

Série Guias Didáticos de Matemática

68

Volume:

Uma ideia em construção

**Roger Artur Jähring Wanderley
Maria Alice Veiga Ferreira de Souza**

**EDIFES
2019**



Instituto Federal do Espírito Santo
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA
Mestrado em Educação em Ciências e Matemática

ROGER ARTUR JÄHRING WANDERLEY
MARIA ALICE VEIGA FERREIRA DE SOUZA

VOLUME: UMA IDEIA EM CONSTRUÇÃO

Série Guias Didáticos de Matemática – nº 68

Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática e Educação Estatística
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo

Vitória
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

W245v	<p>Wanderley, Roger Artur Jähring. Volume: uma ideia em construção[recurso eletrônico] / Roger Artur Jähring Wanderley, Maria Alice Veiga Ferreira de Souza. – Vitória: Editora Ifes, 2019.</p> <p>3173Kb: il.; PDF (Série guias didáticos de matemática ; 68) Publicação Eletrônica. Modo de acesso: http://educimat.ifes.edu.br/index.php/produtos-educacionais</p> <p>Produto Educacional (Pós-Graduação Stricto Sensu) Instituto Federal do Espírito Santo, Cefor, Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, 2019.</p> <p>Inclui bibliografia ISBN: 978-85-8263-508-7</p> <p>1. Matemática – estudo e ensino. 2. Matemática - geometria. 3. Matemática - volume. 4. Lesson Study. I. Souza, Maria Alice Veiga Ferreira de. II. Instituto Federal do Espírito Santo. III. Cefor. IV. Título.</p> <p>CDD: 510.7</p>
-------	--

Edifes

*Centro de Referência em Formação e Educação a Distância
Instituto Federal do Espírito Santo
Rua Barão de Mauá, 30, Bairro Jucutuquara
Vitória, Espírito Santo. CEP: 29040-860
Tel. +55(27) 3198-0934
E-mail: editora@ifes.edu.br*

Comissão Científica

Dra. Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti, UESB
Dra. Márcia Gonçalves de Oliveira, IFES
Dr. Luciano Lessa Lorenzoni, IFES
Dr. Oscar Luiz Teixeira de Rezende, IFES

Coordenação Editorial

*Sidnei Quezada Meireles Leite
Carlos Roberto Pires Campos*

Revisão do Texto

Maria Alice Veiga Ferreira de Souza

Apoio Técnico

*Alessandro Poletto Oliveira
Ana Christina Alcoforado*

Capa e Editoração Eletrônica

Katy Kênio Ribeiro

Produção e Divulgação

*Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática
Centro de Referência em Formação e Educação a Distância
Rua Barão de Mauá, 30, Bairro Jucutuquara
Vitória, Espírito Santo. CEP: 29040-860*



INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Reitoria do Ifes

Reitor

Jadir Jose Pela

Pró-Reitor de Administração e Planejamento

Lezi José Ferreira

Pró-Reitora de Desenvolvimento Institucional

Luciano de Oliveira Toledo

Pró-Reitora de Ensino

Adriana Piontkovsky Barcellos

Pró-Reitor de Extensão

Renato Tannure Rota de Almeida

Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-graduação

André Romero da Silva

Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância

Diretoria do Cefor

Mariella Berger Andrade

Coordenadoria Geral De Ensino

Larissy Alves Cotonhoto

Coordenadoria Geral de Pesquisa e Extensão

Maria Alice Veiga Ferreira de Souza

Coordenadoria Geral de Administração

João Paulo Santos

MINICURRÍCULO DOS AUTORES



ROGER ARTUR JÄHRING WANDERLEY. Possui graduação em Licenciatura Plena em Matemática (1998) e Especialização em Matemática (2003) ambos pela Universidade Federal do Espírito Santo. Atualmente é aluno do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática – Educimat do Instituto Federal do Espírito Santo – IFES, servidor estatutário da Prefeitura Municipal de Serra e do Governo do Estado do Espírito Santo. Tem experiência na área de Educação Matemática, atuando como professor no Ensino Fundamental II, Ensino Médio e na Educação de Jovens e Adultos (EJA).



MARIA ALICE VEIGA FERREIRA DE SOUZA. Possui graduação em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo-UFES, é mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo-UFES, doutora em Psicologia da Educação Matemática pela Universidade Estadual de Campinas-UNICAMP e Pós-doutora em Resolução de Problemas pela Universidade de Lisboa (Portugal) e pela *Rutgers University* (Estados Unidos). Atualmente é professora do Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância e Professora do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática – Educimat do Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes. Tem experiência na área de Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas/áreas: formação de professores, resolução de problemas, *Lesson Study*, modelagem matemática, educação estatística, produção de significados, linguagem matemática, habilidade matemática, aplicações estatísticas e matemáticas na área das Ciências, Matemática e Engenharias. Atua principalmente na área de Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear e Probabilidade e Estatística nas Engenharias e Ciência da Computação, além das Pós-graduações nesse mesmo âmbito.

Sumário

APRESENTAÇÃO	7
VOLUME: UMA IDEIA EM CONSTRUÇÃO	8
<i>LESSON STUDY</i>	9
PLANEJAMENTO	20
VOLUME: IMPACTOS SOBRE O CURRÍCULO.....	23
MATERIAIS, LAYOUT DA SALA E ORIENTAÇÕES	25
ATIVIDADES: COMPARAÇÃO	32
ATIVIDADES: MEDIÇÃO	36
ATIVIDADES: PRODUÇÃO.....	43
ATIVIDADES: RETORNO À ATIVIDADE DE COMPARAÇÃO	46
AVALIAÇÃO: QUIZ	49
OBSERVAÇÕES	51
BIBLIOGRAFIA.....	53

APRESENTAÇÃO

Este guia didático é um produto educacional elaborado durante a pesquisa de mestrado “**ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES DO *LESSON STUDY* PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM AULAS QUE PROMOVAM A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE VOLUME**” (WANDERLEY, 2019).

Neste guia você encontrará um pouco do que é o *Lesson Study*, os conhecimentos específicos e pedagógicos necessários à profissão de professor que foram mobilizados pelo *Lesson Study*, além das atividades planejadas e executadas pelo grupo para a construção do conceito de volume por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

Também elaboramos um vídeo animação com este mesmo tema e que está disponível no link

<https://youtu.be/bn82Xs4iNas>

Esperamos que esse trabalho possa auxiliar os professores em sua jornada pela melhoria de sua prática e no trabalho de construção do conceito de volume.

Desde já, ressaltamos que este material está publicado no site do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) por ser um meio de ampla divulgação e acesso livre.

<https://educimat.cefor.ifes.edu.br/>

Vitória, E.S., 05 de Novembro de 2019.

Roger Artur Jähring Wanderley

Maria Alice Veiga Ferreira de Souza

VOLUME: UMA IDEIA EM CONSTRUÇÃO

UMA EXPERIÊNCIA COLABORATIVA VIA LESSON STUDY

INTRODUÇÃO

A ideia deste guia didático surgiu da necessidade de compartilhar com os professores de matemática e outras pessoas interessadas no tema, uma experiência de trabalho colaborativo de um grupo de professores com a construção do conceito de volume.

Para essa experiência foi utilizada uma abordagem japonesa conhecida como *Lesson Study*, que se constitui de um ciclo de três etapas, sucessivas e conectadas: **planejamento, execução e reflexão crítica**. Têm sido muito utilizada em diversos países para o desenvolvimento profissional de professores, principalmente de matemática (FUJII, 2014).

O tema do trabalho desenvolvido foi **construção do conceito de volume**, por se tratar de um tópico do eixo Grandezas e Medidas que possui sua importância, social, científica e histórica e normalmente é deixado de lado por uma parcela de professores que não conseguem cobrir todo o conteúdo previsto para o ano letivo.

Um dos objetivos é resgatar esse tema de forma a contribuir para o desenvolvimento do **pensamento geométrico** associado aos **domínios numérico e das grandezas**.

Nossa ideia é possibilitar ao aluno construir o conceito de volume a partir de atividades de **comparação, medição e produção** de maneira a contribuir para o alargamento do seu pensamento matemático.

Outro objetivo é oferecer aos professores uma oportunidade de se apropriarem de **conhecimentos específicos** de matemática, e **conhecimentos pedagógicos** necessários à sua profissão, promovendo seu desenvolvimento profissional visando auxiliá-los nessa tarefa tão árdua que é o ensino de crianças, jovens e adultos.

CONSTRUIR O CONCEITO DE VOLUME PARA CONTRIBUIR PARA O ALARGAMENTO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO DOS ALUNOS.

LESSON STUDY

PLANEJAMENTO, EXECUÇÃO E REFLEXÃO CRÍTICA

Um ciclo do *Lesson Study* é constituído de três etapas: **planejamento, execução e reflexão crítica** (TAKAHASHI, 2004). Um grupo de profissionais (professores de matemática ou de outras disciplinas, pedagogos, gestores, psicólogos, etc.) reúne-se com o propósito de estudar algum tema, planejando, executando e refletindo sobre aulas e investigando seu impacto na aprendizagem dos alunos (Figura 1).

