UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA

Pós-Graduação em Educação Matemática
Mestrado Profissional em Educação Matemática

Produto Educacional

As Influências dos Aplicativos em Listas de exercícios de Cálculo Diferencial e Integral

Luiz Fernando Rodrigues Pires

Marco Antônio Escher

Juiz de Fora (MG)
Dezembro, 2016

Sumário

Apresentação

Caro(a) professor(a) de Cálculo Diferencial e Integral,

Este material faz parte de uma pesquisa de mestrado intitulada "*As influências das Tecnologias da Informação e Comunicação nas Estratégias de Ensino e Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral*", onde procuramos investigar e analisar "*Quais são as possíveis influências das tecnologias da informação e comunicação nas estratégias de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral*". A pesquisa foi dividida em dois cenários: um composto em **investigar e compreender as influências das TIC's nas estratégias de ensino e aprendizagem de professores de Cálculo** e outro formado por **investigar e compreender as influências das TIC's nas estratégias de aprendizagem de estudantes de Cálculo**, principalmente no momento de realizarem as listas de exercícios propostas pelos professores.

A pesquisa surgiu mediante as observações realizadas no processo ensino e aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, onde primeiramente o estudante aprende conceitos e técnicas, uma prática em que o conteúdo é geralmente transmitido pelos professores por aulas expositivas de definições, demonstrações de teoremas, propriedades e exemplos de exercícios, e ao final do conteúdo, extensas listas de exercícios de caráter puramente algébrico e mecânico (ARAUJO, 2002; MARIN, 2009; REIS, 2001; REZENDE, 2003; VILLARREAL, 1999).

Essas listas são atividades geralmente estabelecidas ao final da aula programada pelo professor, uma bateria de exercícios para serem resolvidos em sala ou como tarefa para ser entregue, exercícios que exigem do estudante uma "algebrização exacerbada" de manipulações matemáticas para solução. Sendo considerado um método bastante enraizado por professores de ensino de Cálculo em suas estratégias de aprendizagem aos estudantes (REZENDE, 2003, p. 14).

Entretanto, por causa dos avanços tecnológicos, identificamos o aprimoramento da técnica na realização de atividades que se referem apenas na execução de regras e procedimentos aritméticos e algébricos. Uma técnica que transfere as relações racionais do homem entre as mídias lápis e papel em realizar operações matemáticas para as máquinas móveis. Máquinas que realizam desde expressões simples às mais complexas.

Nesse sentido, este produto educacional procura apresentar as seguintes questões:

a) Relacionar alguns softwares e aplicativos de dispositivos móveis que podem auxiliar nesse processo;
b) Apresentar alguns exemplos de exercícios em que a resolução automática de equações, derivas ou integrais seja apenas parte de um processo mais abrangente ou necessite de um conhecimento do que esteja sendo apresentado pelo aplicativo.

Com isto, a ideia principal desse trabalho é que, além de ter o contato com os conteúdos e as metodologias de ensino de Cálculo por meio das máquinas móveis, você possa fazer uma reflexão sobre sua prática docente, observando as mudanças ocasionadas pela compreensão das técnicas.

Definimos nosso público alvo como sendo a comunidade de professores de Cálculo Diferencial e Integral, para que possam conhecer essas novas maneiras de produção de conhecimento, provocando um debate sobre o que seria uma lista de exercício no cenário apresentado e a utilização dessas máquinas de calcular no processo de ensino e aprendizagem de modo a gerar aprendizagens significativas.

Esperamos que esse material possa contribuir para um repensa renovar de sua prática pedagógica, bem como motivar reflexões / possibilidades a respeito da utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino da Matemática.

1. Novas máquinas: Softwares e aplicativos

O processo de libertação do homem na condição de criação de mecanismos automáticos capazes de o substituírem em muitas das atividades é uma das mais antigas aspirações do ser humano encontrado em vários tipos de instrumentos. A fascinação do homem em desenvolver mecanismos consistentes em lhe poupar esforços físicos e mentais sempre o atraiu, ao ponto que hoje, no setor educacional, o desenvolvimento de aplicativos tem possibilitado o trabalho árduo da execução de cálculos.

Sendo se assim, junto a esses aparelhos desenvolveram-se os aplicativos, programas dispositivos digitais, como por exemplo, *smartphoes, tablets, notebooks* e computadores que tem por objetivo ajudar o seu usuário a desempenhar uma tarefa específica, em geral ligada a processamento de dados. Uma tecnologia que contribuiu ao homem o significado da técnica retratado por Vieira Pinto em realizar tarefas “com maior economia de meios e tempo” e “a criação de um novo modo de fazer, ao procurar realizar algo melhor por meio melhor”, livrando-o de algumas tarefas exigentes de esforço mental (VIERA PINTO, 2005a).

Por este fato uma das mudanças ocasionadas mediante aos aplicativos e as máquinas é sobre os aspectos relacionados à mecanização de procedimentos. Com relação a este aspecto, Vieira Pinto (2005a) descreve que o acoplamento do homem e da máquina adquire um caráter em termo de indiscutível importância, segundo ele tal fato deve ser estudado em todas as particularidades, neste caso, Vieira Pinto propõe três casos: ou o homem e a máquina realizam com a mesma capacidade as respectivas tarefas, ou estas são mais bem elaboradas pelo homem ou ainda pela máquina.

