Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Anderson Portal Ferreira

O ensino de relações métricas no triângulo retângulo por meio de atividades

Belém - PA
2018

Anderson Portal Ferreira

O ensino de relações métricas no triângulo retângulo por meio de atividades

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará.
Linha de Pesquisa: Metodologia para Ensino de Matemática no Nível Fundamental.
Orientadora: Profª. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira.

Belém - PA
2018

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Ferreira, Anderson Portal

O ensino de relações métricas no triângulo retângulo por meio de atividades / Anderson Portal Ferreira; orientação Cinthia Cunha Maradei Pereira, 2018

Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

1. Geometria-Estudo e ensino. 2.Educação matemática. 3. Prática de ensino. I. Pereira, Cinthia Cunha Maradei (orient.). II. Título.

CDD. 22º ed. 516

ANDERSON PORTAL FERREIRA

O ENSINO DE RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO POR MEIO DE ATIVIDADES

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no nível Fundamental.
Orientadora: Profa. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira

Data de aprovação: 22/01/2018

Banca examinadora

____________________________________. Orientadora
Profa. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira
Doutora em Bio Informática
Universidade do Estado do Pará

____________________________________. Examinador (Interno)
Prof. Dr. Pedro Franco de Sá
Doutor em Educação
Universidade do Estado do Pará

____________________________________. Examinador (Externo)
Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes
Doutor em Educação em Ciências e Matemática
Universidade Federal do Pará

A minha família, em especial,

“As minhas vidas”

Ana Cecília,

Maria Laura e,

Maria Isís.

AGRADECIMENTOS

A **Deus**, por me dar saúde para viver.

A **todos os meus familiares**, em especial, aos **meus pais** Ricardo Ferreira e Iracy Portal pelo incentivo constante.

A minha companheira, **Jaqueline do Socorro Cardoso Ribeiro**, pela sua paciência na minha ausência, pelo seu incentivo, apoio e amor.

A **Universidade do Estado do Pará (UEPA)** pela oportunidade.

A **Coordenação do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM),** nas figuras do Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira, Prof Dr. Fábio José da Costa Alves e a Glads Maria Serra pelo apoio constante.

A **todos os professores do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática**, em especial, ao **Professor Doutor Pedro Franco de Sá**, por dedicar sua vida a um projeto de excelência na Educação com invejável dedicação e competência.

A minha Orientadora **Professora Doutora Cinthia Cunha Maradei Pereira** pela paciência, companheirismo e dedicação para a orientação deste trabalho, sou grato a Deus por ter sido seu orientando

Aos membros da banca avaliadora, **professores José Augusto Nunes Fernandes e Pedro Franco de Sá** pelas considerações no texto de qualificação e ao longo de todo o curso que muito contribuíram para o desenvolvimento da pesquisa e avaliação do texto final.

Ao **Governo do Estado do Pará** e a **Prefeitura Municipal de Belém** que me proporcionaram subsídios financeiros para que eu pudesse realizar este estudo.

“Tudo posso naquele que me fortalece”
(Filipenses 4.13)

RESUMO

FERREIRA, Anderson Portal. **O ensino de relações métricas no triângulo retângulo por meio de atividades.** 2018. 213f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo Avaliar os efeitos de uma sequência didática, diferente da tradicional, por meio de atividades estruturadas, tem no ensino de relações métricas no triângulo retângulo no 9º ano do ensino fundamental. Para alcançar este objetivo utilizou-se a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, mais especificamente a Engenharia Didática de segunda geração desenvolvida em quatro etapas. Inicialmente foram feitas as análises prévias, primeira etapa da pesquisa, composta pelos aspectos históricos das relações métricas no triângulo retângulo; uma revisão de estudos sobre o tema; a consulta a discentes do 9º ano do Ensino Fundamental sobre o processo de ensino-aprendizagem desse conteúdo. A segunda etapa da pesquisa, concepção e análise a *priori*, apresenta os dados produzidos a uma consulta, feita por meio de um teste, aos discentes egressos do ensino fundamental sobre o processo de ensino-aprendizagem das relações métricas no triângulo retângulo e uma sequência didática para o ensino dessas relações. A terceira etapa da pesquisa, experimentação, foi realizada em uma escola pública estadual do distrito de mosqueiro em Belém/PA com 22 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. A última etapa da pesquisa, análise a *posteriori* e validação, foi destinada a análise dos resultados obtidos durante a experimentação; ao tratamento estatístico dos dados obtidos, por meio da comparação percentual dos resultados dos testes, análise dos tipos de erros ocorridos nos testes, do coeficiente de correlação linear de Pearson e do teste de hipótese. A validação dos resultados foi realizada pela confrontação entre os dados obtidos nas análises *a priori* e *a posteriori.* Os resultados da comparação apontam para um aumento considerável na notas do pós-teste; o teste de hipótese comprovou estatisticamente este aumento e nenhum dos fatores socioeconômicos interferiu nos resultados obtidos, levando-se a concluir que a metodologia de ensino aplicada teve efeito satisfatório, e consequente melhora significativa no desempenho dos discentes na resolução de problemas envolvendo as relações métricas no triângulo retângulo.

Palavras-chave: Ensino. Engenharia Didática. Ensino de matemática. Ensino das Relações Métricas no Triângulo Retângulo por Atividades.

ABSTRACT

This paper presents the results of a which aimed to evaluate the effects of a didactic sequence, different from traditional, through structured activities, has in the teaching of metric relations in the triangle rectangle in the 9th year of elementary school. To achieve this goal, Didactic Engineering was used as research methodology, more specifically the second generation didactic engineering, developed in four stages. Initially, preliminary analyzes were carried out, the first stage of the research, composed of the historical aspects of metric relations in the triangle rectangle; A review of studies on the subject; The consultation of students of the 9th year of primary education about the teaching-learning process of this content. presents the data produced to a query, done by means of a test, to undergraduate students of elementary education on the teaching-learning process of metric relations in the triangle rectangle and didactic sequence for teaching relationships. The third stage of research, experimentation, was carried out in a state public school in district of mosqueiro in Belém/Pa. With 22 students from the 9th year of Elementary School. The last step of the research, a posteriori analysis and validation, was destined to analyze the results obtained during the experimentation; To the statistical treatment of the obtained data, by means of the percentage comparison of the results of the test, analysis of the types of errors occurred in the tests, the Pearson linear correlation coefficient and the hypothesis test. The validation of the results was performed by comparing the data obtained in the a priori and a posteriori analyzes. The results of the comparison point to a significant increase in post-test scores; The hypothesis test proved statistically this increase and none of the socioeconomic factors interfered in the results obtained, leading to the conclusion that the applied teaching methodology had satisfactory effect and consequent significant improvement in students' performance in solving problems involving the metric relations in the right triangle.

Key-words: Teaching. Didactic engineering. Mathematics Teaching. Teaching of Metric Relations in the Rectangle Triangle by Activities.
.

Lista de Figuras

Lista de Gráficos

Lista de Quadros

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A prática pedagógica deve ser permeada de constantes estudos e pesquisas para validar metodologias de ensino e suas influências sobre seus agentes centrais de aplicação: os alunos. Em virtude disso buscou-se mostrar aqui uma metodologia auxiliar, uma visão diferente da dita tradicional, descrita por Libâneo (2013, p. 83) como a o ensino através da realização de exercícios repetitivos, memorização de definições e fórmulas amplamente consolidada em nosso sistema educacional, mas que, não tem sido traduzido pelos resultados, como os vistos nas avaliações em larga escala SisPae, Prova Brasil e Enem. Como visto nos resultados divulgados pelo Ministério da Educação em seu portal INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira).

Este modelo, regado de um tratamento metodológico onde prevalece o agrupamento ou conjunto de algoritmos (técnicas ou procedimentos), utilizados para obter resultados, refletindo em grandes quantidades de exercícios que se resumem a “calcular”, “obter”, “efetuar”, quase sempre se fazendo uso de contextos exclusivamente matemáticos e fórmulas predefinidas, é eficaz apenas a uma pequena porcentagem dos alunos, e em matemática essa porcentagem é ainda menor, como nos mostram os estudos de Corrêa (2014) e Pereira (2015). Busca-se, portanto, uma nova visão do ensinar e do aprender sem a necessidade de demonstrações, mas que mostre de forma simples e clara as relações existentes entre as medidas (lados, altura e projeções) de um triângulo retângulo.

Essa busca levou-nos ao mundo da tecnologia educacional e uma nova perspectiva de ensino e aprendizagem, com o auxílio do software educativo de geometria dinâmica Geogebra[1], onde foi construído o material de trabalho desta pesquisa. O Geogebra permite a reprodução passo a passo da construção de cada elemento dessas figuras, além da movimentação de elementos dos triângulos oferecendo uma nova visualização e permitindo a análise e constatação de padrões, de regularidades nas relações métricas

[1] Geogebra é um software matemático que reúne geometria, álgebra e cálculo. Ele foi desenvolvido por Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburg para educação matemática nas escolas.

entre os lados dos triângulos. Assim como os trabalhos desenvolvidos por Leite (2013), Pereira (2015), Selli (2014).

O material construído no Geogebra produziu uma sequência de atividades estruturadas para o ensino das relações métricas no triângulo retângulo, visto que segundo Fossa (2009) a investigação em Educação Matemática consiste na investigação qualitativa sobre quais práticas de ensino são consoantes com a natureza da aprendizagem e ainda segundo o mesmo autor a questão não é "Qual o método mais correto?" e sim "Qual o Método mais eficaz?" e as pesquisas mostram que o ensino por atividades estruturadas são mais eficazes.

1.1 OBJETIVO

Este trabalho tem como objetivo geral de avaliar quais os efeitos de uma sequência didática, diferente da tradicional, por meio de atividades estruturadas, têm no ensino de relações métricas no triângulo retângulo no 9º ano do ensino fundamental.

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

A estrutura organizacional deste trabalho foi norteada na linha de pesquisa de forma experimental, onde iremos propor e realizar atividade de ensino de Geometria.

Para desenvolver-se uma pesquisa nesses pressupostos, deve-se distribuir a pesquisa em 4 fases segundo os pressupostos da Engenharia Didática de Artigue(1990) e Perrin Glorian(2009):

Fase 1: Análises prévias;

Fase 2: Concepção e análise a *priori*;

Fase 3: Experimentação;

Fase 4: Análise a *posteriori* e validação.

No capitulo de Análises prévias identificamos o cenário do processo de ensino e aprendizagem no que tange as Relações Métricas no Triângulo retângulo e traçar o contorno da questão, das hipóteses, dos fundamentos teóricos e metodológicos da pesquisa.

Ainda nesta fase, tratamos brevemente, dos aspectos históricos sobre as Relações Métricas no Triângulo Retângulo. Brevemente, pois com exceção do Teorema de Pitágoras são escassos os trabalhos voltados para este tema como também constatou Corrêa (2014), além da revisão de literatura do tema proposto, das consultas aos docentes e discentes sobre o processo de ensino e aprendizagem dessas relações.

Os aspectos históricos foram retratados por meio de revisões literárias, apoiadas em Eves (2004) e Boyer (2004; 2010), para abordar pontos sobre o surgimento do Teorema de Pitágoras e outras Relações métricas no Triângulo Retângulo para termos uma compreensão da evolução dessa área de conhecimento matemático.

No capítulo de Concepção de análise a priori descreve-se a elaboração das atividades que formarm a sequência de ensino, vista em Sá e Alves (2011). Assim, a construção da uma sequência didática objetiva a produção e a seleção do material que será necessário ao desenvolvimento das atividades propostas para o trabalho pedagógico a ser realizado.

A sequência didática elaborada será delimitada por algumas tendências da Educação Matemática, como: O Ensino por Atividades e a redescoberta e o uso das Tecnologias da informação e comunicação (TICS).

A construção e desenvolvimento desta sequência irá adotar o Ensino de Matemática por Atividades, proposta por Sá (2009), onde buscaremos fomentar aulas de construção de conhecimento com a redescoberta de definições, fórmulas, e propriedades matemáticas.

As atividades desta proposta de sequência didática dessa pesquisa foram aplicadas em uma escola pública estadual do município de Belém, mais especificamente no distrito de Mosqueiro, onde foi realizada a consulta aos discentes na etapa das análises prévias. A experimentação foi aplicada a uma turma do nono ano do ensino fundamental.

No capítulo de Experimentação, descreve-se a produção de informações coletadas por meio de diário de campo, atividades preenchidas pelos discentes e os testes (Pré- e Pós) realizados por eles.

No capítulo de Análise a *posteriori* e Avaliação, foi realizada a tabulação, comparação e análise dos dados produzidos na experimentação, com abordagens quantitativas – por meio do tratamento estatístico dos resultados dos testes – e qualitativas, por meio dos registros das atividades realizadas.

Ao final, apresentamos as considerações finais e nossas perspectivas de trabalhos futuros.

2. ANÁLISES PRÉVIAS

Nesta fase, buscamos criar bases para a produção e execução das atividades, para tal, foram consultados os livros A História da Matemática de BOYER, e Introdução à história da matemática de EVES para a parte histórica. Além de pesquisas em repositórios para verificar o estado da arte em âmbito nacional e local sobre o tema relações métricas no triângulo retângulo.

2.1 ASPECTOS HISTÓRICOS DAS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Precisar o local do surgimento da Geometria é tão difícil quanto imaginar seu inventor. Neste trabalho não temos essa pretensão, mas nos fascina pensar em um momento específico desta história tão vasta entre os povos e o tempo: O advento do Triângulo Retângulo. Assim vamos ao séc VI a. C. onde os gregos emergem como referência e formam as bases no que conhecemos hoje como Geometria Moderna.

Portanto, não podemos nos omitir em dissertar sobre dois pensadores cujos nomes ainda ecoam. Tales de Mileto (aproximadamente de 624 - 585 a.C.) um dos "sete sábios" da antiguidade e Pitágoras de Samos (c. 532 a.C.) responsável por mostrar propriedades importantes como: proporcionalidade entre os segmentos determinados por um feixe de paralelas sobre duas transversais e o Teorema das Bissetrizes interna e externa, e as utilizou para a determinação de distância sobre a superfície terrestre.

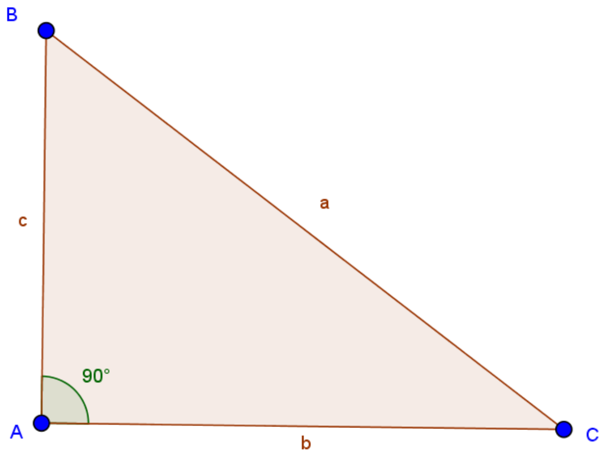
Pitágoras tinha grande preocupação com a lógica e o rigor matemático desenvolvido pela escola que fundou - a Escola Pitagórica, em Crotona, atualmente conhecida como Crotone, sul da Itália e tem em seu nome emprestado ao mais conhecido dentre todos os teoremas da Matemática. Assim, ambos nos mostram a riqueza do Triângulo Retângulo.

Podemos entender o triângulo tomando três pontos, A, B e C, no plano. Se estes três pontos pertencerem a uma mesma reta, serão denominados de colineares, caso contrário, diremos que A, B e C são não-colineares e podem formar um triângulo.

O triângulo é a região do plano delimitada pelos segmentos que unem os três pontos (A, B e C, não colineares) dois a dois. Nesse caso dizemos que esses pontos serão os vértices do triângulo ABC e os seus lados serão os segmentos de reta AB, BC e AC, cujos comprimentos representaremos por c, a e b, respectivamente.

Temos como objeto de estudo uma particularidade: O Triângulo Retângulo, que é identificado quando um dos seus ângulos internos é reto, sendo medido em graus, possui medida igual a 90º, ângulo esse que é definido por Euclides em os Elementos como: “Um ângulo reto é formado quando duas retas se cruzam formando quatro ângulos iguais, assim a cada ângulo formado, chamamos de ângulo reto”.

Figura 1 – Triângulo Retângulo

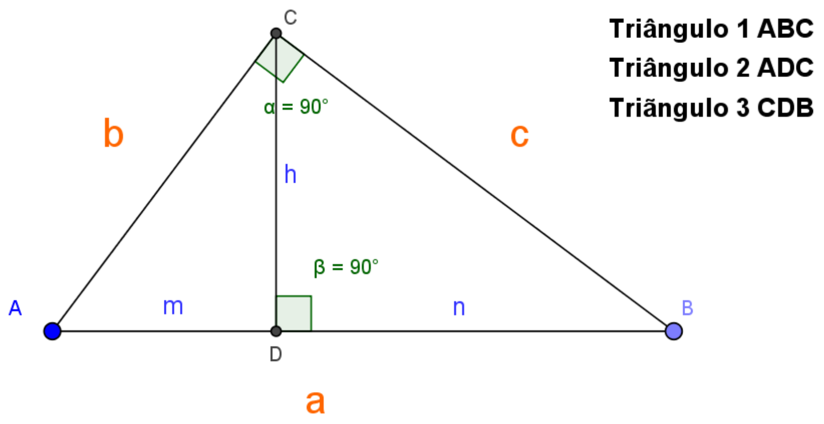


Fonte: Autor (2017)

Nesse triângulo, denominamos os seus lados de hipotenusa e catetos. A hipotenusa é o lado oposto ao ângulo reto, sendo os catetos os outros dois lados, que são perpendiculares entre si.

Historicamente uma das mais intrigantes, bonitas e conhecidas histórias envolvendo proporcionalidade entre triângulos retângulos é atribuída a Tales de Mileto. Diz a lenda que, quando Tales se encontrava no Egito, foi-lhe pedido por um mensageiro do faraó, em nome do soberano, que calculasse a altura da pirâmide de Queops. Corria a voz, de que o sábio sabia medir a altura de construções elevadas por arte geométrica, sem ter de subir a elas. Tales apoiou-se a uma vara, esperou até ao momento em que, a meio da manhã, a sombra da vara, estando esta na vertical, tivesse um comprimento igual ao da própria vara. Disse então ao mensageiro: “Vá, mede depressa a sombra: o seu comprimento é igual à altura da pirâmide”. Surgindo então o Teorema de Tales, que fala da proporção entre segmentos de transversais (retas que cruzam um feixe de retas paralelas) localizados entre um feixe de retas paralelas, nos remetendo ao conceito de proporcionalidade que é essencial para definição e construção das relações métricas no triângulo, como nos mostra a figura abaixo:

Figura 2 – Triângulos Retângulos para estabelecer relações métricas por semelhança



Fonte: Autor (2017)

Comparando, por semelhança, triângulo a triângulo, extraímos as relações métricas no Triângulo Retângulo, com exceção de $a = m + n$ e $a^2 = b^2 + c^2$.

Quadro 1 – Relações métricas no Triângulo Retângulo

a = m+ n	**b² = a.m**
c² = a.n	**b.m = c.h**
b.h = c.n	**a.h = b.c**
h² = m.n	**a² = b² + c²**

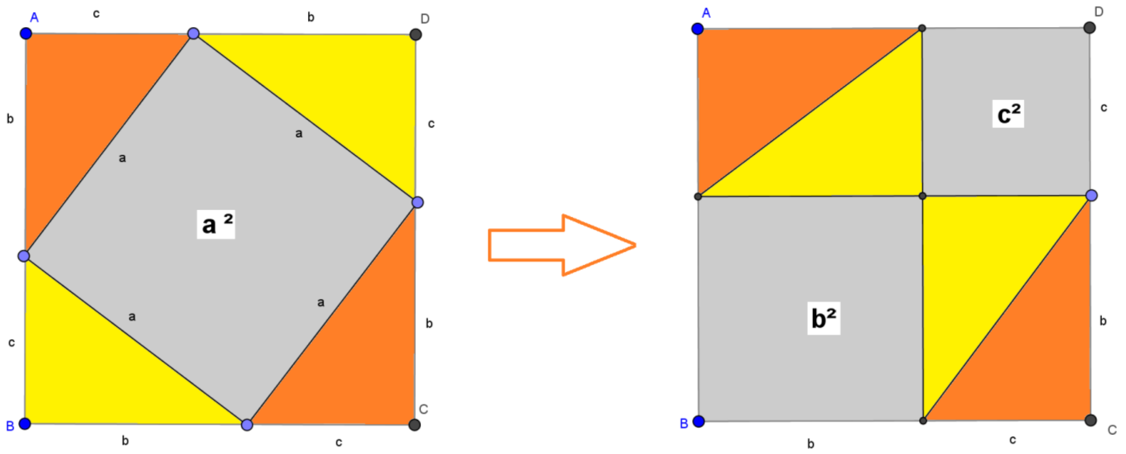
Fonte: Autor (2017)

Sendo todas elas de extrema importância para a resolução de problemas que envolvem triângulos retângulos e descritas explicitamente nos Parâmetros Curriculares Nacionais no Tema I - Espaço e Forma em seu descritor para o ensino fundamental D10 – “Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos e para o ensino médio em seu descritor” D-2 “Reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais”.

Dentre as relações métricas temos uma ímpar: O Teorema de Pitágoras, na sua origem, foi descrito com o seguinte contorno: “o quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados sobre os catetos” (Eves, 2004. p.103).

O Teorema de Pitágoras admite belas demonstrações sem palavras, apenas apreciando a beleza deste gigante teorema que percorre as várias ciências matemáticas e ao longo dos tempos tem recebido a atenção de profissionais e amantes da matemática.

Figura 3 – Demonstração do Teorema de Pitágoras



Fonte: Autor (2017)

Assim, vamos trabalhar buscando “demonstrações sem palavras”, ou seja, sem o rigor matemático para alunos do nono ano do Ensino Fundamental, para isso alguns softwares educativos de Geometria Dinâmica, como o GeoGebra, possibilitam novas visões, utilizando explicitamente as propriedades das figuras, movimentação da construção da figura e visões diferentes de uma mesma figura como pode ser visto em Veloso (1998). Podemos ainda medir segmentos, ângulos, áreas, entre outras muitas possibilidades.

As potencialidades dos *softwares* de Geometria Dinâmica aumentam a sua precisão de construção das figuras e diminuem o tempo gasto no desenho das mesmas, levando assim a valorização do conhecimento matemático por meio de experimentação, interpretação, visualização, indução, abstração, generalização e demonstração, como nos mostra Pereira (2010, p. 24).

2.2 ESTUDOS SOBRE O ENSINO DE RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Apresentamos a revisão bibliográfica acerca do tema: relações métricas no triângulo retângulo, com o objetivo de termos uma visão geral do estado da arte das pesquisas desenvolvidas sobre o tema em tela nos últimos anos, objetivando a construção de referencial teórico, parte fundamental para o desenvolvimento e construção de pesquisa cientifica.

Nesta revisão bibliográfica tivemos com fontes de pesquisa os bancos de dados das seguintes instituições de ensino superior com validação científica: UEPA http://paginas.uepa.br/mestradoeducacao/, UFRN http://repositorio.ufrn.br , UFMG http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/, UNICAMP http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/, utilizando as seguintes palavras chaves: Educação Matemática, Geometria, Relações métricas, Triângulo retângulo, Geogebra. Além de consultarmos no endereço http://bdtd.ibict.br/vufind/ da biblioteca digital de teses e dissertações. Desta forma, nossa pesquisa compreendeu o período de fevereiro a outubro de 2016, sendo assim fizemos o levantamento bibliográfico acerca das dissertações em âmbito nacional que discutiram o ensino de geometria plana, com foco em sequências didáticas e no tema das relações métricas no triângulo retângulo.

Foram selecionadas dez dissertações, uma monografia e um trabalho de conclusão de curso, dentre várias pesquisadas, com diversas metodologias de pesquisa e em diversos campos da geometria plana com foco no Ensino Fundamental da Educação Básica podendo ser enquadrados em três categorias descritas abaixo:

Estudos Diagnósticos

São aqueles que analisaram e identificaram algumas das dificuldades dos alunos no ensino de Geometria, de relações métricas no triângulo retângulo ou Teorema de Pitágoras.

Estudos Experimentais

São aqueles que propõem e realizam atividades de ensino de Geometria, de relações métricas no triângulo retângulo ou Teorema de Pitágoras.

Estudos Teóricos/Investigativos

Apresentam um processo de investigação a fim de contribuir para o ensino de Geometria, de relações métricas no triângulo retângulo ou Teorema de Pitágoras.

No quadro a seguir, destacamos em ordem cronológica de publicação os trabalhos organizados, com seus respectivos autores, títulos, instituição ao qual a pesquisa está vinculada, unidade federativa e ano de publicação objetivando oferecer uma visão rápida e clara das produções sobre o tema no período de 2000 a 2016.

Quadro 2 – Trabalhos revisados

Nº	Autor	Título da pesquisa	Instituição/UF	Ano
01	Lindegger, Luiz Roberto de Moura	Construindo os Conceitos Básicos da Trigonometria no Triângulo Retângulo: uma proposta a partir da manipulação de Modelos.	PUC/SP	2000
02	Quadro, Rosana Cunha	Relações Métricas no Triângulo Retângulo: Um Estudo Didático.	UFSC/SC	2004
03	Silva, Sílvio Alves da	Trigonometria no Triângulo Retângulo: Construindo uma Aprendizagem Significativa	PUC/SP	2005
04	Nascimento, Andréia Aparecida da Silva Brito	Relações entre os Conhecimentos, as atitudes e a confiança dos alunos do curso de Licenciatura Plena em matemática em resolução de problemas geométricos.	UNESP/SP	2008
05	Coelho, Alex de Brito	Teorema de Pitágoras: Qual a sua importância para o ensino das ciências da natureza?	UNIGRANRIO/ RJ	2010
06	Pereira, Marcella Tatagiba	Proposta de Atividades para a construção do Conceito de Semelhança de Triângulos usando o Software de Geometria Dinâmica RÉGUA E COMPASSO	UNI. SEVERINO SOMBRAS/RJ	2010
07	Medeiros, Antonio Paulo Muccillo de	Semelhança de Triângulos: Dos livros do passado á Formação continuada de professores via EAD.	UNI. SEVERINO SOMBRAS/RJ	2012
08	Corrêa, Elane Cristina Teixeira	O Ensino de Relações Métricas no Triângulo Retângulo: Uma Sequência Didática para Educação de Jovens e Adultos.	UEPA/PA	2013

09	Gomes, Rosana Pereira	O Ensino das Relações Trigonométricas no triângulo por Atividades	UEPA/PA	2013
10	Leite, Rondinelli Schulthais	O Ensino de parte da Geometria do Ensino Fundamental: Análise de Dificuldades e Sugestão de Sequência Didática	UFES/ES	2013
11	Selli, Luis Fernando	Geogebra, recuso computacional a favor da aprendizagem matemática no ensino Fundamental II	UFCSar/SP	2014
12	Pereira, Leonlívier Max garcia	O Software Geogebra como proposta facilitadora do processo de ensino-Aprendizagem da Geometria Plana no Ensino Fundamental.	UFG/GO	2015

Fonte: Pesquisa bibliográfica (2017)

Os textos usados como referencial estão agrupados abaixo por categorias

Quadro 3 – Revisão de Literatura por Categorias

Estudos diagnósticos	**Estudos experimentais**	**Estudos Teóricos/investigativos**
Quadro (2004)	Lindegger (2000) Silva (2005) Coelho (2010) Pereira (2010) Corrêa (2013) Gomes (2013) Leite (2013) Selli (2014) Pereira (2015)	Nascimento (2008) Medeiros (2012)

Fonte: Autor (2017)

Para fins de melhor esclarecimentos iremos apresentar as revisões por categorias, tendo um enfoque maior nos estudos experimentais, pois será essa categoria em que pretendemos enquadrar nosso trabalho.

2.2.1 Estudos diagnósticos

O estudo realizado por Quadro (2004) buscou conhecer os saberes matemáticos relativos às relações métricas no triângulo retângulo trabalhadas na 8ª série, atual nono ano do ensino fundamental, levantando algumas perguntas: “O que se estuda de relações métricas?”; “Como este objeto é abordado nos livros didáticos?”; “Que tipos de problemas são propostos nos livros didáticos?” e “Quais as configurações do triângulo são as mais usadas nos exercícios?”.

A autora inicia seu trabalho comparando os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) e a Proposta Curricular de Santa Catarina, encontrando nitidamente apenas no PCN referências explícitas às diretrizes de ensino do conteúdo relações métricas no triângulo retângulo.

A autora também teve acesso, e analisa, dois planejamentos anuais de ensino para o nono ano do ensino fundamental, de duas escolas de Florianópolis denominados de planejamentos x e y, percebendo que apenas o planejamento y é foco o conteúdo pesquisado por ela.

A autora conclui que o estudo de “Relações métricas no triângulo retângulo” nos PCNs, e no Planejamento anual y é objeto de estudo para o nono ano, sendo deixado à margem pela Proposta Curricular de Santa Catarina e pelo Panejamento Anual x, isso corrobora com várias pesquisas que nos mostram o abandono, o “deixar de lado” o ensino de geometria como Corrêa (2013), Rêgo, Rêgo e Vieira (2012), Medeiros (2012), entre tantos outros.

Para responder os questionamentos levantados inicialmente a autora fez a análise de cinco livros didáticos e verificou que o conteúdo de relações métricas no triângulo retângulo é abordado por meio da noção de semelhança de triângulos e da noção de médias proporcionais.

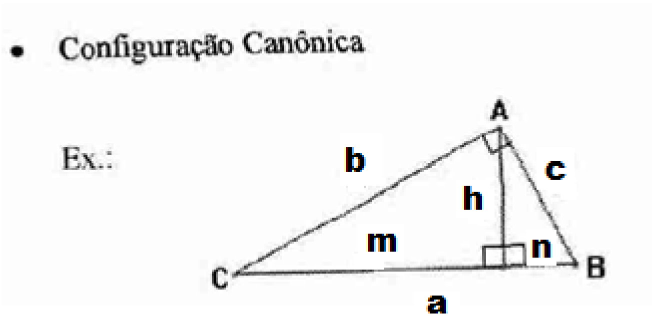
A autora nos mostra ainda como este objeto é abordado nos livros didáticos, analisando e organizando uma tipologia a partir do livro Geometria Plana, volume 9, da coleção Fundamentos da Matemática Elementar (DOCE e POMPEU, 1993).

Para o enunciado dos problemas a autora considera dois casos: Linguagem Natural, simbólica e desenho e Linguagem natural e simbólica, já quanto ao tipo de configuração temos os seguintes casos:

- ✓ Configuração Canônica;
- ✓ O triângulo retângulo inscrito num circulo;
- ✓ O triângulo retângulo circunscrito num circulo;
- ✓ Configuração composta de: círculos, retas, segmentos;
- ✓ Triângulos retângulos e um lado paralelo;
- ✓ Triângulo retângulo e bissetriz de ângulo;
- ✓ Reta tangente a um circulo;
- ✓ Círculos tangentes e pontos do plano;
- ✓ Trapézio e sua diagonal;

- ✓ Circulo inscrito em um setor circular;
- ✓ Triângulo inscrito em um quadrado;
- ✓ Semicirculo e tangentes;
- ✓ Triângulo qualquer e bissetriz interna e externa;
- ✓ Circulo inscrito em triângulo isósceles;
- ✓ Circulo e Triângulos.

Figura 4 – Triângulo Retângulo na forma Canônica



Fonte: Quadro (2004, p. 23)

A autora considera como configuração canônica a forma normal e clássica da representação de um triângulo retângulo.

Quadro (2004), ainda nos mostra um estudo quanto à função do desenho no enunciado, baseando-se nos estudos de Abdelhamid Chaachoua que são:

• Ilustrar o enunciado: "Uma das funções principais do desenho é de ilustrar o enunciado, em particular no caso onde o problema apresenta uma certa complexidade nas hipóteses ou quando o enunciado é composto de várias hipóteses”.

• Explicitar a Hipótese: "Uma outra função do desenho é levar em conta certas hipóteses não explicitadas no enunciado".

• Tornar visível a figura ou uma sub-figura pertinente para a resolução:" Um desenho é dado de maneira que a apreensão perceptiva 6 não seja um obstáculo para a resolução do problema. E, mais precisamente, o desenho supõe facilitar para o aluno, a extração de uma sub-figura pertinente à resolução do problema"

• Completar o enunciado: o desenho é indispensável porque nele estão presentes dados que não foram citados no enunciado.

A autora verifica que os mais utilizados são: Meio de tomar visível a figura ou uma sub-figura pertinente para a resolução e completar o enunciado.

Temos ainda uma definição quantos à tarefa a ser realizada, em dois tipos:

Tipo 1: Determinar as relações métricas;

Tipo 2: Calcular comprimento de um segmento.

Assim a autora analisa cinco livros didáticos quanto à abordagem, enunciado, configuração, função do desenho e tarefa a ser realizada concluindo que na 8ª série, segundo os livros didáticos estudados, a tarefa mais solicitada é a de calcular a medida de um segmento. A configuração em geral explorada é a canônica e a função do desenho em geral presente é o "meio de tornar visível uma figura" e o de completar o enunciado. O desenho faz parte do enunciado na maioria dos exercícios.

Assim a autora apresenta uma amostra de como, de um modo geral, é proposto o trabalho com "Relações Métricas no Triângulo Retângulo" no nono ano do Ensino Fundamental.

2.2.2 Estudos experimentais

Lindegger (2000) investigou em seu trabalho com trigonometria uma abordagem para o ensino, por meio da manipulação de modelos, com o objetivo de investigar uma abordagem para o ensino da trigonometria no triângulo retângulo, em que se pretende introduzir os conceitos das razões trigonométricas de maneira significativa. O autor realizou sua pesquisa em duas turmas de nono ano do Ensino Fundamental II (8ª série) de uma escola pública, onde foram consideradas pelo autor como grupo experimental (GE) e outra como grupo de referência (GR).

O autor trabalhou de forma diferenciada para desenvolver sua sequência didática nos dois grupos:

O (GE) teve seus estudos pautados nos pressupostos teóricos construtivistas com base na psicologia cognitiva de Vygotsky e Vergnaud e na Teoria das situações didáticas de Brousseau.

O (GR) teve seus estudos baseados na metodologia dita tradicional, mecânica, que foi pautada na sequência de definição seguida de exercícios

Lindegger (2000) aplicou pré-testes idênticos tanto aos dois grupos antes das sequências de ensino e pós-teste com 9 exercícios cada, retirados de livros didáticos utilizados nas escolas estaduais no período de realização da pesquisa.

Vale salientar que o estudo de Lindegger (2000) foi destacado neste momento de análise por ser considerado importante no campo da trigonometria, e por revelar as dificuldades manifestadas pelos alunos no momento da aplicação do conjunto de atividades.

As atividades elaboradas partiram de situações-problemas para o aluno refletir em grupo, usando uma linguagem próxima da linguagem usual, tendo em geral seu início a partir da contextualização para a formalização de conceitos trabalhados em sala de aula.

Para o grupo de referência foram efetivados sete encontros, distribuídos em aulas simples, duplas e triplas; e onze encontros para o grupo experimental, com aulas simples e duplas, onde cada aula teve a duração de 50 minutos.

O trabalho de pesquisa teve como resultado, o desenvolvimento do GR destacando-se ao “trabalhar com algoritmo e aplicação de fórmulas”, enquanto o GE “teve melhor desempenho nas questões cuja abrangência maior tinha haver com a formação do conceito trigonométrico” (LINDEGGER, 2000).

Esse autor salienta ainda que não é um número excessivo de exercícios trabalhados em sala de aula que garante a apreensão do conhecimento por parte do alunado, e sim as situações que promovam raciocínio e participação ativa.

Silva (2005) elaborou uma sequência didática para que se produzisse uma aprendizagem significativa das relações trigonométricas no triângulo retângulo com uma proposta diferente da dita “tradicional”. Sob a égide da Engenharia Didática nos princípios propostos por Artigue (1990) o autor objetivou produzir uma aprendizagem que resgatasse conhecimentos anteriores ao tema, tais como semelhança, congruência e as construções geométricas e provoque nos alunos tratamentos figurais dispostos em Duval (1995) por meio das transformações geométricas para que as relações trigonométricas no triângulo retângulo fossem abstraídas a partir da observação dessas manipulações figurais. O autor elabora uma sequência didática com quatro atividades validadas pelas análises a *priori* e *posteriori*.

Com a seguinte questão de pesquisa: uma sequência de ensino, enfatizando as construções e transformações geométricas articuladas ao tratamento figural, proporciona uma apreensão significativa para o aluno de 1º ano do Ensino Médio dos conceitos da trigonometria no triângulo retângulo. O autor teve como sujeitos de sua pesquisa 13 alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola particular da cidade de São Paulo.

Silva (2005), concluiu que houve uma evolução conceitual dos alunos na trigonometria do triângulo retângulo, mesmo observando que, durante a aplicação das atividades, houve dificuldades em manipular os elementos figurais.

Coelho (2010) teve como objetivo em seu trabalho aplicar as relações métricas no triângulo retângulo, notadamente o Teorema de Pitágoras, em problemas que envolviam situações do cotidiano, para, mais especificamente verificar a capacidade de o aluno aplicá-lo em questões contextualizadas.

O autor desenvolveu um estudo envolvendo 18 alunos, do nono ano do Ensino Fundamental, de um colégio particular localizado no município do Rio de Janeiro. Foram divididos em dois grupos, contendo nove alunos cada e ministradas demonstrações distintas do Teorema de Pitágoras, seguido de resoluções de exercícios. Posteriormente, ambos os grupos foram submetidos ao mesmo teste, com o objetivo de verificar o entendimento do teorema, levando em consideração as diferentes formas como foram demonstrados. Para realizar as atividades programadas em sala de aula, foram utilizados como recursos físicos o quadro branco, canetas coloridas, esquadro, lápis de escrever, régua, borracha e uma lista de exercícios. Os dois dias de atividades com os grupos diferentes tiveram a mesma duração: 3 tempos de aula de 45 minutos cada um, perfazendo um total de 2h 15 min de aula.

Coelho (2010) comparou os resultados obtidos em cada classe por meio de algumas atividades ministradas sob duas diferentes práticas docentes (denominadas de metodologia 1 e 2)

A metodologia 1 consistia em seguir um roteiro idêntico ao que é adotado pelos livros didáticos na demonstração do Teorema de Pitágoras que envolve semelhança de triângulos. A metodologia 2 buscava uma alternativa de demonstrar esse teorema a partir do cálculo de áreas de quadrados. Foram aplicadas três questões contextualizadas, a 1ª foi retirada do ENEM 2001, a 2ª foi retirada do vestibular da UFRJ de 2006 e a 3ª do vestibular da Cesgranrio de 1990. O autor observou que o grupo sob o qual foi aplicada a metodologia 1 obteve melhor desempenho, e com isso pôde concluir que práticas pedagógicas diferenciadas resultam em aprendizados distintos, cada qual com as suas peculiaridades.

Pereira (2010) cria uma proposta de ensino com a utilização do software de geometria dinâmica “Régua e Compasso” (R.e.C.) tendo como principal objetivo criar uma proposta de atividades para a construção do conceito de semelhança de triângulos.

> A partir dessa proposta objetivou-se contribuir para a formação inicial de professores de Matemática, ao trabalharmos os conceitos geométricos com o uso das TIC´s. Esta, deve se apresentar como um recurso, ferramenta facilitadora da aprendizagem e não uma fórmula mágica, que sozinho leve o aluno a raciocinar. O uso de *software* deve possibilitar ao aluno o resgate de conhecimentos acumulados dos conteúdos de Geometria. O interesse e o foco da pesquisa é a importância de articular o visual às demonstrações das propriedades. O conhecimento de uma fórmula apenas pela fórmula também não é adequado, pois é necessário entender a razão pela qual a utiliza-se e conhecer sua origem. Pereira (2010, p. 85).

A autora elabora quatro atividades desenvolvidas em sequência de maneira gradual, na seguinte ordem: Teorema de Tales, Semelhança de triângulos, Relações métricas no triângulo retângulo e Semelhança entre triângulos equiláteros. Segundo a autora, o uso da Geometria Dinâmica pode auxiliar o professor a construir o pensamento e a aprendizagem dos alunos de uma forma criativa e ao mesmo tempo lhes permitindo uma alfabetização tecnológica.

Ainda em Pereira (2010) percebemos a fala de que a utilização do *software* R.e.C. em sala de aula, vem ao encontro a esta nova prática pedagógica, pois é caracterizado por um ambiente computacional para a aprendizagem da Matemática exploratória, construindo conceitos por intermédio de um pensar consciente e ainda mostrar que as Tecnologias de Informação e Comunicação constituem uma linguagem e um instrumento de trabalho essencial do mundo de hoje, razão pela qual desempenham um papel cada vez mais importante na educação. Em pesquisas realizadas para construção desse trabalho concluiu que o uso da tecnologia nas escolas brasileiras vem se expandindo através do uso de computadores com o apoio de projetos governamentais e de iniciativa.

A autora finaliza seu estudo A Geometria Dinâmica, aqui representada pelo uso do *software* R.e.C. afirmando que auxiliará o professor a construir o pensamento e a aprendizagem dos alunos de uma forma criativa e ao mesmo tempo lhes permite uma alfabetização tecnológica, e nos diz ainda que é imprescindível que cada professor de Matemática conheça pelo menos alguns *softwares* educativos, para que utilize em suas aulas aquele, ou aqueles, que melhor se adaptem ao seu conteúdo e preferencialmente permitam maior participação dos estudantes.

Corrêa (2013) desenvolveu uma investigação que teve por objetivo verificar a efetividade da aplicação de uma sequência de atividades de aprendizagem e de fixação relativas ao conteúdo relações métricas no triângulo retângulo na EJA (Educação de Jovens e Adultos).

Assim, a autora, dividiu-se seu trabalho em três unidades, sendo que na primeira unidade, ela apresenta alguns estudos relacionados ao ensino das relações métricas no triângulo retângulo e Teorema de Pitágoras, apresentando alguns estudos realizados acerca do ensino de Geometria, os quais incluem pelo menos o Teorema de Pitágoras: Quadro (2004), Nascimento (2008), Leite (2013), Selli (2014), Pereira (2010), Coelho (2010) é pertinente salientar que a autora nos mostra que:

> Os estudos relativos ao ensino de Geometria são variados, no entanto, são poucos os dedicados ao ensino de relações métricas no triângulo retângulo, mais escassos ainda os que tratam do ensino deste conteúdo na EJA (Educação de Jovens e Adultos). (Corrêa, 2013, p. 7).

Na segunda unidade a autora apresenta os procedimentos metodológicos utilizados para atingir ao objetivo do seu trabalho. Sendo assim, a 1ª etapa desta unidade consiste na aplicação de um pré-teste envolvendo questões relativas ao conteúdo relações métricas no triângulo retângulo, em uma turma de 4ª Etapa da EJA (Educação de Jovens e Adultos) em uma escola estadual localizada no bairro do Telégrafo em Belém (PA) a fim de se verificar quais são os conhecimentos prévios dos alunos relativos ao conteúdo. Tal pré-teste era composto por 10 questões envolvendo as relações métricas no triângulo retângulo e o Teorema de Pitágoras, que foram extraídas de alguns livros didáticos de 8ª série e 9º ano do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

Em seguida, a 2ª etapa desta unidade de procedimentos metodológicos consistiu na aplicação de nove atividades de aprendizagem, inspiradas em Sá (2009) e atividades de fixação relativas a este conteúdo.

Aplicando finalmente um pós-teste, composto pelas mesmas questões do pré-teste, para se analisar mudanças no desempenho dos alunos.

Por fim, a terceira unidade apresenta os resultados e a análise dos mesmos e nos mostra que o ensino de Geometria, muitas vezes, é negligenciado, devido a maior ênfase dada ao ensino de Álgebra como mostrado em Rêgo, Rêgo e Vieira (2012), em se considerando o ensino dito regular e que o conteúdo relativo às relações métricas no triângulo retângulo é pouco trabalhado pelos professores, e a maioria desses trabalha apenas o Teorema de Pitágoras.

A análise dos resultados permitiu a verificação de que houve melhora no desempenho dos alunos, uma vez que houve redução na quantidade de questões entregues em branco e aumento no número de tentativas de resolução das questões, apesar da ocorrência de algumas situações que não permitiram a adequada aplicação da sequência didática, como por exemplo: a antecipação do final do ano letivo na escola que estava sendo aplicada a sequência didática, reduzindo o tempo para a aplicação das atividades e a quantidade de questões do pós-teste. A quantidade de questões planejadas incialmente, havia sido considerada adequada, mas no decorrer da aplicação do pós-teste verificou-se que esta quantidade poderia ser menor.

Verificou ainda que, os alunos não apresentaram dificuldades na identificação das relações métricas corretas para resolução das questões do pós-teste, as principais dificuldades identificadas foram na resolução de equações e na interpretação do comando da questão. A autora finaliza sua pesquisa sugerindo que estudos futuros sejam realizados de maneira mais adequada, para a completa verificação de sua efetividade.

Gomes (2013) produziu um estado da arte à luz das Relações Trigonométricas adotando as seguintes etapas: 1) busca pelo título de publicações nos bancos de dados das instituições de ensino (PUC-SP, PUC-

RS,UFMG, UFRN, UFSCar e UEPA), utilizando as seguintes palavras chaves: trigonometria, razões trigonométricas e relações trigonométricas. Foi alvo da autora ainda a consulta a bancos de dados do Programa de Pós-Graduação, tanto em nível de Mestrado como de Doutorado. Outro critério adotado foi: 2) produção no Brasil; 3) publicado em um período de 2000 a 2011; 4) está vinculado em uma instituição do ensino superior, ou similar com caráter acadêmico.

Sendo assim, Gomes (2013) selecionou e analisou doze estudos, divididos em três categorias de análise, que são: estudos diagnósticos, estudos experimentais e estudos teóricos/investigativos como nos mostra a tabela abaixo:

Quadro 4 - Estado da arte realizado a luz das Relações Trigonométricas nas referências bibliográficas em Gomes (2013)

Estudos diagnósticos	Estudos Experimentais	Estudos Teórico/Investigativo
Barbosa (2009) Oliveira (2006)	Lindegger (2000) Mendes (2001) Xavier (2007) Klein (2009) Silva (2005) Borges (2009)	Melillo (2009) Oliveira (2010) Martins (2003) Nascimento (2005)

Fonte: Gomes (2013)

Após a análise do estado da arte, a autora nos mostra um diagnóstico que investiga sobre o ensino das relações trigonométricas na visão dos professores de matemática do Ensino Médio da rede pública do Estado do Pará por meio de um questionário aplicado junto a 100 (cem) professores de Matemática.

Dentre os itens do diagnóstico junto aos docentes, feito por Gomes (2013), chama-nos atenção o método utilizado para a introdução dos conteúdos nas aulas de matemática evidenciado na figura abaixo:

Quadro 5 – Método utilizado para introdução dos conteúdos nas aulas de matemática

Itens escolhidos	%
a) Pela definição seguida de exemplo e exercícios.	62
b) Com uma situação problema para depois introduzir o assunto.	35
c) Com um experimento/atividade para chegar ao conceito.	3
d) Com jogos para depois sistematizar os conceitos.	0
e) Com modelos matemáticos e em seguida analisa-los.	0
Total	**100**

Fonte: Gomes (2013, p.41)

Ainda em Gomes (2013) vemos que:

> Com esses dados percebemos que os mesmos não contextualizam suas aulas de matemáticas e não buscam novas formas de ensinar, uma vez que marcaram apenas uma das alternativas destacas. Assim, na Tabela 9, com a prevalência da alternativa (a), podemos concluir que o ensino tradicional ainda se faz presente em muitas salas de aulas nas escolas estaduais, um ensino pautado da memorização de fórmulas, aulas expositivas desvinculadas da realidade do aluno. (GOMES, 2013, p. 41).

A autora também mostra um diagnóstico que investiga sobre o ensino das relações trigonométricas na visão dos alunos de Matemática do Ensino Médio da rede pública do Estado do Pará com um questionário aplicado a 100 (cem) alunos do 3° ano do ensino médio da rede pública, mostramos aqui um dos itens importantes desse diagnóstico.

Quadro 6 – Modo como os alunos estudaram as Relações Trigonométricas

Itens escolhidos	%
a) Pela definição seguida de exemplo e exercícios.	76
b) Com uma situação problema para depois introduzir o assunto.	5
c) Com um experimento/atividade para chegar ao conceito.	5
d) Com jogos para depois sistematizar os conceitos.	0
e) Com modelos matemáticos e em seguida analisa-los.	145
Total	**100**

Fonte: Gomes (2013, p. 51)

A partir desse quadro percebemos a maior parte dos alunos, 76% destaca que estudou relações trigonométricas iniciando pela definição e em seguida trabalhando exemplos e exercícios. Confirmamos, em nossa pesquisa de análises prévias, o que foi constatado por essa autora quando perguntado aos docentes sobre o método utilizado na introdução de conteúdos na aula de matemática.

Esses dados mostram o cenário da metodologia tradicional empregada no ensino de Matemática em consoante com as pesquisas de Corrêa (2013) que também nos fala que:

> Todos os alunos afirmaram que o professor de matemática inicia um novo conteúdo "pela definição seguida de exemplos e exercícios" e que "apresenta uma lista de exercícios" para fixar o conteúdo de matemática" (CORRÊA, 2013, p. 33).

Desta forma a autora confirma que os professores não estão se valendo das inúmeras formas de proporcionar uma aprendizagem da matemática para seus alunos justificando assim a proposição de sua sequência didática, tentando abolir a aula monótona, sem conexão com a realidade do aluno.

A autora nos mostra que a maior parte do corpo docente entrevistado não utiliza experimentos e/ou atividades para ensinar as relações trigonométricas e relaciona este fato com a utilização massiva da metodologia tradicional. Por esse motivo a autora defende a formação continuada dos professores de Matemática, pois é quando a prática profissional tem desenvolvimento.

Gomes (2013) propõe uma metodologia de ensino para as relações trigonométricas, por meio de conjunto de atividades que estimule nos alunos a vontade e o desejo de aprender os conceitos matemáticos, para em seguida transformá-los em significado para sua vida, e assim contribuir para a melhora da prática docente e o desenvolvimento intelectual desse aluno, respondendo em sua pesquisa ao seguinte questionamento: Como o ensino das relações trigonométricas no triângulo por meio de atividades, pode possibilitar a construção do conhecimento dos alunos do 2º ano do Ensino Médio?

A autora pretendeu, com sua sequência, estimular os alunos a caminharem sozinhos no ato de construção e assimilação dos conceitos em questão, para que descobrissem as relações existentes entre os elementos dos triângulos, por intermédio da análise dos dados obtidos nas tabelas da atividade.

As atividades e os testes mencionados anteriormente foram trabalhados durante um período de 2 (dois) meses, em uma turma do 2° ano do Ensino Médio, com 31 (trinta e um) alunos, no horário da manhã numa escola estadual de Ensino Fundamental e Médio, localizada no município de Abaetetuba, interior do Estado do Pará.

A autora desenvolveu 07 (sete) atividades de ensino, listas de exercícios e de fixação dispostas em 10 (dez) encontros com os alunos do 2º ano do ensino médio de uma escola estadual no município de Abaetetuba/pa em observações onde foram utilizados bloco de anotações e uma câmera digital, para que todos os questionamentos, registos de conclusão, e atitudes dos alunos perante o ato da aplicação das atividades e desenvolvimento dos encontros fossem registrados.

A autora concluiu e confirmou seus resultados por meio da análise *a posteriori*, que antes do conjunto de atividades os alunos não conseguiram resolver nenhuma das 10 (dez) questões propostas, e que depois da aplicação da mesma, os alunos obtiveram um resultado positivo quanto ao desempenho no pós-teste. Assim a metodologia de ensino aplicada possibilitou um melhor desempenho dos alunos, no que diz respeito ao processo de aprendizagem das relações trigonométricas.

Em Leite (2013) encontramos os resultados de um estudo sobre o ensino de parte da geometria do Ensino Fundamental que teve como objetivo construir um aprendizado sistemático e eficaz de importantes conceitos geométricos do 9º ano do ensino fundamental, utilizando o software GeoGebra, como instrumento inovador na construção de uma sequência didática, que contribuísse de forma significativa na compreensão dos conteúdos geométricos: semelhança de triângulos, Teorema de Tales, relações métricas no triângulo retângulo, Teorema de Pitágoras e Trigonometria.

Leite (2013) fez então uma pré-análise, elaborando questionamentos a fim de propiciar a reflexão sobre o assunto que foi proposto, com objetivo de encontrar respostas que possibilitem redirecionarmos o ensino da geometria do nono ano, para que ocorra de maneira gradativa e articulada, oportunizando o real aprendizado.

Somado a isto, a metodologia de Leite (2013) foi conduzida inicialmente por uma pesquisa quantitativa com alunos e professores sobre suas percepções no processo de ensino-aprendizagem da Geometria em geral e de uma parte específica do currículo geométrico destinado ao nono ano do Ensino Fundamental. Tendo os seguinte conteúdos abordados: Teorema de Tales, semelhança de triângulos, relações métricas no triângulo retângulo, Teorema de Pitágoras e trigonometria. Foram ainda analisados os comentários sobre entrevistas com alguns alunos e professores participantes da investigação, com intuito de observar detalhes específicos sobre seus conhecimentos em geometria.

A pesquisa foi realizada com 182 alunos iniciantes do Ensino Médio e 21 professores de Matemática atuantes em turmas do nono ano do Ensino Fundamental por pelo menos 4 anos. O autor verificou que 80% dos alunos desconheciam o conteúdo relações métricas no triângulo retângulo e dos 20% que conheciam este conteúdo apenas 4,9% compreendiam o mesmo, concluindo que o conhecimento relativo à semelhança de figuras planas é precário e o aprendizado de fórmulas ocorre em detrimento da construção da proporcionalidade inerente aos triângulos semelhantes. O conteúdo mais conhecido pelos estudantes era o Teorema de Pitágoras, cerca de 60% dos alunos; gerando, possivelmente, como consequência o conteúdo com maior índice de acertos, 5,5%.

Quanto aos dados dos docentes apenas 23,8% dos professores eram formados em Licenciatura em Matemática e 29% desses profissionais estudaram Geometria em sua formação superior, assim percebemos em Leite (2013) que poucos professores de Matemática pesquisados são licenciados em matemática e desses poucos, menos ainda tiveram formação, em alguma disciplina de sua graduação, na área da Geometria.

Quanto ao conteúdo somente 23,8% ministram o conteúdo relações métricas no triângulo retângulo para as turmas de nono ano onde o ensino, o que ocorre a partir da apresentação de fórmulas, gerando que entre os docentes somente 38% recordavam as relações métricas no triângulo retângulo, além do que 14% deles desconheciam as mesmas.

Os alunos apresentaram extremas dificuldades em resolver problemas simples, com mais de 94% de respostas inadequadas em todas as questões vinculadas aos assuntos que demandavam a utilização de segmentos proporcionais da semelhança de triângulos ou conteúdos derivados. Assim Leite (2013) nos diz que:

> A sugestão para que esse panorama seja mudado é repensar a formação geométrica dos novos candidatos a professores para que as carências trazidas, do ensino básico, por esses futuros docentes sejam, no mínimo, reduzidas, favorecendo a reestruturação do aprendizado geométrico nas salas de aula, o que permitiria melhor desempenho de nossos alunos em relação ao aprendizado da geometria. (LEITE, 2013, p. 141)”.

O autor justifica a utilização do GeoGebra como instrumento metodológico capaz de contribuir com uma proposta de trabalho, por meio de uma sequência didática envolvendo os conteúdos observados com o uso desse software.

A proposta de sequência didática construída, como sugestão de um trabalho de parte dos conteúdos geométricos de nono ano de forma gradual e interligada, busca favorecer um estudo dinâmico, em que o aluno se torna agente da construção de seu próprio conhecimento, propiciando um aprendizado sistemático que contempla os conteúdos abordados de forma interativa através do software GeoGebra. O autor propôs cinco atividades com a utilização do software GeoGebra na seguinte ordem: Teorema de Tales, Semelhança de triângulos, Relações métricas no triângulo retângulo, Teorema de Pitágoras e Trigonometria.

Foi concluído que o pouco conhecimento apresentado pelos alunos estaria associado ao treinamento exaustivo na utilização de fórmulas decoradas, como é feito com o Teorema de Pitágoras, com as relações métricas no triângulo retângulo e com a trigonometria. Tal forma de condução do ensino, sem a devida apresentação dos conteúdos por meio de justificativas lógicas, impede que o aluno construa a essência do significado do conhecimento que está aprendendo, como relatado também Oliveira (2010, p.63)

Destacou, por fim, que a utilização desta proposta de sequência didática, como recurso de ensino, merece ser aplicada e avaliada por novos estudos. Também é de extrema importância a verificação no que se refere a sua relevância como instrumento eficaz no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos para que esse panorama seja mudado é necessário repensar a formação geométrica de docentes e discentes.

A investigação realizada por Selli (2014) teve por objetivo a aplicação do software GeoGebra e propiciar a análise sobre a importância e relevância do uso de ferramentas matemáticas informatizadas no auxílio da aprendizagem nos seguintes temas: Razão, Proporção, Teorema de Tales, Semelhança, Semelhança de triângulos, Teorema de Pitágoras, Razões Trigonométricas no triângulo retângulo, o número π e a Circunferência.

Selli (2014) utilizou como metodologia de trabalho a comparação entre o modo “tradicional” inicialmente utilizando, giz e lousa, e posteriormente com o uso do GeoGebra, aplicado a quatro turmas de 8ª Série (9º Ano) do Ensino Fundamental de uma escola estadual localizada na cidade de São Carlos (SP). Entretanto duas turmas não chegaram a concluir as atividades e não foram consideradas na pesquisa.

Utilizou a seguinte estratégia: primeiramente em sala de aula com o apoio do livro didático, desenvolveu as teorias e resolução de exercícios; posteriormente, na sala destinada ao programa Acessa Escola, em grupo de 2 ou 3 por máquina, previamente agendadas para aplicá-los e visualizá-los com o recurso do GeoGebra em 8ª Série (9º Ano), com os seguintes conteúdos: Geometria / Medidas: Proporcionalidade, noção de semelhança; Relações métricas no triângulo retângulo; Razões trigonométricas; O número Pi e a circunferência.

Vale ressaltar que os alunos observaram uma projeção e utilizaram calculadora para efetuar cálculos das razões apresentadas e verificar as proporções.

> A atividade foi desenvolvida simultaneamente pelo professor (nesse momento os alunos apenas observavam) da seguinte maneira: Construção das retas paralelas não igualmente espaçadas; Construção das retas transversais; Obtenção das medidas dos segmentos que seriam utilizados nos cálculos posteriores; Cálculo das razões direcionadas à aplicação do Teorema de Tales; Distribuição de calculadora aos alunos para que eles efetuem, de modo orientado pelo professor, os cálculos presentes nas atividades; Conversa sobre a atividade realizada para verificar se o objetivo foi alcançado. (SELLI, 2014, p. 32).

Uma das maiores dificuldades apresentadas foi associar a teoria à prática. Pouco habituados ao tipo de atividade proposta, com alguma dificuldade de compreensão do conteúdo e nenhum contato com o GeoGebra, muitos alunos não conseguiam visualizar as relações e conceitos em questão.

> Em uma era de alta tecnologia, de informação fácil e rápida, é difícil convencer pessoas que precisam dominar certos conteúdos para que possam analisar e utilizar com segurança as respostas obtidas em suas buscas. O uso de programas e recursos tecnológicos pode ser de grande valia se bem dimensionado. (SELLI, 2014, p. 21).

Selli (2014) narra que em sua pesquisa a maior parte dos alunos teve uma boa visão sobre as atividades e considerável melhora no seu aprendizado. Lembrança do que fizeram durante as provas e aulas, compreensão mais clara favorecida pela dinâmica do software, participação efetiva e não passiva, trabalho em grupo, etc. favoreceram os resultados positivos alcançados.

O autor conclui ainda que os recursos computacionais de geometria dinâmica ajudaram a maioria dos alunos do Ensino Fundamental, envolvidos nesse trabalho, a melhorar suas habilidades na resolução de problemas. Segundo o mesmo, todos os envolvidos, inclusive o professor, puderam adquirir uma nova visão sobre a construção e absorção do conhecimento.

Pereira (2015) apresenta uma proposta de utilização do software Geogebra e pretende avaliar se a utilização desse software como ferramenta pedagógica pode contribuir significativamente no ensino e na aprendizagem de conteúdos de Geometria Plana.

Um dos objetivos do trabalho de Pereira (2015) foi que os alunos compreendessem algumas propriedades da geometria de forma interativa, por meio da manipulação do software para depois, na sala de aula, conhecerem as definições e demonstrações formais, além de avaliar se a utilização do software pode, além de motivar, também ampliar a compreensão qualitativa e quantitativa da eficácia de instrumentos de tecnologia na rotina da sala de aula e, consequentemente, a aprendizagem. Enfim, o autor quis investigar resultados relevantes, enquanto elevação do nível de aprendizagem, interesse por parte do aluno, além de oferecer, para o professor, uma opção metodológica.

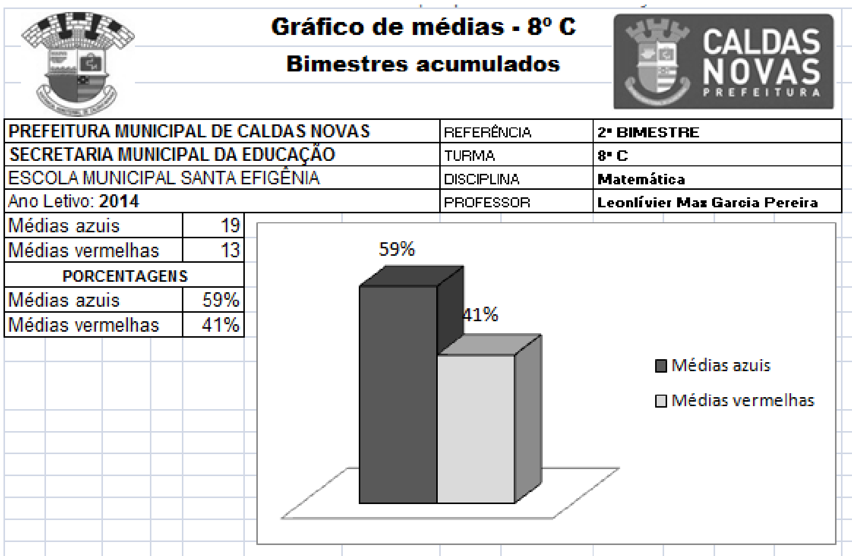
Para isto, foi feito um questionário diagnóstico, que permitiu estimar o perfil e a realidade dos alunos frente à utilização de computadores e softwares no dia-a-dia, em casa e no ambiente escolar. Ciente dessa realidade, foram planejadas aulas práticas com a utilização do Geogebra, inicialmente para o conhecimento do software e posteriormente para a aprendizagem de conteúdos de Geometria.

