobias?

Eu acho um jeito que temos de ter controle de nossos gastos

2) Se por acaso as atividades diárias do Sr. Tobias aumentarem considerably. É possível que ele continue com esta forma de registro? Por quê?

Sim, Por que ele trabalha e paga suas dívidas em dia. Ele só mata peixes. I extrair valor das aterredades, fica impossível continuar com este jeito de registro

"Eu acho um jeito que temos de ter controle de nossos gastos".

"Sim, por que ele trabalha e paga suas dívidas em dia. Ele só não pode é extrapolar nas atividades, fica impossível continuar com esta forma de registro".

Fonte: *Dados da pesquisa.*

A estudante “A” entendeu que o problema seria o controle dos gastos e demonstrou que os registros das despesas são importantes para manter o controle das despesas em dia. Entretanto, relata que a forma de registrar do Sr. Tobias torna esse controle impossível caso as suas atividades diárias aumentem. “O controle das quantidades é elemento fundamental da Matemática” (PANOSSIAN; SOUSA; MOURA, 2017, p. 137).

Na figura 8 apresentamos as respostas da estudante “MP”.

Figura 8: respostas da estudante “MP”

1) Que problema esta forma de registrar o movimento diário de sua vida traz para o Sr. Tobias?

Ele registra em seu diário palavras desnecessárias, como a data e horário, em outras palavras, ele registra frases completamente desnecessárias com Bismarck Schenck.

2) Se por acaso as atividades diárias do Sr. Tobias aumentarem considerably. É possível que ele continue com esta forma de registro? Por quê?

Não é possível.

Ele tem tempo e disporá de tempo para registrar.

Ele não tem tempo.

“Ele registra em seu diário palavras desnecessárias, como a data e horário. Em outras palavras, ele registra frases completamente desnecessárias”.
“Não, é impossível ele ter tempo para continuar com esse registro”.

Fonte: Dados da pesquisa

Em relação ao registro da estudante “MP” esta expressa que verificou que o Sr. Tobias registra em seu diário palavras desnecessárias. Para a estudante o importante era a despesa (tipo e valor). A estudante percebeu a necessidade de um tempo para a realização dos registros. Seria impossível para o Sr. Tobias continuar a registrar suas despesas da forma que vinha fazendo.

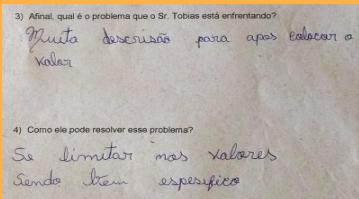
As restrições da linguagem e dos campos numéricos conhecidos demandaram a criação de novas maneiras de resolução dos problemas. A experiência humana explorou diferentes formas de linguagem algébrica (retórica, sincopada, geométrica e simbólica) que permitiram avanços nesse tema. Nessa circunstância a linguagem possui uma característica decisiva para a formação e organização da álgebra (PANOSSIAN, SOUSA e MOURA, 2017).

Etapa 2

Essa etapa foi constituída pelas respostas dos estudantes às duas últimas perguntas conforme Figura 4. Os estudantes perceberam que a linguagem utilizada pelo Sr. Tobias não estava adequada para esse tipo de registro.

Na figura 9 apresentamos as respostas da estudante “C”.

Figura 9: reposta da estudante “C”



3) Afinal, qual é o problema que o Sr. Tobias está enfrentando?
Muita descrição para após colocar o valor

4) Como ele pode resolver esse problema?
Se limitar nos valores
Sendo item específico

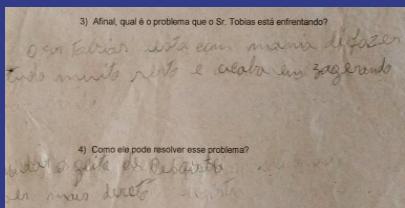
“Muita descrição para após colocar o valor”.
“Se limitar nos valores, sendo bem específico”.

Fonte: Dados da pesquisa

Para a estudante “C” o problema do Sr.Tobias seria a maneira como ele escreve, detalhista e meticulosa. O estilo de registro do Sr. Tobias apresenta elementos que não combinariam com os movimentos relacionados às suas questões financeiras. Consequentemente, a linguagem utilizada não estaria adequada para esse tipo registro. Ao sugerir outra forma de registro a estudante revela que a linguagem utilizada não estaria adequada para esse tipo de registro, a resolução do problema do Sr. Tobias estaria na mudança do estilo do seu registro. Ou seja, mudar a linguagem utilizada. A estudante novamente aponta que nos registros das despesas deveria ser escrito o essencial.

Na figura 10 apresentamos as respostas da estudante “MP”.

Figura 10: resposta da estudante “MP”



"O Sr. Tobias está com mania de fazer tudo muito certo e acaba exagerando".
"Mudar o jeito de registrar. Ser mais direto".

Fonte: Dados da pesquisa

A estudante “MP” entendeu que o Sr. Tobias exagera na forma de escrever e sugere que a solução para o seu problema é mudar a forma de registro.

Para Panossian, Sousa, Moura (2017), o controle das quantidades tem sido elemento fundamental da Matemática, sendo que os numerais indo-árabicos expressam essa preocupação e a ideia de número na realização desse controle. Todas as civilizações antigas criaram um sistema de numeração com o intuito de controlar as quantidades.

Os comentários demonstraram as percepções das estudantes acerca do problema do Sr. Tobias, qual seja, o exagero na escrita rouba-lhe tempo, deveria ser mais objetivo e, por fim, mudar o jeito de registrar suas despesas.

Para Moura (2016) nossa espécie se originou dos primitivos hominídeos e teve a capacidade intelectual de aprimorar técnicas de trabalho para facilitar suas necessidades diárias. Ao mesmo tempo aconteceu o desenvolvimento da linguagem articulada, signos são criados, internalizados e modificaram o psiquismo de nossos ancestrais. Ao longo desse processo são gerados os rituais, as instituições, as leis, as religiões, as regras da política e da economia. Todo esse desenvolvimento ocasionou uma busca por novas formas de registro e controle das quantidades, em virtude da necessidade humana para atender as demandas provenientes das relações do homem com seus semelhantes e com a natureza. Ou seja, as novas formas de registros surgiram em virtude de novas necessidades humanas.

Proposta de roteiro para a realização da tarefa

1. Distribuir a tarefa que propõe o registro diário das quantidades conforme o modelo do Diário do Sr. Tobias (Figura 2), e realizar roda de leitura compartilhada e de conversa com os estudantes a respeito da proposta.
2. Solicitar que os estudantes realizem seus registros (Figura 3) durante uma semana, tendo como modelo o Diário do Sr. Tobias.
3. Após o prazo de uma semana retomar os registros com os estudantes e desenvolver as quatro questões (Figura 4) que poderão (ou não) serem respondidas em sala de aula pelos estudantes.
4. Roda de conversa com os estudantes para compartilhar e socializar suas compreensões e respostas.

Objetivos: espera-se que os estudantes percebam as limitações da linguagem utilizada. As propostas de mudanças na forma de registro são indícios que caracterizam o movimento lógico-histórico da linguagem algébrica ao longo do desenvolvimento da humanidade.

6

O jogo

O Jogo de Dardos (Figura 11) foi a nossa segunda tarefa. Foi elaborada com a intencionalidade de prosseguir com situações que levassem os estudantes a terem necessidades de organizar o pensamento conforme as ações realizadas. Essa tarefa buscou ainda possibilitar que os estudantes entendessem o conceito de variável. Foi utilizada por Cedro (2004) em sua dissertação de mestrado “O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: O clube de Matemática”.