Durante o **planejamento** o grupo define um tema a ser trabalhado, efetua o estudo do currículo e elabora as metas de aprendizagem. Depois é realizado o estudo dos materiais a serem usados (*kyozaikenkyu*) e constrói-se um plano de aula de forma colaborativa: estabelecendo os objetivos a serem alcançados; elaborando as atividades necessárias para alcançar esses objetivos; antecipando dúvidas, equívocos, erros e acertos dos alunos, bem como as orientações e questionamentos que o professor poderá fazer, nessas situações, para auxiliar o fluxo de pensamento dos alunos (SOUZA, 2019).

Figura 1 - Grupo de estudos do *Lesson Study*.



Fonte: Arquivo dos autores.

Na **execução**, um professor do grupo irá ministrar a aula planejada colaborativamente, em uma de suas turmas, enquanto os outros participantes observam atentamente, fazendo

anotações sobre o impacto da aula na aprendizagem dos alunos (Figura 2). O foco não é o professor, mas se o plano elaborado pelo grupo consegue alcançar os objetivos propostos.

Figura 2 - Professora executando a aula em uma de suas turmas com os observadores ao fundo.

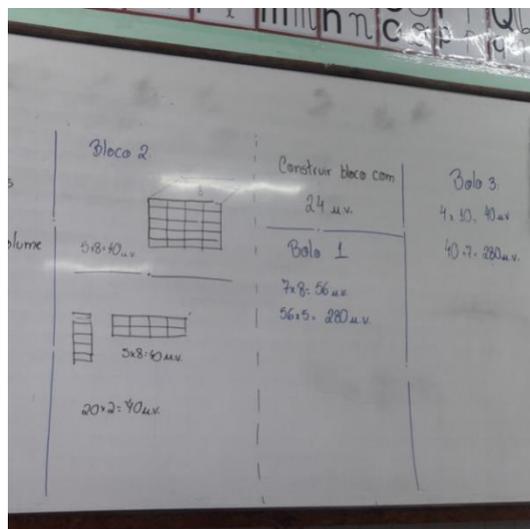


Fonte: Arquivo dos autores.

Durante a execução o professor precisa estar atento, buscando verificar se as ações previstas e executadas no plano são eficientes para a produção de conhecimentos que o grupo desejou. Depois, deve motivar os alunos a mostrarem suas produções e explicarem suas estratégias para os colegas.

As estratégias devem se manter visíveis aos alunos, preferencialmente expostas na lousa da sala, **Bansho** (Figura 3). O **bansho** é o registro na lousa, permitindo que se tenha uma visão completa do trabalho realizado pelos alunos e os auxiliando na realização do **Neriage**, que é o momento em que os alunos irão elaborar uma síntese do que aprenderam durante a aula.

Figura 3 - **Bansho**: registro das atividades na lousa.



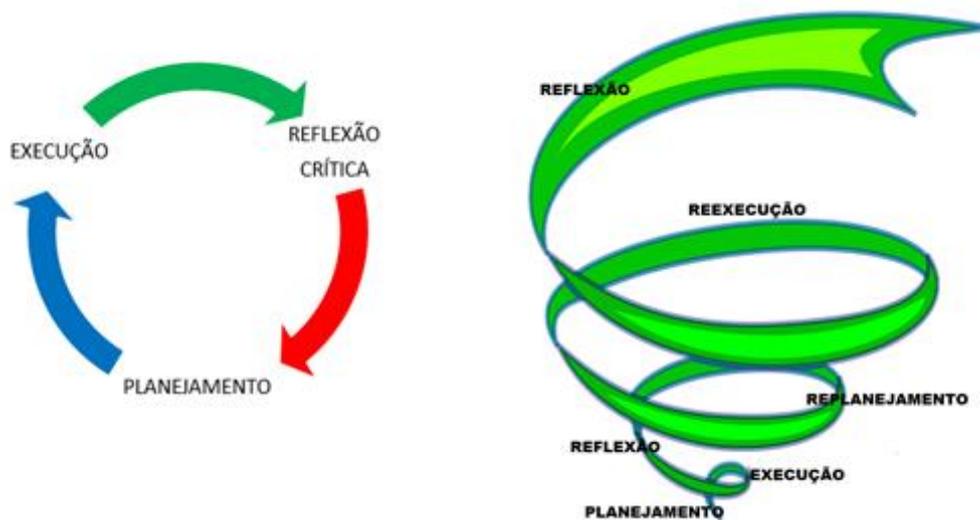
Fonte: Arquivo dos autores.

Após a execução da aula, o grupo se reúne para fazer a **reflexão crítica**, que é a socialização de suas anotações: o que funcionou, não funcionou ou precisou de alteração.

Começa pelo professor regente e suas impressões sobre a aula e, em seguida, os observadores. Se o grupo concluir que o plano cumpriu os objetivos propostos, encerra-se o ciclo; senão, volta-se para replanejar, reexecutar e refletir novamente, mas dessa vez, será para uma nova turma. Entretanto, esse planejamento também servirá de base para os planejamentos subsequentes da turma anterior, para aprofundamento do assunto.

Chamamos esse processo de **Espiral do Lesson Study** (SOUZA; WROBEL; GAIGHER, 2017), porque o novo ciclo de trabalho será promovido sobre os conhecimentos e experiências adquiridos no ciclo anterior sendo, portanto, mais aprofundado (Figura 4).

Figura 4 - Ciclo e Espiral do Lesson Study.



Fonte: Adaptação de Souza, Wrobel e Gaigher, 2017, p. 55.

FORMAÇÃO DE PROFESSORES

CONHECIMENTOS DO PROFESSOR

Determinar o que é realmente relevante ao ofício de ensinar é uma tarefa árdua a que se dedicaram vários pesquisadores, dos quais destacamos Shulman (1986) que iniciou o seu trabalho de investigação identificando, separando e mensurando o conhecimento e habilidades inerentes ao trabalho do professor. Ball, Thames e Phelps (2008) deram sua contribuição através de suas pesquisas referentes aos conteúdos exigidos à tarefa de ensinar, mas principalmente em como o professor precisa saber esses conteúdos.

Esses autores conseguiram classificar os conteúdos em:

- **Conhecimento de Assunto;**
- **Conhecimento Pedagógico de Conteúdo.**

O **Conhecimento de Assunto** engloba os conhecimentos de matemática que todo professor tem que dominar. São conhecimentos aprofundados que possibilitam ao professor: conhecer detalhes a respeito da matemática. Permite saber, o porquê, e como funcionam os aspectos mais internos dessa disciplina, analisar os trabalhos dos alunos, suas estratégias, raciocínios e livros textos e validá-los ou não à luz da matemática.

Já o **Conhecimento Pedagógico**, refere-se à tarefa de ensino. Saber utilizar os melhores exemplos, técnicas, quais métodos usar e qual o melhor momento de usá-los, além de conhecer os equívocos, dúvidas e erros mais comuns dos alunos. Faz uma combinação entre a compreensão do conteúdo matemático e do conteúdo pedagógico.

A formação, inicial ou continuada, de professores deve buscar garantir que o professor tenha domínio desses aspectos para que o mesmo tenha condições de desenvolver um trabalho profissional de qualidade.

Ball, Thames e Phelps (2008) dividiram o **Conhecimento de Assunto** e o **Conhecimento Pedagógico** em três subtipos de conhecimentos, cada um (Figura 5).

Figura 5 - Conhecimentos do professor.



Fonte: Adaptado de Ball, Thames e Phelps, 2008, p. 5

Esses autores consideram **Conhecimento de Conteúdo Comum** como os conhecimentos básicos de matemática que outras pessoas também possuem, pois também são usados em outras profissões que não a de professor.

O **Conhecimento de Conteúdo Especializado** envolve os conhecimentos específicos e aprofundados de matemática. Esses conhecimentos são necessários para que o professor compreenda os aspectos mais intrínsecos dessa disciplina.

Conhecimento Horizontal de Conteúdo é o olhar sobre tópicos e ideias matemáticas e como tratá-los ao longo dos anos de estudo e suas relações com outros campos e conceitos.

Conhecimento de Conteúdo e Currículo é conhecer o que é preciso ensinar aos alunos, sobretudo a partir do que os documentos oficiais dizem que é necessário o estudante saber.

Conhecimento de Conteúdo e Estudantes compreende saber como os alunos pensam, aprendem, quais são os erros cometidos mais comuns, quais estratégias eles mais utilizam, como antecipar essas ações de modo a compreendê-las e aproveitá-las de forma construtiva.

O último, **Conhecimento de Conteúdo e Ensino**, refere-se ao melhor meio de ensinar. Saber utilizar os melhores exemplos, as melhores técnicas, quais métodos usar e qual o melhor momento de usá-los.