No primeiro caso é possível observar que em diversas atividades a máquina executa a mesma atividade quase 100% melhor que o homem, sendo um dos fatos que até hoje estamos projetando e produzindo máquinas a nos substituir ou auxiliar em diversas realizações de trabalho. Por definição, “o instrumento é, em alguma de suas possibilidades, mais poderoso do que o homem na realização de uma dada espécie de trabalho. Evidentemente assim tem de ser, do contrário não seria inventado, planejado e não valeria a pena construí-lo” (VIEIRA PINTO, 2005b, p. 122). E, ao que diz sobre a realização de operações matemáticas, as máquinas se mostram bem mais favoráveis na efetuação que o próprio homem averiguando o terceiro caso. Mas ao que se relaciona à resolução de um problema de interpretação e problematização, o homem ainda se mostra mais eficiente, o que nos leva ao segundo caso.

Portanto, devemos compreender os benefícios dados por essas máquinas na resolução de operações matemáticas hoje em dia são diversos, desde apenas apontar a câmera do aparelho para a expressão ou apenas digitá-la para receber todo o procedimento justificado sobre cada passo realizado para devida solução. Se hoje temos máquinas capazes de executar os mesmos procedimentos mecânicos por nós, por que continuamos insistindo em uma prática procedimental? Não seria devidamente mais importante preocuparmos em compreender modelos de situações problemas, interpretar problemas matemáticos, saber modelar situações do cotidiano, problematizar problemas para serem resolvidos na forma matemática? E, assim, deixar para as máquinas os cálculos?

Nessas condições o professor pode abrir-se para as atividades do mundo real, fazendo com que os estudantes entrelacem pontes entre o que se aprende intelectualmente e as situações reais, experimentais e profissionais ligadas aos seus estudos, de modo a gerar aprendizagem mais significativa, viva e enriquecedora, além disto, o uso das tecnologias tem proporcionado muitas oportunidades para observar e experimentar o que está acontecendo com certos fenômenos, como a possibilidade de visualização e a múltipla representação das informações.

2. Novas estratégias

Deste modo professor(a), as novas estratégias de aprendizagem, por meio de aplicativos em aparelhos móveis, realça uma nova técnica na realização das mesmas operações e expressões que antes somente o homem tinha a capacidade de entender, explicar, raciocinar e estrutura toda lógica até a resposta, que, no entanto, hoje podem ser realizadas por essa técnica instrumental ou procedimental mediante ao uso de um dos objetos tecnológicos *smartphones ou tabletes* em poucos segundos, aparelhos que aceleradamente vão sendo entregue à cultural do homem.

> A técnica, na produção instrumental, pode ser entendida, entre outras maneiras, como a união da máquina ao método, ou, quando concretizada num objeto ou aparelho atuante sobre os corpos, como a união da forma e do conceito (VIEIRA PINTO, 2005a, p. 359).

Sendo assim, aqui se encontra o questionamento da pesquisa, conforme comenta Villareal (1999), pois se o computador pode fazer cálculos numéricos e até algébricos mais rapidamente e melhor do que nós, seres humanos, ou permite traçar gráficos com maior precisão, não seria necessário que a ênfase em um curso de Cálculo ou Pré-cálculo esteja dirigida para aspectos ligados a interpretação da informação, à modelagem de situações reais ou a trabalho com projetos? Essa abordagem didático-pedagógica é difundida hoje pela Modelagem Matemática (ARAUJO, 2002), Resolução de Problemas (ONUCHIC, 1999) linhas de pesquisas da Educação Matemática.

Por este aspecto, conjecturamos ser necessário uma formulação no currículo de Cálculo ao qual possam ser dedicados a uma metodologia de uma matemática crítica (SKOVSMOSE, 2001, 2008) reflexiva sobre a realidade pré-estabelecida por problemas contextualizados ou projetos.

Conforme D'Ambrósio (1986) descreve, o ponto que merece fundamental importância e que representa o verdadeiro espirito da Matemática é a capacidade de modelar situações reais, de modo, a codifica-las adequadamente, de maneira a permitir a utilização de técnicas e resultados conhecidos em outros contextos.

Através das máquinas móveis podemos abstrair mais dessa metodologia, de forma a deixar para as máquinas digitais os rotineiros procedimentos matemáticos de algebrização e dedicar a transferência do aprendizado resultante de certa situação para uma nova situação, sendo este ponto crucial do que D'Ambrósio (1986) situa ser chamado de aprendizado da Matemática e talvez o objetivo maior do seu ensino.

A disciplina de Cálculo oferece diferentes oportunidades de trabalhar com vários modelos matemáticos e projetos. Além dos livros de Cálculo serem compostos de diversos projetos que possivelmente poderiam ser realizados durante o curso. Ou professores podem propor situações reais, para que os estudantes criem modelos, de forma a modificar a realidade pela ação provocada imediatamente por uma nova reflexão, comportamento e interação com informação. Assim os estudantes podem criar modelos que lhe permitirão elaborar estratégias de ação, e que poderão ser incorporadas na resolução da atividade (D'AMBROSIO, 1986).

O cenário nos coloca uma situação muito peculiar: o que seria uma lista de exercícios de Cálculo num ambiente em que os alunos têm acesso a esses aplicativos?

Por exemplo, um estudante recebe uma lista de atividades com os seguintes exercícios:

Questão 1: Calcule os limites, se existirem.

a) $\lim_{x \to 1} \frac{x^3-1}{x^2-1}$ b) $\lim_{x \to -2} \frac{-2x-4}{x^3+2x}$

Questão 2: Calcule as derivadas.

a) $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+x-2}$ b) $f(x) = (sen(x) + \cos(x)).\sec(x)$

c) $f(x) = \frac{1}{x} .sen^{-1}(x) - \frac{x}{3} .\cos^3 x$ d) $f(x) = sen(e^x)$

Questão 3: Calcule as integrais.