Considerando a segurança dos envolvidos optamos pela utilização de um jogo com pontas metálicas emborrachadas que se encaixavam em pinos plásticos do alvo (Figura 11).

Figura 11 – Material do jogo.



Fonte: Dados da pesquisa

Ao optar pelo jogo como estratégia de ensino, o professor o faz com uma intenção: propiciar a aprendizagem. E ao fazer isto tem como propósito o ensino de um conteúdo ou de uma habilidade. Dessa forma, o jogo escolhido deverá permitir o cumprimento deste objetivo (MOURA, 1992, p. 42).

Nessa tarefa destacamos o uso da incógnita com foco na importância do registro para controle da pontuação do jogo de dardos e o registro do jogo com incógnita. Um momento lúdico no qual o processo de registro da pontuação levava a necessidade do uso de equações do 1º grau. Outra questão importante a ser explorada refere-se ao nexo conceitual, variável.

O entendimento desse nexo conceitual foi possibilitado graças ao recurso simbólico criado por Viète que permitiu generalizações teóricas associando símbolos às quantidades conhecidas e desconhecidas.

É importante destacar que o jogo é um procedimento que favorece o ensino ao colocar o estudante diante de uma situação-problema parecida com aquela vivida pelos nossos antepassados ao lidar com conceitos matemáticos (MOURA, 2016).

Para Grando (2015, p. 25), “[...] é necessário que a atividade de jogo proposta, represente um verdadeiro desafio ao aluno [...]. O jogo deve mobilizar o estudante para a ação. Pelo seu caráter competitivo, o jogo provoca o estudante não apenas a agir, mas a articular opiniões distintas, a dirimir disputas e a participar da elaboração de regras que irão orientar os participantes do jogo:

Para o adolescente ou adulto, em que a cooperação e interação no grupo social são fontes de aprendizagem, as atividades com jogos de regras representam situações bastante motivadoras e de real desafio (GRANDO, 2015, p. 25).

Sugerimos a realização de uma roda de conversa com os estudantes acerca da origem desse jogo. Se necessário realizar pesquisa prévia para verificação das regras e modos de jogar.

Para Grando (2015) o professor não deve ficar isolado dos estudantes durante o desenvolvimento da ação de jogo. O professor deve participar, como observador, juiz ou questionando, de forma a dinamizar o jogo, mas não intervindo demais no seu desenvolvimento. Ou seja, o professor é o mediador entre os estudantes e o conhecimento. E essa mediação se concretiza por meio da dinâmica de desenvolvimento do jogo. Assim, o jogo é ação intencional do professor no processo de apropriação, pelos estudantes, do conhecimento historicamente acumulado pelos nossos antepassados.

Desenvolvimento da tarefa

Após a aquisição do jogo de dardos, bem como de outros materiais necessários para a realização do jogo, iniciamos uma conversa com os estudantes a partir de algumas questões: quem conhecia o jogo de dardos? Quem já tinha jogado? Todos os presentes afirmaram que conheciam (tinham visto em filmes), mas apenas um estudante afirmou que já havia jogado e com dardos com imãs ⁴ em suas pontas.

A maioria dos estudantes desconhecia as regras porque não tinha jogado dardos antes. Realizamos uma série de perguntas com o intuito de provocar os estudantes para uma reflexão acerca do jogo de dardos:

—O que precisamos saber para jogar dardos?

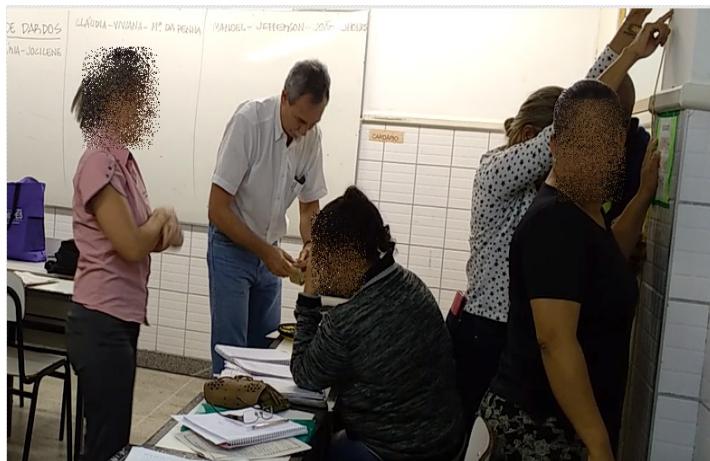
—O lançador pode ficar em qualquer lugar? O alvo pode ser fixado de qualquer maneira na parede?

Pesquisamos e compartilhamos com os estudantes as informações referentes à altura para a fixação do alvo e à distância do lançador em relação ao alvo: 1,73 metros e 2,37 metros, respectivamente.

Para a fixação do alvo em uma parede da sala de aula foi utilizada fita adesiva transparente no verso do mesmo e a sua altura foi definida pelos estudantes com o auxílio de uma trena (1,73 metros do piso até o centro da mosca do alvo, Figura 12).

⁴ *Observamos que os tipos de materiais disponíveis para os componentes do jogo são inúmeros e sinaliza que os elementos se modificam.*

Figura 12 – Fixação do alvo na parede



Fonte: Dados da pesquisa.

A distância dos lançadores (2,37 metros, Figura 13) foi marcada a partir da parede de fixação do alvo com uma fita adesiva amarela no piso. Destacamos que os estudantes presentes conheciam o instrumento de medição (trena) que foi apresentado e utilizado nas marcações para o jogo de dardos.

Figura 13 – Marcação da distância dos lançadores



Fonte: Dados da pesquisa.

Sugerimos nessa etapa que a preocupação não seja apenas com informações técnicas, mas aproveitar para tratar o jogo como uma produção humana e histórica. Relacionar ainda, se possível, a outras áreas.

Após esses procedimentos técnicos de organização do jogo, os estudantes lançaram os dardos livremente para se familiarizarem com o seu manejo. Essa necessidade de interagir livremente com o jogo constitui um primeiro momento defendido por Grando (2000), no qual o estudante tem o primeiro contato com o material do jogo.

Transcrevemos algumas falas dos estudantes durante a interação livre com o jogo:

<i>"Cinco minutos para se acostumar com o dardo."</i>	O reconhecimento das regras pode ser realizado de várias formas, podem ser apresentadas pelo professor ou determinadas durante a realização de várias partidas para que os estudantes percebam e identifiquem nas jogadas certa regularidade que culminariam nas regras do jogo (GRANDO, 2000).
<i>"Não pode avançar o pé, só o braço!"</i>	É o momento do jogo espontâneo, livre, mas no qual o estudante possa compreender as regras. (GRANDO, 2000).
<i>"Não vou tentar não, estou com dor no braço."</i>	Jogar é se expor, se revelar e pode causar um certo medo ou constrangimento. Entretanto, aqueles que não se sentiram à vontade para participar foram respeitados (GRANDO, 2015).
<i>"Se meu braço estivesse bom teria sido mais em cima"</i>	Primeiro contato com o material do jogo, a identificação de materiais conhecidos ou não, a experimentação do material por meio de jogadas (GRANDO, 2000).
<i>"Meu braço está duro, faltou força!"</i>	Estudante se preocupa com a possibilidade de reprevação do grupo, afinal como já supracitado, jogar é se expor, se revelar e pode causar um certo medo ou constrangimento (GRANDO, 2015), e assim se encarrega em elaborar justificativas para o resultado de sua jogada.

