Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática

WEDSON NASCIMENTO PEREIRA

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DO CONE

BELÉM-PA
2019

Wedson Nascimento Pereira

Uma sequência didática para o ensino do cone

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará, na Linha de Pesquisa Metodologia para Ensino de Matemática no Nível Médio.
Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam.

BELÉM-PA
2019

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)

Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

PEREIRA, Wedson Nascimento

Uma sequência didática para o ensino do cone / Wedson Nascimento Pereira; orientador Miguel Chaquiam, 2020

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) Universidade do Estado do Pará, 2020

1. Ensino de Matemática 2. Cone. 3. Geogebra (Software). 4. Métodos de ensino. I. Chaquiam, Miguel (orient.) II. Título.

WEDSON NASCIMENTO PEREIRA

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE CONE

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Médio.
Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam

Data de aprovação: 19/12/2019

Banca examinadora

_______________________________. Orientador
Prof. Dr. Miguel Chaquiam
Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN–RN
Universidade do Estado do Pará

_______________________________. Examinador Interno
Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral
Doutor em Ciências Humanas–Educação – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC–RJ
Universidade do Estado do Pará

_______________________________. Examinador Externo
Prof. Dr. Gustavo Nogueira Dias
Doutor em Educação – Universidade Nacional de Rosário - Argentina
Escola Tenente Rêgo Barros – Comando da Aeronautica

Belém – PA
2019

AGRADECIMENTOS

- Em primeiro lugar, a Deus, por sempre sentir sua presença em minha vida, nos momentos difíceis e nas alegrias, sempre me sustentando e me guiando.
- Aos todos os meus familiares, em especial minha esposa Kalyne Pereira Miranda Nascimento, aos meus pais Adão Pereira da Conceição e Rita Nascimento Pereira, aos meus irmãos, pelo apoio e incentivo em toda minha vida acadêmica, e pela compreensão nos momentos ausentes.
- A minha amiga Rejane Garcia da Silva, pelo apoio e pela força estando sempre presente quando precisei, sendo um par nas discursões para que eu pudesse construir este trabalho.
- A todos os meus amigos de mestrado pela parceria e pela força que cada um passou aos outros nos momentos de aflição, em especial aos que tive uma maior convivência, Márcio André, Renato Dárcio e Samuel Araújo
- A todos meus familiares e amigos cujos nomes não foram expostos em palavras, porém encontram-se guardados em meu coração.
- Ao meu orientador, professor Dr. Miguel Chaquiam, por sua dedicação, seus ensinamentos e pela paciência nas orientações que muito enriqueceram este trabalho. E pela oportunidade de ter sido seu orientando.
- Aos docentes do PMPEM-UEPA por todo apoio e pelos ensinamentos.
- Aos estudiosos que compõem a banca avaliadora os professores doutores, Natanael Freitas Cabral e Gustavo Nogueira Dias pelas profícuas contribuições que muito fortaleceu a este trabalho na versão final.

PEREIRA, Wedson Nascimento Pereira. **Uma sequência didática para o ensino do cone**. 2020. 263f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática)- Universidade do Estado do Pará, Belém, 2020.

RESUMO

Importantes estudos revelam de forma crítica a ausência e o abandono do ensino da geometria, Lorenzato (1995) e Pavanello (1993) apresentam os diversos fatores que colocam a geometria distante do ambiente escolar. Nesse contexto de abandono, este trabalho representa, de forma ampla, uma contribuição ao estudo e ensino da geometria ao colocar em discussão a importância do ensino desse conhecimento para formação do educando. De forma pontual, este estudo propôs avaliar as potencialidades de uma sequência didática, estruturada segundo as UARC's produzida por Cabral (2017), desenvolvida para o ensino do cone a alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública do Estado do Pará. A escolha que fizemos pela teoria das situações didáticas revela o ambiente de aprendizagem concebido por este trabalho e justifica as eleições da análise microgenética e análise do discurso como metodologias de análises dos dados produzidos na aplicação da sequência didática. Também compreende este trabalho uma revisão de estudo que nos permitiu conhecer significativas pesquisas que abordam experiências e trazem diagnósticos do ensino da geometria, bem como análise de livros didáticos, um estudo diagnóstico do ensino e aprendizagem do cone que abordou 100 alunos e 25 professores da rede pública. Além disso, o estudo apresenta a construção, aplicação e análise da sequência didática. Os resultados das análises das interações discursivas evidenciaram um ambiente de aprendizagem permeado de situações didáticas significativas para o aluno, interações comunicativas que revelaram significativos indícios de aprendizagem. Por fim, as análises reafirmam que a sequência didática é potencialmente favorável à aprendizagem do cone.

Palavras-chave: Matemática. Ensino de Matemática. Sequência Didática. Cone.

PEREIRA, Wedson Nascimento Pereira. **A didactic sequence for teaching cone**. 2020. 263f. Dissertation (Professional Master in Mathematics Teaching) - University of the State of Pará, Belém, 2020.

ABSTRACT

Important studies critically reveal the absence and abandonment of geometry teaching, Lorenzato (1995) and Pavanello (1993) present the various factors that place geometry away from the school environment. In this context of abandonment, this work represents, in a broad way, a contribution to the study and teaching of geometry by putting into question the importance of teaching this knowledge for the formation of the student. In a timely manner, this study proposed to evaluate the potential of a didactic sequence, structured according to the UARC's produced by Cabral (2017), developed for the teaching of the cone to students of the 2nd year of high school of a public school in the State of Pará. The choice we made for the theory of didactic situations reveals the learning environment conceived by this work and justifies the election of microgenetic analysis and discourse analysis as methodologies of data analysis produced in the application of the didactic sequence. This work also includes a study review that allowed us to know significant researches that address experiences and bring diagnoses of teaching geometry, as well as textbook analysis, a diagnostic study of teaching and learning of the cone that approached 100 students and 25 teachers of the network. public In addition, the study presents the construction, application and analysis of the didactic sequence. The results of the discursive interactions analysis showed a learning environment permeated by significant didactic situations for the student, communicative interactions that revealed significant signs of learning. Finally, the analyzes reaffirm that the didactic sequence is potentially favorable to cone learning.

Keywords: Mathematics. Mathematics Teaching. Following teaching. Cone.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Desde a Educação Básica a Matemática foi a disciplina de maior interesse e consequentemente melhor desempenho e, é principalmente através da matemática que construí minha formação escolar. A relação que tive com a matemática na Educação Básica foi determinante para escolha do curso na formação superior. A vivencia com a matemática na universidade ampliou e ressignificou minhas percepções sobre a matemática que deixou de ser apenas uma disciplinar escolar e passou ser um significante campo de saber amplo e complexo. Redescobri a matemática como ciência construiu em mim novas compreensões da sociedade, da matemática e do professor. A compreensão que tenho do professor me trouxe até aqui e acredito que me levará a outros importantes espaços.

A educação e a matemática são elementos interdependentes que estão intrinsecamente relacionados ao desenvolvimento humano-social. Dentro de um contexto escolar e disciplinar D' Ambrósio (1996) concebe a educação e a matemática como estratégias desenvolvidas pela própria humanidade para compreender, interpretar e estimular desenvolvimento humano-social próprios da vontade e necessidade da sobrevivência e transcendência dos indivíduos e grupos culturais.

Nesse sentido, a matemática, de forma geral, é um fenômeno democrático ao passo que existe em todos os ambientes e pertencentes a todos os sujeitos. Mas uma análise dos diferentes contextos que constituem a sociedade revela que de modo específico a matemática pode ser considerada como elemento de exclusão social, haja vista, que o saber dessa ciência não existe da mesma forma para todos os indivíduos e em todos os espaços

Existem contextos em que sujeitos sem ou com escolaridade fazem uso da matemática de forma prática exigida pela vida cotidiana, mas distantes de abstrações e racionalizações mais profundas e amplas. É claro que pessoas pertencentes a esse contexto têm a cidadania comprometida e limitada pela ausência de competências e habilidades produzidas pelo conhecimento matemático. Dessa forma, Guimarães e Giordan (2011, p. 2) afirmam que a matemática de "maneira geral é tema do cotidiano quando passamos a perceber o ambiente que nos cerca ou mesmo a tecnologia dos utensílios eletroeletrônicos corriqueiros da atualidade".

De outra forma, existem contextos em que o indivíduo apresenta uma melhor qualidade de vida e maior exercício de cidadania em razão de um saber matemático mais elaborado, mais profundo, mais sistematizado, mais racionalizado. Com isso é possível afirmar que a autonomia pessoal e social do sujeito está, de certo modo, relacionada ao saber matemático que o sujeito possui. Assim sendo, (SCHROEDER, FERRARI e SYLVIA, 2009 apud GUIMARÃES e GIORDAN, 2011, p. 2) defendem que "aprender ciência é de uma forma, ou de outra, garantir uma melhoria social na medida em que tal aprendizado contribui para uma (re)significação da realidade, minimizando uma percepção ingênua da sociedade", nessa perspectiva o ensino da matemática oportuniza essas importantes possibilidades. Além disso, as realidades de maior desenvolvimento tecnológico e cientifico têm em suas construções saber matemático e atuação da educação. A chamada educação matemática.

Uma perspectiva que reconhece a educação matemática como elemento pertencente ao desenvolvimento da sociedade e sua ausência como fator de exclusão e comprometimento no exercício de cidadania torna extremamente preocupante e desafiadoras os resultados do ensino e aprendizagem da matemática apresentados pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) referente ao ano de 2017 e pelo Sistema Paraense de Avaliação da Educação (SisPAE) apresentados em 2018. Isso porque os resultados apresentados pelos alunos na disciplina de matemática indicam que apenas 4,52% dos discentes da última etapa da educação básica, avaliados em 2017 pelo SAEB, ou seja, aproximadamente 60 mil, ultrapassaram o nível 7 da Escala de Proficiência da maior avaliação já feita na educação básica do Brasil. (BRASIL, 2018).

Já Sistema Paraense de Avaliação da Educação (SisPAE) 2018 mostra que 61,0% dos alunos da 1ª série do ensino médio, 64,3% da 2ª e 76,1% da 3ª apresentam aprendizagem matemática abaixo do nível Básico e que apenas 2,6%, 1,7% e 1,0% dos alunos da 1ª, 2ª e 3ª séries respectivamente apresentam níveis de proficiências adequados (SISPAE, 2018).

