



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

ALLAN MIRANDA DO CARMO

**O GEOGEBRA PERMEANDO O ENSINO DE VOLUME DE
SÓLIDOS**

Belém – PA
2019

ALLAN MIRANDA DO CARMO

O GEOGEBRA PERMEANDO O ENSINO DE VOLUME DE SÓLIDOS

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Médio.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho
Co-Orientador: Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves

Belém – PA

2019

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)

Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Carmo, Allan Miranda do Carmo

O geogebra permeando o ensino de volume de sólidos / Allan Miranda do Carmo ; orientação de Roberto Paulo Bibas Fialho, 2019.

Dissertação (Mestrado em Ensino de matemática) Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

1.Geometria – Estudo e ensino. 2. Software educacional 3. Ensino médio. I.Alves, Fábio José da Costa (orient.). II. Título.

CDD. 23º ed.516

Bibliotecária: Regina Ribeiro CRB-2 739

ALLAN MIRANDA DO CARMO

O GEOGEBRA PERMEANDO O ENSINO DE VOLUME DE SÓLIDOS

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Médio.
Orientador: Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Filaho

Data de aprovação: 22/08/2019

Banca examinadora

 . Orientador

Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Filaho

Doutor em Educação Ciência e Matemática – Universidade Federal do Pará
Universidade do Estado do Pará

 . Examinador Interno

Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves

Doutor em Geofísica – Universidade Federal do Pará
Universidade do Estado do Pará

 . Examinador Externo

Prof. Dr. Márcio Lima do Nascimento

Doutor em Matemática Aplicada – Universidade de São Paulo
Universidade Federal do Pará

Belém – PA

2019

RESUMO

CARMO, Allan Miranda. **O GEOGEBRA PERMEANDO O ENSINO DE VOLUME DE SÓLIDOS.** 2019, 56 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

Este trabalho realizou uma pesquisa sobre o ensino e aprendizagem de sólidos no Ensino Médio, com discentes do 3º ano do ensino médio em uma escola localizada no Bairro Souza, município de Belém, estado de Pará. A metodologia tem uma abordagem qualitativa utilizando como base a Engenharia Didática dividida em sessões: a primeira, denominada Análises Prévias, traz os resultados de uma revisão de estudos sobre o ensino do volume de sólidos, fundamentação matemática do volume de sólidos, aspectos históricos da geometria, e os resultados de um questionário aplicado junto a 86 (oitenta e seis) alunos da segunda e terceira série do ensino médio da rede pública; na segunda sessão, Análise *a Priori*, contendo, o ensino de matemática por software e a produção de uma sequência didática para o ensino de volume de sólidos, as atividades contidas na sequencia didática foram construídas, de acordo com o que presumimos como seriam as reações dos alunos no ato da aplicação do conjunto de atividades; a terceira sessão, corresponde a fase de Experimentação, onde pretendemos utilizar como ferramentas de coleta de análise durante os encontros que acontecerão nessa fase, bloco de anotações ; e por fim, a quarta sessão, consiste nas Análises *a Posteriori* e Validação, onde iremos destacar a observação dos dados obteremos para validar nossa sequência didática.

Palavras-chave: Educação Matemática; ensino e aprendizagem; tecnologia de ensino; construtivismo; sólidos.

ABSTRACT

CARMO, Allan Miranda. **GEOGEBRA ENABLING SOLID VOLUME TEACHING.** 2018, 56 f. Dissertation (Masters in Mathematics Teaching) - University of the State of Pará, Belém, 2019.

This work conducted a research on teaching and learning of solids in high school, with students of the 3rd year of high school in a school located in Bairro Souza, municipality of Belém, state of Pará. The methodology has a qualitative approach based on Didactic Engineering divided into sessions: the first, called Preliminary Analysis, brings the results of a review of studies on the teaching of solid volume, mathematical foundation of solid volume, historical aspects of geometry, and the results of a questionnaire applied to 86 (eighty-six) students of the second and third grade of public high school; In the second session, Priori Analysis, containing the teaching of mathematics by software and the production of a didactic sequence for the teaching of solids volume, the activities contained in the didactic sequence were constructed, according to what we assumed would be the reactions. the students in the act of applying the set of activities; the third session, corresponds to the Experimentation phase, where we intend to use as analysis collection tools during the meetings that will happen in this phase, notepad; and finally, the fourth session, consists of the Subsequent Analysis and Validation, where we will highlight the observation of the data we will obtain to validate our didactic sequence

Keywords: Mathematics education; teaching and learning; teaching technology; constructivism; solid.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	8
2.	METODOLOGIA	12
3.	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
3.1	CONSTRUINDO BASES: O CONSTRUTIVISMO	15
3.2	TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA	16
3.3	REVISÃO DE ESTUDOS: PESQUISAS E TRABALHOS ACADÊMICO	18
3.3.1	Estudos diagnósticos	19
3.3.2	Estudos experimentais	24
3.3.3	Estudos teóricos/ investigativos	31
4.	DESENVOLVIMENTO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	34
4.1	PROBLEMATIZAÇÃO DO TEMA	34
4.2	ENSINO DA GEOMETRIA	35
4.3	PESQUISA PRELIMINAR	35
5.	O PROCESSO DE INTERAÇÃO E DE MEDIAÇÃO NA RELAÇÃO PROFESSOR – ALUNO	43
5.1	AVALIAÇÃO	44
5.2	CÁLCULO DE VOLUMES	45
5.2.1	Cronograma de Atividades	49
5.2.2	Atividade 1	50
5.2.3	Atividade 2	51
5.2.4	Atividade 3	52
5.2.5	Atividade 4	53
5.2.6	Atividade 5	54
5.2.7	Atividade 6	55
5.2.8	Atividades de Aprofundamento	56
5.2.9	Imagens que ilustram o desenvolvimento das atividades	58
6.	A APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	62
6.1	PROCESSO PARA ANÁLISE DOS RESULTADOS DA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	62
6.2.	METODOLOGIA DA APLICAÇÃO SEQUÊNCIA DIDÁTICA	63
6.3	PROCESSO DURANTE A APLICAÇÃO	65
6.3.1	Primeiro encontro – Aplicação das atividades	66
6.3.2.	Intervenção Inicial	67
6.3.4	Terceiro encontro – Aplicação das atividades	68
6.3.5	Quarto encontro – Aplicação das atividades.....	70
	6.3.6. Aplicação Da Revisão	72
7.	APLICAÇÃO DO PÓS TESTE, ANÁLISE E VALIDAÇÃO	74
7.1.	ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO	74
7.2.	DEPOIMENTOS	78
7.3	RESULTADOS OBTIDOS CARACTERÍSTICAS DO PRODUTO.....	76
8.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	80
9.	REFERÊNCIAS	82

1. INTRODUÇÃO

O ensino do volume de sólidos iniciado no ensino básico da disciplina de Matemática, no 9º ano do Ensino Fundamental, traz para os alunos conceitos e definições de como se apresentam no ambiente de aprendizagem matemática, além disso apresenta-se como desafio tanto para alunos como para professores.

O desafio apresentado para ambos, muitas vezes vivido intimamente no que se refere ao vocabulário, pois alunos e professores, atores das salas de aula, são originários de locais com sotaques e regionalidades peculiares, temos um primeiro embate nos nomes a serem abordados, exemplo disso é o termo “paralelepípedo”.

Para a maioria dos alunos a Matemática se resume em números, equações, problemas e decorar fórmulas. Porém, essa é uma visão equivocada que não representa o verdadeiro estudo da matemática e talvez por isso muitos alunos tenham uma certa aversão a matemática¹. Isso representa apenas uma parte de um tipo específico de matemática, basta vermos a matemática natural, por exemplo, que não se limita ao trabalho com números e aritmética.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), do Ensino Médio, falam sobre a necessidade de mudanças em sala de aula, como: Contextualização, interdisciplinaridade, competências e tecnologia que são palavras-chave. Claro que não basta apenas saber lidar com as máquinas. Por isso, propõe-se aos professores formar alunos que sejam capazes de pesquisar, buscar informações, analisá-las e selecioná-las; a capacidade de aprender, criar, formular, ao invés do simples exercício de memorização.

No mundo contemporâneo somos bombardeados por informações e tecnologias, isso nos traz o desafio de nos adaptarmos a esse novo contexto educacional onde a escola não é mais vista como o único gerador de conhecimento. Essas tecnologias nos dão possibilidades de construir novas formas de aprendizagem como a utilização softwares educativos como o software GeoGebra para *ensino de volume de sólidos*, que nos permite utilizar uma nova metodologia e assim atender as novas necessidades do aprendizado.

¹ Utilizamos o termo Matemática, com “M” maiúsculo para designar a disciplina/ ciência e matemática, para designar o saber em geral, iniciando com “m”.

Os recursos tecnológicos como softwares educacionais instigam a participação dos alunos, a tomada de decisão, a levantar conjecturas e fazer analogias em um processo de ensino e aprendizagem.

A pesquisa em questão objetiva incorporar recursos tecnológicos a partir do software Geogebra ao estudo de sólidos geométricos, tendo em vista edificar o ensino e aprendizagem dos alunos. Esse é o sentido de permear apresentado no título deste trabalho.

Em relação ao Ensino de Matemática, encontra-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, uma referência concreta sobre a relevância da tecnologia, que permitem a abordagem de problemas com dados reais, requerendo habilidades de seleção e análise de informações por parte do docente. Conforme os PCN,

Embora os computadores ainda não estejam amplamente disponíveis para a maioria das escolas, eles já começam a integrar muitas experiências educacionais, prevendo-se sua utilização em maior escala em curto prazo. Isso traz como necessidade a incorporação de estudos nessa área, tanto na formação inicial como na formação continuada do professor do ensino fundamental, seja para poder usar amplamente suas possibilidades ou para conhecer e analisar softwares educacionais (BRASIL, 2001, p. 47).

Esses estudos trarão condições à integração dos computadores no processo de ensino e aprendizagem de forma efetiva e eficaz. Segundo Borba e Penteado (2007, p.44) as atividades com calculadoras gráficas e computadores, além de proporcionarem uma multiplicidade de representações, enfatizam a experimentação como um enfoque fundamental em ressonância com sua visão de conhecimento. Para estes, o enfoque experimental explora ao máximo as possibilidades de rápido feedback das mídias informáticas.

O trabalho com a modelagem e com o enfoque experimental sugere que há pedagogias que se harmonizam com as mídias informáticas de modo a aproveitar as vantagens de suas potencialidades. Essas vantagens podem ser vistas como sendo a possibilidade de experimentar, de visualizar e de coordenar de forma dinâmica as representações algébricas, tabulares, gráficas e movimentos do próprio corpo

Nesse contexto faz-se necessário ter condições a tirar, ao máximo, proveito dessas vantagens e potencialidades. Entende-se, hipoteticamente, que a condição para melhor utilização dessa tecnologia como recurso didático no

processo de ensino e aprendizagem, está relacionada com a formação dos professores, seja esta inicial ou continuada. Nesse sentido Lorenzato (2010, p. 161) afirma que,

Resulta daí a importância de se implantar nas universidades que trabalham com formação inicial e continuada de professores laboratórios de ensino mediados pelas TICs. Esse espaço – mais do que físico, um espaço de formação, apoiado por uma abordagem teórico-metodológica e conduzido pela mediação do professor – constitui-se em verdadeiro cenário interativo de aprendizagem colaborativa e conhecimento compartilhado.

Ações dessa natureza proporcionarão aos docentes conhecimentos e habilidades necessárias a integração dessa tecnologia a sua prática cotidiana. Em se tratando de professores que possuem certo conhecimento dos softwares educacionais, de quais, onde e como fazer uso destes em sua prática educacional, conhecimento este adquirido em sua formação inicial ou continuada, cabe aos mesmos, iniciativas para separá-los e utiliza-los de acordo com seu propósito enquanto educador. Assim, os PCN destacam que,

Quanto aos softwares educacionais é fundamental que o professor aprenda a escolhê-los em função dos objetivos que pretende atingir e de sua própria concepção de conhecimento e de aprendizagem, distinguindo os que se prestam mais a um trabalho dirigido para testar conhecimentos dos que procuram levar o aluno a interagir com o programa de forma a construir conhecimento (BRASIL, 2001, p. 47).

A partir de então os docentes poderão fazer um melhor uso e consequentemente tirar um maior proveito dessa ferramenta como instrumento metodológico, possibilitando, assim, um uso efetivo dos laboratórios de informática no processo de ensino e aprendizagem.

O software Geogebra, é programa configurado a partir de propriedades matemáticas, constituído com a finalidade da universalização do conhecimento no ambiente escolar. É um aplicativo dinâmico que faz a junção de conceitos de geometria e de álgebra em uma interface gráfica, que promove a construção de vários conceitos no campo matemático. Portanto, comprometidos com esta modalidade, ensino de matemática e tecnologia, temos como fator favorável à aprendizagem a viabilidade de visualização, neste caso, poder ver o efeito gráfico das funções e da geometria plana, uma forma de representação que contribui fortemente para a compreensão e incorporação dos conceitos matemáticos.

Os objetivos do trabalho tiveram como parâmetro o cálculo de volumes para provocar os alunos a avançar para raciocínios generalizados utilizando software Geogebra como ferramenta tecnológica, para trabalhar o conteúdo de geometria no Ensino Médio, durante as aulas, a fim de desenvolver habilidades e competências inerentes a esses conteúdos, facilitando a compreensão e favorecendo o aprendizado dos alunos de forma prazerosa e autônoma.

Apresentar o software geogebra e as vantagens da utilização do mesmo na sala de aula como ferramenta de interação com a geometria, proporcionando uma aula descontraída e interessante do ponto de vista didático, levando em consideração a importância do conteúdo de matemática.

Além de proporcionar uma melhor interação entre a Matemática e o aluno e Identificar as dificuldades do aluno do 2º Ano do Ensino Médio, na aprendizagem de volume dos sólidos, Explicar teorias e definições sobre os sólidos em sala de aula, Construir e analisar um trabalho didático envolvendo atividades que envolvam os volumes de sólidos; Desenvolver uma proposta metodológica para os conteúdos de volumes de sólidos.

2. METODOLOGIA

Como o GeoGebra é um programa de geometria dinâmica, podemos realizar construções matemáticas utilizando pontos, vetores, segmentos, retas, bem como funções e alterar todos esses objetos dinamicamente após a construção estar finalizada. Com este software podemos lidar com variáveis, vetores, função derivável e função integral. O GeoGebra oferece comandos para encontrar raízes e pontos extremos de uma função e tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica. Por meio desse software podemos estar instruindo professores e futuros professores ao uso de uma nova metodologia em sala de aula.

No intuito de avaliar a qualidade dos resultados de uma pesquisa científica, torna-se necessário saber como os dados foram obtidos, bem como os procedimentos adotados em sua análise e interpretação. Por essa razão o uso da racionalidade humana em classificar as pesquisas, quer segundo a natureza dos dados (pesquisa quantitativa e/ou qualitativa), quer segundo o ambiente em que estes são coletados (pesquisa de campo ou de laboratório), ou ainda segundo o grau de controle das variáveis (experimental ou não experimental), etc. (GIL, 2010).

Consoante o entendimento de Gil (2010), delinear uma pesquisa significa planejá-la em sua dimensão mais ampla, a qual envolve os fundamentos metodológicos, a definição dos objetivos, o ambiente da pesquisa e a determinação das técnicas de coleta e análise de dados. Desse modo, segundo o autor, o delineamento da pesquisa expressa tanto a ideia de modelo quanto a de plano.

Este trabalho será desenvolvido com alunos do 2º e 3º ano do ensino médio de escola pública. O software GeoGebra é um recurso de fácil instalação nos computadores e não necessita de internet. E o volume de sólidos são conteúdos matemáticos de essencial importância dentro da disciplina de matemática e que sempre aparecem nas provas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Então a ideia foi associar o uso do software GeoGebra ao estudo de volume de sólidos para favorecer e aprofundar o seu aprendizado. Muitas vezes o uso de métodos tradicionais não possibilita a apropriação adequada pelo educando, pelo fato de não estimular seu querer aprender. O professor ao fazer uso de ferramentas novas como o uso de softwares pretendeu criar um ambiente e uma situação que estimulasse a apropriação de conhecimentos, de simulações diversas e de troca de informações pelos alunos. Neste caso o professor se colocou como mediador e orientador da formação do aluno, na aquisição e formulação de conceitos por ele. Ao utilizar uma metodologia diferente da exposição de conceitos, exemplos e construção apenas com lápis, régua e papel que o aluno tivesse um maior estímulo a aprender e a possibilidade de sanar dificuldades de compreensão, tornando a aprendizagem mais significativa.

Pois segundo Tornaghi (2010, p.25):

[...] mais uma contribuição importante que as tecnologias digitais trazem à escola. Computadores são objetos interativos com os quais se pode experimentar sem medo de errar. Eles contribuem para trazer de volta ao ambiente escolar a instigante curiosidade de jovens e crianças. Então, o que a escola deve fazer com a tecnologia? Deixar que seja um espaço de produção, de exploração, de experimentação e de colaboração para seus alunos.

Foi utilizado o software GeoGebra para motivar o estudo de volume de sólidos e efetivar a sua compreensão de uma forma mais atraente, seguindo a proposta da Engenharia Didática (Souza,2005). Após se familiarizarem com o software GeoGebra, os alunos executaram as atividades propostas, com base nas etapas definidas sob esta metodologia, definindo uma sequência didática a. Essas atividades foram executadas durante dois meses, 2 horas aulas semanais. As atividades com o software GeoGebra foram intercaladas com atividades em sala, durante outras 2 horas aulas semanais, utilizando quadro negro para expor o referencial teórico e com a realização das mesmas atividades com lápis, régua e papel. Ao terminar este período os alunos responderam um questionário com questões fechadas, que foram discutidas no presente trabalho. Partiu-se de atividades de familiarização ao uso do software GeoGebra e da resolução de problemas que envolvam o conteúdo volume de sólidos, através de atividades que possibilitem a resolução tanto em sala de aula através de métodos tradicionais, bem como com os recursos do software GeoGebra, pois o

uso de tecnologias de comunicação e informação (TICs) como metodologia torna as aulas mais dinâmicas (PARANÁ, 2008, p.63). E as mídias, como softwares com planilhas eletrônicas, possibilitam a solução de um problema matemático envolvendo volume em um tempo menor do que o necessário mediante uso de caderno e lápis.

Pois as tendências metodológicas apresentadas nas diretrizes devem ser articuladas de modo a tornar mais eficaz o processo de ensino e aprendizagem de matemática (PARANÁ, 2008, p.68). Conforme Valente (1995) com o uso de tecnologias da informação e da comunicação (TICs) ocorre uma dinamização do processo de ensino e aprendizagem aumentando o interesse e a busca do conhecimento pelo aluno.

Para Simoka (2010, p.3):

A tecnologia e a informação se tornaram um fator fundamental para o crescimento e o desenvolvimento tanto do conhecimento matemático tanto do bem estar da sociedade e está cada vez mais presente na vida das pessoas. Todos os recursos dessa tecnologia fazem com que a comunicação seja feita pela máquina, sendo para o professor uma ferramenta, de grande importância, no processo de ensino-aprendizagem de cada aluno.

A tecnologia tem um papel fundamental para nossa sequência como apresentar o software geogebra e as vantagens da utilização do mesmo na sala de aula como ferramenta de interação entre álgebra e a geometria. Proporcionar tanto ao professor como o aluno uma aula descontraída e interessante do ponto de vista didático, levando em consideração a importância do conteúdo de matemática trabalhado.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1. CONSTRUINDO BASES: O CONSTRUTIVISMO

No âmbito filosófico e pedagógico, o construtivismo consiste numa teoria da aprendizagem em que o indivíduo (como aluno) participa ativamente do próprio aprendizado, através de experiências epistemológicas e interações constantes com o meio em que está inserido.