Fonte: Dados da pesquisa

Os estudantes perceberam que, nesse primeiro contato com os elementos do jogo de dardos, lançar o dardo não foi tão fácil, exigiu

conhecimentos que eles ainda não possuíam e que tiveram que desenvolver. O movimento da mão, do braço, a posição dos pés, do corpo e o movimento final no momento de soltar o dardo dos dedos. Eram muitos movimentos, muitas ações que exigiam a sua atenção. Movimentos que não são independentes ou separados, que se transformaram em uma operação, pois tinham que ser realizados intencionalmente, com o objetivo de atingir o alvo e alcançar uma determinada pontuação no jogo.

Na próxima etapa da realização da tarefa os estudantes se organizaram em duplas por afinidade (um estudante seria o lançador e o outro faria o registro dos pontos). Foram realizados quatro lançamentos por dupla, sendo que no terceiro e quarto os lançadores e os anotadores das duplas trocaram de função. Dessa forma, todos atuaram como lançadores e anotadores. O campeonato foi dividido em duas fases. A primeira fase foi composta de duas competições: a primeira com duplas formadas por afinidade e a segunda com duplas formadas por meio de sorteio. Esse modo de organização permite aos estudantes interagir com diferentes parceiros, sendo necessário o diálogo e a sistematização das informações do jogo de forma organizada.

Para Grando (2015), os jogos em grupo colocam os estudantes em contato com a regularidade, o limite, o respeito e a disciplina em virtude de ações concernentes às regras estabelecidas. Tais aspectos são importantes para vida em sociedade:

As regras de pontuação foram apresentadas e discutidas com os estudantes:

Primeira faixa circular na cor amarela	Valeria 10 pontos e deveria multiplicar por 2
Segunda faixa circular, setores na cor vermelha	Valeria 50 pontos e deveria multiplicar por 3
Segunda faixa circular, setores na cor branca	Valeria 30 pontos e deveria multiplicar por 3
A região da “mosca”, na parte central do alvo, na cor preta	Valeria 100 pontos
Dardo que não acertasse o alvo e/ou caísse no chão	A dupla perderia 5 pontos

A ordem de lançamento das duplas foi definida pela maior pontuação alcançada por meio do lançamento de um único dardo por um dos estudantes de cada dupla.

Definida as duplas e a ordem de lançamento a competição foi iniciada. O registro de cada dupla foi apresentado para os demais estudantes no quadro branco da sala de aula logo após o término do lançamento de seus dardos – os cálculos eram realizados e o resultado com a pontuação final conferido por todos. Apresentamos na figura 14 os registros e os cálculos das duplas.

Figura 14 – Registro e cálculo dos resultados no quadro

2.		1.	3.
$ \begin{array}{r} 30 \\ -5 \\ -5 \\ -5 \\ -5 \\ \hline -20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \times 3 = 90 \\ -5 \\ -5 \\ -5 \\ -5 \\ \hline 30 \times 3 - 5 - 5 - 5 - 5 = -20 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 30 \\ -5 \\ -5 \\ -5 \\ -5 \\ \hline -20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \times 3 = 90 \\ -5 \\ -5 \\ -5 \\ -5 \\ \hline 30 \times 3 - 5 - 5 - 5 - 5 = -20 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 30 \times 3 \\ 10 \times 2 \\ -0.5 \\ -0.5 \\ 30 \times 3 + 10 \times 2 - 5 - 5 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 30 \times 3 \\ 10 \times 2 \\ -0.5 \\ -0.5 \\ 30 \times 3 + 10 \times 2 - 5 - 5 \end{array} $
$ \begin{array}{r} 2) \quad 100 \\ 50 \times 3 \\ -5 \\ -5 \\ 30 \quad 150 \quad 250 \\ \hline 100 \quad 250 \quad 300 \\ 100 + 250 \times 3 - 5 - 5 = 100 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 1) \quad 50 \times 3 = 150 \\ -5 \\ -5 \\ -5 \\ -5 \\ \hline 150 \quad 150 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 4) \quad -0.5 \\ -0.5 \\ -0.5 \\ -0.5 \\ \hline -20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \times 3 + 10 \times 2 - 5 - 5 \\ = 90 + 20 - 10 \\ = 110 - 10 \\ = 100 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 1) \quad 50 \times 3 \\ -0.5 \\ -0.5 \\ -0.5 \\ -0.5 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \times 3 \\ 10 \times 2 \\ -0.5 \\ -0.5 \\ 30 \times 3 + 10 \times 2 - 5 - 5 \end{array} $

Fonte: Dados da pesquisa

Para Grando (2000), o registro no jogo é um momento importante, mas dependeria do tipo de jogo e dos objetivos que se pretende com o registro. No registro de seus pontos os estudantes utilizaram uma sistematização e formalização por meio da linguagem matemática. Consideramos que a necessidade do registro escrito foi criada nos estudantes a partir do sistema de pontuação adotado conforme já exposto. Os registros das jogadas (região do alvo atingido pelo dardo do lançador e a respectiva pontuação) foram importantes para a realização dos cálculos após uma rodada de lançamento com os quatro dardos.

Apresentamos os registros da dupla de estudantes I/W, na primeira fase dessa tarefa, com o objetivo de mostrar os diferentes registros e as mudanças ocorridas ao longo do processo.

1º registro	$\text{Amarula} = 5.5 + 2 \times 10 = 1$ $\text{Nerimilha} = 3 \times 50 =$	O anotador escreveu as cores das regiões do alvo que foram atingidas pelos dardos de seu lançador.
2º registro	$-5 + 3 \times 30 + 100 - 5$	O anotador escreveu na forma de uma expressão numérica, faltou o sinal de igual, bem como o resultado das operações.
3º registro	$= -5 - 5 + 2 \times 10 + 3 \times 50$ $= -10 + 20 + 150$ $= +10 + 150$ $= 160$	O anotador escreveu na forma de uma expressão numérica.

Fonte: Dados da pesquisa.

Percebe-se, entre o primeiro e o terceiro registro, uma mudança na forma de registro dos elementos matemáticos realizada no decorrer do jogo e que caracteriza mudança na representação escrita de uma expressão numérica. Ou seja, a atividade do jogo possibilitou o desenvolvimento operatório dos estudantes (MOURA, 1992).

O jogo contribuiu para a compreensão da linguagem matemática, facilitada pela ação no jogo. Para Grando:

Não se pode negar a importância dos jogos no desenvolvimento da criatividade, já que eles representam a própria criação humana, que vem satisfazer a necessidade do indivíduo de conhecimento da realidade, pelo prazer propiciado pelas atividades lúdicas (GRANDO, 2015, p. 29).

Outrossim, “resolver uma expressão numérica pode ser lúdico” (MOURA, 1992, p. 49) e “o jogo deve ser do conhecimento, e isto é sinônimo de movimento do conceito e de desenvolvimento” (MOURA, 1992, p. 49). Ou seja, as operações de cálculos realizadas contribuíram para o desenvolvimento dos estudantes em direção da aprendizagem de equações. O rigor da escrita e a realização dos cálculos necessários preparou os estudantes para a etapa seguinte da atividade proposta.

Perguntas após o término das competições (primeira fase):

- 1) O que vocês acharam da atividade?
- 2) Alguma dificuldade? Qual ou quais?
- 3) O que foi trabalhado de matemática na atividade?