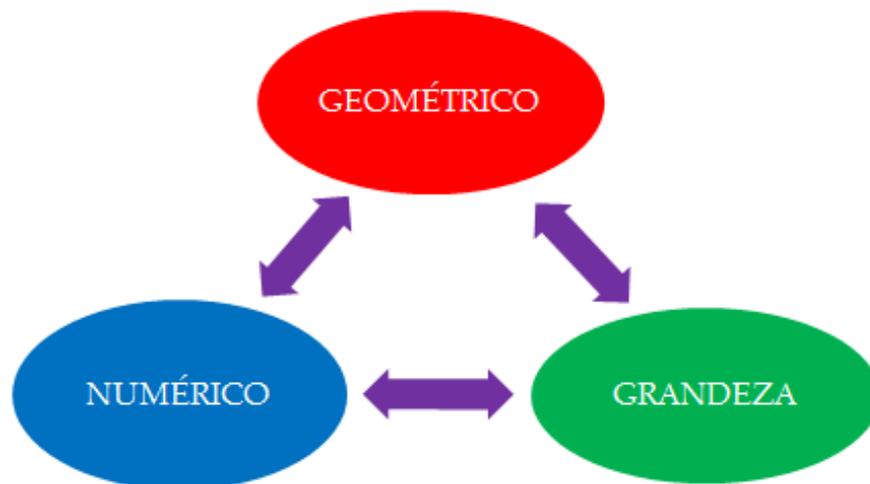
CONHECIMENTOS E HABILIDADES INERENTES AO TRABALHO DO PROFESSOR: CONHECIMENTO DE ASSUNTO E CONHECIMENTO PEDAGÓGICO.

VOLUME

UMA GRANDEZA GEOMÉTRICA

Em relação ao tema escolhido, construção do conceito de volume, podemos dizer que toda grandeza geométrica é composta de três domínios: geométrico, numérico e das grandezas (LIMA e BELLEMAIN, 2010). O **geométrico** corresponde aos objetos geométricos, o **numérico** corresponde aos números reais positivos que representarão a magnitude da medida, e das **grandezas** que está atrelada à unidade de medida correspondente (Figura 6). Esse três domínios são independentes e ao mesmo tempo, indissociáveis: volume não é o objeto, pois objetos diferentes podem ter mesmo volume e volume também não é o número (medida), pois trocando a unidade de medida serão usados números diferentes. Por outro lado, não há volume sem objeto e nem há volume sem a medida.

Figura 6 - Modelo de domínios da grandeza volume.



Fonte: Adaptado de Lima e Bellemain, 2010, p. 173.

Para o desenvolvimento do conceito de volume estabelecemos três tipos de atividades que darão sentido ao conceito: **comparação, medição e produção** (LIMA; BELLEMAIN, 2010).

As atividades de **comparação** consistem em determinar, quais sólidos têm mesmo volume ou quais têm volume maior, fazendo uma ordenação (Figura 7). Podem ser usadas estratégias: visual (perceptiva), inclusão, decomposição e recomposição, imersão, comparação das medidas e comparação das massas (FIGUEIREDO, 2013).

Figura 7 - Comparação: estratégia visual (perceptiva).



Fonte: Arquivo dos autores.

As atividades de **medição** correspondem a medir o volume usando uma unidade de medida. Essas atividades permitem a articulação entre os quadros numérico, geométrico e das grandezas. As estratégias utilizadas podem ser: contagem de unidades, fórmulas, imersão, preenchimento e transvasamento (Figuras 8).

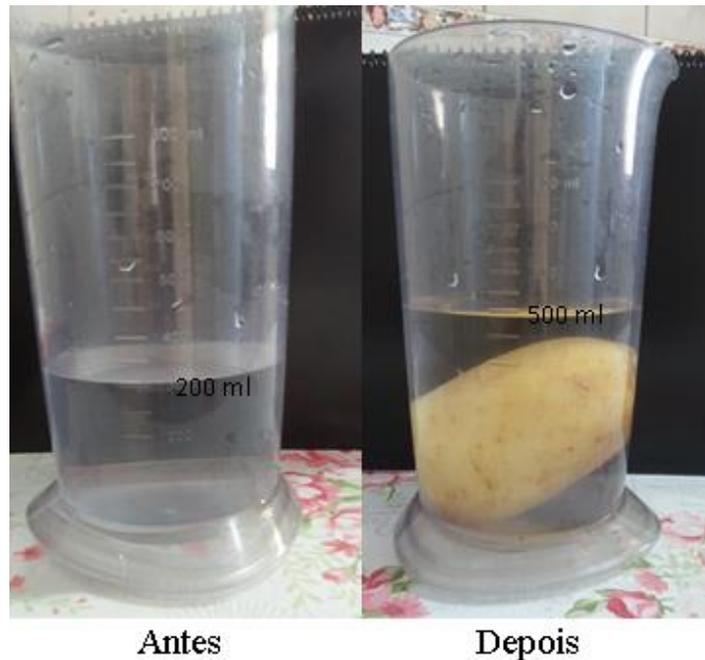
Figura 8 – Medição: contagem de unidades.



Fonte: Arquivo dos autores.

Na estratégia de imersão, o objeto é mergulhado em um líquido e a medida de seu volume é obtida pela variação do volume do líquido no recipiente. No exemplo abaixo, o volume da batata é 300 ml ou 300 cm^3 (Figura 9).

Figura 9 – Medição: estratégia de imersão.



Fonte: Arquivo dos autores.

Caso o recipiente não seja graduado, essa estratégia pode ser usada para fazer **comparação** de volumes, ou seja, determinar qual objeto tem volume maior, menor ou igual. O objeto que mais elevar o nível do líquido, no recipiente, tem volume maior (Figura 10).

Figura 10 – Comparação: estratégia de imersão.



Fonte: Arquivo dos autores.

Nesse tipo de atividade não estamos interessados na medida do volume (número), queremos apenas fazer uma comparação. No exemplo, a batata tem volume maior do que o inhame.

Em relação à estratégia de transvasamento, ocorre um deslocamento do líquido de um recipiente para outro. Ao inserirmos o objeto ele eleva o nível do líquido no recipiente fazendo com que o excesso esorra para o outro recipiente. Ao medirmos o volume do líquido transportado obtemos o volume do objeto (Figura 11).

Figura 11 - Medição: estratégia de transvasamento.



Fonte: Arquivo dos autores.

As atividades de **produção** referem-se a produzir um objeto com volume menor, maior ou igual a uma medida pré-estabelecida (Figura 12). No exemplo, foram usados bloquinhos como unidade de medida de volume (u.v.), compondo-se um bloco retangular com volume de 24 u.v.

Figura 12 - Produção: composição com volume de 24 u.v.



Fonte: Arquivo dos autores.

Nesse tipo de atividade, as estratégias mais utilizadas são: composição, decomposição e recomposição (Figura 13).

Figura 13 - Estratégia de produção: composição, decomposição e recomposição.



Fonte: Arquivo dos autores.

Gostaríamos de destacar que as atividades de comparação podem envolver medição, como o uso da medida em si (número), mas a comparação também pode ser feita sem se conhecer a medida, utilizando-se outras estratégias.

Da mesma forma, às atividades de medição podem envolver comparação, pois quando queremos determinar o valor da medida (número), comparamos o objeto com uma unidade de medida para determinar “quantas vezes” ela cabe.

O que define se uma atividade é de comparação ou de medição, é o foco que se deseja dar. Se o foco for comparar, mesmo que se utilize a medição, a atividade é classificada como comparação. Se o foco for medir, mesmo que se faça comparação, a atividade será classificada como medição.

Em relação às atividades de produção, apesar de envolver medida, o foco é montar ou construir um objeto a partir dessa medida. Os alunos têm mais dificuldades nesse tipo de atividade por ser menos comum. Normalmente os professores, inclusive os livros didáticos, têm dado mais ênfase às atividades de medição e comparação, deixando de lado as atividades de produção (MORAIS; BELLEMAIN, 2010).

O QUE DEFINE SE UMA ATIVIDADE É DE COMPARAÇÃO OU DE MEDIÇÃO, É O FOCO QUE SE DESEJA DAR.

PLANEJAMENTO

INICIANDO OS TRABALHOS

Em nosso *Lesson Study*, o grupo definiu como tema de trabalho a **construção do conceito de volume**. Definido o tema, escolhemos um professor do grupo e uma de suas turmas de 7º ano do Ensino Fundamental para ser o nosso público alvo.

Analisando o currículo de matemática da Prefeitura Municipal de Vitória, onde a escola está inserida, percebemos que o trabalho com **volume** está atrelado ao conceito de **capacidade** e deve começar desde as séries iniciais (Figura 14).

Figura 14 - Volume no currículo de matemática da Prefeitura Municipal de Vitória.

Objetivos de Aprendizagem para o Componente Matemática: Ensino Fundamental														
EIXOS	CONTEÚDOS	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM	ANOS INICIAIS					ANOS FINAIS			ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS			
			1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º		9º		
		4.9 Resolver situações-problema, utilizando instrumentos de medidas (convencionais e não convencionais) relativos às grandezas mensuráveis de massa.	I	A	A	A	A/C							
		4.10 Resolver situações-problema que envolvem a grandeza massa e as relações entre as unidades de medida dessa grandeza (mg, g, Kg, tonelada).				I/A	A	A/C	A/C	A/C	A/C			
4 - GRANDEZAS E MEDIDAS		4.11 Resolver situações-problema, utilizando instrumentos de medidas (convencionais e não convencionais) que envolvem as grandezas capacidade/ volume.	I	A	A	A	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C		É importante lembrar que capacidade não é uma grandeza de medida, portanto durante o trabalho deve ficar claro a diferença entre capacidade e volume. Também é importante considerar o trabalho com as unidades de medidas mais usuais: Capacidade: ml - l	
		4.12 Resolver situações-problema que envolvem a grandeza capacidade/volume e as relações entre as unidades de medida dessa grandeza (l, ml).				I/A	A	A/C	A/C	A/C	A/C		O foco deve ser o cálculo do volume dos prismas retangulares. O cálculo do volume oportuniza ao estudante utilizar seus conhecimentos sobre o campo multiplicativo e suas propriedades.	
		4.13 Compreender o processo de medição, bem como as características do instrumento utilizado para medir.			I	A	C							
		4.14 Compreender o conceito de dia, semana, mês e ano, e como são organizados no calendário.	I	A	A/C	A/C	C							As atividades relacionadas à grandeza tempo devem utilizar calendário e relógio (digital e de ponteiros). Podem também ser utilizados instrumentos como ampulheta e cronômetro.
		4.15 Saber ler horas em relógios digitais.	I	A/C	C									
		4.16 Saber ler horas em relógios de ponteiros.	I	A	A	C								
		4.17 Resolver situações-problema que envolvem intervalo de tempo.			I	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C				
		4.18 Resolver situações-problema que envolvem relações entre unidades usuais de medida de tempo (hora, dia, mês, ano, etc.).				I	A/C	A/C	A/C					

Fonte: Diretrizes Curriculares Vitória – ES, Vitória, 2018, p. 208.