> Com isso, como mostrou o questionário inicial, os professores utilizam apenas recursos visuais de pouca ou nenhuma interatividade em suas aulas. Nesse contexto, Kenski afirma que a imagem, o som e o movimento oferecem informações mais realistas em relação ao que está sendo ensinado. Porém, recursos que permitem que o aluno construa, movimente, calcule, enfim, interaja com o conteúdo, mostram que existe uma aplicação prática no que está sendo aprendido. (PEREREIRA, 2015. p. 34).

Comparando com o questionário final o autor desenvolveu as atividades, dando ênfase ao uso do Geogebra como ferramenta para introduzir as noções conceituais e as propriedades da geometria plana estudadas.

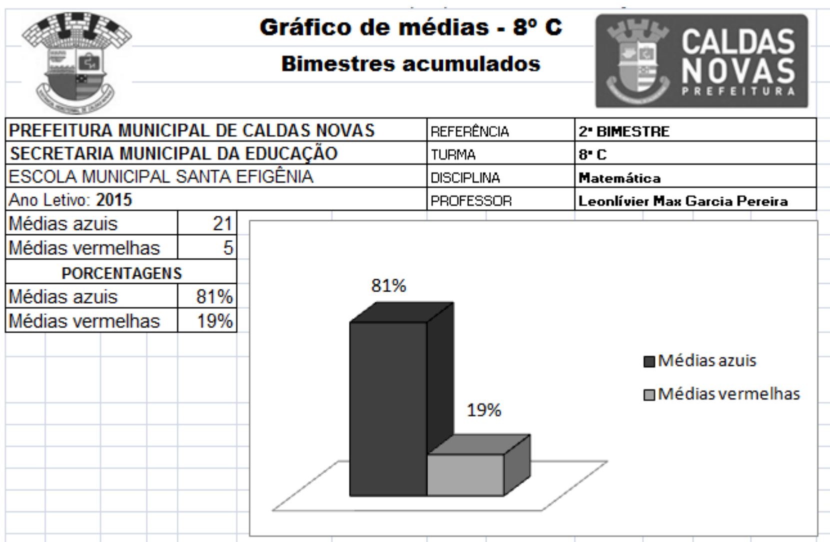
Analisando os gráficos abaixo podemos verificar que houve um aumento de 59% para 81% nas médias azuis num comparativo entre a turma do ano de 2014 e turma de 2015 onde foi aplicada a proposta.

Figura 5 – Médias azuis e vermelhas antes da aplicação da sequência didática.



Fonte: Pereira (2015, p. 59)

Figura 6 – Médias azuis e vermelhas após a aplicação da sequência didática



Fonte: Pereira (2015, p. 59)

O autor concluiu que a utilização do software, em sua sequência didática, trouxe resultados satisfatórios, pois a grande motivação apresentada pelos alunos permitiu uma participação ativa e, consequentemente, uma maior aprendizagem.

2.2.3 Estudos teóricos/investigativos

Nascimento (2008) fez um estudo com o objetivo de investigar as relações entre os conhecimentos geométricos, as atitudes em relação à geometria e a confiança dos graduandos de um curso de Licenciatura em Matemática segundo os seguintes questionamentos:

“Quais as relações entre as atitudes em relação à geometria, a confiança em solução de problemas geométricos e os conhecimentos declarativos e procedimentais referentes à geometria plana?”;

“Existe relação entre a atitude referente à geometria e o domínio dos conhecimentos geométricos?”;

“Existe relação entre a confiança em solução de problemas geométricos e os conhecimentos em geometria?”;

“Existe relação entre a confiança em solução de problemas geométricos a atitude referente à geometria?”;

“Quais as principais dificuldades apresentadas por futuros professores de matemática na resolução de problemas envolvendo conceitos geométricos, tais como congruência e semelhança de triângulos, o triângulo retângulo e as relações métricas no triângulo retângulo, área e equivalência de triângulos?”.

Foram utilizados como instrumentos de coleta de dados um questionário informativo, escala de atitudes com relação à geometria, provas de conhecimento, e teste de confiança relativo às mesmas, os questionários foram aplicados à 71 alunos dos quatro anos de um curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Pública do Estado de São Paulo.

Obtiveram-se os seguintes resultados: os participantes possuíam atitude positiva em relação à geometria; as atitudes em relação à geometria se relacionam com o domínio dos conhecimentos desse conteúdo; na resolução de problemas geométricos, quando a confiança é alta, existe um bom desempenho e quando a confiança é baixa, esta acarreta na queda no desempenho; a confiança era maior na resolução de problemas “Calcule”, “Determine” e “O que é”, nos quais obtiveram bons desempenhos; a menor confiança estava na prova de conhecimentos procedimentais e declarativos (demonstrações), evidenciando que independente da turma/ano os estudantes não se sentem seguros para realizar demonstrações matemáticas o que foi confirmado na prova de desempenho, pois obtiveram a menor pontuação; ao longo do curso os alunos passam a ser mais confiantes e também a ter um maior domínio do conhecimento, e também ficam com atitudes mais positivas em relação à geometria, do que os alunos que são ingressantes.

Medeiros (2012) desenvolveu uma investigação a respeito da evolução do ensino de Geometria, em especial o ensino de semelhança de triângulos, a partir de uma análise histórica dos livros didáticos utilizados. Ele visa justificar a importância do ensino de geometria na educação básica e indicar como a semelhança de triângulos serve como ponto de partida para o ensino de outros conteúdos, tanto dentro da Matemática quanto em outras áreas de estudo. Foi também investigada a viabilidade da formação continuada de qualidade para professores de Matemática através da Educação a Distância. Ao final, apresentou uma proposta de material pedagógico sobre semelhança de triângulos adequada à formação continuada do professor de Matemática na modalidade à distância, por meio de um Ambiente Virtual de Aprendizagem localizado em um sítio na Internet.

O autor faz uma análise dos seguintes livros didáticos:

GEOMETRIA ELEMENTAR DA COLEÇÃO FTD – 1925;

O LIVRO MATEMÁTICA GINASIAL - 1ª SÉRIE – 1947;

O LIVRO MATEMÁTICA - CURSO MODERNO PARA OS GINÁSIOS - 4º VOLUME – 1969;

O LIVRO MATEMÁTICA NA MEDIDA CERTA - 9º ANO – 2010.

Nesta análise o autor verificou a maneira como o conteúdo “semelhança de triângulos” era apresentado nos diversos livros. Uma das maneiras de mapear essa evolução foi comparando livros didáticos de várias épocas, sobretudo aqueles que melhor representam o momento histórico em que estão inseridos.

A forma como este processo de aprendizagem se desenvolveu pode ser fundamentada pela teoria construtivista, particularmente pelos trabalhos de Piaget e Vygotsky. Tais pesquisas revelam que o conhecimento é estruturado, a partir da interação entre o mundo real e o aluno, levando em conta seus pensamentos, ações e linguagem. Por consequência, a construção deste conhecimento repousa no tripé: "o sujeito (quem aprende), o objeto (o que se aprende) e o social (o outro ou o meio)".

Ao pesquisar a evolução histórica do ensino de Geometria, e em particular o de semelhança de triângulos, esse trabalho se deparou com diversos pontos relevantes. Em primeiro lugar, a própria pesquisa com viés histórico da evolução da disciplina escolar Geometria/Matemática foi útil para entender as origens dos problemas que afligem o ensino contemporâneo do tema. A análise de livros didáticos representativos dos principais momentos históricos ajudou a exemplificar e compreender cada um deles, e mostrou como o livro didático moderno foi influenciado pelas obras do passado. Indo além, foi possível detectar que, para uma reforma educacional ser bem sucedida, ela deve ser compreendida e aceita pela cultura escolar. A reação dos professores ao texto didático de Euclides Roxo, escrito em 1929, é um exemplo de que não basta haver interesse governamental para que uma mudança educacional seja bem sucedida. Pois nem mesmo a ditadura do Estado Novo conseguiu dobrar a rejeição dos docentes.

O mesmo pode ser dito em relação ao Movimento da Matemática Moderna (MMM) e a ditadura dos militares, no Brasil na década de 1960. Muitas críticas infundadas são feitas ao MMM em relação ao ensino de Geometria, como se o Movimento fosse contrário a ele.

Mais uma vez os professores se depararam com uma mudança radical de paradigma de ensino, e muitos não conseguiram levar para suas salas de aula a visão axiomática, algebrizada e baseada em teoria de conjuntos, preconizada pelo MMM. O resultado foi um gradativo abandono do ensino de Geometria, conforme informado por Pavanello (1989) em sua pesquisa, de que quase quarenta por cento dos alunos, todos eles professores de Matemática, afirmou ter tido pouco, ou nenhum, contato com Geometria no Ensino Básico. Só esse panorama já é suficiente para justificar um grande investimento em educação continuada de qualidade para os professores de Matemática

Além disso, quase cem por cento dos alunos afirmou estar relacionando a Geometria com outras áreas de conhecimento, como Artes, Física e Geografia, em suas aulas.

O produto dessa pesquisa indica uma possível resposta para o professor criativo e reflexivo. Por intermédio da educação continuada pela EaD, e utilizando os recursos tecnológicos gratuitos disponíveis em grande escala na Internet, este professor que "aprendeu a aprender", pode desenvolver seu Ambiente Virtual de Aprendizagem pessoal.

Finalmente, Medeiros (2012) pretendeu ser um ponto de partida para questionamentos envolvendo a formação continuada de professores com a utilização da Educação a Distância. Seu principal objetivo foi promover uma reflexão sobre como aperfeiçoar o ensino de Geometria a partir de sua evolução histórica.

2.3 CONSULTA AOS DISCENTES SOBRE O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DAS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Após verificar o estado da arte, prosseguimos pesquisando quanto à pertinência do tema relações métricas no triângulo retângulo para os discentes egressos do Ensino Fundamental e para a produção das informações foi elaborado um questionário de perguntas de múltipla escolha destinadas a 100 alunos, egressos do Ensino Fundamental, que cursam o 1° ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual do Município de Belém/Pará.

Este questionário se propunha a pesquisar o: perfil dos alunos e o contexto social escolar em que vivem. Também buscou saber informações sobre o processo de ensino e avaliação em Matemática. Consideramos importante saber quais os assuntos relacionados a relações métricas que os alunos mais têm dificuldades de aprender. Por fim, foi elaborado um teste de oito questões específicas de relações métricas no triângulo retângulo, em especial sobre Teoremas de Pitágoras, com objetivo de saber o grau de proficiência dos alunos sobre este tema.

Neste dia fomos recebidos pela direção da escola e sua coordenação pedagógica para a execução dos trabalhos. Apesar dos alunos não aparentarem uma grande motivação na participação da pesquisa, desenvolvemos o trabalho de forma tranquila e as aplicações foram feitas no horário de aula regular, em virtude dos professores terem gentilmente cedido seus horários de aula, para execução dos trabalhos nas turmas selecionadas.

A aplicação dos questionários e do teste especifico foram realizados no turno matutino e vespertino em 28 de janeiro de 2016. Os questionários foram aplicados em cinco turmas, três pela manhã e duas à tarde, Vale ressaltar que os estudantes foram escolhidos aleatoriamente para participar da pesquisa e que todos concordaram com a pesquisa de acordo com o Termo de

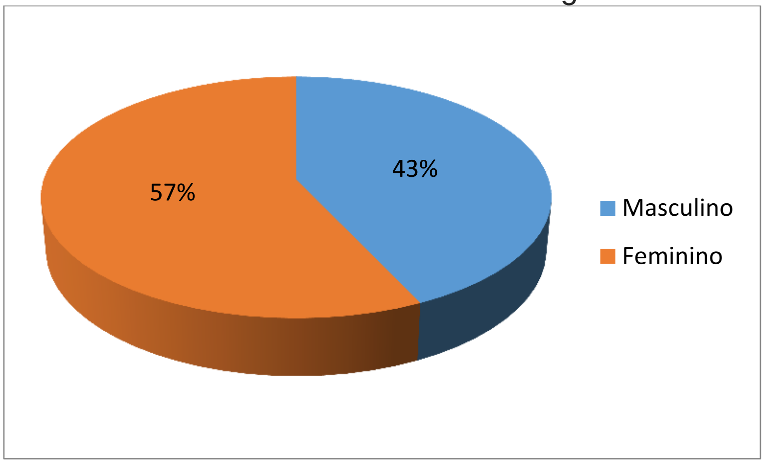
Consentimento Livre e Esclarecido (Modelo no Apêndice A) assinado pelos participantes, ou pelos seus respectivos responsáveis.

O material produzido no processo descrito acima foi organizado, sistematizado e teve seu tratamento de dados realizado com o auxilio de tabelas e gráficos feitos por meio da ferramenta eletrônica disposta no Google Drive em *Formulários Google*. Ferramenta esta que contribui significativamente para a análise dos resultados como veremos a seguir.

2.3.1 Perfil dos discentes egressos

Considerando as informações produzidas via questionário e teste especifico apresentamos os seguintes resultados. Quanto ao gênero, tivemos a participação de 57% feminino e 43% masculino com idades entre 13 a 23 anos, entretanto 86% estavam na faixa etária entre 15 a17 anos e com uma concentração de 44% com a idade de 16 anos.

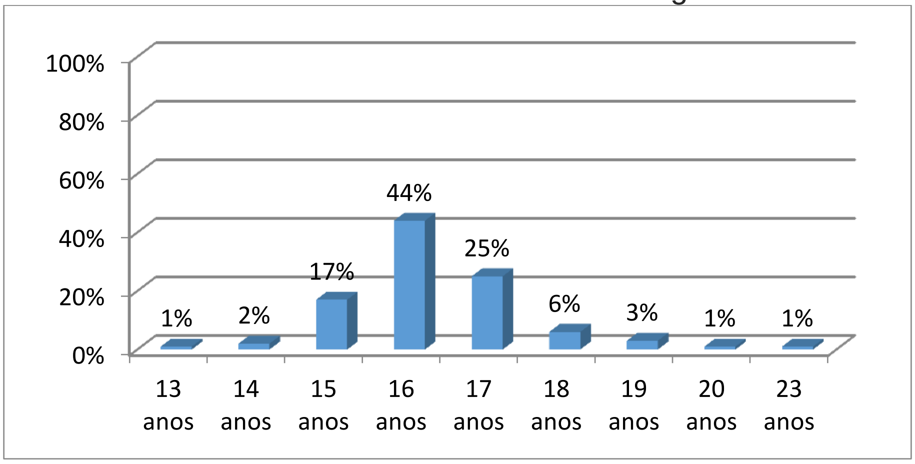
Gráfico 1 – Gênero dos alunos egressos



Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Temos ainda o gráfico da faixa etária dos docentes pesquisados.

Gráfico 2 – Faixa etária dos alunos egressos

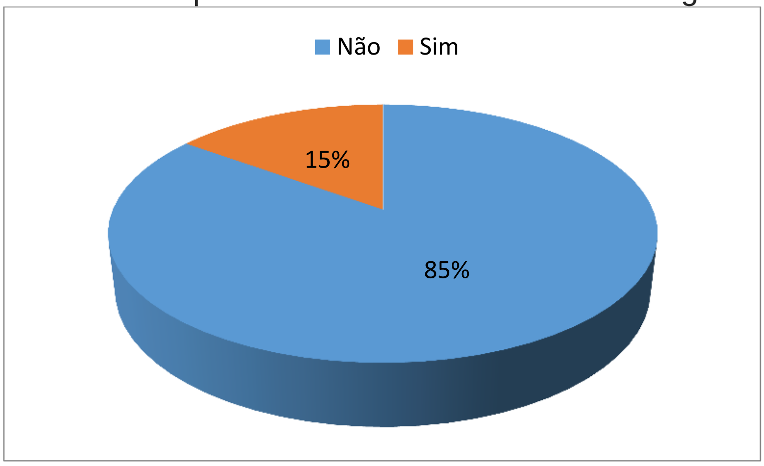


Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Considerando que a Lei nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006 que nos diz que *“O ensino fundamental obrigatório, com duração de 9 (nove) anos, gratuito na escola pública, iniciando-se aos 6 (seis) anos de idade”*, e levando em consideração a idade de inicio do ensino fundamental, então tivemos que a maioria dos alunos está na série correta para sua faixa etária, o que conta como ponto positivo para validação dos dados produzidos no âmbito do ensino regular.

Quanto aos alunos que ficaram em dependência, obtivemos que apenas 15% dos pesquisados já ficaram em dependência em uma ou mais disciplinas. Matemática e Língua Portuguesa lideram esses números com 5% e 4% casos registrados respectivamente.

Gráfico 3 - Dependência de estudos de alunos egressos

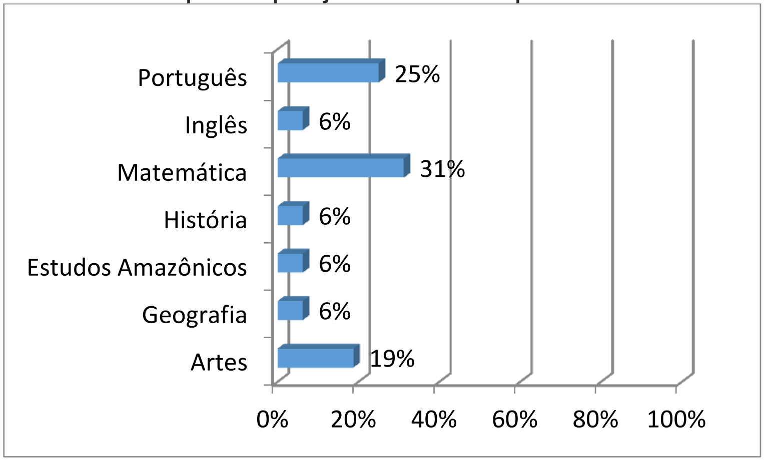


Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Disciplinas estas, que são consideradas as de maior dificuldade entre os alunos como nos mostra os do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) de matemática e no Sistema Paraense de Avaliação

Educacional (SisPAE). Ficando em dependência em Artes teve 3% dos casos e História, geografia, Língua estrangeira (Inglês) e Estudos amazônicos com 1% cada.

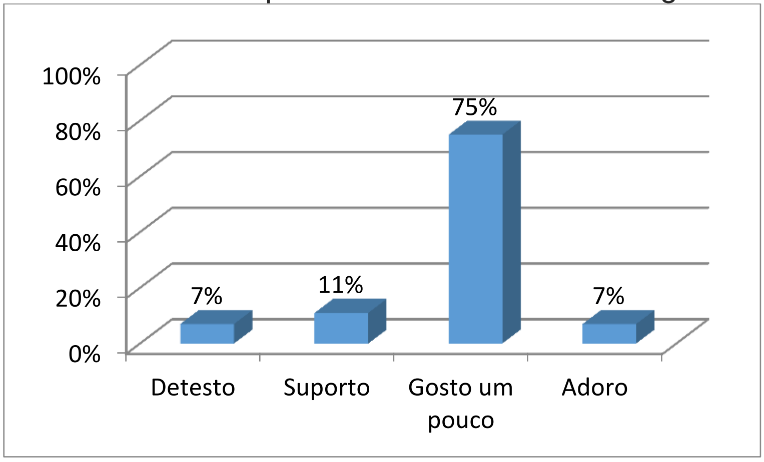
Gráfico 4 – Disciplina que já ficou de dependência de estudos



Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Também foi perguntado sobre a “preferência ou não” sobre a disciplina Matemática, os dados nos mostram que 75% dos alunos *gostam um pouco* de Matemática, 11% *suportam* e 7% foram destinados para o item *“Adoro”* e os mesmos 7% para o item *“detesto”*.

Gráfico 5 – Gosto por matemática de alunos egressos



Fonte: Pesquisa de campo (2016)

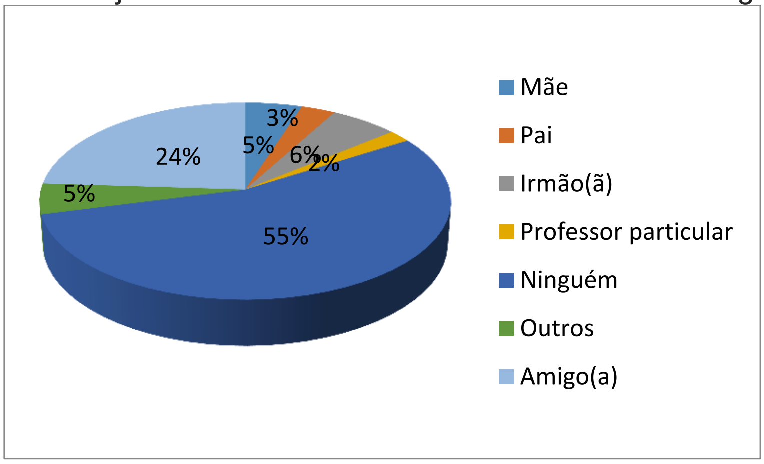
Observamos que a maioria dos alunos tem uma relação que pode ser dita no mínimo agradável com a Matemática. Este item correlaciona com os itens onde à didática que é utilizada representa uma fatia, pequena, mas já significativa de metodologias que diferenciam das habituais: *As aulas começavam com uma situação problema para depois introduzir o assunto; ou com um experimento para chegar ao conceito; ou ainda, Com u m modelo* *para situação e em seguida analisando o modelo e além de Apresentar jogos envolvendo o assunto.*

Quanto ao contexto social e suas implicações, uma das mais importantes questões desta pesquisa foi: *Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?* Obtivemos um resultado que mostra com clareza a falta de participação da família no processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Mesmo tendo na lei de Diretrizes e Bases para Educação em seu Titulo II que tratada dos princípios e fins da educação nacional nos afirmar que:

> A educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho (LDB, 1996, p.1).

Encontramos 79% dos pesquisados não são auxiliados em suas tarefas por *ninguém*. Isto é um fenômeno recorrente na rede publica onde não temos uma frequência significante da família em reuniões de pais e mestres, conselhos e outras atividades realizadas. Por outro lado, percebemos que os alunos que possuem a família frequentemente participativa nas atividades escolares possuem os melhores resultados em suas avaliações e melhor relacionamento com seus pares e que, apenas 2% possuem acompanhamento especializado com professores particulares.

Gráfico 6 – Ajuda nas tarefas de matemática de alunos egressos

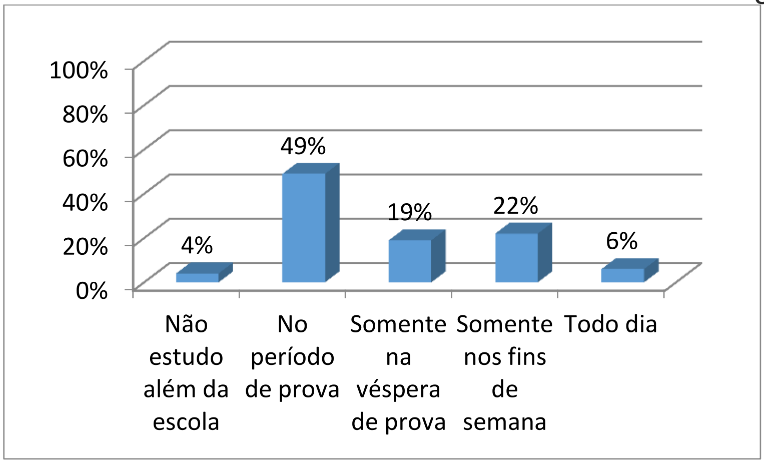


Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Colhemos ainda sobre a participação familiar nas atividades escolares a informação que 19% do auxílio vem do núcleo familiar (*Pai* ‘3%’, *mãe* ‘5%’, *irmão* ‘6%’, *outros* ‘5%’). O tempo disponível e a falta de qualificação, por hipótese, podem ser responsáveis por uma estatística tão baixa. Fica aqui um anseio por uma ampliação desta parcela tão importante, visto que a participação efetiva da família gera resultados positivos em uma gama incomensurável de fatores que levam ao desenvolvimento cognitivo dos discentes.

Outro item nos mostra um dado cultural negativo e relevante onde podemos ser levados a fazer outras relações. O questionamento foi: *Com que frequência você estuda matemática fora da escola?*

Gráfico 7 – Hábitos de estudos em matemática de alunos egressos

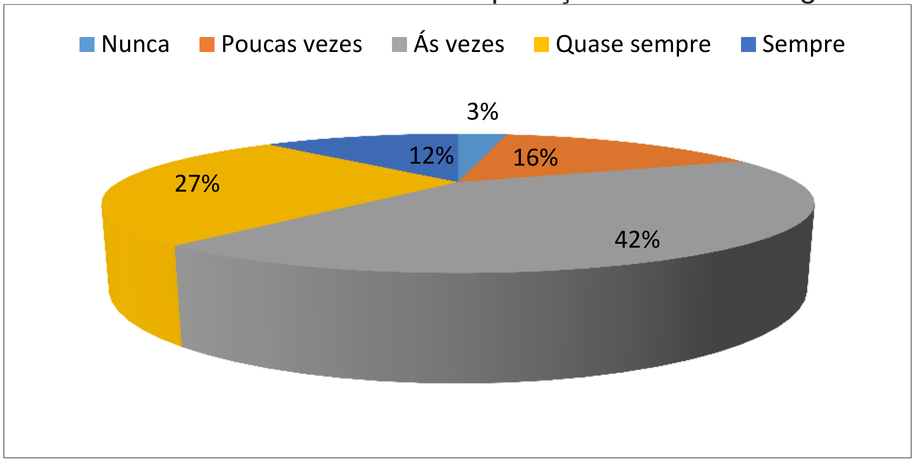


Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Obtivemos uma parcela de apenas 6% dos alunos *estudam todo dia*. 4% dos discentes informaram que *não estudam fora da escola*. *Somente no final de semana* tivemos uma parcela de 22% e "*No período de prova* e *apenas na véspera da prova*" que podem ser considerados itens semelhantes temos uma grossa camada com 68% dos entrevistados, distribuídos entre 19% naquele e 49% neste. Este último dado, é significativo e relevante quando associado ao resultado das questões especificas propostas neste trabalho onde todos os alunos entregaram as questões em branco e mostra que estamos, muito longe de um aprendizado significativo entre os alunos em relações métricas no triângulo retângulo.

Objetivando diagnosticar sobre o entendimento dos alunos quanto as explicações dadas nas aulas de Matemática, tivemos como respostas o termo *Nunca* com 3% e *Poucas vezes* com 19% abrindo um alerta para a dificuldade de entendimento das explicações dadas e com 42% e 27% as respostas de *às vezes* e *Quase sempre* respectivamente.

Gráfico 8 – Entendimento das explicações de alunos egressos

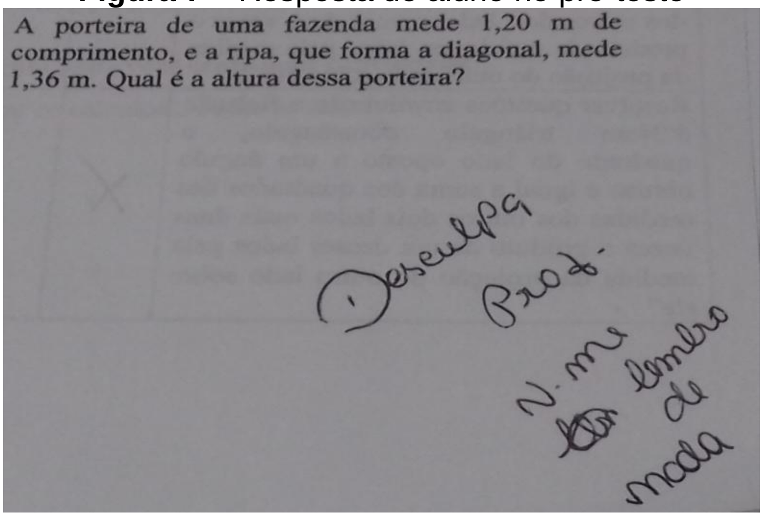


Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Assim, praticamente temos uma representatividade de aproximadamente 80% com alunos que possuem, no mínimo, algum entendimento das explicações nas aulas e isto quando comparado com os resultados dos específicos nos mostra que o conhecimento não é retido, ficando volátil, como visto em Moreira (2010).

Se o esquecimento for total, como se o indivíduo nunca tivesse aprendido certo conteúdo, é provável que a aprendizagem tenha sido mecânica, não significativa. Tal afirmativa está presente em um de nossos testes específicos, como será possível verificar neste trabalho.

Figura 7 – Resposta de aluno no pré-teste

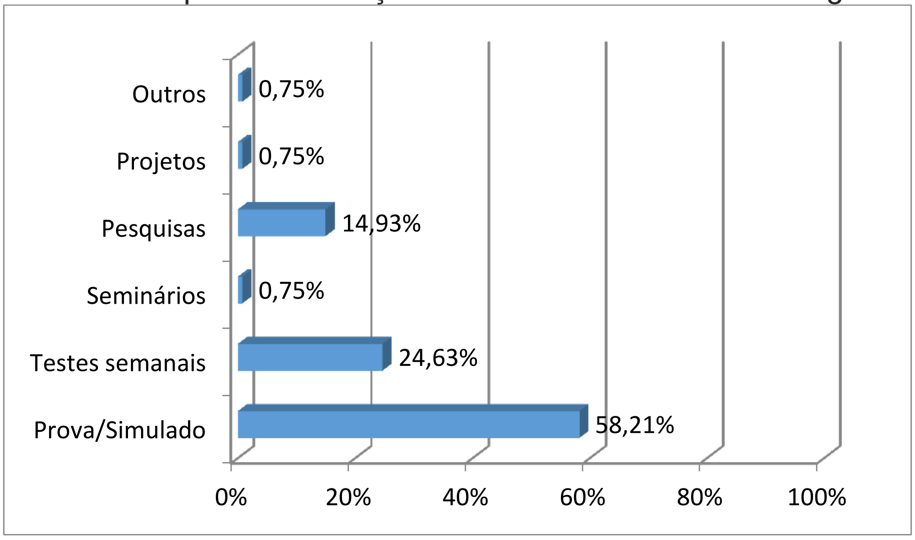


Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Quanto ao processo de avaliação foi questionado: Qual(is) a(s) forma(s) de atividade(s) você costuma ser avaliado em matemática? e obtivemos que 58,21% dos alunos são avaliados em exames no moldes de

Prova/Simulado e 24,63% em testes semanais, pesquisas ficaram com 14,93% das respostas e seminários e projetos com míseros 0,75% cada.

Gráfico 9 – Tipos de avaliação em matemática de alunos egressos

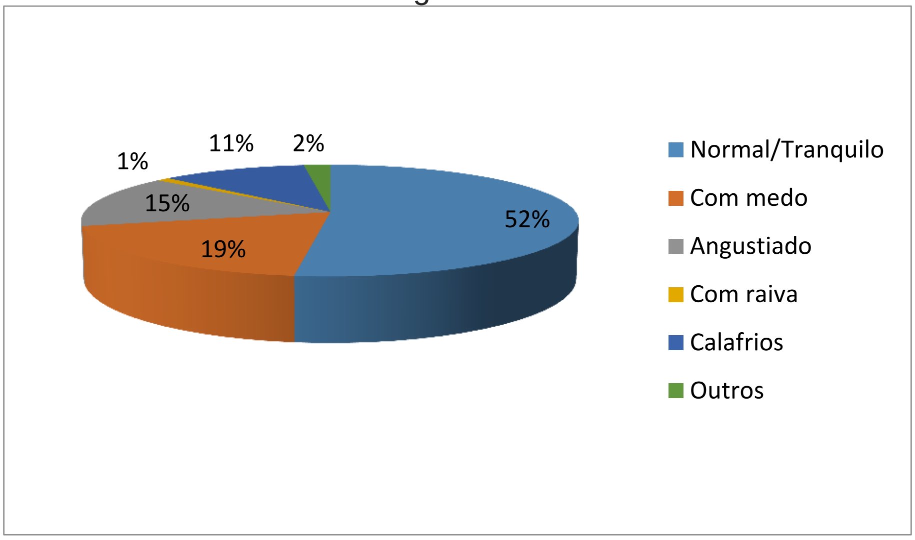


Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Neste questionamento o aluno poderia marcar um ou mais itens, e podemos perceber que a forma de avaliar ainda persiste na realização de exames e normas que remontam os séculos XVI e XVII como nos mostra Luckesi (2011, p. 232).

Ainda tratando-se de avaliação perguntamos: *Como você se sente quando está diante de uma avaliação em matemática?* Percebemos em 52% dos questionários possuem o sentimento dito *Normal/Tranquilo*. Entretanto, Obtivemos um dado não condizente com os dias atuais, 19 % dos alunos informaram que sentem *medo* durante suas avaliações de matemática e 11% sentem *calafrios*.

Gráfico 10 – Sensações diante das avaliações em matemática de alunos egressos



Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Isto demonstra nesses 30% uma relação tensa e conturbada neste processo de avaliação que por muitas vezes é tratada como exames descritos na *Ratio atque Instituio studiorum Societatis Iesu*[2] e algumas suas normas descritas para prova escrita.

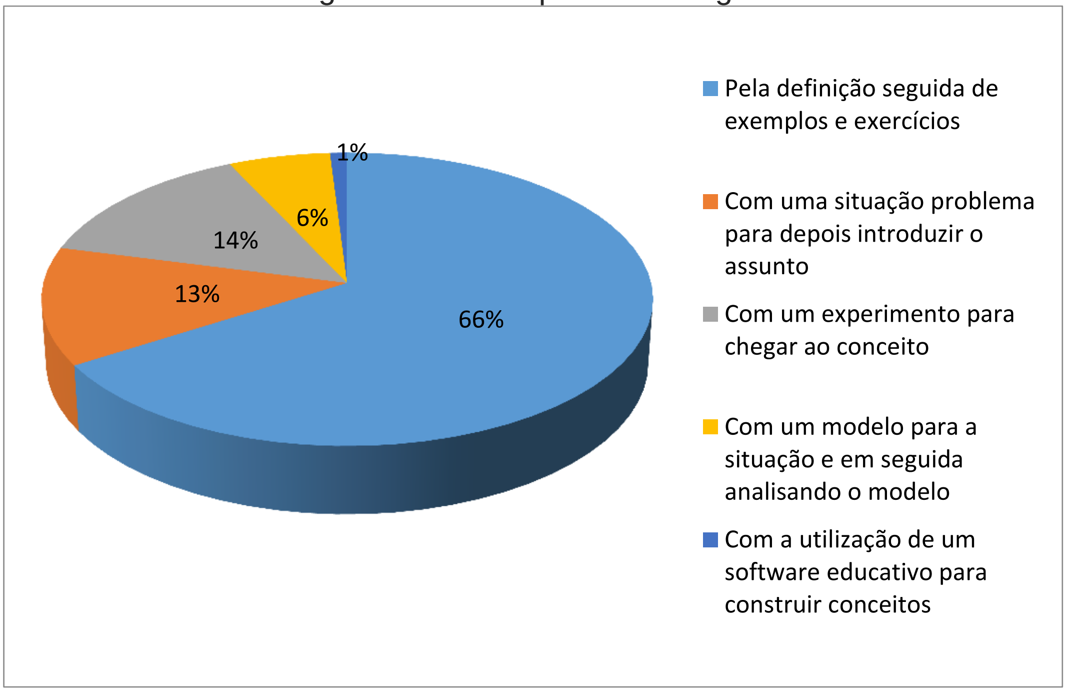
Ainda referente à prática mais comum adotada no ensino de Matemática o professor apresenta o conteúdo oralmente, utilizando as definições do conteúdo, exemplos para aplicar a definição, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de repetição das propriedades objetivando a fixação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução, caso haja uma reprodução correta teremos a evidência de que ocorreu a aprendizagem. (Brasil, 1998, p.37)

Quanto ao processo de ensino-aprendizagem utilizado nas relações métricas no triângulo retângulo, perguntamos como a maioria das aulas começava nos seguintes temas: *Quando você estudou problemas envolvendo "Triângulos" a maioria das aulas começava:*

---

[2] "Ordenamento e institucionalização dos estudos na Sociedade de Jesus". *ratio studiorum* ,1599

Gráfico 11 – Método utilizado nas aulas de relações métricas no triângulo retângulo informado por alunos egressos



Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Corroborando com a metodologia tradicional, 66% dos alunos alunos afirmam que a aula começou *Pela definição seguida de exemplos e exercícios*, 13% disseram que iniciou com uma *situação problema para depois introduzir o assunto* e 14% com um *experimento para chegar ao conceito* além de 6% com um *modelo para situação e em seguida analisando o modelo e* finalmente com 1% a *utilização de um software educativo para construir os conceitos*.

O modelo que apresenta maior representatividade: definição, seguida de exemplos e exercícios é o que se entende por:

> ...método expositivo, que todos conhecem, todos passaram por ele, e muitos estão passando ainda, cuja matriz teórica pode ser identificada nos cinco passos formais de Herbart. Esses passos, que são o passo da preparação, o da apresentação, da comparação e assimilação, da generalização (SAVIANI, 1991, p.55).

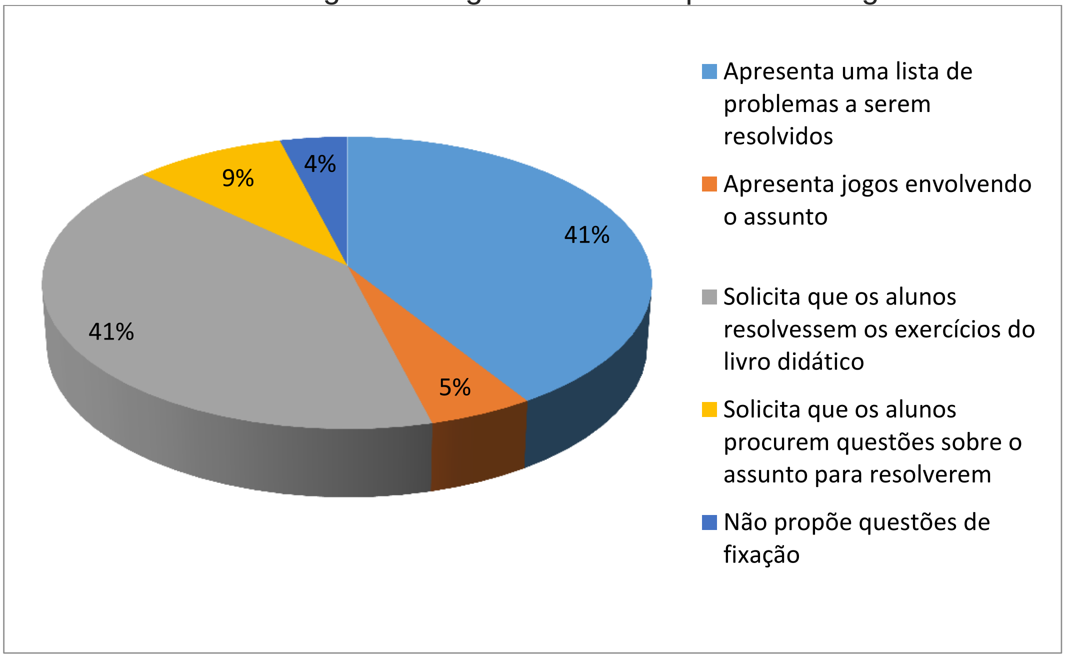
Em seguida, perguntamos quando você estudou problemas envolvendo Relações entre os lados de um triângulo retângulo, "O Teorema de Pitágoras", e a resposta foi de que a maioria das aulas começava: Pela definição seguida de exemplos e exercícios 57%; Com uma situação problema para depois introduzir o assunto 26%; Com um experimento para chegar ao conceito 11%; Com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo 6%; Com a utilização de um software educativo para construir os conceitos 0%.

Esta situação tradicional de ensino-aprendizagem, mostrada nos resultados, deve ser revista pois como visto em Santos:

> O professor ficará estagnado numa prática docente sem avanços, rotineira, que caiu na mesmice, na qual, na maioria das vezes há insatisfação e falta de motivação, não apenas por parte destes, mas também por parte dos alunos que anseiam por mudanças, além de novas propostas e metodologias de ensino (SANTOS, 2015, p. 156).

Os resultados apontaram ainda que, para fixar a resolução de problemas envolvendo outras relações métricas no triângulo o(a) seu(a) professor(a) costumava: Apresentar uma lista de problemas a serem resolvidos 41 %; Apresentar jogos envolvendo o assunto 5 %; Solicitar que os alunos resolvessem os exercícios do livro didático 41 %; Solicitar que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolverem 9 %; Não propõe questões de fixação 4 %.

Gráfico 12 – Fixação de resolução de problemas envolvendo as relações métricas no triângulo retângulo informado por alunos egressos

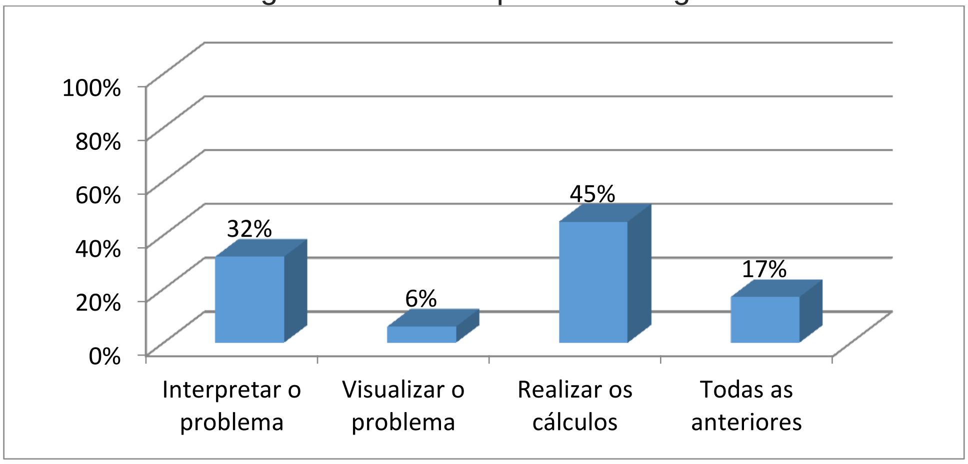


Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Fica evidente nos itens acima que a metodologia de resolução de exercícios é a mais utilizada nesta amostra já que os itens com maior frequência são “lista de problemas e resolver exercícios do livro didático” esta metodologia vem sendo trabalhada ao longo de vários séculos mundo afora e mais intensamente no Brasil após o Movimento da Matemática Moderna nas décadas de 50 e 60 do século passado.

Respondendo quanto ao estudo das Relações Métricas no Triângulo onde você sente mais dificuldade? Obtivemos como respostas que Interpretar o problema 32 %; Visualizar o problema 6 %; Realizar os cálculos 45 %; Todas as anteriores 17 %.

Gráfico 13 – Dificuldades no estudo de relações métricas no triângulo retângulo informadas por alunos egressos



Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Quanto ao estudo das Relações Métricas no Triângulo onde você sente mais dificuldade? Interpretar o problema 32%; Visualizar o problema 6%; Realizar os cálculos 45%; Todas as anteriores 17%.

2.3.2 Avaliação discente acerca de sua aprendizagem nas relações métricas no triângulo retângulo

Analisamos agora as respostas dos discentes de acordo com suas percepções sobre o grau de dificuldades apresentadas no aprendizado de assuntos relacionados à resolução de questões envolvendo as relações métricas no triângulo retângulo, de acordo com seus conhecimentos.

Quadro 7 – Grau de dificuldade dos alunos em Relações Métricas no Triângulo Retângulo

Relação/Atividade	**Grau de dificuldade para os alunos aprenderem**					
	Não Lembra	**Muito Fácil**	**Fácil**	**Regular**	**Difícil**	**Muito Difícil**
"Teorema de Pitágoras" $a^2 = b^2 + c^2$	20%	4%	11%	40%	18%	7%
$a = m + n$	41%	1%	5%	29%	16%	8%
$h^2 = m \cdot n$	53%	2%	2%	23%	12%	8%
$b^2 = a \cdot n$	55%	1%	3%	23%	10%	8%
$c^2 = a \cdot m$	53%	1%	5%	23%	11%	7%
$a \cdot h = b \cdot c$	53%	3%	3%	22%	12%	7%
Resolver questões envolvendo a Relação 1 "Teorema da Pitágoras"	33%	2%	10%	30%	15%	10%
Resolver questões envolvendo a Relação 2 "A hipotenusa é a soma das projeções"	36%	0%	13%	29%	16%	6%
Resolver questões envolvendo a Relação 3 "O quadrado da altura é igual ao produto das projeções"	40%	2%	8%	26%	20%	4%
Resolver questões envolvendo a Relação 4 "O quadrado do cateto é igual ao produto da hipotenusa pela projeção desse cateto"	41%	2%	14%	25%	12%	6%
Resolver questões envolvendo a Relação 5 "O quadrado do cateto é igual ao produto da hipotenusa pela projeção desse cateto"	47%	1%	9%	25%	12%	6%
Resolver questões envolvendo a Relação 6 "O produto dos catetos é igual ao produto da hipotenusa pela altura"	47%	1%	6%	22%	16%	8%

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

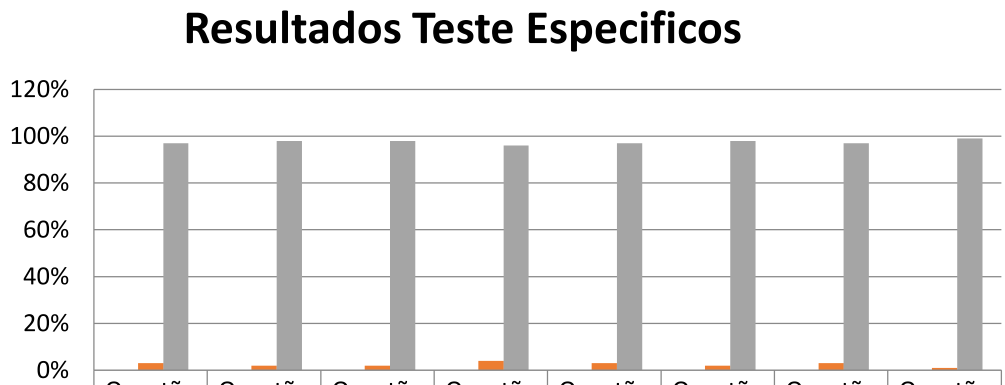
A análise da tabela acima revelou que, para os discentes, a maioria dos itens relacionados à resolução de questões envolvendo as relações métricas no triângulo retângulo não se lembra de ter estudado as relações.

A exceção a esta regra é o Teorema de Pitágoras em que 80% lembraram e 40% consideram ser regular o grau de dificuldade para o aprendizado. A seguir apresentamos os desempenhos dos discentes nos testes.

2.3.3 Dados sobre o resultado do teste específico nas relações métricas no triângulo retângulo

Dos 100 testes específicos aplicados obtivemos o seguinte resultado:

Gráfico 14 – Resultados dos testes específicos



	Questão 01	Questão 02	Questão 03	Questão 04	Questão 05	Questão 06	Questão 07	Questão 08
Correta	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Errada	3%	2%	2%	4%	3%	2%	3%	1%
Em branco	97%	98%	98%	96%	97%	98%	97%	99%

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Ao avaliar os resultados dos testes específicos, temos que considerar como uma relação extremamente importante, o fato de que as questões foram propostas a alunos recém egressos do Ensino Fundamental, que estão cursando o 1º ano do Ensino Médio. Nesse sentido, podemos relacionar dois itens significativos em nosso trabalho: - *“Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?”* onde obtivemos que 79% dos participantes não possuem acompanhamento em sua vida escolar, pois infelizmente esse acompanhamento é deixado em segundo plano e não é ofertado à maioria dos alunos e que certamente gera um aprendizado passageiro e não significativo, levando-nos a crer que a prática de estudar tem uma finalidade simples e bem definida: a avaliação, ou o exame, conforme descreve Lukesi (2011). Assim como os alunos não foram avisados do teste, não haviam se preparado para resolução das questões especificas propostas.

Por fim, não podemos desconsiderar que realmente boa parte dos alunos demonstrou desconhecer os conceitos das relações métricas do triângulo retângulo e suas aplicações proporcionando assim números lamentáveis, o que nos dá ainda mais motivação para buscarmos metodologias que mudem esse cenário tão difícil.

3. METODOLOGIA

É a partir da metodologia da Engenharia Didática de segunda geração, aliada às atividades de redescoberta, que pretendemos utilizar o software educativo Geogebra, a fim de proporcionar uma alternativa para que os alunos consigam obter uma melhoria cognitiva, e de avaliação crítica, em relação à compreensão das relações métricas no triângulo retângulo, fazendo-se valer das funcionalidades inerentes a este software.

Segundo Sá (2009, p. 23) as atividades de redescoberta consistem em oportunizar ao aluno as habilidades de observação, levantamento de hipóteses, registro, discussão de resultados e elaboração de conclusões. Essas atividades devidamente estruturadas levam o aluno a (re)descobrir o conhecimento matemático envolvido na atividade.

Em particular, a redescoberta proposta em nossas atividades leva à observação, à interpretação e à tomada conclusão após a organização dos dados em tabelas de fácil compreensão. O Geogebra permite a visualização da construção progressiva dos triângulos em "tempo real", tornando assim o conteúdo trabalhado em sala de aula em um conhecimento mais válido, significativo e valorizado por estes alunos na sua vida escolar.

O desenvolvimento da pesquisa experimental utilizou como metodologia de investigação a Engenharia Didática que emergiu na didática da matemática no inicio dos anos 1980. Sustentada pelos pesquisadores Yves Chevallar e Guy Brousseau em 1982 e posteriormente por Michéle Artigue, referendadas em Sá e Alves (2011).

Artigue (1988), mostra que o termo "Engenharia Didática" foi embutido ao trabalho didático ao compararmos este, com o trabalho de um engenheiro que, para realizar um projeto, apoia-se em conhecimentos científicos e aceita um controle de tipo científico. Contudo ao definir padrões, mesmo científicos, o pesquisador da educação deve trabalhar com objetos de estudo que não seguem totalmente padrões lógicos, portanto são mais complexos. Mesmo assim, lança-se mão de todos os meios para resolver os problemas que não foram previstos ou levados em conta, mostrando a complexidade do objeto de estudo da Engenharia Didática.

De acordo com os autores citados, a Engenharia Didática voltada à pesquisa em educação, mais precisamente Educação Matemática pode comparar-se ao modelo de pesquisa experimental, e se caracteriza por modelo experimental baseado em atividades didáticas em sala de aula de tal forma que se permita avaliar o antes e o depois, ou confrontar as análises a priori e a posteriori.

Para desenvolver-se uma pesquisa nesses pressupostos, deve-se distribuir a pesquisa em 4 fases como nos mostra Almouloud e Silva (2012)

Fase 1: Análises prévias

São considerações iniciais sobre o estado da arte, sobre o assunto em questão, incluindo análise do ensino atual e seus efeitos, das concepções dos alunos, dificuldades e obstáculos, e análise do campo das restrições e exigências no qual vai se situar a efetiva realização didática.

Fase 2: Concepção e análise a priori

Deve-se aqui delimitar as variáveis que permeiam o sistema sobre os quais o ensino pode atuar, levando em consideração os seguintes pontos:

Descrever as escolhas feitas no nível local (relacionando-as eventualmente com as seleções globais) e as características da situação adidática desenvolvida;

Analisar de que forma o aluno pode se comportar diante das possibilidades de ação, seleção, decisão, controle e validação durante a experimentação.

Fase 3: Experimentação

É a própria aplicação da sequência didática buscando os objetivos e condições da realização da pesquisa. Devendo portanto, ser estabelecido o contrato didático e registrado minuciosamente as observações feitas durante a experimentação.

Fase 4: Análise a posteriori e validação

Consiste em uma análise dos dados produzidos ao longo da experimentação: produção dos alunos, registros em fotos, vídeos, áudio e anotações de “diário de bordo”. Levando a confrontação com a análise *a priori* para que seja feita a validação ou não das hipóteses formuladas na investigação.

A Engenharia Didática vem proporcionando em muitos trabalhos em Educação Matemática um retorno mais prático da pesquisa, um produto final endereçado aos que se interessam pelo tema, contribuindo de sobremaneira com a formação de bases sólidas nas pesquisas em Educação Matemática como mostrado nas pesquisas de Gomes (2013), Corrêa (2013), Graça (2011), entre outros.

Ao final desta pesquisa objetivamos gerar uma sequência didática sobre relações métricas no triângulo retângulo que esteja unindo a pesquisa e as atividades estruturadas para o ensino regular, levando-nos a enquadrar nossa pesquisa na Engenharia Didática da segunda geração segundo Perrin-Glorian 2009, visto em Almouloud e Silva (2012).

> Uma engenharia didática de segunda geração, segundo Perrin-Glorian, tem por primeiro objetivo o desenvolvimento de recursos (ou objeto de aprendizagem) para o ensino regular, ou a formação de professores. O que, consequentemente, necessita de vários níveis de construção. Podem-se distinguir dois tipos de engenharias didáticas em função da pergunta inicial da investigação, sendo a Engenharia Didática para a Investigação (IDR) e a Engenharia Didática de Desenvolvimento (IDD).(ALMOULOUD E SILVA, 2012, p. 28).

Na IDR procura-se fazer emergir fenômenos didáticos e estudá-los, com a intenção de um avanço nos resultados da investigação, sem preocupação imediata de uma eventual divulgação mais ampla das situações utilizadas. Por outro lado, na IDD, o objetivo é a produção de recursos para professores ou para a formação de professores.

Na Engenharia Didática de Desenvolvimento é necessário prever adaptações das situações didáticas e meios para conduzi-los, além de uma flexibilidade nas decisões a serem tomadas.

De tal forma que enquadramos nossa pesquisa na vertente da Engenharia Didática de Desenvolvimento (IDD), pois tem como principais características a flexibilidade nas decisões e a responsabilidade do professor no ensino sem a participação deste na pesquisa.

Posto isso, desenvolvemos 8 atividades didáticas estruturadas, que buscam verificar como se dá o ensino das relações métricas no triângulo retângulo:

Quadro 8 – Objetivos por cada Atividade

Atividades didáticas	**Construir por meio da redescoberta**
Atividade 1	Conhecer os entes do triângulo retângulo
Atividade 2	A relação a = m+n
Atividade 3	A relação a.h = b.c
Atividade 4	A relação $b^2 = a.m$
Atividade 5	A relação $c^2 = a.n$
Atividade 6	A relação $h^2 = m.n$
Atividade 7	A relação $a^2 = b^2 + c^2$
Atividade 8	A recíproca do Teorema de Pitágoras.

Fonte: Autor (2017)

4. CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI

Apresentaremos os resultados da segunda etapa da nossa pesquisa conforme estabelecido nos procedimentos da Engenharia Didática: Concepção e análise a *priori*. Nesse momento, adotamos a metodologia de ensino da Matemática por atividades, com base nos estudos de Sá (2009) e Sá e Jucá (2014). O ensino da Matemática por atividades tem como principal característica, segundo Sá (2009), a interação do aluno com o professor e seus colegas durante o processo de construção do conhecimento.

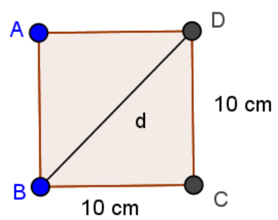
Assim, construímos uma sequência didática com 8 (oito) atividades para trabalhar as relações métricas no triângulo retângulo, além de 7 (sete) atividades de fixação na forma de lista de questões

Vale ressaltar que aplicamos as mesmas questões do pré teste no pós teste, comparando os resultados encontrados. Organizando-os utilizando tabelas, gráficos e o método teste de hipótese.

A seguir apresentaremos a análise a *priori* de cada questão que constituíra o pré e pós-teste, assim como as análises a *priori* das atividades pertencentes a nossa sequência didática.

4.1 ANÁLISE A *PRIORI* DO PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE

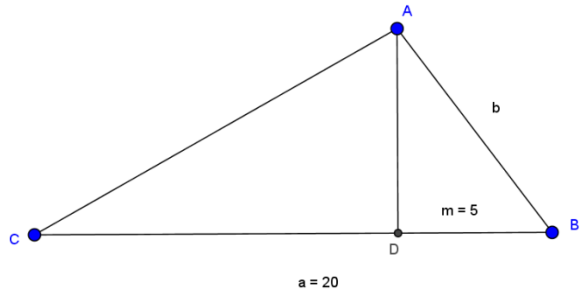
1ª Questão: Calcule a Diagonal de um quadrado cujo lado mede 10 cm.



Análise a *priori* do Pré-teste: Os alunos não conseguirão resolver a questão, já que ainda não estudaram o assunto.

Análise a *priori* do Pós-teste: Os alunos encontrarão a resposta correta, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos na atividade referente ao teorema de Pitágoras.

2ª Questão: No Triângulo Retângulo ABC retângulo em A, determine a medida do cateto b.



Análise a *priori* do Pré-teste: Os alunos não conseguirão resolver a questão, já que ainda não estudaram o assunto.

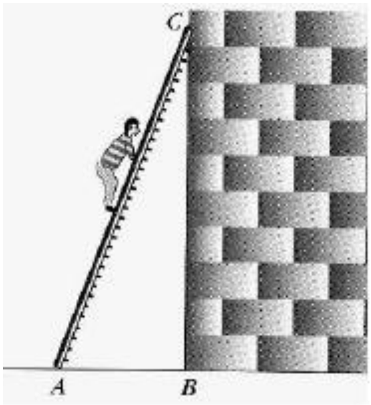
Análise a *priori* do Pós-teste: Os alunos encontrarão a resposta correta, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos na atividade referente a relação métrica $b^2 = a.m$.

3ª Questão: Em um triângulo retângulo os catetos medem 6 cm e 8 cm. Determine o valor da altura relativa à hipotenusa desse triângulo, sabendo que a hipotenusa mede 10 cm.

Análise a priori do Pré-teste: Os alunos não conseguirão resolver a questão, já que ainda não estudaram o assunto.

Análise a priori do Pós-teste: Os alunos encontrarão a resposta correta, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos na atividade referente a relação $a.h = b.c$.

4ª Questão: Um encanador precisa chegar ao topo de uma casa para consertar a caixa d'água. Sabe-se que a casa tem 4 metros de altura e a escada tem 5 metros.

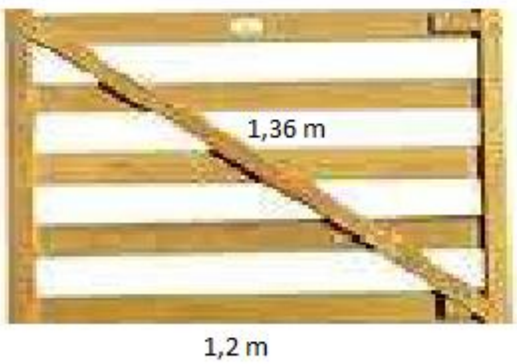


A que distância AB da parede ele deve posicionar a escada para que ela chegue exatamente até o topo da casa?

Análise a *priori* do Pré-teste: Os alunos não conseguirão resolver a questão, já que ainda não estudaram o assunto.

Análise a *priori* do Pós-teste: Os alunos encontrarão a resposta correta, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos na atividade referente ao teorema de Pitágoras.

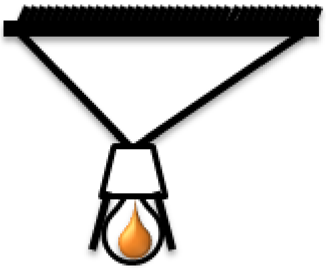
5ª Questão: É comum encontrarmos uma ripa na diagonal de porteiras de madeira como na figura. Isso se deve a rigidez dos triângulos, que não se deformam facilmente. Assim, uma porteira que mede 1,20 m de comprimento, possui uma ripa em sua diagonal medindo 1,36 m. Qual é a altura dessa porteira?



Análise a *priori* do Pré-teste: Os alunos não conseguirão resolver a questão, já que ainda não estudaram o assunto.

Análise a *priori* do Pós-teste: Os alunos encontrarão a resposta correta, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos na atividade referente ao Teorema de Pitágoras.

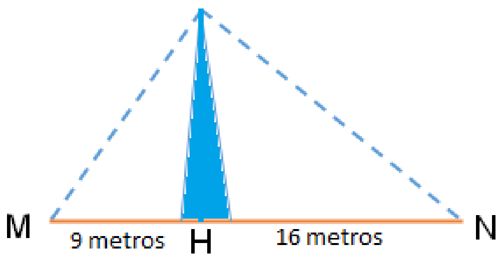
6ª Questão: O lampião representado na figura está suspenso por duas cordas perpendiculares entre si presas ao teto. Sabendo que essas cordas medem 12 cm e 16 cm, determine a distância do lampião ao teto.



Análise a *priori* do Pré-teste: Os alunos não conseguirão resolver a questão, já que ainda não estudaram o assunto.

Análise a *priori* do Pós-teste: Os alunos encontrarão a resposta correta, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos na atividade referente ao teorema de Pitágoras e a relação a.h = b.c.

7ª Questão: Em um terreno plano e horizontal, um topógrafo marcou um ponto M a 9m do centro H da base de uma torre vertical. A seguir, marcou um ponto N na semirreta oposta de HM, a 16m de H, observando que os pontos M, N e o pico da torre determinavam um triângulo retângulo. Qual a altura da torre?



Análise a *priori* do Pré-teste: Os alunos não conseguirão resolver a questão, já que ainda não estudaram o assunto.

Análise a *priori* do Pós-teste: Os alunos encontrarão a resposta correta, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos na atividade referente a relação $h^2 = m.n$.

8ª Questão: Um triângulo possui os ângulos internos com as seguintes medidas: 30°, 60° e 90°, portanto, quanto aos ângulos podemos dizer que esse triângulo é um:

a) Triângulo Retângulo

b) Triângulo Isósceles

c) Triângulo Acutângulo

d) Triângulo Obtusângulo

e) Triângulo Equilátero

Análise a *priori* do Pré-teste: Os alunos não conseguirão marcar a alternativa correta, já que ainda não estudaram o assunto.

Análise a *priori* do Pós-teste: Os alunos encontrarão a resposta correta, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos na atividade.

9ª Questão: Um segmento de reta vai de um dos vértices do triângulo até o lado oposto, formando com este um ângulo de 90º. Como chamamos este segmento de reta.

a) Lado do triângulo

b) Projeção do cateto

c) Altura do Triângulo

d) Área do triângulo

e) Perímetro do Triângulo.

Análise a *priori* do Pré-teste: Os alunos não conseguirão marcar a alternativa correta, já que ainda não estudaram o assunto.

Análise a *priori* do Pós-teste: Os alunos encontrarão a resposta correta, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos na atividade.

10ª Questão: Como recebe o nome do teorema que relaciona os três lados de um triângulo retângulo, da seguinte forma; “O quadrado formado sobre o lado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados formados sobre os lados dos catetos”.

a) Teoremas de Newton.

b) Teorema de Euller.

c) Teorema de Gauss.

d) Teorema de Pitágoras.

e) Teorema de Al-Khwarizmi.

Análise a *priori* do Pré-teste: Os alunos não conseguirão marcar a alternativa correta, já que ainda não estudaram o assunto.

Análise a *priori* do Pós-teste: Os alunos encontrarão a resposta correta, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos na atividade.