Apresentamos na figura 15 as respostas da dupla H/W:

Figura 15 – Respostas da dupla “H/W”

- 1- O QUE VOCÊS ACHARAM DA ATIVIDADE ?
legal, diferente, dinâmica
- 2- ALGUMA DIFICULDADE? QUAL OU QUAIS?
dificuldade de acertar os dardos
- 3- O QUE FOI TRABALHO DE MATEMÁTICA NA ATIVIDADE?
multiplicação, adição, subtração

Fonte: Dados da pesquisa.

As respostas mostram que a prática lúdica foi bem aceita pelos estudantes e a SDA concretizou-se nesse jogo de dardos, uma vez que criou condições para que os estudantes entrassem em atividade de aprendizagem.

As dificuldades relatadas teriam sido, no nosso entendimento, superadas na realização das ações de forma coletiva, em duplas de estudantes, outra característica integrante do conceito de AOE (MOURA, ARAUJO, SOUZA, PANOSIAN, MORETTI, 2016). Esse modo de organização em duplas foi intencionalmente sistematizado com o intuito de atender a essa característica de parceria entre os estudantes. Tal parceria foi importante nos vários momentos do jogo, como lançar dardos, registrar pontuação, apresentar os registros para os demais colegas, bem como acompanhar o lançamento de dardos, o registro e a apresentação das outras duplas.

Verificamos que o envolvimento dos estudantes no jogo de dardos, embora jovens e adultos, criou a necessidade da realização e organização dos registros das jogadas. Ou seja, a atividade de ensino realizada promoveu a

atividade de aprendizagem nos estudantes (MOURA, ARAUJO, SOUZA, PANOSSIAN, MORETTI, 2016).

A segunda fase dessa tarefa trata de um campeonato de jogo de dardos no qual um dos participantes se esqueceu de registrar o valor de uma das partes do alvo, mas anotou a pontuação final de cada jogada. O objetivo é descobrir o valor da região do alvo em cada situação e escrever a equação correspondente. Apresentamos na figura 16 uma das situações propostas com as respostas da dupla “L/I”:

Figura 16 – Respostas da dupla “L/I”

Descubra o valor da região do alvo em cada situação e escreva a equação correspondente a cada situação (obs.: os pontos pretos são os dardos).

Total de pontos	175
Região	Valor
Amarela	25
Cinza	?
Vermelha	100

1. $25 + x + 100 = 175$

$x + 125 = 175$

$x = 175 - 125$

$x = 50$

(J) $25 + 100 + ? = 175$
 $125 + ? = 175$
 $? = 175 - 125$
 $? = 50$

Fonte: Dados da pesquisa.

O lançador arremessou três dardos, um atingiu a região amarela, outro a região cinza e outro a região central na cor vermelha. O total de pontos para essa jogada foi de 175. Entretanto o anotador não registrou os pontos referentes ao dardo que atingiu a região cinza do alvo. Dessa forma, a situação proposta ensejou determinar o valor dos pontos para a região cinza. A região cinza do alvo não apresentou o seu valor como as demais (região amarela vale 25 e região vermelha vale 100) devido ao esquecimento do anotador, passa a ser um valor desconhecido que deverá ser determinado pelas duplas.

Nesta ação o nexo conceitual trabalhado foi a variável cuja representação simbólica dos registros pelas duplas de jogadores permitiu introduzir esse conceito (CARAÇA, 2016). Para cada ação dessa segunda fase do jogo uma das regiões do alvo assumia um valor desconhecido. Dessa forma os estudantes perceberam o nexo conceitual variável graças ao recurso da linguagem simbólica que associou símbolos às quantidades conhecidas e desconhecidas. Após a resolução mantivemos pequeno diálogo com a dupla tomando como base os dados da figura 16:

—O que significa esses números em cima do 25 e do 100? Perguntamos.

—São os dardos no alvo, a ordem! Resposta do estudante L, o estudante I estava escrevendo.

—E a interrogação? Perguntamos.

—O valor do dardo que queremos saber. Tá na tabela do alvo! Resposta do estudante I.

—E esses sinais nessa linha? Perguntamos sobre a escrita **125 = ? = 175**.

—Tá errado? Estudante I olhando para o estudante L.

—Mas o valor está correto, não? Estudante L.

A dupla L/I mostrou que entendeu o contexto da situação proposta, bem como, à sua maneira e com os seus conhecimentos, apontou uma representação matemática e a solução. A representação matemática apontada pela dupla utilizou símbolos para os valores (ou quantidades) conhecidos e desconhecidos, estabelecendo uma relação abstrata, características da álgebra simbólica. Ao recorrer ao simbolismo algébrico os estudantes apontam indícios que se apropriaram de forma intencional dos signos produzidos pela experiência histórica da humanidade (SOUSA, PANOSIAN e CEDRO, 2014). O simbolismo formal algébrico surgiu há aproximadamente 400 anos com Viète que utilizou somente letras para estudar o movimento. Entretanto, somente com Descartes o simbolismo da álgebra foi aceito e compreendido por todos os matemáticos, como uma espécie de língua internacional (SOUSA, PANOSIAN e CEDRO, 2014).

As dificuldades apresentadas nessa iniciação com a linguagem algébrica teriam relação com o simbolismo dessa linguagem ou pela ruptura

entre o conhecimento algébrico e o conhecimento aritmético (SOUSA, PANOSIAN e CEDRO, 2014).

A Ação proposta foi bem aceita pelos estudantes que participaram com grande interesse. A tarefa teve por objetivo propiciar situações que oferecessem o surgimento da necessidade do conhecimento de equações e buscamos coerência com as proposições que fundamentam AOE ao ser apresentada por meio de um jogo e realizada de forma coletiva com os estudantes (MOURA, 2016).

Concluímos que na realização do jogo de dardos foram necessárias um conjunto de ações, tais como: apresentar o jogo de dardos, fixar na parede o alvo na altura padrão, marcar no chão a linha limite para lançamento dos dardos, definir regras, formar duplas por afinidade e por sorteio, jogar dardos, registrar os resultados de cada jogada, escrever e resolver a expressão numérica de cada jogada, responder três perguntas, escrever uma equação e determinar o valor que não foi anotado. Ou seja, na realização de uma determinada ação de ensino é possível desencadear outras ações em seu processo (LEONTIEV, 1978) que leva ao desenvolvimento dos estudantes. O desenvolvimento dessa tarefa também nos permitiu, na condição de docente, entendermos que seria importante contemplar aspectos históricos do jogo de dardos. Esses elementos históricos poderiam ampliar o repertório de conhecimentos dos participantes.

Proposta de roteiro para a realização da tarefa

1. Verificação do material necessário: jogo de dardos, trena, fitas adesivas transparentes e coloridas.
2. Realizar uma reflexão acerca dos procedimentos que antecedem o jogo de dardos. Se os estudantes não conhecem o jogo, pode-se preparar um momento para ler ou estudar algo que trate da criação desse tipo de jogo: a) Quando o homem começou a jogar dardos? b) Como era sua organização? c) Quais os instrumentos que eram utilizados? d) Qual era a sua necessidade? e) E hoje, para que jogamos esse jogo? f) Tem apenas uma maneira de jogar? g) Na atualidade, onde costumamos jogar esse tipo de jogo? h) Tem algum jogo parecido em competições esportivas como a Olimpíada?
3. Definição com os estudantes das regras: altura do alvo, limite para

a posição do lançador, formação das duplas de lançador e anotador, dependendo do tipo de alvo verificar a pontuação de cada região, quantidade de lançamentos por duplas que permitam a alternância entre lançador e anotador e registro da pontuação obtida pelos jogadores.