Desenvolvida a partir dos estudos do epistemólogo suíço Jean Piaget (no começo da década de 1920) e das pesquisas do professor de literatura bielorrusso Lev Vygotsky, esta teoria sugere uma maior flexibilização no ensino, fazendo com que o aluno possa aprender com os erros e acertos, estimulando as suas capacidades a partir da constante interação com o mundo ao seu redor. O construtivismo ainda defende o uso da autoavaliação e reflexão nas disciplinas, eliminando o modelo rígido e padronizado das avaliações dos alunos.

O ensino médio é a consolidação de uma etapa na vida do aluno, onde os conhecimentos alcançados no ensino fundamental são basilares para formação de cidadania e intelectualidade. O profissional da educação deve estar envolvido nessa trajetória do estudante na posição de quem ensina com olhar de aprendiz, admitindo objetos de aprendizagem que acrescentem na formação cognitiva e social do seu aluno. Pelo que assegura a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.

Falar de ensino e aprendizagem implica a compreensão de certas relações entre alguém que ensina, alguém que aprende e algo que é o objeto de estudo – no caso, o saber matemático. Nessa tríade, professor-aluno-saber, tem-se presente a subjetividade do professor e dos alunos, que em parte é condicionadora do processo de ensino e aprendizagem. (BRASIL, 2006, p. 80).

Ensinar matemática é tarefa desafiadora para quem deseja alcançar o objetivo de inserir conhecimentos significativos à formação do aluno.

Seria preciso ensinar princípios de estratégia que permitiriam enfrentar os imprevistos, o inesperado e a incerteza, e modificar seu desenvolvimento, em virtude das informações adquiridas ao longo do tempo. É preciso aprender a navegar em um oceano de incertezas em meio a arquipélagos de certeza. (MORIN, 2000, p.16)

A utilização da tecnologia cabe na “incerteza” citada por Morin (2000), afinal uma das finalidades da inserção da ferramenta no ensino da matemática é seu uso como estratégia para o desenvolvimento do saber. A admissão da tecnologia, bem como a sua produção e o seu desenvolvimento, precisam ser feitos por uma sociedade que tenha desenvolvido esse saber. À educação cabe buscar desenvolver o “aprender a ser, viver, dividir e comunicar como humanos do Planeta Terra” (MORIN, 2000, p. 76). As inovações tecnológicas podem ser inseridas dentro do contexto escolar em conceitos matemáticos, o que não significa que a Matemática perderá sua característica tradicional, neste caso a utilização do cálculo mental, construção e criação de gráficos e figuras geométricas aliado a ferramentas tecnológicas auxiliam no raciocínio e desenvolvimento de competências matemáticas.

A utilização de softwares educativos nas aulas de geometria, especialmente os de geometria dinâmica, vem ao encontro dessas propostas, pois a utilização do computador ainda possibilita criar ambientes que fazem surgir novas formas de pensar e agir. (ALVES, 2007, p.2).

Sob uma perspectiva analítica do ensino de matemática e o uso de tecnologias da informação, é necessário caminhar vinculando conceito e produção. Conceitos matemáticos e produções tecnológicas podem representar grande potencial para o aprender exato. Morin (2000, p. 115) ainda traz a reflexão quanto a esse caminho citando que “Não possuímos as chaves que abririam as portas de um futuro melhor. Não conhecemos o caminho traçado. „El camino se hace al andar“ [...]”

3.2. TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Tecnologias digitais, de acordo com Pierre Levy (2009), fornecem novas formas de acesso à informação, pois é possível partilhar em grande grupo as memórias nela contidas. Nesse sentido, os PCN relatam que: “Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos que permitam ao

indivíduo reconhecer-se e orientar-se nesse mundo do conhecimento em constante movimento." (PCN, 2002, p. 252).

De acordo com Fiorentini (2005), a investigação matemática em sala de aula representa um contexto rico e desafiador de aprendizagem, tanto para o aluno, quanto para o professor, porque eles podem encontrar um modo significativo de ensinar, compreender, trabalhar e estabelecer relações com a Matemática. O PCN cita como exemplo específico a relação de que falamos para ressaltar a necessidade de contextualização, interdisciplinaridade e conexão entre saberes matemáticos. As sequencias, em especial a Progressão Aritmética nada mais é do que uma função particular (PCN, 2002, 255). Há uma mudança na forma de se pensar os conteúdos e a Matemática. Isso parece claro entre os professores. O que não está claro é de que forma essa mudança deve ocorrer. Se o aluno não é mais o mesmo, parece óbvio que a Matemática ensinada a ele também seja diferente. A evolução é inerente a nossa vontade e sempre existiu, porém agora temos que estar mais do que nunca atentos à velocidade com que isso tem ocorrido. E a Informática tem tudo a ver com isso. Se, por um lado, ela parece ser a grande vilã, exigindo de nós mudanças, por outro, parece ser a própria Informática a solução para o impasse:

[...] a presença da tecnologia nos permite afirmar que aprender Matemática no ensino médio deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência, e que a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada com o domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático (PCN, 2002, p.252).

Pensamos que esse “saber pensar matemático” é o nosso desafio a ser alcançado.

Num projeto pedagógico tudo é relevante na teia das relações escolares, porque todas elas são potencialmente educativas ou deseducativas. Ensinar bem, por exemplo, não é apenas ensinar eficientemente uma disciplina, mas é também o êxito em integrar esse ensino aos ideais educativos da escola. Enfim, o importante é a motivação e o empenho comum numa reflexão institucionalmente abrangente e o firme propósito de alterar práticas nos sentidos indicados por essa reflexão. Para isso, não há fórmulas prontas e convém não esperar auxílio de uma inexistente "ciência dos projetos" ou de roteiros burocratizados. (AZANHA, 2006.)

Em um projeto pedagógico o uso de tecnologias digitais é um assunto que a tempos tem chamado a atenção de diversos pesquisadores em educação. E este também nos incentivou a um estudo e análise de trabalhos realizados por

pesquisadores nesta área, em especial na educação matemática. Durante esta busca encontramos um grande número de trabalhos que abordavam sobre vários tópicos do uso de tecnologias digitais, sendo que destes selecionamos alguns que direcionavam-se a investigação da formação de professores e suas estratégias de ensino com o uso de aparelhos tecnológicos, e que investigavam as dificuldades de aprendizagem dos alunos no ensino de matemática.

Borba (2012) argumenta que, embora existam pesquisas sobre o uso de softwares em Educação Matemática há mais de 30 anos, este conjunto de pesquisas não necessariamente resultou na incorporação da tecnologia computacional nas salas de aula de Matemática.

No livro publicado, Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) discutem algumas possibilidades de incorporar as tecnologias nas salas de aulas, que não dependem de compra maciça de computadores, mas sim de internet de banda larga. Fazem também uma crítica à própria noção de laboratório, mostrando como ele pode na prática tirar as tecnologias digitais do cotidiano do aluno e do professor.

3.3. REVISÃO DE ESTUDOS: PESQUISAS E TRABALHOS ACADÊMICOS

Será apresentado neste subtópico a revisão de estudos sobre o ensino de cálculo de volumes, foram pesquisados vários trabalhos sobre esse assunto. No primeiro momento serão analisados trabalhos referentes aos estudos diagnósticos, no segundo momento trabalhos referentes a estudos experimentais e no terceiro momento trabalhos sobre estudos teóricos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, apontam o estudo da geometria como fator importante para desenvolver um tipo especial de pensamento que nos possibilita compreender, descrever e representar de forma organizada o universo espacial que nos cerca. Segundo Lorenzato (1995), pesquisas psicológicas indicam que a aprendizagem geométrica é necessária ao desenvolvimento da criança, pois inúmeras situações escolares requerem percepção espacial, tanto em Matemática como na leitura e escrita.

Os (PCNs), do Ensino Médio, também falam sobre a necessidade de mudanças em sala de aula, como: Contextualização, interdisciplinaridade, competências e tecnologia que são palavras-chave. Claro que não basta apenas saber lidar com as máquinas. Por isso, propõe-se aos professores formar alunos que sejam capazes de pesquisar, buscar informações, analisá-las e selecioná-las; a capacidade de aprender, criar, formular, ao invés do simples exercício de memorização.

Segundo as Orientações Curriculares para o ensino Médio:

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do quotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas. Esse estudo apresenta dois aspectos – a geometria que leva à trigonometria e a geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes. (BRASIL, 2006, p.75)

3.3.1. Estudos diagnósticos

Os estudos caracterizados como diagnósticos, tem como objetivo encontrar algumas dificuldades dos alunos no ensino Calculo de volumes e, então saná-las durante o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

A pesquisa de Vandira (2009) tem como objetivo de investigar, usando Educação Matemática, novas técnicas, elementos da natureza, fatos históricos, profissões que usam a Geometria em seu dia-a-dia, para comparar e encontrar meios que possibilitem o ensino aprendizagem das Geometrias e Medidas. A pesquisa foi realizada com 130 alunos na Escola Estadual Professora Adélia Antunes Lopes – EF, situada na Rua Monteiro Lobato, nº 730, Jataizinho, Núcleo de Cornélio Procópio.

O instrumento usado por Vandira (2009) foi o questionário, contendo questões abertas e fechadas, foi aplicado para obter informações sobre conhecimentos em Geometria e as práticas pedagógicas utilizadas. A análise foi feita através de informações obtidas a partir das pesquisas dos questionários. A análise foi de forma qualitativa no momento das discussões dos resultados

A fim de identificar o perfil dos alunos entrevistados, Vandira (2009) inicialmente verificado a idade e o sexo dos alunos, a idade compatível para a série em que estavam cursando, evidenciando que a reaprovação em anos anteriores não aconteceu para esta turma, que era composta por meninos e meninas.

Vandira (2009) também questionou sobre a renda familiar, para saber se ter uma ideia das condições financeiras A maioria dos alunos responderam que a família vive com até 2 salários mínimos. Alguns alunos afirmaram que recebem auxílio do governo, por meio do recebimento da bolsa família.

A moradia dos alunos também é um requisito importante para o seu bom desempenho na escola. Desta maneira buscou-se saber o tipo de casa que residem os alunos. A maioria dos alunos vivem em casas de alvenaria

Um fator determinante para o sucesso do aluno na escola são os estudos continuados em casa, ou seja, as horas de estudo fora da escola. A maioria dos alunos disseram que estudam mais de 2 horas por dia fora da sala de aula.

O tema central do trabalho de Vandira (2009) é a geometria. Desta maneira, ela achou importante saber se o aluno tem noção do que se trata esse ramo da matemática. Quase a totalidade dos alunos disseram que a geometria é o estudo das formas e medida, apesar de tudo isso, a maioria dos alunos não lembram do que estudaram em geometria. Os alunos sabem o que é geometria, porém não sabem exatamente o que já foi estudado neste ramo da matemática, talvez por uma desatenção ou então por um ensino pobre.

Um bom motivo para o esquecimento dos alunos acerca da geometria seria o não uso de materiais pedagógicos para seu ensino, pois o contato com os objetos geométricos favorece o aprendizado

De acordo com Vandira (2009) a maioria dos alunos entrevistados estavam na idade escolar correta e tinham afeição com a matemática. Porém, quando o assunto é geometria, fica claro da extrema importância do seu ensino ainda nas séries iniciais, já que essa vem sendo pouco explorada e seu uso pode ser baseado na vida cotidiana dos alunos, para que ele possa ser envolvido e assim, aprender a geometria sem grandes complicações.

O trabalho de Viviane (2001) tem o objetivo de analisar as habilidades dos estudantes para os conceitos espaciais. Essa pesquisa foi feita através da

abordagem através da resolução de problemas. Viviane (2001) defini sua pesquisa como básica e exploratória que foi dividida em duas etapas.

O teste aplicado buscava analisar o conhecimento geométrico em relação as figuras planas e suas aplicações e em relação as figuras espaciais. A primeira análise do estudo teve como amostra 76 alunos de 1^a a 4^a séries do ensino fundamental, no estado de São Paulo, já a segunda etapa teve como amostra 288 alunos do terceiro ano do ensino médio. Para coleta de dados foi aplicado um questionário com 25 questões relacionando conceitos geométricos com cinco níveis diferentes e com cinco questões cada nível, para a complementação do estudo foi aplicado um teste com 10 questões que continham figuras e suas soluções dependiam da análise dessas figuras

Analizando os testes foi observado que algumas questões relacionadas aos conceitos geométricos deveriam ser reformuladas e que as questões eram muito demoradas, mas de uma maneira geram verificou-se que o objetivo havia sido atingido. Fazendo uma análise dos dados percebesse que a maioria dos alunos do ensino médio não tinha domínio do conteúdo do assunto, não reconheciam alguns conceitos básicos da matéria.

O trabalho de Odaléa (2005) foi feito através questionários aplicados à 117 alunos do ensino médio de uma escola particular de São Paulo baseada na teoria de Krutetskii (1976), que tem quatro componentes básicos da habilidade matemática relacionados aos processos cognitivos do sujeito presentes na solução de problemas matemáticos e utilizou também uma prova do componente espacial da habilidade matemática, constituída por questões baseadas na série XXV de Krutetski (1976), essas questões estão relacionadas e geometria plana e espacial e o objetivo era verificar se os alunos conseguiram resolver sem o auxílio da figura.

As questões que envolviam planificações de figuras espaciais também foram aplicadas aos alunos, juntamente com cálculo de superfície lateral e total dos principais poliedros juntamente com o cálculo da superfície total de cilindros, cones e troncos. Após analisar os resultados obtidos Odaléa (2005) percebeu que as maiores dificuldades estavam em relação aos cálculos de corpos redondos.

Após essa fase de análise outro teste foi proposto aos alunos, agora voltado ao raciocínio espacial e posteriormente mais dois testes foram aplicados

aos alunos, baseados na Escala de atitudes. O primeiro se referia a uma escala de quatro pontos formada por vinte afirmações que tentavam expressar o sentimento de cada sujeito em relação a matemática. O segundo, semelhante ao primeiro, também era formado por uma escala de quatro pontos formada por vinte afirmações, dez positivas e dez negativas. E ao final os alunos realizaram uma prova contendo questões de vários vestibulares nacionais.

Odaléa (2005) observou um nível baixo de interesse dos alunos em relação ao ensino de Geometria e a partir dos exercícios resolvidas pelos sujeitos que tiveram o melhor e o pior desempenho, revelaram que os que se saíram melhor, demonstraram também outras habilidades como, por exemplo, a sistematização da contagem de cubos em um arranjo; a identificação de polígonos resultantes da união de pontos no espaço; habilidade de seccionar sólidos em planos imaginários; a planificação de figuras tridimensionais; a habilidade em projetar ortogonalmente sólidos formados por cubinhos, além da habilidade na identificação de figuras planas geradoras de sólidos de revolução.

Moraco & Pirola (2007) aplicaram um questionário contendo nove questões além de um questionário contendo quatorze questões, para 87 alunos da 1^a, 2^a, e 3^a séries do Ensino Médio da rede pública do Estado de São Paulo, pautados nas dificuldades da visualização e representação geométrica, apresentando como objetivo analisar os conhecimentos geométricos adquiridos por alunos do Ensino Médio e verificar o domínio de alguns dos termos conceituais e representacionais.

A priori Moraco & Pirola (2007) supuseram que os alunos já conheciam os conceitos básicos da geometria. No entanto, identificaram, no decorrer do trabalho, as dificuldades dos alunos do Ensino Médio em relação ao entendimento da Geometria Espacial. Perceberam, no entanto, que nem sempre esses conceitos estavam internalizados. Os autores indicam uma possibilidade para amenizar os problemas causados pela transição da Geometria Plana para a Espacial seria inverter o processo, ou seja, o estudo deveria iniciar a Geometria Espacial.

Moraco & Pirola (2007) fizeram uma pesquisa que desenvolveu seguindo os níveis de raciocínio geométrico descritos por Van Hiele: Nível 1: Visualização ou Reconhecimento; Nível 2: Análise; Nível 3: Dedução Informal; Nível 4:

Dedução Formal; Nível 5- Rigor. A prova de matemática aplicada também como coleta de dados foi pontuada em uma escala de zero a dez. A análise dos resultados foi desenvolvida em dois momentos, no primeiro, de forma quantitativa, os autores utilizaram testes estatísticos, com o objetivo de verificar se havia diferença entre os sujeitos das séries de Ensino Médio com relação ao desempenho na prova de conteúdos de Geometria. Em relação a Teoria de Van Hiele demonstrou que os alunos ainda não haviam atingido o nível 2. A maioria não conseguiu desenvolver a representação de sólidos.

Os Autores esperam um bom desempenho no terceiro ano, mas quem apresentou o melhor desempenho segundo a pesquisa foram os alunos do primeiro ano, eles enfatizaram que a maioria dos alunos não atingiram nem o primeiro nível determinado na teoria de Van Hiele, que corresponde ao reconhecimento, no qual os alunos identificam, comparam e nomeiam figuras geométricas com base em sua aparência global. Constataram ainda que esses alunos, ao longo de sua vida escolar, aprenderam muito pouco sobre Geometria plana, demonstração do desconhecimento sobre conceitos básicos como o reconhecimento de retas paralelas, concorrentes e planos, especialmente sobre Geometria Espacial. Essa constatação demonstra a fragilidade nos conhecimentos dos alunos.

Chiele & Kaiber (2007) optaram por engenharia didática em sua pesquisa que foi feita com um grupo de onze alunos do primeiro ano do ensino médio norte e o leste do Rio Grande do Sul, na região chamada Encosta Superior do Nordeste. A análise a priori foi feita através de uns questionários contendo dezesseis questões, baseadas no modelo de Van Hiele.

O desempenho dos alunos nesse questionário demonstrou que o grupo dominava o nível de visualização proposto por Van Hiele, correspondendo às questões de 1 a 5, no nível esperado pelos pesquisadores. O desempenho nas questões 6 a 11, que se referiam à identificação de propriedades de figuras planas, não foi tão evidente, indicando que os alunos estavam ainda transitando nesse nível, denominado análise. O desempenho nas demais questões, que correspondiam ao nível de dedução informal, demonstrou que os alunos ainda não haviam atingido esse nível. O resultado do trabalho prático inicial, realizado em sala de aula, demonstrou aos autores que o grupo não possuía domínio dos aspectos envolvidos no trabalho proposto, pois os alunos apresentaram

dificuldades no desenvolvimento das medições solicitadas as quais se mantiveram quanto à forma de executar os cálculos.

De posse das medidas, os alunos não tinham convicção das operações a serem efetuadas. Os pesquisadores também perceberam dificuldades dos alunos em relação ao domínio das unidades de medida de comprimento e operações com números decimais. A fase de experimentação se desenvolveu em 13 encontros de dois períodos de 50 minutos. As atividades práticas foram planejadas de forma a serem desenvolvidas em sala de aula, articuladas ao desenvolvimento teórico, incluindo também cinco tarefas que foram desenvolvidas extraclasse.

Após a análise dos dados obtidos com a pesquisa Chiele & Kaiber (2007) fizeram uma porcentagem em relação ao desempenho dos alunos e concluíram que 80% obtiveram um desempenho satisfatório nas questões relacionadas aos quadriláteros, já nas questões relacionadas ao estabelecimento de inter-relações de propriedades entre figuras o desempenho não foi tão bom, os acertos foram de 62,5%. Analisando esses dados e comparando com os níveis de van Hiele, esse grupo estaria em um nível baixo. E ao final os autores concluíram que obtiveram um resultado satisfatório olhando de uma maneira geral.