11ª Questão: Sobre as propriedades, características e resultados a respeito de triângulos, marque a alternativa correta:

a) A soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é sempre igual a 180°.

b) A soma dos lados de um triângulo sempre é igual à sua área.

c) A soma de dois lados de um triângulo é sempre menor que o terceiro lado, que não foi somado.

d) Os triângulos retângulos possuem um único ângulo raso.

e) Um triângulo que possui três lados iguais é chamado de isósceles.

Análise a *priori* do Pré-teste: Os alunos não conseguirão marcar a alternativa correta, já que ainda não estudaram o assunto.

Análise a *priori* do Pós-teste: Os alunos encontrarão a resposta correta, pois utilizarão os conhecimentos adquiridos na atividade.

4.2 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE A *PRIORI* DAS ATIVIDADES PARA ABORDAGEM DAS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Inicialmente não utilizamos as relações métricas diretamente, pois não queríamos que o aluno memorize fórmulas sem compreender que resultam da semelhança de triângulos.

Na primeira parte da atividade o aluno visualizaria um triângulo retângulo com ângulos e lados dados, incluindo outras medidas como as projeções dos catetos e a altura em relação à hipotenusa.

Na descrição das atividades, que se deram por meio de encontros, apresentaremos o título da atividade, seus objetivos, os materiais necessários à sua realização e os procedimentos que deveriam ser seguidos. Foram feitas observações, análises e conclusões pelos alunos em relação à atividade, buscando criar um método sistemático para construção de conhecimentos matemáticos propostos na atividade.

Apresentaremos as atividades propostas para o ensino e aprendizagem das relações métricas no triângulo retângulo com suas respectivas análises a *priori*.

4.2.1 Atividade de ensino I

ATIVIDADE DE ENSINO i
Título: Apresentação do Triângulo Retângulo **Objetivo:** Mostrar o triângulo retângulo, nomeando seus componentes e criando bases para a execução das atividades. **Material:** Computador, Projetor, fichas de observação, fichas de exercícios de fixação. **Procedimentos:** Serão apresentados aos alunos, via projeção, oito triângulos retângulos criados no software educativo Geogebra com suas respectivas medidas indicadas para que os alunos possam observar e retirar os dados necessários para preenchimento das fichas de observação. **Local e data:** ____ Serão apresentadas em seguida as conclusões que podem ser inferidas da fichas de observação sendo direcionadas pelo professor as conclusões esperadas.

Análise a *priori* da Atividade I: Nessa atividade, nossa expectativa era de que os alunos se habituassem com a dinâmica da sequência didática e conhecem todos os segmentos que compõem um triângulo retângulo.

4.2.2 Atividade de ensino II

ATIVIDADE DE ENSINO II

Título: A hipotenusa e as projeções dos catetos
Objetivo: Descobrir a relação existente entre as medidas das projeções dos catetos sobre a hipotenusa

Material: Computador, projetor, fichas de observação, fichas de exercícios de fixação, lápis ou caneta e calculadora.

Procedimentos: Para cada triângulo retângulo projetado o aluno deverá completar as linhas dispostas na ficha de observação, anotação e análise objetivando descobrir um padrão e estabelecer uma relação matemática “equação algébrica” entre a hipotenusa e as projeções.

Local e data: ____

Serão apresentadas em seguida as conclusões que podem ser inferidas da ficha de observação sendo direcionadas pelo professor as conclusões esperadas.

Análise a *priori* da atividade II: Nesta atividade, nossa expectativa era de que os alunos observassem, extraíssem dos triângulos projetados, com eficiência os dados necessários e com o auxílio ou não, da calculadora fizessem os cálculos necessários para chegar à conclusão de que os resultados encontrados na coluna da medida da hipotenusa (a) sejam os mesmos resultados encontrados na coluna da soma das projeções (m + n).

4.2.3 Atividade de ensino III

ATIVIDADE DE ENSINO III
Título: A hipotenusa, o cateto e sua projeção.
Objetivo: Descobrir a relação existente entre as medidas do cateto, sua projeção e a hipotenusa.
Material: Computador, projetor, fichas de observação, fichas de exercícios de fixação.
Procedimentos: Para cada triângulo retângulo projetado o aluno deverá completar as linhas dispostas na ficha de observação, anotação e análise objetivando Descobrir um padrão e estabelecer uma relação matemática "equação algébrica" entre hipotenusa, cateto e sua projeção.
Local e data: ____
Serão apresentadas em seguida as conclusões que podem ser inferidas da ficha de observação sendo direcionadas pelo professor as conclusões esperadas.

Análise a *priori* da Atividade III: Nesta atividade, nossa expectativa era que os alunos observassem, extraíssem dos triângulos projetados, com eficiência os dados necessários e com o auxílio ou não da calculadora fizessem os cálculos necessários para chegar a conclusão que os resultados encontrados na coluna do quadrado do cateto (b^2) fossem os mesmos resultados encontrados na coluna da produto entre a hipotenusa e a projeção do cateto.

4.2.4 Atividade de ensino IV

ATIVIDADE DE ENSINO IV

Título: A hipotenusa, o cateto e sua projeção.

Objetivo: Descobrir uma relação entre as medidas do cateto, sua projeção e a hipotenusa.

Material: Computador, projetor, fichas de observação, fichas de exercícios de fixação.

Procedimentos: Para cada triângulo retângulo projetado o aluno deverá completar as linhas dispostas na ficha de observação, anotação e análise objetivando Descobrir um padrão e estabelecer uma relação matemática “equação algébrica” entre Hipotenusa, cateto e sua projeção.

Local e data: ____

Serão apresentadas em seguida as conclusões que podem ser inferidas da ficha de observação sendo direcionadas pelo professor as conclusões esperadas.

Análise a *priori* da Atividade IV: Nesta atividade, nossa expectativa era de que os alunos observassem, extraíssem dos triângulos projetados, com eficiência os dados necessários e com o auxílio ou não da calculadora fizessem os cálculos necessários para chegar a conclusão que os resultados encontrados na coluna do quadrado do cateto (c^2) sejam os mesmos resultados encontrados na coluna da produto entre a hipotenusa e a projeção do cateto b (a . n)

4.2.5 Atividade de ensino V

ATIVIDADE DE ENSINO V

Título: Hipotenusa, altura e os catetos.

Objetivo: Descobrir uma relação entre as medidas da Hipotenusa, altura e os catetos.

Material: Computador, projetor, fichas de observação, fichas de exercícios de fixação.

Procedimentos: Para cada triângulo retângulo projetado o aluno deverá completar as linhas dispostas na ficha de observação, anotação e análise objetivando Descobrir um padrão e estabelecer uma relação matemática "equação algébrica" entre hipotenusa, altura e os catetos.

Local e data: ____

Serão apresentadas em seguida as conclusões que podem ser inferidas da ficha de observação sendo direcionadas pelo professor as conclusões esperadas.

Análise a *priori* da Atividade V: Nesta atividade, nossa expectativa era de que os alunos observassem, extraíssem dos triângulos projetados, com eficiência os dados necessários e com o auxílio ou não da calculadora fizessem os cálculos necessários para chegar a conclusão que os resultados encontrados na coluna do produto entre hipotenusa e altura (a . h) seriam os mesmos resultados encontrados na coluna do produto entre cateto b e cateto c (b . c).

4.2.6 Atividade de ensino VI

ATIVIDADE DE ENSINO VI

Título: Altura e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

Objetivo: Descobrir uma relação entre as medidas da Altura e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

Material: Computador, projetor, fichas de observação, fichas de exercícios de fixação.

Procedimentos: Para cada triângulo retângulo projetado o aluno deverá completar as linhas dispostas na ficha de observação, anotação e análise objetivando Descobrir um padrão e estabelecer uma relação matemática “equação algébrica” entre altura e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

Local e data: ____

Serão apresentadas em seguida as conclusões que podem ser inferidas da ficha de observação sendo direcionadas pelo professor as conclusões esperadas.

Análise a *priori* da Atividade VI: Nesta atividade, nossa expectativa era de que os alunos observassem, extraíssem dos triângulos projetados, com eficiência os dados necessários e com o auxílio ou não da calculadora fizessem os cálculos necessários para chegar a conclusão que os resultados encontrados na coluna do quadrado da altura (h^2) seriam os mesmos resultados encontrados na coluna do produto das projeções sobre a hipotenusa ($m \cdot n$).

4.2.7 Atividade de ensino VII

ATIVIDADE DE ENSINO VII

Título: O Teorema das áreas (Teorema de Pitágoras).

Objetivo: Constatar a relação existente entre o quadrado da medida da hipotenusa e da soma dos quadrados dos catetos de um triângulo retângulo.

Material: Computador, projetor, fichas de observação, fichas de exercícios de fixação.

Procedimentos: Para cada triângulo retângulo projetado o aluno deverá completar as linhas dispostas na ficha de observação, anotação e análise objetivando descobrir um padrão e estabelecer uma relação matemática “equação algébrica” entre a hipotenusa e dos catetos de um triângulo retângulo.

Local e data: ____

Serão apresentadas em seguida as conclusões que podem ser inferidas da ficha de observação sendo direcionadas pelo professor as conclusões esperadas.

Análise a *priori* da Atividade VII: Nesta atividade, nossa expectativa era de que os alunos observassem, extraíssem dos triângulos projetados, com eficiência os dados necessários e com o auxílio ou não da calculadora fizessem os cálculos necessários para chegar a conclusão que os resultados encontrados na coluna do Quadrado da Hipotenusa (a^2) seriam os mesmos resultados encontrados na coluna da Soma dos quadrados dos catetos ($b^2 + c^2$).

4.2.8 Atividade de ensino VIII

ATIVIDADE DE ENSINO VIII
Título: Análise de Triângulos
Objetivo: Descobrir em que tipo de Triângulo é válido o Teorema de Pitágoras.
Material: Computador, projetor, fichas de observação.
Procedimentos: Para cada triângulo projetado o aluno deverá completar as linhas dispostas na ficha de observação, anotação e análise objetivando Descobrir um padrão e verificar que se o triângulo é retângulo então somente nele é válido o Teorema de Pitágoras.
Local e data: ____

Análise a *priori* da Atividade VIII: Nesta atividade, nossa expectativa era de que os alunos observassem, extraíssem dos triângulos projetados, com eficiência os dados necessários e com o auxílio ou não da calculadora fizessem os cálculos necessários para chegar a conclusão que os resultados encontrados na coluna do produto entre hipotenusa e altura (a . h) seriam os mesmos resultados encontrados na coluna do produto entre cateto b e cateto c (b . c).

4.3 ATIVIDADES DE ANCORAGEM

Essas atividades foram constituídas de lista de Questões, baseados nos livros de Dolce (2013), e Dante (2012). As atividades de fixação foram desenvolvidas durante a experimentação, após a realização das atividades das fichas II; III; IV; V; VI e VII.

Ver APÊNDICE C – Os triângulos utilizados encontram-se no anexo A

4.4 ATIVIDADES DE APRIMORAMENTO

Ao final da execução da oitava atividade trabalhamos questões de consolidação do conhecimento estudado durante a sequência didática.

Durante a sequência didática foram propostos exercícios onde era somente dado um triângulo retângulo em sua forma canônica, onde era dado somente o triângulo. Neste momento propusemos exercícios em outras duas frentes: onde foi fornecido um texto e uma figura de onde o aluno iria retirar os dados necessários para resolução do problema ou seria fornecido apenas um texto, esta ordem de proposição de resolução de problemas for criada por meio de informação verbal[3]

As questões de aprimoramento foram distribuídas com raciocínios similares, no qual a primeira, o professor indica a resolução para fornecer conhecimento acerca de estratégias de resolver problemas matemáticos, a segunda questão, o aluno resolve em sala de aula com acompanhamento do professor para aperfeiçoar o que foi aprendido, o restante, o aluno resolveria em casa para averiguar o que realmente foi adquirido de conhecimento nesse processo.

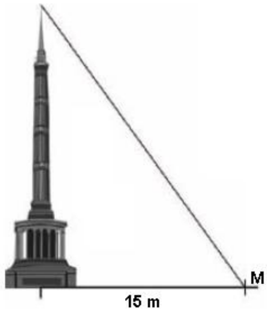
Para essa fase da pesquisa estavam previstos blocos, totalizando 23 questões, abordando os conteúdos matemáticos trabalhados na experimentação, nas quais seriam aplicadas no desenvolvimento desse experimento didático. Como exemplo, apresentamos dois modelos de questões propostas.

---

[3] Sequência proposta por Pedro Franco de Sá em universidade do Estado do Pará, outubro de 2016.

Exemplo 1: Onde é fornecido um texto e uma figura de onde o aluno irá retirar os dados necessários para resolução do problema

Uma torre tem 20 m de altura e uma pomba voou em linha reta do seu topo até o ponto M. A distância do centro da base do monumento até o ponto M é igual a 15m, como mostra a ilustração abaixo.



A distância percorrida por essa pomba, em metros, é igual a

Exemplo 2: Onde é fornecido um texto onde o aluno irá retirar os dados necessários para resolução do problema

(saresp 2007). Um retângulo tem dimensões 6 cm e 8 cm. A diagonal desse retângulo, em centímetros, é:

As outras questões de aprofundamento estão disponíveis no apêndice D.

5. EXPERIMENTAÇÃO

Esta seção é dedicada a apresentar a aplicação da sequência didática proposta nesta pesquisa, seu planejamento, a ordem de execução das atividades, os registros de atitudes e observações feitos em sala de aula. Para tal, iremos nos apoiar em dados produzidos com a utilização de: Questionários com informações socioeconômicas, diário de campo destinado ao registro de observação *in loco*, gravação de áudio durante as sessões de intervenção, fichas de atividades e testes.

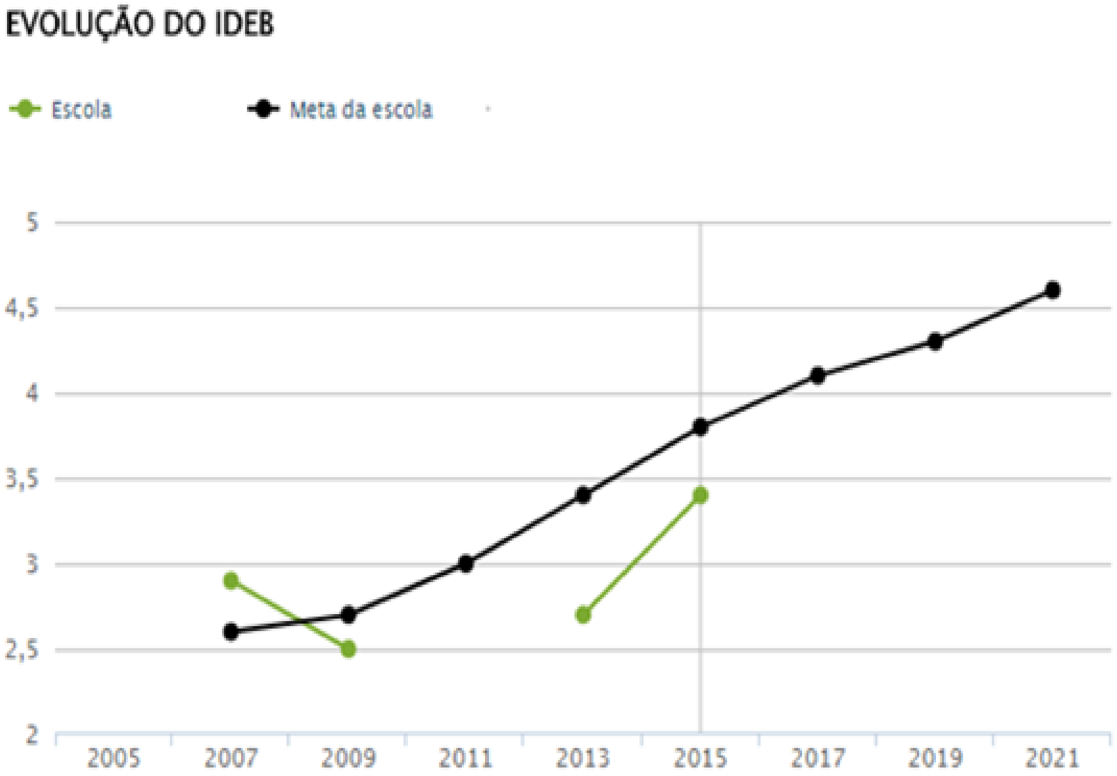
A sequência didática aqui desenvolvida foi aplicada em uma turma do nono ano do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio, localizada no distrito de Mosqueiro no município de Belém do Estado do Pará. Esta escola foi definida como *locus* da pesquisa em virtude do pesquisador ser professor na referida escola e ter a facilidade de acesso e ambientação com a comunidade escolar.

O *locus* da pesquisa oferece à comunidade Ensino Fundamental e Médio na modalidade regular nos turnos manhã, tarde e noite. A escola conta com uma infra estrutura de boa qualidade no que tange ao ambiente para a prática do ensino, com salas climatizadas. Deixando a desejar nos laboratórios de informática e ciências que existem, mas não funcionam por falta me material físico e humano, já que não há nenhum profissional lotado nesses ambientes e os materiais físicos apresentam algum tipo de defeito ou até mesmo são inexistentes.

A coordenação pedagógica e direção escolar, presentes a atuantes no cotidiano da escola, nos deram um bom suporte para o bom andamento desta pesquisa

Quanto aos resultados em larga escala que avaliam as escolas tanto em âmbito nacional quanto estadual a escola apresenta resultados de baixo rendimento no que tange aos indicadores do ideb, como mostra o gráfico abaixo:

Gráfico 15 – Evolução do IDEB do *locus* da pesquisa



Fonte: http://www.qedu.org.br/ acesso em 08/07/2017

Aliado ao gráfico do Ideb, temos em outra avaliação em âmbito estadual, com dados do SisPAE que corrobora os dados do ideb.

Quadro 9 – Níveis de proficiência em Matemática – SisPAE (em %) para o 9º ano

Proficiência	**Ano**		
	2014	**2015**	**2016**
Abaixo do Básico	50,0	71,2	Sem dados
Básico	50,0	27,1	Sem dados
Adequado	0,0	1,7	Sem dados
Avançado	0,0	0,0	Sem dados

Fonte: https://sispae.vunesp.com.br/ acesso em 08/07/2017

Para melhorarmos os resultados de expectativas de aprendizagem, desenvolvemos e aplicamos um experimento em nove sessões de três horas-aula cada (cada sessão foi desenvolvida em duas horas e quinze minutos). Durante as sessões foi assinado o termo de consentimento livre e esclarecido, aplicados dois testes (pré e pós), desenvolvidas oito atividades de aprendizagem e exercícios de fixação e uma atividade com exercícios de aprimoramento, como mostra o quadro abaixo:

Quadro 10 - Roteiro da experimentação

Sessões da sequência	Data	Atividades	Tempo de aplicação
1	30/05/1017	Termo de consentimento livre e esclarecido	30 min
		Pré-teste	1 h 30 min
2	08/06/2017	Atividade I	30 min
		Atividade II	1h 30 min
3	13/06/2017	Atividade III	2 h
4	14/06/2017	Atividade IV	2 h
5	20/06/2017	Atividade V	2 h
6	21/06/2017	Atividade VI	1 h 30 min
7	22/06/2017	Atividade VII	2 h
8	24/06/2017	Atividade VIII	50 min
		Exercícios de Aprimoramento	2 horas
9	27/06/2017	Pós-teste	1 h 30 min

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

5.1. PRIMEIRA SESSÃO DE ENSINO

No dia 30 de maio de 2017 (terça-feira) tiveram inicio as atividades da sequência didática, com duração de duas horas, de 7h30min às 9h30min, iniciando pela leitura e a entrega do TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO, para que os alunos e seus respectivos responsáveis assinassem, caso concordassem em participar da sequência didática. Após a leitura e a entrega do termo, nenhum aluno se opôs a participação na sequência didática e todos levaram o termo de consentimento livre e esclarecido para que fosse entregue no próximo encontro devidamente assinado por seu responsável. Enfatizamos aos alunos a importância da participação deles para o êxito da sequência e que buscávamos nesta pesquisa novos métodos de ensinar e aprender.

Descrevemos então, de forma sucinta, a metodologia que seria utilizada durante a pesquisa: Como a utilização do Software Educativo GeoGebra para a reprodução da construção dos triângulos retângulos a serem estudados. As atividades seriam executadas individualmente, entretanto os alunos sentariam lado a lado formando duplas, mesmo cada um preenchendo sua ficha de observação, análise e tomada de conclusão.

Foi ainda informado aos alunos que a participação nas atividades e a nota do pós-teste fariam parte da avaliação bimestral deles.

Após as explicações iniciais, prosseguimos com a aplicação do pré-teste, o questionário contindo questões referentes à idade, gênero, hábitos de estudos, afinidade com a matemática, além de um o teste específico contendo 11 problemas sobre relações métricas no triângulo retângulo como mostra no APÊNDICE B. O objetivo do pré-teste foi avaliar os conhecimentos dos discentes sobre o assunto abordado. Solicitamos que os mesmos resolvessem as questões somente utilizando lápis e/ou caneta e borracha. A seguir apresentamos o perfil dos discentes participantes da intervenção em sala de aula.

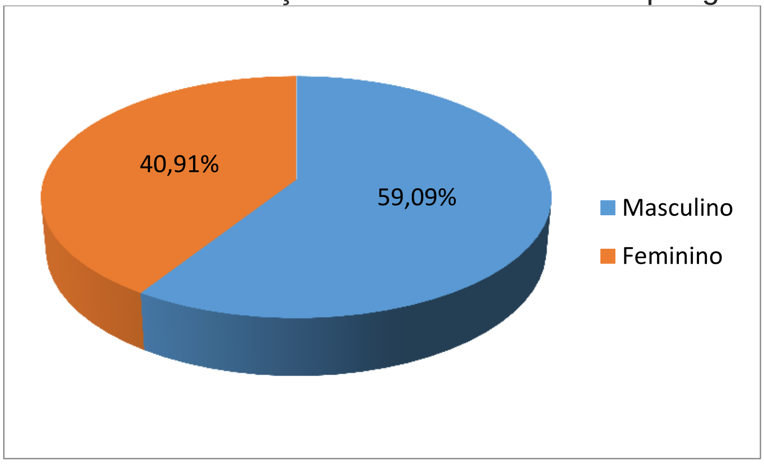
5.1.1 Perfil dos discentes – Alunos do 9º ano

Quadro 11 - Distribuição dos alunos do 9º ano por gênero

GÊNERO	Nº DE ALUNOS	%
Masculino	13	59,09
Feminino	9	40,91
Total	**22**	**100,00**

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 16 - Distribuição dos alunos do 9º ano por gênero



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

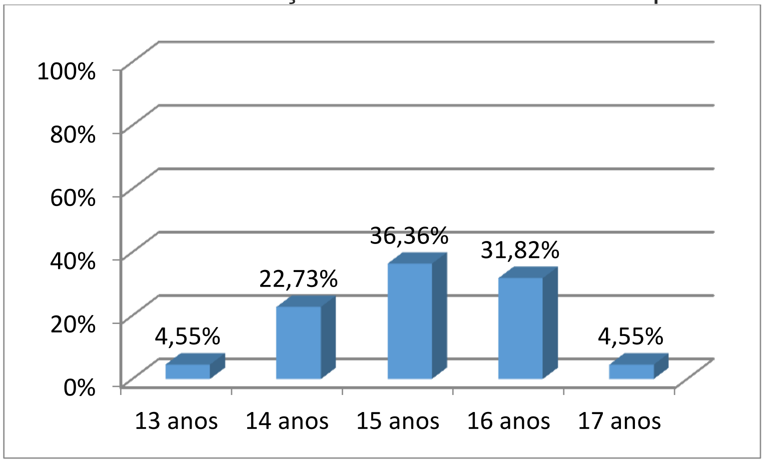
Percebemos que a maioria dos alunos da amostra é do sexo masculino, e vamos à distribuição da idade dos indivíduos.

Quadro 12 - Distribuição dos alunos do 9º ano por idade

GÊNERO	Nº DE ALUNOS	%
13 anos	1	4,55
14 anos	5	22,73
15 anos	8	36,36
16 anos	7	31,82
17 anos	1	4,55
Total	**22**	**100,00**

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 17 - Distribuição dos alunos do 9º ano por idade



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

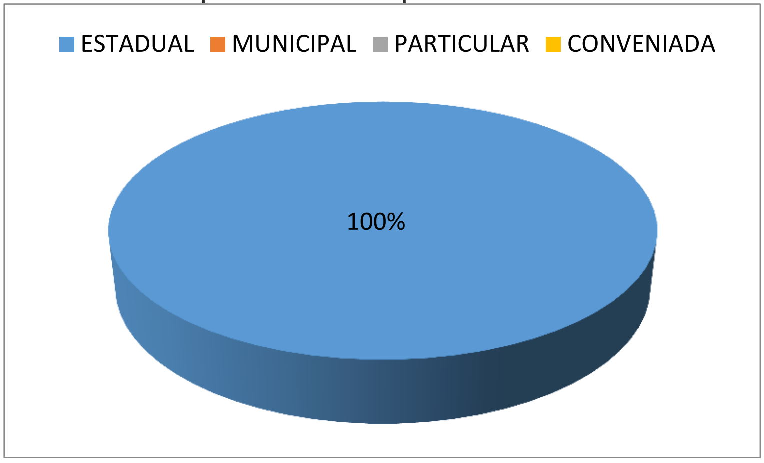
Observamos com uma concentração de 36,36% com a idade de 15 anos e 31,82% com 16 anos de idade. Levando em consideração a idade de inicio do ensino fundamental que é de 6 anos de idade de acordo com a Lei nº 11.274, então temos que a maioria dos alunos não apresenta significativa distorção série/idade, validando os dados de forma positiva no âmbito do ensino regular. A seguir veremos a rede de ensino que os alunos pertenciam no ano anterior.

Quadro 13 – Tipo de escola que estudou o ano anterior

TIPO DE ESCOLA	Nº DE ALUNOS	%
Estadual	22	100
Municipal	0	0
Particular	0	0
Conveniada	0	0
Total	**22**	**100,0**

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 18 - Tipo de escola que estudou o ano anterior



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Toda a amostra informou ter estudado o ano anterior, 8º ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública estadual.

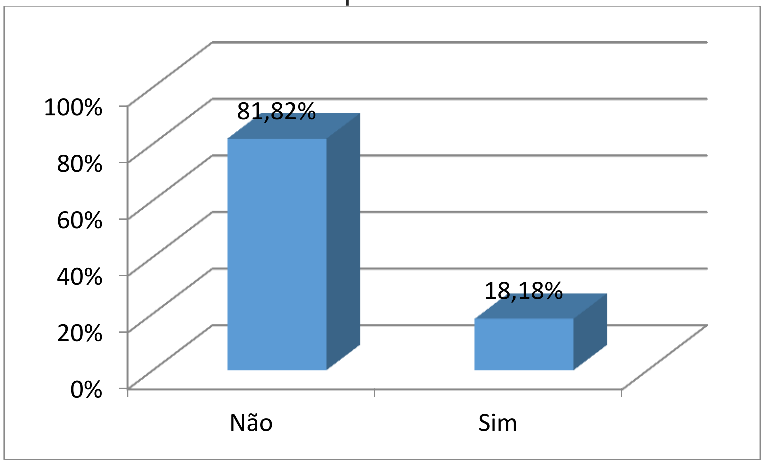
Quanto ao índice de repetência dos alunos da amostra, temos:

Quadro 14 – Índice de dependência de alunos do 9º ano

DEPENDÊNCIA	Nº DE ALUNOS	%
Não	18	81,82
Sim	4	18,18
Total	**22**	**100,0**

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 19 - Índice de dependência de alunos do 9º ano



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

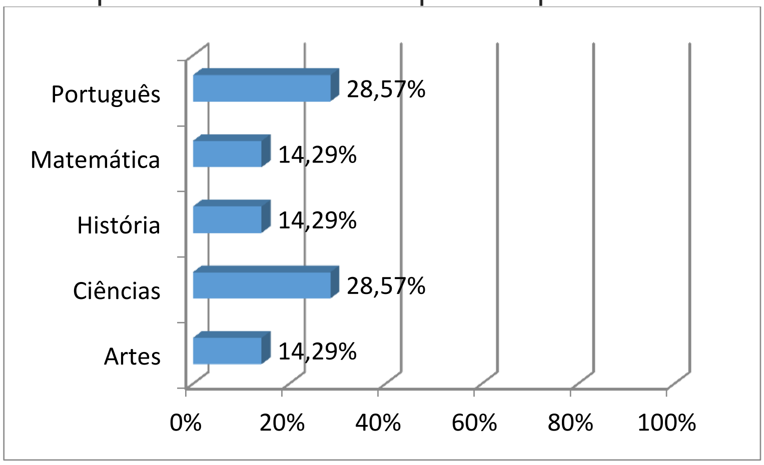
Percebemos que 18,18% dos alunos já ficaram em dependência em alguma disciplina, em seguida veremos quais as disciplinas que mais concentram alunos em dependência:

Quadro 15 – Dependência de estudos por disciplina de alunos do 9º ano

DISCIPLINA	Nº DE ALUNOS EM DEPENDÊNCIA	%
Artes	1	14,29
Ciências	2	28,57
História	1	14,29
Matemática	1	14,29
Português	2	28,57
Total	**7**	**100,00**

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 20 - Dependência de estudos por disciplina de alunos do 9º ano



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Nesta amostra vemos que as matérias que mais retém os alunos na dependência são português e ciências seguido de história e matemática e artes.

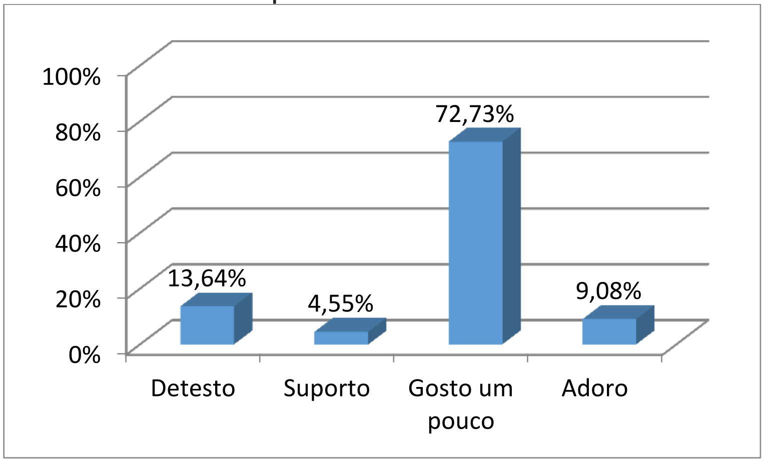
A seguir, veremos o gosto pela Matemática dos alunos.

Quadro 16 – Gosto por Matemática de alunos do 9º ano

GOSTO POR MATEMÁTICA	Nº DE ALUNOS	%
Detesto	3	13,64
Suporto	1	4,55
Gosto um pouco	16	72,73
Adoro	2	9,09
Total	**22**	**100,00**

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 21 – Gosto por matemática de alunos do 9º ano



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

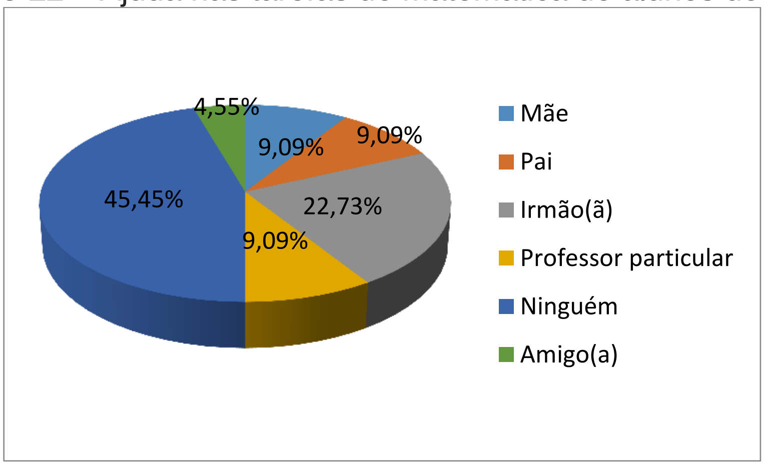
É com felicidade que percebemos que 72,73% dos alunos gostam um pouco e que 9,08% adora a matemática. Passamos agora para o acompanhamento escolar dos alunos e vemos que:

Quadro 17 – Quem ajuda nas tarefas de matemática de alunos do 9º ano

AJUDA NAS TAREFAS	Nº DE ALUNOS	%
Mãe	2	9,09
Pai	2	9,09
Irmão(ã)	5	22,73
Amigo(a)	1	4,55
Professor particular	2	9,09
Ninguém	10	45,45
Total	**22**	**100,0**

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 22 – Ajuda nas tarefas de matemática de alunos do 9º ano



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

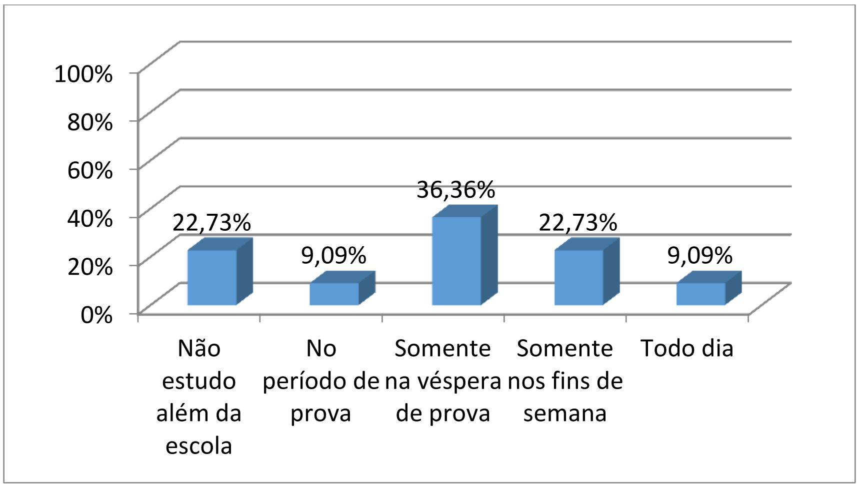
A maior parcela dos alunos 45,45% não recebe ajuda de ninguém em suas tarefas de matemática, isso mostra um quadro de abandono do acompanhamento escolar dos alunos fora da escola, refletindo certamente em seu desempenho dentro da escola gerando dados insatisfatórios como os registrados no Ideb e SisPae. Aliado ao acompanhamento das tarefas dos alunos vamos verificar o hábito e a frequência de estudos no quadro e gráfico abaixo:

Quadro 18 – Hábitos de estudos em matemática

ESTUDA MATEMÁTICA	Nº DE ALUNOS	%
Não estudo além da escola	5	22,73
No período de prova	2	9,09
Somente na véspera da prova	8	36,36
Somente nos fins de semana	5	22,73
Todo dia	2	9,09
Total	**22**	**100,00**

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 23 – Hábitos de estudos em matemática



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

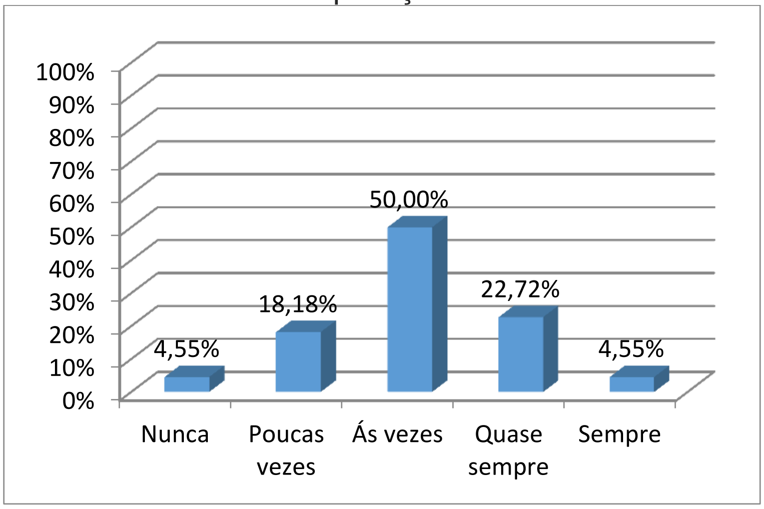
Percebemos que apenas 9,09% dos alunos tem o hábito de estudar matemática diariamente, a Maioria se dedica aos estudos de matemática somente nos períodos que antecedem as provas ou até mesmo não estuda fora da escola, nos levando a crer que a falta de acompanhamento escolar dos alunos é um problema grave e real dentro de nossas escolas.

Quadro 19 – Entendimento das explicações dadas nas aulas de matemática

ENTENDIMENTO DAS EXPLICAÇÕES	Nº DE ALUNOS	%
Nunca	1	4,55
Poucas vezes	4	18,18
Ás vezes	11	50,00
Quase sempre	5	22,73
Sempre	1	4,55
Total	**22**	**100,00**

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 24 – Entendimento das explicações dadas nas aulas de matemática



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

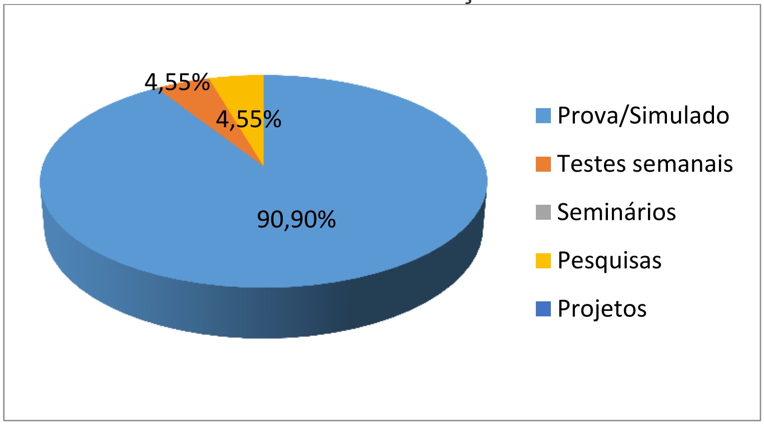
Percebemos que 50% dos alunos entende "as vezes" as explicações nas aulas de matemática e a outra metade fica quase que equilibradamente distribuída entre o nunca (4,55%) e o sempre entende(4.55%). Precisamos que essa curva cresça significativamente para o lado do sempre, e para isto estamos desenvolvendo novas estratégias e metodologias de ensino. Veremos então quais as formas de avaliação que os alunos são submetidos em matemática.

Quadro 20 – Formas de avaliação em matemática

FORMAS DE AVALIAÇÃO	**Nº DE ALUNOS**	**%**
Prova/Simulado	20	90,90
Testes semanais	1	4,55
Seminários	0	0,00
Pesquisas	1	4,55
Projetos	0	0,00
Total	**22**	**100,0**

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 25 – Formas de avaliação em matemática



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

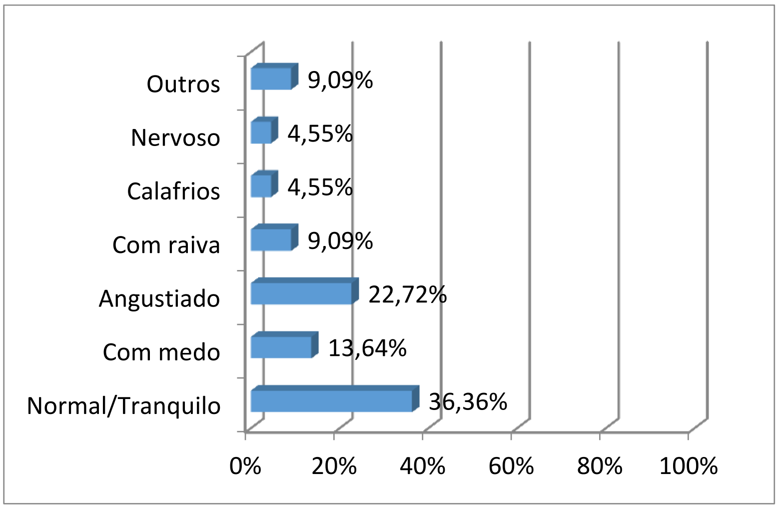
Vemos que os alunos da amostra são avaliados em prova/simulado em matemática, método extremamente tradicional, mas que é utilizado pelos órgão avaliadores de desempenho em larga escala como Ideb e Sispae, mas que sabemos não mostra fielmente o aprendizado do aluno e sim sua habilidade em resolver exercícios. Assim, com os alunos sendo avaliados quase que exclusivamente com prova/simulado, veremos o sentimento destes diante de uma avaliação.

Quadro 21 – Modo com os alunos se sentem diante de avaliações de matemática

SENTIMENTOS	Nº DE ALUNOS	%
Normal/Tranquilo	8	36,36
Com medo	3	13,64
Angustiado	5	22,73
Com raiva	2	9,09
Calafrios	1	4,55
Nervoso	1	4,55
Outros	2	9,09
Total	**22**	**100,00**

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 26 – Modo com os alunos se sentem diante de avaliações de matemática



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Ao analisar o gráfico percebemos que 36,36% dos alunos afirma se sentir normal/tranquilo, entretanto a maioria dos alunos relata ter sentimentos que não podemos considerar saudáveis diante de uma avaliação, fato este que nos leva a refletir se o modelo de avaliação influencia diretamente nos resultados finais.

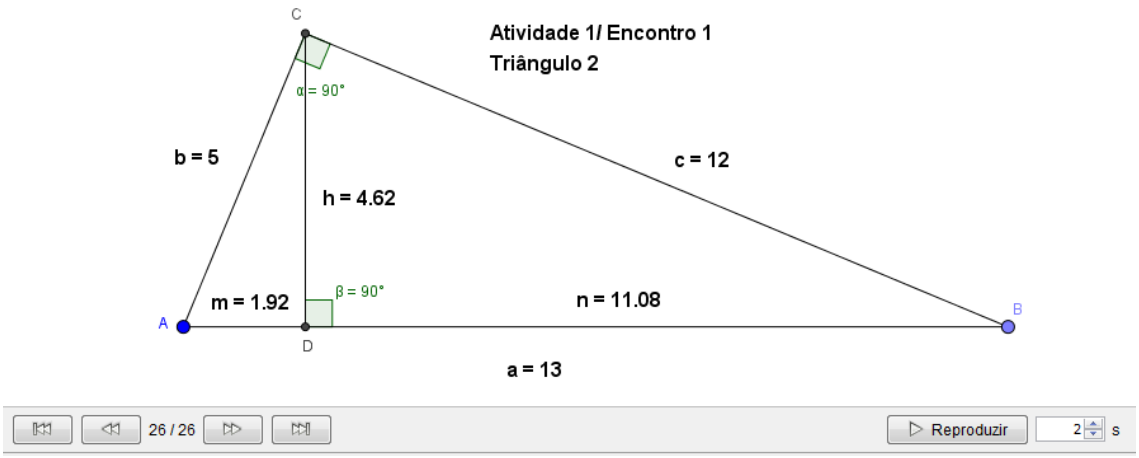
Quanto aos testes específicos do pré-teste, trataremos os dados juntamente com os resultados do pós-teste, na fase de validação.

5.2 SEGUNDA SESSÃO DE ENSINO

A segunda sessão de ensino ocorreu no dia 08 de junho de 2017 (quinta-feira) com aplicação de duas atividades de aprendizagem, Atividade I e Atividade II, com duração de duas horas, de 7h30min às 9h30min.

Foi distribuída a ficha para atividade I - Apresentação do Triângulo Retângulo para cada aluno, com o objetivo de mostra-lo, nomeando seus componentes e criando bases para a execução das atividades. Após a distribuição pedimos que os alunos ficassem atentos à reprodução de cada triângulo retângulo projetado no quadro com a utilização do projetor e do GeoGebra.

Figura 8 – Triângulo apresentado na atividade 1



Fonte: Autor (2017)

A construção de cada Triângulo Retângulo da sequência feita no GeoGebra teve ao todo 26 protocolos de construção, onde cada protocolo distava 2 segundos do seguinte. Reproduzimos protocolo a protocolo em cada triângulo, levando então, 52 segundos para que cada triângulo fosse projetado completamente no quadro.

Figura 9 – Protocolo de Construção no Geogebbra

Protocolo de Construção

N.	Nome	Descrição	Valor	Legenda
1	Ponto A		A = (3.62, 1.26)	
2	Ponto B	Ponto sobre Círculo[A, 13]	B = (16.62, 1.26)	
3	Segmento f	Segmento [A, B]	f = 13	
4	Círculo c	Círculo com centro A e raio 5	c: (x - 3.62)² + (y - 1.26)² ...	
5	Círculo d	Círculo com centro B e raio 12	d: (x - 16.62)² + (y - 1.26)...	
6	Ponto C	Ponto de interseção de c, d	C = (5.54, 5.88)	
7	Segmento g	Segmento [A, C]	g = 5	
8	Segmento h	Segmento [C, B]	h = 12	
9	Ângulo α	Ângulo entre A, C, B	α = 90°	
10	Reta i	Reta passando por C e perpendicular a f	i: x = 5.54	
11	Ponto D	Ponto de interseção de i, f	D = (5.54, 1.26)	
12	Segmento j	Segmento [C, D]	j = 4.62	

N.	Nome	Descrição	Valor	Legenda
13	Ângulo β	Ângulo entre B, D, C	β = 90°	
14	Número dis...	Distância de A a D	distânciaAD = 1.92	
15	Número dis...	Distância de D a B	distânciaDB = 11.08	
16	Número dis...	Distância de A a C	distânciaAC = 5	
17	Número dis...	Distância de C a B	distânciaCB = 12	
18	Número dis...	Distância de A a B	distânciaAB = 13	
19	Número dis...	Distância de C a D	distânciaCD = 4.62	
20	Texto Texto...	"b = " + distânciaAC + ""	"b = 5"	
21	Texto Texto...	"m = " + distânciaAD + ""	"m = 1.92"	
22	Texto Texto...	"c = " + distânciaCB + ""	"c = 12"	
23	Texto Texto...	"n = " + distânciaDB + ""	"n = 11.08"	
24	Texto TextoAB	"a = " + distânciaAB + ""	"a = 13"	
25	Texto Texto...	"h = " + distânciaCD + ""	"h = 4.62"	
26	Texto texto1		"Atividade 1/ Encontro 1...	

Fonte: Autor (2016)

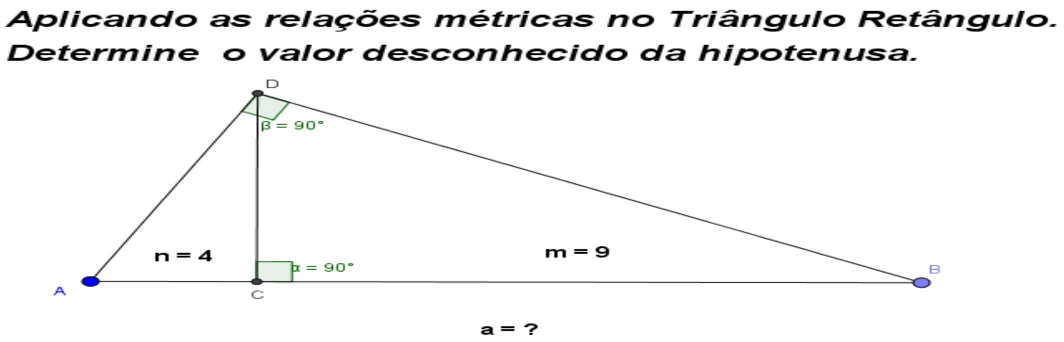
Após a reprodução completa foi solicitado que o aluno observasse e anotasse em sua ficha de observação os dados retirados do triângulo projetado.

Depois da conclusão da atividade I, passamos para a atividade II - A hipotenusa e as projeções dos catetos, que tinha por objetivo descobrir a relação existente entre as medidas das projeções dos catetos sobre a hipotenusa. Novamente houve a reprodução de oito triângulos no quadro e os alunos observaram e anotaram os dados retirados dos triângulos projetados. Foi notória a assimilação do modelo de realização das atividades propostas, para a segunda atividade tivemos uma redução significativa no tempo utilizado pelos alunos para cada triângulo projetado.

Após o Termino do preenchimento das linhas referentes aos dados retirados da projeção de cada triângulo, foi pedido que os alunos percebessem o que estava acontecendo com os dados anotados e calculados, e a maior parte dos alunos chegou à conclusão de que os valores da coluna da hipotenusa eram iguais aos valores da coluna das soma das projeções. Após essa observação feita por todos, continuamos pedindo que eles formassem uma conclusão e tivemos a grata surpresa de ouvir que “o valor da hipotenusa é igual a soma das projeções” por três alunos, quase que simultaneamente. Fizemos então a seguinte pergunta: “Como podemos escrever o que vocês acabaram de falar em uma linguagem matemática, numa fórmula?”, ai já não tivemos uma reação tão imediata, mas fomos instigando até que o aluno A_8 escreveu que “a=m+n”, colocamos no quadro o que este aluno havia escrito e perguntamos se estava correto, e todos os alunos disseram que estava. Levando-nos ao objetivo da atividade de aprendizagem que era descobrir uma relação entre a hipotenusa e as projeções dos catetos.

Precisamos de uma hora e trinta minutos, para completar com êxito a área destinada à observação, anotações e conclusões tomadas das atividades I e II. Em seguida realizamos as atividades de ancoragem de conhecimento, onde foram projetados seis triângulos retângulos onde o aluno deveria utilizar a relação “a=m+n” para determinar um dos lados pedidos, como exemplifica a figura abaixo:

Figura 10 – Atividade de Ancoragem ou fixação



Fonte: Autor (2017)

Por fim, todos os alunos concluíram as atividades de aprendizagem e aprimoramento com êxito. Vale ressaltar que em nenhum momento passou-se para uma atividade posterior sem que todos os alunos presentes tivessem concluído a atividade em curso, isso foi extremamente positivo para que todos os alunos participassem e fossem motivados a realizar as atividades propostas. As outras sessões de aprendizagem seguem a mesma dinâmica.

5.3 TERCEIRA SESSÃO DE ENSINO

A terceira sessão de ensino ocorreu no dia 13 de junho de 2017 (terça-feira) com aplicação da atividade de aprendizagem III, com duração de duas horas, de 7h30min às 9h30min.

A ficha para a atividade III - A hipotenusa, o cateto e sua projeção, foi distribuída, com o objetivo de descobrir a relação existente entre as medidas do cateto, sua projeção e a hipotenusa ($c^2 = a.n$).

Com a reprodução completa foi pedido que o aluno observasse e anotasse em sua ficha de observação os dados retirados do triângulo projetado, concluída a observação e as anotações feitas para cada triângulo, os alunos passaram a efetuar os cálculos necessários de para conclusão do preenchimento das linhas na ficha de observação. Nesse momento, a dificuldade com a tabuada veio à tona, muitos dos alunos apresentaram grandes dificuldades em efetuar cálculos como: elevar um número ao quadrado ou multiplicar dois números, em alguns casos naturais e em outros decimais, com mais dificuldades neste ultimo caso. Entretanto, não pressionamos para que as multiplicações fossem feitas com rapidez e destreza. Aguardamos que os alunos fizessem os devidos cálculos necessários, orientando-os, no quadro a forma correta, sempre que cometessem erros. Nesta sequência didática não tivemos a intenção de trabalhar operações fundamentais e resolução de equações, entretanto a própria execução da sequência levou a isso e foi com calma e sentimento de avanço de todos os alunos que fomos levados a “retardar” o andamento das atividades e dedicar parte do tempo para os cálculos. Para a nossa felicidade, muitos alunos motivados pelas atividades passaram a executar os cálculos com mais eficácia, como se realizar uma multiplicação ou divisão agora fizesse sentido.

Não proibimos em nenhum momento o uso da calculadora, e para os alunos que a usaram, o tempo de execução nesta atividade foi extremamente baixo, em média, 1 minuto para cada triângulo. Entretanto aguardamos os alunos, que ou por não terem uma calculadora disponível, ou por vontade própria não quiseram realizar os cálculos com o uso desta, a terminarem a atividade. Para este ultimo grupo o tempo de execução das atividades foi de aproximadamente, 4 minutos.

O modelo de realização das atividades propostas foi muito bem aceito e facilmente aprendido pelos alunos. Assim o alargamento do tempo das atividades é resultado do tempo destinado aos cálculos de próprio punho, o que para nós, não representa um ponto negativo, nem tão pouco desmerecimento da atividade. Precisamos de tempo para assimilação e o tempo de ensinar não é o mesmo tempo para aprender.

Precisamos de uma hora e dez minutos para completar com êxito a área destinada a observação, anotações e conclusões da ficha da atividade III. Em seguida realizamos as atividades de ancoragem de conhecimento, onde foram projetados seis triângulos retângulos onde o aluno deveria utilizar a relação para determinar uma das medidas pedidas.

5.4 QUARTA SESSÃO DE ENSINO

A quarta sessão de ensino ocorreu no dia 14 de junho de 2017 (quarta-feira) com aplicação da atividade de aprendizagem IV, com duração de duas horas, de 7h30min às 9h30min.

Foi distribuída a ficha da atividade IV - A hipotenusa, o cateto e sua projeção, com o objetivo de descobrir a relação existente entre as medidas do cateto, sua projeção e a hipotenusa. Após a distribuição pedimos que os alunos ficassem atentos a reprodução de cada triângulo retângulo projetado no quadro com a utilização do projetor e o GeoGebra.

Após a conclusão da observação e das anotações feitas na ficha IV, os alunos passaram a efetuar os cálculos necessários de para conclusão das fichas de observação. Logo no segundo triângulo reproduzido no quadro, alguns alunos perceberam que a atividade que estava sendo executada era “igual” a atividade anterior, entretanto não paramos a atividade. Seguimos até concluir todos os triângulos, num total de oito. Percebemos que alguns alunos ficaram desmotivados em concluir a atividade pois diziam que “já sabiam”. Como esta atividade foi idêntica à anterior, no que tange aos cálculos, o tempo de execução destes foi menor e os alunos executaram com mais rapidez. Apesar da desmotivação de alguns alunos, concluímos atividade com êxito, de forma bem semelhante a anterior.

Precisamos de uma hora para completar com êxito a área destinada à observação, anotações e conclusões da fichas IV. Em seguida realizamos as atividades de ancoragem de conhecimento, quando foram projetados seis triângulos retângulos onde o aluno deveria utilizar a relação aprendida para determinar uma das medidas pedidas.

5.5 QUINTA SESSÃO DE ENSINO

A quinta sessão de ensino ocorreu no dia 20 de junho de 2017 (terça-feira) com aplicação da atividade de aprendizagem V, com duração de duas horas, de 7h30min às 9h30min.

Foi distribuída a ficha V - Hipotenusa, altura e os catetos, com o objetivo de descobrir a relação existente entre o produto das medidas da Hipotenusa e altura e entre os catetos. Após a distribuição pedimos que os alunos ficassem atentos a reprodução de cada triângulo retângulo projetado no quadro com a utilização do projetor e o GeoGebra.

Esta atividade foi claramente mais dinâmica e produtiva que a anterior, com os alunos mais motivados, desenvolveu-se a atividade de observação, anotação e cálculo em um tempo menor e de forma mais dinâmica. Aqui já percebemos que as dificuldades com a multiplicação começaram a diminuir o que diminuiu o tempo médio de conclusão dos cálculos.

Percebemos ainda nessa atividade que, alguns alunos deixaram de fazer o cálculo a partir do segundo ou terceiro triângulo, pois já percebiam os resultados e os preenchiam na tabela, enquanto outros precisavam de mais alguns exemplos para chegar à mesma conclusão.

Após todos realizarem os as atividades de aprendizagem, passamos para as atividades de ancoragem e nesta uma nova barreira se apresentou: a dificuldade com a divisão, visto que as atividades necessitavam desta operação para ser realizada, isso levou a um alargamento do tempo nesta etapa, que com paciência e ajuda mútua foi superada.

Ao final desta atividade, solicitamos que os alunos fizessem em uma folha de seus cadernos uma tabuada de multiplicação para que eles pudessem consultar durante os cálculos.

5.6 SEXTA SESSÃO DE ENSINO

A sexta sessão de ensino ocorreu no dia 21 de junho de 2017 (quarta-feira) com aplicação de uma atividade de aprendizagem VI, com duração de uma hora e trinta minutos, de 7h30min às 9 h.

Foi distribuída a ficha de atividade V – Altura e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa, com o objetivo de descobrir uma relação existente entre o Altura e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa. Após a distribuição pedimos que os alunos ficassem atentos à reprodução de cada triângulo retângulo projetado no quadro com a utilização do projetor e do GeoGebra.

Terminado o preenchimento das linhas referentes aos dados retirados da projeção de cada triângulo, foi pedido que os alunos percebessem o que estava acontecendo com os dados anotados e calculados. É importante frisar que nesta atividade, todos os alunos conseguiram desenvolver os cálculos com mais rapidez e destreza, muito em virtude dos cálculos serem da mesma forma que ($b^2 = a.m$ e $c^2 = a.m$).

Na fase da aprendizagem, esta atividade foi a mais rápida a ser realizada, até mesmo pelos alunos que não se utilizaram da calculadora. Estima-se que nesta atividade cada triângulo projetado, observações e anotações realizadas e cálculos realizados levou, no máximo 4minutos. Deixando-nos extremamente satisfeitos, pois a execução da sequência era algo natural para os alunos, as observações e anotações, feitas com extrema rapidez e eficiência, a maioria dos alunos já usava o tempo de reprodução (52 segundos) para realizar as observações e anotações. Até mesmo o tempo destinado aos cálculos reduziu, pois os alunos passaram a consultar a tabuada feita em seu caderno, tornando, sem duvida a atividade de ensino estimulante, dinâmica e até mesmo prazerosa.

Aqui, a fase da observação e conclusão foi realizada com facilidade pelos alunos pelo padrão já percebido e pela dinâmica nos cálculos. Assim, chegamos à fase de ancoragem que também foi executada sem demora.

5.7 SÉTIMA SESSÃO DE ENSINO

A sétima sessão de ensino ocorreu no dia 22 de junho de 2017 (quinta-feira) com aplicação de uma atividade de aprendizagem VII, com duração de duas horas, de 7h30min às 9h30 min.

Foi distribuída a ficha de observação VII – O teorema das áreas “Teorema de Pitágoras”, com o objetivo de descobrir uma relação entre as medidas da hipotenusa e dos catetos de um triângulo retângulo. Após a distribuição pedimos que os alunos ficassem atentos a reprodução de cada triângulo retângulo projetado no quadro com a utilização do projetor e o GeoGebra.

Nesta sessão, a fase de observação e anotações foi extremamente dinâmica, entretanto a fase de cálculo levou mais tempo que a atividade anterior em virtude dos alunos terem que fazer três multiplicações e uma soma para cada triângulo projetado. Como já dito anteriormente, rapidez e destreza em cálculos não é o foco desta sequência de ensino e com calma e atentos para que todos os alunos concluíssem seus cálculos, terminado a atividade com êxito.

A conclusão da atividade foi extremamente produtiva no sentido em que todos os alunos chegam ao objetivo pretendido e entenderam o significado do teorema de Pitágoras.

Na fase de ancoragem, os exercícios foram realizados com extrema facilidade e tivemos pouca ou em alguns casos, nenhuma necessidade de interferência dando indícios de que a sequência estimula a independência dos alunos para execução das observações, anotações e cálculos.

5.8 OITAVA SESSÃO DE ENSINO

A oitava sessão de ensino ocorreu no dia 24 de junho de 2017 (sábado) com aplicação da atividade de aprendizagem VII, com duração de 50 (cinquenta) minutos e resolução de exercícios de aprimoramento em 2 (duas) horas. duas horas e cinquenta minutos, de 8h10min às 11h.

Esta sessão foi realizada durante uma sábado, em virtude, da ultima semana letiva de junho de 2017 (26 a 30/06/2017) desta escola ser utilizada somente para as avaliações bimestrais (2ª avaliação). Felizmente não tivemos problemas em executar esta atividade e tudo transcorreu normalmente.

Distribuiu-se ficha da atividade VII – Análise de triângulos, com o objetivo em que tipo de triângulo é válido o Teorema de Pitágoras.

Após a distribuição pedimos que os alunos ficassem atentos a reprodução de cada triângulo retângulo projetado no quadro com a utilização do projetor e o GeoGebra.

Nesta atividade os alunos perceberam que o Teorema de Pitágoras é válido somente quando o triângulo apresenta um ângulo reto, tornando assim, esta atividade como complemento da atividade anterior, mas de extrema relevância.

A atividade foi desenvolvida com muita rapidez, de tal forma que em 50 minutos os alunos já haviam concluído a atividade. Ressaltamos que esta atividade, da mesma forma que a atividade I, não possui exercícios de ancoragem.

Passamos a seguir para a atividade de aprimoramento que consistiu em aplicar as relações estudadas em exercícios diferentes dos propostos nas atividades de ancoragem.

Na atividade de aprimoramento, propusemos exercícios que não apresentavam triângulos retângulos na sua forma canônica, como visto por Quadro (2004). Aqui os exercícios tinham como foco a resolução de problemas que eram modeladas por um triângulo retângulo onde era dado, ou não, um desenho.

Desenvolvemos a atividade, resolvendo os exercícios no quadro, juntamente com os alunos, ao iniciarmos cada exercício era destinado 3 a 5 minutos para que os alunos tentassem resolver os exercícios sozinhos. Inicialmente. apenas dois alunos conseguiram resolver sozinhos (Alunos A_1 e A_9). Então resolvemos no quadro o primeiro exercício explicando a solução passo a passo e assim desenvolvemos a atividade de aprimoramento. Vale ressaltar que não resolvemos todas as questões propostas e elas estavam dispostas de tal forma que para cada uma que resolvíamos passo a passo existiam outras duas com o mesmo raciocínio para que o aluno resolvesse sozinho, para que desenvolvesse sua autonomia, o que felizmente aconteceu, visto que os alunos conseguiram resolver os exercícios destinados a eles. Nesta atividade resolvemos nove exercícios no total e o restante proposto foi resolvido pelos alunos.

5.9 NONA SESSÃO DE ENSINO

A nona sessão da atividade de ensino ocorreu no dia 27 de junho de 2017 (terça-feira) com aplicação do pós-teste, com duração de uma hora e trinta minutos, de 8h às 9h30min. Este teste continha as mesmas questões do pré-teste aplicado na primeira sessão em 30/05/2017, razão pela qual não nos alongamos em comentar.

6. ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO

Nesta seção apresentamos os resultados e as análises das informações produzidas com a aplicação da sequência didática, com base nos registros das atividades realizadas pelos alunos, assim como, os registros feitos por nós enquanto pesquisadores, do desenvolvimento do experimento didático, avaliando constantemente os pontos positivos e negativos da sequência aplicada e compará-la com as análises a *priori* realizadas.

Para avaliação da pesquisa utilizamos técnicas estatísticas, como o teste de hipóteses, com os resultados dos pré-teste e pós-teste e análises de tabelas para encontrar (ou não) correlações fracas ou fortes das informações fornecidas pelos participantes com os resultados obtidos durante o processo de experimentação, além disso, analisamos os registros das atividades realizadas pelos alunos participantes da pesquisa e o diário de campo produzido por nós. Deste modo buscamos alcançar o objetivo dessa pesquisa: Avaliar quais os efeitos tem uma sequência didática, diferente da tradicional, por meio de atividades estruturadas, no ensino de relações métricas no triângulo retângulo no 9º ano do Ensino Fundamental.