Apesar de serem conceitos diferentes, normalmente provocam dúvidas entre os professores e não foi diferente em nosso grupo. Após pesquisa, discussão e reflexão nosso grupo concluiu que o **conceito de volume** está relacionado ao “**espaço ocupado por um sólido geométrico**”, enquanto que o **conceito de capacidade** se refere ao “**volume da parte interna de um recipiente**” (LIMA; BELLEMAIN, 2010, p. 192).

Consideremos uma caneca, por exemplo, ela tem um volume e também tem uma capacidade, e **a sua capacidade é menor do que o seu volume** por causa da espessura das paredes que a

delimitam (Figura 15). Quanto maior a espessura das paredes, maior a diferença entre o volume da caneca e sua capacidade.

Figura 15 - Caneca com líquido dentro.



Fonte: Pixabay, 2019

Por esse motivo que muitos autores de livros didáticos pedem, em muitas situações, que seja desconsiderada a espessura das paredes dos recipientes, desconsiderando o volume externo para priorizar o volume interno, ou seja, a sua capacidade.

Além disso, pode ocorrer confusão entre a capacidade do recipiente e o volume do líquido dentro dele. Normalmente, o **volume do líquido** dentro do recipiente é **menor do que sua capacidade** para evitar transbordamento. O que pode ser bem percebido em nosso exemplo da caneca.

Portanto, temos três itens a considerar: o volume da caneca, a sua capacidade (que é menor do que seu volume) e o volume do líquido em seu interior (que, geralmente, é menor do que a capacidade da garrafa). Se o líquido ocupar todo o espaço disponível no interior do recipiente, então o volume do líquido será igual à capacidade do recipiente.

Tendo em vista a íntima relação entre **volume** e **capacidade**, é aconselhável o trabalho concomitante desses dois conceitos, analisando e comparando suas semelhanças e diferenças de maneira a contribuir para a apropriação desses conceitos pelo educando.

O trabalho deve priorizar situações de resolução de problemas com comparação, medição e produção, além de uso de unidades de medida convencionais e não convencionais para a determinação do volume de prismas retangulares.

Não devemos priorizar, nesse momento inicial, a utilização de fórmulas. As fórmulas serão uma consequência de regularidades a serem percebidas pelos alunos durante a execução das atividades e reflexão de suas ações.

O CONCEITO DE VOLUME ESTÁ RELACIONADO AO “ESPAÇO OCUPADO POR UM SÓLIDO GEOMÉTRICO”.

VOLUME: IMPACTOS SOBRE O CURRÍCULO

METAS DE LONGO PRAZO

O nosso objetivo geral é o desenvolvimento do conceito de volume de prismas retangulares. Pensando nisso, o grupo elaborou as **metas** de longo prazo para o trabalho com essa grandeza.

A sequência natural é o aprofundamento e diversificação de atividades para a determinação de volume de outros prismas retangulares, bem como de outros objetos formados por composição e decomposição de prismas retangulares e também a determinação de volume de cilindros. “Nessa fase da escolaridade, os alunos devem determinar expressões de cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos, e as de volumes de prismas e de cilindros” (BNCC, 2017, p. 273).

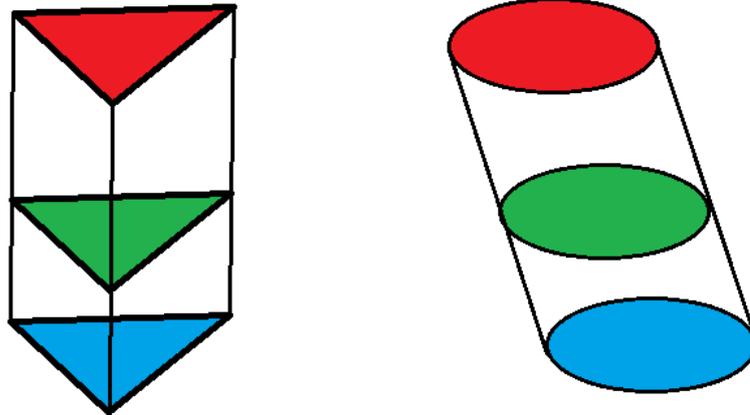
Além disso, devemos utilizar diferentes unidades de medida, relacioná-las e efetuar trocas entre elas, desenvolvendo atividades com vistas à interação entre volume e capacidade de forma a compreendê-los nos diferentes contextos em que estão inseridos, relacionando suas principais unidades de medida: cm^3 , m^3 , ml e litro.

Também podemos estabelecer relação entre o **conceito de volume** e o **conceito de área**, pois apesar de serem conceitos de dimensões diferentes (volume de dimensão três e área de dimensão dois), a construção dos dois baseia-se nos mesmos princípios e nos mesmos tipos de situações: comparação, medição e produção (MELLO, 2018).

Além disso, a medida do volume pode ser determinada relacionando a área da base do objeto com sua altura. Relação essa, em que se baseia o Princípio de Cavalieri, que diz que **“se dois objetos possuem mesma altura e, ao serem cortados por planos paralelos à suas bases, determinam seções de mesma área, então esses objetos possuem o mesmo volume”** (Figura 16).

Esse princípio ajuda na determinação do volume de outros objetos matemáticos como outros prismas (que não sejam retangulares ou retos), pirâmides, cones e esferas.

Figura 16 - Princípio de Cavalieri



Fonte: Elaborado pelos autores.

Entre as grandezas físicas, o **conceito de volume** também se relaciona com o de **massa** e de **densidade**. Nessa relação, massa (m) é proporcional ao volume (v) e a constante de proporcionalidade é a densidade (d) (Figura 17).

Figura 17 – Relação entre volume e massa.

$$\frac{m}{v} = d \text{ ou } m = d \cdot v$$

Fonte: Elaborado pelos autores.

Portanto, se houver dois objetos de um mesmo material, terá maior volume aquele que tiver maior massa. Sendo assim, o entendimento desses conceitos se entrelaça, podendo um ajudar o aprofundamento do outro e dar-lhes sentido.

O CONCEITO DE VOLUME ESTÁ ENTRELAÇADO A OUTROS CONCEITOS COMO CAPACIDADE, ÁREA, MASSA E DENSIDADE.

MATERIAIS, LAYOUT DA SALA E ORIENTAÇÕES

KYOZAYKENKYU

Para o planejamento de nossa aula, uma das primeiras preocupações foi com a arrumação da sala de aula. Decidimos organizar previamente as carteiras na forma de “U”, dispondo dois alunos por mesa (Figura 18). Pensamos nessa formatação com vistas a melhorar a visualização e o acesso dos alunos às estratégias e produções dos colegas, além de facilitar a comunicação e a troca de ideias entre as duplas.

Figura 18 - Disposição das carteiras em formato de "U".



Fonte: Arquivo dos autores.

Também decidimos pelo uso de “ilhas”, que são duas duplas de carteiras dispostas no centro da sala para melhor visualização, pelos alunos, dos materiais e das estratégias usadas para medição dos bolos (Figura 19). Escolhemos utilizar esse termo, “ilha”, porque as mesas ficam dispostas no centro com todos os alunos em torno delas.

Figura 19 - "Ilhas" no centro da sala.



Fonte: Arquivo dos autores.

Para essa aula foram necessários os seguintes materiais:

- Três caixas retangulares, de papelão Paraná, representando bolos (Figura 20):

Bolo 1: 24x28x4,5 cm;

Bolo 2: 18x20x3,6 cm;

Bolo 3: 30x16x6,3 cm;

Figura 20 - Caixas de papelão Paraná representando bolos.



Fonte: Arquivo dos autores.

- Dois blocos de MDF (Medium Density Fiberboard):

Bloco 1: 9x12x3,6 cm;

Bloco 2: 6x16x4,5 cm;

- 40 bloquinhos de MDF, com dimensões 3x4x0,9 cm;

Cada dupla de alunos recebeu um “kit” contendo os dois blocos e os 40 bloquinhos, todos confeccionados em MDF (Figura 21).

Os três bolos, em papelão Paraná, serão de uso do professor.

Figura 21 - "Kit" de materiais para as duplas.