Não há dúvidas que os resultados oficiais apresentados mostram a aprendizagem da matemática na educação básica com configurações preocupantes e, por essa razão o "MEC atestou que se não houver uma mudança no panorama de educação no ensino médio brasileiro, em breve os anos finais do ensino fundamental vão superar a última etapa da educação básica em relação aos ganhos de aprendizagem". (BRASIL, 2018).

As distâncias existentes entre as potencialidades de desenvolvimentos de competências e habilidades humanas produzidas pelo ensino e aprendizagem da matemática e a realidade concreta do contexto escolar que produzem resultados poucos satisfatórios e bastante preocupantes justificam e autenticam a importância deste estudo que aborda o ensino e aprendizagem da matemática a partir da geometria espacial, precisamente a partir do ensino e aprendizagem do cone ao propor avaliar as contribuições de uma sequência didática estruturadas segundo as UARC's (Unidades Articulada de Reconstrução Conceitual) de Cabral (2017), com a intenção de colaborar para superação dos desafios existentes no ensino e aprendizagem da geometria espacial a partir do estudo de cone. Isso, considerando que a "geometria desempenha um papel integrador entre as diversas partes da Matemática, além de ser um campo fértil para o exercício de aprender a fazer e aprender a pensar" (FAINGUELERNT, 1999 apud PROENÇA, 2008, p. 18).

No entanto, vale destacar que esse quadro fértil da geometria apresentado se contrasta com a realidade concreta do ensino e aprendizagem da geometria espacial, sobretudo o quadro apresentado pelos estudos de Lorenzato (1995) e Pavanello (1993) que denunciam a ausência e o gradual abandono do ensino da geometria.

Em decorrência do exposto acima fez-se o seguinte questionamento: Quais as contribuições de uma sequência didática estruturada segundo as UARC's (Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual) para o ensino do cone?

Visando responder ao questionamento elencado, este estudo teve por objetivo avaliar as contribuições de uma sequência didática estruturada segundo as UARC's (Unidades Articulada de Reconstrução Conceitual) para o ensino de cone a alunos da 2ª série do ensino médio da rede pública estadual do Pará, com forma de colaboração para superação dos desafios existentes no ensino e aprendizagem da geometria espacial a partir do estudo de cone.

Para melhor balizamento da pesquisa, foram estabelecidos objetivos específicos que, além disso, também estratificam os caminhos percorridos e os instrumentos utilizados, enunciados a seguir:

- Efetuar uma revisão da literatura a respeito do objeto matemático visando obter informações quanto aos estudos diagnósticos, experimentais e livros didáticos;
- Aplicar questionário estruturado a um grupo de professores para identificar problemas sobre o ensino e a aprendizagem do objeto matemático, bem como outras percepções a respeito da temática;

- Aplicar questionário estruturado a alunos para identificar problemas sobre o ensino e a aprendizagem do objeto matemático, bem como outras percepções a respeito da temática;
- Aprofundamento teórico dos aportes que balizaram a pesquisa;
- Sobre o objeto matemático;
- Elaborar uma sequência didática para o ensino de cone;
- Aplicação e análise de uma sequência didática afim de identificar suas possíveis contribuições ao ensino e aprendizagem de cone.

Para tanto, foi indispensável ter um pequeno panorama do contexto sócio cultural dos alunos a fim de, perceber a importância da participação da família na aprendizagem do saber matemática; identificar os saberes matemáticos já adquiridos pelos alunos e avaliar a correspondência nível de aprendizagem à série em que o aluno estar matriculado, bem como identificar as dificuldades de aprendizagens relacionado o objeto geométrico estudado com propósito de estabelecer ações didáticas na proposta de sequência didáticas desenvolvida; conhecer os processos metodológicos usados no ensino e aprendizagem do cone, considerando aspectos críticos e relevantes que caracterizam a proposta didática adotada pelo contexto escolar estudado.

Com o interesse de alcançar o objetivo estabelecido por esse estudo foi elaborada uma sequência didática que teve significativos princípios norteadores para a sua elaboração. As escolhas dos procedimentos técnicos e metodológicos obedeceram aos princípios, interesses e características deste estudo. Por essa razão as análises de caráter bibliográfico foram utilizadas e permitiram a exploração dos pressupostos teóricos-científicos que constituem o saber matemático como um importante elemento da educação escolar. O estudo também recorreu as perspectivas das situações didáticas, da abordagem da análise microgenética e análise do discurso.

No Capítulo 1 é apresentado os princípios, implicações e contribuições das teorias que serviram de base para o desenvolvimento desta pesquisa, como teoria das situações didáticas, da proposta metodológica da sequência didática com uso das unidades articuladas de reconstrução conceitual, das abordagens da análise microgenética e análise do discurso.

O Capítulo 2 traz uma revisão de estudo com apreciações de pesquisas que abordam a realidades da educação matemática a partir do ensino e aprendizagem da geometria espacial, especificamente do ensino e aprendizagem do cone. Os estudos explorados constituem pesquisas de caráter diagnóstico, experimental e análise de livros didáticos que exploram o ensino da geometria espacial dando ênfase ao ensino do cone. A análise dos estudos explorados nos proporcionou conhecer os diversos fatores que compreendem a realidade do contexto de ensino e aprendizagem do objeto matemático estudado que são apresentados pelos estudos diagnósticos, experimentais e análise de livros didáticos. Além da revisão de estudo, que compreende uma análise bibliográfica do contexto de ensino e aprendizagem do cone, este capítulo traz ainda, pesquisas de campo com professores de matemática e alunos do 2º ano do ensino médio de uma escola da rede pública estadual do estado do Pará.

No Capítulo 3 são apresentados os conteúdos sobre o cone, envolvendo conceitos, elementos que constituem esse objeto geométrico espacial, classificação que distingue os tipos de cone, características que constituem as secções, as áreas, o volume bem como as relações que este objeto geométrico espacial possui com outros conteúdos matemáticos (triângulos, teoremas de Pitágoras, Princípio de Cavalieri e integral definida) e as fórmulas para suas identificações.

No Capítulo 4 é exposto a sequência didática que foi aplicada e posteriormente constituirá o produto desta pesquisa, como experimento para o processo de ensino e aprendizagem do cone a alunos do 2° ano do ensino médio.

A análise do desempenho e os comportamentos dos alunos frente aos desafios propostos pelas atividades da sequência didática está exposta no Capítulo 5.

Por fim, são apresentados os resultados inerentes da aplicação da sequência didática desenvolvida para o ensino de cone, nos quais fica evidente o ambiente de aprendizagem, os processos cognitivos e as interações realizadas pelos alunos e professor, bem como a forma metodológica como ocorreu a (re) construção conceitual do objeto de estudo proposto pela sequência didática.

1. BASES TEÓRICAS DA PESQUISA

Neste capítulo são expostas as bases teóricas que fundamentaram o desenvolvimento desta pesquisa, portanto, aqui são apresentados os desígnios teóricos da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, a sequência didática no campo do ensino da matemática, a Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual de Cabral (2017) para estruturação e elaboração da sequência didática que foi aplicada. Para identificarmos os indícios de aprendizagem dos alunos produzidos na aplicação da sequência didática usamos a análise microgenética e a Análise do Discurso.

1.1 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Sabemos que a teoria das situações didáticas de Brousseau surge como parte do campo da Didática da Matemática fortemente influenciado pelos princípios da visão cognitiva de Vygotsky e por essa razão tem caráter interdisciplinar. Ao integrar importantes perspectivas de outras ciências, que representam significativas contribuições, a teoria das situações didáticas oferece uma melhor compreensão das implicações, características e determinações do ensino da matemática. Nesse sentido, afirma-se:

> A teoria de Brousseau esclarece a integração das dimensões epistemológicas, cognitivas e sociais no campo da Educação Matemática, permitindo, assim, a compreensão das interações sociais que ocorrem na sala de aula entre alunos e professores, e das condições e da forma como o conhecimento pode ser apropriado e aprendido. Segundo ele, o controle dessas condições permitiria reproduzir e aperfeiçoar os processos de aquisição do conhecimento matemático escolar (TEIXEIRA e PASSOS, 2013, p.157).

Brousseau (2008) designa situação como modelo de interação de um sujeito com um determinado meio específico que produz um dado conhecimento, como recurso de que o sujeito dispõe para alcançar ou preservar, nesse meio, um estado favorável. Para o autor, determinadas situações exigem obtenções prévias de todos conhecimentos e esquemas necessários, mas há outras que oferecem ao sujeito a oportunidade de construí, por si próprio, em uma ação direcionada um conhecimento novo.

De modo mais detalhado, Brousseau (2008) expõe que situações são formas de interações do sujeito com um meio determinado, os recursos disponíveis ao sujeito para alcançar ou preservar um estado favorável nesse meio são as diversas possibilidades de decisões que dependem de um emprego de um conhecimento específico e o meio é tido como subsistema autônomo, antagônico ao sujeito.

Para entender melhor as perspectivas da Teoria da Situação Didática de Brousseau vale um recorte histórico, especificamente, a década de 1970, período que as situações didáticas serviam para ensinar, mas ignorando o papel que o professor desempenha nessas situações. Nesse contexto, a situação didática tem o aluno como centro e como unidade e não como um indivíduo inserido em um contexto amplo. Com isso, as situações didáticas nesse contexto assumem configuração de ferramenta por ser compreendida pelo professor como um mecanismo de manipulação e projetação. Diferente dessas concepções a Teórica das Situações Didáticas concebe “todo contexto que cerca o aluno, nele incluídos o professor e o sistema educacional” (BROUSSEAU, 2008, p. 21).

Dentro da didática do ensino da matemática, o reconhecimento da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau neste estudo acontece pela importância e significação dos princípios e pressupostos teóricos e práticos que essa teoria oferece ao ensino e aprendizagem do saber matemático e que a diferencia das demais perspectivas didáticas. Sendo assim, o reconhecimento que damos, também acontecem pelas relações que a Teoria das Situações Didáticas possui com a sequência didática. Pois quando analisamos os princípios, características e perspectivas da Teoria das Situações Didáticas encontramos determinantes da sequência didática, vemos que a sequência didática pode ser uma representação das situações didáticas. Dito de outra forma, a Teoria das Situações Didáticas comporta a sequência didática.