6.1 RESULTADOS E ANÁLISES DO EXPERIMENTO

Iniciamos a análise dos dados do experimento, analisando, por questão, o percentual de acerto, erro e questões em branco, nos testes, considerando as seguintes características para cada uma das categorias mencionadas anteriormente:

Acerto: quando o aluno apresentou uma resolução e o resultado estava correto.

Erro: quando o aluno apresentou uma resolução e o resultado não estava correto. **Em Branco:** quando o aluno não apresentou nenhuma resolução. A tabela a seguir apresenta o percentual de acerto, erro e questões em branco nos testes.

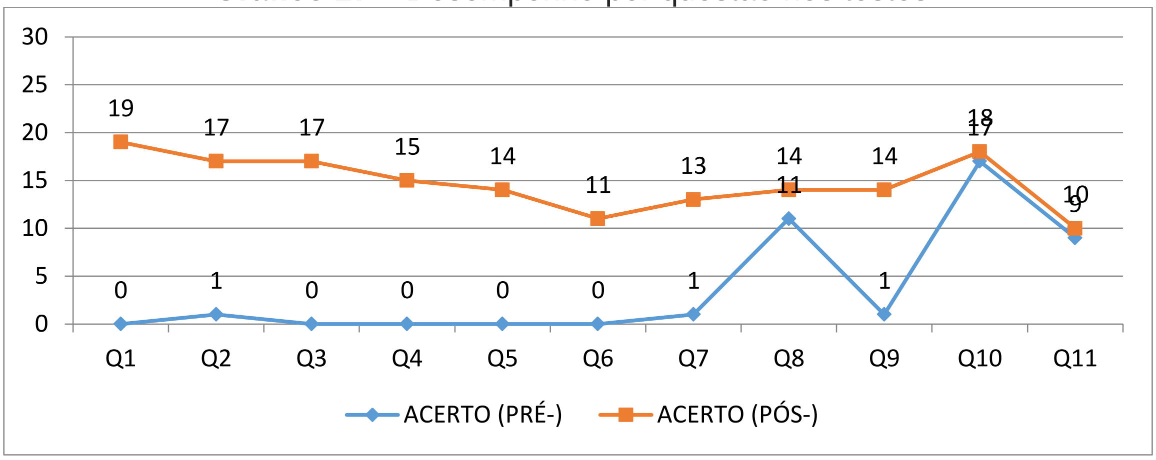
Quadro 22 – Desempenho por questão nos testes

QUESTÃO	ACERTO		ERRO		EM BRANCO	
	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
Q_1	0,00%	86,36%	59,09%	9,09%	40,91%	4,55%
Q_2	4,55%	77,27%	36,36%	22,73%	59,09%	0,00%
Q_3	0,00%	77,27%	31,82%	18,18%	68,18%	4,55%
Q_4	0,00%	68,18%	27,27%	27,27%	72,73%	4,55%
Q_5	0,00%	63,64%	36,36%	31,82%	63,64%	4,55%
Q_6	0,00%	50,00%	31,82%	45,45%	68,18%	4,55%
Q_7	4,55%	59,09%	31,82%	40,91%	63,64%	0,00%
Q_8	50,00%	63,64%	50,00%	36,36%	0,00%	0,00%
Q_9	4,55%	63,64%	95,45%	36,36%	0,00%	0,00%
Q_{10}	77,27%	81,82%	22,73%	18,18%	0,00%	0,00%
Q_{11}	40,91%	45,45%	54,55%	54,55%	4,55%	0,00%

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Graficamente os desempenhos quanto aos acertos encontram-se a seguir.

Gráfico 27 – Desempenho por questão nos testes



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

O percentual médio de acertos nas questões do pré-teste foi de 16,53%, o percentual médio de erros foi de 43,39% e 40,08% das questões foram deixadas em branco. Em relação a este primeiro teste houve um maior número de erros e questões deixadas em branco do que acerto. As questões em que os discentes apresentaram os maiores percentuais de acertos no pré-teste foram Q_8, Q_{10} e Q_{11} com, respectivamente, 50%, 77,27% e 40,91% de acertos. Isso talvez seja justificado pelo fato destas questões serem teóricas e objetivas, além de serem trabalhadas em outros tópicos ensinados nos anos anteriores do Ensino Fundamental. Nas demais questões (Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5,

Q_6, Q_7 e Q_9) o percentual de acerto foi de 0% ou 4,55%. Nas questões de Q_1 a Q_7 o baixo percentual de acerto no pré-teste provavelmente deve-se ao fato das questões serem subjetivas e necessitarem do conhecimento das relações métricas no triângulo retângulo, o que os alunos ainda não possuíam. Enquanto que a questão Q_9, apesar de ser objetiva e teórica, não seguiu o mesmo padrão das questões Q_8, Q_9 e Q_{10}, em virtude de tratar do conceito de altura de um triângulo e este conceito não ser alvo de um enfoque prioritário.

No pós-teste o percentual médio de acertos aumentou para 66,94%, e o percentual médio de erros diminuiu para 30,99% e as questões deixadas em branco reduziram para 2,07%. As questões em que os discentes apresentaram o maior percentual de acertos no pós-teste foram Q_1, Q_2, Q_3 e $Q_{10.}$ O percentual de alunos que acertaram a primeira questão foi de 86,36%. Enquanto 77,27% da amostra acertaram a segunda e terceira questão e 81,82% acertou a última questão. As questões que apresentaram os menores índices de acertos no pré-teste (Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7 e Q_9) tiveram um aumento percentual de acertos no pós-teste significativo. Na questão Q_{11} os discentes apresentaram um desempenho inferior a 50% de acerto, acreditamos que a questão Q_{11} não teve um aumento significativo pós-teste, por se tratar da soma dos ângulos internos de um triângulo e este tópico apesar de comentado durante a sequência, mas não foi exaustivamente trabalhado.

A seguir apresentamos os resultados dos testes de acordo com o desempenho por aluno.

Quadro 23 – Desempenho por aluno nos testes

(continua)

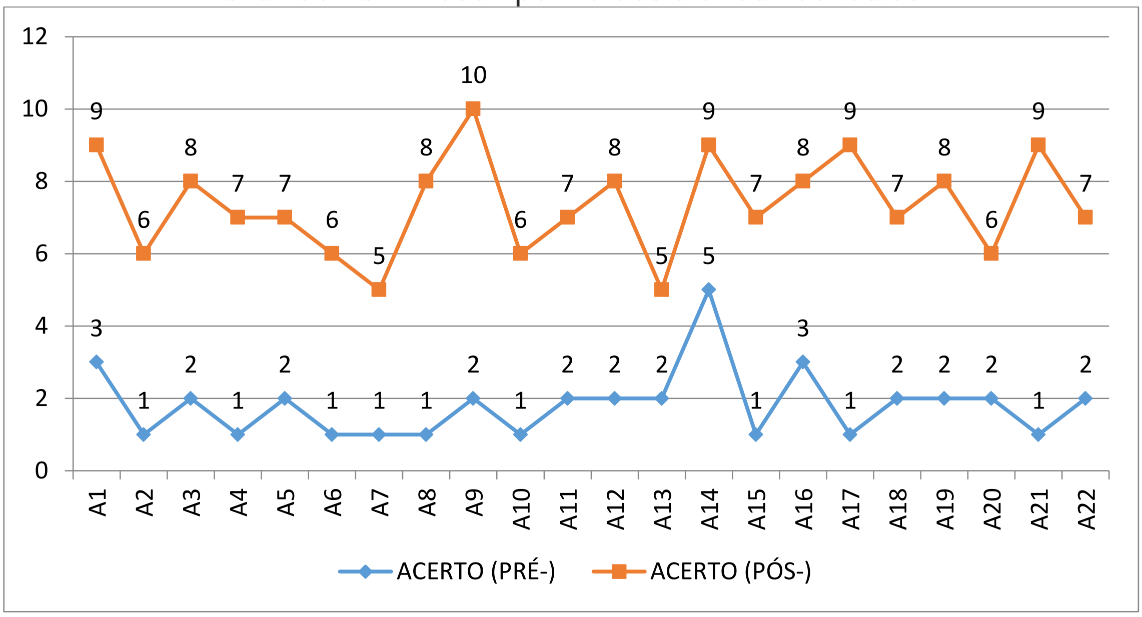
ALUNO(A)	ACERTO		ERRO		EM BRANCO	
	PRÉ-TESTE	**PÓS-TESTE**	**PRÉ-TESTE**	**PÓS-TESTE**	**PRÉ-TESTE**	**PÓS-TESTE**
A_1	27,27%	81,82%	27,27%	18,18%	45,45%	0,00%
A_2	9,09%	54,55%	27,27%	45,45%	63,64%	0,00%
A_3	18,18%	72,73%	45,45%	27,27%	36,36%	0,00%
A_4	9,09%	63,64%	90,91%	36,36%	0,00%	0,00%
A_5	18,18%	63,64%	54,55%	36,36%	27,27%	0,00%
A_6	9,09%	54,55%	27,27%	45,45%	63,64%	0,00%
A_7	9,09%	45,45%	63,64%	54,55%	27,27%	0,00%
A_8	9,09%	72,73%	27,27%	27,27%	63,64%	0,00%
A_9	18,18%	90,91%	81,82%	9,09%	0,00%	0,00%

(conclusão)

A_{10}	9,09%	54,55%	36,36%	45,45%	54,55%	0,00%
A_{11}	18,18%	63,64%	27,27%	36,36%	54,55%	0,00%
A_{12}	18,18%	72,73%	72,73%	27,27%	9,09%	0,00%
A_{13}	18,18%	45,45%	18,18%	45,45%	63,64%	9,09%
A_{14}	45,45%	81,82%	9,09%	18,18%	45,45%	0,00%
A_{15}	9,09%	63,64%	36,36%	36,36%	54,55%	0,00%
A_{16}	27,27%	72,73%	54,55%	27,27%	18,18%	0,00%
A_{17}	9,09%	81,82%	81,82%	0,00%	9,09%	18,18%
A_{18}	18,18%	63,64%	45,45%	36,36%	36,36%	0,00%
A_{19}	18,18%	72,73%	18,18%	18,18%	63,64%	9,09%
A_{20}	18,18%	54,55%	18,18%	45,45%	63,64%	0,00%
A_{21}	9,09%	81,82%	27,27%	18,18%	63,64%	0,00%
A_{22}	18,18%	63,64%	63,64%	27,27%	18,18%	9,09%

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 28 – Desempenho dos alunos nos testes



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

No pré-teste, 95,45% dos alunos tiveram menos de 30% de acerto, apenas o aluno A_{14} apresentou um desempenho razoável nas questões do primeiro teste, ele teve 45,45% de acerto. O número de questões em branco foi maior do que o de questões certas e erradas. Todos os discentes acertaram pelo menos uma questão do pré-teste. No geral todos os alunos da amostra elevaram os seus percentuais de acertos, diminuíram os percentuais de erros e questões deixadas em branco no pós-teste. No segundo teste a maioria dos alunos acertou mais de 50% das questões, as exceções foram os discentes A_7 e A_{13} que acertaram apenas 45,45% das referidas questões.

A seguir apresentamos uma análise da frequência dos discentes no experimento.

6.2 RELAÇÃO ENTRE FREQUÊNCIA DOS ALUNOS E DESEMPENHO NO PÓS-TESTE

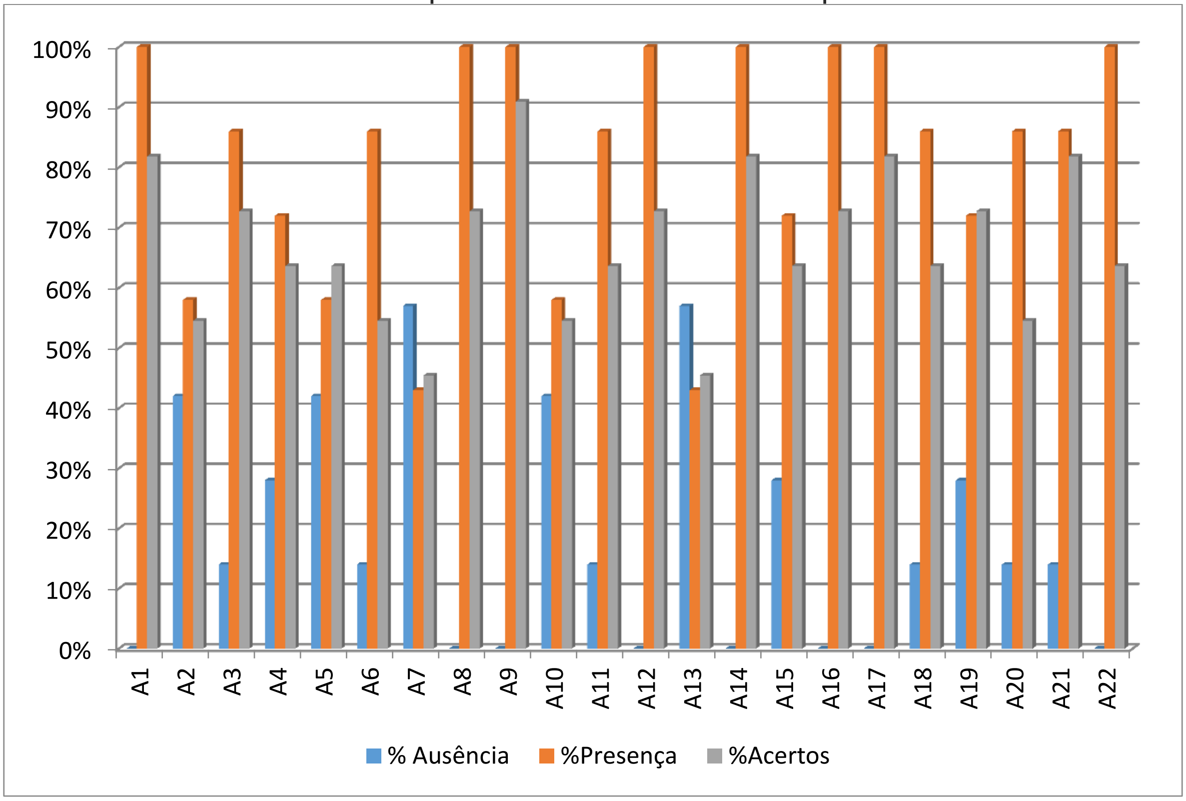
A seguir relacionamos a participação dos alunos nas atividades sobre relações métricas no triângulo retângulo e o desempenho dos alunos. Pontuamos que A (corresponde à ausência dos alunos nos dias que foram aplicadas as atividades); P (presença); e as datas correspondentes aos dias em que foram realizadas as atividades de ensino.

Quadro 24 – Frequência dos discentes no experimento

Aluno	**Atividades de ensino**							**% Ausência (A)**	**% Presença (P)**	**% Acertos Pós-Teste**
	08/06	**13/06**	**14/06**	**20/06**	**21/06**	**22/06**	**24/06**			
A_1	P	P	P	P	P	P	P	0%	100%	81,82%
A_2	A	P	P	P	P	A	A	42%	58%	54,55%
A_3	P	A	P	P	P	P	P	14%	86%	72,73%
A_4	P	P	A	P	P	P	A	28%	72%	63,64%
A_5	A	A	A	P	P	P	P	42%	58%	63,64%
A_6	P	P	P	P	P	P	A	14%	86%	54,55%
A_7	P	P	P	A	A	A	A	57%	43%	45,45%
A_8	P	P	P	P	P	P	P	0%	100%	72,73%
A_9	P	P	P	P	P	P	P	0%	100%	90,91%
A_{10}	A	P	A	P	P	P	A	42%	58%	54,55%
A_{11}	P	A	P	P	P	P	A	14%	86%	63,64%
A_{12}	P	P	P	P	P	P	P	0%	100%	72,73%
A_{13}	A	P	A	P	A	A	P	57%	43%	45,45%
A_{14}	P	P	P	P	P	P	P	0%	100%	81,82%
A_{15}	P	P	A	P	P	P	A	28%	72%	63,64%
A_{16}	P	P	P	P	P	P	P	0%	100%	72,73%
A_{17}	P	P	P	P	P	P	P	0%	100%	81,82%
A_{18}	P	P	P	A	P	P	P	14%	86%	63,64%
A_{19}	P	P	A	A	P	P	P	28%	72%	72,73%
A_{20}	A	P	P	P	P	P	P	14%	86%	54,55%
A_{21}	P	P	P	P	P	P	A	14%	86%	81,82%
A_{22}	P	P	P	P	P	P	P	0%	100%	63,64%

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 29 – Frequência dos discentes no experimento



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Com base nos dados percebemos que os dois alunos (A7 e A13) tiveram rendimento abaixo de 50% de acertos no pós teste tiveram a maior porcentagem de ausência durante as atividades de ensino, ambos com 57% de ausência.

Em contra partida, os oito alunos que apresentaram 100% de frequência nas atividades de ensino e obtiveram uma média de 77% nos acertos do pós-teste.

Com esses dados podemos inferir sobre a importância na participação nas atividades de ensino e que estas atividades deve ter sido determinantes desempenho dos alunos no pós-teste aplicado.

6.3 TIPOS DE ERROS NOS TESTES

Verificados neste momento os tipos de erros mais comuns encontrados nos testes assim, e tentaremos analisar os fatores ocasionadores de tais indícios. Para tanto, elegemos algumas categorias:

- ✓ Interpretação do comando da questão;

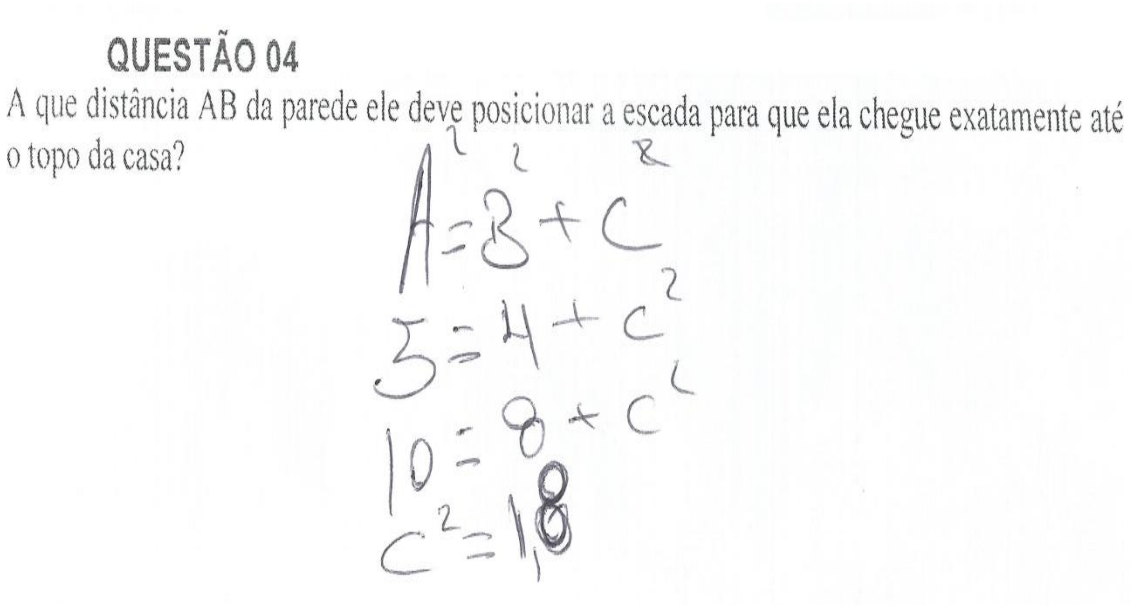
✓ Escolha da relação métrica inadequada;

✓ Realização do cálculo das operações fundamentais.

Tais categorias foram eleitas de acordo com o trabalho de Corrêa (2014), adaptando seus resultados a esta pesquisa.

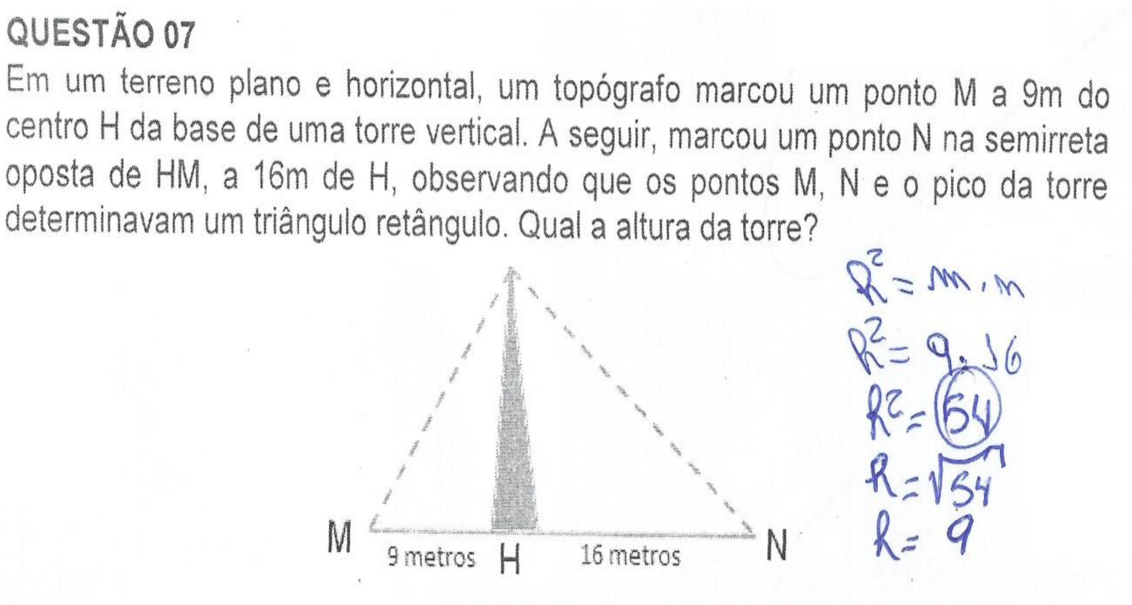
O principal erro cometido foi na realização do cálculo das operações fundamentais, uma vez que os alunos conseguiram Interpretar o comando da questão e identificar a relação métrica corretamente, como mostram as soluções abaixo:

Figura 11 - Erro cometido pelo aluno A10



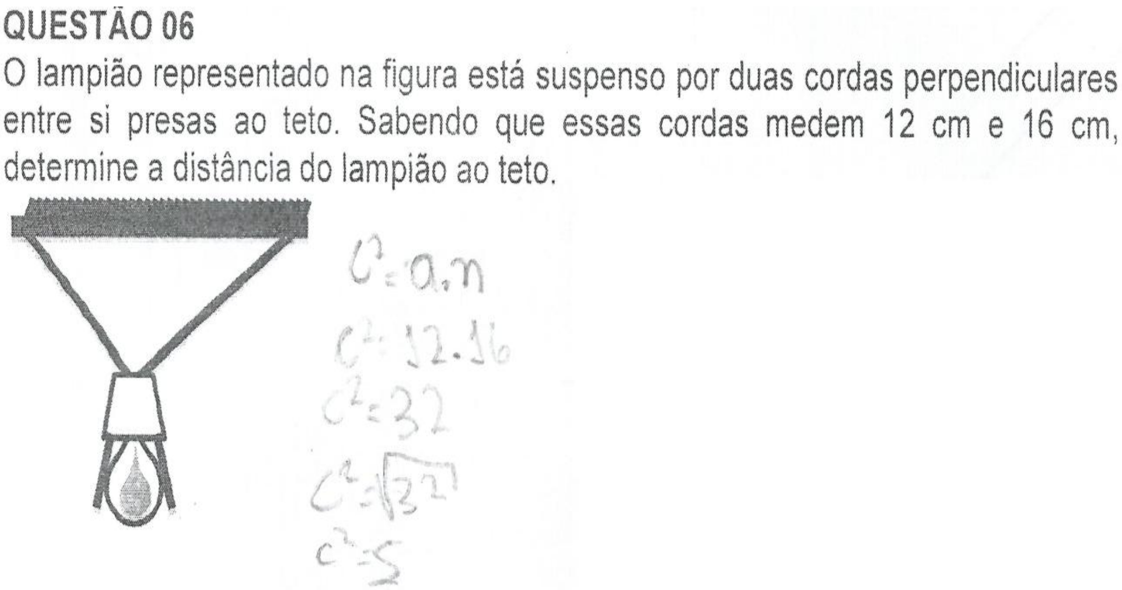
Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Figura 12 – Erro cometido pelo aluno A12



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Figura 13 – Erro cometido pelo aluno A13



QUESTÃO 06

O lampião representado na figura está suspenso por duas cordas perpendiculares entre si presas ao teto. Sabendo que essas cordas medem 12 cm e 16 cm, determine a distância do lampião ao teto.

$c^2 = a.n$

$c^2 = 12.16$

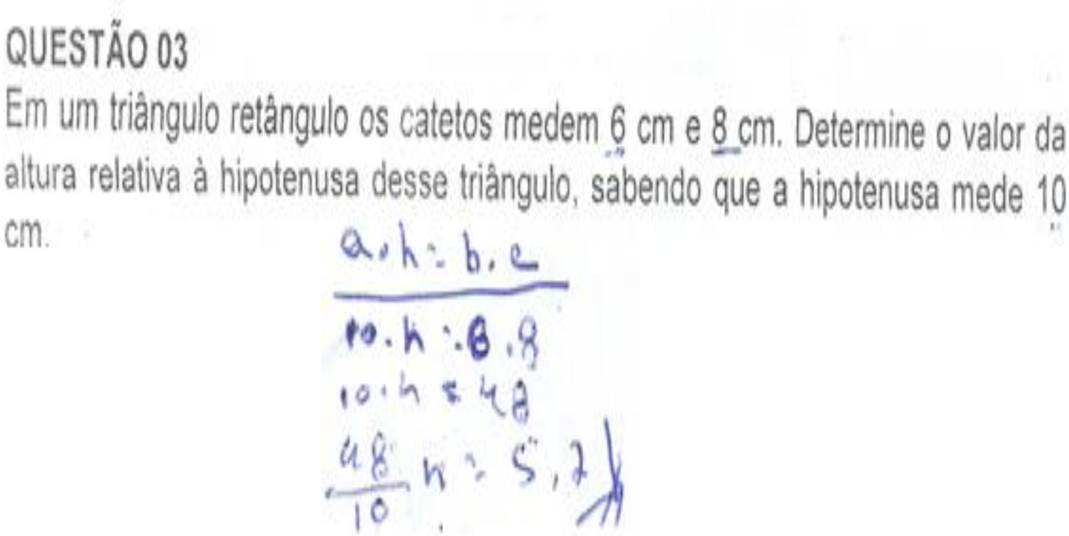
$c^2 = 32$

$c^2 = \sqrt{32}$

$c^2 = 5$

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Figura 14 – Erro cometido pelo aluno A16



QUESTÃO 03

Em um triângulo retângulo os catetos medem 6 cm e 8 cm. Determine o valor da altura relativa à hipotenusa desse triângulo, sabendo que a hipotenusa mede 10 cm.

$a.h = b.c$

$10.h = 6.8$

$10.h = 48$

$\frac{48}{10}$ $h = 5,2$

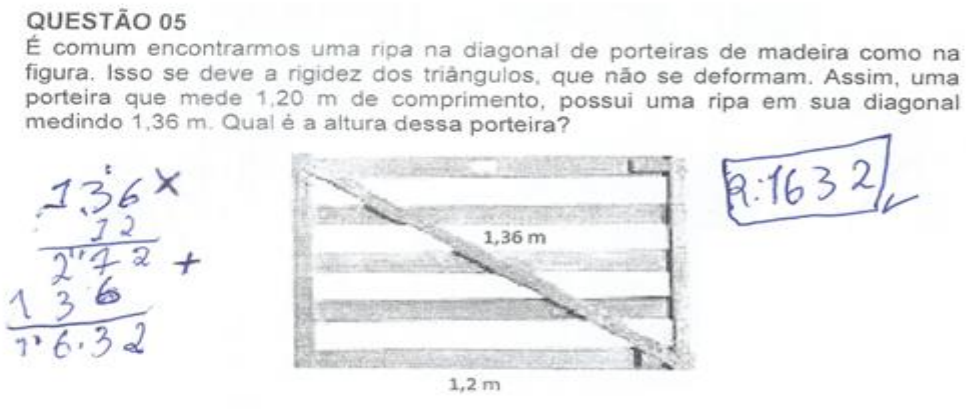
Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Em menor porcentagem, mas ainda com relevância, temos a Interpretação equivocada do comando da questão e/ou escolha da relação métrica inadequada.

Percebemos aqui que o aluno fez a multiplicação corretamente, mas não utilizou a relação métrica adequada, apesar dele não escrever a relação explicitamente, assim como Silva (2015).

> “notamos que nos últimos encontros os alunos, por já terem apreendido a dinâmica das resoluções, faziam pouco uso dessa etapa e realizavam o cálculo diretamente, sem recorrer à sentença”. (SILVA, 2015, p. 160).

Figura 15 – Erro cometido pelo aluno A4



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

6.4 COEFICIENTE LINEAR DE PEARSON E NOTAS NOS TESTES

Utilizamos o coeficiente de correlação linear de Pearson quando comparamos variáveis duas a duas para verificar a correlação entre elas, quando apenas uma delas varia.

Para analisar a intensidade da associação linear existente entre duas variáveis, inicialmente os dados são parametrizados e, em seguida, calculado o coeficiente linear de Pearson (r), pertencente ao intervalo [-1, 1] visto em Barbetta (2012, p. 254). A seguir a classificação da correlação linear de Pearson.

Quadro 25 – Níveis de correlação

Coeficiente de relação (r)	Correlação
$r = 1$	Perfeitamente Positiva
$0,8 \leq r < 1$	Forte Positiva
$0,5 \leq r < 0,8$	Moderada Positiva
$0,1 \leq r < 0,5$	Fraca Positiva
$0 < r < 0,10$	Ínfima Positiva
0	Nenhuma correlação
$-0,1 < r < 0$	Ínfima Negativa
$-0,5 < r \leq -0,1$	Fraca Negativa
$-0,8 < r \leq -0,5$	Moderada Negativa
$-1 < r \leq -0,8$	Forte Negativa
$r = -1$	Perfeitamente Negativa

Fonte: Adaptado de Barbetta (2012, p. 258)

Graficamente, utilizamos o diagrama de dispersão, que corresponde ao conjunto de pontos correlacionados entre as variáveis. Neste sentido, usamos o Software Microsoft Excel tanto para calcular as correlações lineares de Pearson quanto para construir os gráficos de dispersão resultantes dos dados produzidos nos questionários e testes.

Na primeira correlação foram consideradas as variáveis faixa etária dos alunos e a diferença das notas no pré- e pós-testes. Temos então:

Quadro 26 – Parametrização dos dados – idade

FAIXA ETÁRIA	PARAMETRIZAÇÃO
13 anos	1
14 anos	2
15 anos	3
16 anos	4
17 anos	5

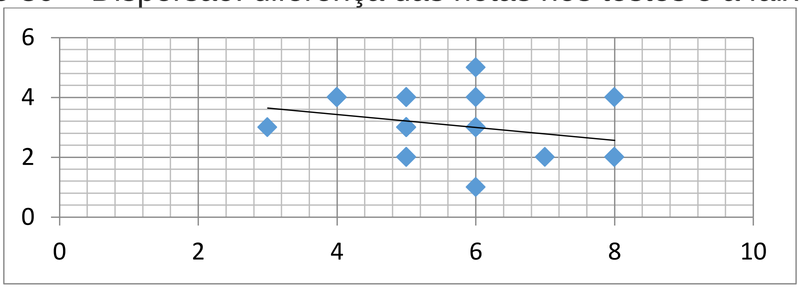
Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Quadro 27 – Correlação entre a diferença das notas nos testes e a faixa etária

ALUNO	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	FAIXA ETÁRIA
A_1	3	9	6	1
A_2	1	6	5	3
A_3	2	8	6	3
A_4	1	7	6	5
A_5	2	7	5	3
A_6	1	6	5	3
A_7	1	5	4	4
A_8	1	8	7	2
A_9	2	10	8	2
A_{10}	1	6	5	4
A_{11}	2	7	5	3
A_{12}	2	8	6	3
A_{13}	2	5	3	3
A_{14}	5	9	4	4
A_{15}	1	7	6	3
A_{16}	3	8	5	2
A_{17}	1	9	8	2
A_{18}	2	7	5	4
A_{19}	2	8	6	4
A_{20}	2	6	4	4
A_{21}	1	9	8	4
A_{22}	2	7	5	2

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 30 – Dispersão: diferença das notas nos testes e a faixa etária



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

O resultado apontou que para as variáveis analisadas, diferença das notas nos testes e faixa etária dos alunos, o valor do coeficiente de correlação foi de r = -0,03. Como este resultado pertence ao intervalo -0,1 < r < 0, sendo um valor muito próximo a zero e é negativo, logo esta correlação é ínfima negativa. Com isso, evidenciamos que a faixa etária dos alunos não interferiu nos resultados dos testes.

Vejamos a correlação entre o gênero dos alunos e a diferença das notas nos testes.

Quadro 28 – Parametrização dos dados – gênero

GÊNERO	PARAMETRIZAÇÃO
Masculino	1
Feminino	2

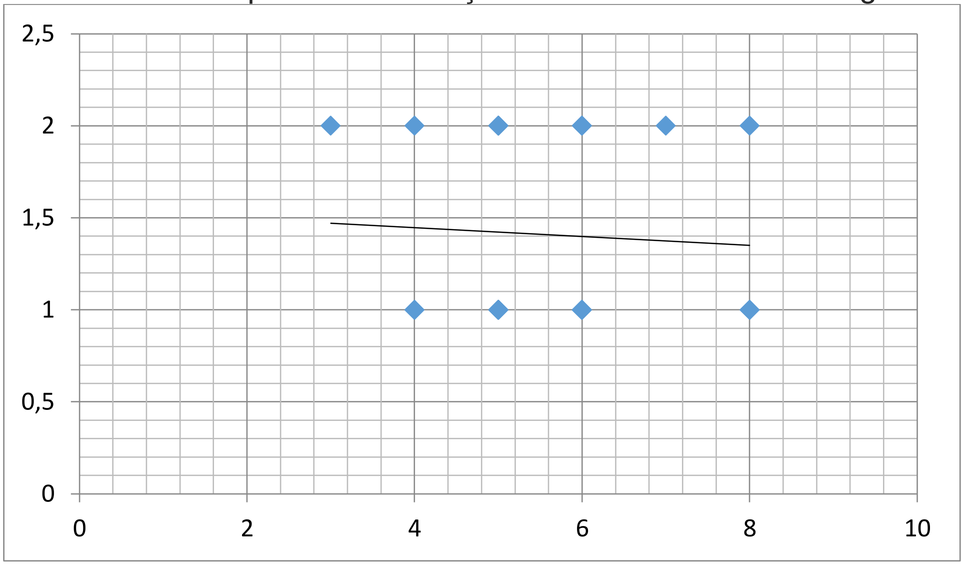
Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Quadro 29 – Correlação entre a diferença das notas nos testes

ALUNO	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	GÊNERO
A_1	3	9	6	1
A_2	1	6	5	1
A_3	2	8	6	1
A_4	1	7	6	1
A_5	2	7	5	1
A_6	1	6	5	2
A_7	1	5	4	2
A_8	1	8	7	2
A_9	2	10	8	1
A_{10}	1	6	5	1
A_{11}	2	7	5	1
A_{12}	2	8	6	2
A_{13}	2	5	3	2
A_{14}	5	9	4	1
A_{15}	1	7	6	2
A_{16}	3	8	5	2
A_{17}	1	9	8	2
A_{18}	2	7	5	2
A_{19}	2	8	6	1
A_{20}	2	6	4	1
A_{21}	1	9	8	1
A_{22}	2	7	5	1

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 31 – Dispersão: diferença das notas nos testes e o gênero



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Na verificação do coeficiente de correlação linear de Pearson (r) para a correlação entre a diferença das notas nos testes aditivos e o gênero dos alunos, obtivemos *r = -0,01*. Com um resultado negativo e muito próximo a zero, classificamos como uma correlação ínfima negativa, pois $-0,1 < r < 0$. Com isso, verificamos que o gênero dos alunos também não teve interferência nos resultados dos testes.

A seguir usamos o coeficiente de correlação linear de Pearson para correlacionar a variável dependência de estudos e a diferença das notas nos testes. Temos a seguinte parametrização para a dependência de estudos:

Quadro 30 – Parametrização dos dados – dependência

DEPENDÊNCIA DE ESTUDOS	PARAMETRIZAÇÃO
Não	1
Sim	2

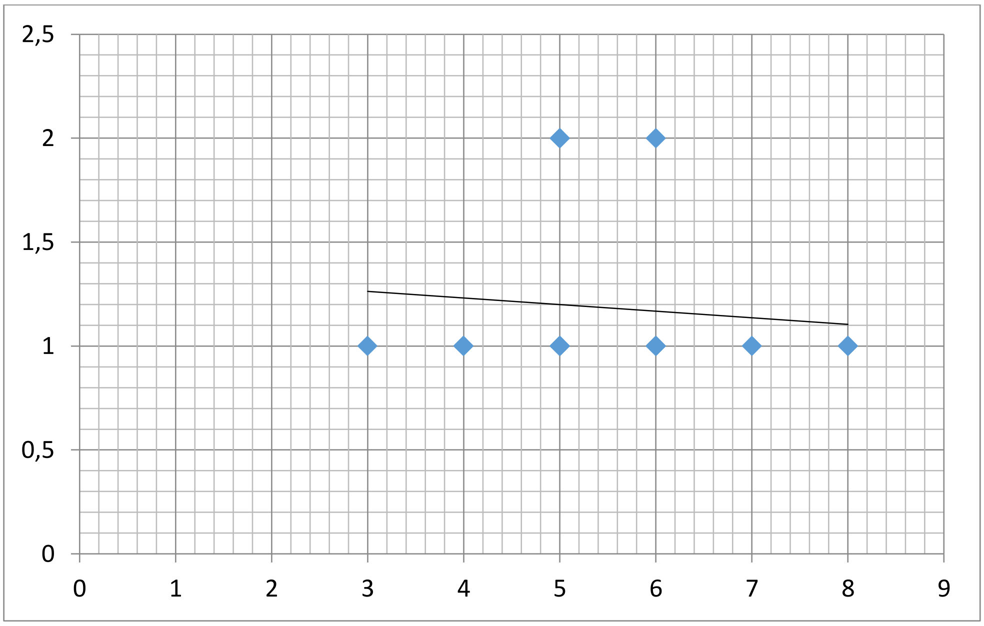
Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Quadro 31 – Correlação entre a diferença das notas nos testes e a dependência de estudos

ALUNO	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	DEPENDÊNCIA DE ESTUDOS
A_1	3	9	6	1
A_2	1	6	5	2
A_3	2	8	6	1
A_4	1	7	6	1
A_5	2	7	5	1
A_6	1	6	5	1
A_7	1	5	4	1
A_8	1	8	7	1
A_9	2	10	8	1
A_{10}	1	6	5	1
A_{11}	2	7	5	1
A_{12}	2	8	6	2
A_{13}	2	5	3	1
A_{14}	5	9	4	1
A_{15}	1	7	6	1
A_{16}	3	8	5	1
A_{17}	1	9	8	1
A_{18}	2	7	5	2
A_{19}	2	8	6	1
A_{20}	2	6	4	1
A_{21}	1	9	8	1
A_{22}	2	7	5	2

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 32 – Dispersão: diferença das notas nos testes e a dependência de estudos



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Na verificação do coeficiente de correlação linear de Pearson (r) para a correlação entre a diferença das notas nos testes e a dependência de estudos, obtivemos *r = 0,29*. Com um resultado positivo e próximo a zero, classificamos como uma correlação fraca positiva, pois $0,1 \leq r < 0,5$. Com isso, verificamos que o fato da maioria dos alunos não ter ficado de dependência de estudos teve pouca interferência nos resultados dos testes.

A seguir apresentamos a correlação entre o gosto por matemática e a diferença das notas nos testes.

Quadro 32 – Parametrização dos dados – afinidade com a matemática

AFINIDADE COM A MATEMÁTICA	PARAMETRIZAÇÃO
Detesto	1
Suporto	2
Gosto um pouco	3
Adoro	4

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Quadro 33 – Correlação entre a diferença das notas nos testes e a afinidade com a matemática

(continua)

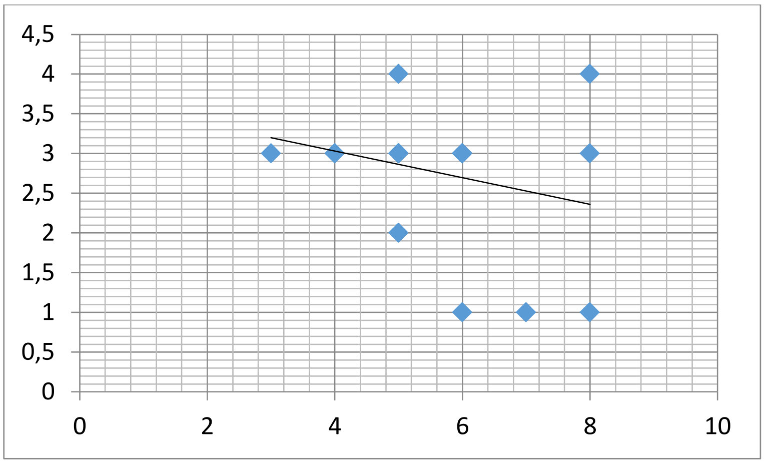
ALUNO	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	AFINIDADE COM A MATEMÁTICA
A_1	3	9	6	3
A_2	1	6	5	3
A_3	2	8	6	3
A_4	1	7	6	3
A_5	2	7	5	3
A_6	1	6	5	3
A_7	1	5	4	3
A_8	1	8	7	1
A_9	2	10	8	4
A_{10}	1	6	5	3
A_{11}	2	7	5	2
A_{12}	2	8	6	1
A_{13}	2	5	3	3
A_{14}	5	9	4	3

(conclusão)

A_{15}	1	7	6	3
A_{16}	3	8	5	3
A_{17}	1	9	8	3
A_{18}	2	7	5	3
A_{19}	2	8	6	3
A_{20}	2	6	4	3
A_{21}	1	9	8	1
A_{22}	2	7	5	4

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 33 – Dispersão: diferença das notas nos testes e a afinidade com a matemática



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Na verificação do coeficiente de correlação linear de Pearson (r) para a correlação entre a diferença das notas nos testes e o gosto por matemática, obtivemos *r = -0,29*. Com um resultado negativo e próximo a zero, classificamos como uma correlação fraca negativa, pois -0,5 < r ≤ -0,1. Com isso, verificamos que a variável gosto por matemática apresentou pouca interferência nos resultados dos testes. A seguir apresentamos a correlação entre a ajuda nas tarefas de casa de matemática e a diferença das notas nos testes.

Quadro 34 – Parametrização dos dados – ajuda nas tarefas de casa de matemática

AUXÍLIO NAS TAREFAS	**PARAMETRIZAÇÃO**
Mãe	1
Pai	2
Irmão (ã)	3
Professor particular	4
Ninguém	5
Amigo (a)	6
Outros	7

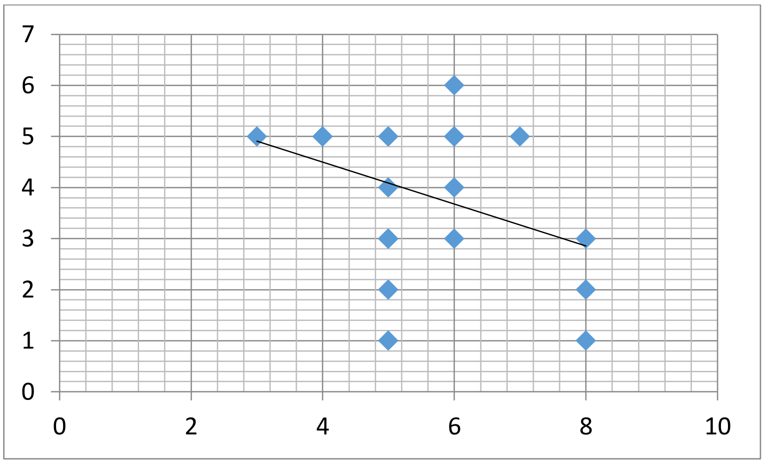
Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Quadro 35 – Correlação entre a diferença das notas nos testes e a ajuda nas tarefas de casa de matemática

ALUNO	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	AUXÍLIO NAS TAREFAS
A_1	3	9	6	5
A_2	1	6	5	3
A_3	2	8	6	6
A_4	1	7	6	5
A_5	2	7	5	1
A_6	1	6	5	3
A_7	1	5	4	5
A_8	1	8	7	5
A_9	2	10	8	2
A_{10}	1	6	5	5
A_{11}	2	7	5	4
A_{12}	2	8	6	4
A_{13}	2	5	3	5
A_{14}	5	9	4	5
A_{15}	1	7	6	3
A_{16}	3	8	5	2
A_{17}	1	9	8	3
A_{18}	2	7	5	5
A_{19}	2	8	6	5
A_{20}	2	6	4	5
A_{21}	1	9	8	1
A_{22}	2	7	5	3

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 34 – Dispersão: diferença das notas nos testes e a ajuda nas tarefas de casa de matemática dos alunos do 9º ano



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

O valor do coeficiente de correlação linear de Pearson para a diferença das notas nos testes e a ajuda nas tarefas de casa de matemática foi r = 0,05. Indicando uma correlação ínfima positiva, pois 0 < r < 0,1. Este valor está muito próximo de zero e é positivo, evidenciado que a ajuda nas tarefas de cada de matemática não teve interferência no desempenho dos alunos nos testes.

A seguir apresentamos a correlação existente entre os hábitos de estudos em matemática e a diferença das notas nos testes aditivos. Temos a seguinte parametrização para os hábitos de estudos em matemática:

Quadro 36 – Parametrização dos dados – hábitos de estudos em matemática

HÁBITOS DE ESTUDOS	PARAMETRIZAÇÃO
Não estudo além da escola	1
No período de prova	2
Somente na véspera da prova	3
Todo dia	4

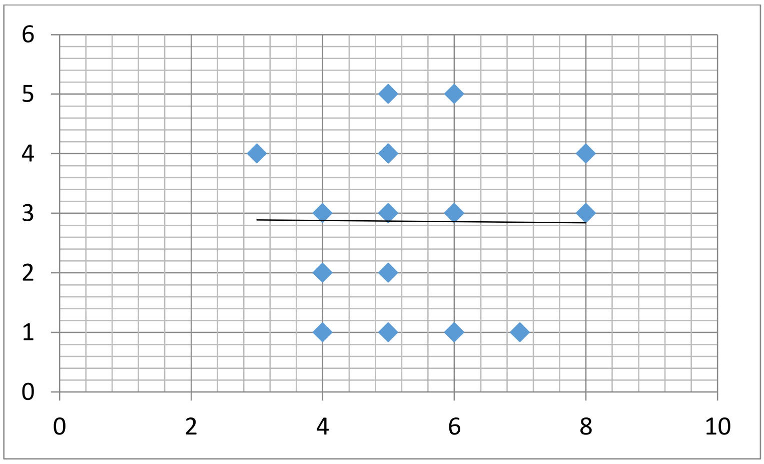
Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Quadro 37 – Correlação entre a diferença das notas nos testes e os hábitos de estudos em matemática

ALUNO	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	HÁBITOS DE ESTUDOS
A_1	3	9	6	1
A_2	1	6	5	3
A_3	2	8	6	3
A_4	1	7	6	5
A_5	2	7	5	2
A_6	1	6	5	4
A_7	1	5	4	3
A_8	1	8	7	1
A_9	2	10	8	4
A_{10}	1	6	5	3
A_{11}	2	7	5	5
A_{12}	2	8	6	3
A_{13}	2	5	3	4
A_{14}	5	9	4	1
A_{15}	1	7	6	3
A_{16}	3	8	5	4
A_{17}	1	9	8	3
A_{18}	2	7	5	1
A_{19}	2	8	6	1
A_{20}	2	6	4	2
A_{21}	1	9	8	3
A_{22}	2	7	5	4

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 35 – Dispersão: diferença das notas nos testes e os hábitos de estudos em matemática



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

O valor do coeficiente de correlação linear de Pearson para as variáveis acima foi de r = -0,39. Este valor é negativo e próximo de zero, pertencendo ao intervalo $-0,5 < r \leq -0,1$, logo está correlação é fraca negativa. O resultado do coeficiente de correlação nos mostra que apesar da maioria da amostra, 45,45%, ter informado que só estuda matemática no período de avaliações bimestrais, isso não interferiu no desempenho dos discentes nos testes.

A seguir apresentamos a correlação entre as variáveis entendimento das explicações dadas nas aulas de matemática e a diferença das notas nos testes aditivos.

Quadro 38 – Parametrização dos dados – entendimento das explicações dadas nas aulas de matemática

ENTENDIMENTO DAS EXPLICAÇÕES	PARAMETRIZAÇÃO
Nunca	1
Poucas vezes	2
Ás vezes	3
Quase sempre	4
Sempre	5

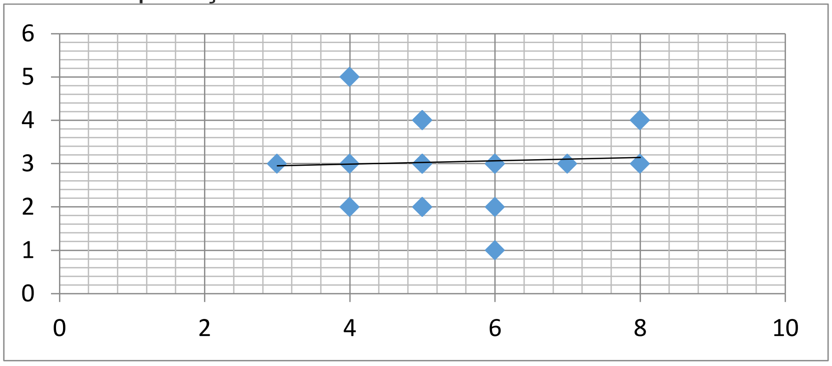
Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Quadro 39 – Correlação entre a diferença das notas nos testes e o entendimento das explicações dadas nas aulas de matemática

ALUNO	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	ENTENDIMENTO DAS EXPLICAÇÕES
A_1	3	9	6	3
A_2	1	6	5	4
A_3	2	8	6	3
A_4	1	7	6	1
A_5	2	7	5	3
A_6	1	6	5	2
A_7	1	5	4	2
A_8	1	8	7	3
A_9	2	10	8	4
A_{10}	1	6	5	3
A_{11}	2	7	5	4
A_{12}	2	8	6	2
A_{13}	2	5	3	3
A_{14}	5	9	4	5
A_{15}	1	7	6	3
A_{16}	3	8	5	3
A_{17}	1	9	8	3
A_{18}	2	7	5	2
A_{19}	2	8	6	3
A_{20}	2	6	4	3
A_{21}	1	9	8	4
A_{22}	2	7	5	4

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 36 – Dispersão: diferença das notas nos testes e o entendimento das explicações dadas nas aulas de matemática



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Na verificação do coeficiente de correlação linear de Pearson (r) para a correlação entre a diferença das notas nos testes e o entendimento das explicações dadas nas aulas de matemática, obtivemos *r = -0,22.* Com um resultado negativo e muito próximo a zero, classificamos como uma correlação fraca negativa, pois pertence ao intervalo $-0,5 < r \leq -0,1$. Com isso, verificamos que o entendimento das explicações dadas nas aulas de matemática teve pouca interferência nos resultados dos testes.

A seguir apresentamos a correlação entre as formas de avaliação em matemática e a diferença das notas nos testes.

Quadro 40 – Parametrização dos dados – formas de avaliação em matemática

FORMAS DE AVALIAÇÃO	PARAMETRIZAÇÃO
Prova/Simulados	1
Testes semanais	2
Seminários	3
Pesquisas	4
Projetos	5

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Quadro 41 – Correlação entre a diferença das notas nos testes e as formas de avaliação em matemática

(continua)

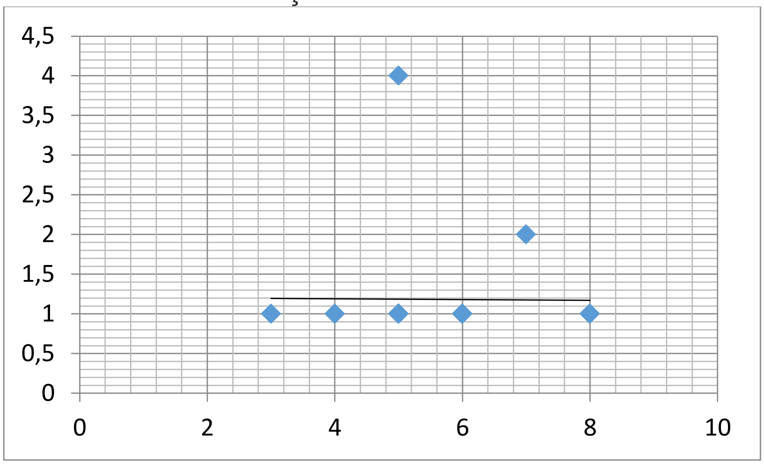
ALUNO	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	FORMAS DE AVALIAÇÃO
A_1	3	9	6	1
A_2	1	6	5	4
A_3	2	8	6	1
A_4	1	7	6	1
A_5	2	7	5	1
A_6	1	6	5	1
A_7	1	5	4	1
A_8	1	8	7	2
A_9	2	10	8	1
A_{10}	1	6	5	1
A_{11}	2	7	5	1

(conclusão)

A_{12}	2	8	6	1
A_{13}	2	5	3	1
A_{14}	5	9	4	1
A_{15}	1	7	6	1
A_{16}	3	8	5	1
A_{17}	1	9	8	1
A_{18}	2	7	5	1
A_{19}	2	8	6	1
A_{20}	2	6	4	1
A_{21}	1	9	8	1
A_{22}	2	7	5	1

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 37 – Dispersão: diferença das notas nos testes e as formas de avaliação em matemática



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

A correlação linear entre as variáveis diferença das notas nos testes e as formas de avaliação em matemática é ínfima positiva, pois r = 0,01. Este valor é positivo e muito próximo de zero, pertencendo ao intervalo $0 < r < 1$. Com isso, verificamos que as formas de avaliação em matemática não interferiram nos resultados dos testes. A seguir apresentamos a correlação entre as sensações diante das avaliações de matemática e a diferença das notas nos testes.

Quadro 42 – Parametrização dos dados – as sensações diante das avaliações de matemática

SENSAÇÕES	PARAMETRIZAÇÃO
Normal/Tranquilo	1
Com medo	2
Angustiado	3
Com raiva	4
Calafrios	5
Nervoso	6
Outros	7

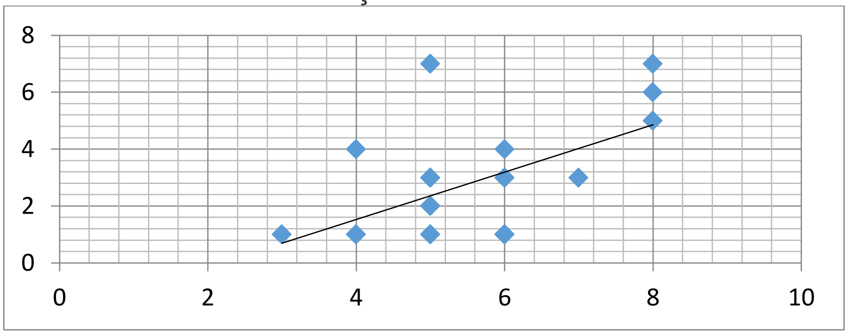
Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Quadro 43 – Correlação entre a diferença das notas nos testes e as sensações diante das avaliações de matemática

ALUNO	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	SENSAÇÕES
A_1	3	9	6	1
A_2	1	6	5	4
A_3	2	8	6	1
A_4	1	7	6	1
A_5	2	7	5	1
A_6	1	6	5	1
A_7	1	5	4	1
A_8	1	8	7	2
A_9	2	10	8	1
A_{10}	1	6	5	1
A_{11}	2	7	5	1
A_{12}	2	8	6	1
A_{13}	2	5	3	1
A_{14}	5	9	4	1
A_{15}	1	7	6	1
A_{16}	3	8	5	1
A_{17}	1	9	8	1
A_{18}	2	7	5	1
A_{19}	2	8	6	1
A_{20}	2	6	4	1
A_{21}	1	9	8	1
A_{22}	2	7	5	1

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Gráfico 38 – Dispersão: diferença das notas nos testes e as sensações diante das avaliações de matemática



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Na verificação do coeficiente de correlação linear de Pearson (r) para a correlação entre a diferença das notas nos testes e as sensações diante das avaliações de matemática, obtivemos *r = 0,22.* Com um resultado positivo e próximo a zero, classificamos como uma correlação fraca positiva, pois pertence ao intervalo 0,1 $\leq$ r $<$ 0,5. Com isso, verificamos que apesar de a maioria dos discentes, 63,64%, ter informado que tem reações adversas diante das avaliações de matemática, isso teve pouca interferência nos resultados dos testes.

A partir dos resultados das correlações, que foram fracas ou ínfimas, entre os fatores socioeconômicos e a diferença das notas nos testes, concluímos que o bom desempenho dos discentes na resolução das questões do pós-teste pode possuir como fator determinante a metodologia de ensino adotada na experimentação e a postura do professor em sala de aula, ou seja, a melhora no desempenho se deve ao trabalho de ensino de relações métricas no triângulo retângulo por atividades.

Na subseção a seguir apresentamos o teste de hipóteses aplicado aos resultados, a fim de elucidar outras conclusões estatísticas sobre o experimento.

6.5 TESTE DE HIPÓTESES

Para verificar a inferência da metodologia adotada lançamos mão do teste de hipóteses do experimento, estabelecemos as seguintes hipóteses:

Hipótese nula (H_0): a média do pré-teste é maior ou igual à do pós-teste.

Hipótese alternativa (H_a): a média do pré-teste é menor que à do pós-teste.

Na tabela a seguir estão as notas absolutas dos discentes nos dois testes. Como foram 11 questões, essas notas variaram de 0 a 11 de acordo com o número de acertos de cada discentes, assim temos.

Quadro 44 – Desempenhos nos testes e diferença entre as médias

(continua)

ALUNO	NOTA NO PRÉ-TESTE (X)	NOTA NO PÓS-TESTE (Y)	DIFERENÇA (d)	D^2
A_1	3	9	-6	36
A_2	1	6	-5	25
A_3	2	8	-6	36
A_4	1	7	-6	36
A_5	2	7	-5	25
A_6	1	6	-5	25
A_7	1	5	-4	16
A_8	1	8	-7	49
A_9	2	10	-8	64
A_{10}	1	6	-5	25
A_{11}	2	7	-5	25
A_{12}	2	8	-6	36
A_{13}	2	5	-3	9
A_{14}	5	9	-4	16
A_{15}	1	7	-6	36

(conclusão)

A_{16}	3	8	-5	25
A_{17}	1	9	-8	64
A_{18}	2	7	-5	25
A_{19}	2	8	-6	36
A_{20}	2	6	-4	16
A_{21}	1	9	-8	64
A_{22}	2	7	-5	25
	$\sum X = 40$	$\sum Y = 162$	-	$\sum D^2 = 714$
		$\mu_d = 0$		
		$S_d = 1{,}34$		
		$n = 22\, pares$		

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Com os dados dessa tabela, nosso primeiro passo foi determinar as médias dos dois testes (pré- e pós-testes), assim temos

$$\text{Média do pré-teste} = \mu_X = \frac{\sum X}{n} = \frac{40}{22} \cong 1{,}82$$

$$\text{Média do pós-teste} = \mu_Y = \frac{\sum Y}{n} = \frac{162}{22} \cong 7{,}36$$

O desvio padrão da diferença das médias é dado por:

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum D^2}{n} - (\mu_X - \mu_Y)^2}$$

$$S_d = \sqrt{\frac{714}{22} - (1{,}82 - 7{,}36)^2}$$

$$S_d = 1{,}34$$

Agora calculamos o erro padrão da diferença entre as médias, que é calculado por:

$$S_{\bar{d}} = \frac{S_d}{\sqrt{n-1}}$$

$$S_{\bar{d}} = \frac{1{,}34}{\sqrt{22-1}}$$

$$S_{\bar{d}} \cong 0{,}29$$

E por fim, calculamos o valor de *t* dado por:

$$t = \frac{\mu_X - \mu_Y}{S_{\bar{d}}}$$

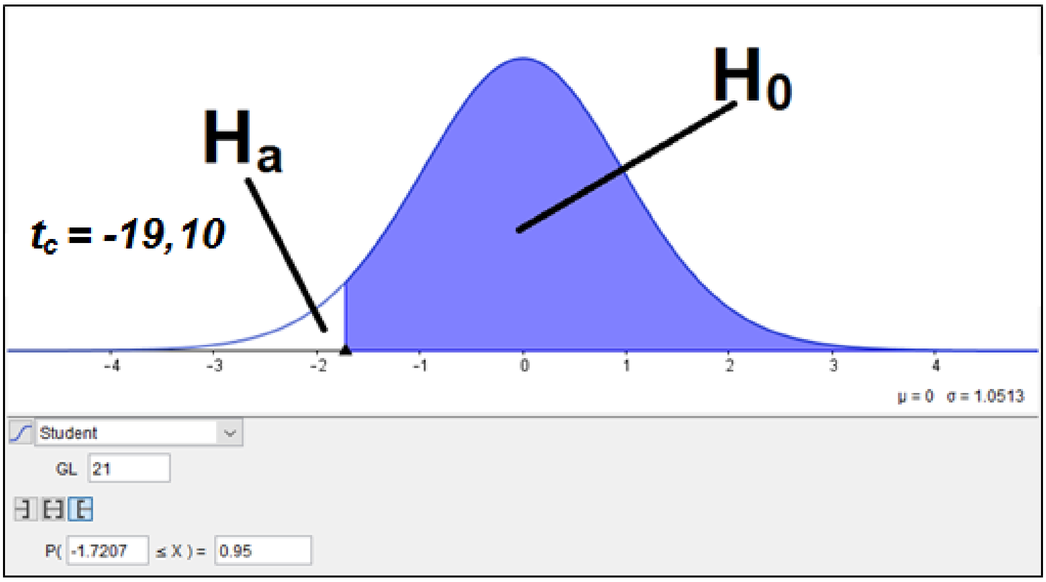
$$t = \frac{1{,}82 - 7{,}36}{0{,}29}$$

$$t = \frac{-5{,}54}{0{,}29}$$

$$t \cong -19{,}10$$

O gráfico a seguir apresenta a região de rejeição e a estatística de teste padronizada.