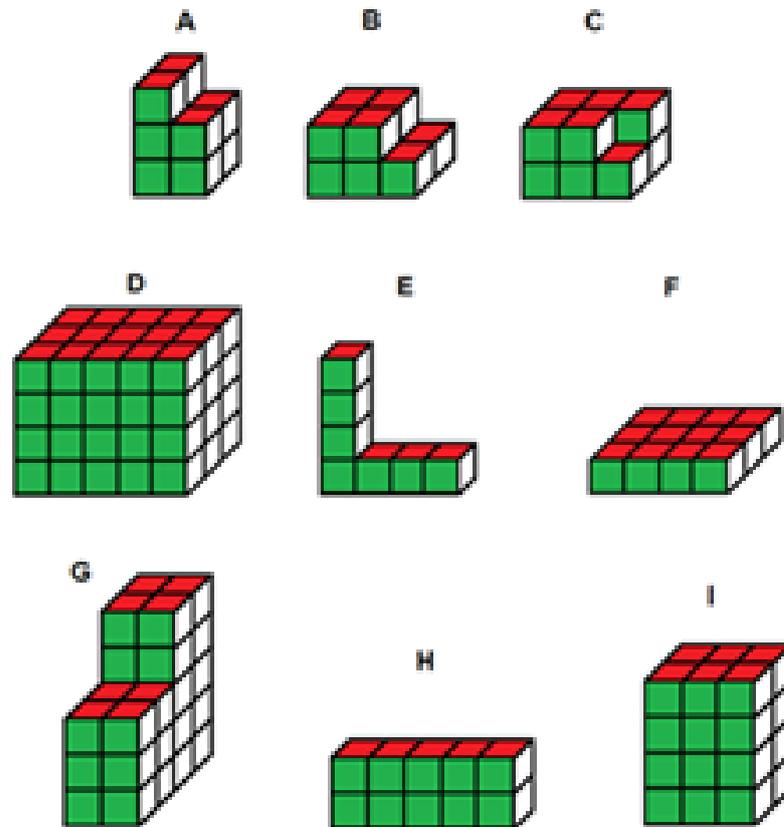
Fonte: Arquivo dos autores.

Todas as medidas dos materiais usados foram pensadas e definidas, pelo grupo, com muito cuidado para não provocar dúvidas nos alunos no decorrer das atividades.

Também priorizamos medidas que possibilitassem resultados inteiros nas medições, pois o foco é o conceito, enquanto que dificuldades epistemológicas, com medidas não inteiras, não eram bem vindas nesse momento. Mas devem ser trabalhadas, posteriormente, para aprofundamento e ampliação do conceito.

- Folha de sulfite, para cada aluno, contendo nove figuras (Figura 22);

Figura 22 - Lista de figuras que compõem o Quiz.



Fonte: Arquivo dos autores.

- Plaquinhas escritas: “Verdadeiro” na frente e “Falso” no verso para que os alunos possam responder ao Quiz (Figura 23).

Figura 23 - Plaquinhas para o Quiz.



Fonte: Arquivo dos autores.

A folha sulfite serve para auxiliar os alunos a responderem um **QUIZ** no final da aula. Esse **QUIZ** é composto de dez afirmações elaboradas pelo grupo de professores, sobre as nove figuras, que serão respondidas pelos alunos utilizando-se as plaquinhas (Verdadeiro ou Falso).

Afirmações:

1. As imagens **A** e **B** possuem o mesmo volume. (V)
2. O volume do bloco **C** é de 12 u.v. (F)
3. O volume do bloco **D** é de 60 u.v. (V)
4. O volume do bloco **F** é menor que o do bloco **C**. (F)
5. O bloco que possui volume de 20 u.v. é o **I**. (F)
6. Dos blocos apresentados, o **E** é o que possui a menor medida de volume. (V)
7. O volume do Bloco **G** é maior do que o do bloco **I**. (V)
8. As imagens **B** e **H** possuem o mesmo volume. (V)
9. O bloco **C** tem 1 u.v. a mais do que o bloco **H**. (V)
10. O volume do bloco **I** é de 28 u.v. (F)

Para cada afirmação feita o professor deve estar atento às respostas dos alunos para poder fazer as intervenções que achar necessárias de forma a ajudar os alunos que apresentarem dúvidas ou erros durante o *Quiz*.

BANSHO: O professor deve se atentar para fazer o registro e a exposição de todas as produções dos alunos na lousa. Mas, também optamos pela disposição das produções nas carteiras, para acesso dos alunos (Figura 24).

Figura 24 – *Bansho*: Observando e acessando as estratégias dos colegas.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

O professor deve convidar algumas duplas para apresentar suas produções (prioritariamente, aquelas que tiverem resolvido de modo diferente), mas também precisa valorizar todas as duplas nas diferentes atividades. Além disso, os alunos devem visitar as estratégias dos colegas, em fila, no sentido horário.

NERIAGE: O professor estimula a discussão das estratégias das duplas com toda a turma, culminando em uma síntese do que os alunos aprenderam. A síntese é feita junto com a turma.

TRATAMENTO DO ERRO: O professor pode tomar para si os erros dos alunos, caso estes não se sintam confortáveis em expô-los para a turma. Pode ainda ocorrer de alguma dupla ter realizado a atividade corretamente, mas lhe faltar significados. Nesse caso, o professor estimula a discussão pela turma para o aprendizado dos significados da atividade, promovendo, assim, o estímulo ao desenvolvimento do conceito de volume.

ALARGAMENTO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO: O professor deve diversificar, sempre que possível, o modo de agir na mesma atividade para além do que as duplas já tiverem produzido, apresentado e discutido (Figura 25).

Figura 25 - Professor estimulando a discussão com a turma.



Fonte: Arquivo dos autores.

O PROFESSOR ESTIMULA A DISCUSSÃO PELA TURMA PARA O APRENDIZADO DOS SIGNIFICADOS DA ATIVIDADE, PROMOVENDO, ASSIM, O ESTÍMULO AO DESENVOLVIMENTO DO CONCEITO DE VOLUME.

ATIVIDADES: COMPARAÇÃO

ESTRATÉGIA VISUAL

A literatura científica diz que devem ser elaboradas atividades que promovam ações de: **comparação, medição e produção** (LIMA; BELLEMAIN, 2010).

As atividades aqui propostas foram planejadas de forma colaborativa, através da troca de experiências entre um grupo de professores. Elas não têm a pretensão de esgotar as possibilidades de trabalho, apenas ajudar a orientar os professores no desenvolvimento inicial do conceito de volume, podendo ser alteradas, acrescentadas ou aprofundadas.

ATIVIDADE 1: COMPARAÇÃO.

OBJETIVO: Comparar volume, intuitivamente, pelo tamanho de dois paralelepípedos, utilizando a estratégia visual (perceptiva).

PRÉ-REQUISITOS: Percepção visual e/ou tátil (para atender a alunos cegos).

O grupo pensou em um contexto para iniciar os trabalhos de forma a dar um sentido às atividades que seriam desenvolvidas.

O professor começa apresentando a seguinte problemática:

Professor: Eu ganhei da D. Sofia, dona de uma doceria em Maruípe, um bolo para a turma de vocês. Quando cheguei lá ela me mandou escolher um entre dois bolos (Figura 22). Fiquei em dúvida e trouxe os dois modelos para que vocês me ajudem a escolher. Os dois bolos são do mesmo sabor e com o mesmo recheio.

Qual dos dois vamos escolher e por quê?

Figura 22 - Bolos 1 e 2.



Fonte: Arquivo dos autores.

Possível resposta dos alunos: É esse (ou aquele...)

Professor: Ah! Então “esse” está descartado.

O professor apresenta um terceiro bolo a ser comparado com o que eles elegeram (Figura 23).

Professor: E agora, qual destes dois bolos vocês escolheriam e por quê?

Figura 23 - Professor apresentando os bolos 1 e 3 para a turma.

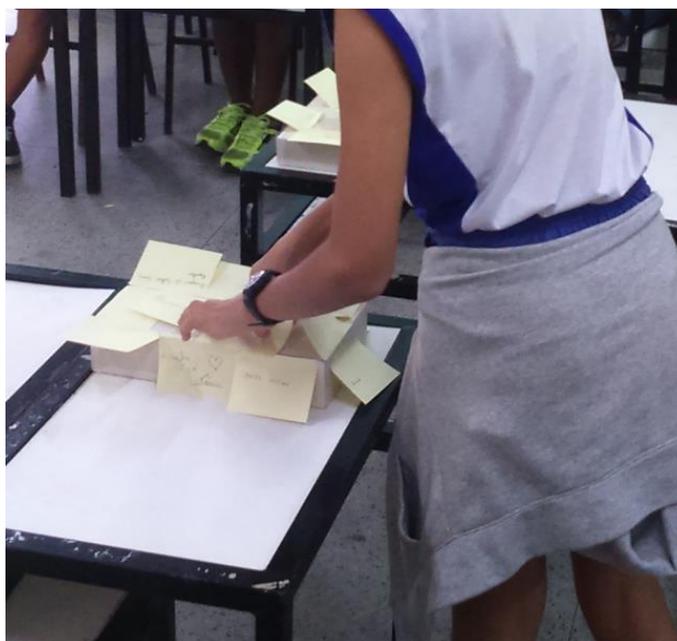


Fonte: Arquivo dos autores.