Teixeira e Passos (2013) expõem a relação da Teoria das Situações Didáticas com a sequência didática ao afirmar que aquela discute os modos de apresentação de determinado conteúdo matemático, ou parte dele, para os alunos sempre que houver uma finalidade clara do professor de permitir o aluno a aprendizagem por meio da sequência didática planejada. Dessa forma a sequência didática pode ser considerada um recurso das situações didáticas e esta pode ser tida como o ambiente que a sequência didática acontece.

Este estudo, ao ter como objetivo avaliar as contribuições de uma sequência didática estruturada segundo as UARC's de Cabral (2017) para o ensino do cone a alunos da 2ª série do ensino médio da rede pública estadual do Pará, assume as perspectivas da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau e se vale das contribuições dos estudos desse autor na realização da sequência didática como experimento pedagógico.

1.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Zabala (1998, p.18) define sequência didática como "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos". Zabala (1998) explicita que:

> [...] as *sequências de atividades de ensino/aprendizagem*, ou sequências didáticas, são uma maneira de encadear e articular as diferentes atividades ao longo de uma unidade didática. Assim, pois, poderemos analisar as diferentes formas de intervenção segundo as atividades que se realizam e, principalmente, pelo sentido que adquirem quanto a uma sequência orientada para a realização de determinados objetivos educativos. As sequências podem indicar a função que tem cada uma das atividades na construção do conhecimento ou da aprendizagem de diferentes conteúdos e, portanto, avaliar a pertinência ou não de cada uma delas, a falta de outras ou a ênfase que devemos lhe atribuir (ZABALA, 1998, p. 20).

Cabral (2017), fundamentado no estudo de Kfouri e D' Ambrósio (2006), compreende que as articulações estruturais das Sequências Didáticas pretendem favorecer a criação de um ambiente no qual "os alunos partilham ideias, raciocínio, processos, estabeleçam conexões, comparações e analogias, construam conjecturas e negociem significados e desenvolva capacidades de argumentar" (KFOURI e D'AMBRÓSIO, 2006 apud CABRAL, 2017, p. 10).

O contexto educativo apresentado pelos autores atribui a sequência didática a construção de um ensino e aprendizagem que promove as interações dos sujeitos, a realização de processos cognitivos desenvolvendo habilidades e competências necessárias à construção da autonomia na/para aprendizagem, e destaca as diversas relações do conhecimento.

Nesse sentido, Vaz e Jesus (2014) destacam as muitas situações em que o saber é construído a partir de processos de instituir as relações significativas com outros saberes já elaborados pelo sujeito, ampliando e transformando suas estruturas conceituais. Para os autores essas ampliações e transformações possibilitam a constituição de novas relações ao passo que novas experiências são construídas. Isso porque “nos processos de aprendizagem e de desenvolvimento o sujeito tanto se apropria dos conhecimentos como também através deles se constrói” (SCHROEDER, FERRARI e SYLVIA, 2009 apud GUIMARÃES e GIORDAN, 2011, p. 2).

Outro aspecto considerado bastante definidor para o sucesso dos processos de ensino e aprendizagem a partir das intervenções das Sequências Didáticas é o diálogo harmonioso e profícuo entre o professor e aluno e, entre os próprios alunos. A interação entre os sujeitos e dos sujeitos com a própria aprendizagem dependem desse diálogo harmonioso e proveitoso. Isso porque a sequência didática é essencialmente uma possibilidade de atuação construtiva, nela suas ações abordam o conhecimento numa dinâmica de construção, de valorização das interações, portanto considerar as relações entre os sujeitos é imprescindível.

Também é bastante definidor o papel que o professor assume numa prática em que a sequência didática é ação técnica metodológica, para Vaz e Jesus (2014),

> O professor tem papel fundamental no processo e deve agir como mediador, trabalhando com o aluno e não para o aluno, como é costume na nossa educação. Isso permite que o aluno, a partir de sua ação, vá estabelecendo as propriedades dos objetos e construindo as características do mundo (VAZ e JESUS, 2014, p.60).

O processo é a maneira como as atividades decorrem são descritos de forma nítida por Morelatti *et al.* (2014), caracterizando a proposta didática.

> Os tipos de atividades propostas, a maneira como elas se situam e se articulam, o papel que se atribui aos professores e alunos e à dinâmica grupal, e o tipo de relações que se estabelecem na aula diferenciam as propostas didáticas e determinam características diferenciais da prática educativa (MORELATTI *et al*., 2014, p.642)

Dessa forma, uma prática pedagógica pautada nos pressupostos e propostas da sequência didática, o professor concebe o aluno como sujeito construtor da própria aprendizagem, com isso, as atuações de transmissão de conhecimento dão lugar, como já apontado acima, a orientação, a coordenação e o acompanhamento dos processos e ações que os alunos realizam na construção de seus saberes e na avaliação dos resultados. Para tanto, propõe-se, não apenas no uso da sequência didática, mas em toda e qualquer proposta pedagógica, a consideração dos saberes já aprendido pelos educandos e as condições em que esses saberes são adquiridos.

Muitos estudiosos, principalmente os da corrente construtivista, defendem que os saberes que constroem o educando devem ser considerados a base para construção e desenvolvimento de novos saberes.

> Ao iniciar a sequência didática, é necessário efetuar um levantamento prévio dos conhecimentos dos alunos e, a partir desses, planejar uma variedade de aulas com desafios e/ou problemas diferenciados, jogos, análise e reflexão. Aos poucos, faz-se necessário aumentar a complexidade dos desafios e orientações permitindo um aprofundamento do tema proposto (PERETTI e TONIN, 2013, p. 6).

As defesas que se apoiam nas premissas de que a identificação e valorização dos saberes científicos já aprendidos e os saberes empíricos construídos socialmente impõe significativos reconhecimentos. Um, que o educando é marcado por especificidades e singularidades e por isso não há uniformidade de aprendizagem. Outro, que essas características devem influenciar na ação do professor, no processo e nos resultados da aprendizagem. Se os sujeitos do ambiente escolar possuem características específicas e singulares as concepções, as práticas e os recursos não podem ter caráter homogêneo, não podem ignorar a diversidade apresentada pelos educandos.

Esses reconhecimentos permitem ao professor buscar alternativas de ensino e aprendizagem que atendam essas características. Desta forma “é necessário que se busque métodos que promovam um entendimento menos fragmentado e mais significativo do conhecimento científico” (GUIMARÃES E GIORDAN,2011, p. 2) e consequentemente do educando.

Para Zabala (1998) a capacidade de aprendizagem de cada um e as diversas correntes da psicologia da aprendizagem têm algo em comum, ou seja:

> [...] as aprendizagens dependem das características singulares de cada um dos aprendizes; correspondem, em grande parte, às experiências que cada um viveu desde o nascimento; a forma como se aprende e o ritmo da aprendizagem variam segundo as capacidades, motivações e interesses de cada um dos meninos e meninas; enfim a maneira e a forma como se produzem as aprendizagens são o resultado de processos que sempre são singulares e pessoais. São acordos ou conclusões que todos nós, educadores, constatamos em nossa prática e que, diríamos, praticamente são senso comum. Deles decorre um enfoque pedagógico que deve observar a atenção à diversidade dos alunos como eixo estruturador (ZABALA, 1998, p. 34).

As representações da sequência didática assumem um valor importantíssimo na prática educativa ao propor ações, diretrizes e técnicas metodológicas que organizam o ensino e aprendizagem de forma processual valorizando as interações entre os sujeitos, dos sujeitos com o ambiente de aprendizagem. Nesse contexto a constituição da autonomia do educando é tido como um dos princípios fundamentais da aprendizagem. Acreditamos ser um erro o desenvolvimento das capacidades de compreensão e interpretação para a resolução de um cálculo matemático com finalidade apenas na resolução, pois o desenvolvimento de competências e habilidades não podem ser considerados meios subjugados a mera aquisição de informações. O desenvolvimento de habilidades e competências deve favorecer a autonomia de aprendizagem ao educando.

1.3 UNIDADE ARTIRCULADA DE RECONSTRUÇÃO CONCEITUAL

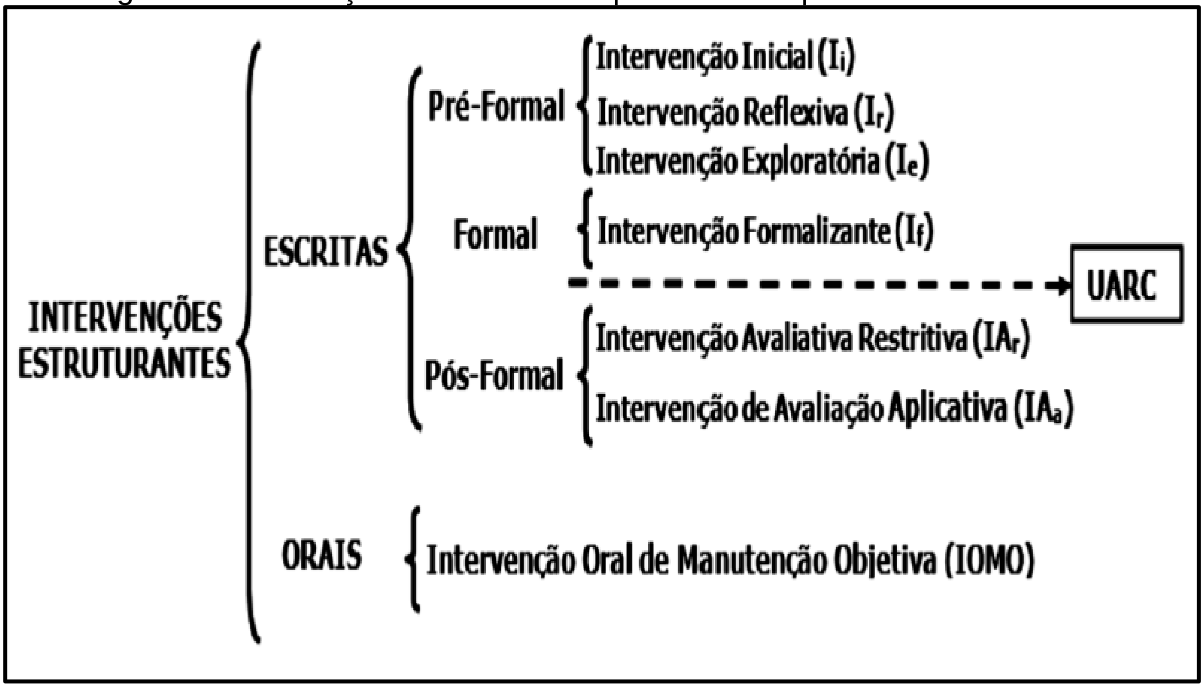
Sabemos que a sequência didática não é algo exclusivo das pesquisas e ensino da matemática ou de quaisquer outras ciências ou matéria disciplinar. Vale o registro que a sequência didática como proposta metodológica de ensino surge no ensino de linguagem e posteriormente é reconhecida como importante para o ensino de outras ciências. Diversas são as linhas investigativas das pesquisas sobre sequência didática, o que produz diferentes perspectivas e permite diversas abordagens de elaboração e construção.