4. Lançamento livre dos dardos para que os estudantes se familiarizem com os recursos e regras do jogo. Registrar, se julgar necessário, comentários dos estudantes explicitados nesse momento.

5. Definição das duplas para a primeira rodada, por afinidade ou por sorteio.

6. Definir a ordem de lançamento das duplas, por sorteio ou por um lançamento de dardo de cada membro das duplas, a pontuação de cada dupla definirá a ordem dos lançamentos.

7. Se, por exemplo, cada dupla lançar quatro dardos a alternância entre lançador e anotador ocorrerá após o lançamento do segundo dardo, ou seja, no terceiro dardo.

8. Após os lançamentos dos dardos cada dupla fará seus cálculos conforme registros dos anotadores.

9. As duplas apresentarão seus registros no quadro para os demais colegas quando todas as duplas efetuarem seus lançamentos e os respectivos registros e cálculos da pontuação estiverem concluídos.

10. Distribuição das perguntas:

1) Qual a avaliação que vocês fazem desse jogo?

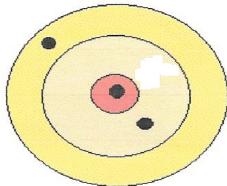
2) Encontraram alguma dificuldade para jogar? Qual?

3) Nas ações realizadas no jogo vocês tiveram necessidade de algum conhecimento de Matemática?

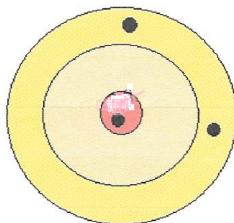
11. Roda de conversa com os estudantes para a socialização de suas respostas.

12. Definição das duplas para a segunda rodada, por afinidade ou sorteio.

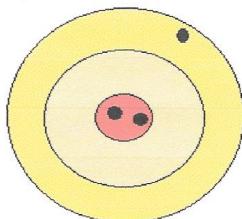
13. Distribuir para as duplas:



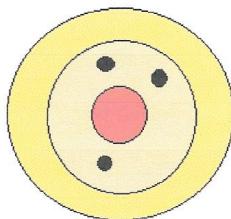
Total de pontos	175
Região	Valor
Amarela	25
Cinzaa	?
Vermelha	100



Total de pontos	50
Região	Valor
Amarela	10
Cinzaa	20
Vermelha	?



Total de pontos	130
Região	Valor
Amarela	?
Cinzaa	30
Vermelha	60



Total de pontos	60
Região	Valor
Amarela	10
Cinza	?
Vermelha	60

14. As duplas resolverão as situações acima propostas e apresentarão os cálculos no quadro para os demais colegas. Roda de conversa com os estudantes para a socialização de suas respostas.

Objetivos: espera-se que os estudantes percebam a importância do registro da pontuação do jogo de dardos para posterior apresentação no

quadro da sala de aula aos demais colegas. Esse registro leva a possibilidade de reflexão sobre a necessidade da utilização do elemento incógnita para sistematizar a resolução do cálculo da pontuação. Após a experiência do jogo de dardos, notamos maior facilidade dos estudantes em realizar a tarefa organizada com a pontuação registrada nos alvos. Desse modo o jogo produz novas condições para lidar com a tarefa apenas simbólica.

7

A situação emergente do cotidiano

A situação emergente do cotidiano (Figura 17) foi a nossa terceira tarefa. Foi elaborada com o propósito de destacar o uso de formas de registro sobre gastos/despesas em planilha e o registro matemático dos dados, ou seja, o controle das quantidades e equação do 1º grau. Outra questão importante foi o nexo conceitual considerado, o campo de variação.

As situações emergentes do cotidiano colocam os estudantes diante da necessidade de conhecer e experimentar a resolução de questões consideradas relevantes para eles.

Para Moura (2016) uma SDA pode recorrer a dados da realidade que podem contribuir para o aprendizado. Nessa linha de raciocínio formulamos essa tarefa denominada de orçamento familiar e que se desenrola na família Alves, da classe popular com cinco membros, cujo pai trabalha como contador, a mãe é “uma dona de casa” e moram em casa própria. As despesas da família são acompanhadas por meio de uma planilha com a ajuda do filho mais velho. A renda familiar corresponde a 5 salários mínimos e a referida planilha mostra sua utilidade uma vez que uma prima do primogênito se casará no próximo ano e a família Alves precisará economizar para juntar dinheiro para as despesas desse casamento. É apresentada uma planilha (Figura 17) com os lançamentos da receita e das despesas dos últimos 3 meses, sendo que para os 2 últimos meses alguns campos dessa planilha estão incompletos.

Figura 17 – Despesa familiar

DESPESA FAMILIAR

Dagico faz parte de uma família da classe popular com cinco membros (pai, mãe e dois irmãos mais novos). Seu pai trabalha como contador em uma indústria siderúrgica e sua mãe é "uma dona de casa" que cuida das coisas do lar (comprar, cozinhar, limpar, lavar e passar), embora receba ajuda do esposo e dos filhos nessa tarefas de cuidar do lar. A casa em que moram é própria, não pagam aluguel.

Como filho mais velho coube a Dagico ajudar no controle e pagamento das despesas da família. Para isso, seu pai que é contador, elaborou uma planilha eletrônica onde constam todas as despesas mensais da família, como, água/esgoto, energia elétrica, telefone, açougue, padaria, mercado, feira, farmácia, passagens de ônibus e imprevistos. A única fonte de renda da família é o salário de seu pai que corresponde a 5,0 salários mínimos, mas, descontados a contribuição previdenciária, o imposto de renda de pessoa física, o plano de saúde e a contribuição para o sindicato dos contadores, sobram mais ou menos 3,0 salários mínimos para o pagamento das despesas. Apresentamos a tabela com os últimos três meses:

DESPESAS DA FAMÍLIA ALVES			
MÊS	JULHO	AGOSTO	SETEMBRO
SALÁRIO LÍQUIDO	2.811,00	2.811,00	2.811,00
ÁGUA E ESGOTO	120,00	130,00	
ENERGIA ELÉTRICA	115,00	125,00	
TELEFONE/INTERNET	130,00	130,00	130,00
MERCADO	860,00	800,00	750,00
AÇOUQUE	250,00	240,00	270,00
PADARIA	115,00	120,00	110,00
FEIRA	210,00	200,00	190,00
FARMACIA	130,00	90,00	65,00
ÔNIBUS	406,00	406,00	406,00
IMPREVISTOS			
TOTAL DESPESA	2.336,00		
SALDO DO MÊS	475,00		
POUPANÇA	475,00		

Considerando que no mês de maio, do próximo ano, uma prima do Dagico (filha de uma tia que é irmã da sua mãe) se casará em uma cidade na região Sul-Fluminense do Estado do Rio de Janeiro, seu pai sugeriu, e todos concordaram, em abrir uma poupança para juntarem o dinheiro para as despesas da viagem (passagens, alimentação, presente, etc.). O depósito mensal na poupança começou no mês de julho e corresponde ao saldo do mês.

Assim, no mês de julho a renda mensal líquida da família foi de R\$ 2.811,00, o total das despesas foi de R\$ 2.336,00, o saldo do mês foi de R\$ 475,00 e o depósito na poupança da viagem foi de R\$ 475,00.

Dagico ainda não concluiu os cálculos do mês de agosto, embora já tenha os valores de todas as despesas.

Dagico ainda não concluiu os cálculos do mês de setembro porque as contas de água/esgoto e energia elétrica não chegaram. Mas, ele acredita que os valores serão menores do que no mês anterior. Mesmo assim, ele está ansioso para saber quanto será depositado no final de setembro na poupança da viagem.