Obs.: Os bolos 1 e 3 foram pensados de forma a provocar dúvidas nos alunos para gerar a necessidade de medição. A medição será realizada ao término das atividades.

O professor deve pedir aos alunos para colar etiquetas com os nomes deles nos bolos que escolheram (Figura 24).

Figura 24 – Aluno colando etiqueta com seu nome no bolo escolhido.



Fonte: Arquivo dos autores.

O professor deixará os bolos sobre as “ilhas” com as etiquetas e confrontará as escolhas dos alunos nos questionamentos seguintes (Figura 25).

Professor: Por quê? Como você decidiu? Como você chegou a essa conclusão? Por que não é o bolo 2 (ou 1)? [comparação entre os 2 primeiros bolos] E por que não é o bolo 2 (ou 3)? [comparação entre o primeiro eleito e o terceiro bolo].

Possíveis respostas dos alunos: Porque é maior; porque é mais alto; porque é mais largo (“mais gordo”).

O professor fará uma síntese das justificativas dos alunos e colocará na lousa essa síntese.

Essa atividade será retomada apenas no final, quando os alunos efetuam a medição dos bolos utilizando os bloquinhos.

Figura 25 - Professor confrontando as escolhas dos alunos.



Fonte: Arquivo dos autores.

OBJETIVO: COMPARAR VOLUME, INTUITIVAMENTE, PELO TAMANHO DE DOIS PARALELEPÍPEDOS, UTILIZANDO A ESTRATÉGIA VISUAL (PERCEPTIVA).

ATIVIDADES: MEDIÇÃO

CONTAGEM DE UNIDADES

Atividade 2: Medição.

Objetivos: Medir volume por meio de empilhamento de bloquinhos (u.v.). Associar a quantidade de peças empilhadas ao espaço ocupado pelo empilhamento.

Pré-requisitos para a atividade: contagem.

Pedir aos alunos que peguem a sacola contendo os blocos 1 e 2, e os 40 bloquinhos.

Professor: Pessoal, eu tinha um bloco 1 de madeira desse tamanho (mostrar bloco 1). Eu pedi para cortarem do tamanho desses bloquinhos (Figura 26). Quantos bloquinhos eu consigo obter com esse bloco 1?

Figura 26 - Bloco 1 e os bloquinhos para medição.



Fonte: Arquivo dos autores.

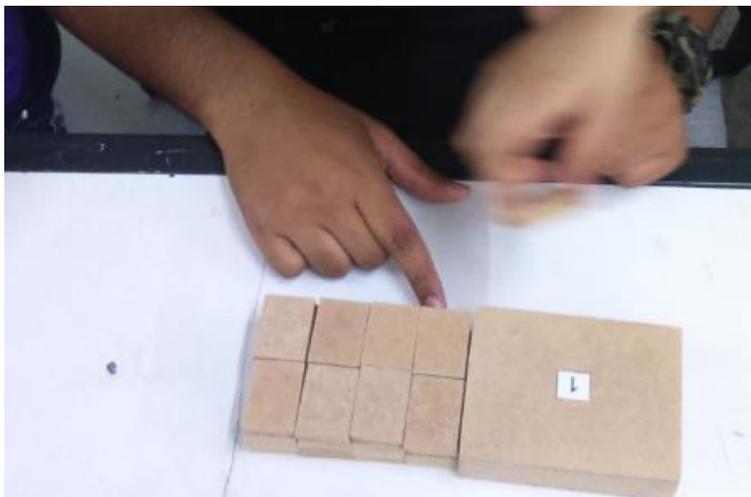
Possível solução dos alunos: Você pode fazer uns 3 bloquinhos e jogar o resto da madeira fora.

Professor: É uma ideia! Mas, queremos evitar desperdícios de material, ou seja, queremos aproveitar todo o material.

Possíveis casos de erros:

Erro 1: Se alguma dupla usar menos que 36 bloquinhos, o professor intervirá com a seguinte ação: colocar o bloco ao lado dos bloquinhos para que eles comparem e entendam que a quantidade de bloquinhos não será suficiente para construir o bloco 1 (Figura 27).

Figura 27 - Representação do erro 1.



Fonte: Arquivo dos autores.

Professor: Ficou do mesmo tamanho? [A dupla vai observar que não].

Erro 2: Caso a dupla construa do lado externo ao bloco 1, o professor retirará o bloco 1 e o questionará sobre o “buraco” (Figura 28).

Professor: Então o que vocês precisam fazer para ficar do mesmo tamanho?

Provável resposta dos alunos: completar com os outros bloquinhos.

Figura 28 - Representação do erro 2 e o buraco que ficou.



Fonte: Arquivo dos autores.

Professor: E se você construísse um bloco igual a esse (bloco 1) para verificar o tamanho.

Erro 3: Construir as 3 dimensões, externas ao bloco 1, utilizando, equivocadamente, uma unidade a mais no comprimento e na largura.

Professor: Sobrepor o bloco 1, coincidindo o vértice do empilhamento com o vértice do bloco (Figura 29).

Figura 29 - Representação do erro 3.



Fonte: Arquivo dos autores.

Obs.: Apesar de se desejar que os alunos realizem **empilhamentos**, essa palavra não deve ser verbalizada, para que promova a criatividade dos alunos pela resolução de problemas. Se surgirem outros erros, o professor retomará as propostas anteriores levando os alunos a refletirem sobre seus equívocos.

Possíveis casos de acertos:

Acerto 1: Realizar o empilhamento completo (Figura 30).

Figura 30 - Representação do acerto 1.



Fonte: Arquivo dos autores.

Acerto 2: Representar uma camada e contar quantas camadas dessas são necessárias para formar o bloco (Figuras 31 e 32).

Figura 31 - Representação do acerto 2, completando uma camada horizontal e contando o total de camadas.



Fonte: Arquivo dos autores.

Figura 32 – Representação do acerto 2, completando uma camada vertical e contando o total de camadas.



Fonte: Arquivo dos autores.

Acerto 3: Representar as três dimensões e fazer a multiplicação a partir daí (Figura 33).

Figura 33 - Representação do acerto 3.



Fonte: Arquivo dos autores.

Após todos completarem a atividade, o professor dirá:

Professor: Hum! Quantos bloquinhos conseguimos obter com esse bloco 1?

Resposta esperada dos alunos: 36.

Bansho: Registrar na lousa “**Bloco 1, V = 36 bloquinhos**”.

Caso os alunos não respondam 36, deve-se retornar aos questionamentos previstos anteriormente.

Neriage: Os alunos explicarão como realizaram a ação de reconstrução do bloco 1 e como realizaram a contagem. O professor deverá visitar as duplas e selecionar modos diferentes de construção para que os alunos expliquem para a turma.

Professor: Isso que fizemos foi medir o volume do bloco 1, utilizando o bloquinho como unidade de medida.

Bansho (Figura 34):

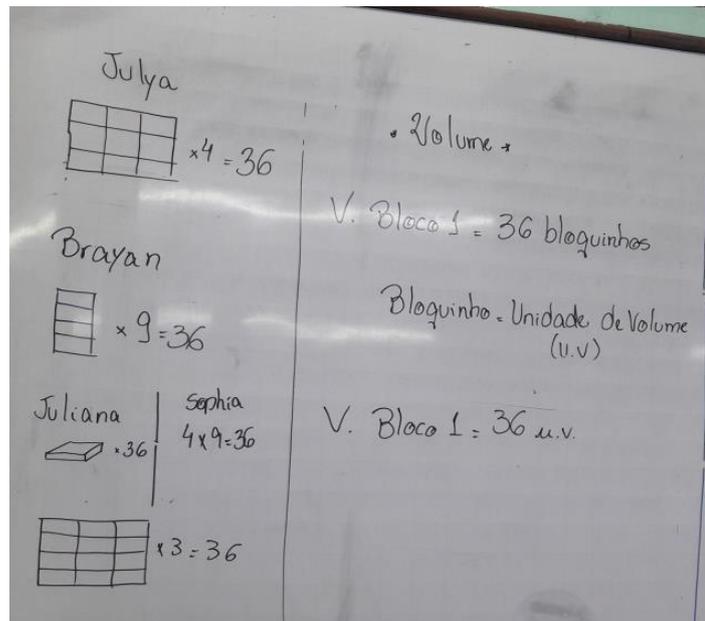
“**Bloquinho é a unidade de medida de volume (u.v.)**.”

Bloco 1 tem um VOLUME de 36 bloquinhos.

VOLUME = 36 u.v.

VOLUME = 36 bloquinhos”.

Figura 34 - Bansho: registro do volume do bloco 1 na lousa.



Fonte: Arquivo dos autores.

O professor pedirá que as duplas peguem o bloco 2 (que tem volume diferente do bloco 1) e solicitará:

Professor: Turma, e agora descubram qual é a medida de volume do bloco 2 (Figura 34).

Professor: Qual é o volume do bloco 2?

Resposta esperada dos alunos: 40 bloquinhos.

Professor: Como vocês chegaram nesse resultado?

Resposta esperada dos alunos: Contagem; multiplicação das dimensões; somatório das camadas/pilhas.

Figura 34 - Medindo o volume do bloco 2.



Fonte: Arquivo dos autores.