Este estudo interessa-se pela abordagem proposta de sequência didática materializada por Cabral (2017), considerando que este autor propõe uma estrutura para sequência didática estabelecida pelas Unidades de Articulação de Reconstrução Conceitual que são intervenções estruturantes.

A proposta de Cabral (2017) para as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual é classificada em conformidade com suas características e por isso são divididas em intervenções estruturantes escritas e/ou orais. As escritas são classificadas em pré-formais, formais e pós-formais. A intervenção estruturante oral é denominada Intervenção Oral de Manutenção Objetiva (IOMO). Essa intervenção, pelo seu caráter, está presente em todas as intervenções.

As Unidades de Articulação de Reconstrução Conceitual escritas compreendem seis intervenções. A Intervenção Inicial (I_i), Intervenção Reflexiva (I_r), Intervenção Exploratória (I_e), Intervenção Formalizante (I_f), Intervenção Avaliativa Restritiva (IA_r) e Intervenção Avaliativa Aplicativa (IA_a). Para melhor compreendermos observemos a figura a seguir:

Figura 1: Intervenções estruturantes para uma sequência didática



Fonte: Cabral (2017, p. 97).

Cabral (2017) estabelece a Intervenção Inicial (I_i) como o primeiro elemento do jogo de ideias no campo do discurso dialógico-didático que propicia ao professor estimular o educando a perceber de maneira empírico-intuitiva as regularidades funcionais de um conceito. Este estudioso é subjetivo ao afirmar que:

> O que estou chamando de Intervenção Inicial (I_i) é, na verdade, o primeiro elemento de um jogo discursivo dirigido pelo professor com a intenção definida de estimular os aprendizes à percepção de alguma verdade do pensamento matemática e, associadas com outras percepções articuladas à primeira, pode exercer um papel facilitador na reconstrução conceitual pretendida (CABRAL, 2017, pp.40 - 41).

Cabral (2017) materializa a Intervenção Inicial (I_i) concebendo duas modalidades, uma de caráter exploratório e outra de conexão. A “Exploração Potencial” (I_i - EP) e “Conexão Pontual” (I_i – CP) são as duas modalidades que materializam a Intervenção Inicial (I_i). Essas modalidades constrõem nessa Intervenção diretrizes diretiva-dialógica que coloca o professor com a função de orientador do pensamento que tem como objetivo a (re) construção de um ou mais conceito já sistematizado do saber disciplinar da matemática sugerida no currículo escolar.

Cabral (2017) concebe as demais intervenções como estruturas auxiliares à Intervenção Inicial (I_i) e ao fazer isso, deixa claro a importância dessa intervenção para efetivação da sequência didática, pois essa Intervenção tem caráter discursiva, com propósito de desencadear reflexões e construções de conhecimento.

O autor estabelece que a Intervenção Reflexiva (Ir) sempre se materializa através de questionamentos que exploram aspectos relacionados ao conceito do objeto de reconstrução. Cabral (2017) chama atenção para o fato do questionamento ainda não ter um sentido mais racional, capaz de levantar vários desdobramentos, entretanto, reconhece-se produções importantes, dentre elas, as ideias envolvidas que tangenciam fatos importantes que vão provocar a reconstrução final do objeto em jogo. Com isso é afastada a possibilidade de um ato-processo de ensinar-aprender com essência mecânica ao instituir que o "aluno é estimulado durante todo o tempo do jogo da aprendizagem a refletir sobre o que está fazendo e as consequências desse fazer sobre outros aspectos da atividade que se desenvolve" (CABRAL, 2017, p. 41). Nesse sentido, é exposto que:

> Nessa perspectiva, tudo passa por uma questão de planejamento e de identificação, por parte do professor, sobre a organização atribuída aos conceitos circunscrito, quais sejam, àqueles que de forma associadas potencializam a (re)descoberta do conceito objeto de reconstrução. Aqui o aluno é orientado a levantar hipótese, fazer conjecturas, verificar possibilidades e estabelecer consequências (CABRAL, 2017, p. 41).

A Intervenção Exploratória (I_e) valoriza as significativas produções cognitivas e assimilações provocadas pela Intervenção Reflexiva (I_r) aprofundando o olhar do aluno. Diferente das duas primeiras intervenções que acontecem por meio de questionamentos, na Intervenção Exploratória (I_e) os alunos são solicitados a realizar determinados procedimentos como simulações, experimentações, descrições, preencher tabelas, elaborar gráficos e observações.

Cabral (2017) é subjetivo ao revelar o modo como ele concebe a articulação combinatória da Intervenção Reflexiva (I_r) com Intervenção Exploratória. Desse modo o autor registra que:

> Concebo a utilização colaborativa dessas duas formas de intervenções de ensino – I_r e I_e – no sentido de estimular o aluno à percepção de certas regularidades envolvidas no processo de reconstruções conceitual. O processo de ensinar e aprender precisa necessariamente passar por essa dinâmica, qual seja, de se elaborar o cenário didático com a finalidade de levar os alunos a perceberem, ainda que intuitivamente, os padrões, as regularidades que possibilitam a configuração de modelos generalizantes. Essa dinâmica muda substancialmente o que, em geral, é realizado a partir do modelo focado exclusivamente na exposição didática (CABRAL, 2017, p.14).

A Intervenção Formalizante (I_f) valoriza as generalizações empírico-intuitivas. Para Cabral (2017), a incitação às generalizações concretiza uma etapa importante da aprendizagem de conceitos matemáticos que infelizmente, tem sido sistematicamente recusado ao se aceitar, em geral, a formalização como a primeira peça de um quebra-cabeça, quase sempre, sem sentido para a maioria dos alunos.

A Intervenção Formalizante (I_f) fica bem mais clara quando Cabral (2017) expõe que nessa intervenção o professor reelabora “redescobertos” pelos alunos com as vestes da formalidade matemática. Na intervenção Formalizante (I_f) as assimilações dos alunos são consolidadas com uma linguagem mais científica que procura atender as reivindicações do saber disciplinar formal, axiomático, próprio da natureza matemática.

A Intervenção Avaliativa Restritiva (IA_r) é posterior à Intervenção Formalizante (I_f) e como o próprio nome já indica, tem caráter avaliativo e, por essa razão é considerada por Cabral (2017) como diretriz inicial para conferir os conceitos em tese aprendido.

Nesse contexto, a Intervenção Avaliativa Restritiva (IA_r) objetiva avaliar as aprendizagens dos alunos nos aspectos do sentido e significados do objeto matemático, ou seja, o que é o objeto matemático em estudo? E no aspecto de como se justificam e operam os algoritmos decorrentes? Ou seja, como se justificam e operam as propriedades e operações. Portanto nessa intervenção a ênfase é para as implicações conceituais do objeto reconstruído e para as propriedades operacionais com a manipulação de algoritmos envolvidos.

Assim como a Intervenção Avaliativa Restritiva (IA_r), a Intervenção Avaliativa Aplicativa (IA_a) também tem como princípio o caráter avaliativo. Mas diferente daquela, apresenta um nível mais elevado de avaliação do processo de construção conceitual e também apresenta ordem aplicativa, visto que essa intervenção tem como finalidade a resolução de problemas de aplicação. Na Intervenção Avaliativa Aplicativa, é explorada a capacidade do aluno de mobilizar as noções conceituais associadas as propriedades operacionais decorrentes (algoritmos) em situações que envolva resoluções de propriedades aplicadas aos diversos contextos reais e/ou abstratos adequados ao seu nível de ensino.

1.4 ANÁLISE MICROGENÉTICA

Como mencionado, neste estudo foi avaliado as contribuições de uma sequência didática na construção do conhecimento geométrico do cone a alunos da 2ª série do ensino médio de uma escola da rede pública estadual do Pará no município de Dom Eliseu, com intenção de colaborar para superação dos desafios existentes no ensino e aprendizagem da geometria espacial a partir do objeto de estudo. Sabemos que a pretensão do estudo requer importantes considerações e estabelecimentos de diretrizes no que diz respeito a abordagem científica e os procedimentos técnico-metodológicos.

Sendo assim, é importante considerar que enquanto pesquisa cientifica este, de forma mais precisa, consiste na produção de conhecimento que tem o processo como caráter de construção. Isso considerando que a "Ciência é um procedimento metódico cujo objetivo é conhecer, interpretar e intervir na realidade, tendo como diretriz problemas formulados que sustentam regras e ações adequadas à constituição do conhecimento" (GERHARDT e SILVEIRA, 2009, p. 25).

Concebendo a pesquisa científica como um processo de construção do conhecimento que constitui os diversos fenômenos humanos, a produção deste estudo exigiu a escolha de abordagens científicas que estabelecem uma concepção de pesquisa e princípios técnico-metodológicos que atendem suas características, pretensões e garantam o rigor científico estabelecido pela ciência. Tomio et al. (2017) apoiando-se no trabalho de Freitas (2007) afirma que a opção por um aporte teórico para a pesquisa tem relação com uma compreensão de sujeito e de mundo. Portanto, "se o homem é para o pesquisador um ser sócio histórico, ativo, transformador, criador de significações, isso se refletirá certamente em sua maneira de pesquisar, de produzir conhecimento, portanto, na escolha de um referencial teórico de trabalho" (FREITAS, 2007 apud TOMIO et al., 2017, p. 31).