3.3.2. Estudos experimentais

Os dados experimentais apresentam estudos no âmbito da proposta e realização de atividades, que favoreça o desenvolvimento cognitivo dos alunos no ensino de Cálculo de volumes.

Segundo Altair (2008) a escola secundária muito pouco tem feito para a aprendizagem significativa e interessante da Geometria. Os livros didáticos muitas vezes tratam a Geometria como se fosse um dicionário de definições e as esparsas propriedades geométricas são apresentadas como “fatos dados”. Não transparece a intenção de explorar as relações que existem entre os objetos geométricos e de buscar argumentos que expliquem o porquê dessas relações.

Segundo Altair (2008) os alunos da disciplina, no futuro, poderão necessitar desses conteúdos em seus trabalhos, é importante que construam, enquanto em formação, conhecimento geométrico sob um olhar prático e

também lúdico, o que pode ser uma “porta de entrada” para a aprendizagem da Geometria na escola.

Altair (2008) é importante utilizar objetos que tenham relação com as formas geométricas mais usuais como, por exemplo, cone de lã, casquinha de sorvete e chapéu de palhaço para lembrar o cone; latas de azeite e latas de cera para lembrar o cilindro; embalagens e enfeites para lembrar as formas de pirâmides. O professor procurará representar figuras que estimulem a percepção visual dos objetos tridimensionais representados em planos.

Implementação da Proposta de Intervenção na Escola Altair (2008) teve o interesse em desenvolver uma metodologia alternativa no ensino da Geometria Espacial, bem como fornece ferramentas e subsídios para que os alunos pudessem aumentar sua motivação no estudo e na aplicação deste importante capítulo da Matemática, utilizando para isso experiências práticas aliadas à teoria.

A temática desta proposta de intervenção na escola esteve voltada para o estudo da Construção dos Sólidos Geométricos, tendo em vista as grandes dificuldades encontradas no ensino/aprendizagem deste conteúdo, no que se refere à interpretação de exercícios dados, aos alunos do ensino médio. Portanto, fez-se necessário a implementação de um projeto de ensino e de aprendizagem em Matemática que visasse sanar estas dificuldades, as quais acabavam gerando reflexos na própria disciplina.

A implementação desta proposta de intervenção se deu por meio da utilização, pelo professor de matemática, de alternativas metodológicas que permitiram desenvolver no aluno a capacidade de resolver exercícios matemáticos de geometria espacial, alertando-os para a importância da interpretação correta.

O trabalho proposto por Altair (2008) consistiu na construção, em madeira ou materiais similares, por parte dos alunos, de uma série de objetos estudados na Geometria, indo desde as figuras planas até as espaciais.

O projeto de acordo com Altair (2008) teve a pretensão de incentivar o conhecimento e o gosto pela geometria, fazendo com que os alunos se sentissem envolvidos pelo trabalho e perceberam durante seu desenvolvimento que as atividades com formas geométricas podem ser agradáveis, bem compreendida e situada.

No trabalho de Altair (2008), foi realizado uma Pesquisa-Ação, com enfoque qualitativo, objetivando a construção de formas geográficas espaciais, com o constante envolvimento dos alunos da classe com a qual foi desenvolvida no projeto, bem como do professor orientador.

Com Waldiza (2012) a metodologia usada foi a Engenharia Didática para investigar o ensino da matemática foram aplicados questionários a 100 professores da rede pública e particular de ensino do estado do Pará e 100 alunos recém-saídos do Ensino Médio. Waldiza (2012) utilizou um software como instrumento para dar suporte a sua sequência didática. Foram conduzidas atividades para a descoberta das formulas de cálculo do volume do paralelepípedo, cubo, prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera sempre na perspectiva do ensino por atividades e com o suporte tecnológico do software; concluindo as sessões com um Pós-teste. Os resultados do Pré e Pós-testes apontaram um percentual excelente de aproveitamento dos alunos com 77% no mínimo e 100% no máximo demonstrando que a sequência didática aplicada foi validada favorecendo o aprendizado dos alunos no cálculo do volume de sólidos geométricos.

O instrumento privilegiado para produção das informações sobre professores e que revelaria o perfil docente com atuação no ensino da Matemática no Ensino Fundamental e Médio foram os questionários.

Waldiza (2012) observou, a partir dos relatos, a preocupação dos professores na preparação de suas aulas, buscando inovação, novas tecnologias, a importância de buscar outras fontes, fugindo do uso exclusivo do livro didático.

Uma análise foi feita sobre a utilização de experimentos para o ensino de Volume de Sólidos Geométricos, Waldiza (2012) observou que 74% dos professores consultados responderam não utilizar experimentos no ensino desse conteúdo. Aos 23% que responderam afirmativamente solicitamos o relato de como desenvolviam seu experimento, em relação a esse conteúdo. As respostas mais citadas apontaram a planificação e construção de sólidos como mais frequentes entre os professores consultados.

A partir da análise dos dados obtidos Waldiza (2012) observou que a ideia de volume, que está relacionada ao conceito de Volume, foi considerada pelos

professores consultados como uma tarefa de compreensão fácil ou regular, apresentando, para ambas opções de resposta o percentual de 36%.

Estratégias de Ensino desenvolvidas no Ensino Médio a partir da consulta aos estudantes quando questionados sobre o desenvolvimento do conteúdo de Volume de Sólidos Geométricos durante o Ensino Médio, Waldiza (2012) percebeu, que, segundo os estudantes, 89% de seus professores, na maioria das aulas no Ensino Médio, apresentava a definição seguida de exemplos e exercícios. 8% utilizava situação problema antes da introdução ao assunto. Apenas 1% utilizava experimento e nenhum utilizou jogos.

Outra informação que merece destaque estava relacionada ao questionamento feito aos estudantes sobre a utilização de experimentos no ensino de volume de sólidos geométricos durante o Ensino Médio. Apenas 3% dos estudantes consultados lembrava de uma atividade nessa direção.

O experimento prático de Waldiza (2012) se desenvolveu com duas turmas do 3º ano do Ensino Médio, em nove sessões para cada uma. Nossa intenção era que os alunos, a partir de uma sequência de figuras com os respectivos valores de comprimento, largura e altura, para o paralelepípedo; aresta, para o cubo; área da base e altura para prisma e pirâmide; raio e altura para o cilindro e cone; e raio para a esfera; conseguissem descobrir as respectivas fórmulas. De acordo com a pesquisa as sessões referentes ao paralelepípedo, cubo, prisma e pirâmide não causaram muita dificuldade na descoberta, a não ser para alguns poucos alunos.

Após as sessões com o software, que promoveram a descobertas das fórmulas, desenvolvemos uma atividade de fixação, com um jogo de dominó que tinha por objetivo criar uma sequência relacionando a imagem do sólido a fórmula de cálculo de seu volume. De acordo com Waldiza (2012) essa atividade foi muito bem recebida e ajudou os alunos a fixarem as fórmulas.

A análise a posteriori da sequência didática evidenciou que antes das atividades os alunos não conseguiram resolver as questões de volume de sólidos geométricos, mas, acreditamos que todos os procedimentos desenvolvidos nas sessões de ensino, contribuíram para o resultado obtido no Pós-teste, desenvolvido com as duas turmas, onde o percentual de aproveitamento dos alunos foi muito expressivo em ambas as turmas, constituindo-se em mais de 70% de acerto em todas as questões

O trabalho de Eliana (2013) tem como objetivo mostrar a importância da resolução de problemas para o ensino da Geometria Espacial. A proposta é oferecer aos alunos estratégias didáticas para trabalharem com a resolução de problemas, a fim de tentarem superar as dificuldades de aprendizagem, enfrentarem desafios que exijam grande esforço e dedicação e descobrirem por si só.

A pesquisa de Eliana (2013) é de cunho bibliográfico sobre a resolução de problemas para o ensino de Geometria Espacial, como estratégia didática e sua importância para o ensino de Geometria Espacial. As informações foram consultadas em livros e artigos.

Segundo o relato de experiência de Eliana (2013) a turma foi dividida em grupos de cinco e seis alunos. No primeiro momento, foi pedido a eles a construção de diversos sólidos geométricos, tais como: tetraedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro, prismas e pirâmides. O objetivo, nessa primeira etapa foi com que os alunos tivessem contato com os sólidos, sem classificá-los.

A segunda fase da pesquisa de Eliana (2013) foi explicada poliedros no quadro: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro. Dois grupos ficaram responsáveis pela construção de esqueletos de poliedros usando canudinhos, palitinhos de churrasco e fios. Os demais grupos ficaram responsáveis pela planificação desses sólidos e sua construção em papel cartolina.

Para essa primeira parte usou-se duas aulas. Alguns que não conseguiram concluir seus trabalhos finalizaram-nos em casa.

A segunda etapa foi a construção dos prismas: triangular regular, quadrangular regular e hexagonal regular, cubo e paralelepípedo. Dois grupos ficaram responsáveis pela construção do esqueleto dos prismas, usando palitos de churrasco e cola quente para juntar os “cantos”. Os demais grupos faziam a planificação desses prismas e, a seguir, faziam a sua construção em papel cartolina. Para a pirâmide, definiu-se e mostrou-se vários desenhos. Depois foi pedido a eles que planificassem uma pirâmide quadrangular, uma triangular e outra hexagonal. Para a construção de pirâmides, usou-se quatro aulas.

De acordo com Eliana (2013) os alunos já se mostravam mais confiantes para fazer as planificações sem precisar a intervenção da professora. Com isso, tornava-se mais evidente que eles estavam amadurecendo conceitos

matemáticos, tornando-se mais independentes e ativos no processo de ensino e aprendizagem.

Após a construção destes sólidos, passou-se à segunda etapa, que era a de nomear os elementos dos sólidos geométricos, por exemplo, arestas, base, vértice, apótemas, altura e diagonais.

O trabalho de Eliana (2013) foi realizado com alunos do 3º ano do ensino médio, usando a metodologia de resolução de problemas, um avanço percebido por Eliana (2013) foi o desenvolvimento de uma linguagem geométrica mais adequada e mais consistente. Outro acontecimento, que não pode deixar de ser destacado aqui, foram as contribuições trazidas pelas atividades realizadas em equipes. Elas permitiram constatar que, de fato, no processo de ensino aprendizagem, é essencial que sejam criados espaços de diálogo, privilegiando as discussões e a inter-relação de um sujeito com o outro. A ação de um sujeito sobre um objeto ou um novo conceito é mediada pelo outro. Em muitos casos, foi percebido que o sujeito só conseguiu concluir a atividade com a intervenção do colega. Essas intervenções foram consideradas de grande proveito, pois provocaram o surgimento de ideias, argumentações e deduções muito importantes. Em outras palavras, essas intervenções também foram muito relevantes em relação aos avanços.

Andrade & Nacarato (2004a; 2004b) fizeram um trabalho baseado em metodologia histórico-bibliográfica descrevendo as abordagens de 363 trabalhos durante sete anos de Encontros Nacionais de Educação Matemática e buscaram responder a seguinte pergunta: que tendências didáticas pedagógicas se fazem presentes no ensino de geometria tomando como referência os Anais dos ENEM?

Andrade & Nacarato (2004a; 2004b) se referiram as tendências didático-pedagógicas, tentando esclarecer um novo modo de produção em relação ao conhecimento geométrico em sala de aula. Esclarecem também que a escolha pelo da pesquisa, ou seja, os ENEM'S ocorreram pela credibilidade da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, que na época da pesquisa, já era considerada a instância máxima de discussão e circulação das produções acadêmicas na área da matemática.

Os autores deram ênfase em sete categorias sobre o ensino da geometria entre elas estão: a Geometria pelas transformações, relação Álgebra e Geometria, Geometria na Perspectiva Teórica, Geometria na perspectiva Histórica, Geometria Experimental e Geometria em Ambientes Computacionais. Andrade & Nacarato (2004a; 2004b) identificaram duas tendências em ascensão que são a Geometria Experimental e Geometria em Ambientes Computacionais que veem se fixando nas abordagens experimentais e teóricas. Essa tendência vem acontecendo com uma nova vertente utilizando novas metodologias com auxílio de tecnologias como softwares de geometria dinâmica.

Dentro da categoria Experimental, Andrade & Nacarato (2004a; 2004b) referiam-se às construções geométricas e formas de representação do mundo, mediadas pela experimentação, resultantes da experiência e da ação humanas. Esses trabalhos, contabilizados em 48% do total das produções analisadas, foram classificados a partir das seguintes características: atividades de experimentação por meio de manipulação de objetos concretos; representações a partir de desenhos ou construção de modelos; resolução de problemas; construção de conceitos pelo aluno através da produção e negociação de significados ou por meio de atividades diretivas; contextos de provas e argumentações e trabalhos que propõem discussão sobre o pensamento geométrico a partir do enfoque teórico e/ou epistemológico.

Andrade & Nacarato (2004a; 2004b) concluíram que geometria estavam presentes em aproximadamente 20% os trabalhos apresentados nos ENEM'S, com isso dando relevância a esse percentual e também perceberam que o ensino da geometria está mais ausente do que deveria em sala de aula.

3.3.3. Estudos teóricos/ investigativos

Os estudos teórico/investigativos apresentam um processo de investigação a fim de contribuir para o processo de ensino e aprendizagem Calculo de Volumes.

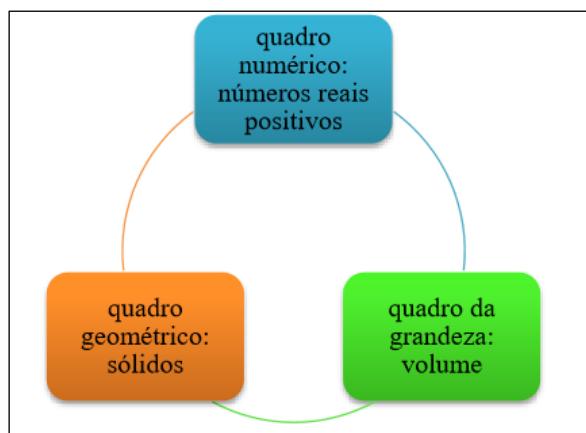
O trabalho de Leonardo, Paulo e Paula (2012) trata-se de um recorte de uma dissertação que investigou a abordagem da grandeza volume nos livros didáticos de Matemática do ensino médio do Programa Nacional do Livro Didático 2012 contendo sete obras aprovadas. O quadro teórico da pesquisa é composto pela Teoria dos Campos Conceituais e pelo modelo didático para conceituação de área como uma grandeza adaptado para a grandeza volume.

Os resultados obtidos por Leonardo, Paulo e Paula (2012) indicaram uma ênfase exacerbada nas situações de medição, no uso de fórmulas e no aspecto numérico do volume. As situações de produção e de comparação tem um papel nitidamente marginal, o que pode prejudicar a compreensão pelos alunos das relações pertinentes entre o sólido, a grandeza e a medida

Leonardo, Paulo e Paula (2012) mostram um esquema de conceitualização de volume como grandeza inspirado em esquemas análogos de estudos anteriores (DOUADY, PERRIN-GLORIAN, 1989; LIMA, 1995):

Representação gráfica do modelo didático de quadros adaptado para volume.

Figura1 – modelo didático



Fonte: Elaborada pelo Autor

O quadro geométrico é composto pelas figuras geométricas espaciais, a exemplo de pirâmides, esferas, sólidos irregulares, entre outros. O quadro numérico é composto pelos números reais positivos como 7, π ou 9,8. Por fim, o quadro das grandezas é constituído de classes de equivalência de sólidos de mesmo volume, as quais podem ser representadas pelo par número/unidade de medida como 3 cm³, 2,5 m³, 30 L, etc.

Apoiado em teóricos Leonardo, Paulo e Paula (2012) consideram, o volume enquanto componente do campo conceitual das grandezas geométricas e enquanto conceito, composto de três dimensões interligadas: situações, invariantes operatórios e representações simbólicas.

A análise das coleções consistiu em dois momentos:

- Leitura transversal de todos os exemplares das sete coleções.
- Análise minuciosa dos exemplares em que volume é objeto de estudo

De acordo com Leonardo, Paulo e Paula (2012) a escolha pela análise apenas dos livros em que volume é objeto de estudo decorreu da ausência desse conteúdo como foco de aprendizagem nos demais exemplares. A análise consistiu na leitura do manual do professor, que além do livro do aluno, traz as orientações didáticas.

Leonardo, Paulo e Paula (2012) contabilizaram e classificam os exercícios propostos sobre volume no conjunto das coleções, o que está sintetizado na tabela que segue:

Quadro 1. Quantidade de exercícios identificada nas coleções.

Coleção	Medição		Comparação		Produção		Outras		Total
	#	%	#	%	#	%	#	%	
A	94	70,7	3	2,3	1	0,8	35	26,3	133
B	105	78,9	3	2,3	3	2,3	22	16,5	133
C	81	76,4	7	6,6	4	3,8	14	13,2	106
D	93	91,2	2	2,0	2	2,0	5	4,9	102
E	111	87,4	4	3,1	7	5,5	5	3,9	127
F	68	95,8	1	1,4	2	2,8	-	-	71
G	100	84,7	8	6,8	5	4,2	5	4,2	118
Total	652	82,5	28	3,5	24	3,0	86	10,9	790

Fonte: Leonardo, Paulo e Paula (2012)

Leonardo, Paulo e Paula (2012) perceberam que as situações de medição são as mais enfatizadas em todas as coleções e apesar de haver oportunidades de distinguir o sólido e a grandeza, bem como a grandeza e o número, a abordagem do volume nas coleções analisadas é caracterizada por uma ênfase clara nas situações de medição, no uso das fórmulas e no aspecto numérico e não contribui suficientemente para atribuir sentido ao volume como uma grandeza.

4. DESENVOLVIMENTO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

4.1 PROBLEMATIZAÇÃO DO TEMA

Um problema hoje enfrentado pelos professores de matemática do ensino médio sobre o ensino e aprendizagem de sólido é que para a maioria dos alunos a matemática se resume em números, equações, problemas e decorar fórmulas. Porém, essa é uma visão equivocada que não representa o verdadeiro estudo da matemática e talvez por isso muitos alunos tenham uma certa aversão a matemática. Isso representa apenas uma parte de um tipo específico de matemática, basta vermos a matemática natural, por exemplo, que não se limita ao trabalho com números e aritmética.

Como resultado de tantos sentimentos negativos que esta disciplina proporciona ao aluno, somado ao bloqueio em não dominar sua linguagem e não ter acesso ao seu conhecimento vem o sentimento de fracasso pela matemática. Desse modo, a matemática ao se configurar para os alunos como algo difícil de compreensão, sendo de pouca utilidade prática, produz representações e sentimentos que vão influenciar no desenvolvimento da aprendizagem. VITTI (1999 p.19) afirma:

O fracasso do ensino de matemática e as dificuldades que os alunos apresentam em relação a essa disciplina não é um fato novo, pois vários educadores já elencaram elementos que contribuem para que o ensino da matemática seja assinalado mais por fracassos do que por sucessos.

Segundo Pavanello (1993), uma das possíveis causas do abandono do ensino da geometria ocorreu com a promulgação da Lei 5692//71, que dava às escolas poder e liberdade na escolha dos conteúdos, o que por muitas vezes causava o abandono da geometria por parte dos professores de matemática, talvez justamente pela dificuldade em repassar tal conteúdo.