Bansho (Figura 35):

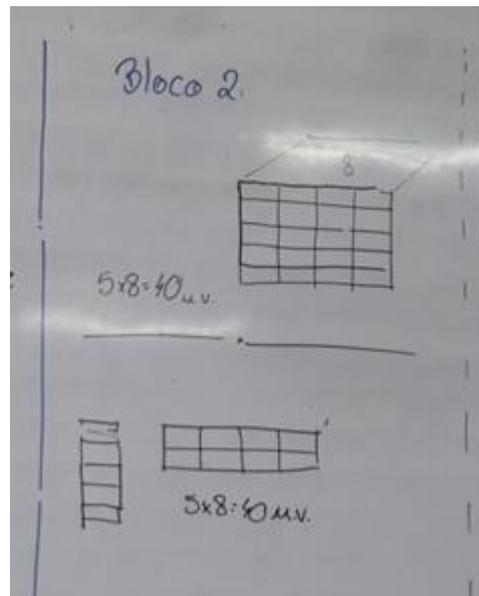
“Bloco 2 tem um VOLUME de 40 bloquinhos.

VOLUME = 40 u.v.

VOLUME = 40 bloquinhos”.

Caso alguma dupla não tenha solucionado corretamente, o professor retomará a discussão inicial, na busca pela construção do raciocínio correto.

Figura 35 - Bansho: registro do volume do bloco 2 na lousa.



Fonte: Arquivo dos autores

OBJETIVOS: MEDIR VOLUME POR MEIO DE EMPILHAMENTO DE BLOQUINHOS (U.V.). ASSOCIAR A QUANTIDADE DE PEÇAS EMPILHADAS AO ESPAÇO OCUPADO PELO EMPILHAMENTO.

ATIVIDADES: PRODUÇÃO

COMPOSIÇÃO, DECOMPOSIÇÃO E RECOMPOSIÇÃO

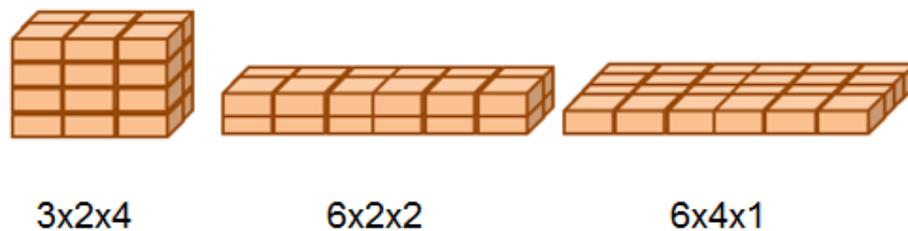
Atividade 3: Produção.

Objetivo: Construir um bloco a partir de um volume dado.

Pré-requisitos para a atividade: contagem, percepção espacial, medida de volume.

Professor: Turma, agora que já sabemos o que é volume, construam um bloco que tenha 24 unidades de volume (Figura 36).

Figura 36 - Representação da atividade 3, produção.



Fonte: Arquivo dos autores.

Reações dos alunos: Como assim, unidade de volume?

Professor: O que usamos para medir na atividade anterior?

Resposta dos alunos: Bloquinhos.

Professor: Então, 24 unidades de volume, no nosso caso, são 24 bloquinhos.

Caso a dúvida persista, o professor deverá retomar a escrita da lousa e lembrá-los da atividade anterior.

Bloquinho é a unidade de medida de volume (u.v.).

Bloco 1 tem um VOLUME de 36 bloquinhos.

VOLUME = 36 u.v.

VOLUME = 36 bloquinhos

Para verificar o que as outras duplas fizeram, o professor pedirá que os alunos se desloquem no **sentido horário** para ver a construção dos colegas (figura 37).

Figura 37 - Visitando as estratégias dos colegas.



Fonte: Arquivo dos autores.

Professor: Todos construíram o mesmo bloco?

Resposta esperada dos alunos: Nãoooooo.

Professor: Então, esses blocos, mesmo sendo diferentes, podem ter o mesmo volume?

Resposta esperada dos alunos: Como assim, professor?

Professor: Dupla 3 (Exemplo). Qual a medida de volume do seu bloco?

Resposta dos alunos: 24.

Professor: Dupla 11 (Exemplo). E o de vocês?

Resposta dos alunos: 24.

Professor: Esses dois blocos são iguais?

Resposta dos alunos: Não.

Professor: E quanto ao volume?

Resposta dos alunos: Simmmmm.

Professor: Então, esses blocos, mesmo sendo diferentes, podem ter o mesmo volume?

Resposta dos alunos: Simmmmm.

Os alunos se apropriaram de diversas estratégias dos colegas (Figura 38).

Figura 38 - Estratégias diferentes de produção de um volume de 24 u.v.



Fonte: Arquivo dos autores.

OBJETIVO: CONSTRUIR UM BLOCO A PARTIR DE UM VOLUME DADO.

ATIVIDADES: RETORNO À ATIVIDADE DE COMPARAÇÃO

MEDIÇÃO DOS BOLOS

Nesse momento, após o cumprimento das atividades de comparação, medição e produção, é hora de retornar para atividade 1, de comparação dos bolos. Esse é o momento dos alunos, após vivenciarem algumas experiências com medição de volume, realizarem a medição dos volumes dos bolos 1 e 3 para determinar qual é o maior.

Professor: Vamos voltar para os bolos? Como podemos comparar?

Provável resposta: Vamos usar os bloquinhos.

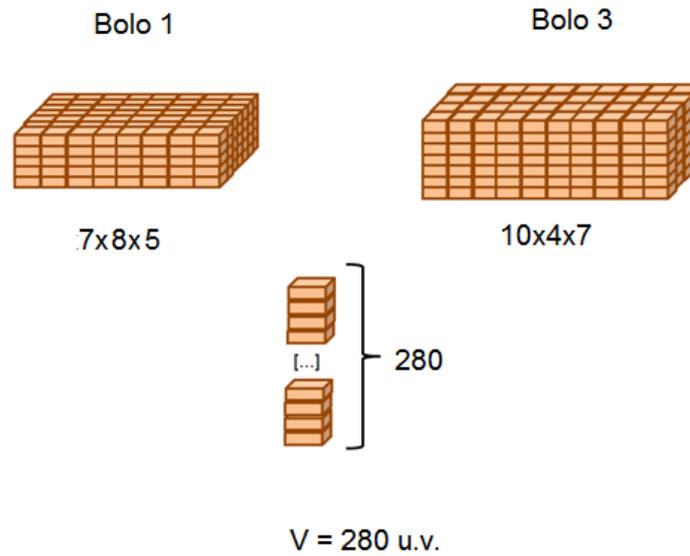
Professor: Como podemos começar?

O professor pedirá aos alunos que se desloquem até as duas “ilhas” no centro da sala, onde estão os bolos 1 e 3, e formará dois grupos de acordo com os nomes escritos nos post-it, e pedirá aos alunos que construam a solução.

Provável resposta: Usar somente o bloquinho para completar os bolos.

O professor vai colocar no quadro a solução com os bloquinhos (Figura 39).

Figura 39 - Representação da medição dos bolos usando bloquinhos.



Fonte: Arquivo dos autores.

Outra resposta: Os alunos utilizam a quantidade necessária de bloquinhos para cobrir uma camada e multiplicam pelo total de camadas, ou seja, sua altura (Figuras 40 e 41). Essa foi a estratégia adotada pelos dois grupos durante a atividade.

Figura 40 - Medição do volume do bolo 1, $V = 7 \times 8 \times 5 = 280 \text{ u.v.}$



Fonte: Arquivo dos autores.

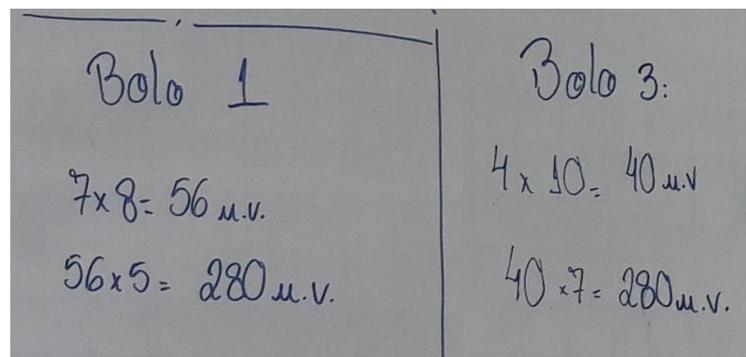
Figura 41 – Medição do volume do bolo 3, $V = 10 \times 4 \times 7 = 280$ u.v.



Fonte: Arquivo dos autores.

Com a socialização das medições, os alunos descobriram que os dois bolos têm o mesmo volume (Figura 42).

Figura 42 - Registro dos cálculos, feitos pelos alunos, dos volumes dos bolos 1 e 3, na lousa.



Fonte: Arquivo dos autores.

Nossa ideia ao planejar os dois bolos com o mesmo volume foi, em um primeiro lugar, para provocar dúvida e gerar a necessidade de medição dos bolos, pois nem sempre a estratégia visual resolverá o problema de comparação; em segundo lugar, favorecemos a socialização dos grupos ao evitarmos um favoritismo durante a realização da atividade.

NOSSA IDEIA AO PLANEJAR OS DOIS BOLOS COM O MESMO VOLUME FOI PARA PROVOCAR DÚVIDA E GERAR A NECESSIDADE DE MEDIÇÃO DOS BOLOS.