As considerações e reconhecimentos aqui feitos, junto a clareza dos objetivos, dos interesses e da natureza deste estudo foram princípios que orientaram a escolha da análise microgenética como uma das abordagens científicas e procedimentos técnico-metodológicos utilizados, isso em razão das significativas contribuições que essa abordagem ofereceu a este trabalho. De forma mais precisa, a escolha da análise microgenética como enfoque metodológico aconteceu em razão da consonância das propriedades dessa abordagem com o objetivo e característica desta pesquisa. As particularidades, as proposições, as propriedades, os domínios e os limites da análise microgenética autenticaram a sua escolha como abordagem científica e caminho técnico-metodológicos deste estudo e, consequentemente revela muito sobre o estudo, isso considerando que “o método é, ao mesmo tempo, pré-requisito e produto, o instrumento e o resultado do estudo” (VYGOTSKY, 1984 apud Góes, 2000, p. 12).

Um contexto amplo dos princípios da análise microgenética que revela o campo epistemológico dessa abordagem é apresentado por Tomio (et al. 2017) ao destacar os pressupostos de Wertsch (1998a) ao afirmar que a análise microgenética faz parte da pesquisa sociocultural que procura “[...] entender a relação entre o funcionamento mental humano, por um lado, e o contexto cultural, histórico e institucional, por outro” (WERTSCH, 1998a apud TOMIO et. al. 2017, p. 37). Nesse sentido, Tomio expõem ainda a abordagem microgenética fazendo uma explanação analítica, categorizando-as em duas situações, “uma que explora a análise do funcionamento mental nos fenômenos socioculturais e outra que analisa os processos psicológicos ou outros conduzidos pelos indivíduos como forma de entendimento dos fenômenos socioculturais” (TOMIO et al., 2017, p. 37).

É também nos princípios de Wertsch que temos uma importante definição da análise microgenética. Esta é destacada por Goés (2000) ao registrar que:

> Wertsch (1985) fundamentado nos pressupostos dos estudos de Vygotsky define a análise microgenética como aquela que envolve o acompanhamento minucioso da formação de um processo, detalhando as ações dos sujeitos e as relações interpessoais, dentro de um curto espaço de tempo.” (WERTSCH, 1985 apud GOÉS, 2000, p.14).

O conceito apresentado por Goés e definido por Wertsch revelam características fundamentais e alcances da análise microgenética como uma abordagem científica e uma diretriz metodológica.

Vemos que a valorização do acompanhamento minucioso da formação de um processo e do detalhamento das ações dos sujeitos e as relações interpessoais são características fundamentais da análise microgenética. Assim sendo, a análise é direcionada ao “processo e não às formas de comportamentos como objetos singulares: ou seja, em consonância com os estudos de Werner, aponta para o estudo do processo como movimento, com foco não nas partes do objeto, mas no processo dos momentos isolados” (VYGOTSKY, 1997b apud TOMIO et. al., 2017, p. 35).

Goés (2000) compreende a análise microgenética como:

> [...] uma forma de construção de dados que requer a atenção aos detalhes e o recorte de episódios interativos, sendo o exame orientado para o funcionamento dos sujeitos focais, as relações intersubjetivas e as condições sociais da situação, resultando num relato minucioso dos acontecimentos (GOÉS, 2000, p. 9).

Vale destacar que os alcanços, assim como a caracterização, da análise microgenética são fortemente delineados pelos estudos de Vygotsky. No entanto essa abordagem apresenta aspectos comuns a outros enfoques. Nesse contexto, Goés chama atenção para aspectos comuns dessa abordagem com outras, especialmente com as propriedades da análise microetnográfica, pois assim como a microgenética a microetnográfica também está "igualmente orientada para os detalhes das ações; para as interações e cenários socioculturais; para o estabelecimento de relações entre microeventos e condições macrossociais" (GOÉS, 2000, p.11). Mas é justamente os importantes princípios teóricos-científicos dos estudos de Vygotsky que retira a análise microgenética de outros campos epistemológicos.

Goés (2000) retira as linhas tênues que aproximam a análise microgenética de outras abordagens quando aponta a qualificação do termo genética como uma primeira característica distintiva pertencente a esta análise. O caráter genético formulado por Vygotsky compreende "a análise minuciosa de um processo, de modo a configurar sua gênese social e as transformações do curso de eventos" (Goés, 2000, p. 11). Tem-se aqui um importante campo epistemológico e consequentemente os alcanços da análise microgenética.

Para (SCHROEDER et al., 2010, p. 26) a "análise é genética pelo fato de ser histórica, por centrar-se nos movimentos durante os processos e efetuar relações com o passado, o presente e o futuro". Nesse contexto Góes (2000), apoiado em Vygotsky (1984) "argumenta pela necessidade de examinar a dimensão histórica e alerta para o fato de que privilegiar a história não é estudar eventos passados, mas sim o curso de transformação que engloba o presente, as condições passadas e aquilo que o presente tem de projeção do futuro" (GOÉS, 2000, p. 13). Portanto, a "visão genética proposta por Vygotsky implica no conhecimento mais aprofundado dos processos que têm uma gênese social e que sofrem transformações no decorrer dos eventos" (SCHROEDER et al., 2010, p. 25).

Goés apresenta uma síntese das dimensões da análise microgenética ao afirmar que:

> Em resumo, essa análise não é *micro* porque se refere à curta duração dos eventos, mas sim por ser orientada para minúcias indiciais – daí resulta a necessidade de recortes num tempo que tende a ser restrito. É genética no sentido de ser histórica, por focalizar o movimento durante processos e relacionar condições passadas e presentes, tentando explorar aquilo que, no presente, está impregnado de projeção futura. É genética, como sociogenética, por buscar relacionar os eventos singulares com outros planos da cultura, das práticas sociais, dos discursos circulantes, das esferas institucionais (GOÉS, 2000, p. 15).

Outro caráter importante que determina a análise microgenética é a representação que o aspecto minúcias apresenta. Goés (2000, p. 13) considera importante esclarecer que a "atenção às minúcias de um curso de transformação das ações do sujeito nada tinha a ver com o privilegiamento de elementos isolados, com base nos quais seriam estabelecidas leis associativas para explicar o comportamento complexo". Uma explicação dessa representação do caráter minucioso prescrito pela análise microgenética é encontrada nos estudos de Wertsch (1998a) quando esse autor defende que o "funcionamento mental e o meio sociocultural estão dialeticamente relacionados pela unidade da ação humana, ou seja, é impossível dissociar um do outro" (Wertsch, 1998a apud TOMIO et al., 2017 p. 37). Para estes autores, a ação humana consiste na unidade de análise para a pesquisa sociocultural e necessita ser descrita e interpretada nos momentos em que os indivíduos interagem, na relação dialética estabelecida entre os pares.

Dado a todo o exposto, destacamos que os pressupostos teórico-científicos que apresentam o conceito, as características, os limites e outros aspectos da análise microgenética justificaram e autenticaram a escolha dessa abordagem cientifica na construção desta pesquisa e consequentemente identificaram os caminhos técnicos-metodológicos percorridos. Desse modo, para registro das interações comunicativas e dos processos cognitivos realizados pelo professor e alunos, no desenvolvimento da sequência didática, foram filmados e gravados em áudios. A produção registrada por áudio foi transcrita e os eventos que apresentaram significativos indícios de aprendizagem foram organizados em recortes de Episódios, Segmentos e Turnos em que, os Episódios são definidos como os conjuntos de segmentos, os segmentos como os conjuntos de turnos e os turnos como como a fala do professor (pesquisador) ou do aluno.

1.5 ANÁLISE DO DISCURSO

Um pequeno recorte histórico mostra que a análise do discurso, de corrente francesa, surge a partir da atuação política de caráter marxista de Michel Pêcheux (1938-1983) que propôs um campo de investigação que associa a análise das condições de produção do discurso aos processos discursivos. Dessa forma, é importante destacar que são numerosas as correntes de análise de discurso, dado que há muitos estilos distintos. Caregnato e Mutti (2006) afirmam que possivelmente existem ao menos 57 variedades de análise de discurso com abordagens variados e a partir de diferentes tradições teóricas, no entanto todas reivindicando a mesma substantivação. Análise do discurso.

A análise do discurso (AD) surge como posicionamento contrário aos pensamentos estruturalista e se constitui a partir dos posicionamentos do materialismo histórico e dialético, da linguística e da teoria do discurso. Portanto, para Rio (2016, p. 188) “falar sobre AD de corrente francesa é necessário observar o cruzamento das teorias estruturalistas, marxista e psicanalista que formam uma triple aliança”.

A análise do discurso tanto como disciplinar de interpretação quanto abordagem metodológica de pesquisa tem como objeto de estudo o “discurso”, ou seja, as interações discursivas compreendidas como constituintes do processo de construção de significados realizado pelos sujeitos. Para Rio (2016) o discurso é o meio pelo qual se analisa embates de posições sócio distintas. O autor defende que quando estamos analisando o discurso, estamos “tratando de tudo que se movimenta por meio da linguagem, que tenha sentido, mais que isso “efeitos de sentidos”, observando a história e a sociedade, bem como o “homem” inserido na história” (RIO, 2016, p. 194). Por isso, a análise do discurso é uma compreensão do caráter histórico-social que constitui a sociedade humana.

Dessa forma, a análise do discurso ao observar o discurso a partir do contexto histórico e social, concebendo o “homem inserido na história”, como presumi Rio (2016) resulta na articulação do linguístico com o social e o histórico “na qual a linguagem é estudada não apenas enquanto forma linguística como também enquanto forma material da ideologia. Além de que é no contato do histórico com o linguístico, que [se] constitui a materialidade específica do discurso” (Caregnato e Mutti, 2006, p. 680).

Para Mortimer e Scott (2002) a análise do discurso como a influência da psicologia sócio histórica ou sociocultural marca uma nova direção para a pesquisa em educação em ciências e sinaliza um redirecionamento dos estudos sobre as compreensões individual dos estudantes sobre determinados fenômenos para a pesquisa sobre a forma como os significados e entendimentos são desenvolvidos no contexto social da sala de aula. Nesse sentido Rio (2016) defende que o sujeito ao se pronunciar, produz discursos que transportam pretensão e veracidade, portanto todo discurso é carregado de significados, pois é produzido por sujeitos que são constituídos por numerosos determinantes sociais e históricos.

Mortimer e Scott (2002) apresentam a importância do significado na análise do discurso ao definir, a partir de Vygotsky (1987) que na tradição marcada pela análise do discurso o processo de conceitualização é proporcional a construção de significados. Portanto, na análise do discurso o foco é no processo de significação, considerando que os significados são constituídos de sentidos polissêmicos e conjuntos polifônicos que são produzidos na interação social e interiorizados pelos sujeitos.