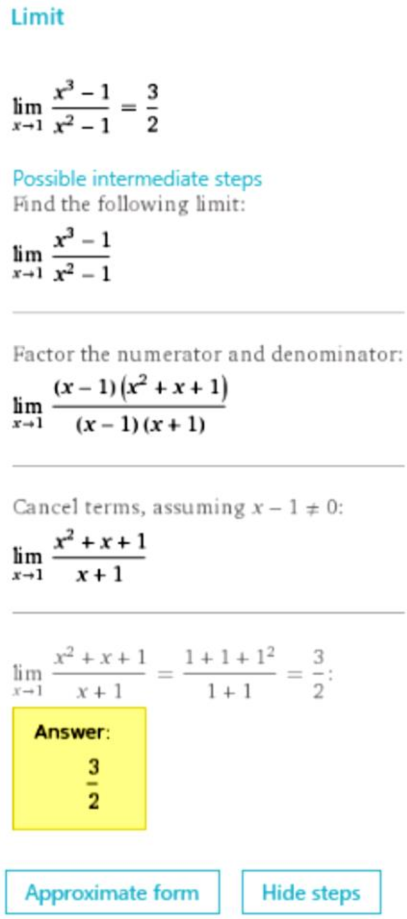
a) $\int_1^2 \frac{x^2+1}{\sqrt{x}}\, dx$ b) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1+\cos^2 x}{\cos^2 x}\, dx$ c) $\int x. sen(x^2) dx$ d) $\int \frac{dx}{x.\ln(x)}$

Sabemos que atividades como essas são muito comuns em cursos de Cálculo de várias universidades ou faculdades, e não há de nada de errado em praticar essas técnicas de algebrização. O problema é que os estudantes têm em mãos máquinas móveis e junto a elas aplicativos que resolvem qualquer uma dessas atividades em poucos segundos, detalhando todo o procedimento, alguns deles explicando todas as possíveis propriedades matemáticas a serem aplicadas na solução.

E agora professor? O que fazer para que o estudante não apenas copie as soluções dadas pela máquina? Será que podemos auxiliar desses instrumentos para que possam gerar atividades significativas?

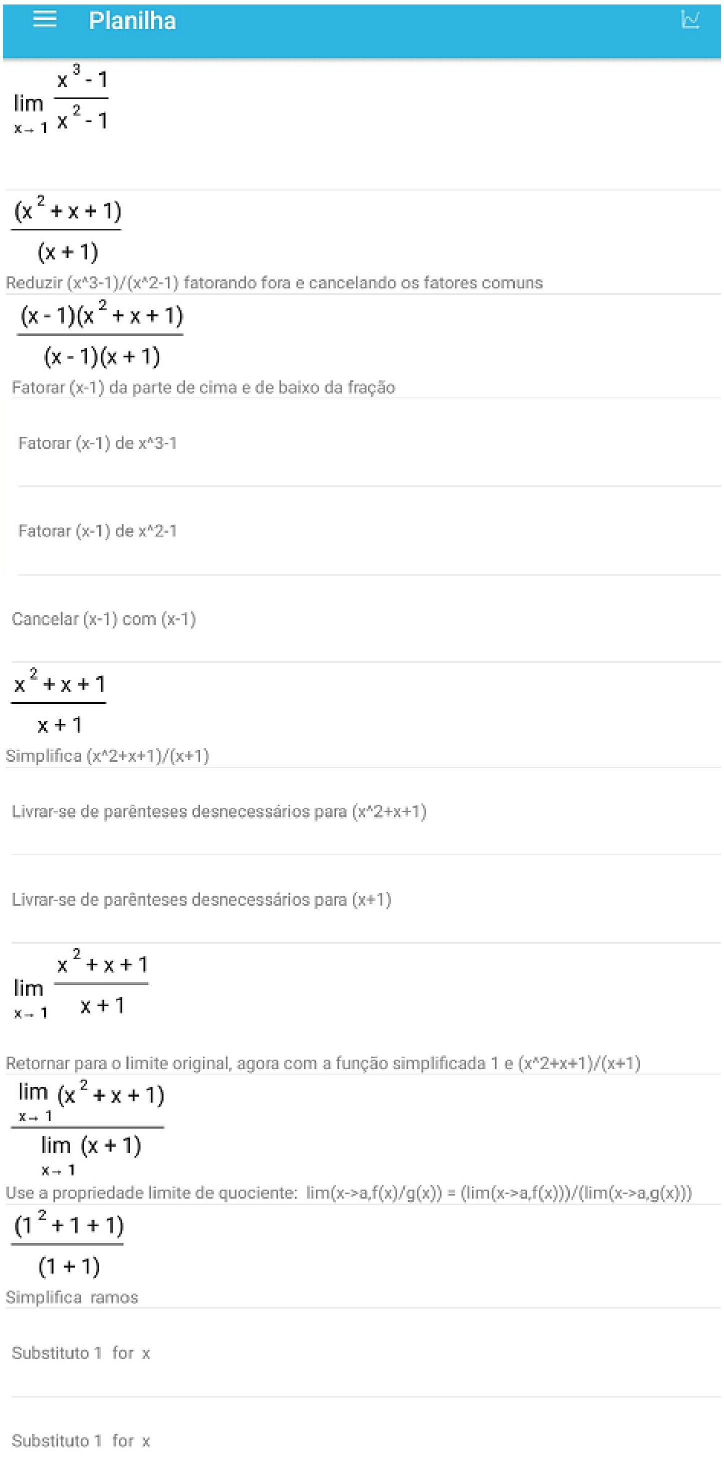
Para entendimento sobre os procedimentos dados ao se utilizar esses aplicativos, observe a letra a) da questão 1, realizada pelos aplicativos *WolframAplha* e *MalMath*:

Imagem 1: Tela do aplicativo *WolframAlpha*



Fonte: Arquivo do autor

Imagem 2: Tela do aplicativo *MalMath*



Fonte: Arquivo do autor

Imagem 3: Tela do aplicativo MalMath continuação da imagem 2

Fonte: Arquivos do autor

Realmente fantástico o que nós seres humanos podemos realizar, não concorda professor(a)? Essas transformações tecnológicas são dadas pelo entendimento das técnicas executadas. Aspectos como estes estão relacionadas às acepções do conceito de tecnologia, onde é licito distinguir pelo menos quatro significados: **O primeiro** de acordo com o significado etimológico, a tecnologia tem de ser a teoria, a ciência, o estudo, a discussão da técnica, sendo nesta última noção as artes, as habilidades do fazer, as profissões e os modos de produzir alguma coisa. **O segundo** a Tecnologia equivale pura e simplesmente a técnica. **O terceiro** o conceito de tecnologia entendido como o conjunto de todas as técnicas de que dispõe uma determinada sociedade, em qualquer fase histórica de seu desenvolvimento. **O quarto** a Tecnologia é ideologização da técnica.

Professor(a), compreenda, pois a história da Matemática está repleta de momentos na busca pela compreensão do pensamento lógico matemático para o entendimento que o levaria a criar máquinas em que pudesse repassar o fardo do desenvolvimento de cálculos rotineiros e complexos. Passagens que demonstram o desejo do homem em construir um mecanismo mecânico ao qual pudesse auxiliá-lo na realização de cálculos. Desde Blaise Pascal (1623-1662), com apenas 19 anos, ao observar seu pai na fadiga realização de cálculos que era obrigatoriamente a fazer como relator de impostos, projetou uma máquina, considerado o protótipo das atuais máquinas de calcular. O professor alemão Wilhelin Schickard (1592-1635), em 1623 desenvolvendo tal objeto de calcular, chamou-o de relógio contador. O alemão Leibniz (1646 - 1716), em 1671, e o inglês Sir Samuel (1625-1695), em 1673, construiu uma máquina de calcular que realizava as quatro operações e até radiciação. O inglês Charles Babbage (1792-1871) com suas Máquinas Diferencial e Analítica. Herman Hollerth (1860 -1929), em 1890, com o modelo de máquinas de teares de Jacquard que contribuíram para realização do senso de 1880 nos Estados Unidos.

Proponhamos dessa forma que uma atividade como esta de limite o professor(a) não busque somente verificar se o estudante saiba calcular, mas sim, que ele saiba compreender o conceito sobre por que esteja calculando.

Por exemplo, já que a máquina resolve tão problema, pode-se pergunta nessa atividade por que tivemos que simplificar a expressão e não apenas substituindo x=2 na função? O que significa o resultado encontrado? Lembre-se que o estudante deve utilizar a linguagem matemática dos conceitos sobre limite que aprendeu durante a aula.

Praticamente todas aquelas questões citadas acima levam a prática de procedimentos rotineiros de técnicas, correto professor? Deste modo observe essa introdução do capítulo 7 do livro de Cálculo do James Stewart.

> Neste capítulo desenvolveremos técnicas para usar essas fórmulas básicas de integração para obter integrais indefinidas de funções mais complicadas. Aprendemos o método mais importante de integração, o Método da Substituição, na Seção 5.5. A outra técnica geral, integração por partes, é apresentada na Seção 7.1. Então, aprenderemos métodos que são especiais para classes particulares de funções, tais como funções trigonométricas e racionais. A integração não é tão simples quanto a derivação; não existem regras que nos garantam a obtenção de uma integral indefinida de uma função. Portanto, na Seção 7.5, discutiremos uma estratégia para integração (STEWART, 2014, p. 419).

Agora professor(a) reflita sobre essa passagem:

“Desenvolveremos técnicas para usar essas formulas básicas de integração para obter integrais indefinidas”, “métodos especiais”

E aí professor(a), deu para situar algo? Se não, observe, hoje vivemos em mundo cada vez mais tecnológico, diante disso, será que nossos estudantes vão realmente querer desenvolver fórmulas, se eles têm em mãos aparelhos ao qual semente pelo apontar da câmera obtêm todo o processo, o gráfico, entre outras informações sobre a função. Qual técnica é mais prática para resolver este tipo de problema? O estudante vai buscar qual delas, os esses métodos propostos no livro do James Stewart? Mediante a pesquisa realizada, observamos que os estudantes estão usando os aparelhos como meios estratégicos para realização de suas atividades.

Professor(a) você possa estar se perguntando, se o que queremos aqui é acabar ou eliminar com as operações procedimentais do ensino de Cálculo? Nossa proposta professor(a) não eliminar, mas sim buscar estratégias de forma a agregar ao ensino e aprendizagem de Cálculo um pensamento reflexivo sobre os novos jeitos de se fazer matemática. Praticamente quase todos em uma turma de Cálculo tem algum smartphone ou computador em casa, e estão usufruindo desses novos meios. E o professor(a) pode-se perguntar se ele utiliza para copiar é um problema do estudante, nas avaliações ele terá que deduzir todo o processo sem o uso dessas máquinas. Mas como professores(as) não deveríamos refletir sobre a própria prática e os impactos sociais gerados pelas formas tecnológicas no processo de ensino e aprendizagem?