AVALIAÇÃO: QUIZ

VERDADEIRO OU FALSO

A avaliação final, sobre as compreensões dos alunos sobre o que seja volume, consiste de um QUIZ em que os alunos recebem uma folha sulfite com nove figuras e devem, após descobrirem seus volumes, responder a dez afirmações utilizando uma plaquinha com os dizeres: “Verdadeiro”, na frente, e “Falso”, no verso (Figura 18).

O professor entrega a folha com as figuras e determina um tempo para que possam descobrir seus volumes. Após esse tempo o professor entrega uma plaquinha para cada aluno e explica como deve ser usada.

O professor lê uma afirmação por vez e pede aos alunos que levantem a plaquinha com sua opção de resposta: “Verdadeiro” ou “Falso” (Figuras 43).

Afirmação 1: As imagens A e B possuem o mesmo volume;

Afirmação 2: O volume do bloco C é de 12 u.v.;

Afirmação 3: O volume do bloco D é de 60 u.v.;

Afirmação 4: O volume do bloco F é menor que o do bloco C;

Afirmação 5: O bloco que possui volume de 20 u.v. é o I;

Afirmação 6: Dos blocos apresentados, o E é o que possui a menor medida de volume;

Afirmação 7: O volume do bloco G é maior do que o do bloco I;

Afirmação 8: As imagens B e H possuem o mesmo volume;

Afirmação 9: O bloco C têm 1 u.v. a mais do que o bloco H;

Afirmação 10: O volume do bloco I é de 28 u.v.

Figura 43 - Professora lendo uma das afirmações e os alunos mostrando a plaquinha com a resposta.



Fonte: Arquivo dos autores.

O QUIZ PERMITE AO PROFESSOR VISUALIZAR OS ALUNOS QUE APRESENTAM DIFICULDADES E TAMBÉM QUE ELE FAÇA AS INTERVENÇÕES NECESSÁRIAS, NAQUELE MOMENTO.

OBSERVAÇÕES

DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL

Durante nosso *Lesson Study*, o grupo de professores pôde pesquisar e refletir sobre outros aspectos de volume, como a necessidade de desenvolver atividades de medição, comparação e produção, além de promover a dissociação e articulação dos quadros geométrico, numérico e das grandezas para que os alunos pudessem compreender volume como uma grandeza e se apropriar de seu conceito.

Também conseguiu ampliar seu conhecimento de volume pela associação com outros conceitos interligados a essa grandeza, como capacidade, área, massa e densidade, contribuindo para a apreensão do **Conhecimento Especializado de Matemática**.

Em relação aos **conhecimentos pedagógicos** mobilizados nesse trabalho, podemos destacar o **Conhecimento de Conteúdo e Estudantes**, ao antecipar os tipos de acertos, dúvidas, equívocos e erros que os alunos podem apresentar no decorrer das atividades propostas; bem como o **Conhecimento de Conteúdo e Ensino**, ao pensar nos melhores exemplos e materiais a serem usados, arrumação da sala, questionamentos e esclarecimentos que podem ser feitos frente às demandas apresentadas pelos alunos durante as aulas, de forma a promover e facilitar o fluxo de pensamento dos alunos. Isso, normalmente, não era feito por parte dos professores do nosso grupo, pelo menos não de forma sistematizada, apenas improvisada.

Destacamos também a riqueza do trabalho colaborativo, como forma de ampliar nossos conhecimentos pelo estudo, troca de experiências e riqueza de pensamento que, individualmente não alcançaríamos, pois são variadas as situações que ocorrem em sala de aula e em conjunto, com compromisso, confiança e respeito, podemos ampliar nossa visão e ter consciência das melhores ações a serem tomadas para potencializar o alcance dos objetivos propostos.

O foco do *Lesson Study* é priorizar a aprendizagem do aluno através de sua participação ativa e das trocas de ideias e estratégias entre os colegas. Isso é de suma importância, uma vez que o desenvolvimento profissional do professor deve também alcançar aqueles que são diretamente influenciados pelo seu trabalho: os alunos.

Gostaríamos de sugerir aos professores que forem fazer uso dessa sugestão de trabalho que possam avançar na construção do conceito, acrescentando atividades que envolvam o uso de unidades de medida diferentes, uso de unidade padronizada de volume, bem como o estabelecimento da relação entre volume e capacidade. Oportunizando, dessa forma, a ampliação e o aprofundamento do conceito de volume pelos estudantes.

O FOCO DO *LESSON STUDY* É PRIORIZAR A APRENDIZAGEM DO ALUNO ATRAVÉS DE SUA PARTICIPAÇÃO ATIVA E DAS TROCAS DE IDEIAS E ESTRATÉGIAS ENTRE OS COLEGAS.

BIBLIOGRAFIA

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special?. **Journal of Teacher Education**, East Lansing, v. 59, n. 5, p. 389–407, nov. 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação. Brasília: Mec, 2017.

FIGUEIREDO, A. P. N. B. **Resolução de problemas sobre a grandeza volume por alunos do Ensino Médio**: um estudo sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais. 2013. 182 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

FUJII, T. Implementing japanese lesson study in foreign countries: misconceptions reviewed. **Mathematics Teacher Education and Development**, Australia, v. 16, n. 1, p. 2-18, jun. 2014.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e Medidas. In: CARVALHO, J. B. P. F. (coord.). **Matemática**: Ensino fundamental. Brasília: Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Básica, v. 17, Cap. 8, p. 167-200, 2010.

MELLO, L. F. **Formação do conceito de área e perímetro a partir de aulas baseadas no modelo Lesson Study**. 2018. 110 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2018.

MORAIS, L. B; BELLEMAIN, P. M. B. Análise da abordagem do conceito de volume nos livros didáticos de Matemática para os anos finais do ensino fundamental sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais. In: Congresso de Iniciação Científica – XVIII Conic... 2010, Universidade Federal de Pernambuco, 2010. Recife. Anais... 2010.

PIXABAY. Xícara de chá. Disponível em <<https://pixabay.com/pt/photos/x%C3%ADcara-de-ch%C3%A1-de-hortel%C3%A3-tee-2325722/>>, Acesso em 20 out.2019

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, United States, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SOUZA, M. A. V. F. de. Lesson Study - parte 1 - origem e principais características - Maria Alice. **Youtube**. 2019. 7min04s. Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=z-S3g7Yup4c&t=1s>>. Acesso em: 30 ago. 2019.

SOUZA, M. A. V. F. de. Lesson Study - parte 2 - currículo e metas - Maria Alice. **Youtube**. 2019. 4min27s. Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=4UPj1NtDehw>>. Acesso em: 30 ago. 2019.

SOUZA, M. A. V. F. de. Lesson Study - parte 3 - research lesson (pesquisa de aula) - Maria Alice. Youtube. 2019. 3min51s. Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=j1-HBIi0uyE>>. Acesso em: 30 ago. 2019.

SOUZA, M. A. V. F. de. Lesson Study - parte 4 - research lesson (pesquisa de aula) - Maria Alice. Youtube. 2019. 5min59s. Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=MTCISOCBUz0>>. Acesso em: 30 ago. 2019.

SOUZA, M. A. V. F. de. Lesson Study - parte 5 - bansho-neriage-matome - Maria Alice. **Youtube**. 2019. 3min57s. Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=BnaehYc-MU>>. Acesso em: 30 ago. 2019.

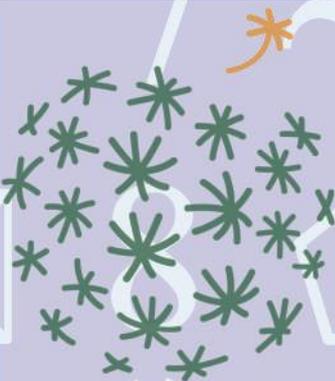
SOUZA, M. A. V. F. de. Lesson Study - parte 6 – reflexão - Maria Alice. **Youtube**. 2019. 3min56s. Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=jjWT_pwaJMk>. Acesso em: 30 ago. 2019.

SOUZA, M. A. V. F. de; WROBEL, J. S.; GAIGHER, V. R. Planejamentos colaborativos e reflexivos de aulas baseadas em resolução de problemas verbais de matemática. **VIDYA**, Santa Maria/RS, v. 37, n. 1, p. 51-73, jan./jun., 2017.

TAKAHASHI, A.; YOSHIDA, M. Ideas for establishing Lesson-Study communities. **Teaching Children Mathematics**, United States, p. 436–443, may 2004.

VITÓRIA. **Diretrizes curriculares para o ensino fundamental e educação de jovens e adultos (EJA)**. Vitória: Secretaria Municipal de Educação, 2018. Disponível em <http://www.ibade.org.br/Cms_Data/Contents/SistemaConcursoIBADE/Media/PMVEDUC2019/edital/DIRETRIZES-CURRICULARES-DO-ENSINO-FUNDAMENTAL-Oficial-21-12-2018.pdf>. Acesso em: 15 set. 2019.

WANDERLEY, R. A. J. **Algumas contribuições do Lesson Study para a formação de professores de matemática em aulas que promovam a construção do conceito de volume**. 2019. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2019.



EDUCIMAT
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
 EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
 INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO



Agência Brasileira do ISBN



9 788582 635087
 ISBN: 978-85-8263-508-7