E aí, você também está curioso para saber quanto será depositado na poupança da viagem da família Alves nos meses de agosto e setembro?

Você poderia concluir os cálculos do mês de agosto?

Você poderia fazer uma estimativa para as contas que faltam no mês de setembro e realizar os cálculos para descobrir quanto seria depositado? Como você faria essa estimativa?

E se pensarmos em uma regra para calcular o saldo (que será o depósito na poupança) em função da receita familiar e do total de despesa? Como representaríamos esse raciocínio matematicamente?

Fonte: Elaboração do pesquisador

Desenvolvimento da tarefa

Após a distribuição da tarefa realizamos uma roda de leitura com os estudantes cujo intuito foi a apropriação do contexto da tarefa proposta. Os estudantes ficaram curiosos para saber os valores que seriam depositados nos meses de agosto e setembro e verificaram que para isso teriam que calcular a soma das despesas do mês de agosto (cujas contas já estavam com seus valores escritos) e calcular o saldo do mês por meio da diferença entre o salário líquido e o total da despesa, cujo valor seria depositado na poupança da viagem.

Numa primeira etapa, após a roda de conversa, os estudantes se envolveram com interesse no registro dos gastos em planilha e em como considerar os valores das contas que ainda não chegaram para determinar um valor estimado para a poupança do mês de setembro. Os estudantes perceberam que todas as contas ou despesas referentes ao mês de agosto já estavam lançadas na planilha:

— No mês de agosto, o que falta para concluir os cálculos?
Perguntamos.

— Completar essas duas! (total despesa e saldo do mês) estudante “N”.
— E a poupança! Estudante “N”.

Perceberam também que para o mês de setembro duas contas ainda não tinham chegado (ÁGUA E ESGOTO e ENERGIA ELÉTRICA):

— E no mês de setembro? Perguntamos.
— Completar essas duas! Total da despesa, saldo do mês e poupança!

Estudante “N” mostrando com o dedo indicador na folha as células destinadas para os valores das contas de ÁGUA E ESGOTO, ENERGIA ELÉTRICA, TOTAL DEPESA, SALDO DO MÊS e POUPANÇA.

Na figura 18 apresentamos a folha da estudante “E”:

Figura 18 – Cálculos da estudante “E”

DESPESAS DA FAMÍLIA ALVES			
MÊS	JULHO	AGOSTO	SETEMBRO
SALÁRIO LÍQUIDO	2.811,00	2.811,00	2.811,00
ÁGUA e ESGOTO	120,00	130,00	130,00
ENERGIA ELÉTRICA	115,00	125,00	115,00
TELEFONE/INTERNET	130,00	130,00	130,00
MERCADO	860,00	800,00	750,00
AÇOUATUE	250,00	240,00	270,00
PADARIA	115,00	120,00	110,00
FEIRA	210,00	200,00	190,00
FARMACIA	130,00	90,00	65,00
ÔNIBUS	406,00	406,00	406,00
IMPREVISTOS			
TOTAL DESPESA	2.336,00	2.241,00	1.966,00
SALDO DO MÊS	475,00	570,00	845,00
POUPANÇA	475,00	570,00	1.535,00

Handwritten calculations and notes on the right side of the table:

- 130,00
- 130,00
- 125,00
- 1385,00
- 800,00
- 240,00
- 1425,00
- 1205,00
- 200,00
- 1.745,00
- 90,00
- 1.535,00
- 1.835,00
- 406,00
- 2.241,00

Considerando que no mês de maio, do próximo ano, uma prima do Dagico (filha de uma tia que é irmã da sua mãe) se casará em uma cidade na região Sul-Fluminense do Estado do Rio de Janeiro, seu pai sugeriu, e todos concordaram, em abrir uma poupança para juntarem o dinheiro para as despesas da viagem (passagens, alimentação, presente, etc.). O depósito mensal na poupança começou no mês de julho e corresponde ao saldo do mês.

Fonte: Arquivo do Pesquisador

A estudante “E” considerou para uma das contas que não chegou no mês de setembro o valor de julho (energia elétrica, R\$ 115,00). Mas para a outra conta que não chegou (água e esgoto) considerou o valor do mês de setembro (R\$ 130,00) e não o valor do mês de agosto (R\$ 120,00), como pretendia inicialmente. Justificou que ao considerar os valores de julho – menores do que os valores de agosto – o valor para a poupança seria maior, sobraria mais dinheiro.

O entendimento e a realização dessa tarefa propiciaram aos estudantes perceberem a relação de aspectos de suas vidas com o mundo da escola. Ou seja, não podemos desconsiderar que os estudantes da EJA possuem uma bagagem de conhecimento que é resultado de suas práticas sociais cotidianas. Com relação à busca coletiva por uma resposta, temos que:

Isso se dá quando aos indivíduos são proporcionadas situações que exigem o compartilhamento das ações para a resolução de uma determinada situação que surge em certo contexto. Nessa perspectiva, o compartilhamento assume o significado da coordenação das ações individuais em determinada situação-problema comum aos indivíduos (MOURA, 2016, p. 121-122).

Na próxima etapa da tarefa os estudantes estiveram envolvidos com o registro matemático dos dados em planilha, com as operações a serem realizadas, com as respostas das perguntas e de uma regra de generalização para a situação apresentada.

Alguns estudantes concluíram seus cálculos e já se manifestaram:

— Eu já fiz quanto vai dar no mês de setembro sem as contas que faltam.
Estudante “N”.

— Falta então “N” acrescentar a estimativa de valores para as contas de ÁGUA e ESGOTO e ENERGIA ELÉTRICA? Perguntamos.

— R\$ 2.241,00. A estudante “E” informa o valor da despesa para o mês de agosto.

— R\$ 2.176,00. O estudante “N” informa o valor da despesa para o mês de setembro.

— R\$ 2.241,00. A estudante ”A” informa o valor da despesa para o mês de agosto.

Os estudantes apresentaram uma certa dificuldade em relação à representação do saldo (que será o depósito na poupança) em função da receita familiar e do total de despesa.

Perguntamos aos estudantes como as ações realizadas poderiam ser explicadas (o que foi feito e como foi feito). Comentamos que o objetivo da planilha era realizar uma poupança para a viagem. Com essa planilha seria feito o controle das quantidades referentes aos valores das despesas e ao valor que iria para a poupança. Como representar matematicamente o movimento dessas quantidades? Os estudantes foram desafiados a procurar as respostas para as questões:

[...] cabe ao professor criar condições para que os indivíduos interajam motivados pela tentativa de dar resposta a determinado problema, de forma que ocorra um fluxo ininterrupto no processo de elaboração compartilhada da solução que abarque tanto os indivíduos isolados, quanto os pequenos grupos e coletivos da sala de aula (SOUZA, PANOSSIAN e CEDRO, 2014, p. 133).

Na figura 19 divulgamos a representação matemática do saldo em relação à receita familiar e ao total de despesa, elaborada de forma coletiva no quadro da sala de aula.

Figura 19 - Representação matemática do saldo

A handwritten mathematical representation of balance on a chalkboard. The board is divided into two columns by a vertical line. The left column contains three definitions: 'SALÁRIO LÍQUIDO' is 'TODO', 'DESPESA' is 'PARTE', and 'SALDO' is 'PARTE'. The right column contains the equation 'DESPESA + SALDO = SAL'. Below this, another equation is written: 'SALÁRIO LÍQUIDO - DESPESA = SALDO'. Underneath, there are two subtraction problems: '2311 - 400 = x' and '2411 = x'. The word 'INCÓGNITA' is written next to the first equation. The entire board is framed by a thick black border.