Dessa forma vamos propor algumas estratégias de ensino e aprendizagem onde possa priorizar o entendimento dos conceitos de limite, derivada e integral, ao invés de atividades que apenas levam ao processo rotineiro em executar procedimentos de algebrização.

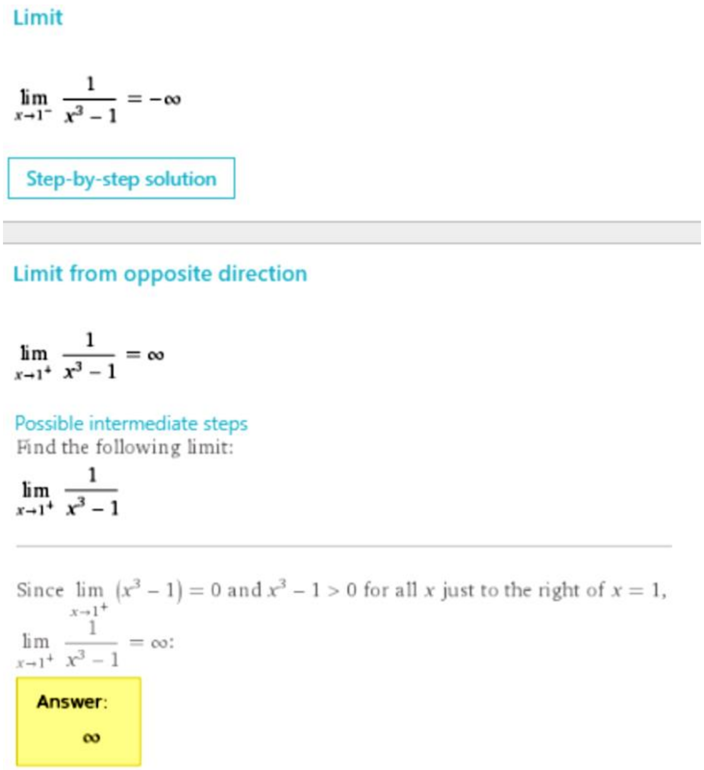
Para compreensão destes conceitos de limite seria interessante em nosso ponto, o trabalho com gráficos e interpretação deles mediante aos conceitos estabelecidos durante a exposição do conteúdo pelo professor.

Assim, professores, apontamos que algumas modificações nas atividades podem dar um sentindo mais exploratório na atividade. E também concordamos que a incorporação de softwares matemáticos que auxiliem no trabalho pedagógico e na melhoria de um ensino que garanta oportunidades para despertar nos alunos, momentos de criatividade, exploração e dinâmica.

A primeira atividade tem o objetivo de identificar se o estudante compreendeu os conceitos de limite, limites laterais e valor da função em um ponto.

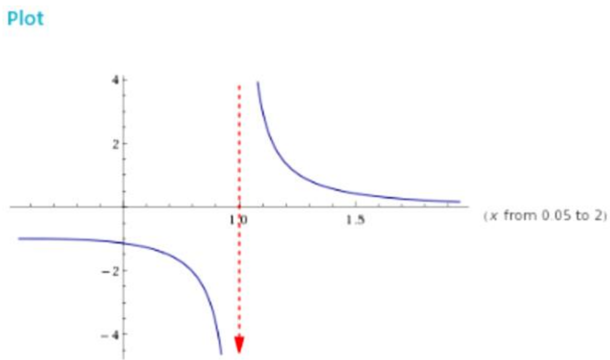
Questão 1: Utilizando um software ou aplicativo determine $\lim_{x\to 1^-} \frac{1}{x^3-1}$ e $\lim_{x\to 1^+} \frac{1}{x^3-1}$. Explique por meio dos conceitos os dados representados pelo aplicativo.

Imagem 4: Tela do aplicativo *WolframAlpha*



Fonte: Arquivo do autor

Imagem 5: Tela do aplicativo *Wolfra1mAlpha* continuação da imagem 4.



Fonte: Arquivo do autor

Aqui utilizamos o aplicativo *WolframAlpha*, digitamos na entrada lim_x→1^- (1/(x^3 -1)), pressionando enter para obtenção dos dados acima. O estudante neste caso, deverá analisar que quanto mais nos aproximando de x=3 pela direita os valores de y são números positivos grandes. E a medida que os valores de x aproxima de 3 pela esquerda os valores de y são números negativos grandes.

Questão 2: Faça o gráfico de $y = 3x^2$ em um domínio de $-2 \leq x \leq 2$ e $0 \leq y \leq 3$. Em seguida no mesmo plano cartesiano esboce o gráfico de:

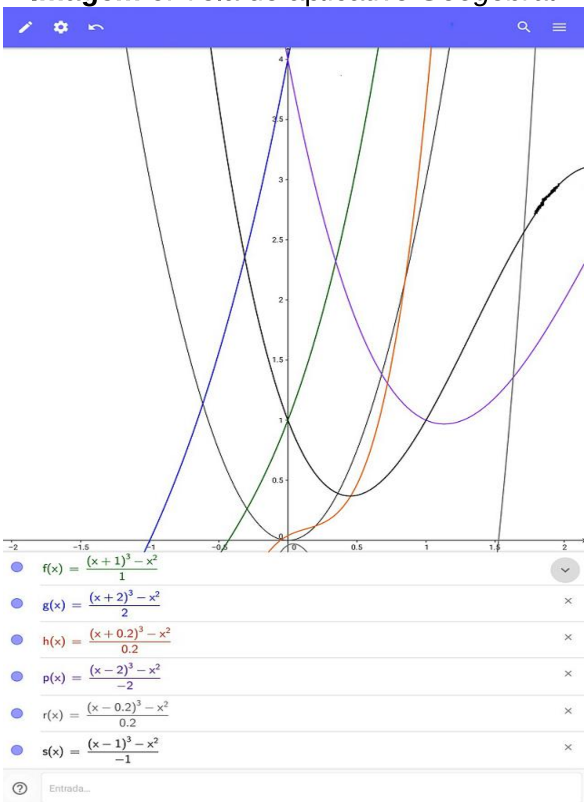
$$f(x) = \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$$