A relevância desse conteúdo se dá também pelo fato dela estar bem presente em nosso cotidiano tratando-se de ideias de congruência, paralelismo além de fatores de medição como área e volume e isso ocorre de maneira natural, quando perguntamos quanto se gasta de material para embrulhar um objeto? (Área), quanto “cabe” de açaí em uma vasilha? (Volume), e muitas vezes

as pessoas não fazem ideia do que está por trás disso. Não sabem o significado de área ou volume, porem podem ter uma empírica sobre isso.

Tratando – se de geometria tense a possibilidade de serem usados softwares educacionais que estimulas e ajudam os alunos a compreender os conceitos da geometria e a construção de sólidos que antes eram quase impossíveis com regra e compasso.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), do Ensino Médio, falam sobre a necessidade de mudanças em sala de aula, como: Contextualização, interdisciplinaridade, competências e tecnologia que são palavras-chave. Claro que não basta apenas saber lidar com as máquinas. Por isso, propõe-se aos professores formar alunos que sejam capazes de pesquisar, buscar informações, analisá-las e selecioná-las; a capacidade de aprender, criar, formular, ao invés do simples exercício de memorização.

4.2 ENSINO DA GEOMETRIA

O mundo muda constantemente e as mudanças sociais e tecnológicas geram no mercado de trabalho a necessidade de novas estratégias de ensino. Segundo Silva (SILVA,1992) é urgente recorrer a um ensino de Matemática com articulação entre teoria e prática, conteúdo e forma a partir do resgate da questão cultural, para que haja o desenvolvimento do raciocínio lógico, da criatividade, e do espírito crítico. Ainda segundo o autor (SILVA,1992), a Matemática é um bem cultural, constituído a partir das relações do homem com a natureza sendo, portanto, dinâmica e viva.

Todo o conhecimento Matemático necessário para conquistar o desenvolvimento tecnológico está muito além da sala de aula, devido às especificidades e complexidades técnicas. No entanto, as ideias fundamentais e os princípios básicos desses conhecimentos podem ser organizados, para que sejam compreensíveis aos alunos, dando-lhes a correta impressão de que os conhecimentos são produzidos na medida das necessidades de se resolverem problemas do nosso mundo, o que por si, só, é a principal razão da existência da disciplina Matemática nos currículos país (KUENZER, 2005).

Para Lorenzato e Vila (LORENZATO & VILA, 1993) é imprescindível que o estudante se aproprie do conhecimento matemático de forma que comprehenda

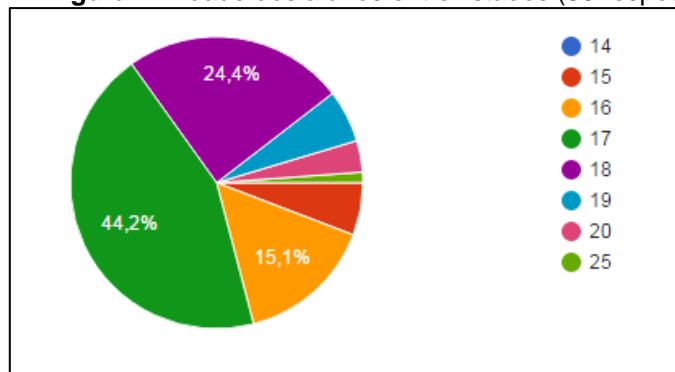
seus conceitos e princípios, raciocine claramente e comunique ideias matemáticas para que reconheça suas aplicações e as aborde com segurança.

4.3 PESQUISA PRELIMINAR

A pesquisa sobre o ensino de sólidos foi realizada com alunos do segundo e terceiro ano do ensino médio de escolas públicas estaduais da cidade de Belém – Pa, o instrumento utilizado foram os questionários, contendo questões abertas e fechadas, foi aplicado para obter informações sobre conhecimentos em ensino de sólidos e as práticas pedagógicas utilizadas. O objetivo foi conhecer preliminarmente o aprendizado de uma turma sobre o assunto trabalhado, foi aplicado um questionário, segundo Aaker et al. (2001), é considerada uma “arte imperfeita”, pois não existem procedimentos exatos que garantam que seus objetivos de medição sejam alcançados com boa qualidade. O questionário aplicado é mostrado em anexo. A análise foi feita através de informações obtidas a partir das pesquisas dos questionários.

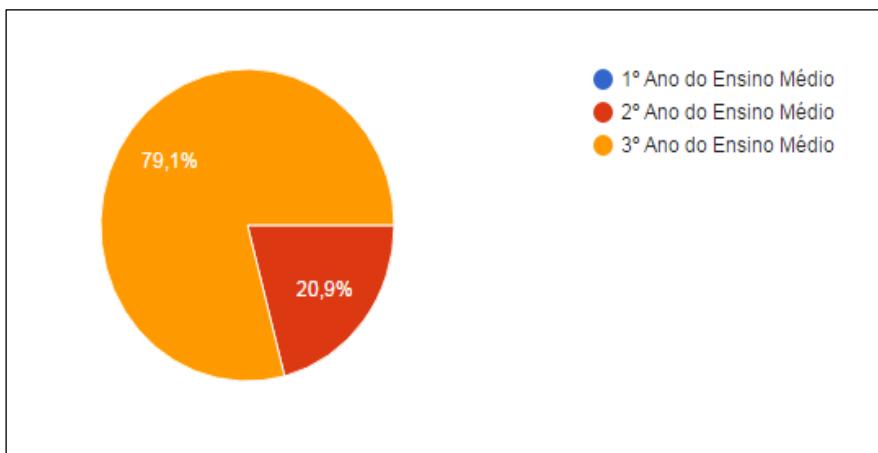
A fim de identificar o perfil dos alunos entrevistados, foi inicialmente verificado a idade e o sexo dos alunos. A maioria dos alunos tinham entre 18 e 25 anos (Figura 1), idade um pouco elevada para a série em que estavam cursando, segunda e terceira série do ensino médio (Figura 2), que era composta por meninos e meninas (Figura 3), todos alunos de escolas públicas (Figura 4)

Figura 2 – Idade dos alunos entrevistados (86 respostas)



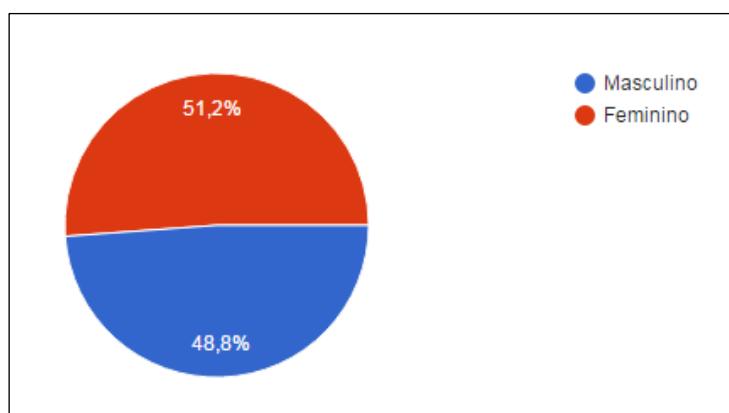
Fonte: Autor (2018)

FIGURA 3 – série dos alunos entrevistados (86 respostas)



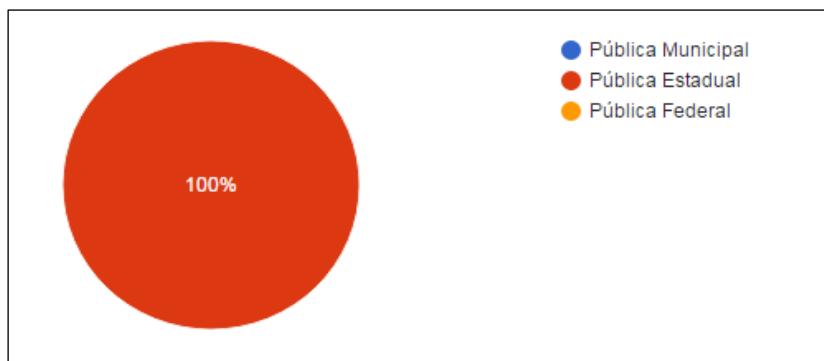
Fonte: Autor (2018)

FIGURA 4 – Gênero (86 respostas)



Fonte: Autor (2018)

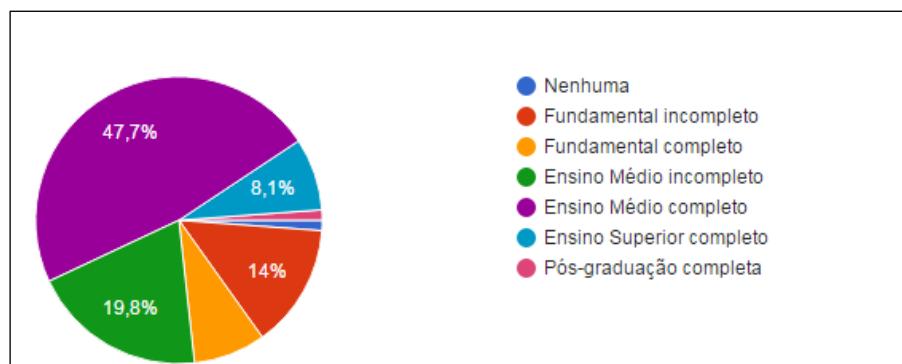
FIGURA 5 – Tipo de escola (86 respostas)



Fonte: Autor (2018)

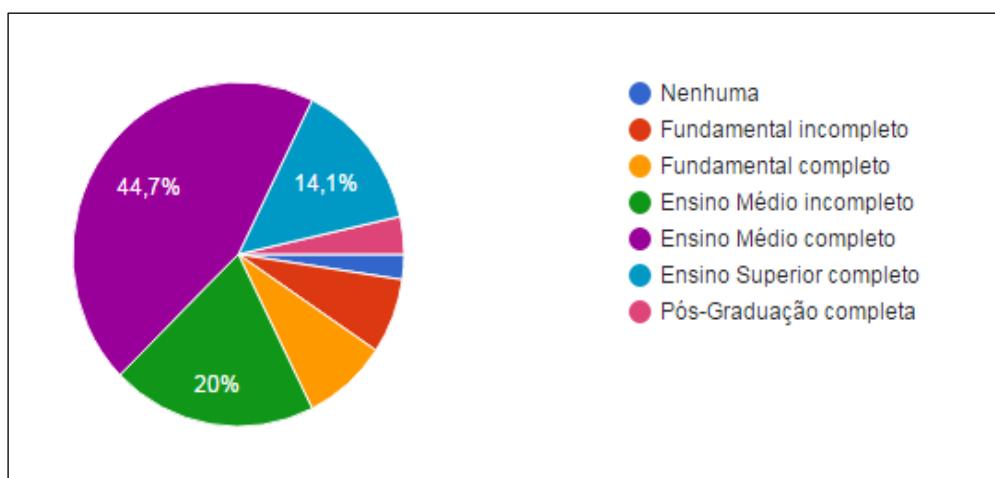
Algo muito relevante que foi observado nessa pesquisa é em relação a escolaridade dos pais dos alunos, a grande maioria não tem nível superior alguns nem se que concluíram o ensino fundamental. Um estudo do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), comprova que a escolaridade dos pais interfere diretamente no salário futuro dos filhos. Quanto mais tempo pais e mães ficam na escola, maior o salário dos filhos. A pesquisa de Mobilidade Sócio Ocupacional, do IBGE, levou em conta dados da PNAD 2014. Ao todo, foram pesquisadas 57.896 pessoas de 16 anos ou mais de idade, exatamente a mesma faixa etária dos alunos a que foram aplicados os questionários sobre estudos de sólidos.

FIGURA 6 – Escolaridade do pai ou responsável masculino (86 respostas)



Fonte: Autor (2018)

FIGURA 7 – Escolaridade da mãe ou responsável feminina (86 respostas)

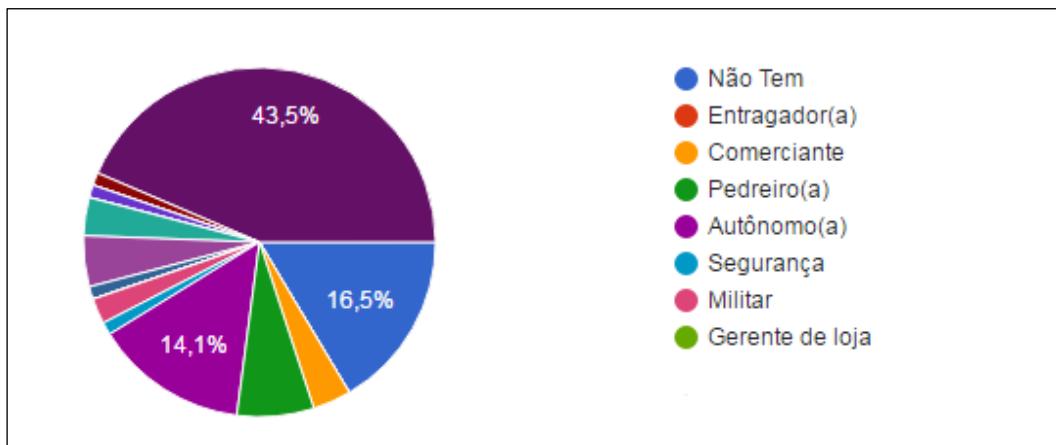


Fonte: Autor (2018)

Com a baixa escolaridade dos pais isso reflete diretamente em suas profissões e por consequência em sua renda familiar, com o mercado cada vez mais competitivo, veja abaixo o gráfico relacionado a profissão dos responsáveis masculinos (figura 7) e femininos desses alunos (figura 8). Mesmos os pais tendo um papel de extrema importância na educação dos filhos, eles são os únicos a influenciar na educação de seus filhos. Vygotsky (2005) destaca que a criança, desde muito cedo, através da interação com o meio físico e social, realiza uma série de aprendizados, vivencia um conjunto de experiências e age sobre o meio cultural a que tem acesso, construindo uma série de conhecimentos que absorve do ambiente e do mundo que a cerca.

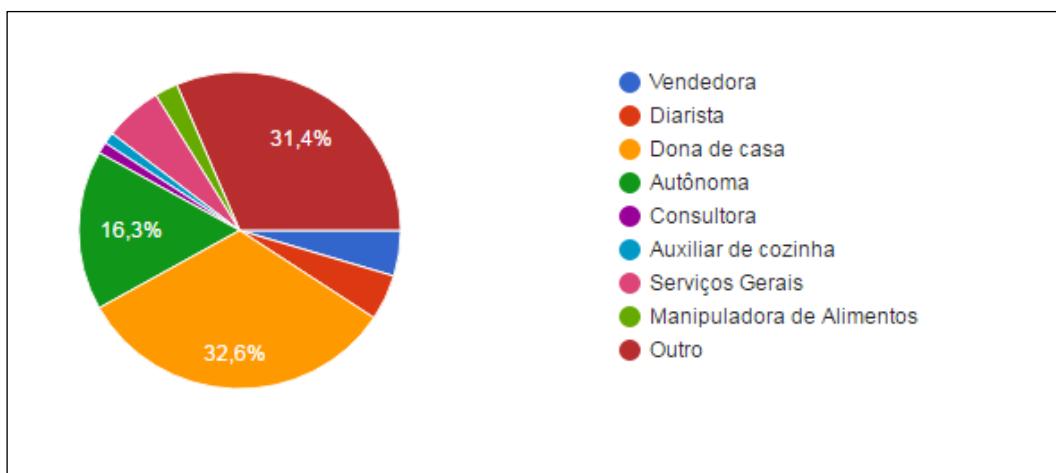
Neste contexto, vale compreender que a criança a partir da interação com outras pessoas, é influenciado pelo contexto da família, da escola e da sociedade, contextos que interferem diretamente no aprendizado e no desenvolvimento infantil (KOBARG, SACHETTI, & VIEIRA, 2006; REGO, 2011), e que impulsionam o processo do desenvolvimento humano e "das funções psicológicas culturalmente organizadas e especificamente humanas" (VYGOTSKY, 1989, p. 101).

FIGURA 8 – responsável masculino (86 respostas)



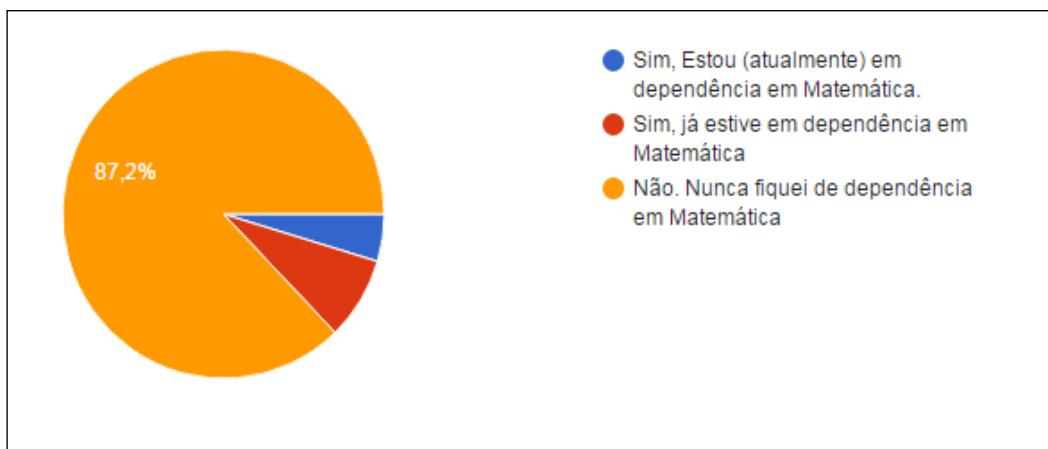
Fonte: Autor (2018)

FIGURA 9 – responsável feminino (86 respostas)



Fonte: Autor (2018)

FIGURA 10 – Você está ou esteve em dependência em Matemática (86 respostas)



Fonte: Autor (2018)

O processo de ensino-aprendizagem pode ter sua eficácia melhorada quando o conhecimento trabalhado se torna mais facilmente assimilável pelo aluno. Esta assimilação é facilitada, em maior ou menor grau, de acordo com os métodos e técnicas empregados. Para Rangel (2005):

[...] é importante que o ensino-aprendizagem (sejam quais forem seus métodos e técnicas) inicie pelo conhecimento que seja mais próximo possível da vida do aluno, partindo de fatos imediatos para os mais remotos, do concreto para o abstrato, do conhecido para o desconhecido (p.29).

De acordo com Krasilchick (2008), as excursões escolares têm uma importante dimensão cognitiva. Sobre este aspecto cognitivo, vale ressaltar que as práticas desenvolvidas fora de sala de aula devem estar em consonância com os objetivos curriculares, possibilitando assim a percepção de um sentido maior ao que é estudado, pelos estudantes. Sobre este assunto, Lowman (2004) considera que

"As tarefas de observação e as experiências práticas podem enriquecer a interação dos estudantes com o conteúdo do curso regular e ajudá-los a ver a relevância do curso para as questões da vida real e das experiências humanas. Mas se os estudantes forem encorajados a tentar uma integração intelectual de suas experiências de fora da classe com o conteúdo do curso, tais tarefas também podem ajudá-los a analisar, sintetizar e a avaliar os conceitos aos quais foram apresentados. [...] As atividades de observação e de experiência prática terão mais valor educacional se forem planejadas para serem integradas com os objetivos globais do curso e ativamente relacionadas ao que está ocorrendo em classe. [...] Quando estas atividades representam apenas uma pequena parte de um curso, elas podem, como temperos na comida, enriquecer grandemente o todo, se forem perfeitamente combinados" (p. 233-234).