Gráfico 39 – Curva normal do teste de hipótese



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Esse teste é unilateral à esquerda, com 21 graus de liberdade, para o nosso caso (g.l. = n -1 ⇒ g.l. = 22 -1 = 21), e nível de significância de 0,05 (α = 0,05 ou 5%), obtemos o valor crítico padrão *t = -1,7207*. De acordo com as normas do teste de hipótese devemos rejeitar a hipótese nula e aceitar a hipótese alternativa, pois o $t_{calculado} < t_{padrão}$, o que em nosso caso acontece, visto que -19,42 < -1,7207. Deste modo, podemos afirmar que a aplicação da sequência didática surtiu efeitos positivos no desempenho de resolução de questões envolvendo relações métricas no triângulo retângulo dos alunos, ou seja, as notas do pós-teste foram maiores do que a do pré-teste.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve por objetivo avaliar os efeitos de uma sequência didática, diferente da tradicional, por meio de atividades estruturadas, no ensino de relações métricas no triângulo retângulo no 9º ano do ensino fundamental, no processo de ensino e aprendizagem Matemática, utilizando-se do Ensino por Atividades e a Metodologia da Redescoberta, que mostraram-se extremamente satisfatórias, levando os discentes a anotar dados projetados, chegar a conclusões de observações das regularidades encontradas, chegando à descoberta de uma lei, regra ou relação entre as medidas de um triângulo retângulo.

Para alcançar o objetivo realizamos pesquisa inicial gerando os resultados nas análises prévias, com alunos egressos do Ensino Fundamental, construindo então uma sequência didática, que consistiu num conjunto de atividades para o ensino das relações métricas no triângulo retângulo com a aplicação de oito atividades de ensino, exercícios de ancoragem e aprimoramento, e dois (pré e pós) teste. O software educativo (SE) Geogebra teve papel fundamental, pois todo o planejamento e desenvolvimento foi realizado com esta ferramenta, contribuindo significativamente com a redução no tempo de execução de cada atividade apresentada. Além disso, o SE nos possibilitou reproduzir a construção das figuras e esta reprodução elevou o nível de compreensão dos alunos em relação aos conceitos estudados.

Nesta sequência verificamos a motivação dos alunos elevou-se ao utilizarmos uma metodologia, diferente da tradicional, com a utilização das novas tecnologias da comunicação e informação (TICS), tornando o ato de aprender mais fácil, observando padrões sem fórmulas demonstradas ou iniciadas por um corolário ou hipótese. Seguimos um caminho alternativo, em que mostramos as relações métricas no triângulo retângulo por meio de exemplos e cálculos relativamente simples que levaram os alunos ao ato de generalizar os dados encontrados, deixando a necessidade de demonstração tradicional para momento posterior, caso faça-se necessário.

As correlações contidas na Seção da Análise a Posteriori e Validação, mostraram que os fatores socioeconômicos levantados no questionário não foram determinantes nos resultados dos pós-testes, como a faixa etária dos alunos, gênero, dependência em disciplinas, afinidade com a matemática, ajuda nas tarefas de casa, hábitos de estudos em matemática, entendimento nas explicações dadas nas aulas de matemática, formas de avaliação, sensações diante das avaliações de matemática, tais constatações foram obtidas por meio das correlações linear de Pearson obtida entre a diferença das notas do pós-teste com o pré-teste e essas variáveis parametrizadas, cujos resultados revelaram correlações ínfimas ou fracas. De tal forma que, consideramos a postura do professor e a metodologia empregada como os fatores que levaram a uma elevação nos resultados do pós- teste do experimento, além do abraço que a deram nas atividades com frequência e participação efetiva.

Foi utilizado ainda o Teste de Hipótese para identificar se as notas obtidas no pós-teste foram melhores que as do pré-teste, constatando estatisticamente que houve uma elevação significativa das notas, ou seja, isso nos leva a crer que a metodologia de ensino surtiu efeito levando a melhora no desempenho dos alunos.

Percalços existiram e podemos destacar a falta da calculadora durante a experimentação por todos os discentes como um dos principais, fazendo com que a sequência didática demandasse mais tempo, em virtude dos cálculos realizados. Além de cogitarmos que íamos ter obtidos melhores resultados nos testes e nas atividades se todos os alunos possuíssem a calculadora, uma vez que boa parte dos erros encontrados foram erros nos cálculos das operações.

Esperamos ter contribuído com este trabalho para o ensino e aprendizado da Matemática do Ensino Fundamental, em especial para o conteúdo das relações métricas no triângulo retângulo, além do ensino por atividades que busca formas mais eficientes de ensinar e aprender. Esperamos ainda que a metodologia do ensino por atividades estruturadas esteja cada vez mais frequente entre os docentes, pincipalmente da rede publica, do Estado do Pará. Na certeza que a busca constante abre espaço para novas investigações sobre o ensino por meio de atividades, elevando consideravelmente a qualidade da nossa educação.

Sugerimos finalmente que novas pesquisas sejam realizadas para que o ensino e aprendizagem da matemática alcance padrões superiores, em especial, sugerimos que esta sequência didática seja reaplicada com algumas alterações como o uso de calculadora por todos os alunos ou com a manipulação por parte dos alunos do Software Educativo Geogebra, caso a estrutura física permita, objetivando novas formas de ensinar e aprender.

8. REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: ED. UFPR, 2007, p. 167 – 185.

ALMOULOUD, Saddo; SILVA, Maria José Ferreira da. **Revemat**: R. Eletr. de Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 22-52, 2012.

ARTIGUE, Michèle. Engenharia Didáctica. In: BRUN, Jean (org.); FIGUEIREDO, Maria José (tradução). **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: instituto Piaget, 1996.

BOYER, Carl B. ***A History of analytic geometry***. Mineola/N.Y.: Dover publications, 2004.

BOYER, Carl B. GOMIDE, Elza (tradução); MERZBACH, Uta (revisão). **A História da Matemática**. 3ª edição. São Paulo: editora Blucher, 2010.

BRASIL, Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** (Matemática). Brasília: A Secretaria, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: (SAEB): matriz de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC/INEP, 2011.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Brasília: MEC-SEF, 1998.

COELHO, Alex de Brito. **Teorema de Pitágoras: qual a sua importância para o ensino das ciências da natureza?** 2010. 78 f. Dissertação (Mestrado em ensino de Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio “Professor José de Souza Herdy”, Duque de Caxias, 2010. Disponível em: http://www2.unigranrio.br/unidades_adm/pro_reitorias/propep/stricto_sensu.old/cursos/mestrado/ensino_ciencias/galleries/downloads/dissertacoes/dissertacao_alex_brito_coelho.pdf. Acesso em: 10 Jul. 2016.

CORRÊA, Elane Cristina Teixeira. **O ensino de relações métricas no triângulo retângulo: uma sequência didática para a Educação de Jovens e Adultos.** 2014. 75 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2014.

DANTE. **Matemática**: contexto e aplicações. Volume 3. São Paulo: Ática, 2012.

DOLCE, Osvaldo; POMPEU, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar** - Volume 9 - Geometria Plana - 9ª Ed. São Paulo: Atual, 2013.

EVES, Howard; DOMINGUES, Hygino (tradução). **Introdução à história da matemática**. 6ª ed. Campinas/SP: Editora Unicamp, 2004.

GRAÇA, Vagner Viana. **O ensino de problemas do 1º grau por atividade**, 2011. 230 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2011.

GOMES, R. P. **O ensino das Relações Trigonométricas por Atividades**. 2013. 218 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2013.

LEITE, Rondineli Schulthais. **O ensino de parte da geometria do ensino fundamental: análise de dificuldades e sugestão de sequência didática**. 2013. 148 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2013. Disponível em:http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/475/2011_00367_RONDINELI_SCHULTHAIS_LEITE.pdf?sequence=1. Acesso em: 10 Jul. 2016.

LIBÂNEO, José Carlos. Didática. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2013.

LINDEGGER, Luiz Roberto de Moura. **Construindo os conceitos básicos da trigonometria no triângulo retângulo:** uma proposta a partir da manipulação de modelos. 2000. 212 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2000.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem componente do ato pedagógico.** São Paulo: Cortez, 2011.

MEDEIROS, A. P. M. **Semelhança de triângulos: dos livros do passado à formação continuada de professores via EaD**. 2012. 120 f. Dissertação (Pós-Graduação Strictu Sensu Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2012.

MOREIRA, Marco Antônio. **O QUE É AFINAL APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA?** Disponível em:http://www.if.ufrgs.br/~moreira/oqueeafinal.pdf. Acesso em 5 de janeiro de 2016, às 10:00.

NASCIMENTO, Andréia Aparecida da Silva Brito. **Relações entre os conhecimentos, as atitudes e a confiança dos alunos do curso de licenciatura em matemática em resolução de problemas geométricos**. 2008. 202 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2008. Disponível em:http://www2.fc.unesp.br/BibliotecaVirtual/ArquivosPDF/DIS_MEST/DIS_MEST20081219_NASCIMENTO%20ANDREIA%20APARECIDA%20DA%20SILVA%20BRITO.pdf. Acesso em: 10 Jul. 2016.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica**. 1989. 185f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1989.

PEREIRA, Marcella Tatagiba. **Proposta de atividades para a construção do conceito de semelhança de triângulos no ambiente de geometria dinâmica régua e compasso.** 2010. 99f.

PEREIRA, L. M. G. **O software geogebra como proposta facilitadora do processo de ensino-aprendizagem da geometria plana no ensino fundamental.** 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Goiás, CATALÃO, 2015.

QUADRO, Rosana Cunha. **Relações métricas no triângulo retângulo: um estudo didático.** 2004. 65 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004. Disponível em:https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/97139/Rosana_Cunha_Quadro.PDF?sequence=1. Acesso em: 10 Jul. 2016.

RÊGO, Rogéria Gaudencio do; RÊGO, Rômulo Marinho; VIEIRA, Kleber Mendes. **Laboratório de ensino de geometria**. **(Coleção formação de professores)** Campinas (SP): Autores Associados, 2012.

SÁ, Pedro de Franco. **Ensinando Matemática através da redescoberta.** Traços. v.3, n. 3. p. 51 – 71, 1999.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

SÁ, Pedro F.; JUCÁ, Rosineide de S. **Matemática por atividades:** experiências didáticas bem-sucedidas. Petrópolis/RJ: Vozes, 2014.

SÁ, Pedro F.; ALVES, Fábio José C. A engenharia didática: alternativa metodológica para pesquisa em fenômenos didáticos. In: MARCONDES, Maria Inês; OLIVEIRA, Ivanilde A.; TEIXEIRA, Elizabeth. (Org.). **Abordagens teóricas e construções metodológicas na pesquisa em educação**. Belém: EDUEPA, 2011.

SANTOS, Acárem Chrísler dos; MACÊDO, Josué Antunes de Ferreira. **Uso dos Softwares Geogebra e Winplot no Estudo de Funções Transcendentes.** REVEMAT. Florianópolis (SC), v.10, n. 2, p. 155-166, 2015.

SAVIANI, D. **Escola e democracia**. 24. ed. S„o Paulo: Cortez, 1991.

SELLI, Luis Fernando. **GeoGebra, recurso computacional a favor da aprendizagem matemática no ensino fundamental II.** 2014. 60 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014. Disponível em:http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/1244/2012_01028_LUIS_FERNANDO_SELLI.pdf?sequence=1. Acesso em: 10 Jul. 2016.

SILVA, Benedita das Graças Sardinha da. **Ensino de problemas envolvendo as quatro operações por meio de atividades**. 223p. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Estado do Pará. Belém, 2015.

SISPAE – **Sistema Paraense de Avaliação Educacional**. Disponível em:http://vunesp.com.br/reports/RelatorioSISPAE.aspx?=SEPA1401. Acesso em 30 de janeiro de 2016, às 19:40.

SILVA, S. Andizeg. **Trigonometria no Triângulo Retângulo: Construindo uma aprendizagem significativa.** 2005. Dissertação (Pós-Graduação Strictu Sensu Mestrado em Educação Matemática) – P. U. C., São Paulo, 2005.

VELOSO, E. **Geometria:** Temas actuais**.** Instituto de Inovação Educacional, 1998.

APÊNDICES

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA
TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) senhor(a), o(a) menor, pelo qual o(a) senhor(a) é responsável, está sendo convidado(a) para participar da pesquisa intitulada: **O ensino de relações métricas no triângulo retângulo por meio de atividades,** sob a responsabilidade dos pesquisadores **Cinthia Cunha Maradei Pereira e Anderson Portal Ferreira**, vinculados a Universidade do Estado do Pará. Nesta pesquisa nós estamos buscando avaliar os efeitos da aplicação de uma sequência didática, diferente da tradicional, para o ensino de relações métricas no triângulo retângulo tem sobre a participação dos alunos de uma escola pública do Ensino Fundamental de Mosqueiro nas aulas de Matemática e sobre o desempenho de resolução de questões envolvendo esses conteúdo.

Na participação do(a) menor, ele(a) responderá as perguntas a serem realizadas sob a forma de questionário e durante a execução da sequência didática será utilizado uma câmera como um recurso para captar vídeo e áudio do ambiente de sala de aula, após a transcrição das gravações para a pesquisa as mesmas serão desgravadas. Também, durante a aplicação das atividades uma pessoa exercerá a função de observador das mesmas e registrará toda a dinâmica de sala de aula.

O(A) senhor(a) e seu dependente não terão nenhum **custo ou quaisquer compensações financeiras** por participarem da pesquisa**. Não haverá riscos** de qualquer natureza relacionada à participação do(a) menor na pesquisa. O **benefício** relacionado à participação de seu dependente será de aumentar o conhecimento científico na área de ensino de matemática. O(A) menor é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo ou coação.

Uma via original deste **Termo de Consentimento Livre e Esclarecido** ficará com o senhor (a). Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: **Anderson Portal Ferreira (xx-xxxxxxx) ou Cinthia Cunha Maradei Pereira (xx-xxxxxxx)**. Poderá também entrar em contato com a Direção do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n.Telegrafo. Belém-Pará- CEP: 66113-010; fone: 4009-9542.

Mosqueiro, ____ de ______________de 2016.

_______________________________________	______________________________
Cinthia Cunha Maradei Pereira	Anderson Portal Ferreira
Doutora em Genética e Biologia Molecular PMPEM/UEPA	Mestrando PMPEM/UEPA

Eu,____ autorizo o(a) menor ____ a participar da pesquisa citada acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecida.

____
Assinatura do responsável

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO PARA DISCENTES

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Prezado(a) Aluno(a),

Neste momento estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, para tanto necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo para o êxito deste trabalho. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato.

QUESTÕES

1- Idade: _____ anos **2- Gênero:** ( ) Masculino ( ) Feminino

3- Tipo de escola onde estuda:
( ) Municipal ( ) Estadual ( ) Privada/Particular

4 – Você já ficou em dependência?
( ) Não
( ) Sim. Em qual(is) disciplina(s)? ____________________________________

5 – Você Gosta de Estudar matemática?
( ) Detesto ( ) Suporto
( ) Gosto um Pouco ( ) Adoro

6 – Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?
( ) Professor Particular ( ) Pai ( ) Mãe
( ) Irmão ( ) Amigo(a) ( ) Ninguém
( ) outro. Quem? ____

7 – Com que frequência você estuda matemática fora da escola?
( ) Todo dia ( ) Somente nos fins de semana
( ) No período de prova ( ) Somente na véspera da prova
( ) Não estudo além da escola.

8 – Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática?
( ) Nunca ( ) Poucas vezes
( ) Às vezes ( ) Quase sempre
( ) Sempre

9 – Qual(is) a(s) forma(s) de atividade(s) você costuma ser avaliado em matemática?
( ) Prova/Simulado ( ) Testes Semanais
( ) seminários ( ) Pesquisas
( ) Projetos ( ) Outros.
Quais?_______________________

10 – Como você se sente quando está diante de uma avaliação em matemática?

( ) Normal/Tranquilo ( ) Com medo
( ) Angustiado ( ) Com raiva
( ) Calafrios ( ) Outros.Quais?_______________________

11- Quando você estudou problemas envolvendo “Triângulos” a maioria das aulas começava:
( ) Pela definição seguida de exemplos e exercícios
( ) Com uma situação problema para depois introduzir o assunto
( ) Com um experimento para chegar ao conceito
( ) Com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo
( ) Com a utilização de um software educativo para construir os conceitos

12- Quando você estudou problemas classificação dos Triângulos a maioria das aulas começava:
( ) Pela definição seguida de exemplos e exercícios
( ) Com uma situação problema para depois introduzir o assunto
( ) Com um experimento para chegar ao conceito
( ) Com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo
( ) Com a utilização de um software educativo para construir os conceitos

13- Quando você estudou problemas envolvendo Relações entre os lados de um triângulo retângulo “Teorema de Pitágoras” a maioria das aulas começava:
( ) Pela definição seguida de exemplos e exercícios
( ) Com uma situação problema para depois introduzir o assunto
( ) Com um experimento para chegar ao conceito
( ) Com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo
( ) Com a utilização de um software educativo para construir os conceitos

14- Quando você estudou problemas envolvendo as aplicações do Teorema de Pitágoras a maioria das aulas começava:
( ) Pela definição seguida de exemplos e exercícios
( ) Com uma situação problema para depois introduzir o assunto
( ) Com um experimento para chegar ao conceito
( ) Com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo
( ) Com a utilização de um software educativo para construir os conceitos

15- Para fixar a resolução de problemas envolvendo outras Relações Métricas no Triângulo o(a) seu(a) professor(a) costumava:
( ) Apresentar uma lista de problemas a serem resolvidos
( ) Apresentar jogos envolvendo o assunto
( ) Solicitar que os alunos resolvessem os exercícios do livro didático
( ) Solicitar que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolverem.
( ) Não propõe questões de fixação

16- Quanto ao estudo das relações métricas no triâgulo onde você sente mais dificuldade?
( ) Interpretar o problema
( ) Visualizar o Problema
( ) Realizar os Cálculos
( ) Todas as anteriores

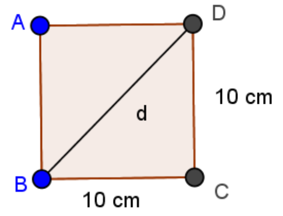
17- A respeito de seus conhecimentos sobre relações métricas no Triângulo Preencha a tabela abaixo:

Assunto	Você Lembra de ter estudado esse assunto?		Grau de Dificuldade para Aprender				
	Sim	Não	Muito Fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito Difícil
Relação1: a= m + n							
Relação 2: $b^2 = a \cdot m$							
Relação 3: $c^2 = a \cdot n$							
Relação 4: $a \cdot h = b \cdot c$							
Relação 5: $h^2 = m \cdot n$							
Relação 6: $a^2 = b^2 + c^2$							
Resolver questões envolvendo a relação: “A Hipotenusa é igual a soma das projeções”							
Resolver questões envolvendo a relação: “O quadrado do cateto b é igual ao produto da hipotenusa pela projeção do cateto b”							
Resolver questões envolvendo a relação: “O quadrado do cateto c é igual ao produto da hipotenusa pela projeção do cateto c”							
Resolver questões envolvendo a relação: “O Produto da hipotenusa pela sua altura relativa é igual ao produto dos catetos”							
Resolver questões envolvendo a relação: “O quadrado da altura é igual ao produto das projeções”							
Resolver questões envolvendo a relação: “Teorema de Pitágoras”							

RESOLVA AS QUESTÕES A SEGUIR

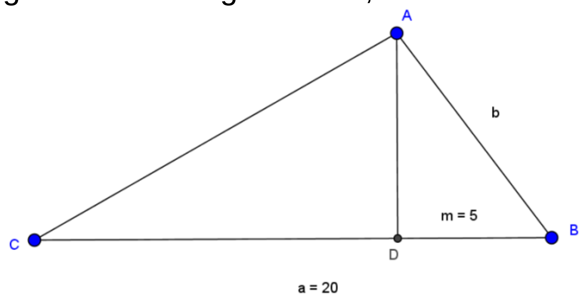
QUESTÃO 01

Calcule a Diagonal de um quadrado cujo lado mede 10 cm.



QUESTÃO 02

No Triângulo Retângulo ABC retângulo em A, determine a medida do cateto b.

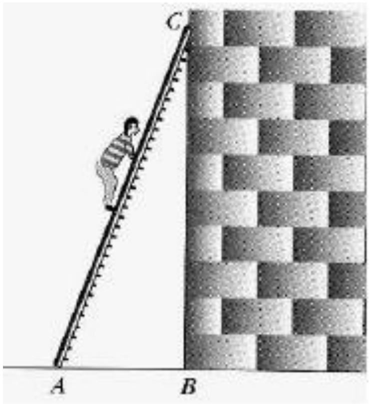


QUESTÃO 03

Em um triângulo retângulo os catetos medem 6 cm e 8 cm. Determine o valor da altura relativa à hipotenusa desse triângulo, sabendo que a hipotenusa mede 10 cm.

QUESTÃO 04

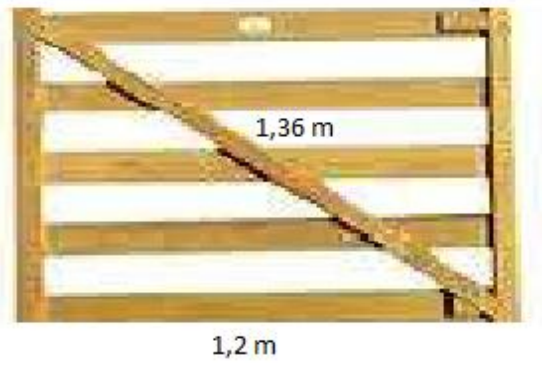
Um encanador precisa chegar ao topo de uma casa para consertar a caixa d'água. Sabe-se que a casa tem 4 metros de altura e a escada tem 5 metros.



A que distância AB da parede ele deve posicionar a escada para que ela chegue exatamente até o topo da casa?

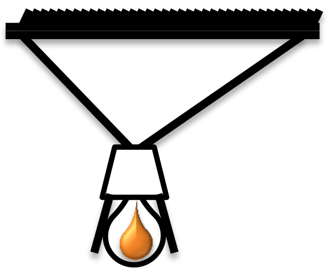
QUESTÃO 05

É comum encontrarmos uma ripa na diagonal de porteiras de madeira como na figura. Isso se deve a rigidez dos triângulos, que não se deformam. Assim, uma porteira que mede 1,20 m de comprimento, possui uma ripa em sua diagonal medindo 1,36 m. Qual é a altura dessa porteira?



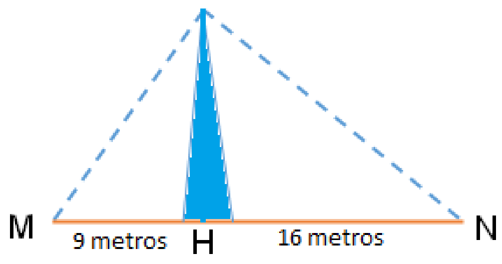
QUESTÃO 06

O lampião representado na figura está suspenso por duas cordas perpendiculares entre si presas ao teto. Sabendo que essas cordas medem 12 cm e 16 cm, determine a distância do lampião ao teto.



QUESTÃO 07

Em um terreno plano e horizontal, um topógrafo marcou um ponto M a 9m do centro H da base de uma torre vertical. A seguir, marcou um ponto N na semirreta oposta de HM, a 16m de H, observando que os pontos M, N e o pico da torre determinavam um triângulo retângulo. Qual a altura da torre?



QUESTÃO 08

Um triângulo possui os ângulos internos com as seguintes medidas: 30°, 60° e 90°, portanto, quanto aos ângulos podemos dizer que esse triângulo é um:

a) Triângulo Retângulo
b) Triângulo Isósceles
c) Triângulo Acutângulo
d) Triângulo Obtusângulo

e) Triângulo Equilátero

QUESTÃO 09

Um segmento de reta vai de um dos vértices do triângulo até o lado oposto, formando com este um ângulo de 90º. Como chamamos este segmento de reta.

a) Lado do triângulo
b) Projeção do cateto
c) Altura do Triângulo
d) Área do triângulo
e) Perímetro do Triângulo.

QUESTÃO 10

Como recebe o nome do teorema que relaciona os três lados de um triângulo retângulo, da seguinte forma; “O quadrado formado sobre o lado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados formados sobre os lados dos catetos”.

a) Teoremas de Newton.
b) Teorema de Euller.
c) Teorema de Gauss.
d) Teorema de Pitágoras.
e) Teorema de Al-Khwarizmi.

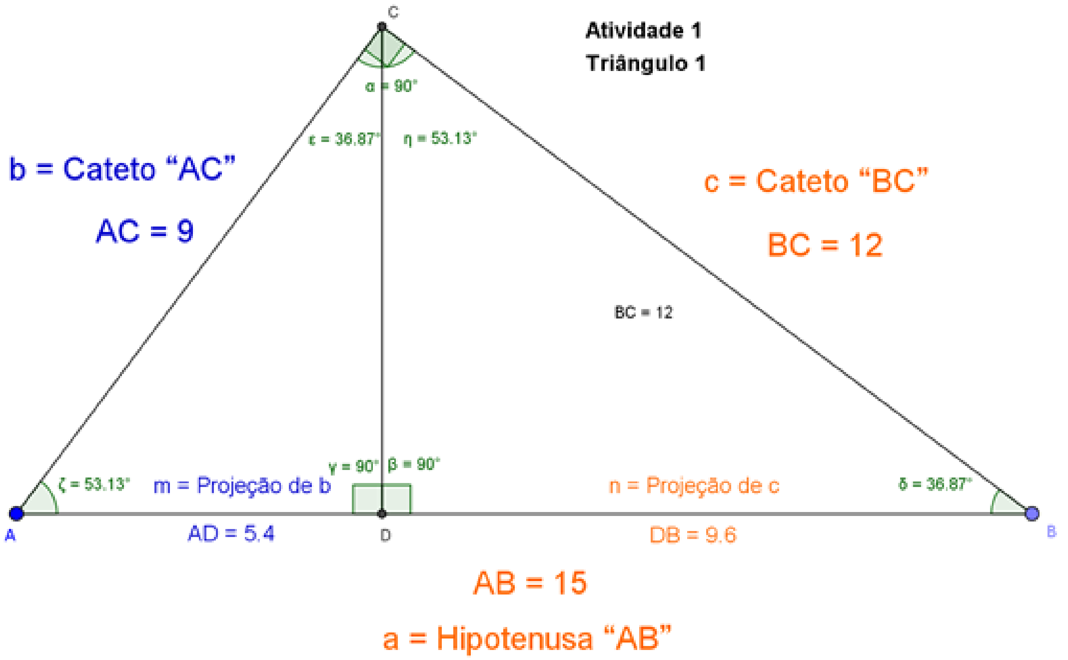
QUESTÃO 11

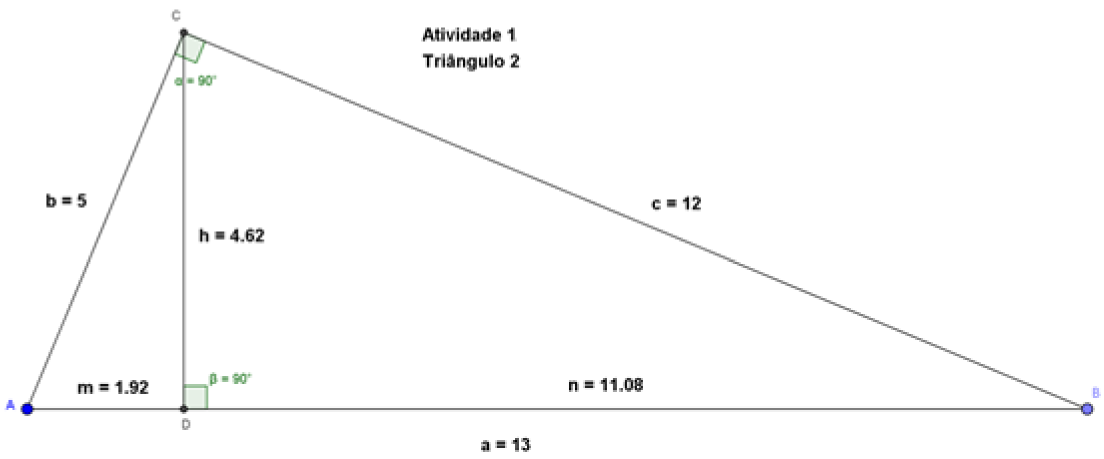
Sobre as propriedades, características e resultados a respeito de triângulos, marque a alternativa correta:

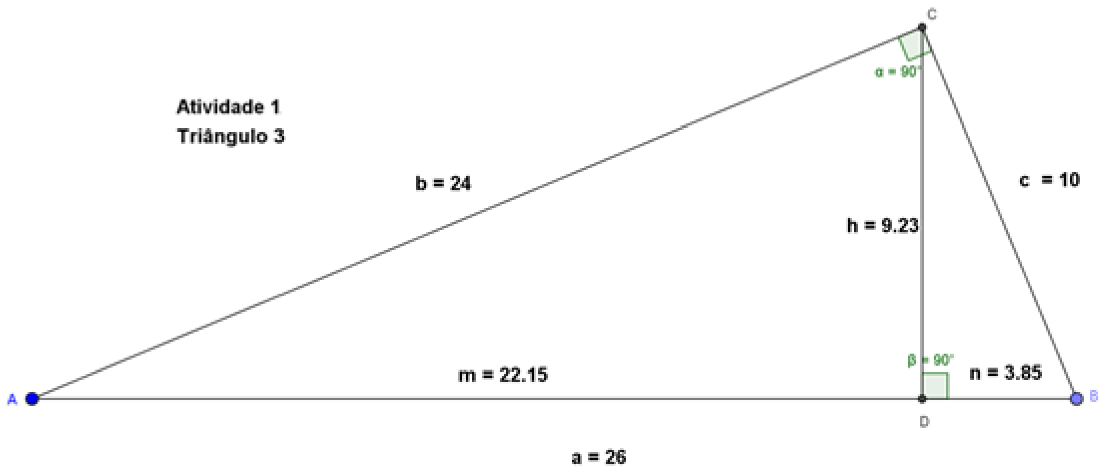
a) A soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é sempre igual a 180°.
b) A soma dos lados de um triângulo sempre é igual à sua área.
c) A soma de dois lados de um triângulo é sempre menor que o terceiro lado, que não foi somado.
d) Os triângulos retângulos possuem um único ângulo raso.
e) Um triângulo que possui três lados iguais é chamado de isósceles.

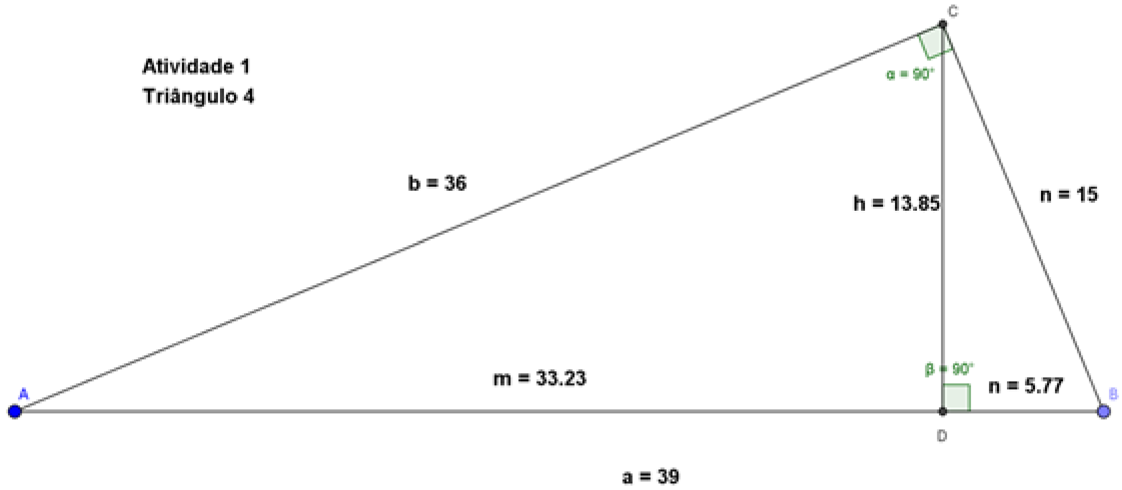
APÊNDICE C – TRIÂNGULOS E FICHAS UTILIZADOS NAS ATIVIDADES DE ENSINO

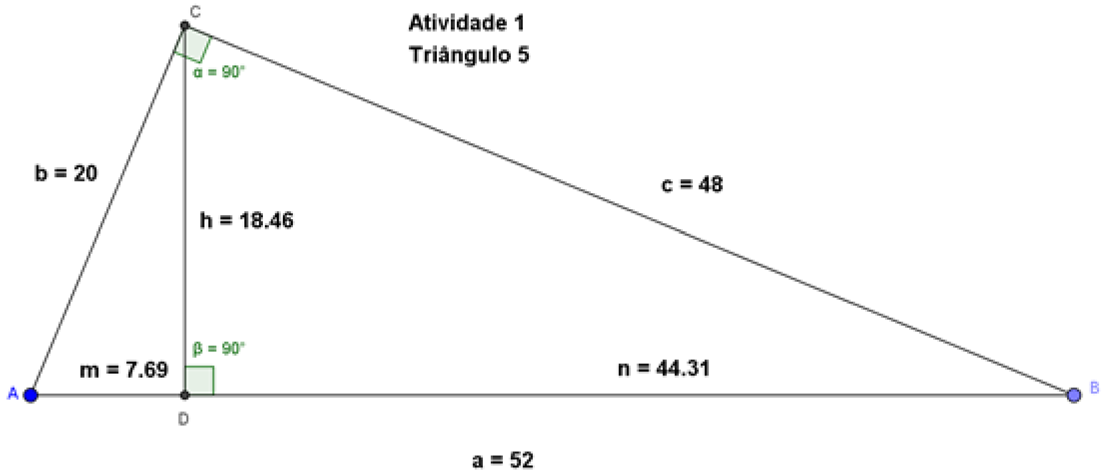
1) TRIÂNGULOS UTILIZADOS NA ATIVIDADE DE ENSINO I

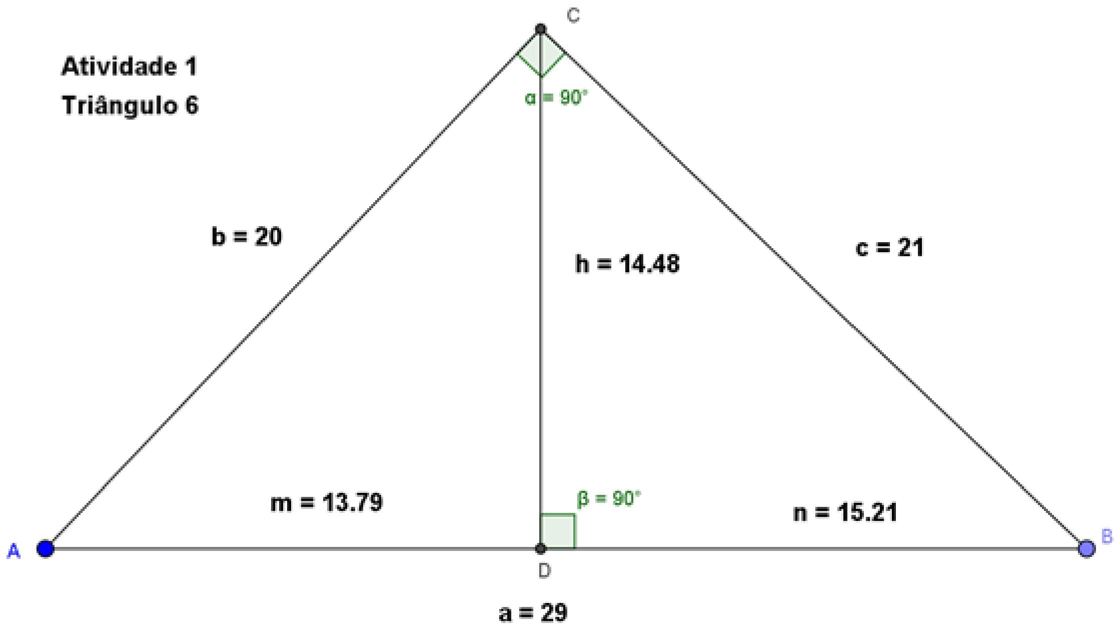


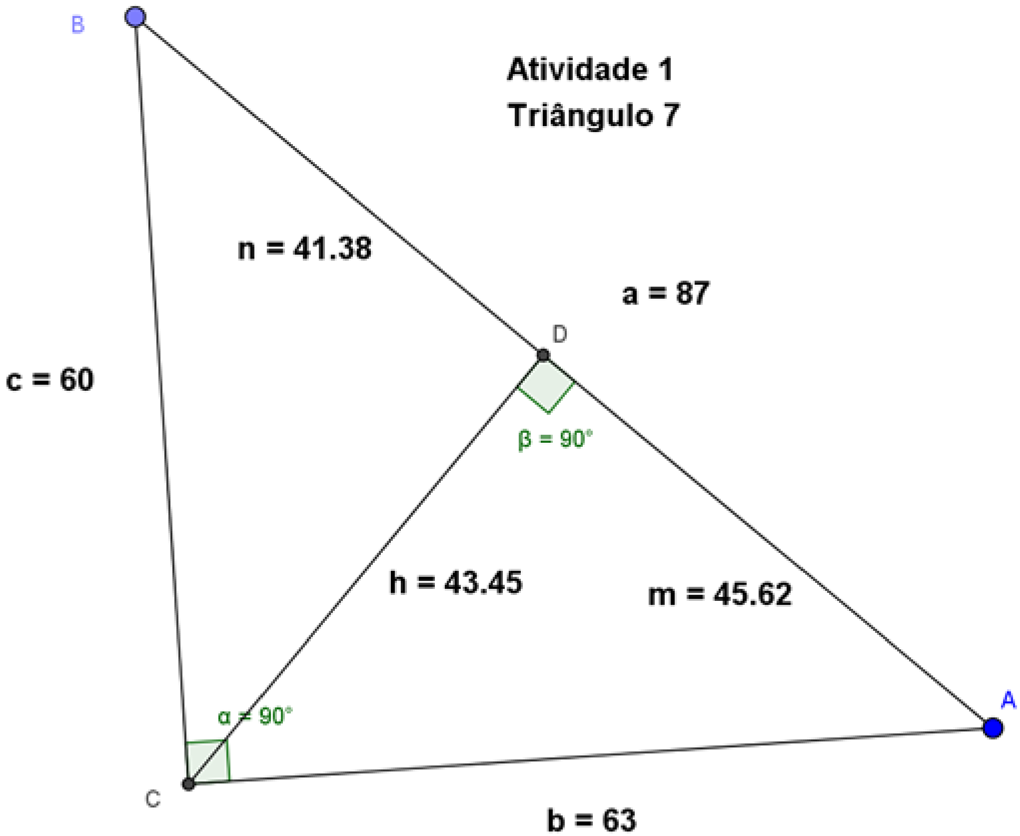


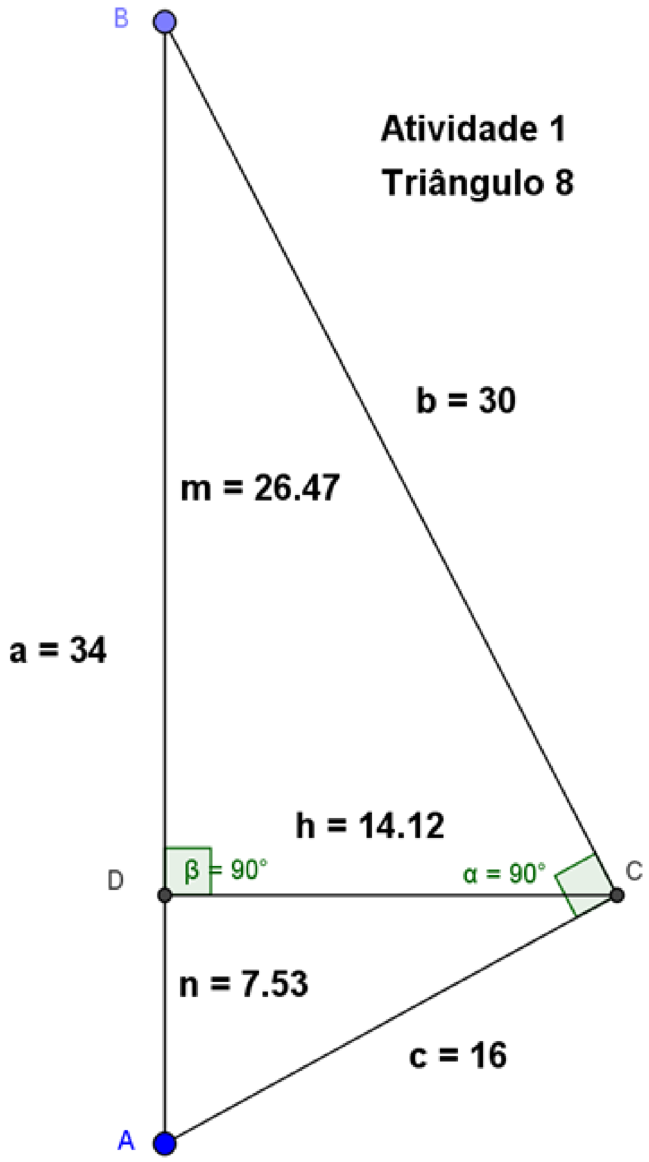

Atividade 1
Triângulo 3
C
α = 90°
b = 24
c = 10
h = 9.23
β = 90°
m = 22.15
n = 3.85
A
D
B
a = 26


Atividade 1
Triângulo 4
C
α = 90°
b = 36
h = 13.85
n = 15
β = 90°
m = 33.23
n = 5.77
A
D
B
a = 39


Atividade 1
Triângulo 5
C
α = 90°
b = 20
c = 48
h = 18.46
β = 90°
m = 7.69
n = 44.31
A
D
B
a = 52


Atividade 1
Triângulo 6
C
α = 90°
b = 20
h = 14.48
c = 21
m = 13.79
β = 90°
n = 15.21
A
D
B
a = 29


B
Atividade 1
Triângulo 7
n = 41.38
a = 87
c = 60
D
β = 90°
h = 43.45
m = 45.62
A
α = 90°
C
b = 63


B
Atividade 1
Triângulo 8
b = 30
m = 26.47
a = 34
h = 14.12
D
β = 90°
α = 90°
C
n = 7.53
c = 16
A

Ficha de observação da atividade I

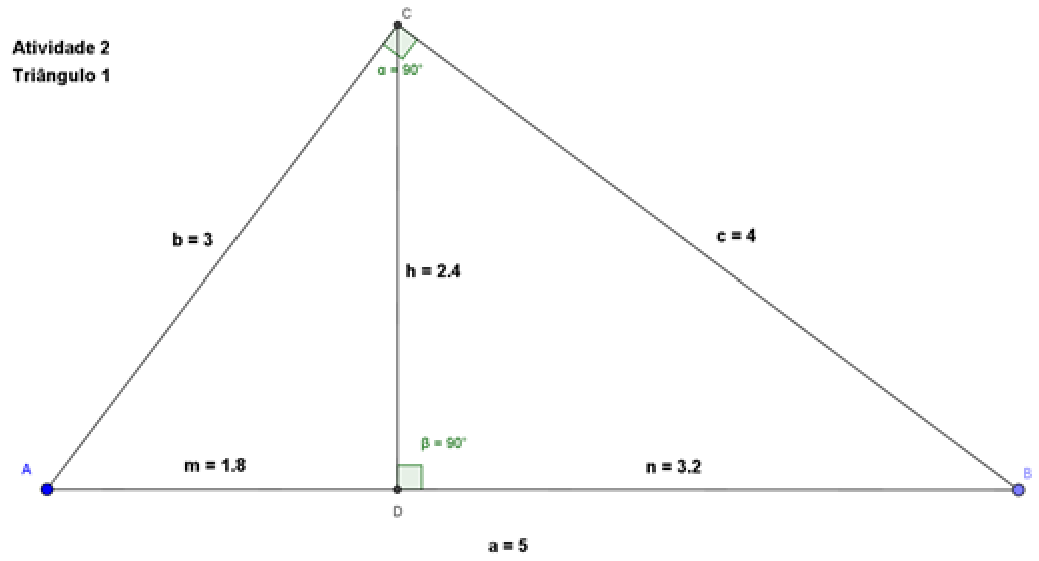
Título: Apresentação do Triângulo Retângulo e seus componentes

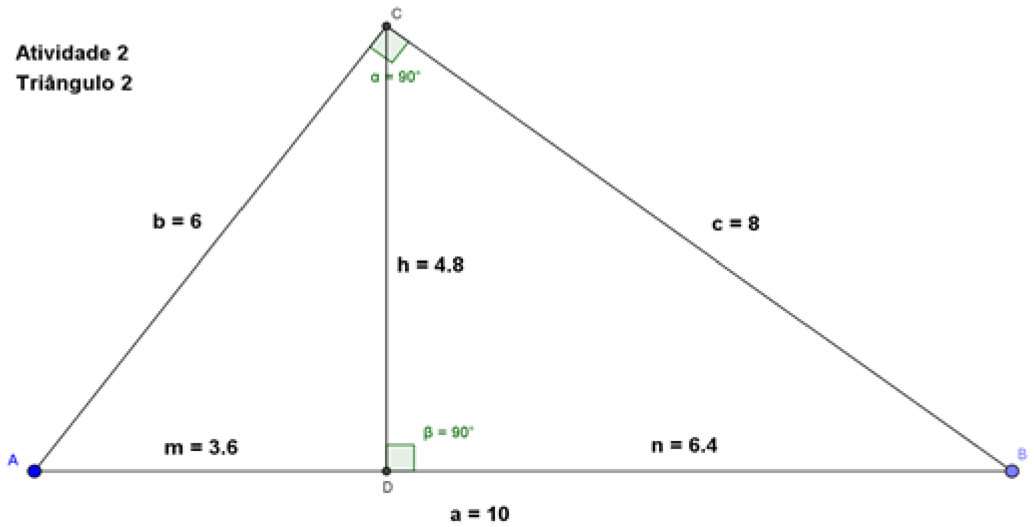
Objetivo: Conhecer o Triângulo Retângulo, nomeando seus componentes e criando ambientação para a execução das atividades.

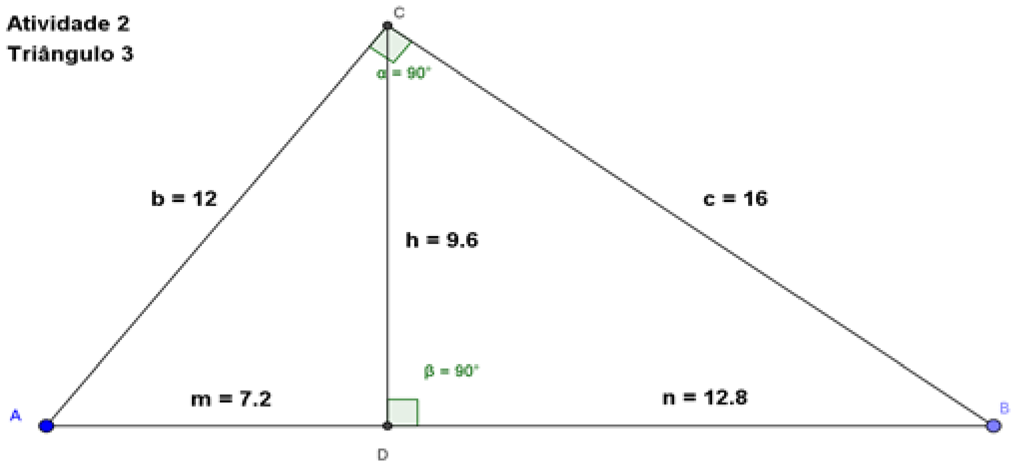
Aluno(a):____ Data:____/____/_____
Turma:__________

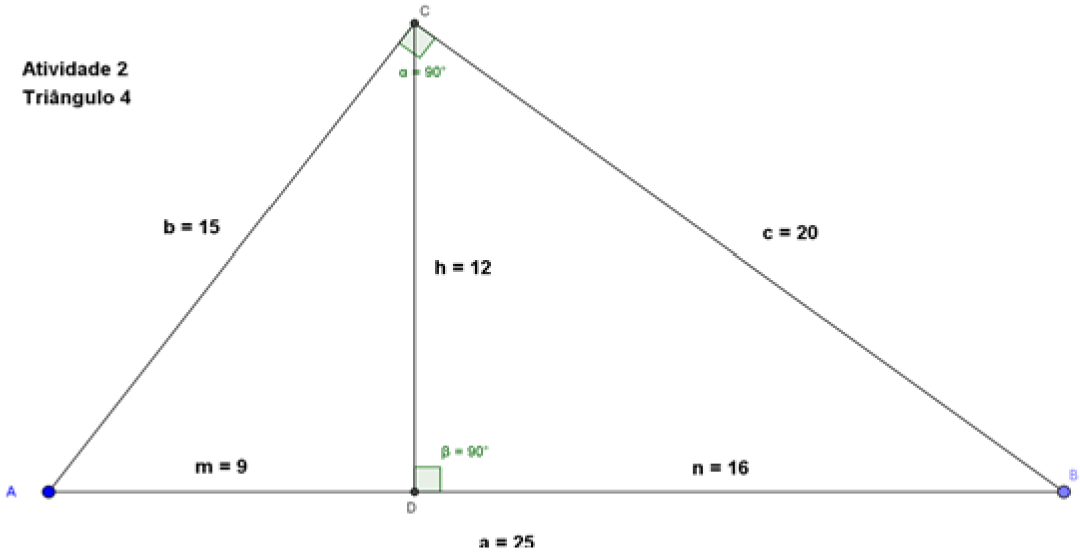
Triângulo	Hipotenusa (a)	Cateto (b)	Projeção de b (m)	Cateto (c)	Projeção de c (n)	Altura (h)
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						
7.						
8.						

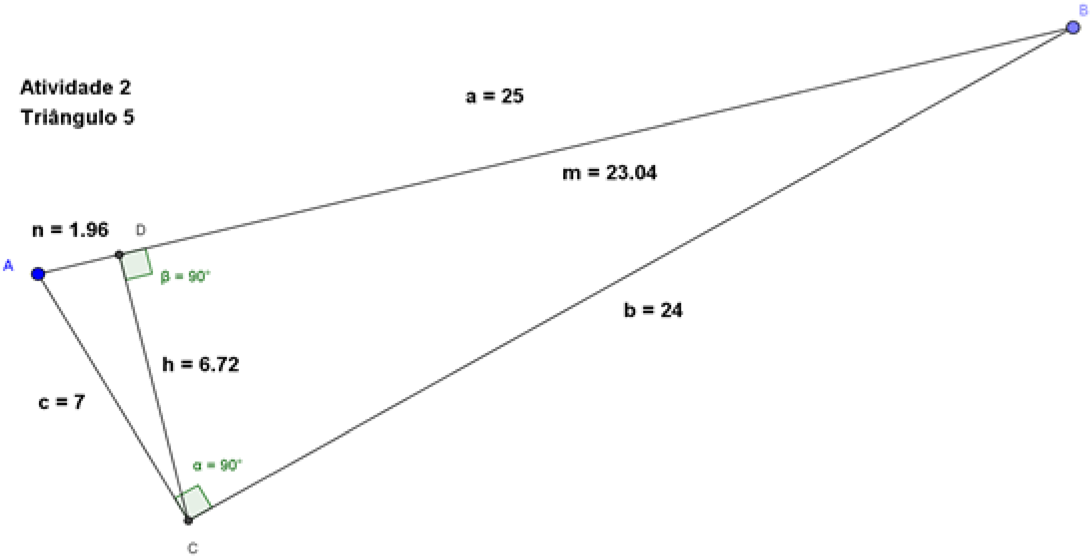
2) TRIÂNGULOS UTILIZADOS NA ATIVIDADE DE ENSINO II

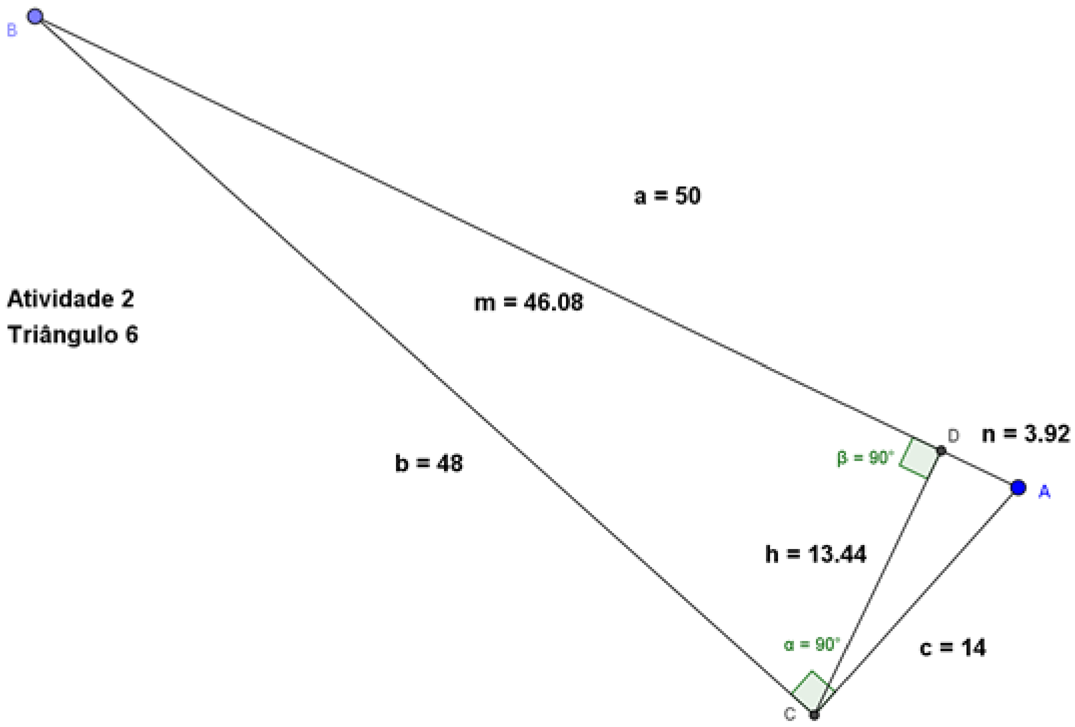


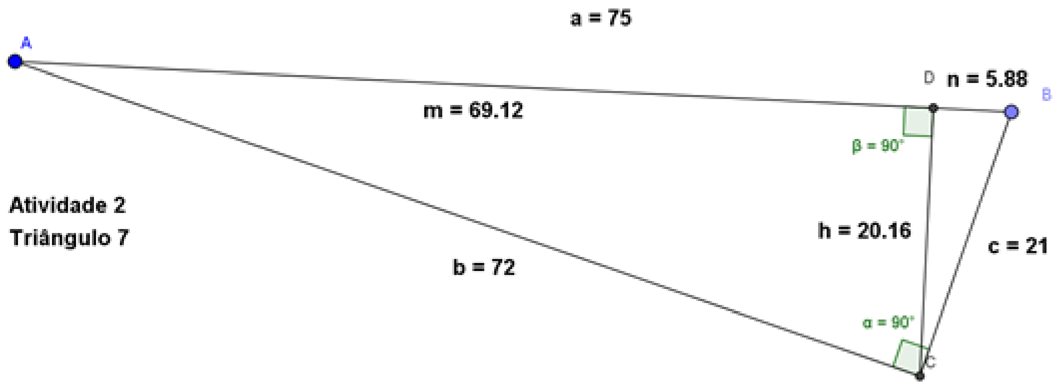


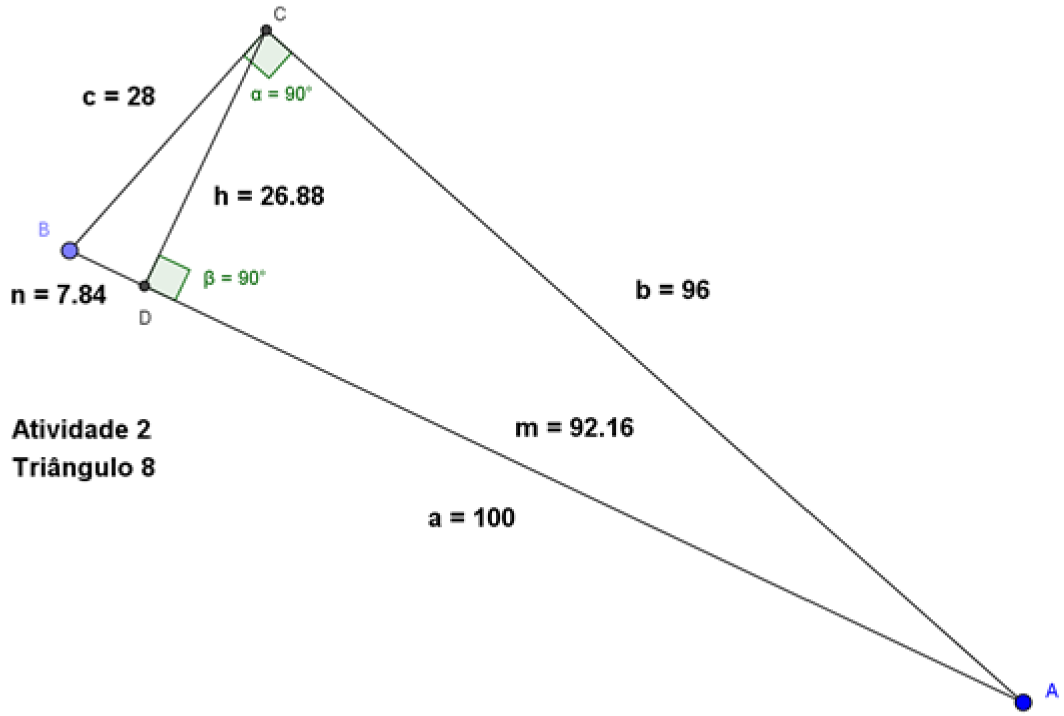

Atividade 2
Triângulo 3
C
α = 90°
b = 12
c = 16
h = 9.6
β = 90°
A
m = 7.2
n = 12.8
B
D


C
Atividade 2
Triângulo 4
α = 90°
b = 15
c = 20
h = 12
β = 90°
m = 9
n = 16
A
B
D
a = 25


B
Atividade 2
Triângulo 5
a = 25
m = 23.04
n = 1.96
D
A
β = 90°
b = 24
h = 6.72
c = 7
α = 90°
C


B
a = 50
Atividade 2
Triângulo 6
m = 46.08
D
n = 3.92
b = 48
β = 90°
A
h = 13.44
α = 90°
c = 14
C


a = 75
A
D
n = 5.88
B
m = 69.12
β = 90°
Atividade 2
Triângulo 7
h = 20.16
c = 21
b = 72
α = 90°
C


C
c = 28
α = 90°
h = 26.88
B
β = 90°
n = 7.84
D
b = 96
Atividade 2
Triângulo 8
m = 92.16
a = 100
A

Ficha de observação da atividade II

TÍTULO: A hipotenusa e as projeções

OBJETIVO: Descobrir uma relação entre a hipotenusa e as medidas das projeções.

Aluno(a):____ Data: ____/____/_____
Turma:__________

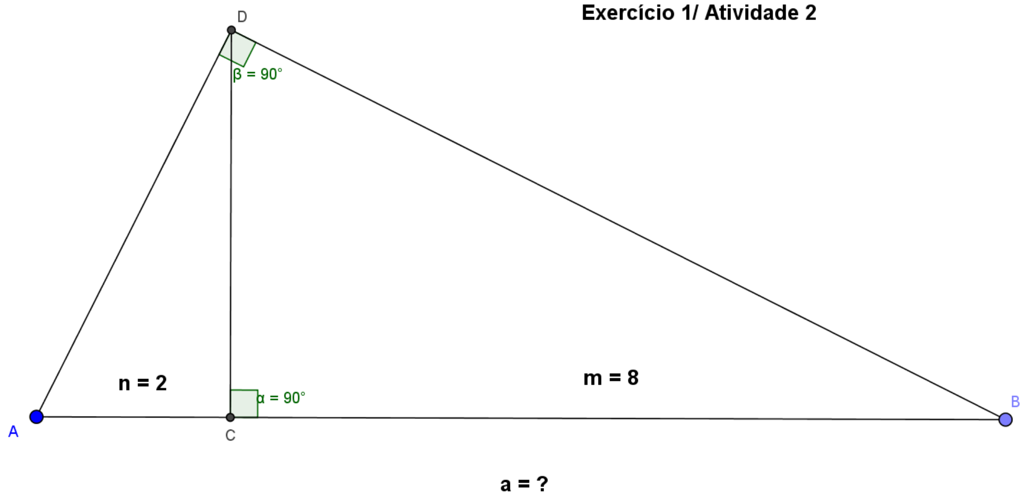
Triângulo	Medida da Hipotenusa (a)	Medida da Projeção do cateto b (m)	Medida da Projeção do cateto c (n)	Soma das projeções (m + n)
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				
7.				
8.				

O QUE VOCÊ OBSERVOU ANALISANDO OS DADOS ENCONTRADOS?

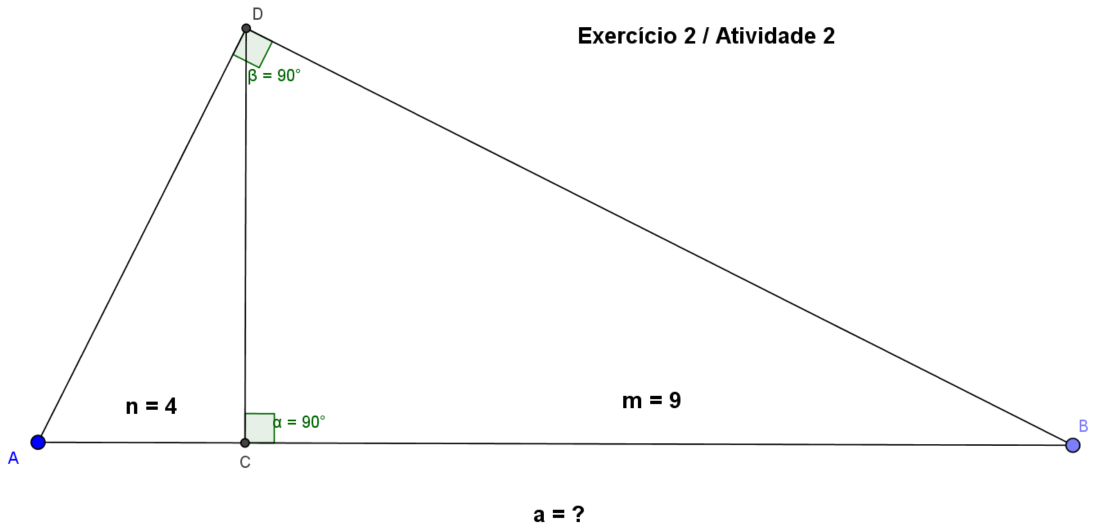
QUAL A CONCLUSÃO QUE PODEMOS INFERIR?

Triângulos utilizados na atividade de ancoragem II

Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor da hipotenusa.