Para $h = 2;\ 1;\ 0{,}2$. Agora tente $h = -2; -1; 0{,}2$. Explique o que está acontecendo.

Com a facilidade do acesso em aplicativos gráficos iremos utilizar o aplicativo Geogebra, a escolha desse programa se deve pela interface bem simples de ser manuseada. Além de ser um dos softwares mais recomendados pelos professores entrevistados de Cálculo em nossa pesquisa.

Dessa forma digitando as funções na caixa de entrada do aplicativo temos os seguintes gráficos.

Imagem 6: Tela do aplicativo *Geogebra*.



Fonte: Arquivo do autor

Este tipo de atividade proporciona ao estudante a visualização de gráficos e a leitura por meio da compreensão dos conceitos de limite e derivada. Se o estudante compreendeu bem estes conceitos, observará que a medida que h tende ao valor 0 (zero) a função $f(x) = \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$ tende a ser função $y = 3x^2$. Neste caso, pode-se concluir que a função f(x) é a derivada da função $y = x^3$.

Questão 3: Resolva a integral da função $f(x) = 2\,.sen(x).\cos(x)$.

O objetivo dessa questão é questionar o estudante sobre as três formas de resolver essa integral, pois se ele buscar resolver por meio de um aplicativo observará formas diferentes de solução dependo do programa utilizado.

Se o estudante buscar resolver da forma tradicional por meio do lápis, papel e seus conhecimentos sobre as técnicas perguntará, qual das funções utilizarei como substituição $sen(x)\ ou\ \cos(x)$?

Dessa forma podemos ter três soluções, mas sendo todas elas antiderivadas distintas. Assim se o estudante utilizar por exemplo o aplicativo *WolframAlpha* teremos a seguinte solução:

Imagem 7: Tela do aplicativo *WolframAlpha*.

Indefinite integral

$$\int 2\sin(x)\cos(x)\,dx = -\frac{1}{2}\cos(2x) + \text{constant}$$

Possible intermediate steps

Take the integral:

$$\int 2\sin(x)\cos(x)\,dx$$

Factor out constants:

$$= 2\int \sin(x)\cos(x)\,dx$$

For the integrand $\sin(x)\cos(x)$, substitute $u = \cos(x)$ and $du = -\sin(x)\,dx$:

$$= -2\int u\,du$$

The integral of u is $\frac{u^2}{2}$:

$$= -u^2 + \text{constant}$$

Substitute back for $u = \cos(x)$:

$$= -\cos^2(x) + \text{constant}$$

Which is equivalent for restricted x values to:

Answer:

$$= -\frac{1}{2}\cos(2x) + \text{constant}$$

Fonte: Arquivo do autor

Agora observe a mesma resolução por meio do aplicativo *PhotoMat*:

Imagem 8: Tela do aplicativo *PhotoMat*

Calcule a integral indefinida

$$\int 2\sin(x)\cos(x)\,dx$$

photomath+

Usando $\int a\times f(x)\,dx = a\times\int f(x)\,dx,\ a\in\mathbb{R}$ simplifique a expressão

$$2\times\int \sin(x)\cos(x)\,dx$$

$$2\times\int \sin(x)\cos(x)\,dx$$

↓ Substitua o diferencial usando $dx=\frac{1}{t'}\times dt$, onde $t=\sin(x)$ e $t'=\cos(x)$

$$2\times\int \sin(x)\cos(x)\times\frac{1}{\cos(x)}\,dt$$

$$2\times\int t\,dt$$

↓ Usando $\int x\,dx=\frac{x^2}{2}$ resolva a integral

$$2\times\frac{t^2}{2}$$

$$2\times\frac{t^2}{2}$$

↓ Substitua $t=\sin(x)$ na equação para retomar as variáveis originais

$$2\times\frac{\sin(x)^2}{2}$$

$$\sin(x)^2$$

↓ Some a constante de integração $C\in R$

$$\sin(x)^2+C, C\in R$$

Fonte: Arquivo do autor

Os dois aplicativos chegam a soluções diferentes. Será que as duas soluções possam estar corretas? Assim acreditamos ser mais viável professor(a) ao invés de pedirmos para o estudante apenas para calcular, questionar o fato das três soluções. A outra solução possível é lembrar que $2\,.\,sen(x)\,.\cos(x) = sen(2x)$.

O intuito de mostrar estes exemplos professor(a) é de poder contribuir a um pensamento reflexivo sobre sua própria realidade ocasionado pelas máquinas de calcular móveis e seus aplicativos. Assim uma utilização que nos parece de maior importância é conduzir o estudante a ver como os aplicativos podem interagir com os problemas de forma a dar informações e indicações dos processos teóricos relacionados, enfatizando o uso dos conceitos.