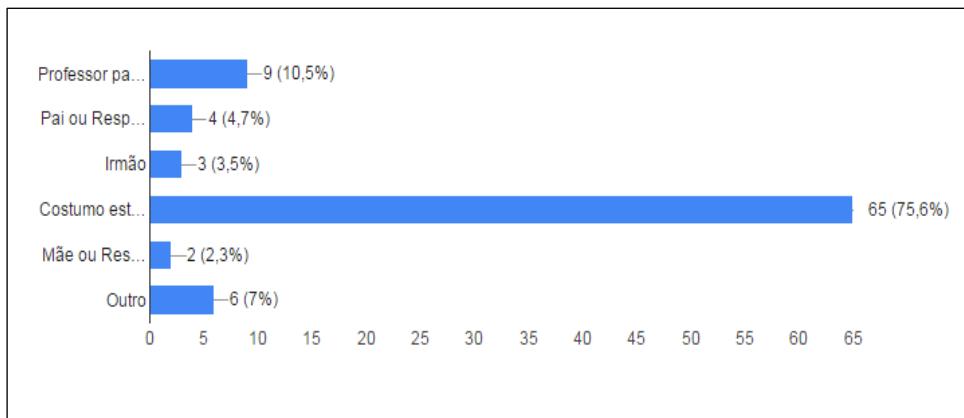
Um fator determinante para o sucesso do aluno na escola são os estudos continuados em casa, ou seja, as horas de estudo fora da escola. No entanto segundo a pesquisa a maioria dos alunos disseram que estudam apenas no período de prova (Figura 10). E isso afeta diretamente seu rendimento escolar caucionando algumas vezes a dependência a respectiva matéria como mostrado no gráfico anterior.

FIGURA 11 – frequência com que estuda matemática fora de sala (86 respostas)



Fonte: Autor (2018)

FIGURA 12 –Quem mais lhe ajuda nas tarefas de matemática? (86 respostas)



Fonte: Autor (2018)

Algo frequente nas escolas são as tarefas escolares que podemos ver como sistematizar o aprendizado da sala de aula, preparar para novos conteúdos e aprofundar os conhecimentos e analisando os exercícios que os alunos resolvem em casa, o professor pode descobrir quais são as dúvidas de cada um e trabalhar novamente os pontos em que eles apresentam mais dificuldades. Na pesquisa realizada sobre as tarefas escolares, foi relatado que a maioria dos alunos estudam sozinhos e não tem ajuda dos pais nas tarefas (Figura 12)

5. O PROCESSO DE INTERAÇÃO E DE MEDIAÇÃO NA RELAÇÃO PROFESSOR – ALUNO

A mediação professor aluno em é uma relação de aprendizagem e qualquer processo de aprendizagem humana, a interação social e a mediação do outro são de fundamental importância. Um item da pesquisa era sobre a compreensão da matemática em relação as explicações dadas em sala pelo professor (Figura 12), e foi constatado que 48,2% dos alunos quase sempre conseguem entender a explicação do professor em sala, a interação professor-aluno é imprescindível para que ocorra o sucesso no processo ensino aprendizagem e para isso tem que haver o constante diálogo professor – aluno, para Freire

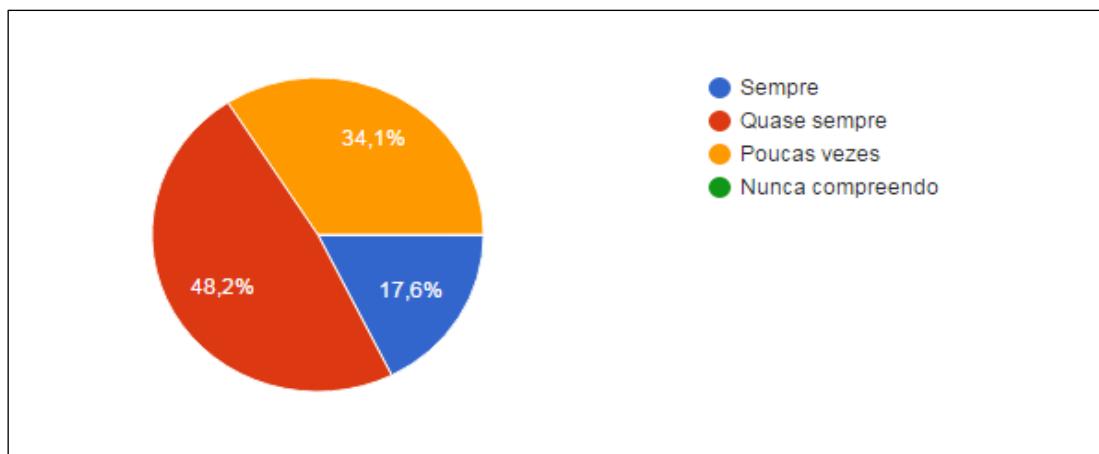
[...], o diálogo é uma exigência existencial. E, se ele é o encontro em que se solidarizam o refletir e o agir de seus sujeitos endereçados ao mundo a ser transformado e humanizado, não pode reduzir-se a um ato de depositar ideias de um sujeito no outro, nem tampouco tornar-se simples troca de ideias a serem consumidas pelos permutantes. (FREIRE, 2005, p. 91).

Já para Vygotsky, a ideia de interação social e de mediação é ponto central do processo educativo. Pois para o autor, esses dois elementos estão intimamente relacionados ao processo de constituição e desenvolvimento dos sujeitos. A atuação do professor é de suma importância já que ele exerce o papel de mediador da aprendizagem do aluno.

Na teoria de Vygotsky, é importante perceber que como o aluno se constitui na relação com o outro, a escola é um local privilegiado em reunir grupos bem diferenciados a serem trabalhados. Essa realidade acaba contribuindo para que, no conjunto de tantas vozes, as singularidades de cada aluno sejam respeitadas.

Portanto, para Vygotsky, a sala de aula é, sem dúvida, um dos espaços mais oportunos para a construção de ações partilhadas entre os sujeitos. A mediação é, portanto, um elo que se realiza numa interação constante no processo ensino - aprendizagem. Pode-se dizer também que o ato de educar é nutrido pelas relações estabelecidas entre professor-aluno.

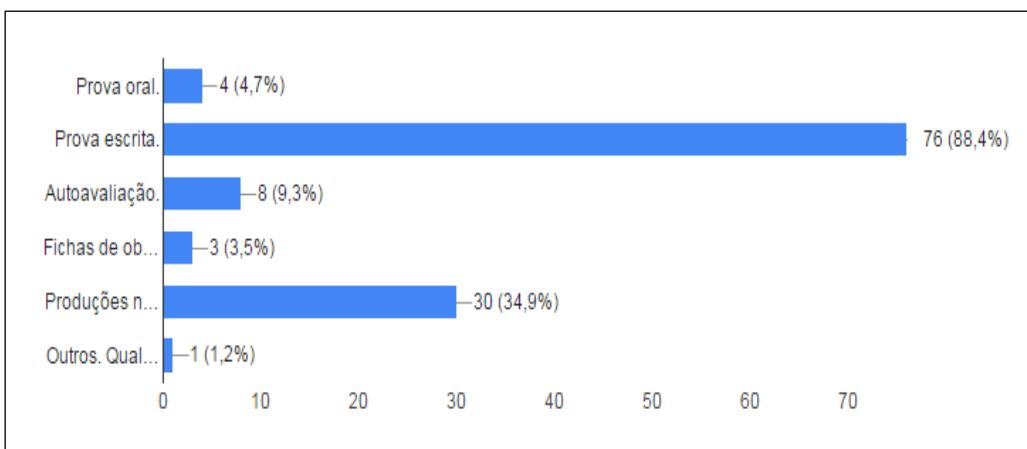
FIGURA 13 –Você consegue compreender as explicações dadas nas aulas de Matemática? (86 respostas)



Fonte: Autor (2018)

5.1 AVALIAÇÃO

A avaliação é um processo muito presente na vida escolar, de acordo com a pesquisa a grande maioria dos professores utiliza a prova escrita como meio avaliativo 88,4% deles (Figura 13). Para Ângelo e Cross (1993) o professor precisa ter uma série de meios de avaliação, não muito longos e que possam ser usados de modo mais continuado no correr das aulas, criados e aplicados pelos próprios professores, e cuja finalidade seria fornecer ao professor uma informação frequente e contínua sobre o progresso acadêmico de seus alunos. O fluxo contínuo de informações precisas, que avaliações rápidas em classe fornecem sobre o aprendizado dos alunos, permite aos professores avaliar sua própria forma de ensino e redirecionar seus objetivos e formas de apresentar os conteúdos, adequando-os para que os alunos comprehendam e assimilem as informações relevantes no nível necessário.

FIGURA 14 – Forma de avaliação

Fonte: Autor (2018)

5.2 CÁLCULO DE VOLUMES

A maioria dos alunos aprende cálculo de volumes da maneira tradicional 79,1 % responderam que começam estudando a definição seguida de exemplos e exercícios, a para que esse conteúdo seja fixado 69,8% dos alunos responderam que o professor resolução de questões e que 19,8% dos professores apresenta jogos envolvendo o assunto. No questionário foi feita a seguinte pergunta, Como você gostaria de aprender cálculo volumes? O resultado está na tabela abaixo. No interior do espaço escolar, tornar-se uma espécie de roteiro traçado de determinado campo conceitual, que geralmente se dá através de informações, fórmulas e leis já prontas. Assim, o objetivo da educação escolar é de construção das diferentes disciplinas, reinventando continuamente os conteúdos, as metodologias, a relação. O qual acrescenta agora: “é preciso reinventar os processos de avaliação, pois eles certamente representam o nó górdio da fabricação pedagógica do erro/fracasso escolar.” (Aquino, 1997, p.107) e Segundo a teoria de David Ausubel (Moreira & Masini, 2001), novas idéias e informações podem ser aprendidas e retidas na medida em que conceitos relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo.

Assunto	Frequência de utilização				
	Sempre	Quase sempre	As vezes	Raramente	Nunca
Através de aulas expositivas e consulta ao livro didático	22%	20,9%	38,3	12,7%	5,8%
Através de situação problema para introduzir o assunto	25,5%	24,4%	32,5%	10,4%	6,9%
Através de experimentações práticas do dia-a-dia	24,4%	11,6%	33,7	23,2	6,9%
Através de Jogos para depois sistematizar os conceitos	13,9%	25,5%	22%	16,2%	22%
Através de Software para resolução de Geometria Plana	10,4%	24,4%	24,4%	16,2%	24,4%
Através de aplicativos para smartphone	20,9%	12,7%	24,4%	11,6%	30,2%

Também foi abordado um tópico sobre a dificuldade dos alunos, e foi relatado que cerca de 53,4% sentem maior dificuldade nas definições, poucos alunos conseguem compreender-las, isso pode nos levar a pensar sobre novos métodos ao introduzir um novo conteúdo.

Analizando os dados obtidos através dos questionários podemos perceber que novas técnicas de ensino seriam de grande ajuda para trazer o aluno para os estudos e escola, talvez isso seja um dos fatores para o abandono dos alunos das escolas públicas.

A coleta dos demais dados na escola e sua análise são fundamentais e, os resultados a serem identificados nos fazem refletir e buscar métodos para tentar sanar e melhoras as dificuldades encontradas que por muitas vezes nem percebíamos que existia. Lorenzato (2006) afirma que: *Dar aula é diferente de ensinar. Ensinar é dar condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento. Vale salientar a concepção de que há ensino somente quando, em decorrência dele, houver aprendizagem.* Assim, a aprendizagem significa dar sentido ao que se aprende na escola, sendo necessário então, que a geometria e a matemática levem o aluno a uma melhor compreensão da teoria e da aplicabilidade dos conhecimentos científicos.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006) recomendam o desenvolvimento de práticas fora do espaço escolar, apontando os estudos do meio como atividade motivadora para os alunos, já que deslocam o ambiente de aprendizagem para fora de sala de aula (BRASIL, 2006).

No mundo contemporâneo somos bombardeados por informações e tecnologias, isso nos traz o desafio de nos adaptarmos a esse novo contexto educacional onde a escola não é mais vista como o único gerador de conhecimento. Essas tecnologias nos dão possibilidades de construir novas formas de aprendizagem como a utilização softwares educativos como o software GeoGebra criado por Markus Hohenwarter e está disponível no endereço www.geogebra.org, que nos permite utilizar uma nova metodologia e assim atender as novas necessidades do aprendizado.

Para a maioria dos alunos a matemática se resume em números, equações, problemas e decorar fórmulas. Porém, essa é uma visão equivocada que não representa o verdadeiro estudo da matemática e talvez por isso muitos alunos tenham uma certa aversão a matemática. Isso representa apenas uma parte de um tipo específico de matemática, basta vermos a matemática natural, por exemplo, que não se limita ao trabalho com números e aritmética.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), do Ensino Médio, falam sobre a necessidade de mudanças em sala de aula, como: Contextualização, interdisciplinaridade, competências e tecnologia que são palavras-chave. Claro que não basta apenas saber lidar com as máquinas. Por isso, propõe-se aos

professores formar alunos que sejam capazes de pesquisar, buscar informações, analisá-las e selecioná-las; a capacidade de aprender, criar, formular, ao invés do simples exercício de memorização.

Segundo as Orientações Curriculares para o ensino Médio:

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do quotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas. Esse estudo apresenta dois aspectos – a geometria que leva à trigonometria e a geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes. (BRASIL, 2006, p.75)

Durante nossa trajetória escolar e profissional observamos muitas dificuldades ao se ensinar geometria, para Hoffer (1981) as deficiências relacionadas à geometria são decorrentes de alguns fatores:

- a - Ausência de trabalho com a Geometria de posição;**
- b - Ausência de trabalho com o Desenho Geométrico;**
- c - Desvalorização, por parte de muitos professores, das representações bidimensionais e tridimensionais de figuras geométricas, com a valorização da aprendizagem mecânica de conceitos e princípios geométricos;**
- d - Ausência de trabalho com a Geometria Espacial Métrica, em que os alunos são levados ao estudo dos poliedros e corpos redondos e têm a possibilidade de fazer suas representações planas;**
- e - Ausência, na maioria das escolas, de um trabalho com a percepção, que segundo Sternberg (2000) auxilia na representação mental dos objetos.**

O principal objetivo da sequência didática apresentada é fazer com que o aluno possa compreender e se interessar pelo ensino de cálculo de volumes através do ensino por atividades com auxílio do Software GeoGebra.

Essa pesquisa foi feita com alunos do segundo ano do ensino médio, mas podem ser aplicadas como produto educacional com alunos do nono ano do ensino fundamental ou terceiro ano do ensino médio

5.2.1 Cronograma de Atividades

Atividade	Data	Aula	Tempo de Aplicação
1 ^a	17/05/2019	Diagnóstico inicial	1 Aulas de 45 min
2 ^a	17/05/2019	Apresentar o software GeoGebra através de problemas Primeiro caso: Volume do Paralelepípedo	1 Aulas de 45 min
3 ^a	24/05/2019	Segundo caso: Volume do Cubo.	1 Aulas de 45 min
4 ^a	24/05/2019	Terceiro caso: Volume do Cilindro.	1 Aulas de 45 min
5 ^a	31/05/2019	Quarto caso: Volume do Cone.	1 Aulas de 45 min
6 ^a	31/05/2019	Quinto caso: Volume da pirâmide.	1 Aulas de 45 min
7 ^a	07/06/2019	Sexto caso: Volume da esfera.	1 Aulas de 45 min
8 ^a	14/06/2019	Diagnóstico final	2 Aulas de 45 min

5.2.2 Atividade 1

a. Título: Volume do paralelepípedo.

b. Objetivo: Trabalhar junto ao aluno uma maneira de determinar o Volume do Paralelepípedo.

c. Materiais necessários:

- Software relacionado ao paralelepípedo para o ensino de Volume (em anexo)
- Papel/ caneta

d. Procedimento:

- ⊕ Inicialmente abra o Software e clique na janela correspondente ao Paralelepípedo.
- ⊕ Clique no espaço correspondente a área da base e adicione um número.
- ⊕ Clique no espaço correspondente a Altura e adicione um número.
- ⊕ Após ter adicionado os números na área da base e na altura aperte a tecla “Enter” e verifique o valor obtido no espaço destinado ao volume.
- ⊕ Repita esse procedimento algumas vezes.
- ⊕ Com as informações obtidas preencha a tabela a seguir.

Área da base (Ab)					
Altura (H)					
Volume (V)					

- ⊕ Existe alguma relação entre a área da base a altura e o volume?
- ⊕ Que operacionalidade foi realizada entre a área da base e a altura para se chegar no volume do Paralelepípedo?
- ⊕ De que maneira podemos encontrar o valor do volume de qualquer Paralelepípedo, sem o auxílio do software?
- ⊕ A que Conclusão você chegou?
- ⊕ Formula:

5.2.3 Atividade 2

Título: Volume do Cubo.

Objetivo: Apresentar ao aluno possibilidades criativas para determinar o Volume do Cubo.

Materiais necessários:

- Software para o ensino de Volume”
- Papel/ caneta

Procedimento:

- Inicialmente abra o Software e clique na janela correspondente ao Paralelepípedo.
- Clique no espaço correspondente a área da base e adicione um número.
- Clique no espaço correspondente a Altura e adicione um número.
- Após ter adicionado os números na área da base e na altura aperte a tecla “Enter” e verifique o valor obtido no espeço destinado ao volume.
- Repita esse procedimento algumas vezes.
- Com as informações obtidas preencha a tabela a seguir.

Medida da Aresta (a)					
Medida do Volume (v)					

- Existe alguma relação entre a aresta e o volume?
- De que maneira podemos encontrar o valor do volume de qualquer cubo, sem o auxílio do software?
- Conclusão:
- Fórmula:

5.2.4 Atividade 3

Título: Volume do Cilindro.

Objetivo: descobrir uma maneira de determinar o Volume do Cilindro.

Materiais necessários:

- Software para o ensino de Volume”
- Papel/ caneta

Procedimento:

- + Inicialmente abra o Software e clique na janela correspondente ao Paralelepípedo.
- + Clique no espaço correspondente a área da base e adicione um número.
- + Clique no espaço correspondente a Altura e adicione um número.
- + Após ter adicionado os números na área da base e na altura aperte a tecla “Enter” e verifique o valor obtido no espaço destinado ao volume.
- + Repita esse procedimento algumas vezes.
- + Com as informações obtidas preencha a tabela a seguir.

Área da base (Ab)					
Altura (H)					
Volume (V)					

- + Existe alguma relação entre a área da base a altura e o volume?
- + Que operacionalidade foi realizada entre a área da base e a altura para se chegar no volume do Cilindro?
- + De que maneira podemos encontrar o valor do volume de qualquer cilindro, sem o auxílio do software?
- + Conclusão:
- + Fórmula:

5.2.5 Atividade 4

Título: Volume do Cone.

Objetivo: descobrir uma maneira de determinar o Volume do Cone.

Materiais necessários:

- Software para o ensino de Volume”
- Papel/ caneta

Procedimento:

- ✚ Inicialmente abra o Software e clique na janela correspondente ao Paralelepípedo.
- ✚ Clique no espaço correspondente a área da base e adicione um número.
- ✚ Clique no espaço correspondente a Altura e adicione um número.
- ✚ Após ter adicionado os números na área da base e na altura aperte a tecla “Enter” e verifique o valor obtido no espaço destinado ao volume.
- ✚ Repita esse procedimento algumas vezes.
- ✚ Com as informações obtidas preencha a tabela a seguir.