Fonte: Arquivo do Pesquisador

Um dos objetivos do ensino da álgebra é possibilitar aos estudantes se expressarem utilizando a linguagem simbólica. O professor, porém, deve entender as dificuldades desse movimento do pensamento dos estudantes na aquisição dessa linguagem simbólica formal que foi elaborada ao longo da história da humanidade (SOUZA, PANOSSIAN e CEDRO, 2014).

Não se pode desconsiderar que a formação de conceitos algébricos é um processo e que não ocorre instantaneamente tomando-se por base uma determinada situação de ensino, mas sim ao longo dos anos de escolaridade

(SOUZA, PANOSSIAN, CEDRO, 2014). A experiência mostrou que as características do grupo precisam ser consideradas na proposição da tarefa e realizar apenas uma tarefa como essa possa ser insuficiente para promover aprendizagens mais sólidas. A tarefa criou nos estudantes a necessidade de procurar a solução de um problema significativo para eles (MOURA, ARAUJO, SOUZA, PANOSSIAN, MORETTI, 2016), visto que o controle dos gastos é também uma necessidade vivenciada pelos estudantes jovens e adultos.

Entendemos que a tarefa apontou potencial para mobilizar o interesse e o diálogo com e entre os estudantes, mas precisa ser organizada por meio de diferentes situações para que possam apreender com maior desenvoltura as diferentes relações entre os elementos da tabela.

Devido ao tempo da pesquisa e a proximidade com o término do ano letivo, a condição para realizar outras tarefas de ensino dessa natureza ficou prejudicada com o grupo de estudantes participantes do estudo. Contudo, ofereceu uma série de indicativos para reorganização da tarefa, com a intenção de seu aprimoramento para outras ações de ensino que podem ser realizadas pelos professores junto aos estudantes, ou mesmo, serem compartilhadas com outros professores interessados.

Proposta de roteiro para a realização da tarefa

1. Verificar o material escrito (Figura 17) e realizar adaptações necessárias.
2. Distribuir as cópias da situação emergente do cotidiano para os estudantes.
3. Realizar leitura compartilhada do texto que fundamenta a situação emergente do cotidiano com os estudantes. É importante enfatizar os enunciados que tratam do trabalho doméstico, a relação colaborativa entre os membros da família, a importância do trabalho formal e a garantia dos direitos trabalhistas e a relação de categoria profissional e a organização sindical. Tais elementos podem ser visualizados no enunciado da situação problema.
4. Realizar roda de conversa com os estudantes acerca do contexto e das necessidades no qual a planilha DESPESAS DA FAMÍLIA ALVES foi criada.

5. Propor aos estudantes que realizem os cálculos e determinem o TOTAL DESPESA, SALDO DO MÊS e POUPANÇA para o mês de agosto.
6. Propor aos estudantes que completem os campos da planilha referentes às contas de ÁGUA E ESGOTO e ENERGIA ELÉTRICA do mês de setembro, bem como realizem os cálculos necessários para a determinação do TOTAL DESPESA, SALDO DO MÊS e POUPANÇA para o mês de setembro.
7. Propor aos estudantes que apresentem seus registros e cálculos para os demais colegas.
8. Propor aos estudantes que escrevam e discutam coletivamente uma regra para calcular o saldo (que será o depósito na poupança) em função da receita familiar e do total de despesa.
9. Propor aos estudantes que representem essa regra matematicamente.
10. Realizar roda de conversa com os estudantes acerca da regra supracitada.

Objetivos: Espera –se que os estudantes realizem as operações matemáticas necessárias para o registro dos dados e sejam capazes de generalizar a relação entre salário líquido, despesa e saldo que seria depositado em poupança.

8

Considerações finais

Apresentamos três tarefas que utilizamos para entender, em nossa pesquisa de mestrado, de que modo as situações desencadeadoras de aprendizagem podem contribuir com a introdução ao ensino de equações na educação de jovens e adultos.

Na primeira SDA os estudantes perceberam a limitação na forma dos registros das quantidades utilizadas na tarefa que realizaram e apresentaram sugestões para a otimização dos registros. Permitiu ainda que os estudantes vivenciassem o movimento da linguagem algébrica em seus primórdios, a álgebra retórica e foi importante para que os alunos pudessem perceber os problemas enfrentados pela humanidade para criar a linguagem algébrica. O nexo conceitual verificado foi a fluência, uma vez que o mundo está em constante aperfeiçoamento e a todo instante surgem novas ideias e modos de representação da realidade.

A segunda SDA propiciou o surgimento da necessidade de representação algébrica por meio de uma equação de 1º grau. O jogo, realizado em duplas, obedeceu aos preceitos da AOE cujos registros de cada jogada foram apresentados e discutidos em rodas de conversa com a turma com a mediação do professor-pesquisador. O nexo conceitual verificado foi a variável, uma vez que na segunda etapa do jogo de dardos, referente a um campeonato de jogo de dardos no qual um dos participantes se esqueceu de registrar o valor de uma das partes do alvo, as duplas deveriam analisar e conhecer o valor da região do alvo em cada situação e escrever a equação correspondente.

Na terceira SDA os estudantes se envolveram numa situação emergente do cotidiano na qual o registro de gastos e dos dados em planilha, bem como a representação matemática do movimento das quantidades implicou numa representação algébrica contendo as grandezas salário líquido, despesas e saldo. O nexo conceitual verificado foi o campo de variação, uma vez que os estudantes compreenderam que o saldo poderia assumir valores diferentes conforme as despesas do mês considerado.

A sequência de ações realizadas mostrou aos estudantes da EJA noções dos nexos conceituais da álgebra - fluência, variável e campo de

variação, bem como propiciaram situações nas quais foram possíveis a representação e a resolução de uma equação de 1º grau de forma simples, sem muitas simplificações.

Com a exposição dessas três tarefas na perspectiva da atividade orientadora de ensino, esperamos que o material apresentado possa contribuir com outros profissionais interessados em pensar alternativas metodológicas para o ensino de equações. Essas alternativas devem considerar a necessidade de contemplar os nexos conceituais do conceito além do trabalho coletivo como premissa e produto do processo de aprendizagem dos sujeitos.

Referências

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática.** 9. ed. Lisboa. Gradiva, 2016.

CEDRO, W. L. **O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: O clube de Matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação) - São Paulo: Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2004.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** São Paulo. Ed. Da Unicamp. 1995.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.** Tese de Doutorado. São Paulo: Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 2000.

GRANDO, R. C. **O jogo e a Matemática no contexto da sala de aula.** 4. ed. São Paulo, Paulus. 2015.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo.** 3. ed. Lisboa. Livros Horizonte, 1978.

MARAFIGA, Andressa Wiedenhoft. **Infância e educação infantil: entrelaçamentos em um espaço formativo.** Relatório de qualificação. Doutorado. Universidade Federal de Santa Maria, 2019.

MOURA, M. O. **O jogo e a Construção do Conhecimento Matemático.** O jogo e a construção do conhecimento na pré-escola. Série Ideias, 10. São Paulo. Fundação para o Desenvolvimento da Educação, 1992.

_____. **O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública.** Tese de Livre Docente em Metodologia do Ensino de Matemática. São Paulo: Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2000.