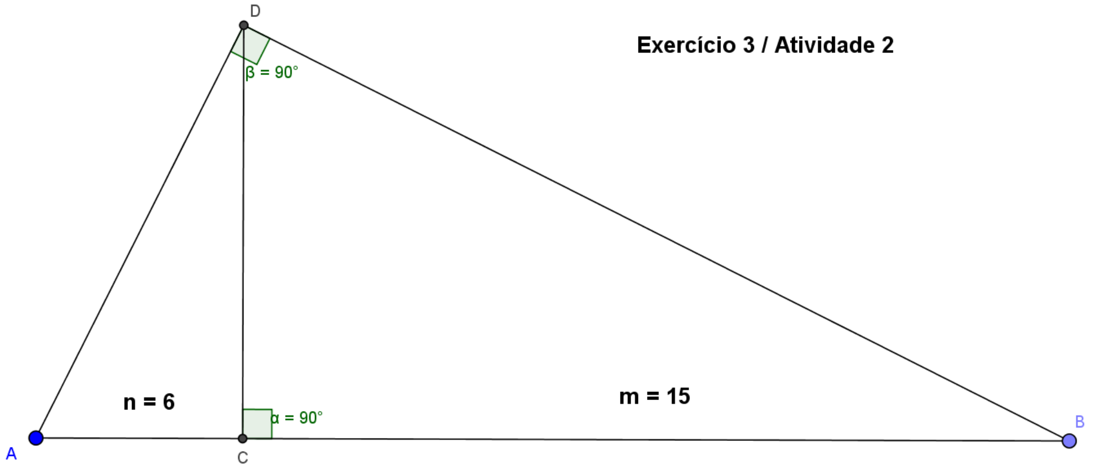


Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da hipotenusa.



Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

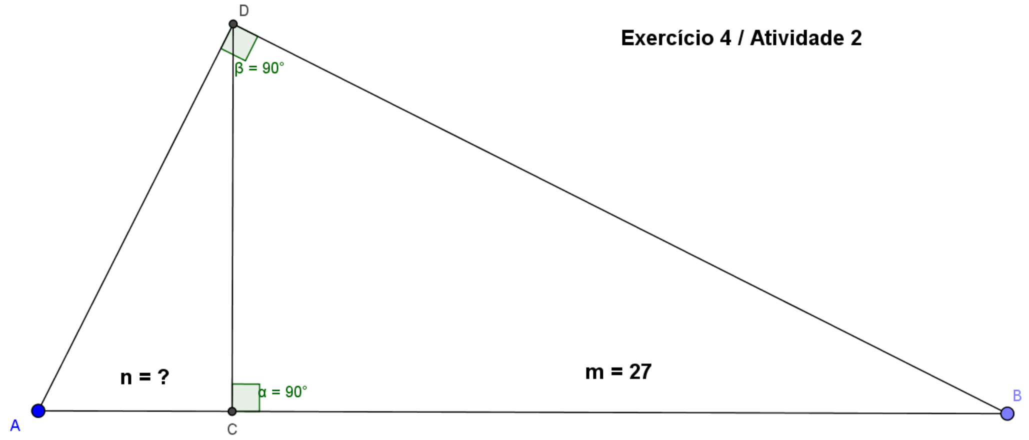
Determine o valor desconhecido da hipotenusa.



a = ?

Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

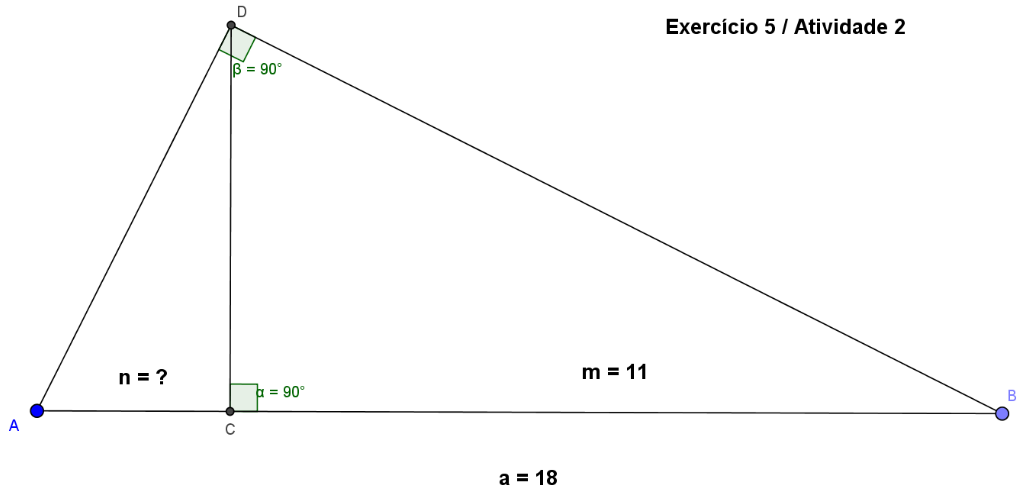
Determine o valor desconhecido da projeção do cateto c sobre a hipotenusa.



a = 32

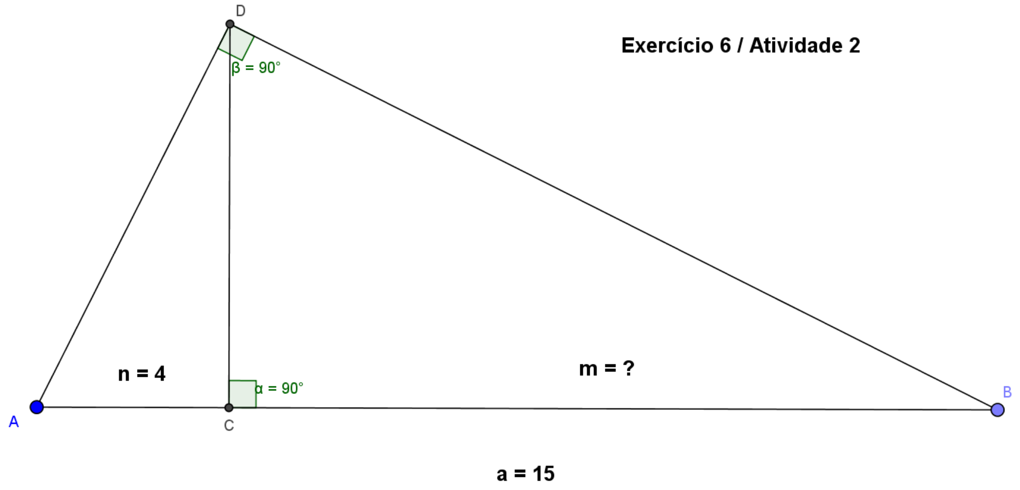
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido da projeção do cateto c sobre a hipotenusa.



Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido da projeção do cateto b sobre a hipotenusa.



<u>Atividade de ancoragem II -</u> A hipotenusa e as projeções

Exercício 1

Exercício 2

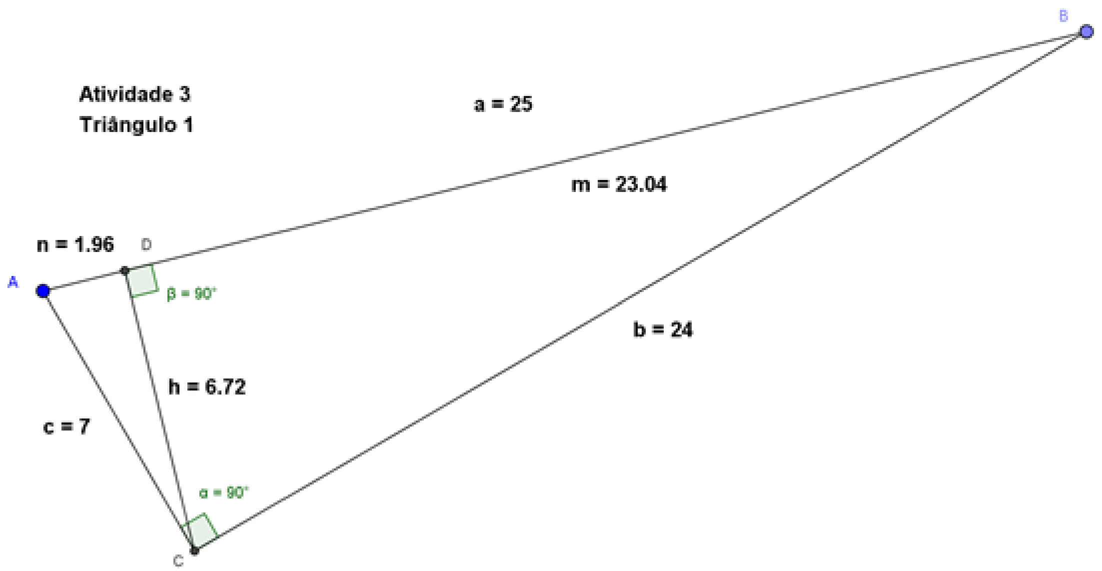
Exercício 3

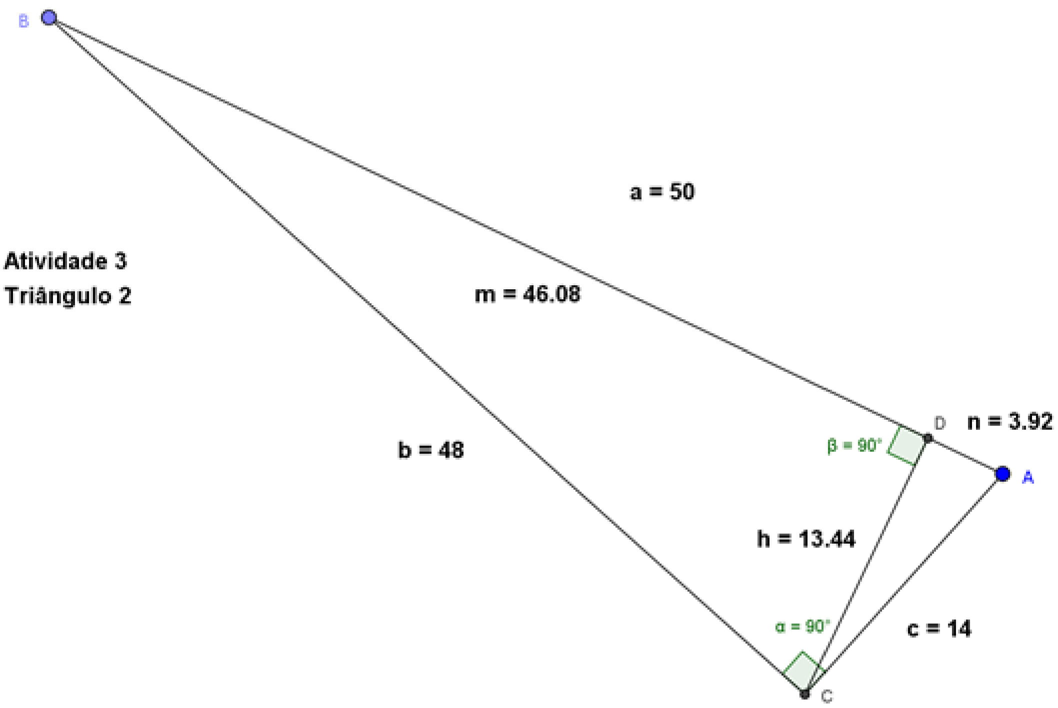
Exercício 4

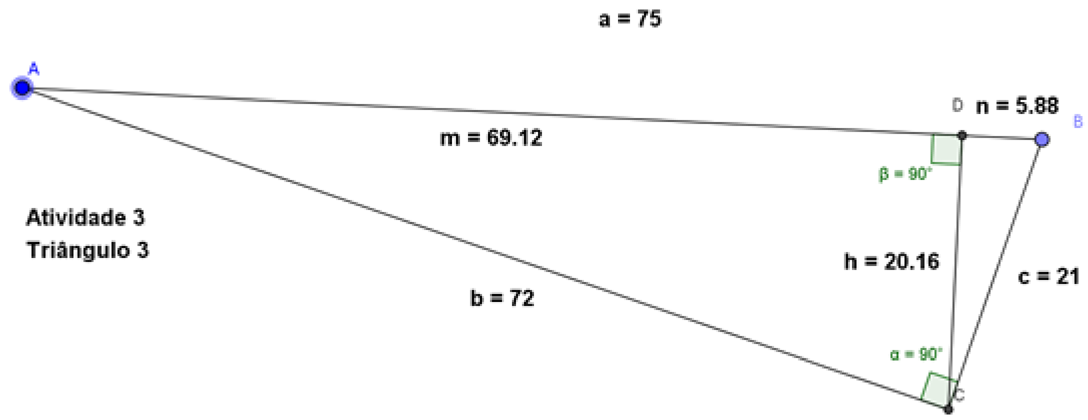
Exercício 5

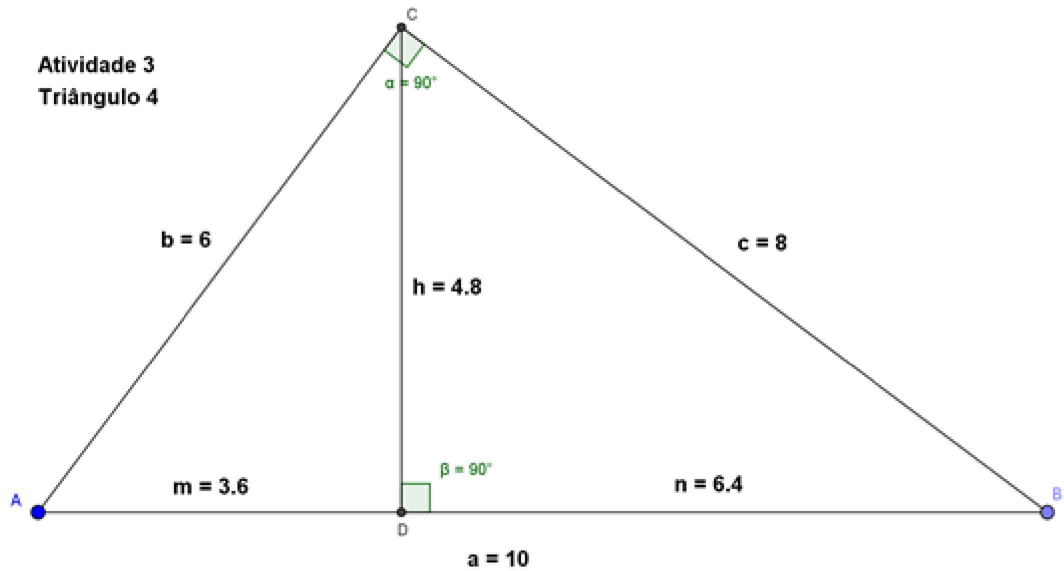
Exercício 6

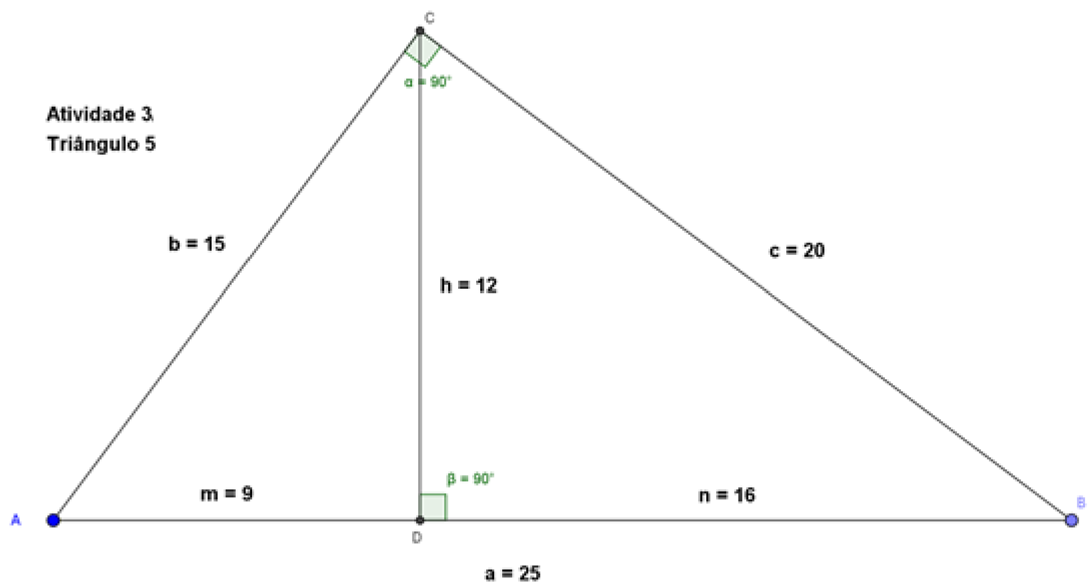
3) TRIÂNGULOS UTILIZADOS NA ATIVIDADE DE ENSINO III

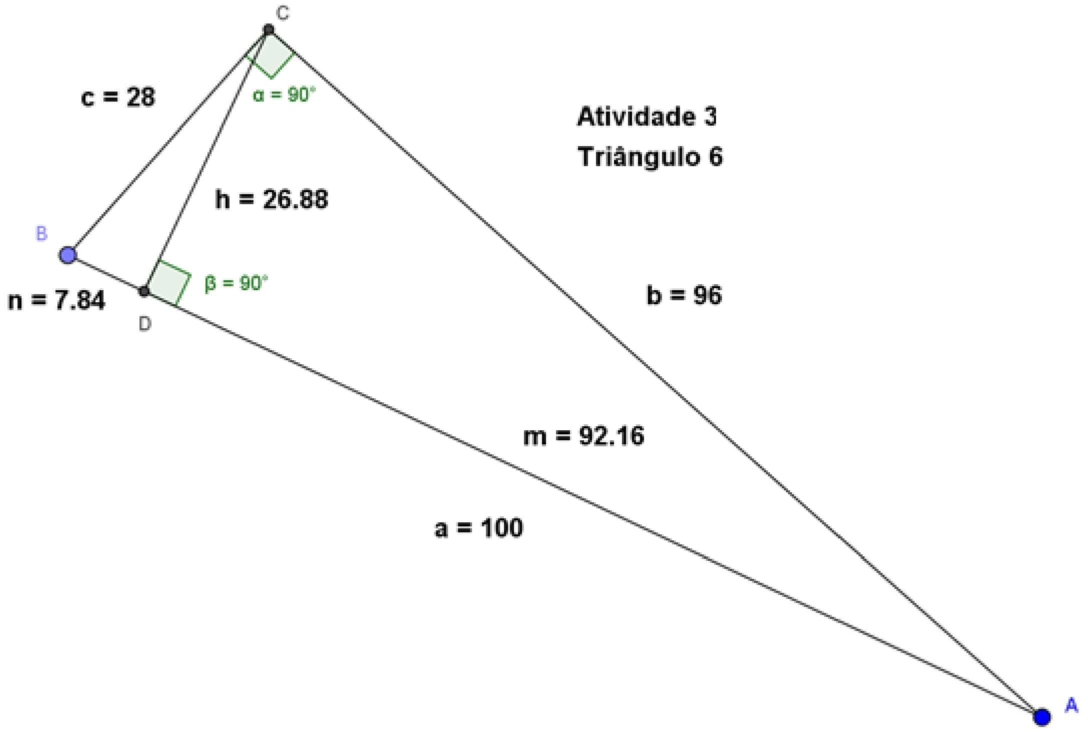


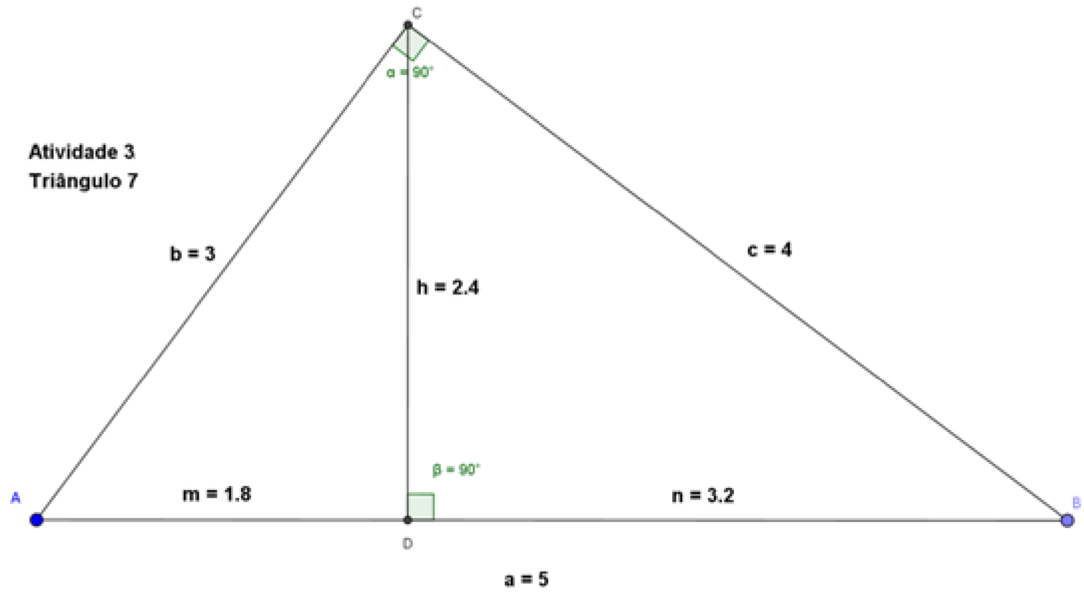


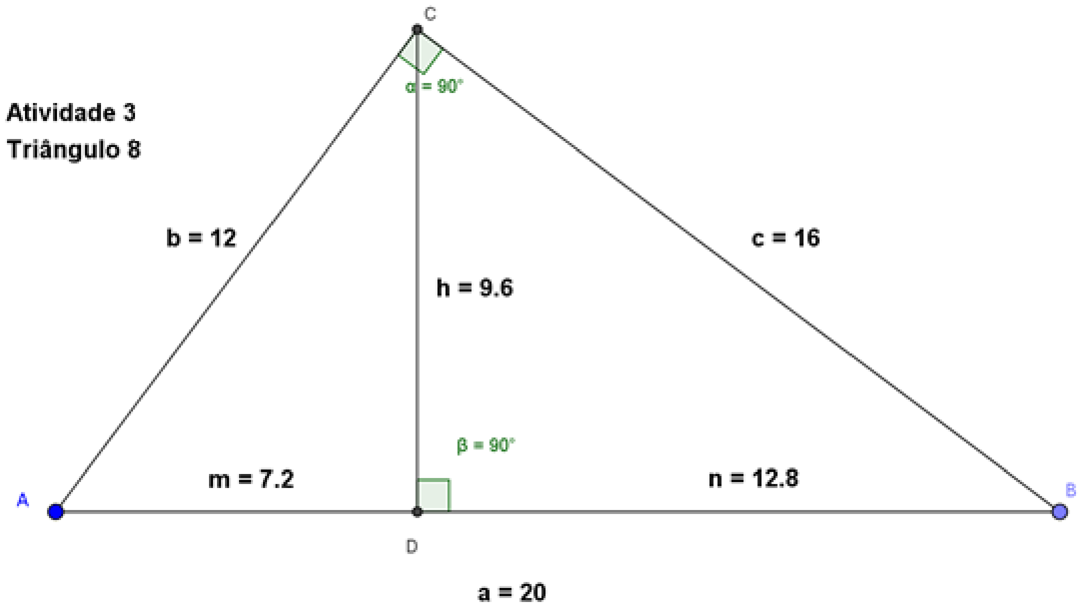

a = 75
A
D
n = 5.88
B
m = 69.12
β = 90°
Atividade 3
Triângulo 3
h = 20.16
c = 21
b = 72
α = 90°
C


C
Atividade 3
Triângulo 4
α = 90°
b = 6
c = 8
h = 4.8
β = 90°
A
m = 3.6
n = 6.4
B
D
a = 10


C
α = 90°
Atividade 3
Triângulo 5
b = 15
c = 20
h = 12
β = 90°
m = 9
n = 16
A
B
D
a = 25


C
c = 28
α = 90°
Atividade 3
Triângulo 6
h = 26.88
B
β = 90°
n = 7.84
D
b = 96
m = 92.16
a = 100
A


C
α = 90°
Atividade 3
Triângulo 7
b = 3
c = 4
h = 2.4
β = 90°
A
m = 1.8
n = 3.2
B
D
a = 5


C
α = 90°
Atividade 3
Triângulo 8
b = 12
c = 16
h = 9.6
β = 90°
m = 7.2
n = 12.8
A
B
D
a = 20

<u>Ficha de observação da atividade III</u>

TÍTULO: A hipotenusa, o Cateto e sua projeção.

OBJETIVO: Descobrir uma relação entre as medidas do cateto, sua projeção e a hipotenusa.

Aluno(a):____ Data: ____/____/_____
Turma:__________

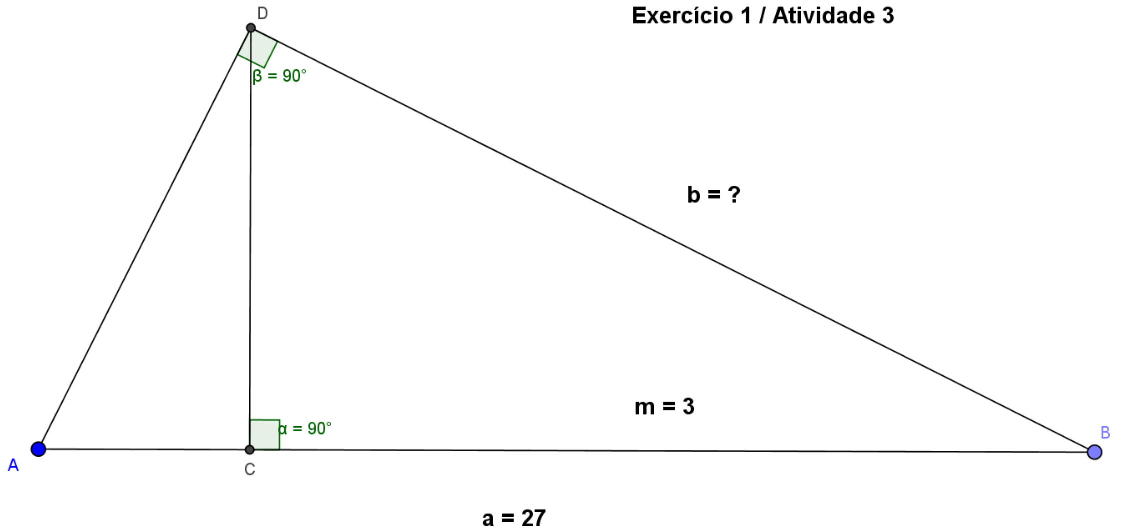
Triângulo	Medida da Hipotenusa (a)	Medida do cateto (c)	Projeção do cateto c sobre a hipotenusa (n)	Quadrado do cateto c (c^2)	Produto entre a hipotenusa e a projeção do cateto c (a . n)
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
8.					

O QUE VOCÊ OBSERVOU ANALISANDO OS DADOS ENCONTRADOS?

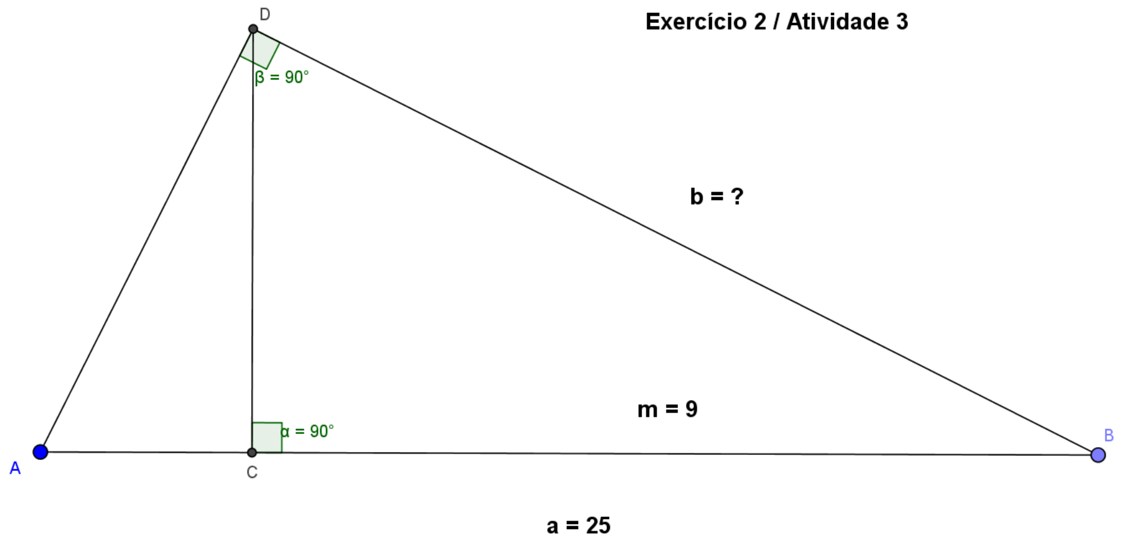
QUAL A CONCLUSÃO QUE PODEMOS INFERIR?

ATIVIDADE III

Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido do cateto b.



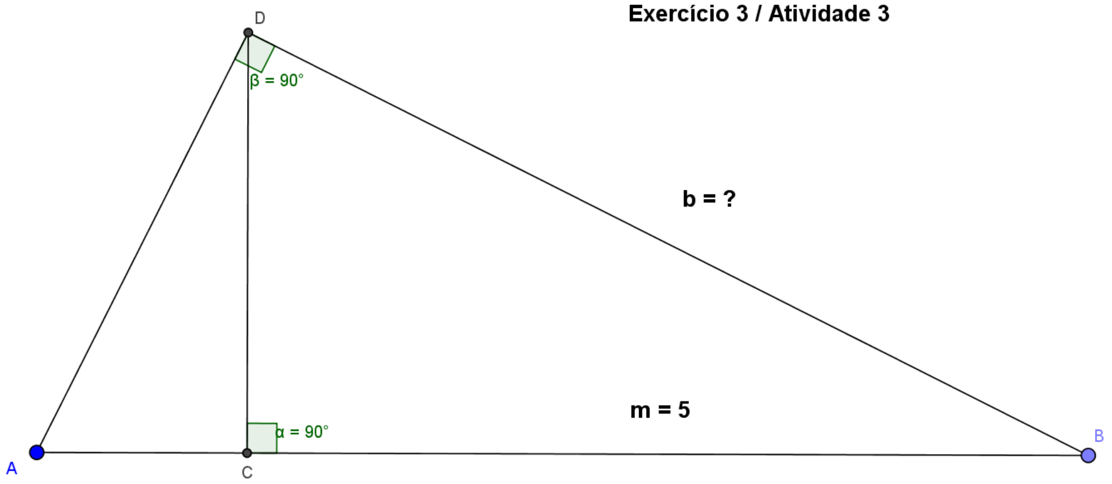
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido do cateto b.



Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido do cateto b.

Exercício 3 / Atividade 3

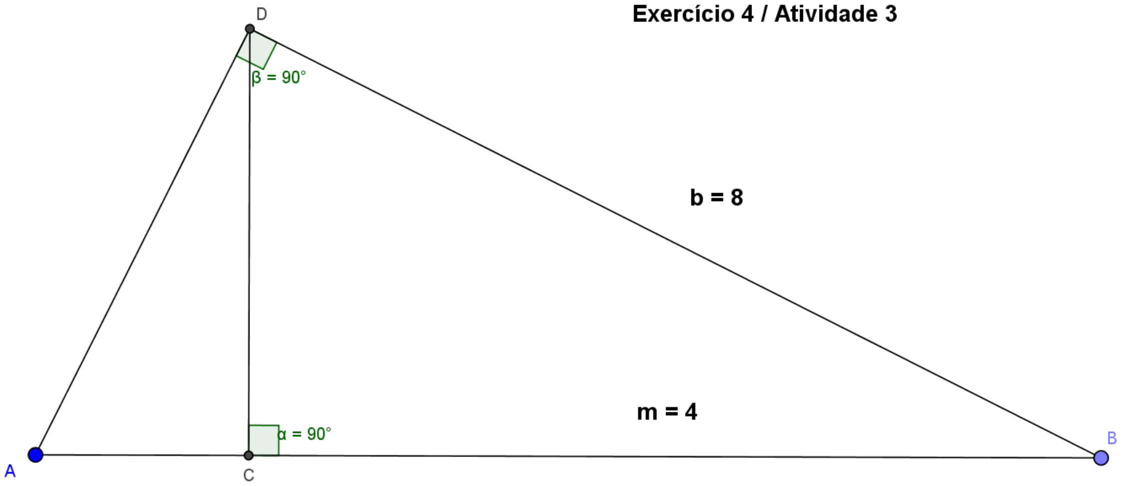


a = 20

Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido da hipotenusa.

Exercício 4 / Atividade 3

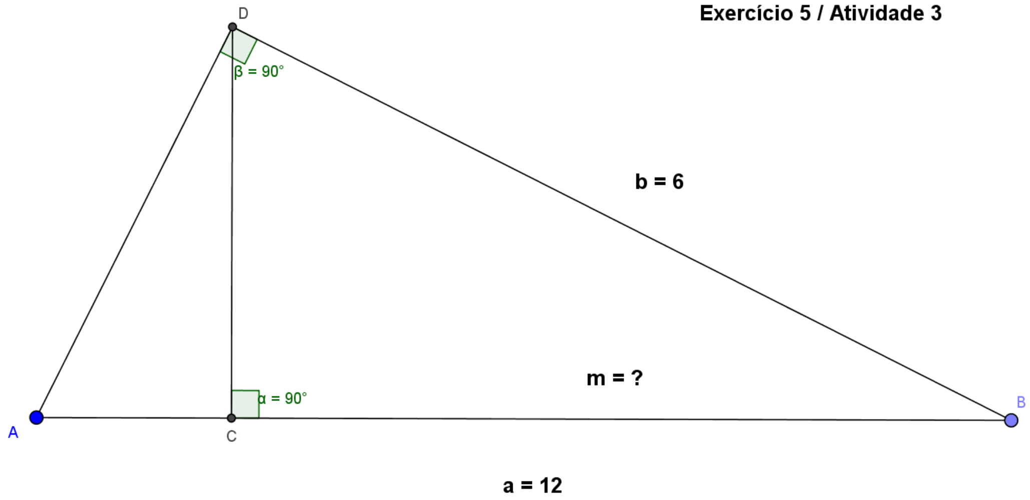


a = ?

Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido da projeção do cateto b sobre a hipotenusa.

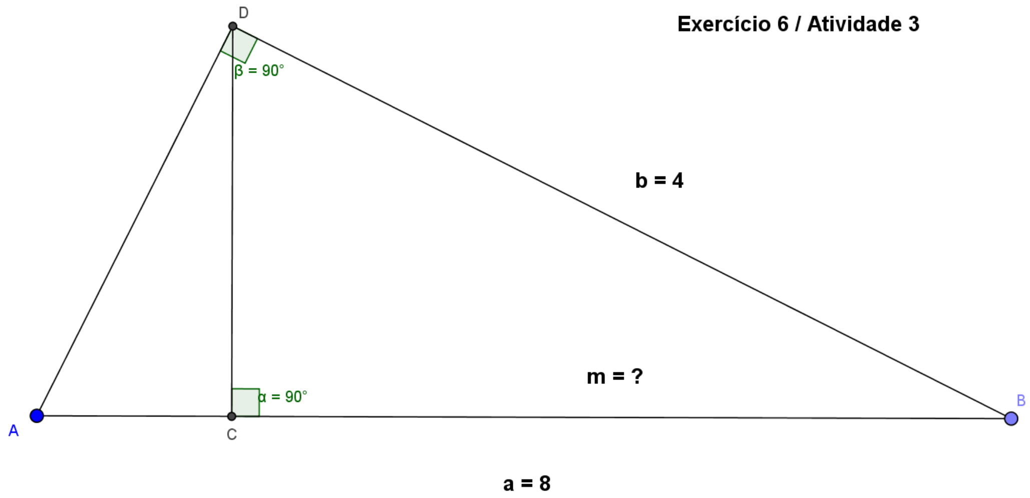
Exercício 5 / Atividade 3



Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido da projeção do cateto b sobre a hipotenusa.

Exercício 6 / Atividade 3



<u>Atividades de ancoragem III-</u> A hipotenusa, o Cateto e sua projeção

Exercício 1

Exercício 2

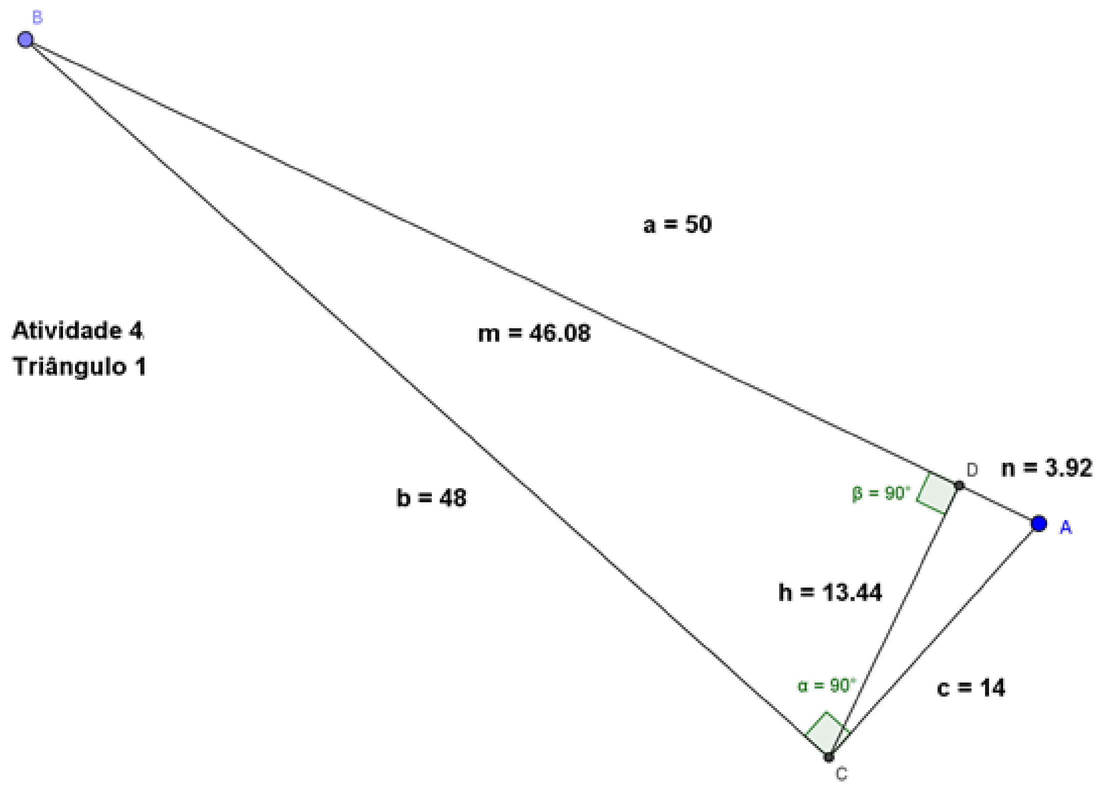
Exercício 3

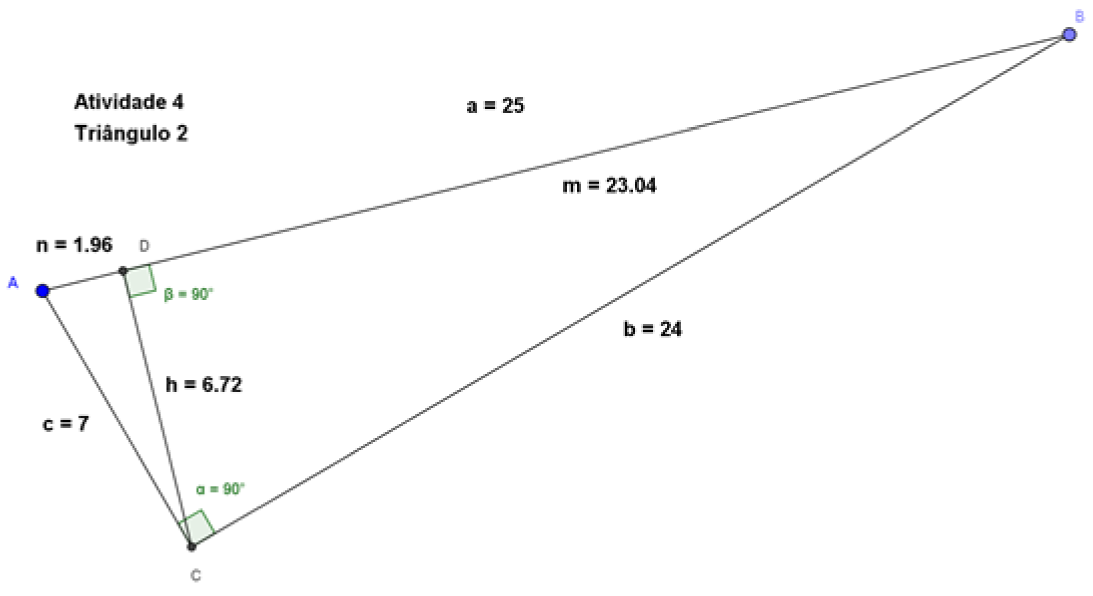
Exercício 4

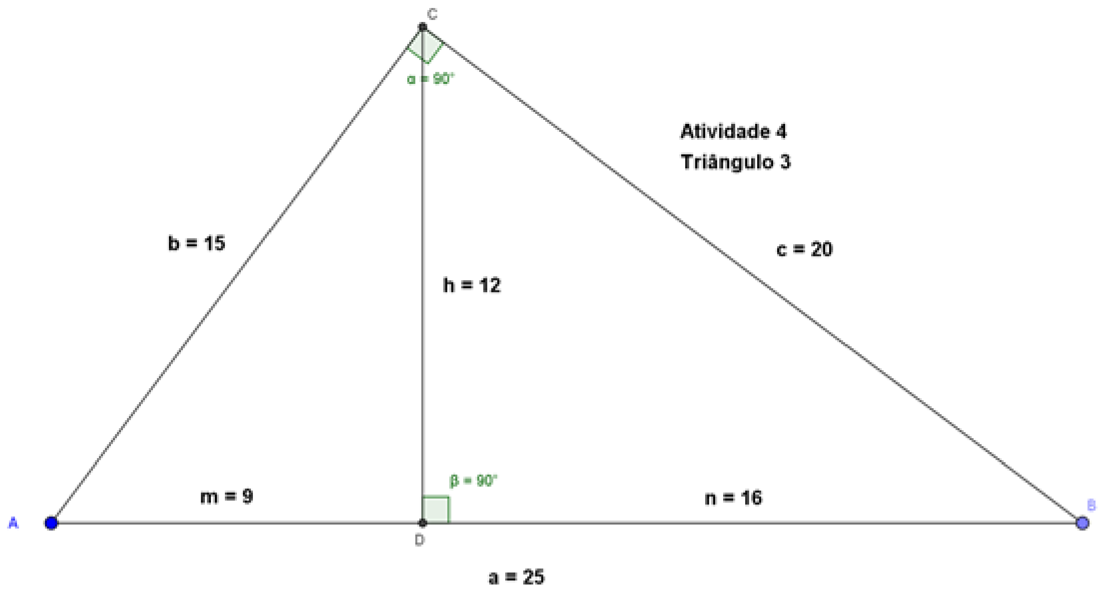
Exercício 5

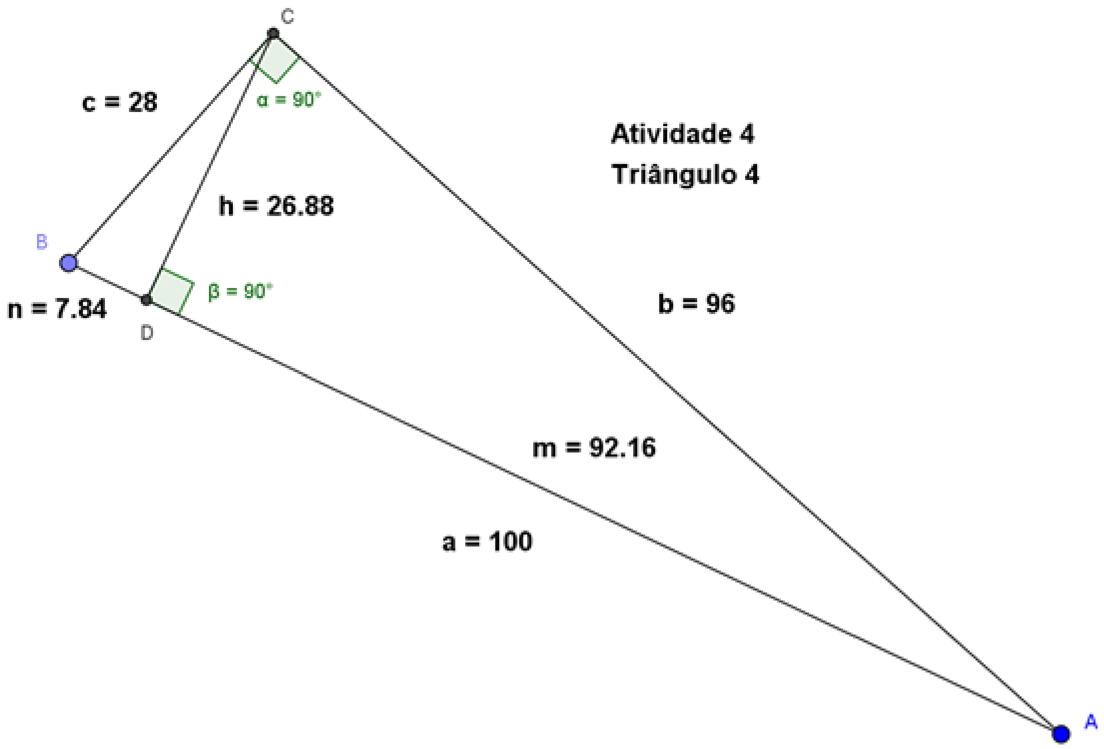
Exercício 6

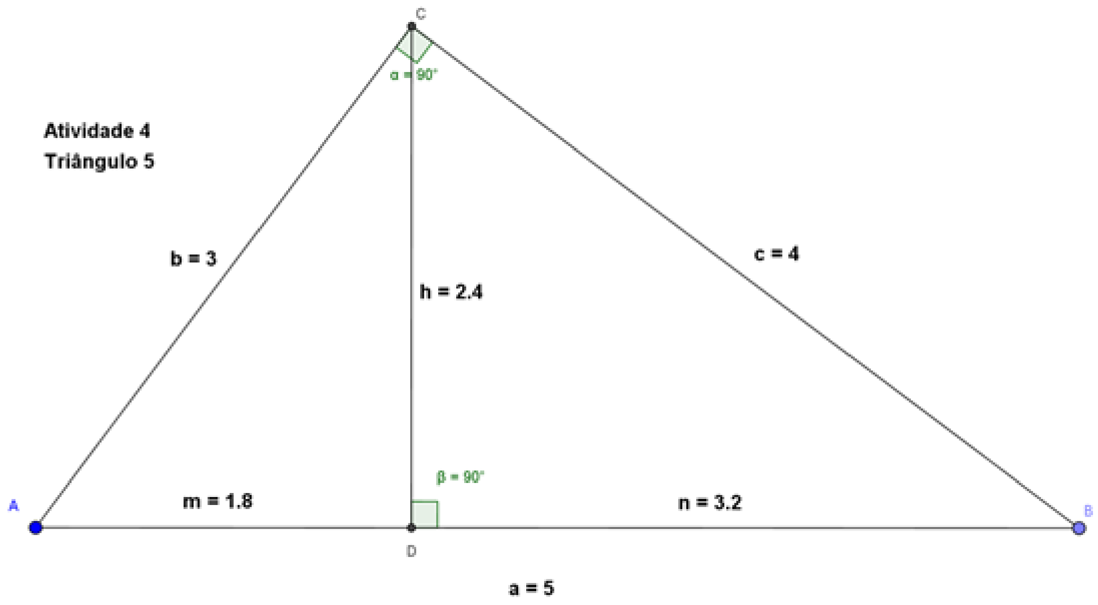
4) TRIÂNGULOS UTILIZADOS NA ATIVIDADE DE ENSINO IV

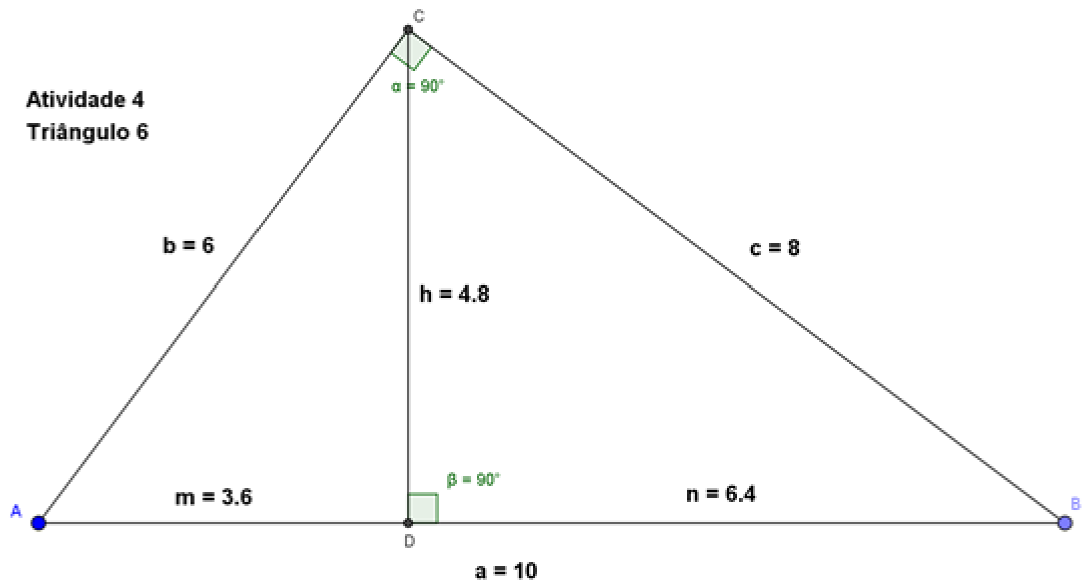


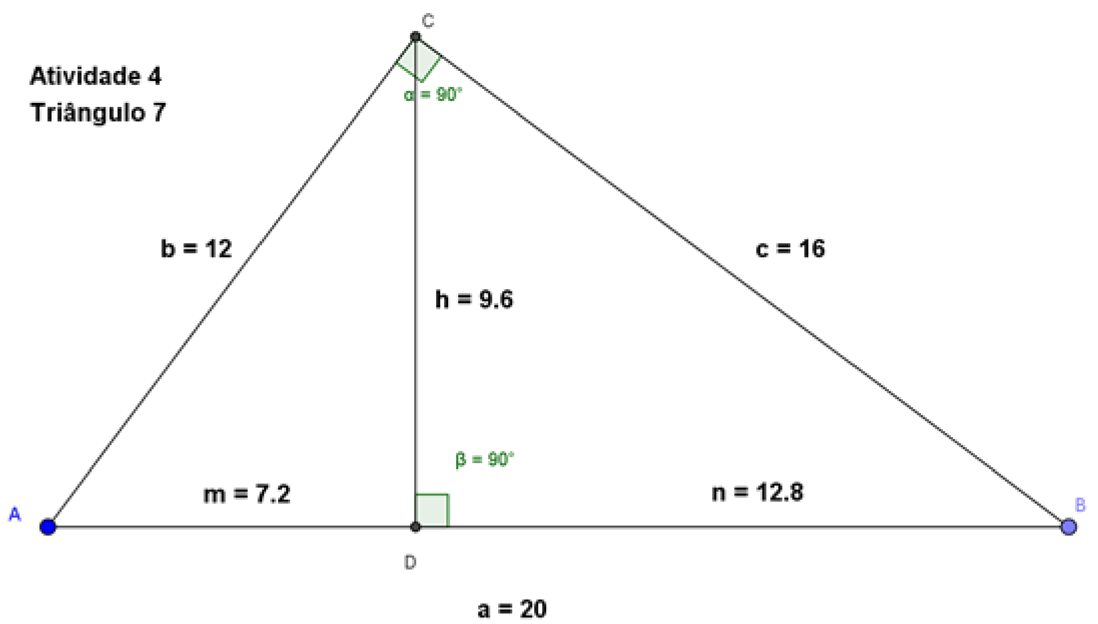


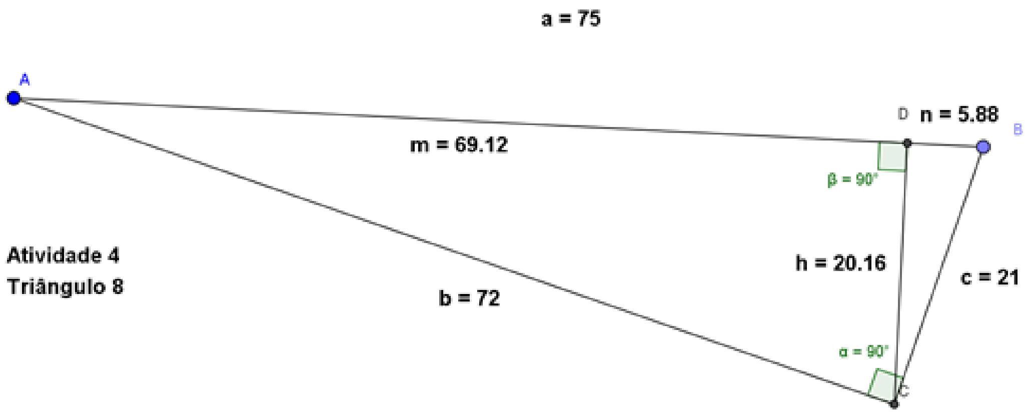

C
α = 90°
Atividade 4
Triângulo 3
b = 15
c = 20
h = 12
β = 90°
m = 9
n = 16
A
D
B
a = 25


C
c = 28
α = 90°
Atividade 4
Triângulo 4
h = 26.88
B
β = 90°
n = 7.84
D
b = 96
m = 92.16
a = 100
A


C
α = 90°
Atividade 4
Triângulo 5
b = 3
c = 4
h = 2.4
β = 90°
A
m = 1.8
n = 3.2
B
D
a = 5


C
Atividade 4
Triângulo 6
α = 90°
b = 6
c = 8
h = 4.8
β = 90°
A
m = 3.6
n = 6.4
B
D
a = 10


Atividade 4
Triângulo 7
C
α = 90°
b = 12
c = 16
h = 9.6
β = 90°
A
m = 7.2
n = 12.8
B
D
a = 20


a = 75
A
D
n = 5.88
B
m = 69.12
β = 90°
Atividade 4
Triângulo 8
h = 20.16
c = 21
b = 72
α = 90°
C

<u>Ficha de observação da atividade IV</u>

TÍTULO: A hipotenusa, o Cateto e sua projeção.

OBJETIVO: Descobrir uma relação entre as medidas do cateto, sua projeção e a hipotenusa.

Aluno(a):____ Data: ____/____/_____
Turma:__________

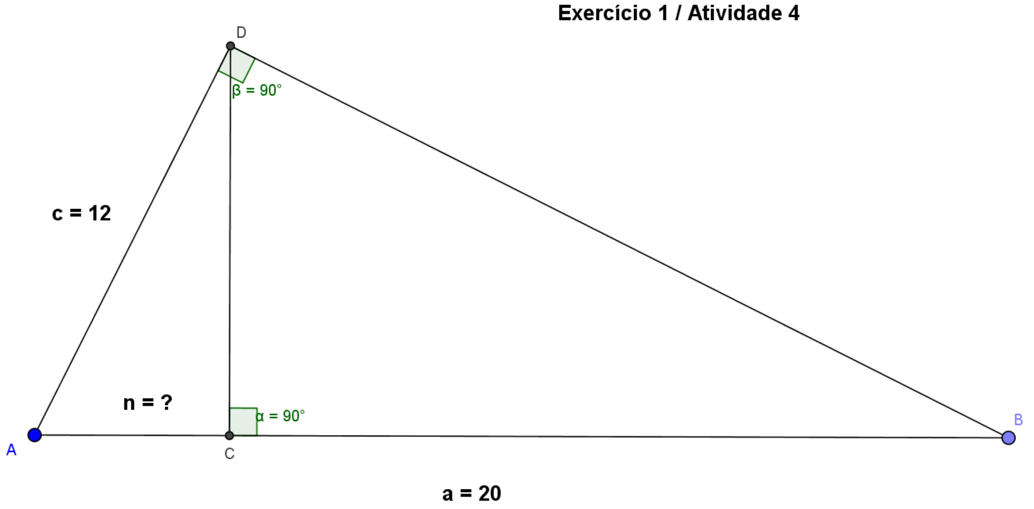
Triângulo	Medida da Hipotenusa (a)	Medida do cateto (b)	Projeção do cateto b sobre a hipotenusa (m)	Quadrado do cateto b (b^2)	Produto entre a hipotenusa e a projeção do cateto b ($a \cdot m$)
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
8.					

O QUE VOCÊ OBSERVOU ANALISANDO OS DADOS ENCONTRADOS?

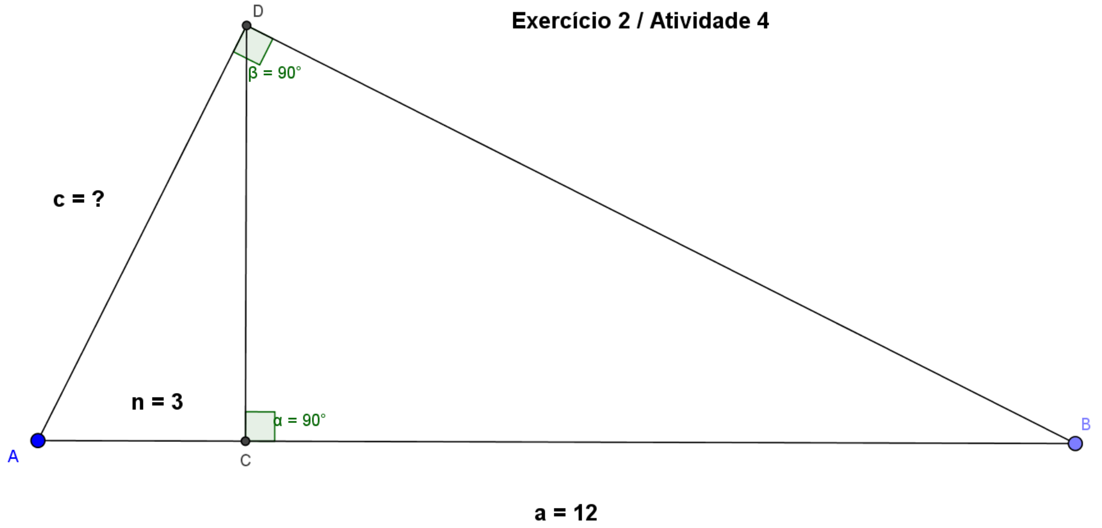
QUAL A CONCLUSÃO QUE PODEMOS INFERIR?

ATIVIDADE DE ANCORAGEM IV

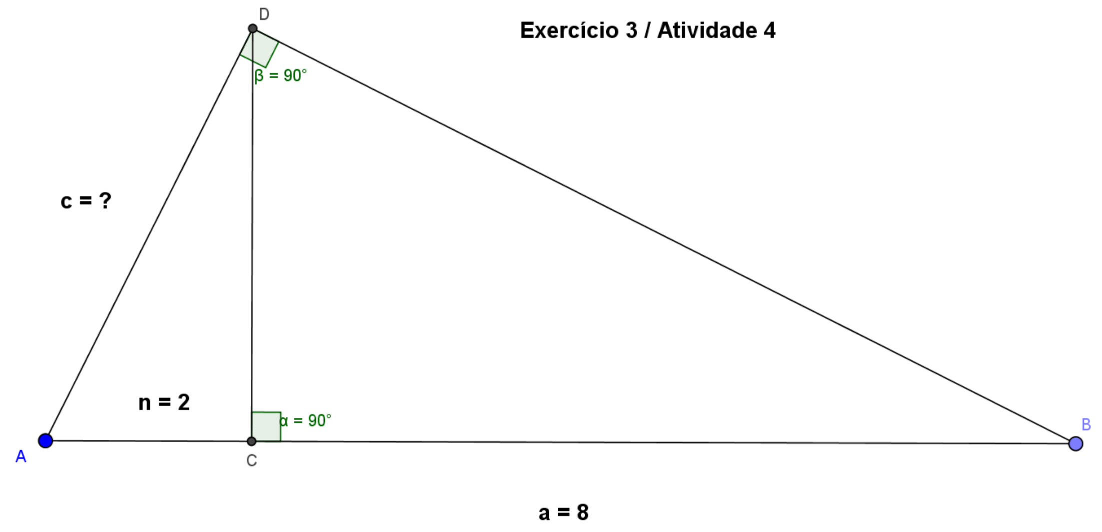
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da projeção do cateto c sobre a hipotenusa.



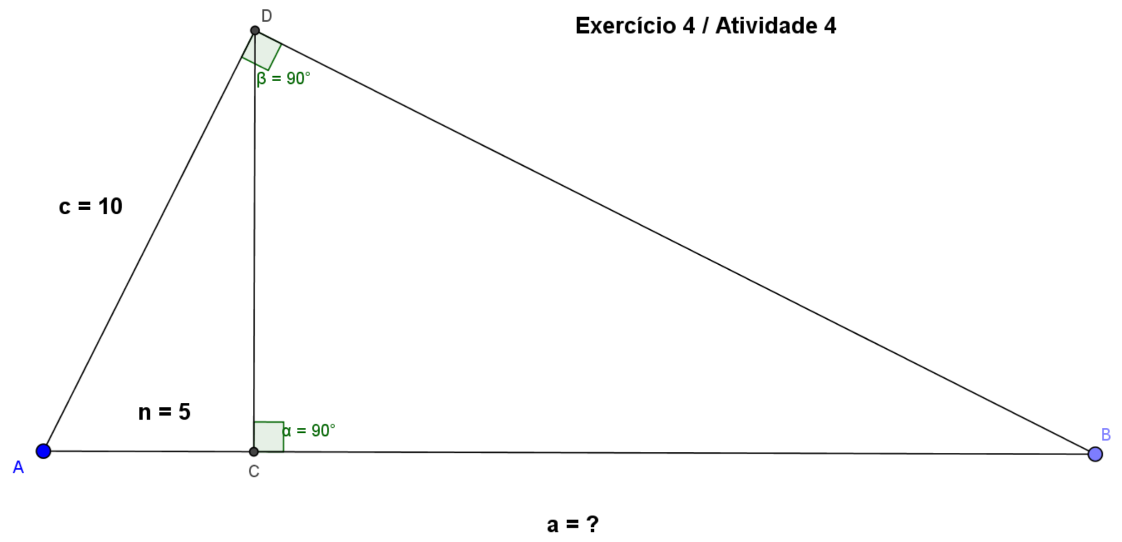
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido do cateto c.



Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido do cateto c.