Área da base (Ab)					
Altura (H)					
Volume (V)					

- ✚ Existe alguma relação entre a área da base a altura e o volume?
- ✚ De que maneira podemos encontrar o valor do volume de qualquer cone, sem o auxílio do software?
- ✚ Conclusão:

- ✚ Fórmula:

5.2.6 Atividade 5

Título: Volume da pirâmide.

Objetivo: descobrir uma maneira de determinar o Volume da pirâmide.

Materiais necessários:

- Software para o ensino de Volume”
- Papel/ caneta

Procedimento:

- + Inicialmente abra o Software e clique na janela correspondente ao Paralelepípedo.
- + Clique no espaço correspondente a área da base e adicione um número.
- + Clique no espaço correspondente a Altura e adicione um número.
- + Após ter adicionado os números na área da base e na altura aperte a tecla “Enter” e verifique o valor obtido no espaço destinado ao volume.
- + Repita esse procedimento algumas vezes.
- + Com as informações obtidas preencha a tabela a seguir.

Área da base (Ab)					
Altura (H)					
Volume (V)					

- + Existe alguma relação entre a área da base a altura e o volume?
- + De que maneira podemos encontrar o valor do volume de qualquer pirâmide, sem o auxílio do software?
- + Conclusão:
- + Fórmula:

5.2.7 Atividade 6

Título: Volume da esfera.

Objetivo: descobrir uma maneira de determinar o Volume do Paralelepípedo.

Materiais necessários:

- Software para o ensino de Volume”
- Papel/ caneta

Procedimento:

- ⊕ Inicialmente abra o Software e clique na janela correspondente a esfera .
- ⊕ Clique no espaço correspondente a área da base e adicione um número.
- ⊕ Clique no espaço correspondente ao raio e adicione um número.
- ⊕ Após ter adicionado o número aperte a tecla “Enter” e verifique o valor obtido no espaço destinado ao volume.
- ⊕ Repita esse procedimento algumas vezes.
- ⊕ Com as informações obtidas preencha a tabela a seguir.

Medida do Raio (R)					
Medida (R^3)					
Medida ($4\pi R^3$)					
Medida do Volume (V)					

- ⊕ Existe alguma relação entre o raio e o volume?

- ⊕ Conclusão:

- ⊕ Fórmula:

5.2.8 Atividades de Aprofundamento

01. Uma caixa d'água tem forma de cubo com 2 metros de aresta. Quantos litros ela comporta ($1m^3 = 1000L$)?

- a) 8 litros
- b) 80 litros
- c) 800 litros
- d) 8.000 litros
- e) 6.000 litros

02. Quantos litros de água podemos armazenar em um reservatório com a forma de cubo com 4 metros de aresta ($1m^3 = 1000L$)?

- a) 64 litros
- b) 640 litros
- c) 6400 litros
- d) 64.000 litros
- e) 640.000 litros

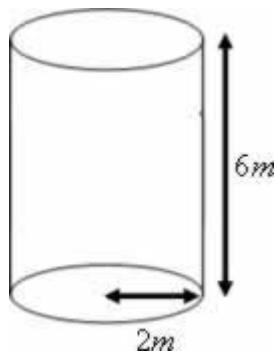
03. Qual a capacidade de uma piscina de borda retangular com 6 m de comprimento, 4 m de largura e 1,5 m de profundidade ($1m^3 = 1000L$)?

- a) 11.500 litros
- b) 19.000 litros
- c) 36.000 litros
- d) 360 litros
- e) 48.000 litros.

04. Para armazenar água da chuva, um agricultor construiu um reservatório com a forma de um paralelepípedo de dimensões: 2 m, 2 m e 1,5 m. Qual a capacidade em litros desse reservatório ($1m^3 = 1000L$)?

- a) 4.000ℓ
- b) 6.000ℓ
- c) 5.500ℓ
- d) 600ℓ
- e) 550ℓ

05. Um reservatório em formato cilíndrico possui 6 metros de altura e raio da base igual a 2 metros. Determine o volume e a capacidade desse reservatório em litros.

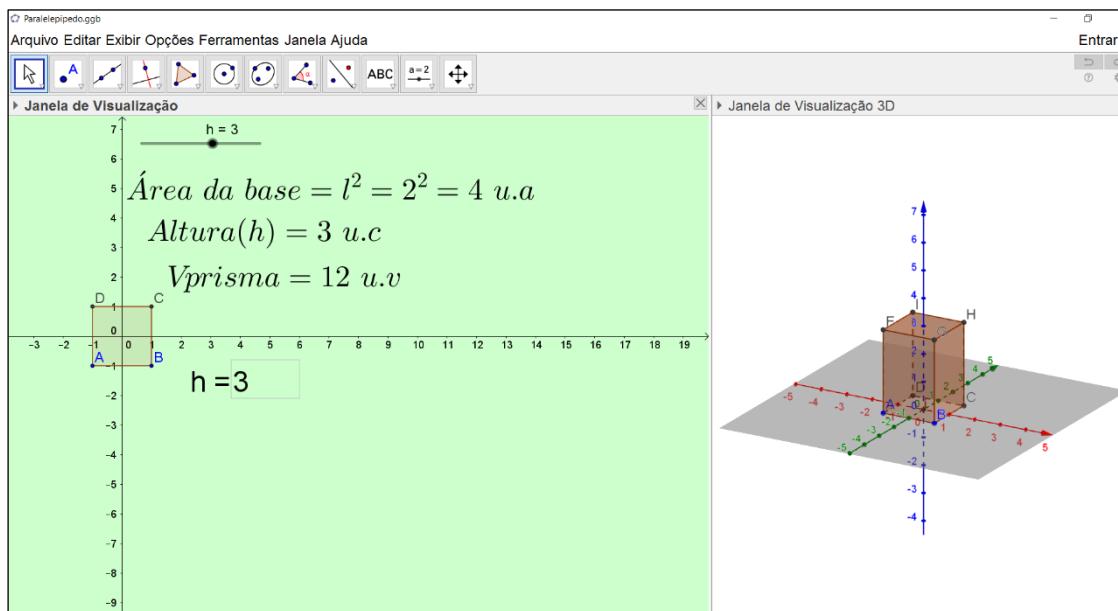


Essas atividades de aprofundamentos foram aplicadas a todos os alunos e os resultados estão no próximo capítulo.

5.2.9. Imagens que ilustram o desenvolvimento das atividades

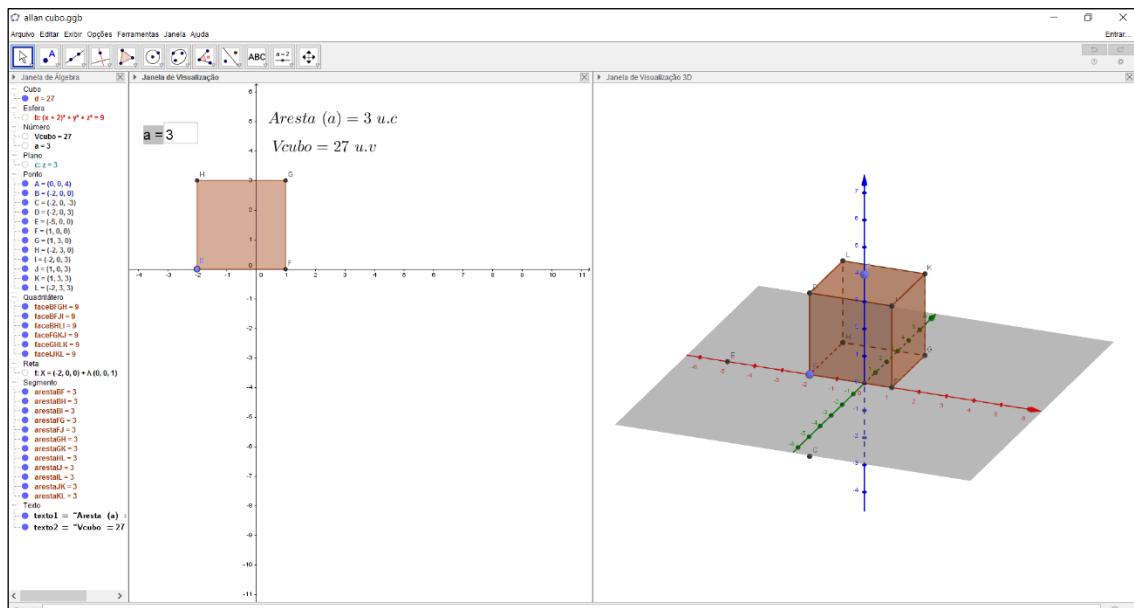
O processo de desenvolvimento das atividades representa o que é apresentado por Piaget e Vygotsky como caminhos viáveis à consolidação da mediação e da interação do ensino-aprendizado dos sujeitos envolvidos.

Figura 15: Objetivo de aprendizagem



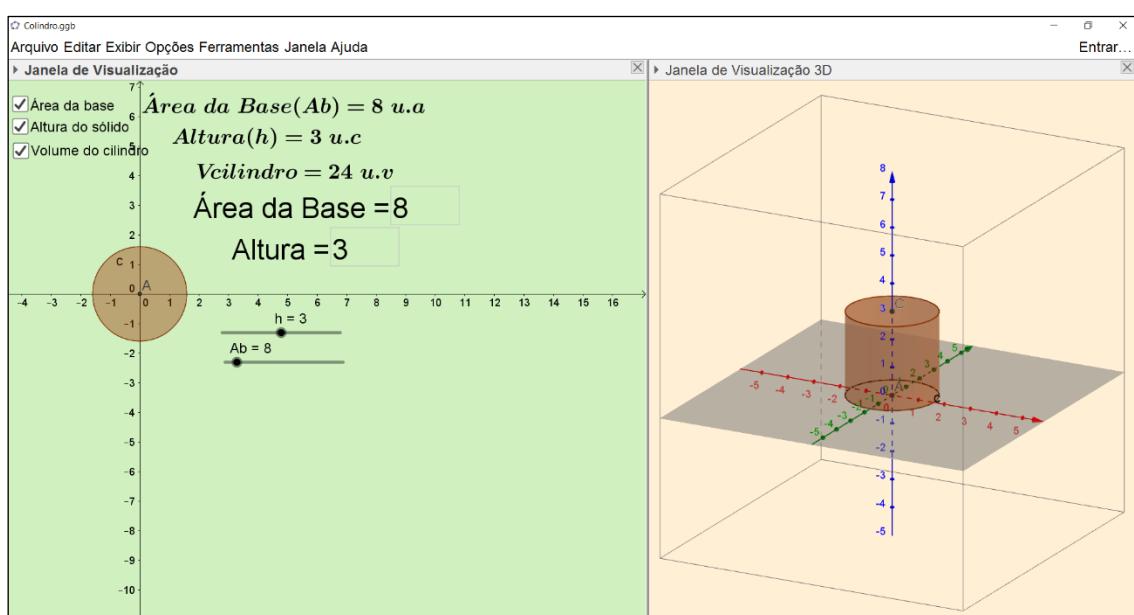
Fonte: Autor (2018)

Figura 16: Objetivo de aprendizagem



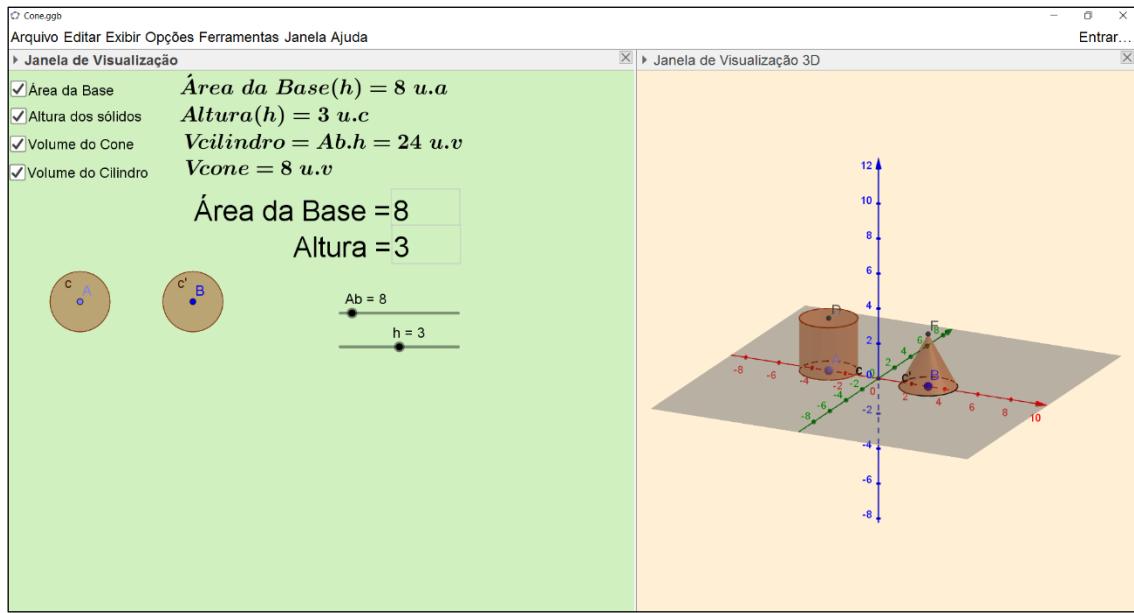
Fonte: Autor (2019)

Figura 17: Objetivo de aprendizagem



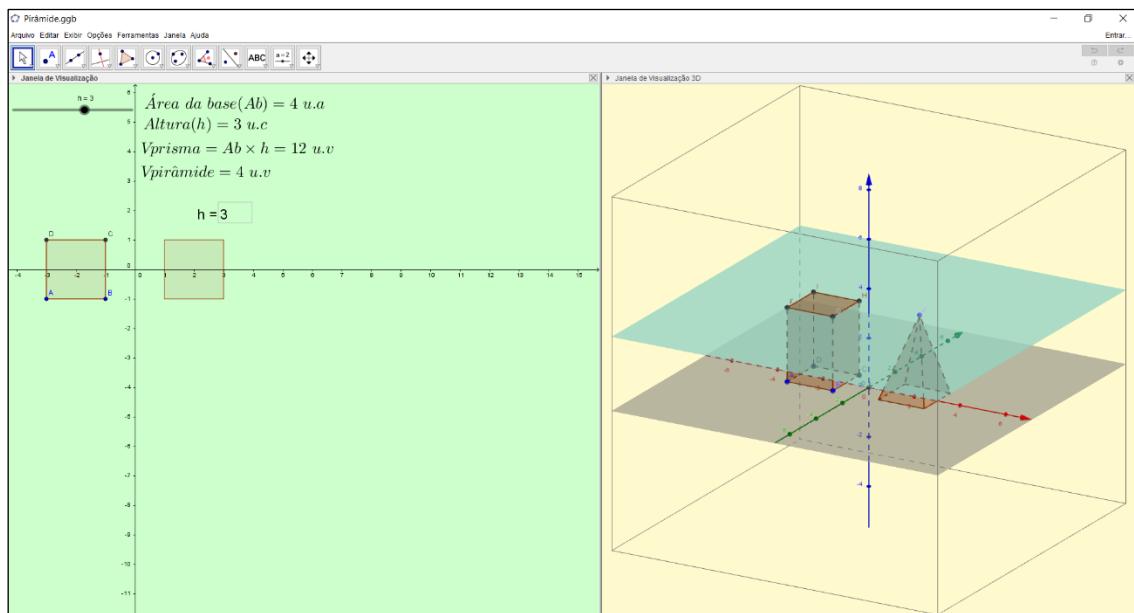
Fonte: Autor (2019)

Figura 18: Objetivo de aprendizagem



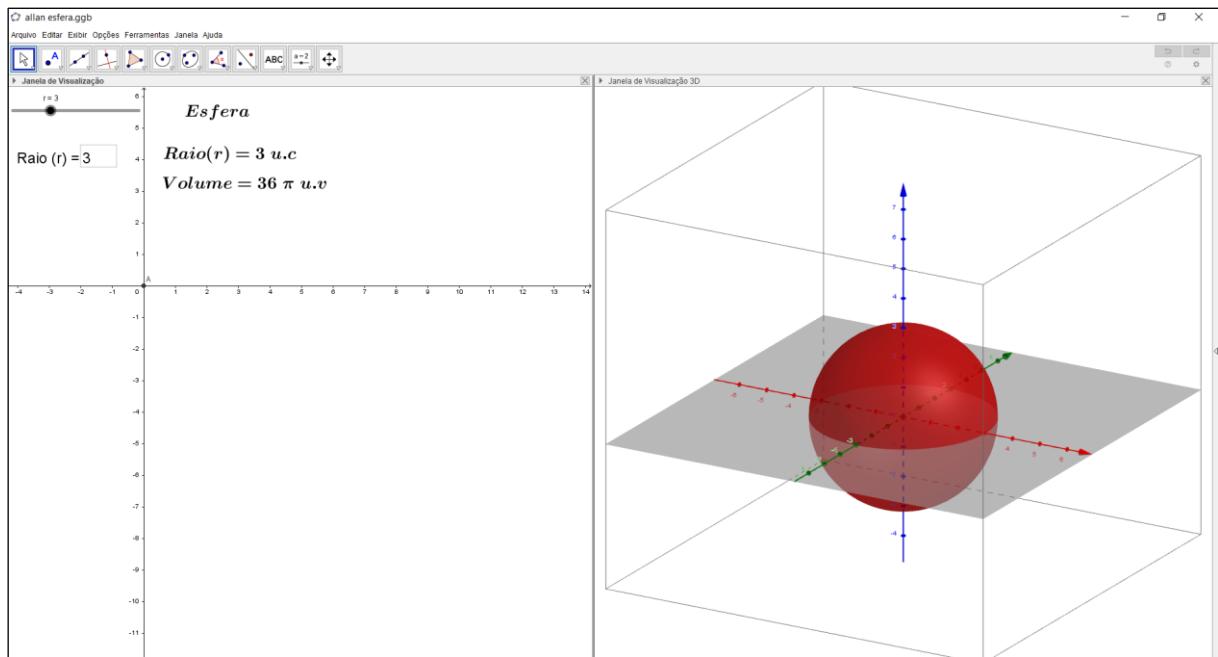
Fonte: Autor (2019)

Figura 19: Objetivo de aprendizagem



Fonte: Autor (2019)

Figura 20: Objetivo de aprendizagem



Fonte: Autor (2019)

Os procedimentos que levaram a realização da aplicação da Sequência didática serão abordados nos próximos tópicos, tendo como objetivo perpassar as informações necessárias para o entendimento da metodologia empregada, focando nas análises dos períodos que fazem referência ao processo anterior, de aplicação e posterior a esta.

6. A APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Neste capítulo vamos apresentar uma sequência didática com seis atividades proposta para ensino do volume de sólidos. O ensino de volume de sólidos apresenta desafios tanto para os professores quanto pra os alunos, como entender o vocabulário, vértice, face, aresta. Aos professores cabe o desafio de ensinar os conteúdos de maneira que os alunos possam compreender e assimilar os conceitos ora apresentados em sala de aula, e assim continuarem com o aprendizado fixado e o levando ao passo em que avance ao ensino médio e superior, pois o cálculo de volume é alicerce para outros tópicos da matemática.