Mortimer e Scott (2002) ao discorrerem cientificamente sobre análise das interações discursiva propõem uma estrutura para a análise do discurso constituída por três categorias de elementos própria do contexto de ensino-aprendizagem. Uma, são os focos de ensino que tem as intenções do professor e o conteúdo como aspecto de análise, duas a abordagem que compreende a abordagem comunicativa como aspecto de análise e três as ações em que os Padrões de interação e intervenções do professor que são os aspectos analisados.

No estudo “Atividade discursiva nas salas de aula de ciências: uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino” Mortimer e Scott (2002) expõe detalhadamente os princípios, as características, as implicações, as diretrizes da análise discursiva e estruturam uma análise do discurso centrada nos focos de ensino, abordagem e ações, desdobrados em cinco aspectos inter-relacionados com foco no papel do professor.

A análise do discurso centrada nos fogos de ensino proposto por Mortimer e Scott (2002) propõem reflexões sobre as intencionalidades do professor e o objeto de estudo. Quanta as análises das intencionalidades do professor as considerações recai na proposição que consiste na criação do problema; exploração das compreensões que os alunos possuem evidenciados nas respostas apresentadas, na segunda proposição que é o desenvolvimento do saber científico pelos alunos que diz respeito a discussão, na condução de aplicação das novas ideias; na manutenção da narrativa que é a internalização. Quanta as análises do objeto de estudo que é o contudo as reflexões são sobre as metodologias e na proposta dos autores o considera-se a descrição dos enunciados; os modelos teóricos de aplicação; e a generalização, permitindo a abstração.

Na proposta de Mortimer e Scott (2002) a abordagem tem caráter comunicativo e são classificadas de acordo com as interações dos sujeitos envolvidos no processo de aprendizagem. A abordagem comunicativa para análise do discurso propostas por pelos autores a abordagem é importante porque ao refleti sobre as intervenções pedagógicas e os padrões de interação evidencia a forma como as intenções do professor são manifestadas e como a proposta de ensino do conteúdo é desenvolvida. Como já ressaltamos a abordagem comunicativa compreendida por Mortimer e Scott (2002) são definidas de acordo com as interações dos sujeitos envolvidos no processo de aprendizagem e por essa razão diz respeito ao discurso entre professor e alunos ou entre alunos, dessa forma a abordagem comunicativa compreendida por Mortimer e Scott (2002) são denominadas de discurso dialógico ou de autoridade e a segunda, de discurso interativo ou não interativo.

Para deixar mais claro a classificação de abordagem comunicativas defendida por Mortimer e Scott (2002) é preciso pontuar que a abordagem interativa-dialógica, que na análise dos discursos da sequência didática desenvolvida chamamos de interação comunicativa, implica nas interações entre professor e os alunos e tem como princípios a exploração ideias, formulação de perguntas e a consideração de diferentes pontos de vista. A abordagem comunicativa é não-interativo/dialógico nas situações de aprendizagem que o professor reconsidera na sua fala vários pontos de vista destacando similaridades. Na abordagem comunicativa interativo de autoridade a intenção do professor é suscitar nos alunos, por meio de uma sequência de perguntas e respostas, de forma processual assimilações que resulte na aprendizagem pretendida. Nas situações em que não há interação apenas um único ponto de vista do professor abordagem comunicativa é denominada de não-interativo/de autoridade.

A proposta de análise do discurso estruturada por Mortimer e Scott (2002) entende que a prática didática se desenvolve por meio de padrões de interação e de intervenções do professor, desse modo os autores defendem que as ações de iniciação do professor, resposta do aluno e avaliação do professor é principal padrão de interação (I-R-A). Os autores definem que as ações de iniciação do professor, resposta do aluno e avaliação do professor podem ser desenvolvidos ou modificados na construção de elos de discursos variados (debates) em que as respostas e refutações constroem conhecimento. A formalização dos significados; a seleção; a marcação dos significados-chave; o compartilhamento desses significados; aferindo o entendimento dos alunos; e a revisão científica são as seis ações distintas ou sequenciais que constituem as intervenções do professor.

Vale registrar que elaboramos uma sequência didática para o ensino do cone, fundamentada na proposta de sequência didática de Cabral (2017), como uma ferramenta discursiva-dialógica que permite a produção das intervenções estruturantes concretizadas nas ações metodológicas e nas análises das interações comunicativas entre professor-alunos e alunos-alunos com uso das abordagens comunicativas.

Os discursos produzidos na aplicação da sequência didática proposta foram organizados em recortes que indicaram indícios de aprendizagem. A análise do discurso teve como objeto de reflexão as abordagem interativas-dialógica materializada pelos atores envolvidos na situação didática, ou seja, professor e alunos. Desse modo, a análise do discurso apresentou importantes interpretações sobre as intervenções do professor, os processos cognitivos, as manifestações subjetivas e as interações sociais realizadas pelos alunos. Além disso, a análise dos discursos ao interpretar as interações comunicativas produzidas na sequência didática apresentou uma proposta didática que concebe o ensino e aprendizagem com princípios metodológicos construtivos e processual.

2. SOBRE O ENSINO DO CONE

Neste capítulo é exposto uma revisão da literatura a respeito do ensino do cone a partir da apresentação de estudos experimentais, estudos diagnósticos e análises de livros didáticos de matemática do 2º ano do ensino médio. Em seguida são apresentadas pesquisas de campo realizada com professores de matemática e alunos do 2º ano do ensino médio de escolas públicas do Estado do Pará.

A revisão de literatura tem sua relevância quando expõe situações pedagógicas com desígnios experimentais, diagnósticas do ensino de geometria espacial com enfoque no ensino do cone, principalmente por apresentarem relevantes contribuições produzidas pelos estudos experimentais, resultados avaliativos verificados pelos estudos diagnósticos e as abordagens que os livros didáticos fazem para o ensino do cone. Dessa forma, o sentido da revisão de literatura acentua-se na identificação das contribuições, problemas e desafios que os estudos experimentais, diagnósticos e análise de livros didáticos apresentam e no estabelecimento de diretrizes capazes de atenuar os problemas e desafios identificados no ensino do cone.

Neste capítulo, também apresentamos os resultados de duas pesquisas de campo que realizamos com professores de matemática e com alunos do ensino médio, com essas investigações foi possível conhecermos importantes aspectos das realidades que constituem o ensino e a aprendizagem do objeto de estudo a partir das perspectivas dos educadores e educando. Portanto, os resultados das pesquisas apresentaram um quadro das realidades do ensino do cone no contexto investigado. Nelas foram identificadas as ações pedagógicas e outros fatores que contribuem para o ensino e aprendizagem do objeto de estudo, bem como os problemas e desafios que devem ser superados. Os resultados das pesquisas apresentados subsidiaram a elaboração de uma sequência didática com a intenção de colaborar na atenuação dos problemas identificados.

2.1 REVISÃO DE LITERATURA

Nesta seção, apresentamos os estudos realizados sobre o ensino e a aprendizagem da geometria espacial, especialmente estudos que abordam o ensino e aprendizagem do cone. É imprescindível ressaltar que interessa a este trabalho conhecer cientificamente a realidade que o ensino e a aprendizagem da geometria espacial acontece. De forma pontual, julgamos importante conhecermos as avaliações que os estudos diagnósticos apresentam, bem como as contribuições que os estudos experimentais e as análises dos livros didáticos podem oferecer ao ensino e aprendizagem da geometria espacial principalmente do cone.

Sendo assim, as categorias que constituem esta sessão estão definidas como Estudos Diagnósticos, Estudos Experimentais e Análises de Livros Didáticos. Para construção dessas categorias analisamos livros impressos, teses, dissertações, e artigos que estão disponíveis em banco dados online de suas respectivas Instituições.

Sabe-se que as pesquisas diagnósticas são estudos que apresentam avaliações, verificações dos diversos contextos que compreendem os processos de ensino e aprendizagem. Contribuíram de forma fundamental neste trabalho os estudos de Pavanello (1993), Lorenzato (1995) e Hartwig *et al*. (2016).

2.1.1 Estudos diagnósticos

Uma importante referência de análise diagnóstica do ensino de geometria no Brasil pode ser encontrada no estudo “O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências” de Pavanello (1993). Embora o estudo reflita sobre os fatores que favoreceram o abandono do ensino da geometria no Brasil, tem-se por parte da autora o reconhecimento de que esse abandono foi um fenômeno de dimensão mundial.

Notamos que ao considerar as transformações de aspectos sócio-político-econômicas ocorridas na sociedade brasileira como aspectos influenciadores ou determinantes para suas reflexões, a autora produz uma análise histórica do ensino da geometria que mostra o quanto os desdobramentos de ordens sociais, políticas e econômicas foram determinantes nas perspectivas do ensino da matemática e consequentemente da geometria ao logo do tempo. Pavanello (1993) aponta as influências do Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil como um desdobramento que contribui para abandono do ensino da geometria em nosso país.

Isso acontece porque o MMM propôs um novo enfoque de ensino da matemática e consequentemente da geometria. O ensino da geometria no Brasil antes do surgimento das influências do MMM acontecia no ensino primário a partir explorações de noções gerais de geometria enquanto que no ensino secundário a geometria era ensinada de forma abstrata sem atenção as aplicações práticas e nas possibilidades indutiva nas séries iniciais e dedutiva nas últimas séries. Contrapondo esse modelo de ensino, o MMM apresentou uma nova perspectiva de ensino para a matemática e por conseguinte para geometria.

O MMM teve como proposta adaptar o ensino da matemática ás novas concepções surgidas com a evolução deste ramo de conhecimento. Essas novas concepções de ensino da matemática defendidas por esse movimento colocou o ensino da geometria com exploração das noções de figuras geométrica e de intersecção de figuras como conjunto de pontos de plano tomando-se para sua representação, a linguagem da teoria dos conjuntos. A abordagem intuitiva a partir da utilização dos teoremas na resolução de problemas.

Pavanello (1993) deixa claro a representação das concepções do ensino da geometria proposto pelo MMM ao expor a realidade do ensino da geometria e as influências desse movimento ao chega no Brasil. Nesse sentindo a autora afirma que:

> A coerência do movimento exige a proposição de um trabalho com a geometria a partir do enfoque das transformações. Ora, o ensino da geometria na abordagem tradicional já enfrentava grandes problemas em relação ao conhecimento do professor. Aos métodos utilizados, à dificuldade em se estabelecer uma ponte entre a geometria prática indicada para a escola elementar e a abordagem axiomática introduzida no secundário (PAVANELLO,1993, p.13).