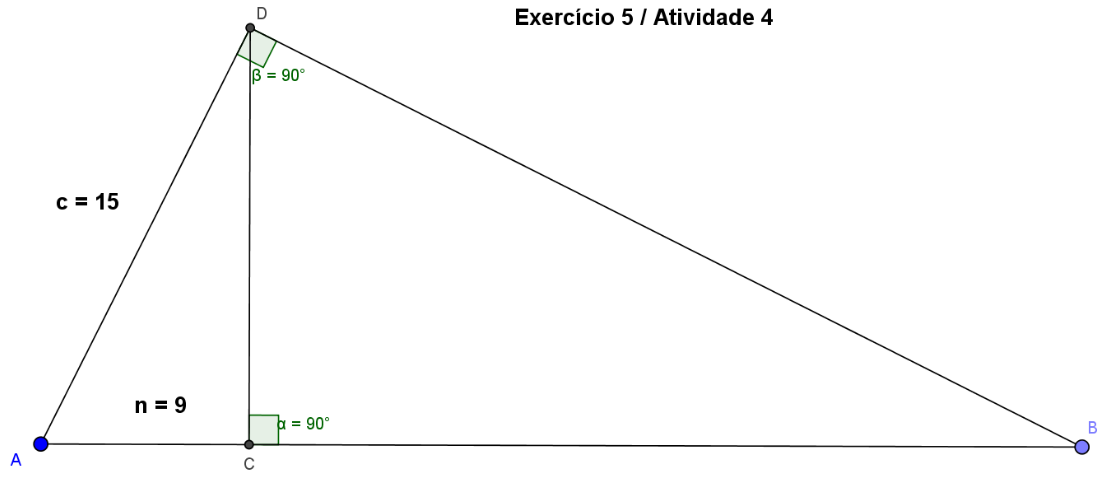


Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da hipotenusa.



Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da hipotenusa.

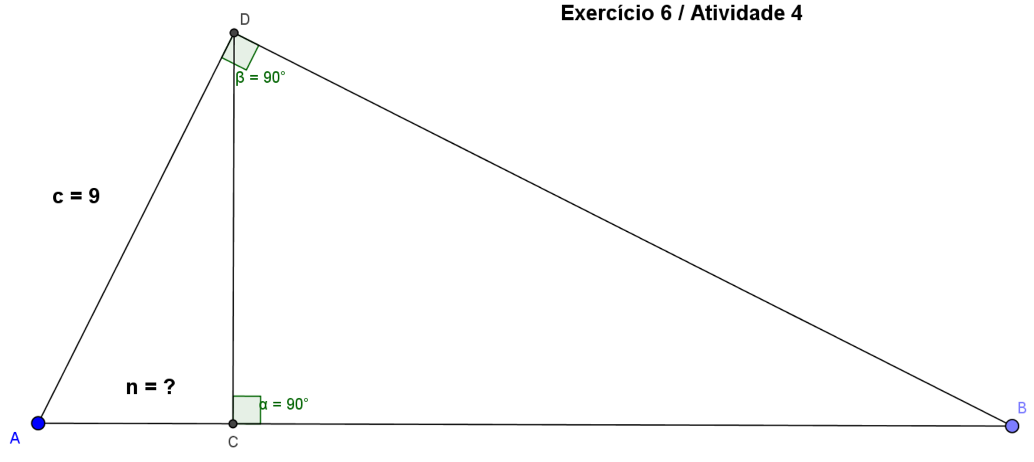
Exercício 5 / Atividade 4



a = ?

Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da projeção do cateto c sobre a hipotenusa.

Exercício 6 / Atividade 4



a = 27

Atividade de ancoragem IV – A hipotenusa, o cateto e sua projeção

Exercício 1

Exercício 2

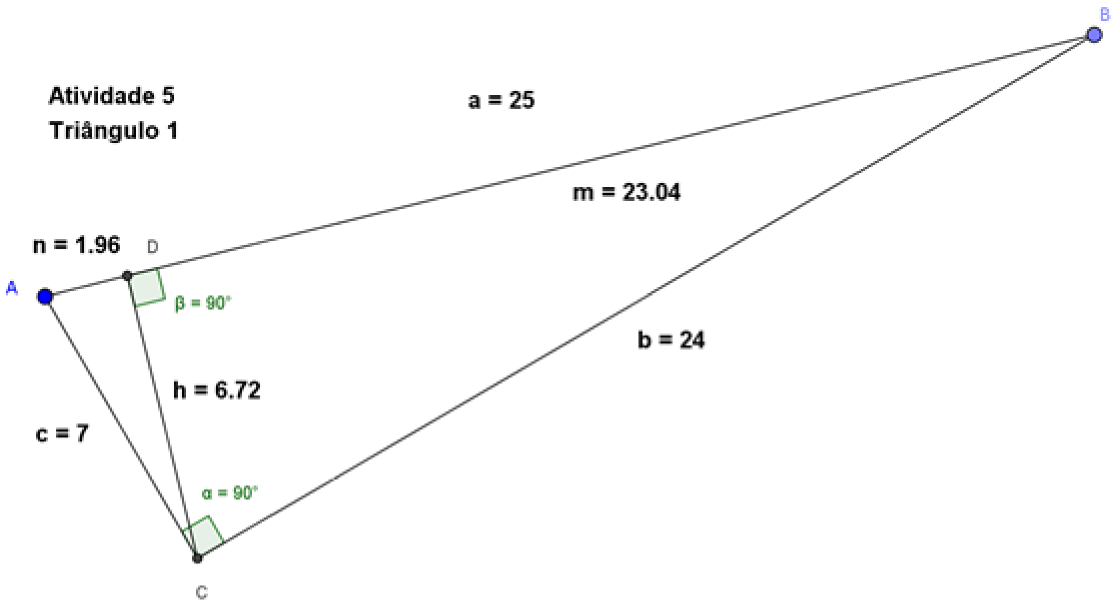
Exercício 3

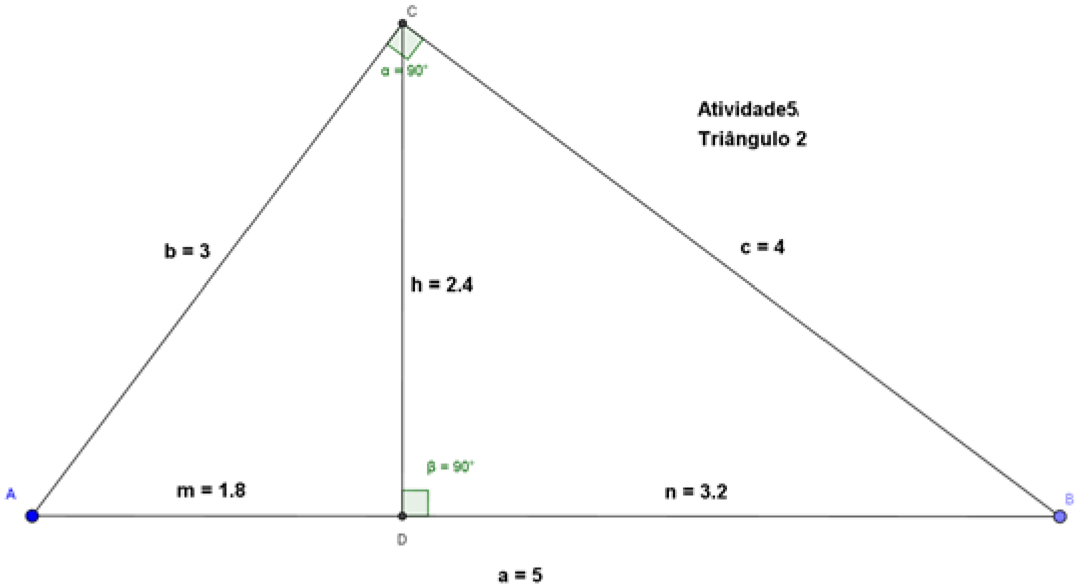
Exercício 4

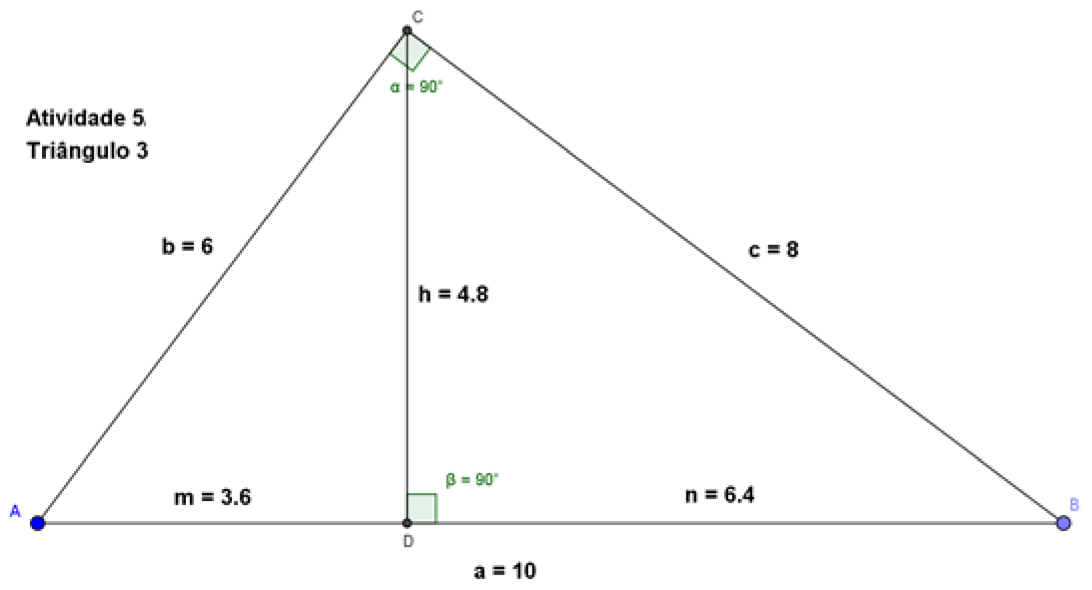
Exercício 5

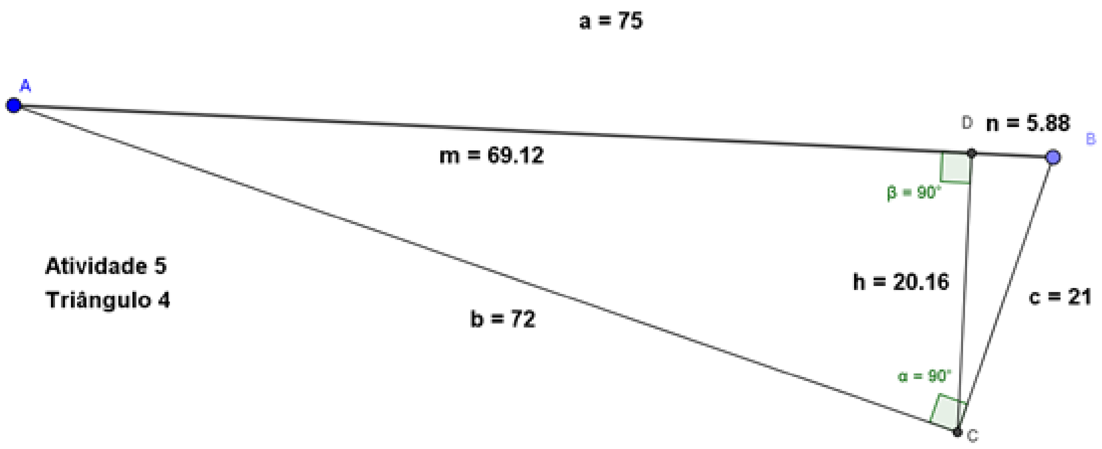
Exercício 6

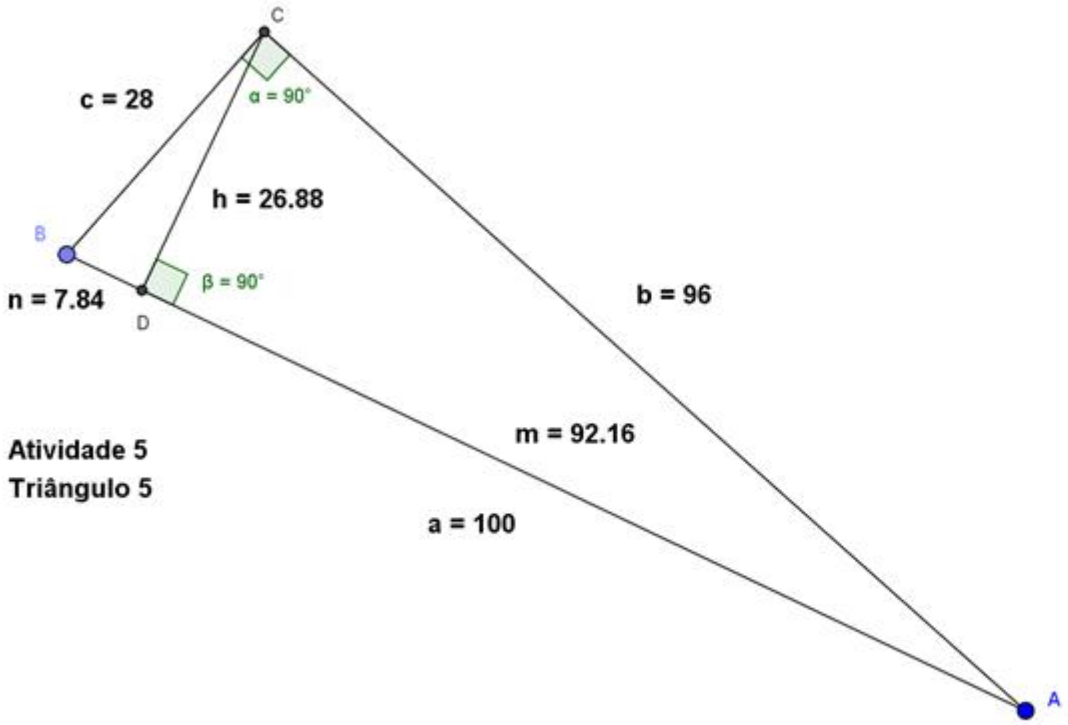
5) TRIÂNGULOS UTILIZADOS NA ATIVIDADE DE ENSINO V

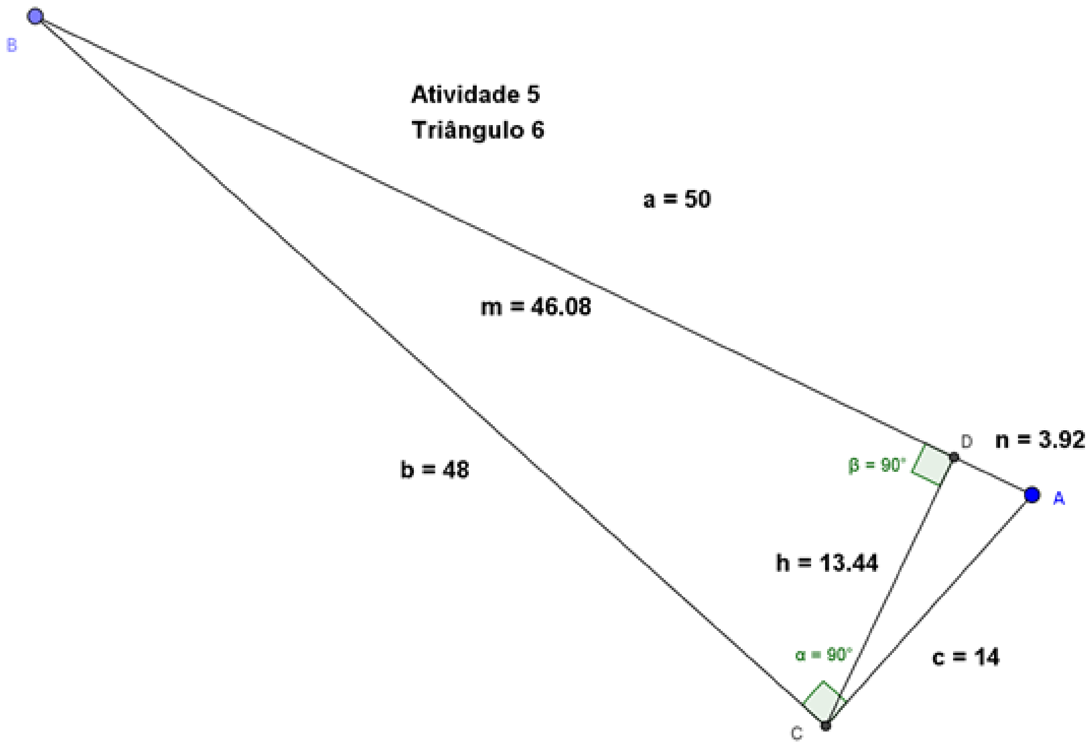


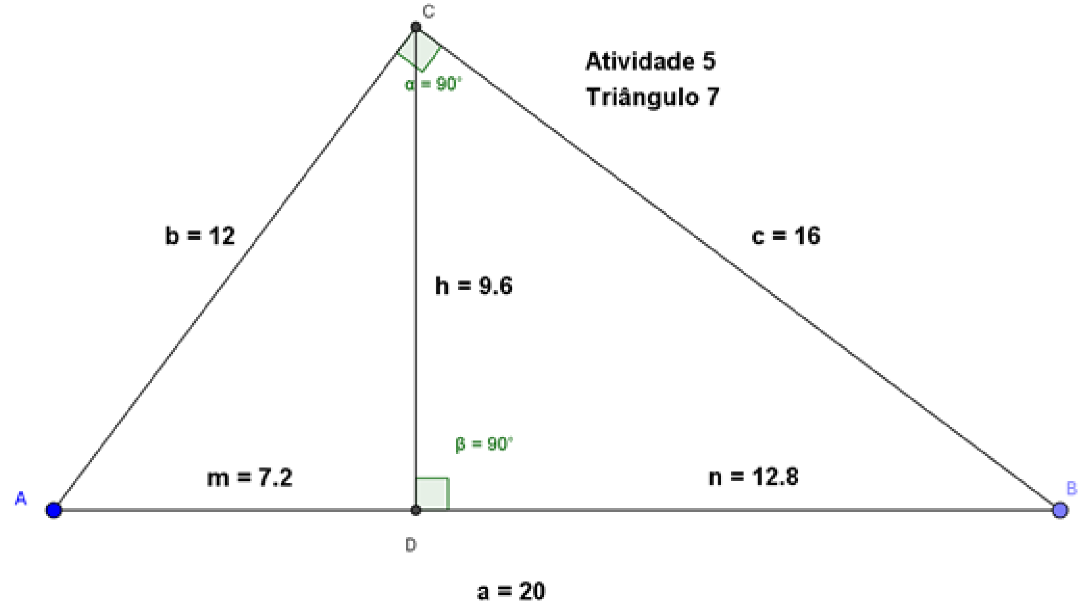


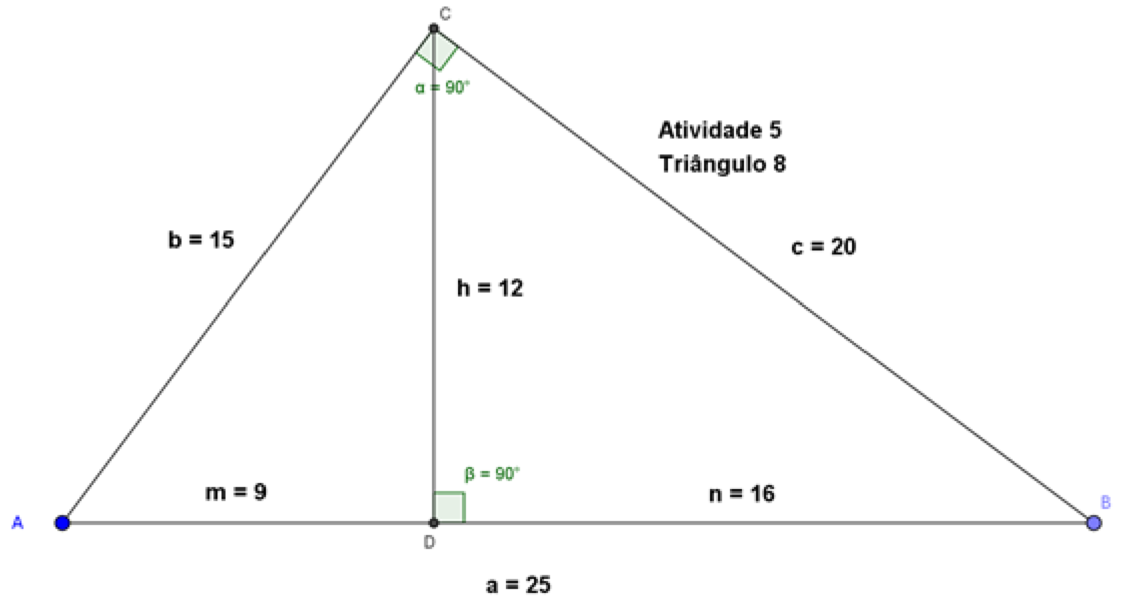

C
α = 90°
Atividade 5
Triângulo 3
b = 6
c = 8
h = 4.8
β = 90°
A
m = 3.6
n = 6.4
B
D
a = 10


a = 75
A
D
n = 5.88
B
m = 69.12
β = 90°
Atividade 5
Triângulo 4
h = 20.16
c = 21
b = 72
α = 90°
C


C
c = 28
α = 90°
h = 26.88
B
β = 90°
b = 96
n = 7.84
D
m = 92.16
Atividade 5
Triângulo 5
a = 100
A


B
Atividade 5
Triângulo 6
a = 50
m = 46.08
D
n = 3.92
β = 90°
b = 48
A
h = 13.44
α = 90°
c = 14
C


C
Atividade 5
Triângulo 7
α = 90°
b = 12
c = 16
h = 9.6
β = 90°
A
m = 7.2
n = 12.8
B
D
a = 20


C
α = 90°
Atividade 5
Triângulo 8
b = 15
c = 20
h = 12
β = 90°
m = 9
n = 16
A
B
D
a = 25

Ficha de observação da atividade V

TÍTULO: Hipotenusa, altura e os catetos.

OBJETIVO: Descobrir uma relação entre as medidas da Hipotenusa, altura e os catetos.

Aluno(a):____ Data: ____/____/_____
Turma:___________

Triângulo	Medida da Hipotenusa (a)	Medida da altura (h)	Medida do cateto (b)	Medida do cateto (c)	Produto entre a hipotenusa e a altura (a . h)	Produto entre o cateto (b) e o cateto (c) (b . c)
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						
7.						
8.						

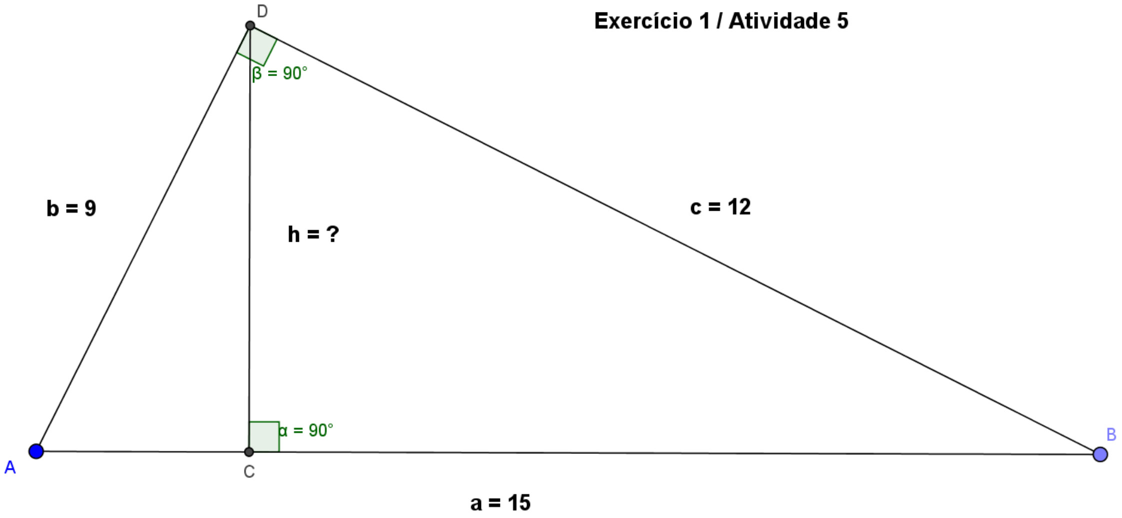
O QUE VOCÊ OBSERVOU ANALISANDO OS DADOS ENCONTRADOS?

QUAL A CONCLUSÃO QUE PODEMOS INFERIR?

<u>**Atividade de ancoragem V**</u>

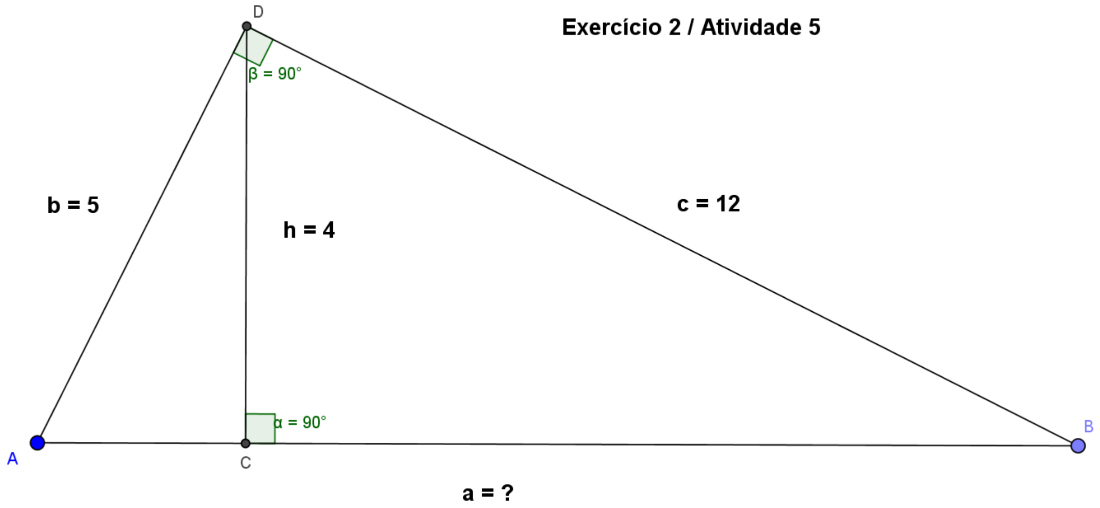
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor da altura relativa a hipotenusa.

Exercício 1 / Atividade 5



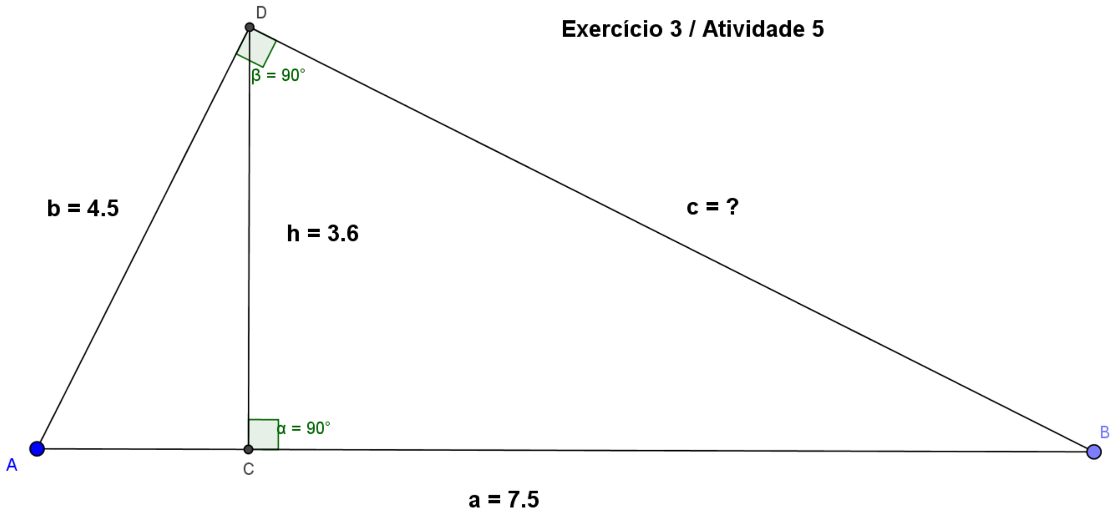
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor da hipotenusa.

Exercício 2 / Atividade 5



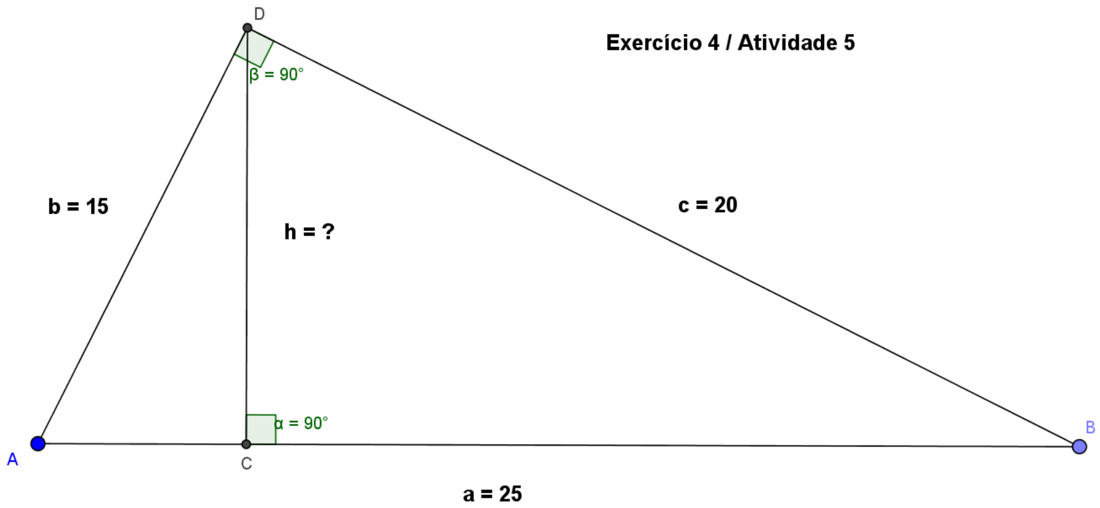
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor do cateto c.

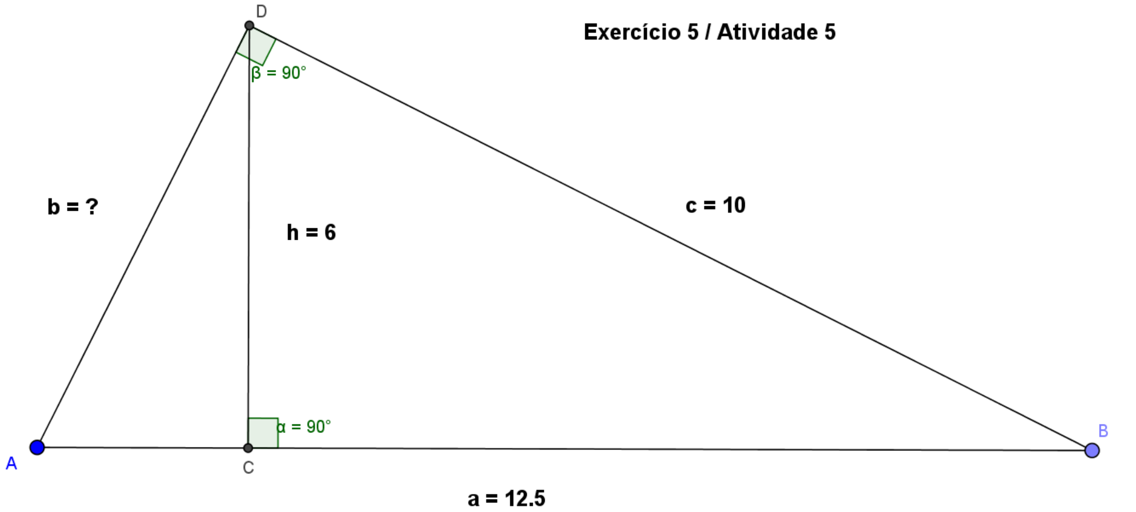


Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

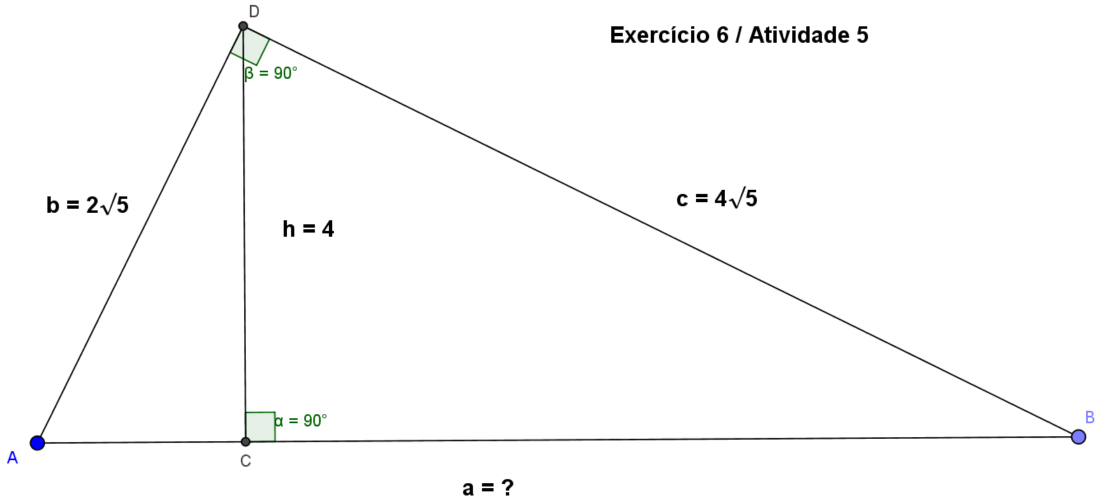
Determine o valor da altura relativa a hipotenusa.



Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor do cateto b.



Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor da hipotenusa.



<u>Atividade de ancoragem V</u> – Hipotenusa, altura e os catetos

Exercício 1

Exercício 2

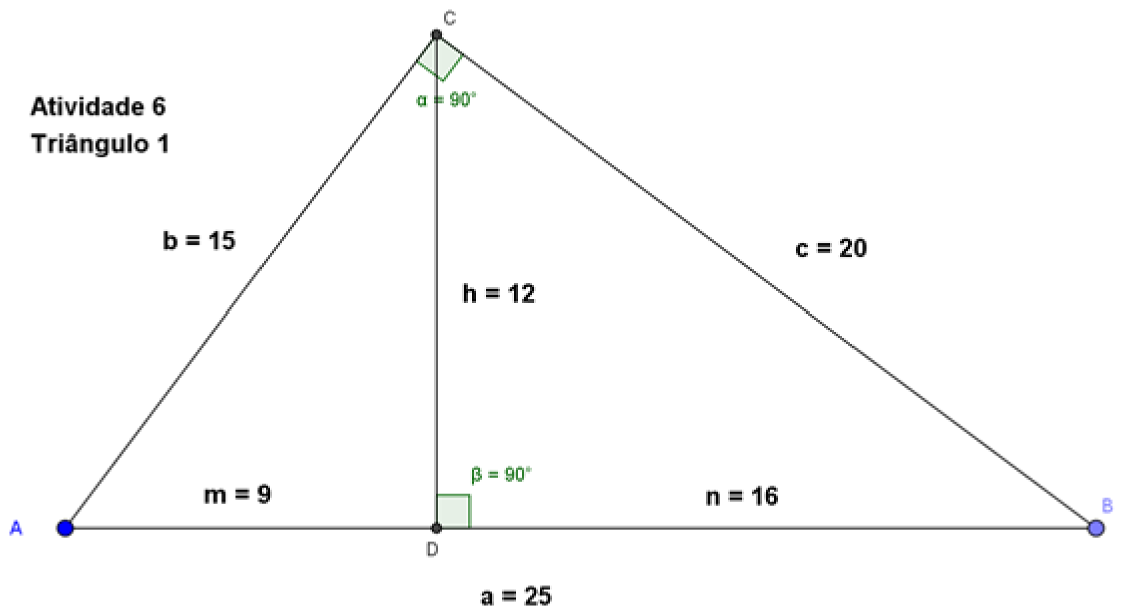
Exercício 3

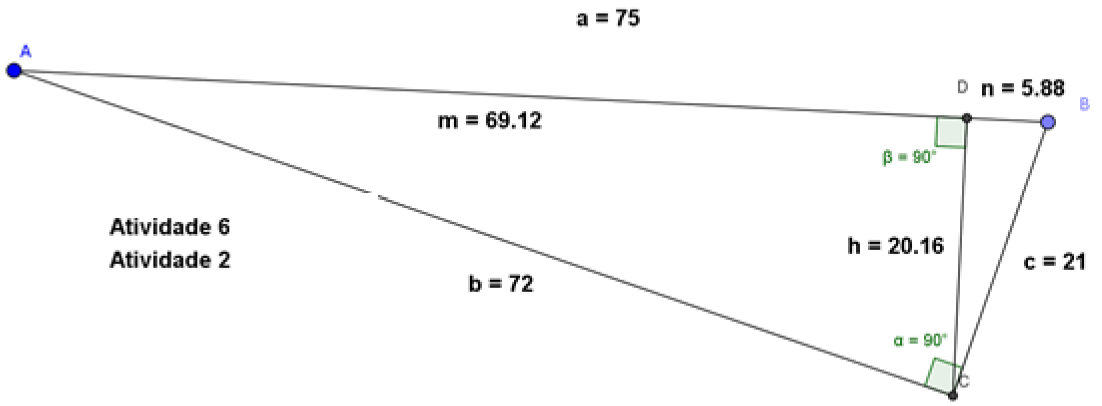
Exercício 4

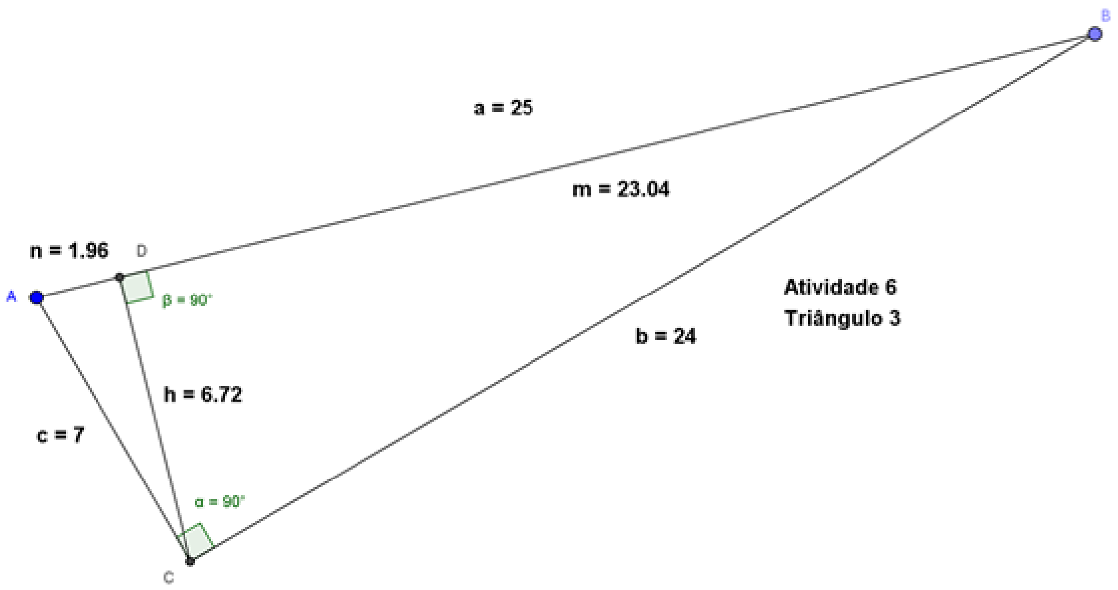
Exercício 5

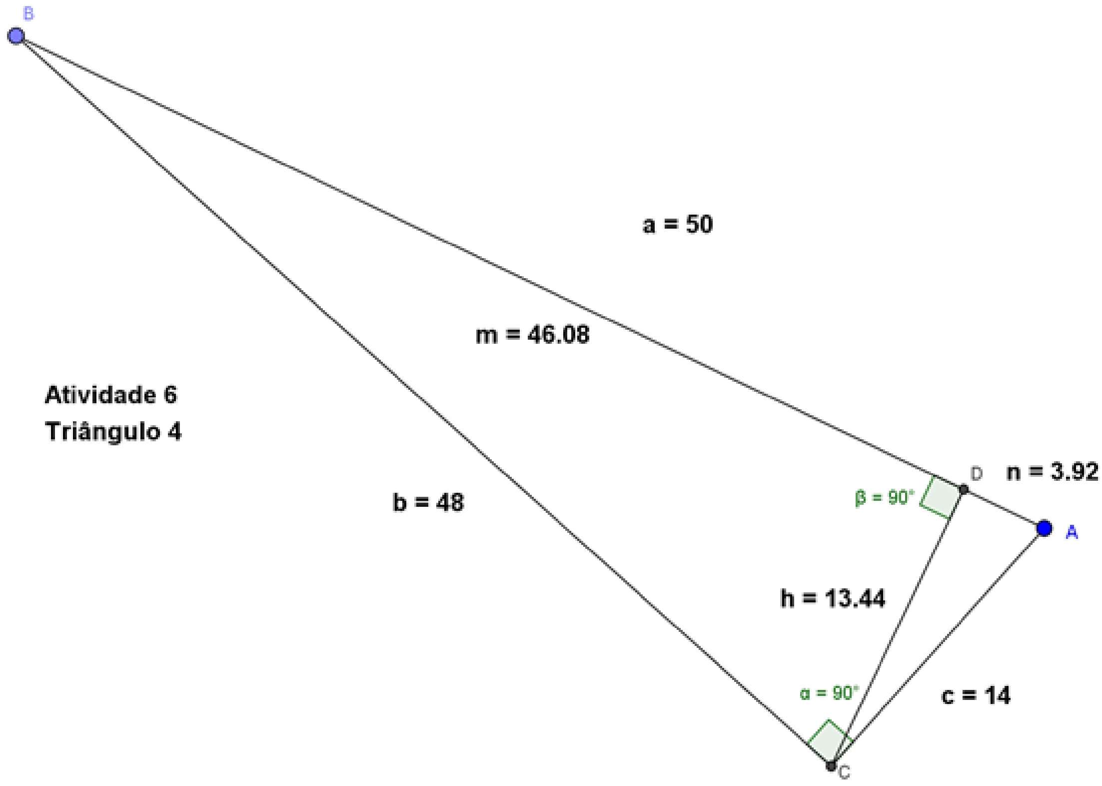
Exercício 6

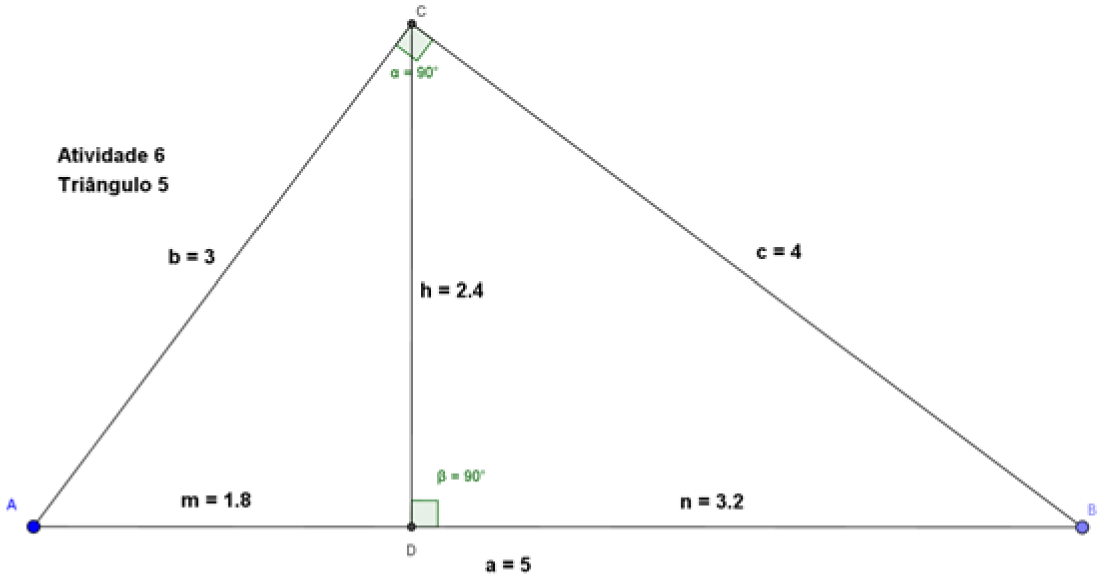
6) TRIÂNGULOS UTILIZADOS NA ATIVIDADE DE ENSINO VI

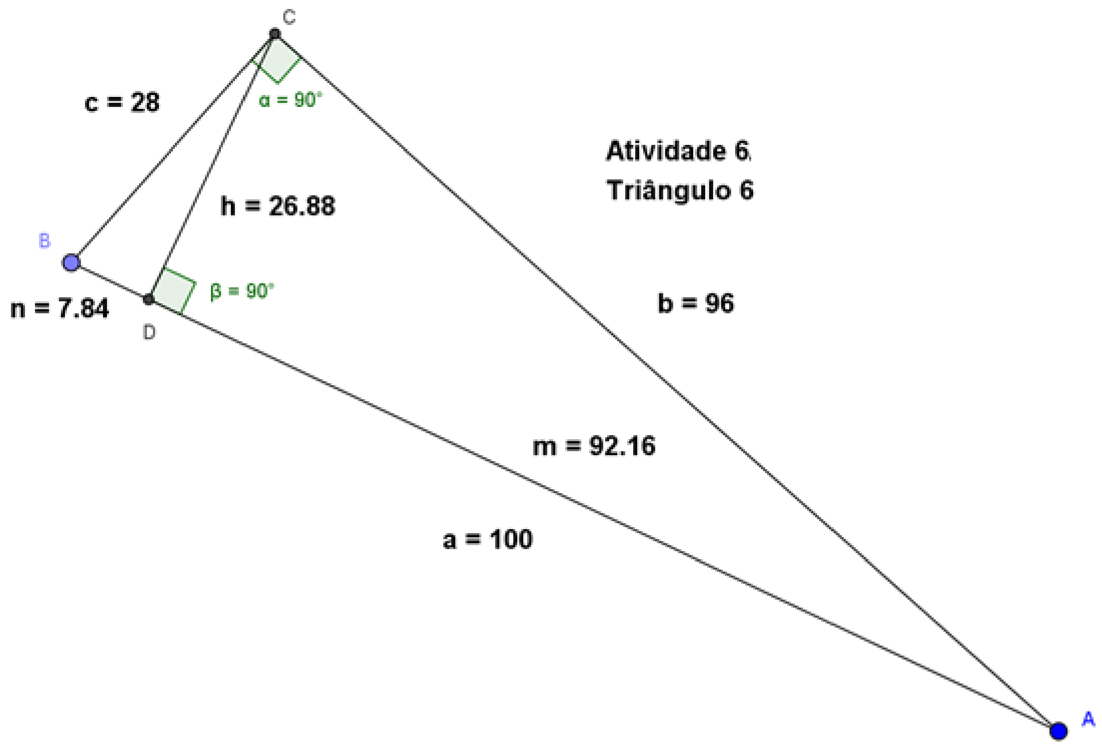


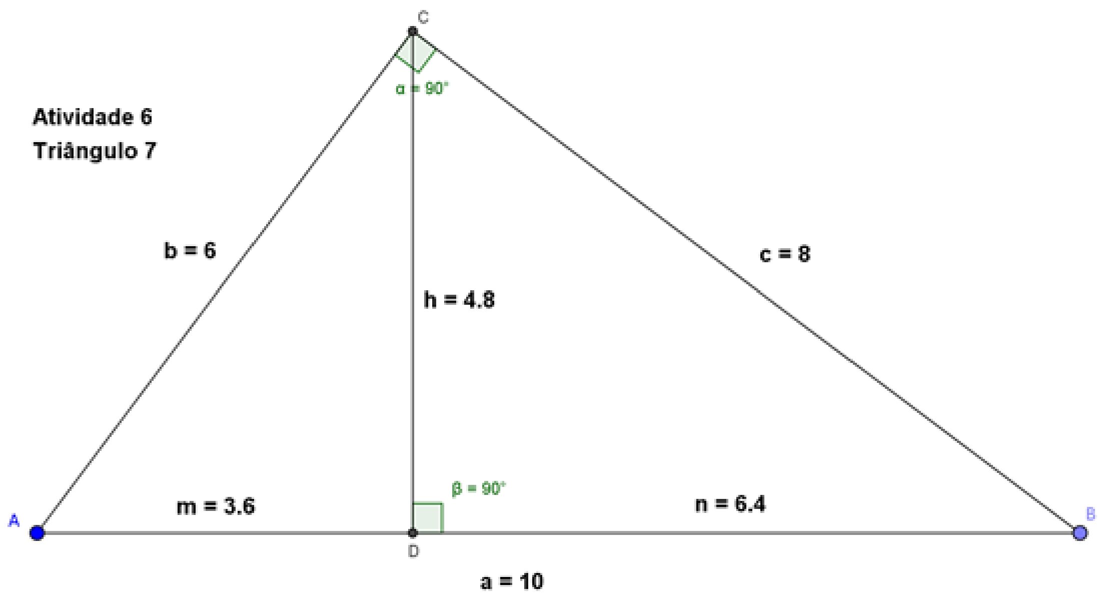


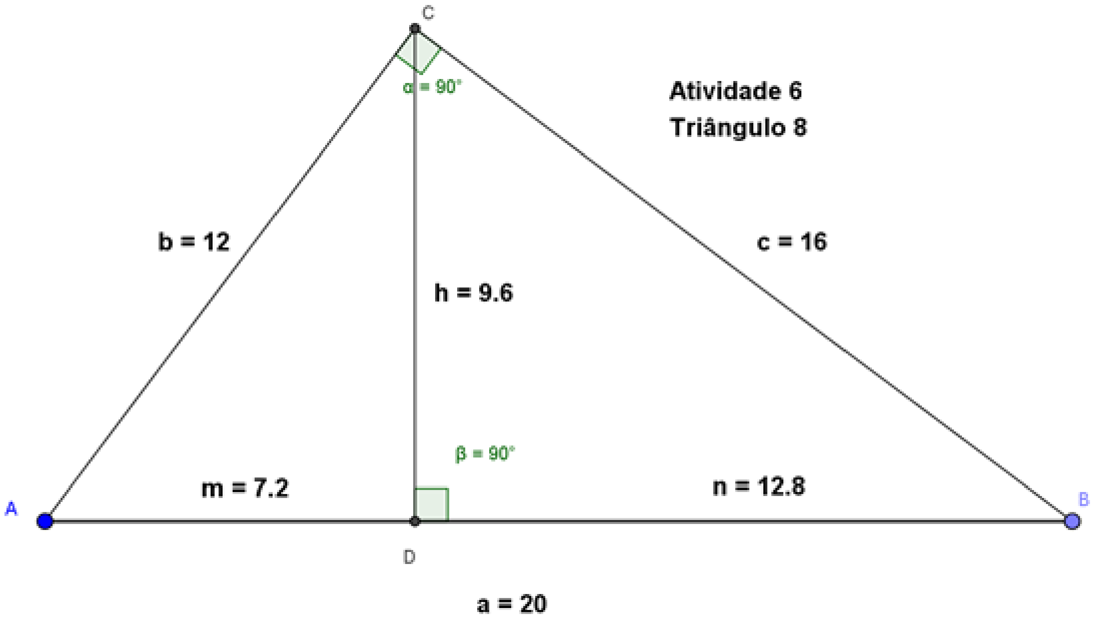



B
a = 50
m = 46.08
Atividade 6
Triângulo 4
D
n = 3.92
β = 90°
A
b = 48
h = 13.44
α = 90°
c = 14
C


C
α = 90°
Atividade 6
Triângulo 5
b = 3
c = 4
h = 2.4
β = 90°
A
m = 1.8
n = 3.2
B
D
a = 5


C
c = 28
α = 90°
Atividade 6
Triângulo 6
h = 26.88
B
β = 90°
n = 7.84
D
b = 96
m = 92.16
a = 100
A


C
α = 90°
Atividade 6
Triângulo 7
b = 6
c = 8
h = 4.8
β = 90°
A
m = 3.6
n = 6.4
B
D
a = 10


C
α = 90°
Atividade 6
Triângulo 8
b = 12
c = 16
h = 9.6
β = 90°
m = 7.2
n = 12.8
A
B
D
a = 20

<u>Ficha de observação da atividade VI</u>

TÍTULO: Altura e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

OBJETIVO: Descobrir uma relação entre as medidas da Altura e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

Aluno(a):____ Data: ____/____/_____
Turma:__________

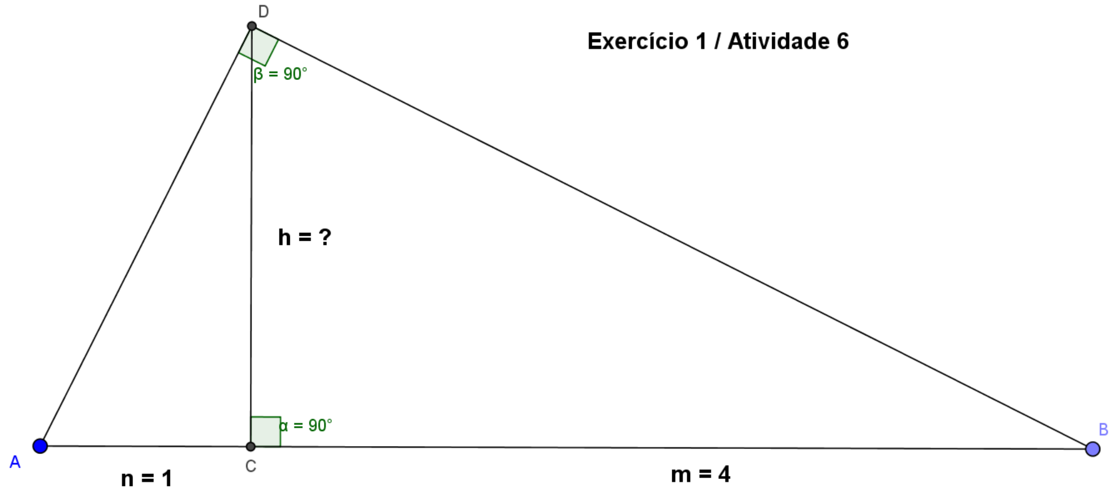
Triângulo	**Medida da altura (h)**	**Projeção do cateto b sobre a hipotenusa (m)**	**Projeção do cateto c sobre a hipotenusa (n)**	**Quadrado da altura (h^2)**	**Produto das projeções sobre a hipotenusa (m . n)**
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
8.					

O QUE VOCÊ OBSERVOU ANALISANDO OS DADOS ENCONTRADOS?

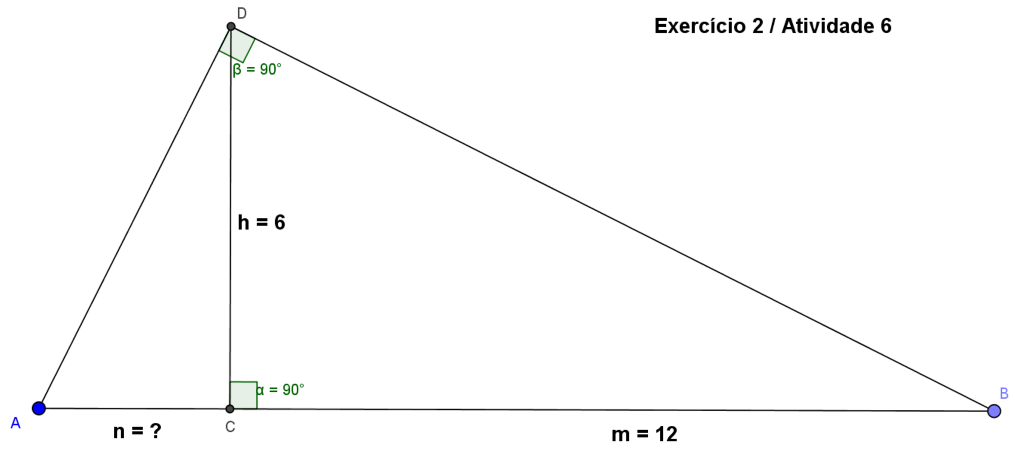
QUAL A CONCLUSÃO QUE PODEMOS INFERIR?

Atividade de ancoragem VI

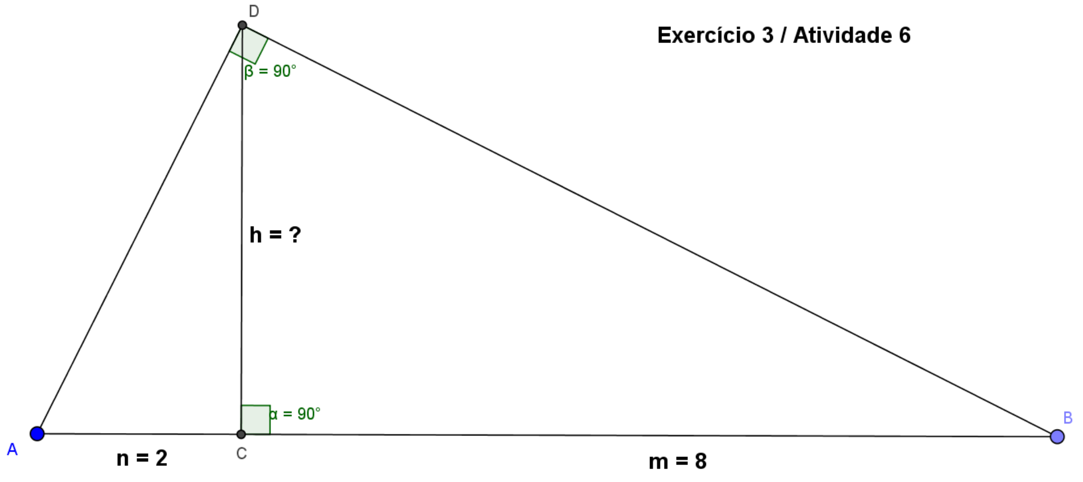
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da altura relativa a hipotenusa.



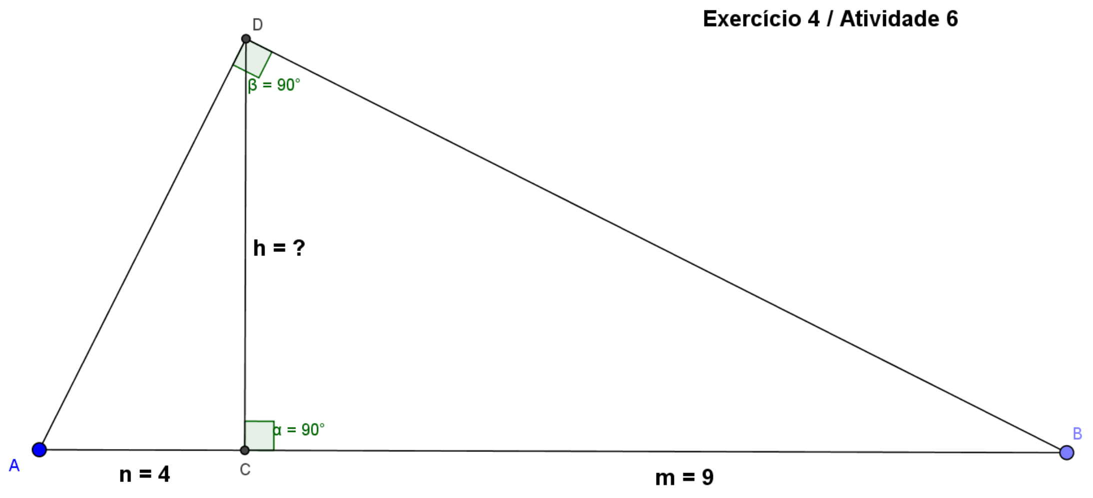
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da projeção do cateto c sobre a hipotenusa.



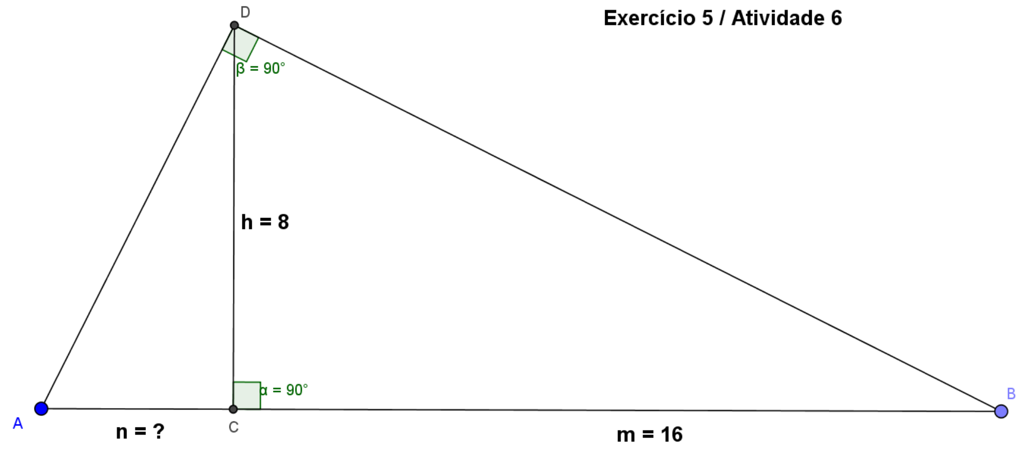
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da altura relativa a hipotenusa.



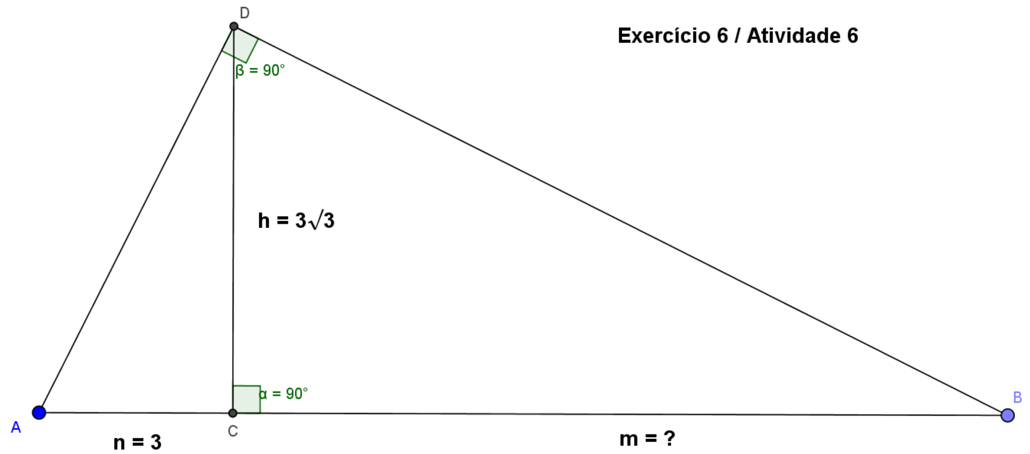
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da altura relativa a hipotenusa.



Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da projeção do cateto c sobre a hipotenusa.



Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da projeção do cateto b sobre a hipotenusa.