MOURA, M. O.; SFORNI, M. S. de F.; LOPES, A. R. L. V. O. **A objetivação do ensino e o desenvolvimento do modo geral da aprendizagem da atividade pedagógica**, in: MOURA, M. O. de (org) Educação Escolar e Pesquisa na Teoria Histórico-Cultural. Edições Loyola. São Paulo, 2017

MOURA, M. O. de; ARAUJO, E. S.; MORETTI, V. D.; PANOSIAN, m. l.; RIBEIRO, F. D. **Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem**, in: MOURA, M. O. (org). A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural. Autores Associados. 2. ed. Campinas, 2016.

PANOSIAN, M. L.; SOUSA, M. do C.; MOURA, M. O. **Nexos conceituais do conhecimento algébrico: um estudo a partir do movimento histórico e lógico**, in: MORETTI, V. D; MOURA, M. O. de (org) Educação Matemática e a Teoria Histórico-Cultural: um olhar sobre as pesquisas. Campinas. Mercado das Letras, 2017.

SOUSA, M. do C.; PANOSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino – o percurso dos conceitos algébricos**. Mercado de Letras. São Paulo, 2014.

VIGOTSKI, L. S. **A Construção do Pensamento e da Linguagem**. Martins Fontes. São Paulo, 2001.

VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**. Martins Fontes. 7. ed. São Paulo, 2007.

Anexo 1

O diário do Sr.Tobias

O Sr. Tobias é uma pessoa como você. Ele tem sua família, trabalha, paga os seus impostos, diverte-se, etc. Porém, o Sr. Tobias tem um hábito muito interessante. Como ele é uma pessoa bastante metódica, ou seja, sempre faz as coisas com uma total ordenação, ele possui um diário, em outras palavras, um livro onde escreve todos os movimentos que ocorrem na sua vida, principalmente aqueles relacionados às questões financeiras. Veja umas das páginas do Dário do Sr. Tobias:

OUTUBRO

TERÇA 01

Hoje, às oito horas do dia primeiro de outubro de dois mil e dois, sob as graças do senhor, iniciei mais um dia de minha vida. Às nove horas saí de casa para ir trabalhar e deixar as crianças na escola. No caminho parei no posto para abastecer o carro. Eu gastei cinquenta reais de combustível, colocando pouco menos de vinte e oito litros de gasolina. Ao deixar as crianças na escola dei cinco reais para o Júnior e dez reais para Joana.

E por aí foi o registro do Sr. Tobias.

Anexo 2

A proposta de atividade é a seguinte: os estudantes vão, por um período de tempo (uma semana), registrar os seus gastos diários, tendo como exemplo o Sr. Tobias.

Diário de _____

Mês	
Dia	

Anexo 3

Somente após a conclusão da semana de anotações no Diário, os estudantes responderão as perguntas abaixo:

- 1) Que problema essa forma de registrar o movimento diário de sua vida traz para o Sr. Tobias?
- 2) Se por acaso, as atividades diárias do Sr. Tobias aumentarem consideravelmente é possível que ele continue com essa forma de registro? Por quê?
- 3) Afinal, qual é o problema que o Sr. Tobias está enfrentando?
- 4) Como ele pode resolver esse problema?

Anexo 4

PERGUNTAS APÓS O JOGO DE DARDOS

1. Qual a avaliação que vocês fazem desse jogo?
2. Encontraram alguma dificuldade para jogar? Qual?
3. Nas ações realizadas no jogo vocês tiveram necessidade de algum conhecimento de Matemática?

Anexo 5

DESPESA FAMILIAR

Dagico faz parte de uma família da classe popular com cinco membros (pai, mãe e dois irmãos mais novos). Seu pai trabalha como contador em uma indústria siderúrgica e sua mãe é “uma dona de casa” que cuida das coisas do lar (comprar, cozinhar, limpar, lavar e passar), embora receba ajuda do esposo e dos filhos nessas tarefas de cuidar do lar. A casa em que moram é própria, não pagam aluguel. Como filho mais velho coube a Dagico ajudar no controle e pagamento das despesas da família. Para isso, seu pai que é contador, elaborou uma planilha eletrônica onde constam todas as despesas mensais da família, como, água/ esgoto, energia elétrica, telefone, açougue, padaria, mercado, feira, farmácia, passagens de ônibus e imprevistos. A única fonte de renda da família é o salário de seu pai que corresponde a 5,0 salários mínimos, mas, descontados a contribuição previdenciária, o imposto de renda de pessoa física, o plano de saúde e a contribuição para o sindicato dos contadores, sobram mais ou menos 3,0 salários mínimos para o pagamento das despesas. Apresentamos a tabela com os últimos três meses:

DESPESAS DA FAMÍLIA ALVES			
Mês	Julho	Agosto	Setembro
Salário Líquido	R\$ 2.811,00	R\$ 2.811,0	R\$ 2.811,0
Água e esgoto	R\$ 120,00	R\$ 130,00	
Energia elétrica	R\$ 115,00	R\$ 125,00	
Telefone/ internet	R\$ 130,000	R\$ 130,00	R\$ 130,00
Mercado	R\$ 860,00	R\$ 800,00	R\$ 750,00
Açougue	R\$ 250,00	R\$ 240,00	R\$ 270,00
Padaria	R\$ 115,00	R\$ 120,00	R\$ 110,00
Feira	R\$ 210,00	R\$ 200,00	R\$ 190,00
Farmácia	R\$ 130,00	R\$ 90,65	R\$ 65,00
Ônibus	R\$ 406,00	R\$ 406,00	R\$ 406,00
Imprevistos			
TOTAL DESPESAS	R\$ 2.336,00		
SALDO DO MÊS	R\$ 475,00		
POUPANÇA	R\$ 47500		

Considerando que no mês de maio, do próximo ano, uma prima do Dagico (filha de uma tia que é irmã da sua mãe) se casará em uma cidade na região Sul-Fluminense do Estado do Rio de Janeiro, seu pai sugeriu, e todos concordaram, em abrir uma poupança para juntarem o dinheiro para as despesas da viagem (passa-

gens, alimentação, presente, etc.). O depósito mensal na poupança começou no mês de julho e corresponde ao saldo do mês.

Assim, no mês de julho a renda mensal líquida da família foi de R\$ 2.811,00, o total das despesas foi de R\$ 2.336,00, o saldo do mês foi de R\$ 475,00 e o depósito na poupança da viagem foi de R\$ 475,00.

Dagico ainda não concluiu os cálculos do mês de agosto, embora já tenha os valores de todas as despesas.

Dagico ainda não concluiu os cálculos do mês de setembro porque as contas de água/esgoto e energia elétrica não chegaram. Mas, ele acredita que os valores serão menores do que no mês anterior. Mesmo assim, ele está ansioso para saber quanto será depositado no final de setembro na poupança da viagem.

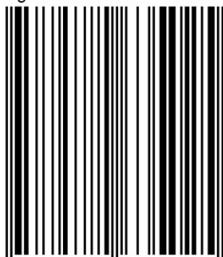
E aí, você também está curioso para saber quanto será depositado na poupança da viagem da família Alves nos meses de agosto e setembro?

Você poderia concluir os cálculos do mês de agosto?

Você poderia fazer uma estimativa para as contas que faltam no mês de setembro e realizar os cálculos para descobrir quanto seria depositado? Como você faria essa estimativa?

E se pensarmos em uma regra para calcular o saldo (que será o depósito na poupança) em função da receita familiar e do total de despesa? Como representaríamos esse raciocínio matematicamente?

Agência Brasileira do ISBN



9 788582 635025

ISBN: 978-85-8263-502-5