O ensino de geometria no enfoque das transformações defendido pelo MMM encontra no Brasil um significativo problema que contribuiu para o abandono do ensino desse campo de saber. A inabilidade da maioria dos professores de ensinar esse saber na perspectiva do movimento impediu que a adoção da nova concepção e o abandono do ensino que já acontecia. Como consequência muitos professores deixaram de ensinar geometria sob qualquer enfoque.

A inabilidade de muitos professores em ensinar geometria nas perspectivas das transformações e o abandono do ensino na abordagem que configurou no Brasil uma tradição, fez com que o ensino da álgebra ocupasse o espaço do ensino da geometria.

Pavanello (1993) aponta a Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1º e 2ª graus 5692/71 como outro marco que consolida o abandono do ensino da geometria, pois ao oferecer as escolas liberdade de formular o currículo a lei contribui para a materialização do abandono do ensino da geometria, dado que a lei acaba resultando na institucionalização do abandona do ensino desse campo matemático. É possível que as dificuldades dos professores em atenderem as propostas do ensino de geometria no enfoque das transformações, pode ter levado as eleições do ensino da aritmética e educação artística em detrimento do ensino da geometria.

O estudo “Por que não ensinar geometria?” de Lorenzato (1995) é outra importante referência de pesquisas sobre o contexto do ensino da geometria no Brasil. Nesse estudo o autor revela que a geometria está ausente ou pouco presente na sala de aula e que essa lamentável realidade acontece por inúmeras razões, algumas delas apresentadas pelo autor.

Uma das razões apresentada por Lorenzato (1995) para omissão do ensino da geometria que atua forte e diretamente na sala de aula é fato de muitos professores não possuírem os conhecimentos geométricos indispensáveis para realização de suas práticas pedagógicas. Pesquisa realizada pelo autor e apresentada em seu estudo revelou que 255 professores de 1ª e 4ª séries do ensino fundamental avaliados quanto a saberes referente à geometria plana euclidiana (conceitos de ângulo, paralelismo, perpendicularismo, círculo, perímetro, área e volume) mostrou o maior número possível de erros, 2040 respostas erradas. Além disso, o estudo de Lorenzato (1995) registrou que somente 8% dos professores assinalaram que tentavam ensinar geometria aos alunos.

O fato de muitos professores não possuírem os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas atividades pedagógicas pode estar relacionado à realidade da geometria ocupar uma frágil posição no currículo dos cursos de formação de professores. Nesse sentido, o autor destaca que o ensino da geometria, quando consta, nos currículos de formação de professores é percebido de forma reduzida e fragmentada como conjunto de disciplinas. Já nos livros didáticos por influência dos programas e guias curriculares esse campo de saber é posto firmemente separado da aritmética e da álgebra.

Vale mencionar que a pesquisa que realizamos com professores de matemática, que abordou o ensino de geometria, especificamente o ensino do cone, também identificou um significativo número de professores de matemática que afirmaram não ter estudado conteúdos sobre o cone no curso de graduação tão pouco em curso de formação continuada. Nesse sentido, Lorenzato (1995, p.5) ressalta que “ora, como ninguém pode ensinar bem aquilo que não conhece, está aí mais uma razão para o atual esquecimento geométrico”.

Outro aspecto importante apontado por Lorenzato (1995) que marca a ausência da geometria no ambiente escolar é a forma como os livros didáticos propõem o ensino desse saber. Isso porque o ensino da geometria é proposto nos livros didáticos a partir da exploração dos conjuntos de definições, propriedades, nomes e fórmulas distante das atenções ou explicações de caráter histórico ou lógica e reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico. Além disso, Lorenzato afirma que:

> A Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo. Assim, apresentada aridamente, desligada da realidade, não integrada com as outras disciplinas do currículo e até mesmo não integrada com as outras partes da própria Matemática, a Geometria, a mais bela página do livro dos saberes matemáticos, tem recebido efetiva contribuição por parte dos livros didáticos para que ela seja realmente preterida na sala de aula (LORENZATO, 1995, p.4).

Lorenzato (1995) defende que a solução da realidade que caracteriza o ensino da geometria não passa por esforços esporádicos ou pontuais, visto que esses tipos de empenhos não são suficientes para resolver a questão da omissão do ensino da geometria. Para o autor a mudança da realidade do ensino da geometria exige extenso e constante esforço de diferentes áreas educacionais.

O estudo “Um olhar sobre as práticas pedagógicas na construção de conhecimentos geométricos” de Hartwig*et al*. (2016) é uma pesquisa que faz uso da abordagem qualitativa e Análise Textual Discursiva para investigar, a partir das perspectivas do professor, importantes questões que constituem o ensino da geometria.

Participaram da pesquisa, 10 (dez) professores, metade dos professores participantes possuíam apenas licenciatura em Matemática, 30% tinham título de pós-graduação a nível de especialização concluída, 10% especialização em andamento e 10% mestrado em andamento.

O estudo ao refletir sobre a prática docente no ensino de geometria questionou os professores como eles se sentiam em relação aos conceitos geométricos. Nesse sentido o estudo registrou a fala de professores que subjetivamente confessam que as vezes se sentem despreparados para ensinar a geometria aos alunos. Esse sentimento de incapacidade de ensinar a geometria pode estar relacionado a fragilidade na formação dos professores quanto a esse ramo da matemática, como registrado por Pavanello (1993) e Lorenzato (1995).

Ao abordar questões que envolvem a importância da formação do professor para o ensino da geometria, o estudo de Hartwig *et al*. (2016, p. 252) apresenta fala de professores que diz ser "importante fazer formações continuadas, porque o professor deve estar sempre estudando, e mesmo assim, muitas vezes não sei dizer qual a maneira 100% correta para ensinar". Considerando a fala dos participantes apresentado no estudo e o longo intervalo de tempo que separam os estudos de Lorenzato (1995), Pavanello (1993) do estudo de Hartwig *et al*. (2016) podemos afirmar que a ausência da geometria nos cursos de licenciatura e formação continuada e a inabilidade que os professores apresentam no ensino de geometria são problemas que tem relação e que ainda persistem no ensino desse conhecimento matemático.

A falta de tempo necessário para preparar atividades diferenciadas e para estudos de aperfeiçoamento de sua prática docente é outra realidade apresentada pelos professores que marca profundamente o ensino de geometria. Isso sucede porque o ensino da geometria da forma que é promovida, explorando uso fórmulas, teoremas, gráficos, exercícios específicos voltados para fixação dos conteúdos não é capaz de produzir nos alunos uma aprendizagem necessária. Para os professores participantes do estudo de Hartwig *et al*. (2016) as dificuldades que os alunos apresentam exige tempo para estudo e planejamento de atividades que propõem o ensino de forma interessante e significativa para os alunos. Nesse sentido defende-se que:

> A Geometria trabalhada em pouco tempo e descontextualizada, consiste em um grande desafio na busca de novos caminhos para se ter uma educação de qualidade. A formulação de uma proposta para trabalhar a Geometria na escola exige tempo, clareza, dedicação que implica a seleção de metodologias que fundamentem e apontem para uma articulação do fazer, do representar e do exprimir. A formação continuada permite a reformulação de objetivos, aplicações e ideias novas advindas da troca de experiências (HARTWIG *et al*., 2016, p. 252).

O estudo também discutiu sobre a importância de métodos de ensino que compreenda a geometria numa perspectiva lúdica, que faz uso da manipulação das formas geométricas e a sua representação espacial com o reconhecimento de figuras e a resolução de problemas com a intenção de provocar o aluno a estabelecer relações entre a geometria e a expressão desta no mundo que o cerca.

Ao discutir sobre a questão do método de ensino, o estudo encontrou nos professores reconhecimento de que o uso de atividades dinâmicas e diferenciadas faz com que os alunos vejam o quanto a matemática é fascinante e interessante. Nesse contexto Hartwig *et al*. (2016 p. 253) defende que o “professor que trabalha atividades diferenciadas em sala de aula permite ao seu aluno pensar, fazer escolhas, valorizando assim, o interesse desse aluno em buscar o conhecimento”. Além do reconhecimento, ao abordar sobre o método de ensino, os professores revelaram experiências com uso dos recursos planta baixa e tangran como instrumentos metodológicos que permitem explorar de forma lúdica e reflexiva importantes conteúdos geométricos.

A análise dos estudos diagnósticos nos mostrou que a ausência da geometria nos cursos de licenciatura e de formação continuada é uma consequência da omissão do ensino da geometria, nos mostraram ainda ser um problema que ainda persiste. Mas que a produção de estudos que propõe a discussão dos problemas antagônicos ao ensino da geometria pode apontar para superação desses problemas.

Os estudos diagnósticos abordados foram importantes para a construção, aplicação e analises dos resultados de uma pesquisa de caráter diagnóstico, sobre o ensino e aprendizagem do cone, que realizamos com alunos egressos e professores da rede pública. A pesquisa corroborando com os estudos diagnósticos analisados mostrou que a realidade do abandono e ausência do ensino da geometria ainda é algo concreto. Visto que, a pesquisa realizada identificou um significativo número de professor que afirmou não ter participado de alguma disciplina que abordassem o ensino do cone durante a graduação e um considerável número de alunos egressos afirmou não ter estudado o cone. Além disso, os estudos diagnósticos analisados contribuíram para a formulação, aplicação e análise de um teste de verificação aplicados aos alunos que participaram do experimento, indicando a necessidade de desenvolvermos uma oficina didática para abordarmos conhecimentos prévios necessários para a aplicação da sequência didática.

2.1.2 Estudos experimentais

Sabemos que as pesquisas experimentais são estudos que apresentam propostas de intervenções metodológicas que podem favorecer o ensino e a aprendizagem de importantes conteúdos. Contribuíram de forma fundamental neste trabalho os estudos de Silva (2015); Rocha, Achegaua e Carrijo (2012); Silva Filho (2015); Araújo (2017) e Santos (2012).

Silva (2015) no estudo “As Dificuldades de Alunos da 2ª Série do Ensino Médio no Reconhecimento das Características de um Sólido Geométrico” procurou identificar as dificuldades, em reconhecer as características básicas de um sólido geométrico, apresentadas pelos educandos da 2ª Série, da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Profº Luis Gonzaga Burity, localizada na cidade de Rio Tinto-PB. A autora identificou um significativo número de alunos que desconhecem características e propriedades básicas da geometria espacial.