Em cada atividade da aplicação terá o ser definido o título, o objetivo e os procedimentos para sua devida realização. Para ajudar no entendimento dessas atividades, faremos um teste para verificação do conhecimento dos alunos e em seguida a aplicação de uma oficina de conhecimentos básicos, no conteúdo de cálculo de volumes, como pré-requisitos para um melhor entendimento do assunto investigado. Ao finalizar as aplicações das atividades, faz-se a aplicação da Intervenção Avaliativa Restritiva que aferem a aprendizagem do aluno nos aspectos fundamentais do saber matemático e a Intervenção Avaliativa Aplicativa ligadas a Resolução de Problemas de Aplicação aos diversos contextos reais para finalmente concluir o processo.

6.1 PROCESSO PARA ANÁLISE DOS RESULTADOS DA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Os procedimentos que levaram a realização da aplicação da Sequência didática serão abordados no presente tópico, tendo como objetivo perpassar as informações necessárias para o entendimento da metodologia empregada, focando nas análises dos períodos que fazem referência ao processo anterior, de aplicação e posterior a esta.

Porém, anterior à aplicação das atividades de fato, foi necessário à aplicação de um teste inicial que dependendo do resultado poderiam ou não se

submeter a uma oficina para sintonizarmos o nível de conhecimento dentre os alunos em concernir-se ao conteúdo requerido para realização.

Assim, serão compreendidas nos próximos tópicos os conteúdos acima mencionados, detalhados de forma perceptiva e transcritos a partir desta percepção.

6.2. METODOLOGIA DA APLICAÇÃO SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Após pesquisas sobre a possibilidade de realização da sequência didática, pois requeria escolas que ofertassem turmas de ensino médio em período regular, de preferência, em escola pública, foi selecionada e escolhida uma localizada no Bairro Souza, município de Belém, estado de Pará com os mesmos alunos da pesquisa preliminar.

Selecionada a escola, foram feitas visitas prévias com o objetivo de comunicar ao corpo administrativo a intenção de validar uma pesquisa a nível de mestrado naquela instituição de ensino. Tendo conhecimento de um profissional que, atualmente, trabalhava na presente escola, fui verificar a possibilidade de atuar em uma de suas turmas. Foi solicitado ao professor responsável por ministrar as aulas de matemática ao ensino médio, sob uma conversa de cunho informal, que concedesse uma de suas turmas durante algumas horas em alguns poucos dias, pois não queria que os alunos se sentissem um sentimento maçante ou enfadonho que prejudicasse de forma negativa a avaliação, explicando o procedimento que seria aplicado, o mesmo concordou com a realização do trabalho.

QUADRO DE RESULTADO DOS TESTES

ALUNO	Questões do Teste de verificação (ver cópia anexa)					Desempenho Individual
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	
1	E	E	E	E	E	0%
2	C	E	E	E	E	20%
3	E	C	C	E	E	40%
4	E	E	E	E	E	0%
5	E	E	E	E	E	0%
6	E	C	E	E	E	20%
7	E	E	E	E	E	0%
8	E	C	E	E	E	20%
9	E	E	E	E	E	0%
10	C	C	C	E	E	60%
11	E	E	E	E	E	0%
12	E	C	E	E	E	20%
13	E	E	C	E	E	20%
14	E	C	E	E	E	20%
15	C	E	E	E	E	20%
16	E	E	E	E	E	0%
17	C	C	E	E	E	40%
18	E	E	E	E	E	0%
19	C	C	C	E	E	60%
20	E	E	E	E	E	0%
21	E	C	C	E	E	40%
22	C	E	E	E	E	20%
23	E	E	E	E	E	0%
24	E	C	E	C	E	40%
25	E	E	E	E	E	0%
26	E	E	E	E	E	0%
27	E	E	E	E	E	0%
28	E	E	E	E	E	0%
29	E	E	E	E	E	0%
30	E	E	E	E	E	0%
31	E	E	E	E	E	0%
32	E	E	E	E	E	0%
33	E	E	E	E	E	0%
34	E	E	E	E	E	0%
35	E	E	E	E	E	0%
36	E	E	E	E	E	0%

O resultado do quadro acima nos deixou bastante preocupado com o desempenho dos alunos que se submeteram ao processo, o número de questões erradas foi muito elevado, note que dos 36 alunos que participaram da Sequência Didática, de um modo geral, tiveram um baixíssimo rendimento no teste de verificação com apenas 2 alunos acertando 60% das questões e ninguém acima disso, demonstrando a grande fragilidade do ensino na tentativa de perpassar conhecimentos prévios e requisitos para uma melhor aprendizagem posterior. Prosseguindo nossa análise, é possível perceber que, em sua maioria, não acertaram nenhuma questão do teste proposto. Além disso, se somarmos os que não acertaram nenhuma com os que acertaram apenas uma questão, temos um percentual bastante elevado, com aproximadamente 83% no total. É fácil notar a grande dificuldade dos alunos ao lidarem com as questões propostas, o que deve alertar, a partir dos números obtidos, que existe um déficit muito alto de conteúdos necessários à nossa sequência didática.

6.3 PROCESSO DURANTE A APLICAÇÃO

Posteriormente a realização dos procedimentos necessários para qualificar a percepção dos alunos com o assunto, foi estabelecido os dias de aplicação das sequências de exercícios comunicada e aceita pelos alunos do 1º ano do ensino médio. Os dias de aplicação das sequências foram estabelecidos que aconteceriam em 4 momentos, durante os dias do mês de Maio, nas datas de 17, 24, 31 de maio e 07 de junho.

A seguir, poderão ser observadas e analisadas os fatos ocorridos durante as intervenções aplicadas na turma alvo da pesquisa.

6.3.1 Primeiro encontro – Aplicação das atividades

Nosso primeiro encontro aconteceu no dia 17 de maio de 2019 (Sexta-feira) entre os horários de 14:30 às 17H do turno da tarde. Foram esclarecidos os procedimentos que seriam submetidos naquele momento e como seria a realização da nossa primeira atividade. Obteve-se 36 alunos dispostos a realizar as atividades, divididos em trios, um total de 12 equipes.

A seguir serão apresentados os tópicos que fazem jus à sequência de Intervenções pré-estabelecidas de acordo com os objetivos da pesquisa, a conferir.

6.3.2. Intervenção Inicial

A intervenção, em um contexto abrangente, caracteriza-se por ser um procedimento que tem como objetivo mediar certo conhecimento e informação, intencionalmente através do desenvolvimento das aulas de professores sobre o que se deseja perpassar aos alunos, desta forma, a Intervenção Inicial qualifica nosso primeiro desafio, pois trata-se de um “discurso didático-dialógico que serve de aporte para que o professor estimule o aluno a perceber de maneira empírico-intuitiva as regularidades funcionais de um conceito” nas figuras a seguir, poderão ser observados os instrumentos de intervenção usados na pesquisa observados no primeiro grupo, o qual chamaremos de grupo A para melhor sintonizar as figuras digitalizadas a partir do resultado das interferências das atividades, a conferir.

FIGURA 21 – Intervenção Inicial

ATIVIDADE 1

Título: Volume do paralelepípedo.

Objetivo: descobrir uma maneira de determinar o Volume do Paralelepípedo.

Materiais necessários:

- Software relacionado ao paralelepípedo para o ensino de Volume (em anexo)
- Papel/ caneta

Procedimento:

- ➡ Inicialmente abra o Software e clique na janela correspondente ao Paralelepípedo.
- ➡ Clique no espaço correspondente a área da base e adicione um número.
- ➡ Clique no espaço correspondente a Altura e adicione um número.
- ➡ Após ter adicionado os números na área da base e na altura aperte a tecla "Enter" e verifique o valor obtido no espeço destinado ao volume.
- ➡ Repita esse procedimento algumas vezes.
- ➡ Com as informações obtidas preencha a tabela a seguir.

Área da base (Ab)	7	9	10	12	11
Altura (H)	4	6	5	8	3
Volume (V)	28	54	50	96	33

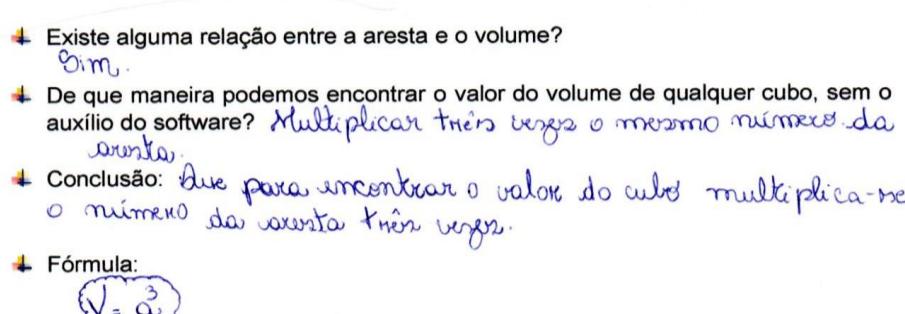
- ➡ Existe alguma relação entre a área da base a altura e o volume?
Sim.
- ➡ Que operacionalidade foi realizada entre a área da base e a altura para se chegar no volume do Paralelepípedo? *Multiplicar o valor da área da base e a altura para chegar no volume.*
- ➡ De que maneira podemos encontrar o valor do volume de qualquer Paralelepípedo, sem o auxílio do software? *Multiplicação da base vezes a altura.*
- ➡ A que Conclusão você chegou? *Que para encontrar o volume basta multiplicar a base e a altura.*
- ➡ Formula:
 $V = Ab \cdot H$

Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

6.3.3 Segundo encontro – Aplicação das atividades.

Nosso segundo encontro aconteceu logo após o dia 24 de Maio de 2019, assim, dia 24 estivemos reunidos novamente, entre os mesmos horários, compreendendo às 14:30 às 17H do turno da tarde. Foram esclarecidos, novamente, os procedimentos e como seria a realização da nossa segunda atividade. Obteve-se novamente 36 alunos dispostos a realizar as atividades, divididos em trios, um total de 12 equipes.

FIGURA 22 – Intervenção Inicial

<u>ATIVIDADE 2</u>												
Título: Volume do Cubo.												
Objetivo: descobrir uma maneira de determinar o Volume do Cubo.												
Materiais necessários:												
<ul style="list-style-type: none"> • Software para o ensino de Volume" • Papel/ caneta 												
Procedimento:												
<ul style="list-style-type: none"> ➡ Inicialmente abra o Software e clique na janela correspondente ao Paralelepípedo. ➡ Clique no espaço correspondente a área da base e adicione um número. ➡ Clique no espaço correspondente a Altura e adicione um número. ➡ Após ter adicionado os números na área da base e na altura aperte a tecla "Enter" e verifique o valor obtido no espaço destinado ao volume. ➡ Repita esse procedimento algumas vezes. ➡ Com as informações obtidas preencha a tabela a seguir. 												
<table border="1" style="margin-bottom: 10px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">Medida da Aresta (a)</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">6</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">2</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">4</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">9</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Medida do Volume (v)</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">216</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">8</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">64</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">729</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">1</td> </tr> </table>  <p>The handwritten notes include: - A question about the relationship between edge length and volume, with a handwritten note "Sim". - A question about finding the volume of any cube without software, with a handwritten note "Multiplicar três vezes o mesmo número da aresta". - A conclusion handwritten in blue ink: "Para encontrar o valor do cubo multiplica-se o número da aresta três vezes." - A formula handwritten as $V = a^3$.</p>	Medida da Aresta (a)	6	2	4	9	1	Medida do Volume (v)	216	8	64	729	1
Medida da Aresta (a)	6	2	4	9	1							
Medida do Volume (v)	216	8	64	729	1							

Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

6.3.4 Terceiro encontro – Aplicação das atividades.

Nosso terceiro encontro aconteceu logo após o dia 31 de Maio de 2019, assim, dia 31 estivemos reunidos novamente, entre os mesmos horários, compreendendo às 14:30 às 17H do turno da tarde. Foram esclarecidos, novamente, os procedimentos e como seria a realização da nossa terceira e quarta atividade. Com a mesma estrutura número de equipes.

FIGURA 23 – Intervenção Inicial

ATIVIDADE 3

Título: Volume do Cilindro.

Objetivo: descobrir uma maneira de determinar o Volume do Cilindro.

Materiais necessários:

- Software para o ensino de Volume"
- Papel/ caneta

Procedimento:

- ↳ Inicialmente abra o Software e clique na janela correspondente ao Paralelepípedo.
- ↳ Clique no espaço correspondente a área da base e adicione um número.
- ↳ Clique no espaço correspondente a Altura e adicione um número.
- ↳ Após ter adicionado os números na área da base e na altura aperte a tecla "Enter" e verifique o valor obtido no espaço destinado ao volume.
- ↳ Repita esse procedimento algumas vezes.
- ↳ Com as informações obtidas preencha a tabela a seguir.

Área da base (Ab)	1	2	3	4	5
Altura (H)	2	3	4	5	6
Volume (V)	2	6	12	20	30

- ↳ Existe alguma relação entre a área da base a altura e o volume?
Sim.
- ↳ Que operacionalidade foi realizada entre a área da base e a altura para se chegar no volume do Cilindro? *Multiplicação.*
- ↳ De que maneira podemos encontrar o valor do volume de qualquer cilindro, sem o auxílio do software? *Multiplicando o valor da área da base com a altura.*
- ↳ Conclusão:
Encontra-se o volume de um cilindro pelo produto entre o valor da base e altura.
- ↳ Fórmula:
$$V = Ab \cdot H$$

Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

FIGURA 24 – Intervenção Inicial**ATIVIDADE 4**

Título: Volume do Cone.

Objetivo: descobrir uma maneira de determinar o Volume do Cone.

Materiais necessários:

- Software para o ensino de Volume"
- Papel/ caneta

Procedimento:

- ↳ Inicialmente abra o Software e clique na janela correspondente ao Paralelepípedo.
- ↳ Clique no espaço correspondente a área da base e adicione um número.
- ↳ Clique no espaço correspondente a Altura e adicione um número.
- ↳ Após ter adicionado os números na área da base e na altura aperte a tecla "Enter" e verifique o valor obtido no espaço destinado ao volume.
- ↳ Repita esse procedimento algumas vezes.
- ↳ Com as informações obtidas preencha a tabela a seguir.

Área da base (Ab)	2	3	6	12	1
Altura (H)	3	5	4	2	3
Volume (V)	2	5	8	8	1

- ↳ Existe alguma relação entre a área da base a altura e o volume?

Sim.

- ↳ De que maneira podemos encontrar o valor do volume de qualquer cone, sem o auxílio do software? *Multiplicar a base e altura e o resultado dividir por três.*

Conclusão:

Para encontrar o volume de um cone deve multiplicar os valores de sua base e altura e em seguida dividir por três.

- ↳ Fórmula:

$$V = \frac{Ab \cdot H}{3}$$

Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

6.3.5 Quarto encontro – Aplicação das atividades.

Nosso terceiro encontro aconteceu logo após o dia 07 de Junho de 2019, assim, dia 31 estivemos reunidos novamente, entre os mesmos horários, compreendendo às 14:30 às 17H do turno da tarde. Foram esclarecidos, novamente, os procedimentos e como seria a realização da nossa quarta e quinta atividade. Com a mesma estrutura número de equipes.

FIGURA 25 – Intervenção Inicial

ATIVIDADE 5

Título: Volume da pirâmide.

Objetivo: descobrir uma maneira de determinar o Volume da pirâmide.

Materiais necessários:

- Software para o ensino de Volume"
- Papel/ caneta

Procedimento:

- ➡ Inicialmente abra o Software e clique na janela correspondente ao Paralelepípedo.
- ➡ Clique no espaço correspondente a área da base e adicione um número.
- ➡ Clique no espaço correspondente a Altura e adicione um número.
- ➡ Após ter adicionado os números na área da base e na altura aperte a tecla "Enter" e verifique o valor obtido no espaço destinado ao volume.
- ➡ Repita esse procedimento algumas vezes.
- ➡ Com as informações obtidas preencha a tabela a seguir.

Área da base (Ab)	2	9	15	12	6
Altura (H)	3	2	4	7	8
Volume (V)	2	6	20	28	16

- ➡ Existe alguma relação entre a área da base a altura e o volume?
Sim.
- ➡ De que maneira podemos encontrar o valor do volume de qualquer pirâmide, sem o auxílio do software?
Multiplicando sua altura pela base e depois dividir o valor por três.
- ➡ Conclusão:
Para encontrar o volume de qualquer pirâmide multiplicar-se sua base e altura, em seguida, dividir-se por três.
- ➡ Fórmula:
$$\frac{1}{3} V = \frac{Ab \cdot H}{3}$$

Fonte: Dados da pesquisa, 2019

FIGURA 26 – Intervenção Inicial

5.2.7 ATIVIDADE 6

Titulo: Volume da esfera.

Objetivo: descobrir uma maneira de determinar o Volume do Paralelepípedo.

Materiais necessários:

- Software para o ensino de Volume"
- Papel/ caneta

Procedimento:

- ➡ Inicialmente abra o Software e clique na janela correspondente a esfera .
- ➡ Clique no espaço correspondente a área da base e adicione um número.
- ➡ Clique no espaço correspondente ao raio e adicione um número.
- ➡ Após ter adicionado o número aperte a tecla "Enter" e verifique o valor obtido no espaço destinado ao volume.
- ➡ Repita esse procedimento algumas vezes.
- ➡ Com as informações obtidas preencha a tabela a seguir.

Medida do Raio (R)	3	6	9	1	8
Medida (R^3)	27	216	819	1	8
Medida ($4\pi R^3$)	$4\pi 27$	$4\pi 216$	$4\pi 819$	$4\pi 1$	$4\pi 8$
Medida do Volume (V)	36π	288π	942π	133π	1064π

- ➡ Existe alguma relação entre o raio e o volume?

Sim.

- ➡ Conclusão:

Encontra-se o volume da esfera, colocando seu raio ao cubo, em seguida multiplica o raio ao cubo por quatro pi e, por fim, divide-se o valor por três.

- ➡ Fórmula:

$$V = \frac{4\pi R^3}{3}$$

Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

6.3.6. Aplicação Da Revisão

Atividade foi planejada com cinco questões semelhantes do pré-teste.

No momento inicial, organização, conduzimos as ações para não haver perda de tempo. A disposição dos discentes na sala de aula ocorreu naturalmente. Em seguida, distribuímos o material necessário aos alunos que se mostraram entusiasmados para resolvê-lo. Na etapa posterior, execução, supervisionamos os respondentes, orientando-os com clareza e precisão. Muitos alunos solicitaram nosso direcionamento.

Após o término da realização das questões pelos alunos, explicamos para a turma cada questão da atividade, socializamos as dúvidas que surgiram, fizemos questionamentos para a descoberta de uma resolução correta e pedimos aos estudantes que registrassem suas respostas no quadro.

Neste instante, validamos ou corrigimos a resolução apresentada juntamente com a turma.

No final, depois de liberada a turma, ficaram alguns discentes interessados em sanar algumas dúvidas.

7. APLICAÇÃO DO PÓS TESTE, ANÁLISE E VALIDAÇÃO

Após todas as atividades serem realizadas aplicamos um pós teste com questões semelhantes ao teste inicial.

Na etapa inicial, organização, conduzimos as ações para não haver perda de tempo. Discorremos sobre a importância da atividade para o trabalho que estávamos desenvolvendo. A disposição dos discentes na sala de aula ocorreu espontaneamente.

Em seguida, distribuímos o material necessário aos alunos que se mostraram motivados para resolvê-lo.

Na etapa posterior, execução, supervisionamos os respondentes, reforçando-os que a atividade deveria ser realizada individualmente. Alguns discentes solicitaram nossa orientação e muitos deles estavam bastante empenhados para responder todas as questões.