Estes foram alguns exemplos de atividades que podem ser trabalhadas com intuito de gerar significado aos conceitos estudados durante um curso de Cálculo, apesar de priorizarmos atividades relacionadas ao Cálculo de uma variável frisamos ser possível uma mesma extensão para o Cálculo de várias variáveis.

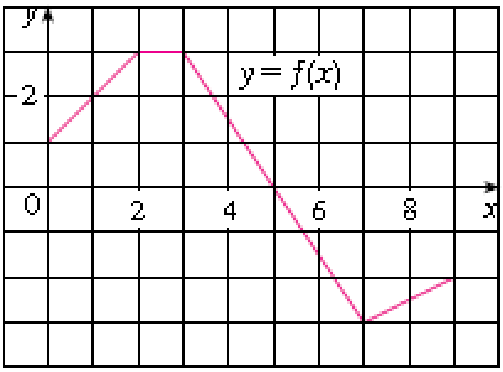
Por fim, propomos outras atividades que possam ser utilizadas, de forma a serem trabalhado os conceitos e o uso propicio algébrico sem a utilização de aplicativo mediado pelas máquinas móveis:

1) Ache os pontos da curva $y = 4x^3 + 6x^2 - 24x + 10$ nos quais a tangente é horizontal.

2) Que valores devem ter as constantes a, b e c se as duas curvas $y = x^2 + ax + b \; e \; y = cx - x^2$ têm a mesma tangente no ponto (3,3)?

3) Dado o gráfico f abaixo, calcule cada integral interpretando-a em termos de áreas.

$$a) \int_0^2 f(x) \qquad b) \int_0^5 f(x) \qquad c) \int_5^7 f(x) \qquad d) \int_0^9 f(x)$$



Fonte: Stewart, 2014, p. 347, adaptado.

4) Uma população de bactérias é de 4000 no tempo t=0 e sua taxa de crescimento é de $1000 \, . \, 2^t$ bactérias por hora depois de t horas. Qual a população depois de uma hora?

Não temos o intuito de montar uma lista de exercícios, com isto, seja interessante para o(a) professor(a) refletir sobre o uso desses aplicativos pelos estudantes. De forma que seja possível trabalhar mais atividades que priorizam os conceitos e teoremas ao invés da execução exacerbada de procedimentos algébricos ou numéricos.

3. Algumas reflexões para os Professores de Cálculo

Professor(a), gostaria de deixar bem claro que não se defende acabar com a utilização da relação entre lápis e papel (Conhecimento procedimental, as técnicas). Mas vale ressaltar, que agora, por meio desses recursos tecnológicos não precisamos gastar tanto tempo em aprender técnicas e rituais de “algebrização” e “malabarismo”.

Os resultados da pesquisa realizada por meio das entrevistas com os professores de Cálculo apontaram para o fato de que é preciso dar uma devida atenção ao novo estado de espírito sobre a resolução de operações matemáticas através da técnica atribuída aos aplicativos, posta agora ao alcance da ação humana, pelas tecnologias móveis. Além disso, através da pesquisa realizada com os estudantes, pode-se observar que o ensino de Matemática, embasado somente na habilidade de efetuar cálculos está com seus dias contados, e que num futuro próximo surgirão mecanismos modernos e melhores do que estes ao qual temos em mão e que irão auxiliar ou até substituir o tempo despendido nos algoritmos de cálculo favorecendo para um tempo dedicado à criatividade, o que, por sua vez, acarretaria uma maior capacidade de encontrar soluções diante de problemas.

No entanto, até o momento o que observamos, por meio das entrevistas com os professores de Cálculo, é que as suas concepções estão neste exato momento relacionadas às estratégias didáticas ou atividades de ensino referente à prática dos conteúdos procedimentais, desvinculando-os dos conteúdos conceituais e atitudinais. Compreendemos que este argumento dado é composto por várias situações ao qual os professores não podem desvincular de suas práticas, principalmente por medo de perderem seus empregos (professores de instituições particulares), assim em maioria dos casos eles devem seguir ementas e grades pré-estabelecidas como foi comentado pelos professores **A**, **B** e **E**. Mas devemos entender que tal metodologia em que prioriza o domínio de uma técnica ou de algum algoritmo não poderá ser bem realizada como estratégia de aprendizagem convenientemente caso se desconheça o porquê de seu uso, ou seja, se não está associado aos seus componentes conceituais (ZABALLA, 1999).

Neste sentido, compreendemos que treinarmos estudantes conforme fossem uma máquina, em um modelo que se reproduz com a mesma insensatez de um algoritmo para um programa, como se o estudante não fosse questionar tal processo certifica-se a ingenuidade de muitos professores de Matemática. O problema de tal questão se dá no momento em que a ingenuidade ainda parece pairar na mente dos tradicionalistas, orientados ou adestrados a imaginar que a realização de extensas atividades de modo automatizado poderá em algum instante entranhar-se na medula do estudante.

Para tanto, devemos compreender que a Matemática revela padrões ocultos que nos ajuda a visualizar o mundo ao nosso redor. Com isto, o processo de fazer matemática está longe de apenas fazer contas ou deduções, pois ela envolve observação de padrões, testagem de conjecturas e estimativa de resultados (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009).

Com relação a problemática do ensino e aprendizagem de Cálculo, identificamos padrões ocultos de uma Matemática padronizada, um fato totalmente inverso ao que a disciplina pode oferecer, deste modo a disciplina deve estar sempre sendo investigada e analisada para sugestões de mudanças ao currículo da disciplina. Nesse contexto, considera-se importante a busca por novos recursos e metodologias que possam apoiar o estudo dessa disciplina. De maneira, que os procedimentos didáticos realizados no processo de ensino e aprendizagem venham ser repensados, principalmente ao que conduz ao uso das tecnologias.