Atividade de ancoragem VI – Hipotenusa, altura e os catetos

Exercício 1

Exercício 2

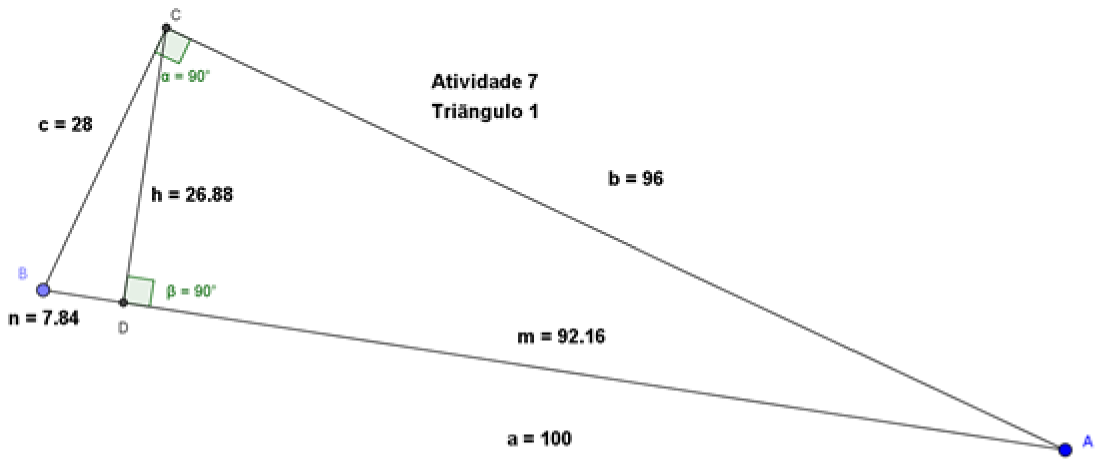
Exercício 3

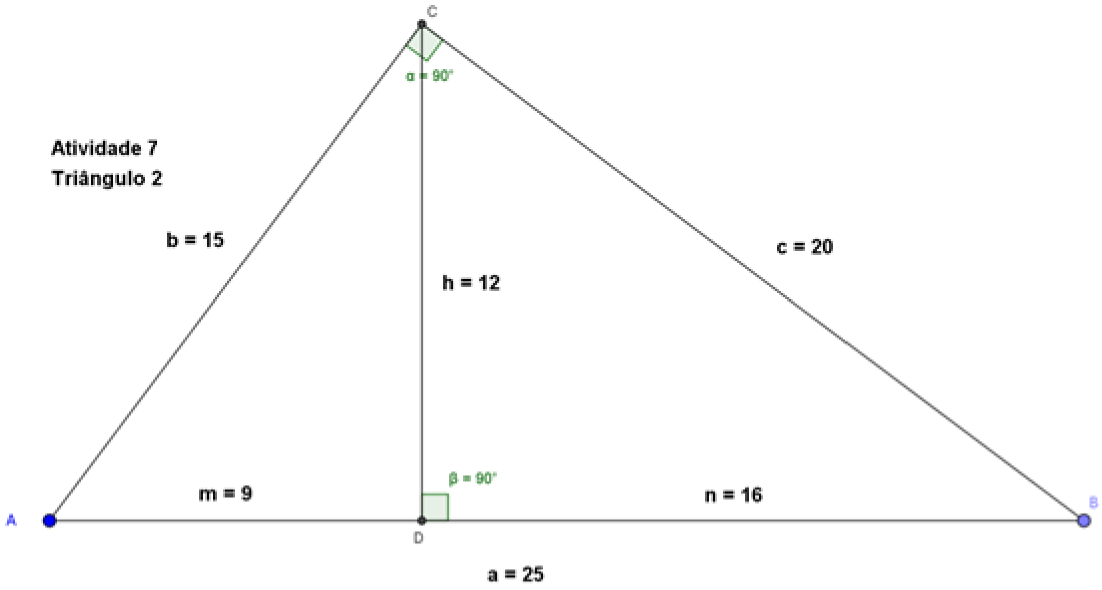
Exercício 4

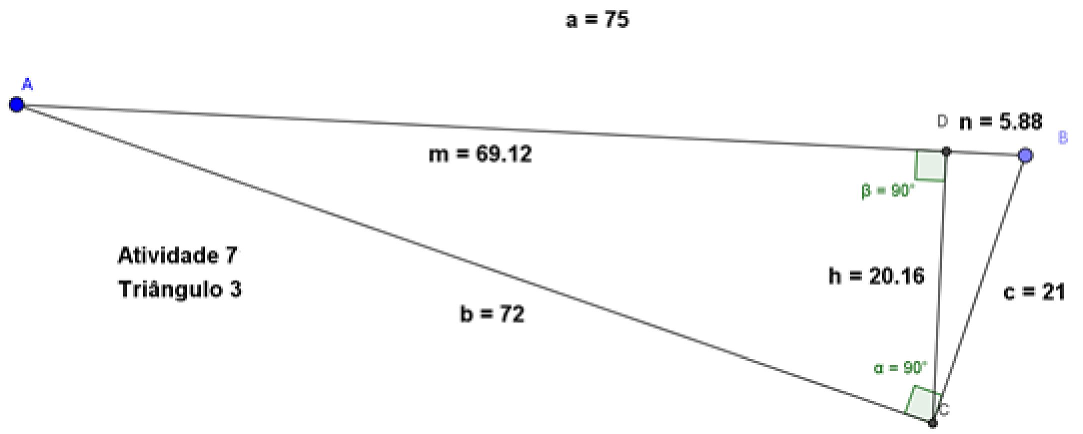
Exercício 5

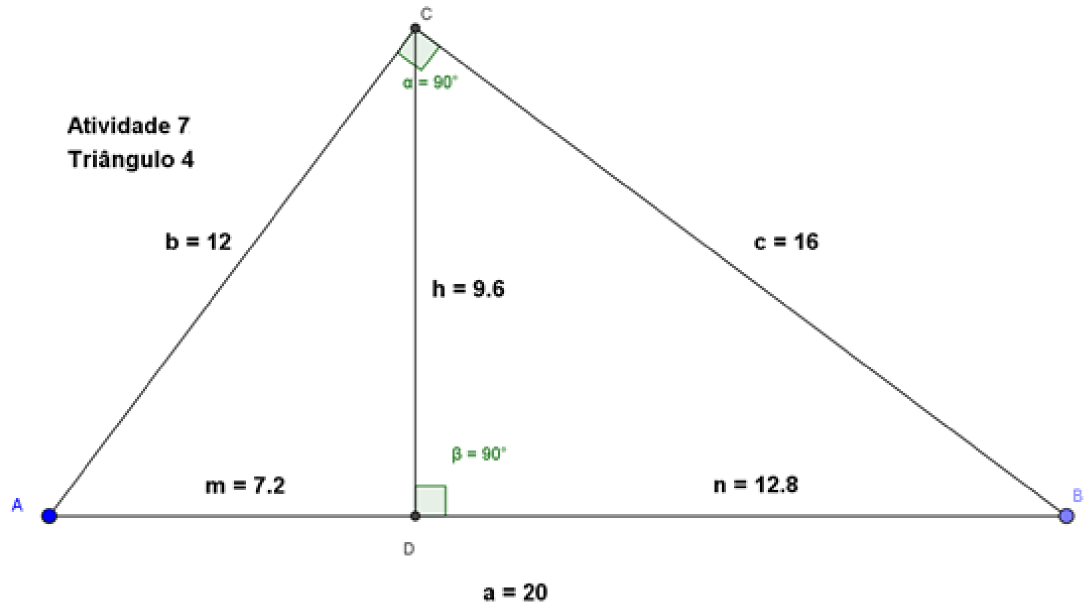
Exercício 6

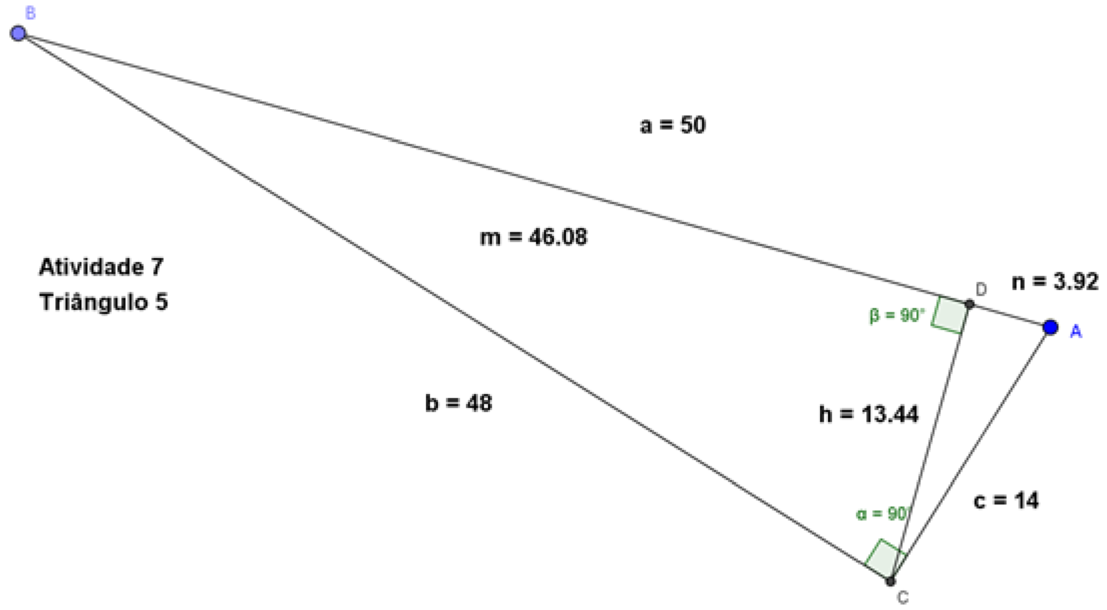
7) TRIÂNGULOS UTILIZADOS NA ATIVIDADE DE ENSINO VII

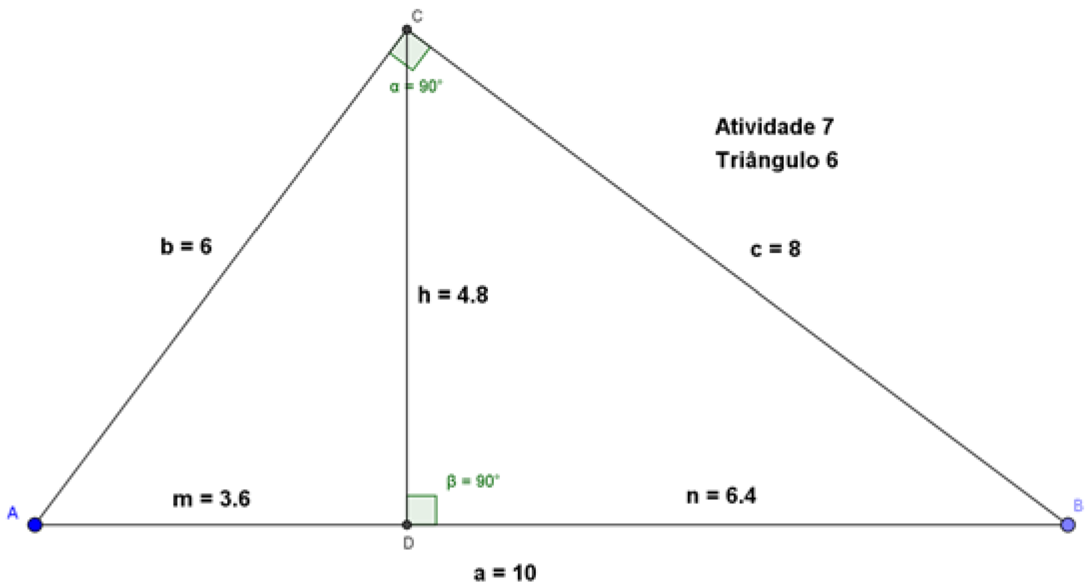


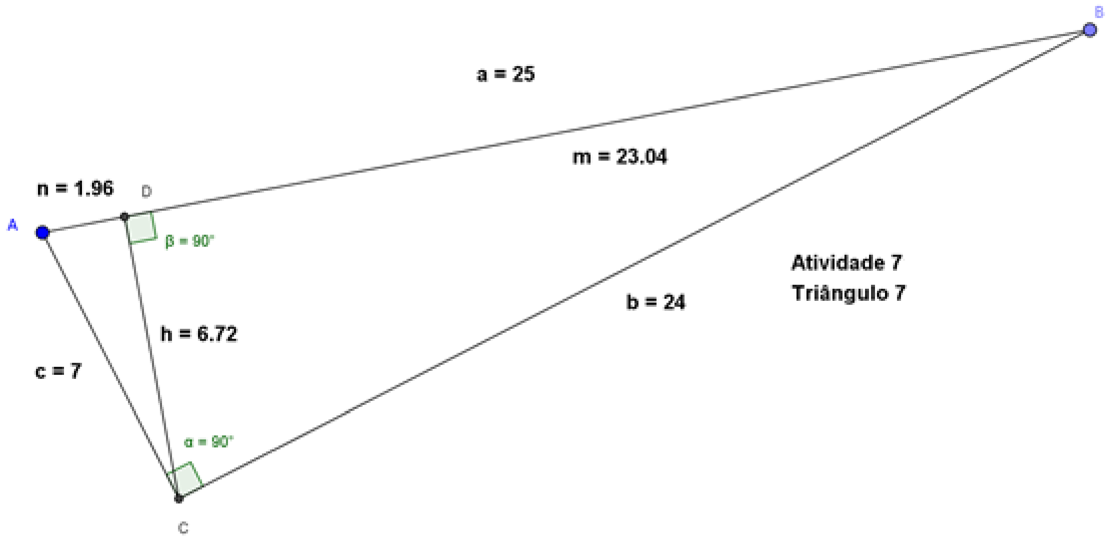


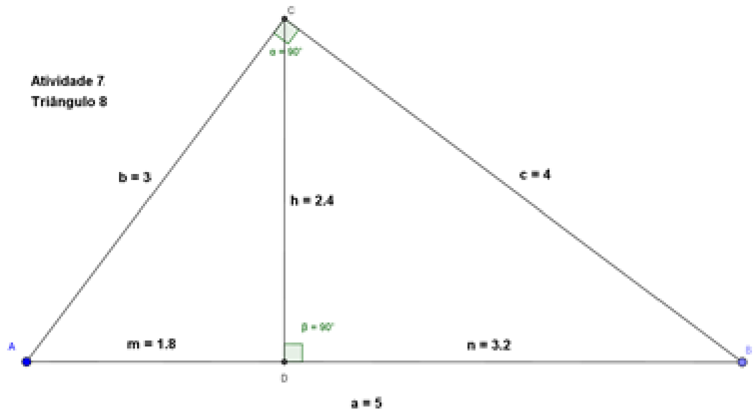

a = 75
A
D
n = 5.88
B
m = 69.12
β = 90°
Atividade 7
Triângulo 3
h = 20.16
c = 21
b = 72
α = 90°
C


C
α = 90°
Atividade 7
Triângulo 4
b = 12
c = 16
h = 9.6
β = 90°
m = 7.2
n = 12.8
A
B
D
a = 20


B
a = 50
m = 46.08
Atividade 7
Triângulo 5
D
n = 3.92
β = 90°
A
b = 48
h = 13.44
c = 14
α = 90°
C


C
α = 90°
Atividade 7
Triângulo 6
b = 6
c = 8
h = 4.8
β = 90°
A
m = 3.6
n = 6.4
B
D
a = 10


B
a = 25
m = 23.04
n = 1.96
D
A
β = 90°
Atividade 7
Triângulo 7
b = 24
h = 6.72
c = 7
α = 90°
C


C
α = 90°
Atividade 7
Triângulo 8
b = 3
c = 4
h = 2.4
β = 90°
A
m = 1.8
n = 3.2
B
D
a = 5

Ficha de observação da atividade VII

TÍTULO: O Teorema das áreas "Teorema de Pitágoras".

OBJETIVO: Descobrir uma relação entre as medidas da Hipotenusa e dos catetos de um Triângulo Retângulo.

Aluno(a):____ Data: ____/____/_____
Turma:___________

Triângulo	Medida da Hipotenusa (a)	Medida do cateto (b)	Medida do cateto (c)	Quadrado da hipotenusa a (a^2)	Quadrado do cateto b (b^2)	Quadrado do cateto c (c^2)	Soma dos quadrados dos catetos ($b^2 + c^2$)
1.							
2.							
3.							
4.							
5.							
6.							
7.							
8.							

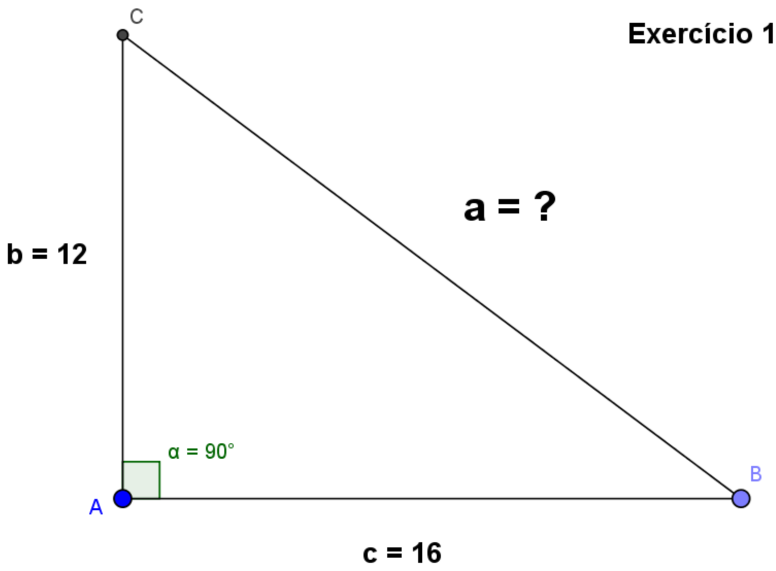
O QUE VOCÊ OBSERVOU ANALISANDO OS DADOS ENCONTRADOS?

QUAL A CONCLUSÃO QUE PODEMOS INFERIR?

Atividade de Ancoragem VII

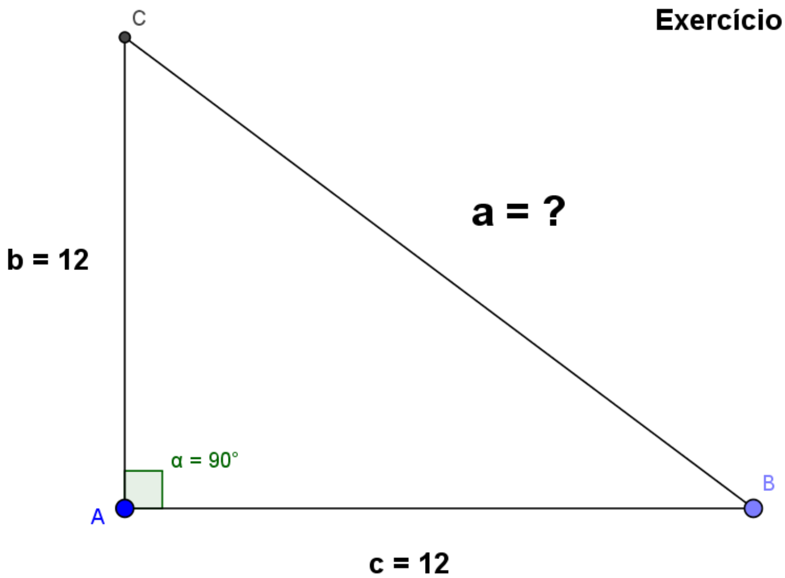
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo. Determine o valor desconhecido da hipotenusa.

Exercício 1 / Atividade 7



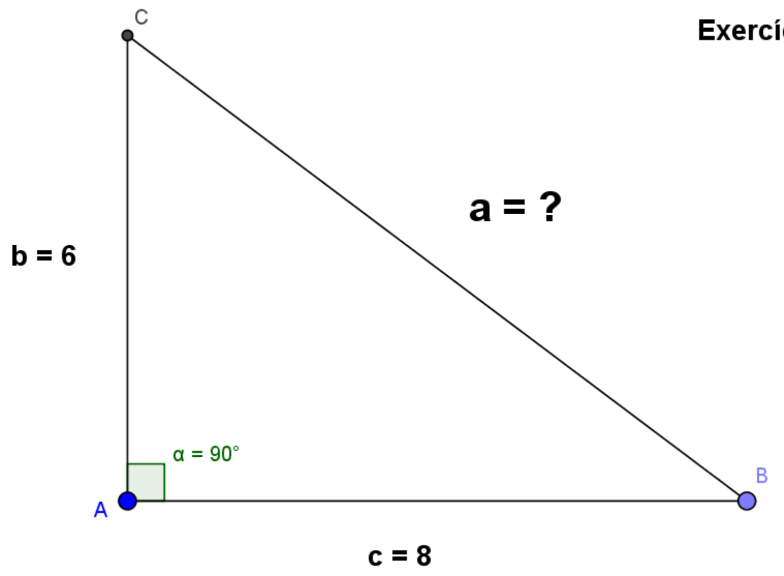
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo. Determine o valor desconhecido da hipotenusa.

Exercício 2 / Atividade 7



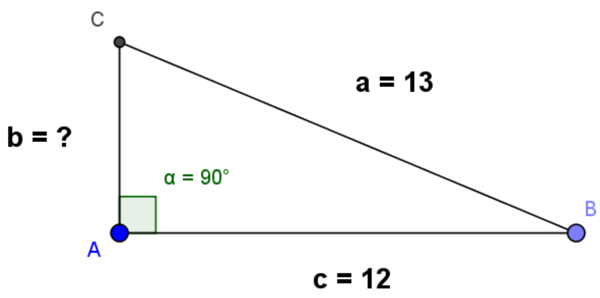
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo. Determine o valor desconhecido da hipotenusa.

Exercício 3 / Atividade 7



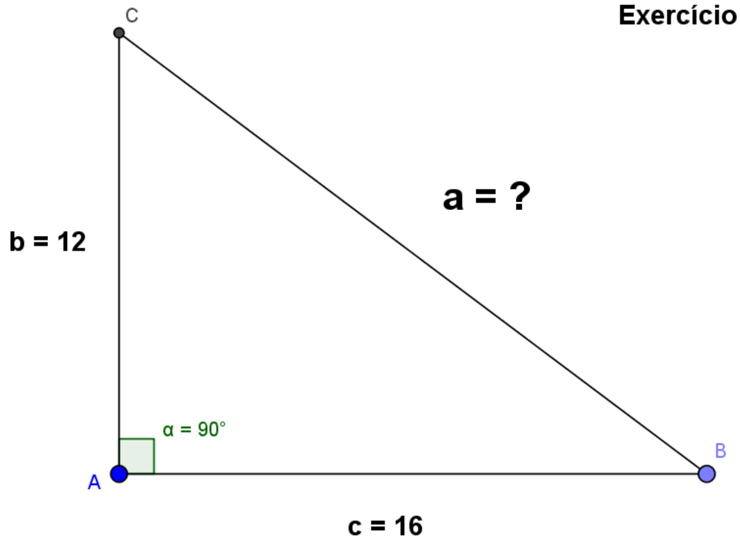
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo. Determine o valor do cateto b.

Exercício 4 / Atividade 7



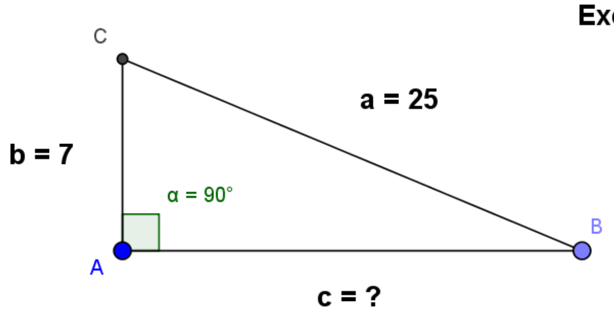
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da hipotenusa.

Exercício 5 / Atividade 7



Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido do cateto c.

Exercício 6 / Atividade 7



<u>Atividade de ancoragem VII</u> – O Teorema das áreas “Teorema de Pitágoras”

Exercício 1

Exercício 2

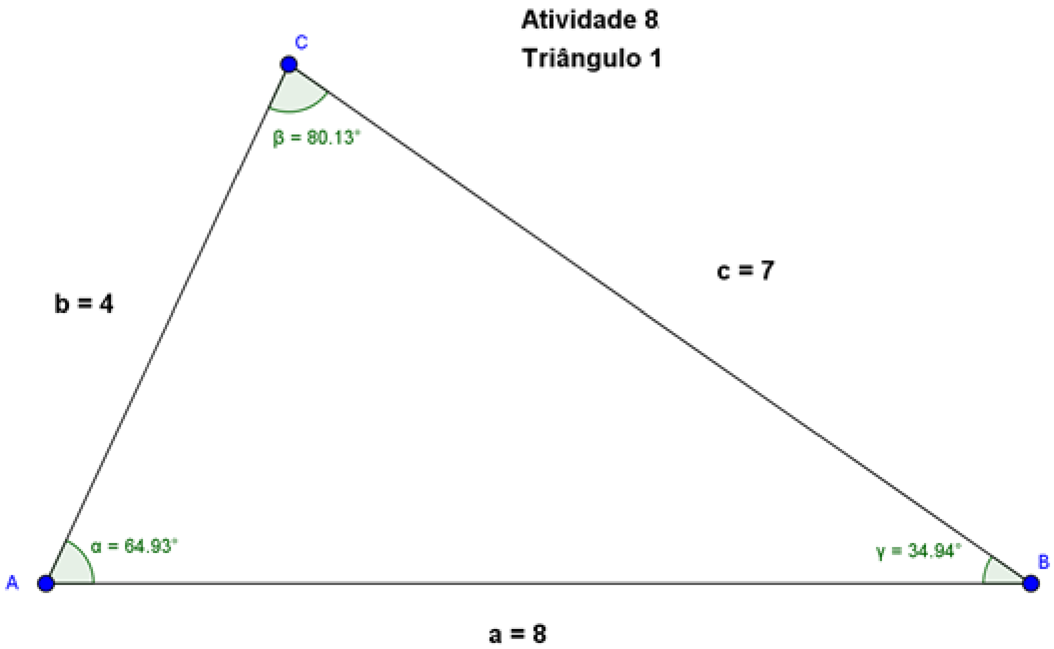
Exercício 3

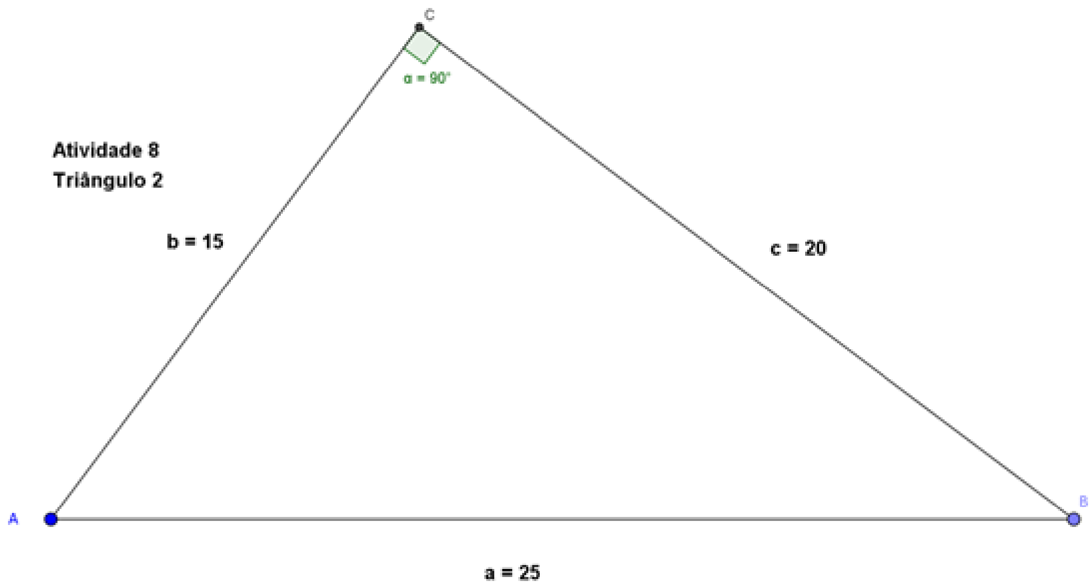
Exercício 4

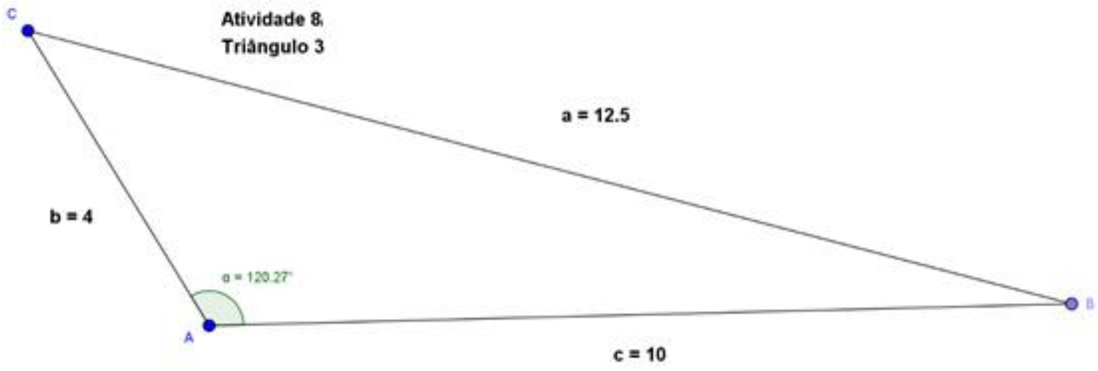
Exercício 5

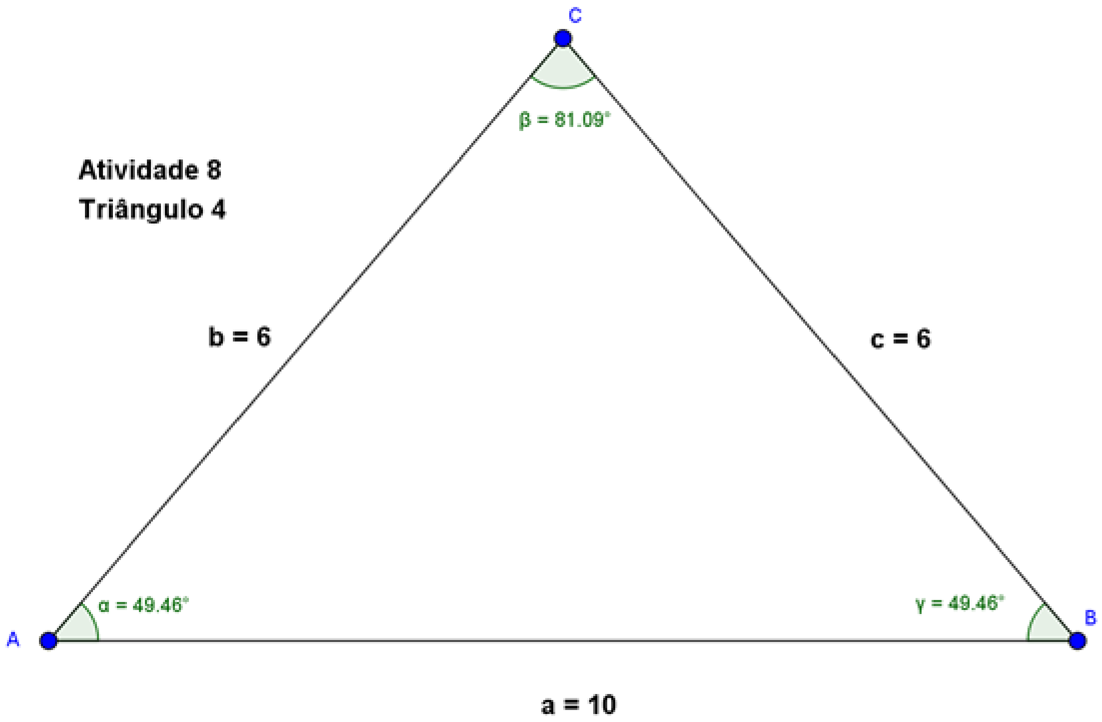
Exercício 6

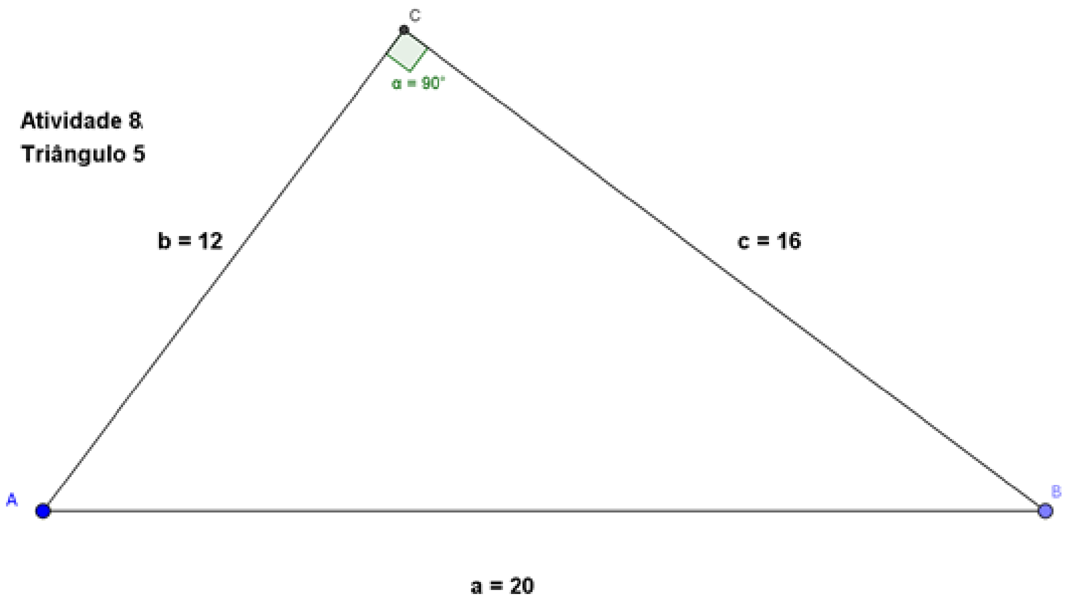
8) TRIÂNGULOS UTILIZADOS NA ATIVIDADE DE ENSINO VIII

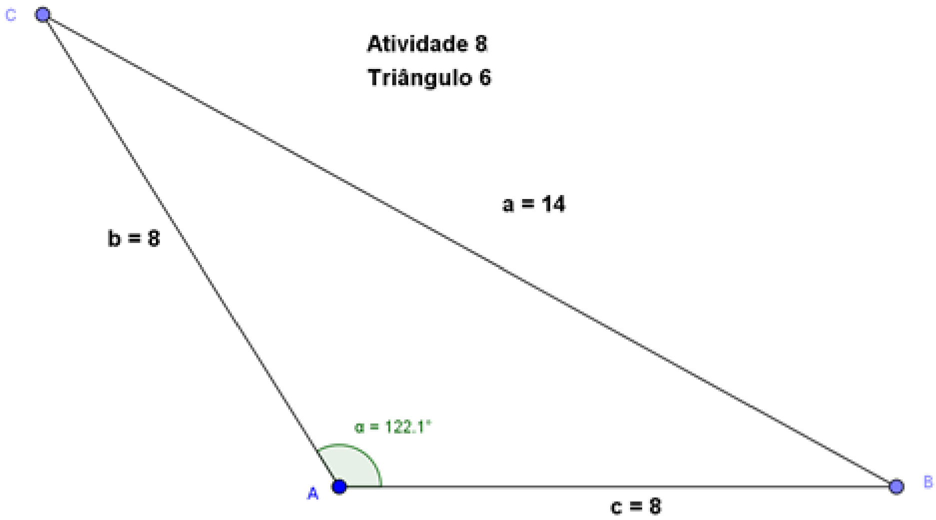


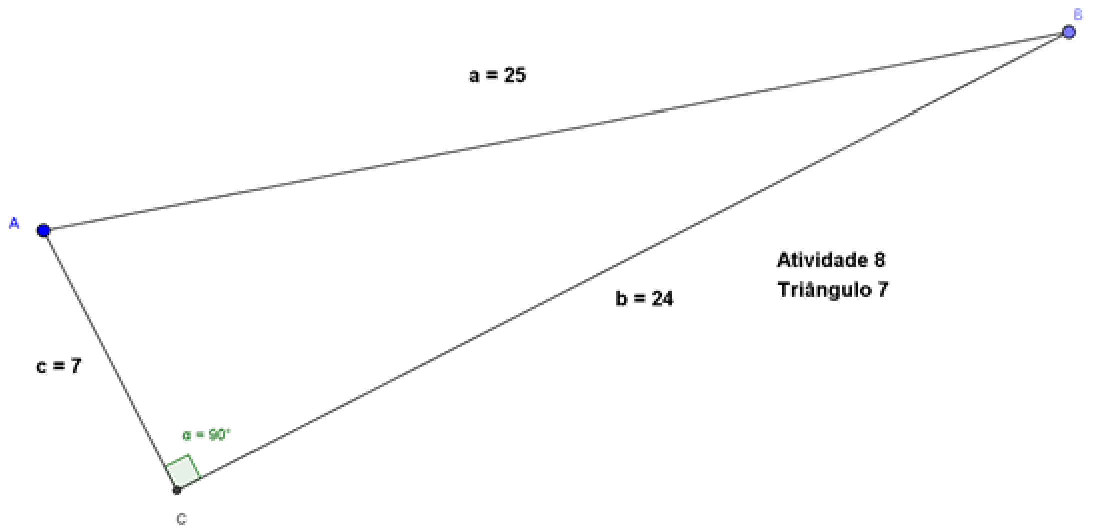


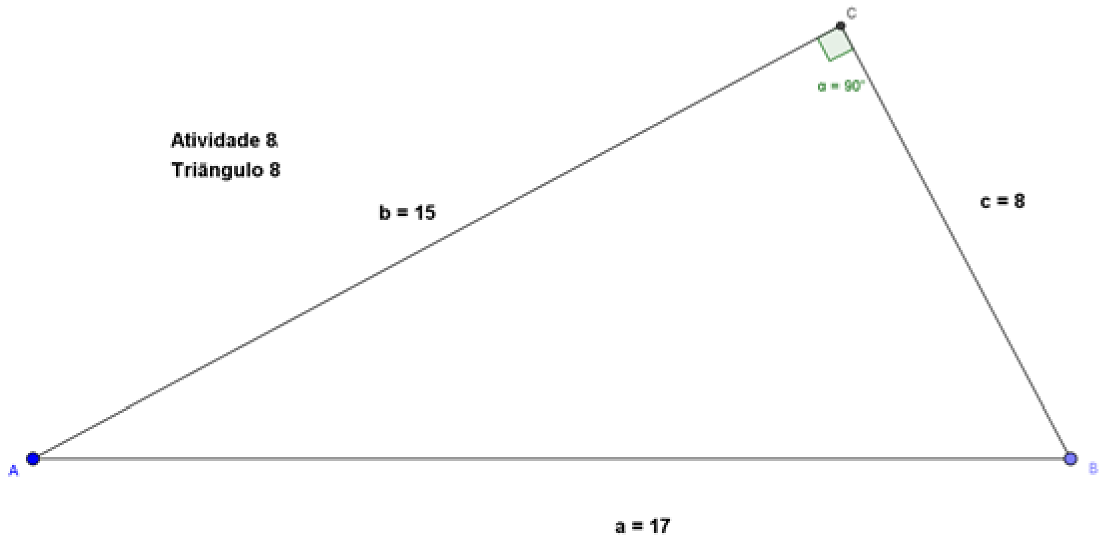

C
Atividade 8
Triângulo 3
a = 12.5
b = 4
α = 120.27°
A
B
c = 10


C
β = 81.09°
Atividade 8
Triângulo 4
b = 6
c = 6
α = 49.46°
γ = 49.46°
A
B
a = 10


C
α = 90°
Atividade 8
Triângulo 5
b = 12
c = 16
A
B
a = 20


C
Atividade 8
Triângulo 6
a = 14
b = 8
α = 122.1°
A
c = 8
B


B
a = 25
A
Atividade 8
Triângulo 7
b = 24
c = 7
α = 90°
C


C
α = 90°
Atividade 8
Triângulo 8
b = 15
c = 8
A
B
a = 17

Ficha de observação da atividade VIII

TÍTULO: Análise de Triângulos

OBJETIVO: Descobrir em que tipo de Triângulo é válido o Teorema de Pitágoras.

Aluno(a):____ Data: ____/____/_____
Turma:__________

Triângulo	Medida da Hipotenusa (a)	Medida do cateto (b)	Medida do cateto (c)	Quadrado da hipotenusa a (a^2)	Quadrado do cateto b (b^2)	Quadrado do cateto c (c^2)	Soma dos quadrados dos catetos ($b^2 + c^2$)	Constatação
( ) retângulo ( ) acutângulo ( )obtusângulo								( ) $a^2 = b^2 + c^2$ ( ) $a^2 > b^2 + c^2$ ( ) $a^2 < b^2 + c^2$
( ) retângulo ( ) acutângulo ( )obtusângulo								( ) $a^2 = b^2 + c^2$ ( ) $a^2 > b^2 + c^2$ ( ) $a^2 < b^2 + c^2$
( ) retângulo ( ) acutângulo ( )obtusângulo								( ) $a^2 = b^2 + c^2$ ( ) $a^2 > b^2 + c^2$ ( ) $a^2 < b^2 + c^2$
( ) retângulo ( ) acutângulo ( )obtusângulo								( ) $a^2 = b^2 + c^2$ ( ) $a^2 > b^2 + c^2$ ( ) $a^2 < b^2 + c^2$

( ) retângulo ( ) acutângulo ( )obtusângulo								( ) $a^2 = b^2 + c^2$ ( ) $a^2 > b^2 + c^2$ ( ) $a^2 < b^2 + c^2$
( ) retângulo ( ) acutângulo ( )obtusângulo								( ) $a^2 = b^2 + c^2$ ( ) $a^2 > b^2 + c^2$ ( ) $a^2 < b^2 + c^2$
( ) retângulo ( ) acutângulo ( )obtusângulo								( ) $a^2 = b^2 + c^2$ ( ) $a^2 > b^2 + c^2$ ( ) $a^2 < b^2 + c^2$
( ) retângulo ( ) acutângulo ( )obtusângulo								( ) $a^2 = b^2 + c^2$ ( ) $a^2 > b^2 + c^2$ ( ) $a^2 < b^2 + c^2$

O QUE VOCÊ OBSERVOU ANALISANDO OS DADOS ENCONTRADOS?

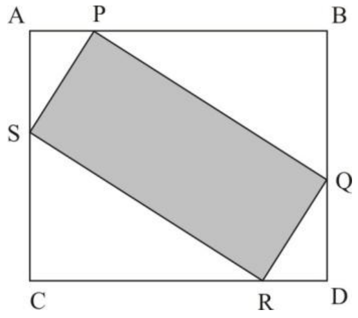
QUAL A CONCLUSÃO QUE PODEMOS INFERIR?

APÊNDICE D – ATIVIDADES DE APROFUNDAMENTO

- ✓ **Onde é fornecido um texto e uma figura**

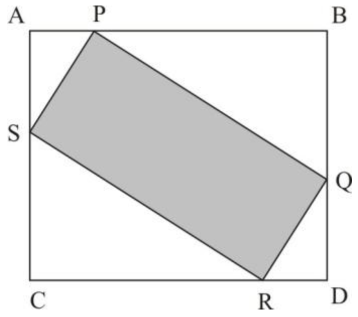
QUESTÃO 01

Na figura, os vértices do retângulo *PQRS* pertencem aos lados do retângulo *ABCD*.
Sendo AP = 3cm, AS = 4 cm, SC = 6 cm e CR = 8 cm, determine o segmento PS ?



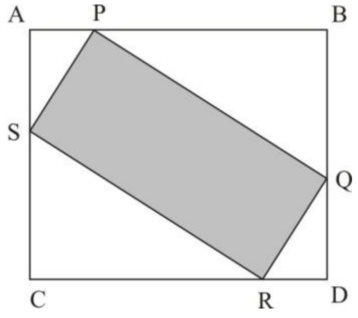
QUESTÃO 02

Na figura, os vértices do retângulo *PQRS* pertencem aos lados do retângulo *ABCD*. Sendo AP = 3cm, AS = 4 cm, SC = 6 cm e CR = 8 cm, determine o segmento RS ?



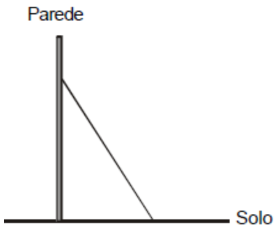
QUESTÃO 03

Na figura, os vértices do retângulo *PQRS* pertencem aos lados do retângulo *ABCD*.
Sendo AP = 3cm, AS = 4 cm, SC = 6 cm e CR = 8 cm, qual é a área do retângulo PQRS, em cm²?



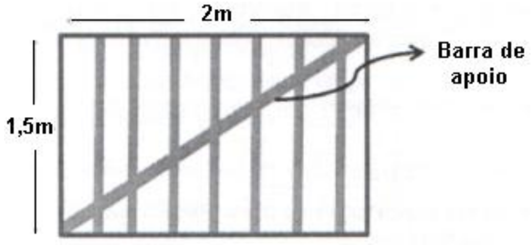
QUESTÃO 04

Observe a figura abaixo que representa uma escada apoiada em uma parede que forma um ângulo reto com o solo. O topo da escada está a 7 m de altura, e seu pé está afastado da parede 2 m. Determine o tamanho da escada.



QUESTÃO 05

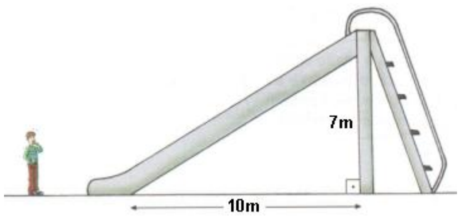
A figura, abaixo, mostra um portão feito com barras de ferro. Para garantir sua rigidez, foi colocada uma barra de apoio.



Qual a medida dessa barra de apoio?

QUESTÃO 06

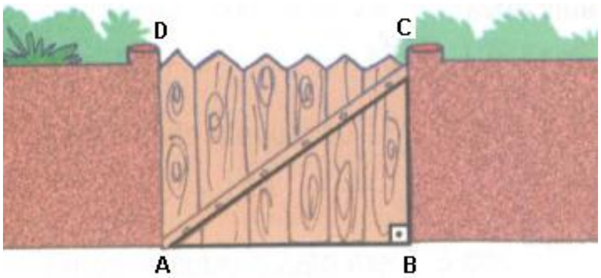
Décio viu um grande escorregador no parque de diversões e ficou curioso para saber o seu comprimento.



De acordo com as informações da figura acima, o comprimento do escorregador é, aproximadamente:

QUESTÃO 07

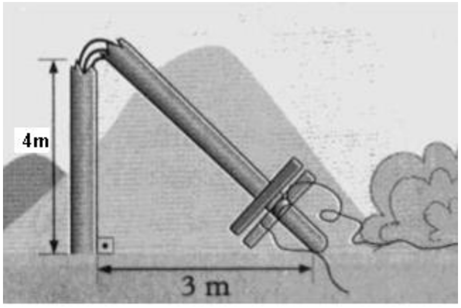
O portão de entrada casa do Sr. Antônio tem 4m de comprimento e 3m de altura.



Diante disso, o comprimento da trave de madeira que se estende do ponto A até o ponto C é:

QUESTÃO 08

Em um recente vendaval, um poste de luz quebrou-se à 4m a distância do solo. A parte do poste acima da fratura inclinou-se e sua extremidade superior encostou no solo a uma distância de 3m da base do mesmo.



Logo, a parte que inclinou no solo é:

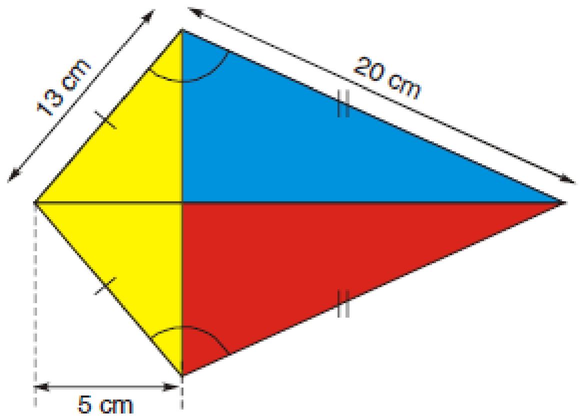
QUESTÃO 09

Um portão retangular precisa de uma nova ripa de madeira para sua sustentação.
Na figura abaixo, estão registradas suas medidas em metros.

A medida da ripa a ser trocada está indicada por *x*. A medida *x* da ripa a ser trocada deve ser

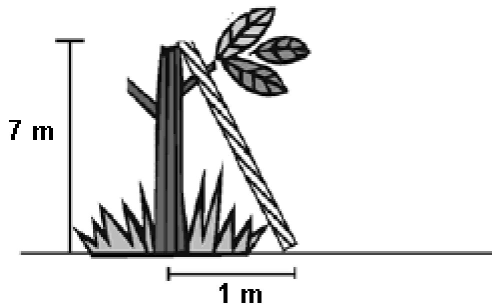
QUESTÃO 10

(Saresp 2007). Pipa é um quadrilátero que tem dois lados consecutivos e dois ângulos opostos com medidas iguais. Observe a figura: os lados e ângulos congruentes estão marcados de forma igual. Para construir uma pipa de papel de seda são colocadas duas varetas perpendiculares, nas diagonais do quadrilátero. Quantos centímetros de vareta, no mínimo, foram usados para construir a pipa representada na figura?



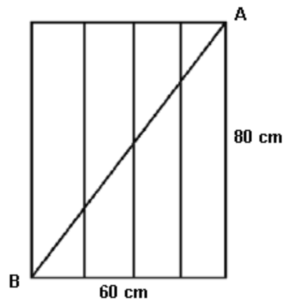
QUESTÃO 11

(Saresp 2005). A altura de uma árvore é 7 m. Será fixada uma escada a 1 m de sua base para que um homem possa podar os seus galhos. Qual o menor comprimento que esta escada deverá ter?



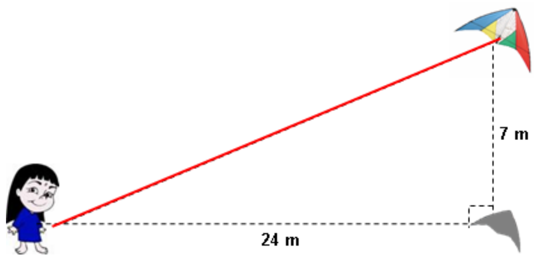
QUESTÃO 12

(Saresp 2005). A trave AB torna rígido o portão retangular da figura. Seu comprimento, em centímetros, é



QUESTÃO 13

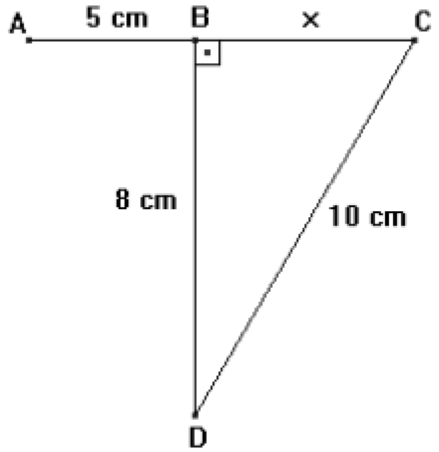
A Marta está a brincar com um papagaio.



Sabendo que o papagaio se encontra a 7 metros de altura e que a Marta está a 24 metros de distância da sombra do papagaio, indica quanto mede o fio que o segura.

QUESTÃO 14

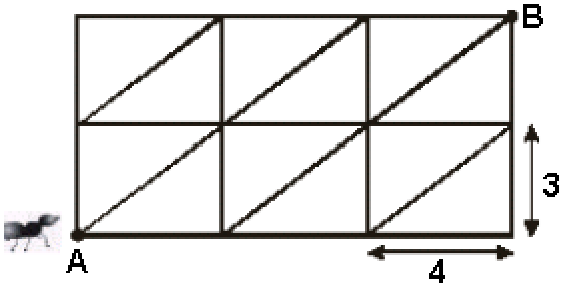
(Projeto con(seguir)). Brincando com um pedaço retilíneo de arame, João foi fazendo algumas dobras, até que o arame ficasse conforme mostrado na figura. Dobrou primeiramente no ponto B, em seguida no ponto C, e por último, no ponto D, formando o segmento DB.



Sabendo-se que após formar a figura não houve nenhuma sobra, pode-se afirmar que o comprimento desse pedaço retilíneo de arame é:

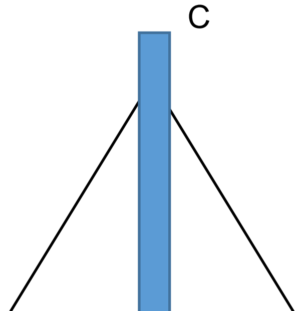
QUESTÃO 15

(OBMEP). Uma formiga está no ponto *A* da malha mostrada na figura. A malha é formada por retângulos de 3 cm de largura por 4 cm de comprimento. A formiga só pode caminhar sobre os lados ou sobre as diagonais dos retângulos. Qual é a menor distância que a formiga deve percorrer para ir de *A* até *B*?



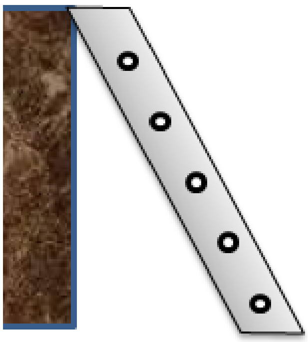
QUESTÃO 16

Uma torre vertical é presa por cabos de aço fixos no chão, em um terreno plano horizontal, conforme mostra a figura. Se A está a 15 metros da base B da torre e C está a 20 metros de altura, determine o comprimento do cabo AC.



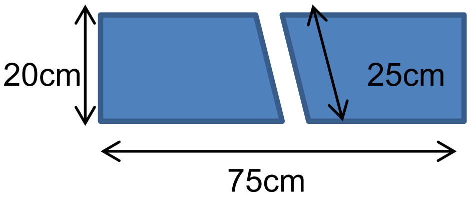
QUESTÃO 17

Uma escada mede 4m e tem uma de suas extremidades apoiada no topo de um muro, e a outra extremidade dista 2,4m da base do muro, conforme figura a seguir. Determine a altura do muro.



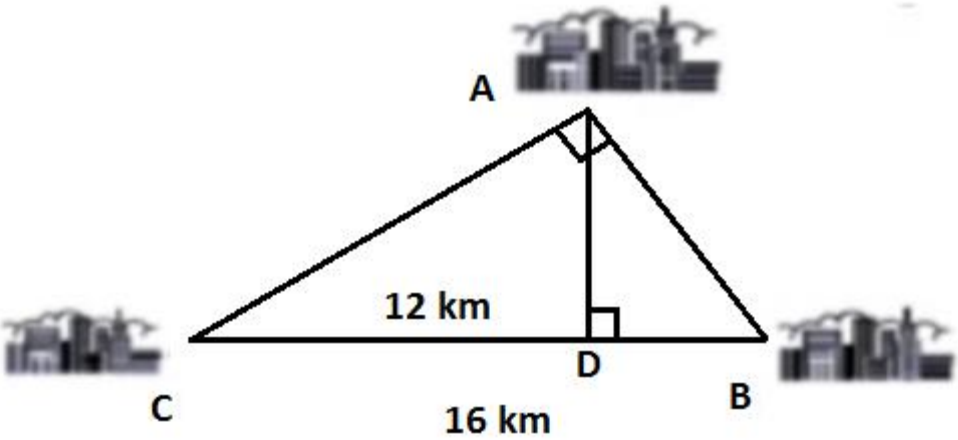
QUESTÃO 18

Um marceneiro cortou uma tábua retangular de 75cm de comprimento por 20cm de largura, separando-a em dois trapézios congruentes. Sabendo que o comprimento do corte foi de 25cm, calcule a medida da base menor de um dos trapézios.



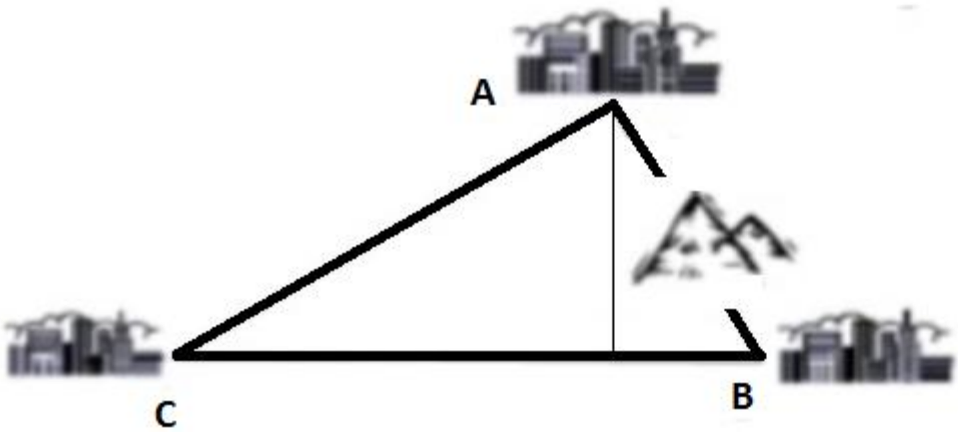
QUESTÃO 19

Um motorista foi da cidade A até a cidade C passando pela cidade B, conforme mostra a figura. Quantos quilômetros esse motorista percorreu?



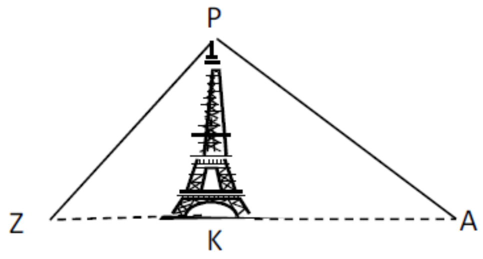
QUESTÃO 20

As cidade A, B e C, são vértices de um triângulo retângulo, sendo que o ângulo reto é em A, conforme figura ao lado. A estrada AC tem 20 Km e estrada BC tem 25 Km. As montanhas impedem a construção de uma estrada que ligue diretamente as cidades A e B. Por isso, será construída uma estrada que ligue a cidade A à estrada BC, de modo que ela seja a mais curta possível. Qual o comprimento da estrada que será construída?



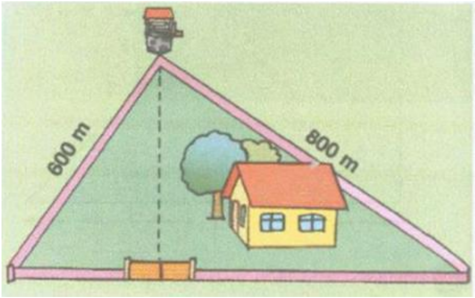
QUESTÃO 21

Uma antena está presa por dois cabos de aço, o cabo da direita (AK) está a 25 m de distância da antena, o cabo da esquerda (ZK), esta a 16 m de distância da antena, qual a altura da antena (PK)?



QUESTÃO 22

A chácara de Ângela tem a forma de um triângulo retângulo e as dimensões estão indicadas na figura. Qual a distância entre o portão e o poço?

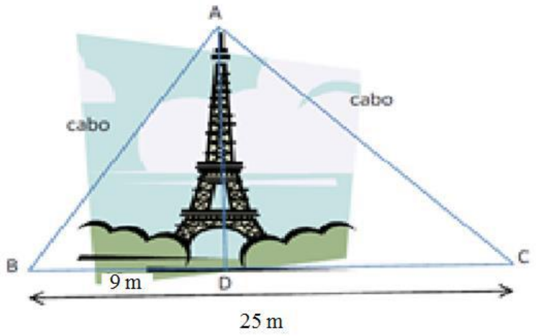


QUESTÃO 23

Um poste está preso por dois cabos, o cabo da direita (CD) dista do poste em 4 m, se a altura do poste (AD) é de 6 m, calcule a distância do cabo até o poste pelo lado esquerdo (BD).

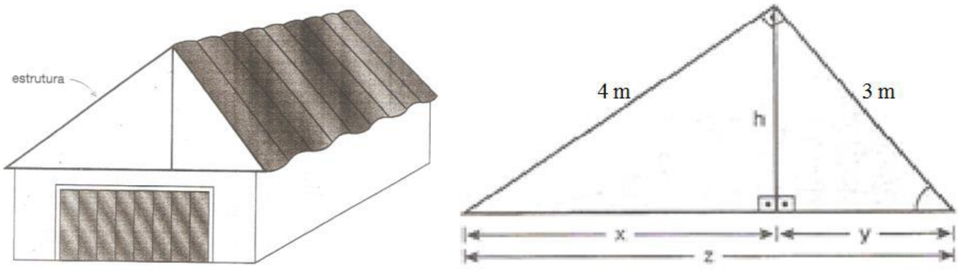
QUESTÃO 24

Calcule o comprimento dos cabos AB e AC que prende a torre junto ao solo, sabendo que BC mede 25 m e BD 9 m.



QUESTÃO 25

O telhado do galpão para guardar ferramentas no sítio de Luís tem uma estrutura metálica de sustentação na forma de triângulo retângulo atravessado por uma barra perpendicular à hipotenusa, conforme figuras a seguir.



- ✓ **Onde é fornecido um texto**

QUESTÃO 26

Uma está escada apoiada em uma parede que forma um ângulo reto com o solo. O topo da escada está a 5 metros de altura, e seu pé está afastado da parede 3 m. Com base nos dados fornecidos, determine o comprimento da escada.

QUESTÃO 27

Um portão retangular é feito com barras de ferro. Para garantir sua rigidez, foi colocada uma barra de apoio na diagonal. O portão possui dois metros de comprimento e um e meio de altura. Assim determine o tamanho da barra transversal.

QUESTÃO 28

Uma lâmpada está suspensa por duas cordas perpendiculares entre si e fixas no ao teto. Sabendo que essas cordas medem 16 cm e 25 cm, determine a distância da lâmpada ao teto.

QUESTÃO 29

Em um terreno plano e horizontal, um topógrafo marcou um ponto A distante 9 metros do centro da base de uma torre vertical (ponto T). em seguida, marcou um ponto B na semirreta oposta de TA, distante 16 metros de T, observando que os pontos A, B e o pico da torre determinavam um triângulo retângulo. Qual a altura da torre?

QUESTÃO 30

As cidades A, B e C, são vértices de um triângulo retângulo, sendo que o ângulo reto é em A. A estrada AC tem 20 Km e estrada BC tem 25 Km. As montanhas impedem a construção de uma estrada que ligue diretamente as cidades A e B. Por isso, será construída uma estrada que ligue a cidade A à estrada BC, de modo que ela seja a mais curta possível. Qual o comprimento da estrada que será construída?

QUESTÃO 31

O telhado do galpão tem uma estrutura metálica de sustentação na forma de triângulo retângulo e escaleno, sendo sustentado por uma barra perpendicular à hipotenusa. As quedas d'água deste telhado medem 3 e 4 metros. Determine o tamanho da barra perpendicular à hipotenusa.

QUESTÃO 32

Algumas casas têm o telhado na forma de triângulo retângulo e isósceles. Se as quedas d'agua possuem tamanho igual a 5 metros, determine o tamanho da barra de sustentação horizontal deste telhado.

Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Tr. Djalma Dutra, s/nº - Telégrafo
660113-010 Belém – PA
www.uepa.br