No decorrer do horário, os estudantes foram encerrando o teste confiantes e tranquilos da realização de um bom trabalho.

7.1. ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO

Após a aplicação das 6 atividades em cálculo de volumes e suas devidas formalizações, foi aplicada a Intervenção Avaliativa Restritiva e Aplicativa, foi observado o desempenho dos alunos nas Intervenções Avaliativas Restritivas que, aferem as aprendizagens dos alunos em dois aspectos fundamentais: O que é o objeto matemático em estudo e como se justificam e operam os algoritmos decorrentes.

01. Uma caixa d'água tem forma de cubo com 2 metros de aresta. Quantos litros ela comporta ($1m^3 = 1000L$)?

a) 8 litros

$$V = a^3$$

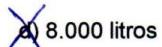
b) 80 litros

$$V = 2^3$$

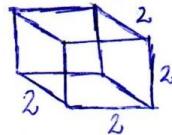
c) 800 litros

$$\sqrt[3]{8} m^3 = 8 \text{ mil litros}$$

d) 8.000 litros



e) 6.000 litros



02. Quantos litros de água podemos armazenar em um reservatório com a forma de cubo com 4 metros de aresta ($1m^3 = 1000L$)?

a) 64 litros

$$V = a^3$$

b) 640 litros

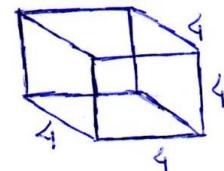
$$V = 4^3$$

c) 6400 litros

$$\sqrt[3]{64} m^3 = 64000L$$

d) 64.000 litros

e) 640.000 litros



03. Qual a capacidade de uma piscina de borda retangular com 6 m de comprimento, 4 m de largura e 1,5 m de profundidade ($1m^3 = 1000L$)?

a) 11.500 litros

$$V = abc$$

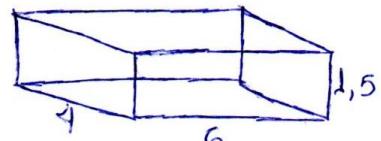
b) 19.000 litros

$$V = 6 \cdot 4 \cdot 1,5$$

c) 36.000 litros

$$\sqrt[3]{36} m^3 = 36000L$$

d) 360 litros



e) 48.000 litros.

04. Para armazenar água da chuva, um agricultor construiu um reservatório com a forma de um paralelepípedo de dimensões: 2 m, 2 m e 1,5 m. Qual a capacidade em litros desse reservatório ($1\text{m}^3 = 1000\text{L}$)?

a) 4.000ℓ

$$V = abc$$

b) 6.000ℓ

$$\sqrt{= 2 \cdot 2 \cdot 1,5}$$

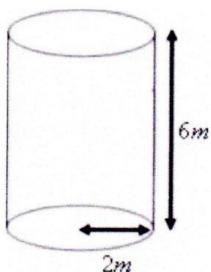
c) 5.500ℓ

$$\sqrt{= 6\text{ m}^3 = 6000\text{L}}$$

d) 600ℓ

e) 550ℓ

05. Um reservatório em formato cilíndrico possui 6 metros de altura e raio da base igual a 2 metros. Determine o volume e a capacidade desse reservatório em litros.



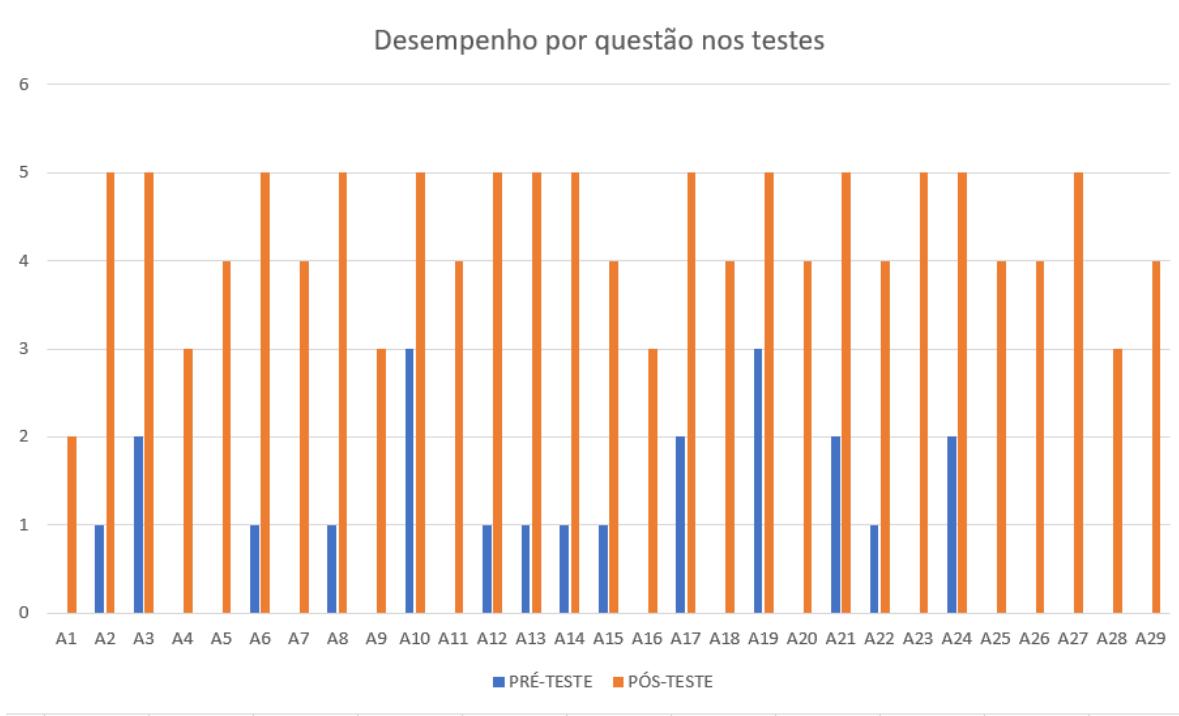
$$V = Ab \cdot H$$

$$V = \pi R^2 H$$

$$V = \pi 2^2 \cdot 6$$

$$V = \pi 12 \cdot 6$$

$$V = 113,04 \text{ m}^3$$

FIGURA 27 – Intervenção Inicial

Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

A organização das informações nos permite afirmar que em todas as 5 questões dos testes houve aumento considerável de acertos de acertos. Nesses pós teste, tivemos a participação de 29 alunos dos quais todos fizeram os testes iniciais. Tivemos um rendimento muito bom em comparação ao teste inicial, aproximadamente 90% dos alunos tiveram uma evolução significativa entre os testes, com isso conseguimos atingir o objetivo da aplicação de nossa sequência.

7.2. DEPOIMENTOS

Apresentados a percepção do alunos sobre as atividades realizadas. Destacamos uma das mais expressivas respostas. Aluno: Gostei bastante, foi bom para lembrar de assuntos importantes sobre volume. Gostaria de ter mais experiências como essa, que é excelente para o aprendizado e ótimas para treinar o conhecimento.

Escreva sobre sua experiência com as atividades mostradas em sala

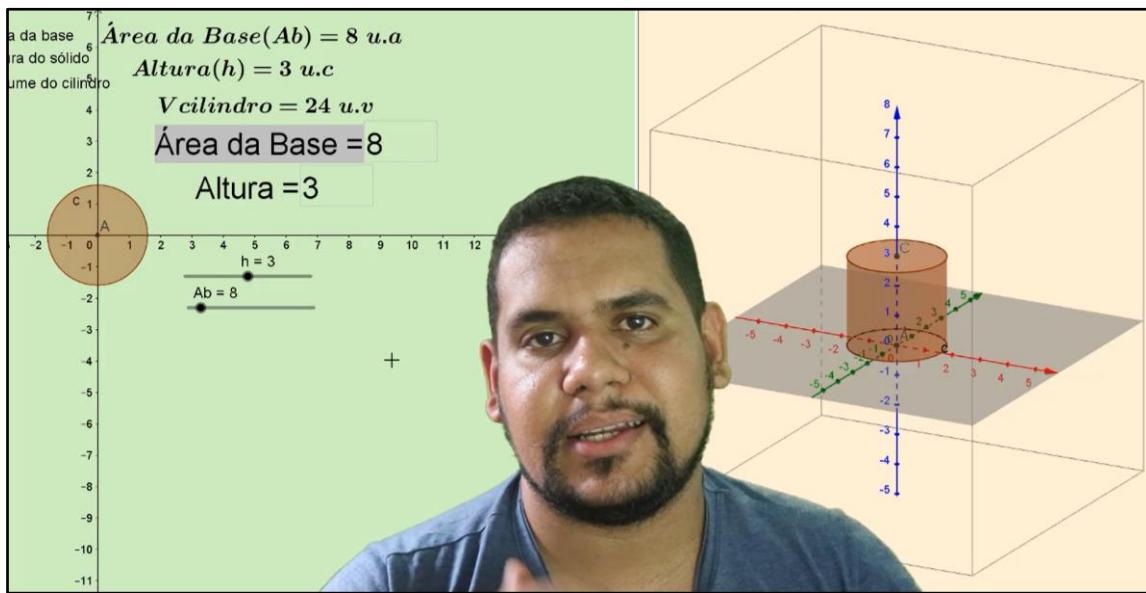
Gostei bastante, foi bom para lembrar de assuntos importantes sobre volume. Gostaria de ter mais experiências como essa, que é excelente para o aprendizado e ótimas para treinar o conhecimento.

Apesar de ter sido um nº mais reduzido de participantes que finalizaram o pós teste tivemos 100% de depoimentos positivos dos alunos participantes, isso nos motiva e mostra que estamos no caminho certo.

7.3 resultados obtidos características do produto.

Ao desenvolver este trabalho em sala de aula, busquei a metodologia da sequência didática e proporcionar aos alunos uma atividade escolar que fugisse do esquema tradicional, como vimos anteriormente a maioria dos alunos não tinha domínio dos conceitos básicos sobre cálculo de volumes e após a aplicação do produto mais de 90% dos alunos tiveram uma evolução significativa, isso mostra a relevância do produto educacional.

FIGURA 28 – vídeo explicativo



Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

Para facilitar a compreensão do produto, fiz um vídeo explicativo sobre a operacionalização da sequência, como funciona, como deve ser aplicado e os graus de dificuldades, então temos uma diversidade de meios para o processo educativo utilizado no produto.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve como princípio as dificuldades de aprendizagem dos alunos, intimamente ligadas aos métodos de ensino empregados nas escolas, uma vez perpassado inadequadamente pelos professores, dentro do âmbito da matemática, não havendo o estímulo necessário como ações inovadoras.

A Geometria é uma das áreas fundamentais da Matemática pois possui aplicações relevantes na vida em sociedade, conexões com outros blocos de conteúdo, articulações com outros componentes curriculares e capacidade de investigar a construção do conhecimento matemático através da história. Por este motivo, professores e pesquisadores se preocupam em executar possibilidades que busquem transpor as dificuldades comumente encontradas no tratamento desse tema.

Dessa forma, desenvolvemos este trabalho na metodologia da Engenharia Didática para avaliar os efeitos de uma sequência didática sobre medidas de comprimento em uma turma do 3º ano do Ensino Médio em uma Escola Estadual do Pará; e responder a questão norteadora: A sequência didática proposta na perspectiva do ensino por atividades favorece uma compreensão melhor sobre cálculo de volumes?

Portanto, pode-se afirmar que o estudante ao iniciar um processo de aprendizagem matemática na escola, precisa envolver-se com as atividades, onde ao manipulá-las seja construído o conhecimento de forma significativa. Pode-se afirmar que a aplicação de nossa Sequência Didática foi favorável e possibilitou aos alunos as descobertas e entendimento de conceitos e propriedades, diferentemente do método tradicional aplicado nas escolas, nesse caso com cálculo de volumes, que assim como os demais assuntos, é de bastante relevância para a Matemática, tanto na sala de aula como nos concursos públicos, ou dos vestibulares em geral como, por exemplo, o próprio ENEM e pelo próprio efeito de aprendizagem.

Com isso, foi possível observar as dificuldades de aprendizagens na matemática que se relacionam com o processo de ensino e abordagens dos conteúdos estudados, uma vez que compete ao professor, descobrir novos e detalhados materiais para inserir no planejamento de sua sequência didática,

afim de despertar o conhecimento e estimular o raciocínio dos estudantes. Além disso, o professor se conscientiza que o trabalho pautado nesta metodologia facilitará o ensino da resolução de cálculos, no caso da Matemática, além de instigá-lo a ser um pesquisador do raciocínio de seus alunos.

As atividades tiveram como princípio estabelecer ligações entre os conteúdos matemáticos, fazendo com que os discentes criassem suas próprias suposições com base no seu conhecimento através da comunicação com outros alunos da turma, com o auxílio do professor. Essa interação professor-aluno e aluno-aluno teve uma importância bastante significativa para o processo ensino-aprendizagem e, segundo os dados analisados em nossa pesquisa, a potencialidade do uso da Sequência Didática para o ensino cálculo de volumes foi comprovada, portanto, podemos afirmar a questão de pesquisa foi respondida.

A presente pesquisa tratou de um projeto de intervenção pedagógica para o nível de Ensino Médio, que foi desenvolvido durante sua execução realçando três ideias chave: todos os alunos podem gostar de matemática, a matemática é a ciência dos padrões e a descoberta de padrões como uma estratégia poderosa de resolução de problemas, que posteriormente podem ser usados como subsídios por professores de matemática. Pois, cabe a cada um de nós professores, ajudar os nossos alunos a superarem suas dificuldades, orientando-os a desenvolver a curiosidade, fazerem questionamentos, avaliando-se no percurso do processo ensino-aprendizagem para que percebendo seus avanços, suas limitações e também o seu potencial para se tornar um cidadão crítico , participativo, reflexivo e responsável na construção de um mundo mais justo onde as pessoas tenham realmente direito à educação para todos, uma educação pública de qualidade. Além disso, o professor precisa se preocupar com sua formação continuada, além da utilização de uma linguagem bastante acessível ao aprendizado do aluno.

9. REFERÊNCIAS

AMARO,A. **Metodologias de Investigação em Educação.** FACULDADE DE CIÊNCIAS DA UNIVERSIDADE DO PORTO, 2004.

AQUINO, J.G. (org.) Vários autores. Erro e fracasso na escola: alternativas teóricas e práticas. São Paulo: Summus, 1997.

Altair Baldissera. **A GEOMETRIA TRABALHADA A PARTIR DA CONSTRUÇÃO DE FIGURAS E SÓLIDOS GEOMÉTRICOS (2008)**

ANDRADE, José Antonio Araújo; NACARATO, Adair Mendes. Atuais Tendências Didático-Pedagógicas no Ensino de Geometria: um olhar sobre os anais dos ENEM's. São Paulo: anais VII EPEM, 2004b.

ANDRADE, José Antonio Araújo; NACARATO, Adair Mendes. **Tendências Didático Pedagógicas para o Ensino de Geometria.** Rio de Janeiro, EMANPED, 2004a.

AZANHA, José Pires. **Publicação:** A escola de cara nova. Planejamento. São Paulo: SE/CENP, 2000.P: 18-24.

BALDISSERA, Altair. **A geometria trabalhada a partir da construção de figuras e sólidos geométricos.** Rua Pará, 333 – Santa Terezinha de Itaipu – Pr.

BARBOSA, Ane Mae T. B. **A Arte e Educação no Brasil.** São Paulo: Perspectiva, 1978.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento.** Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BRASIL. Ministério da educação e cultura. **Parâmetros curriculares nacionais:** Ensino médio. Volume 2: Ciência da natureza, matemática e tecnologia. Brasília: MEC, 2006, p. 75, 76.

CHIELE, Joel Nardi; KAIBER, Carmen Tereza. Geometria no Ensino Médio: um estudo sobre o desenvolvimento dos conceitos de comprimento, área e volume. **Anais IX Encontro Nacional de Educação Matemática,** Belo Horizonte, 2007. Disponível em:

<http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Html/comunicacaoCientifica.html>. Acesso em:
20/01/2011

Eliana Bevilacqua Salin¹ (2013) Geometria Espacial: A aprendizagem através da construção de sólidos geométricos e da resolução de problemas.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia – Saberes necessários à prática educativa.** São Paulo: Paz e Terra, 1996 (Coleção Leitura).

GONCALVES, T. O. Fiorentini, D. **Formação e desenvolvimento profissional de docentes que formam matematicamente futuros professores.** In: Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática: investigando e teorizando a partir da prática. FIORENTINI, D., NACARATO A. M. (org.). São Paulo: Musa Editora; Campinas, 2005

HOFER, A. Geometry is more than proof. *Mathematicsteacher*. January, 1981, p. 74.
SEVERINO, Antônio Joaquim. Metodologia do trabalho científico. 23^a edição. São Paulo: Cortez, 2007. 304 p.

LEONARDO BERNARDO MORAIS¹ PAULA MOREIRA BALTAR BELLEMAIN²
PAULO FIGUEIREDO LIMA³ (2012) Análise de situações de volume em livros didáticos de matemática do ensino médio à luz da teoria dos campos conceituais Educ.

MORACO, Ana Sheila do Couto Trindade; PIROLA, Nelson Antonio. **Visualização e Representação Geométrica e sua contribuição na Formação do Pensamento Geométrico em Alunos do Ensino Médio.** Anais IX Encontro Nacional de Educação Matemática, Belo Horizonte, 2007. Disponível em:
<http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Html/comunicacaoCientifica.html>. Acesso em:
20/01/2011.

PELLANDA, Nize Maria Campos; PELLANDA, Eduardo Campos (org.). **Ciberespaço: um hipertexto com Pierre Lévy.** Porto Alegre: Artes e Ofícios, 2000.
REZI, Viviane. **Um Estudo Exploratório sobre os Componentes das Habilidades Matemáticas presentes no Pensamento Geométrico.** UNICAMP, 192p. Dissertação (mestrado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas/SP, 2001.

VIANA, Odaléa Aparecida. **O Componente Espacial da Habilidade Matemática de Alunos do Ensino Médio e as Relações com o desempenho Escolar e as Atitudes em relação à Matemática e à Geometria.** UNICAMP/SP, 2005, 299p. Tese (Doutorado). Universidade Estadual de Campinas, SP, 2005.

VITTI, C. M. **Matemática com prazer, a partir da história e da geometria.** 2^a Ed. Piracicaba – São Paulo. Editora UNIMEP. 1999. 103p.

VERONA, Viviane. Lopes, Maria. **Aplicação da Geometria Espacial em Ambientes Diversos (2009)**

VYGOTSKY, L.S. A construção do pensamento e da linguagem. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VERONA, Viviane Aparecida; LOPES, Maria Regina Macieira. **Aplicação da Geometria Espacial em Ambientes Diversos.**

Vandira Loiola Nogueira. **Uso da Geometria no Cotidiano.** Disponível em:
<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1850-8.pdf>

Waldiza Santos **O ENSINO DE VOLUME DE SÓLIDOS POR ATIVIDADES (2012)**
PCN, Parâmetros Curriculares Nacionais 2002, p.252

SOUZA, Roberta Sodré de; CORDEIRO, Maria Helena. **A contribuição da Engenharia-Didática para a prática docente de Matemática na Educação Básica. (2005)** Disponível em:
<http://www.pucpr.edu.br/eventos/educere/educere2005/anaisEvento/documentos/painel/TCCI200.pdf>.> Acesso em: 20 set. 2016



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática Estatística e Informática
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n, Telégrafo
66113-200 – Belém – PA
www.uepa.br