Foi possível também verificar que os professores concordam com as agregações tecnológicas ao ensino e aprendizagem de Cálculo. Constatamos também que os professores reconhecem essas máquinas e sua utilização pelos estudantes, além de certificarem ser um excelente recurso para o ensino e aprendizagem de Cálculo. Confirmando que embora esse fato possa ser extremamente positivo, a relação à qualidade e interação homem e máquina é uma tarefa difícil e nova para se acompanhar essas modificações (ESCHER, 2011).

Com essa evidência, constatamos que o professor não pode mais fugir ao enfrentamento da modernidade, o professor tem que pesquisar processos metodológicos que utilizem os recursos informatizados para que desta forma ele consiga adaptar à nova situação. A organização de como “colher a informação, como processá-la, como tratar essa informação e como utilizar as informações obtidas, são peças importantes como recursos instrumentais na rede da construção do conhecimento” (ALEGRE, 2005, p. 3).

Portanto, a expectativa de pesquisa aqui apresentada sirva de estímulo para professores e pesquisadores na área. Ainda, espera-se que sirva para sustentar os argumentos de que é necessário investir esforços na formação pedagógica de professores do ensino superior para que talvez ocorra uma mudança. Assim compreendemos que é necessário aos professores de Matemática do Ensino Superior, refletir a respeito da qualidade de seu ensino e da possibilidade de se criar oportunidades para que os seus alunos tenham experiências reais e dinâmicas com os conteúdos de Cálculo em atividades investigativas e exploratórias ao invés de uma ênfase numa aprendizagem de técnicas algébricas.

Afirmamos ainda que é indispensável tecermos reflexões a respeito da própria prática em que estamos realizando durante as aulas com os conteúdos, de forma a desenvolvermos uma postura de mudança em nosso ensino que precisa ser continuamente redefinido pelos seus mediadores nas situações onde ele acontece, precisa ser adequado aos mais diversos locais, aos mais diferentes indivíduos, com o objetivo de proporcionar uma real aprendizagem para os estudantes.

Esperamos que esse material possa contribuir para um repensa renovar de sua prática pedagógica, bem como motivar reflexões / possibilidades a respeito da utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino e Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral.

Referências

ALEGRE, L.M.P. **Utilização das tecnologias da informação e da comunicação, na prática docente, numa instituição de ensino tecnológico**. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

ARAÚJO, J. L. **Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: As Discussões dos Alunos**. 2002. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

BOGDAN, R. C e BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação**. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto – Portugal: Porto Editora, 2013.

CASTELLS, M**. A Sociedade em Rede - A Era da Informação:** economia, sociedade e cultura, v. 1**.** São Paulo: Paz e Terra, 2016.

D' AMBROSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre a educação e matemática. 2. ed. Universidade Estadual de Campinas, 1986. 115 p.

ESCHER, M. A. **Dimensões Teórico-metodológicas do Cálculo Diferencial e Integral:** perspectiva histórica e de ensino e aprendizagem. 2011. 222 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

FARIAS, M.M.R. **As Representações Matemáticas Mediadas por Softwares Educativos em uma Perspectiva Semiótica**: uma contribuição para o conhecimento do futuro professor de Matemática. 2007, 195p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

LÜDKE, M & ANDRÉ, M. E. D. **Pesquisa em Educação**: Abordagens Qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MARIN, D. **Professores de matemática que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino superior**. Dissertação de Mestrado UNESP **-** Rio Claro: [s.n.], 2009.

OLIMPIO JUNIOR, A. **Compreensões de conceitos de cálculo diferencial no primeiro ano de matemática – uma abordagem integrando oralidade, escrita e informática**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2005.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. IN: BICUDO, M. A. V. (Org). **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: UNESP, 1999. P. 199-220.

ONUCHIC, L. De la R. ALLEVATO, N. S. G. Formação de professores – mudanças urgentes na licenciatura em matemática. **Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e debates** .Org. Maria Clara Rezende Frota e Lilian Nasser. 2009.

PIRES, L. F. R. **As Influências das Tecnologias da Informação e Comunicação nas Estratégias de Ensino e Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral**. 2016. 241 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2016.

REIS, F. da S. A **tensão entre rigor e intuição no ensino de cálculo e análise**: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos. 2001. 302 f. Tese (Doutorado) - Departamento de Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, 2001.

REZENDE, W. M. **Uma análise Histórica-Epistêmica da Operação de Limite**. 1994. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática) – Universidade de Santa Úrsula. Rio de Janeiro, 1994.

REZENDE, W. M. **O ensino de cálculo:** dificuldades de natureza epistemológica. 2003. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, USP, São Paulo.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica**: a questão da democracia. 6 ed. Tradução Abgail Lins, Jussara de Loiola Araújo. Campinas (SP): Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. Tradução Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, 2008.

STEWART, J., **Cálculo**. vol. 1, 7ª. ed., São Paulo: Cengage Learning, 2014.

VIEIRA PINTO, A. V. **O Conceito de Tecnologia**. Rio de Janeiro: Contraponto, 2005ª, v.1.

VIEIRA PINTO, A. V. **O Conceito de Tecnologia**. Rio de Janeiro: Contraponto, 2005b, v. 2.

VILARREAL, M. E. **O Pensamento Matemático de Estudantes Universitários de Cálculo e Tecnologias Informáticas**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 1999.

ZABALA, A. **Como trabalhar os conteúdos procedimentais em aula**. Porto Alegre: Artmed, 1999.