Depois de identificadas as dificuldades e os saberes ausentes nos educandos participantes foi realizada uma intervenção pedagógica que explorou atividade em grupo, com manuseio de material para construção, recorte e encaixe de sólido geométrico e atividade de pesquisa e socialização da aprendizagem construída pelos educandos.

O estudo revelou que a proposta metodológica executada por Silva (2015) foi significativa ao passo que produziu nos educandos importantes saberes e habilidades no estudo da geometria espacial. Pois foi identificado, no estudo da autora, que a utilização de aulas interativas permite os alunos participarem de forma ativa, favoreceu o desenvolvimento de atividade de modo coletivo e compartilhada. O estudo mostrou ainda que o uso de materiais concretos melhorou a compreensão e a interpretação dos alunos em relação ao objeto estudado.

Rocha, Achegaua e Carrijo (2012) no estudo “O Trabalho em Grupo e o uso de Materiais Concreto no Ensino de Geometria Espacial para alunos do Ensino Médio” apresentam uma proposta de ensino dos conteúdos de prismas, pirâmides, cone, cilindro e esfera a alunos do 2º ano do Ensino Médio do Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação (CEPAE) da Universidade Federal de Goiás (UFG).

Após um semestre de observação, as autoras elaboraram uma proposta pedagógica a partir do conteúdo geometria espacial previsto no plano de ensino. O resultado de um questionário aplicado, anterior à prática norteou as ações (sequências didáticas) em relação ao conteúdo. O estudo abordou o ensino de geometria espacial, particularmente os conteúdos de prismas, pirâmides, cone, cilindro e esfera.

Assim como no trabalho de Rocha, Achegaua e Carrijo (2012) também aplicamos um teste para verificação de saberes que os alunos possuem sobre o cone. Os resultados apresentados pelos alunos justificaram o desenvolvimento de uma oficina antes da aplicação da sequência didática, bem como serviu de orientação para elaboração do experimento que realizamos.

A proposta de intervenção pedagógica explorou as interações, os compartilhamentos e as construções de parcerias que os trabalhos em grupo permitem. Além do fortalecimento das relações, também foi utilizado materiais concretos, como por exemplo, produto de uso cotidiano e embalagens de produtos usados no cotidiano, como feijões, barra de sabão e materiais de confecção mais rebuscada encontrados em laboratórios de educação matemática. O uso desses materiais e a estratégia de atividade em grupo tinham como propósitos não apenas auxiliar na planificação dos sólidos e apresentações de figuras, como também promover a construção do conhecimento matemático, a partir da interação e a motivação dos alunos.

A pesquisa das autoras reconhece os estudos na área de educação matemática que defendem a utilização de materiais concretos que estimulam a criatividade e o interesse dos alunos, dando-lhes a oportunidade de fazerem conexões entre os conteúdos e suas aplicações práticas do cotidiano, redescobrindo novos padrões, regras e relações. Sabemos que é inquestionável as contribuições do uso de material concreto nas situações didáticas, principalmente no estudo da geometria. Por essa razão, na elaboração da sequência didática que propomos também apresentamos atividades que coloca para o aluno experimento que usam sólidos geométricos e soja, situações de planificação de sólidos, construção de círculos e volume do cone.

Os resultados apresentados pelo estudo de Rocha, Achegaua e Carrijo (2012) reafirmam que o uso de materiais concretos como feijões, barra de sabão e o trabalho em grupo promoveram a aprendizagem dos conteúdos abordados, pois, as autoras registraram que os educados que frequentemente dormiam nas aulas começaram a interagir nas atividades. “Após a nossa intervenção, os alunos apresentaram um aprendizado satisfatório do conteúdo de Geometria Espacial” (ROCHA, ACHEGAUA e CARRIJO, 2012, p. 22). Por essa razão, as autoras defendem que o uso de materiais concretos e trabalho em grupo são importantes ferramentas na construção dos saberes abordados. Nosso estudo reafirma as defesas do estudo analisado, visto que também identificamos a importância apresentada.

Silva Filho (2015) em “Geometria Espacial no Ensino Médio: Uma Abordagem Concreta” explora o campo da geometria, com o interesse de investigar como uma sequência de atividades pode contribuir para o avanço de nível segundo a teoria de Van Hiele, usando objetos concretos do cotidiano do aluno, como embalagens de produtos e de materiais manipuláveis como papelão, acrílico, madeira, isopor, software, com proposito de conhecer as relações que as representações dos objetos concretos têm com os conceitos e propriedades dos sólidos geométricos estudados.

A pesquisa de Silva Filho (2015) de caráter qualitativo, realizada na turma de 3º ano do ensino médio de uma escola estadual do município de Flores – PE, realizou a aplicação de uma sequência de atividades que utilizou materiais manipuláveis, embalagem de produtos e a teoria de Van Hiele como importantes recursos, concepções e fenômenos no ensino e aprendizagem da geometria espacial. Pois, o trabalho destaca as relações interpessoais, o trabalho em grupo e o avanço sobre os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico.

A pesquisa foi desenvolvida em cinco etapas, nas quatro primeiras a realização das atividades propostas foi desenvolvida em equipes e a última etapa individualmente na resolução de um questionário para verificar se houve ou não, avanço de níveis, baseado na teoria de Van Hiele. Os dados foram recolhidos por meio da observação de áudios, filmagens, registros da comunicação oral e escrita.

Os estudos de Van Hiele orientaram a elaboração da sequência de atividades. Preocupado com uma metodologia adequada para contribuir de forma mais eficaz para compreensão do problema, Silva Filho (2015) fez análise das contribuições do laboratório de ensino de geometria e das tendências metodológicas de investigação matemática e uso de tecnologias e modelagem matemática.

A proposta da pesquisa de Silva Filho (2015) é oferecer respostas objetivas para soluções pertinentes e legitimar que é possível envolver os alunos apresentando um processo de aprendizagem prazeroso e significativo. Os resultados do estudo de Silva Filho (2015) apresentaram alunos com certas fragilidades quanto ao conhecimento de geometria. Além disso, o estudo evidenciou a potencialidade que a realização do trabalho que privilegia as interações sociais nas atividades em grupos. Portanto, o estudo desse autor reafirma que a sequência de atividades, relacionada ao contexto social dos alunos, contribui significativamente para o desenvolvimento do pensamento geométrico baseado no modelo teórico de Van Hiele.

Desde a elaboração da sequência didática optamos pelo desenvolvimento da aprendizagem em grupos e os resultados produzidos revelaram o quanto as interações dos alunos trabalhando em grupo contribuem para aprendizagem ao mostrar dadas situações em que os alunos faziam as assimilações de forma coletiva, e outras situações que o aluno tendo um saber construído compartilhava com os colegas. Os resultados registram também situações em que os alunos ao discordar ou por falta de compreensão apresentam interessantes e significativas discussões sobre o estudo realizado. Os resultados apresentados corroborando com o estudo de Araújo (2017) não deixam dúvida de que a aprendizagem desenvolvida a partir da formação de grupos pelos alunos torna a aprendizagem dinâmica e mais construtiva.

O trabalho “A utilização de softwares educativos e métodos de ensino no estudo de poliedros e corpos redondos” de Araújo (2017) identificou que muitos alunos apresentam dificuldades em aprender geometria espacial da forma que comumente é ensinada e por essa razão o estudo apresentou algumas propostas de ensino para poliedros e corpos redondos. Araújo (2017) teve como objetivo mostrar que existem outras formas metodológicas que facilitam o ensino e a aprendizagem de poliedros e corpos redondos. O estudo aconteceu com alunos do 3º ano do ensino médio integrado ao curso técnico em eletromecânica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso, Campus Primavera do Leste.

A visualização dos poliedros e corpos redondos foi um dos principais recursos utilizados para o estudo desse conteúdo geométrico. Para tanto a confecção de dobradura, o uso dos softwares Poly Pro 1.11 e GeoGebra foram importantes ferramentas recursais utilizados para facilitar o ensino e a aprendizagem dos conceitos, características, implicações e propriedades de poliedros e corpos redondo. A pesquisa de Araújo (2017) mostrou que os recursos lúdicos utilizados no estudo foram explorados por uma série de atividades propostas para os alunos resolverem realizando assimilações, formulações, construções, conclusões que estão relacionadas à autonomia da aprendizagem.

A pesquisa revelou que as propostas metodológicas de modelagem matemática e atividade em grupo junto a utilização dos softwares nas atividades que exploraram esses recursos ajudou os alunos na construção do conhecimento, facilitando o ensino e aprendizagem dos conteúdos abordados. Além disso, os alunos demonstraram entrosamento com os colegas, interesse e curiosidade pelo conhecimento.

Santos (2012) no estudo “O ensino de volume de sólidos por atividades” objetivou investigar as potencialidades do ensino de volume de sólidos geométricos por atividades com tecnologias computacionais. Como parte fundamental da pesquisa, a autora realizou uma investigação do ensino da matemática aplicando questionários a 100 professores da rede pública e particular de ensino do estado do Pará e 100 alunos recém-saídos do Ensino Médio e cursando 1º ano do curso de Licenciatura em Matemática ou Licenciatura em Ciências Naturais – Física, ambos da Universidade do Estado do Pará (UEPA) e aplicando uma sequência didática aos alunos do 3º ano do ensino médio. É importante pontuar que o volume do cone foi um conteúdo abordado na última UARC da nossa sequência didática, fazendo com que nosso estudo apresente, embora de forma pontual, uma importante relação com o estudo de Santos (2012).

Ao investigar alunos e professores o estudo de Santos (2012) teve o interesse de saber a partir das perspectivas dos professores e alunos como estava sendo desenvolvido o ensino de volume de sólidos geométricos no estado do Pará. O estudo identificou a ausência desse conteúdo na formação inicial e mesmo na formação continuada desses profissionais, encontrou o ensino do conteúdo abordado com uso de metodologias tradicionais. No entanto, os alunos demonstram ter uma boa relação com a matemática. A autora ressalta que possivelmente isso acontece pelo fato dos participantes serem graduando nos cursos de matemática e em ciências naturais.

Conhecida a realidade do ensino de volume de sólidos e identificados os problemas, Santos (2012) realizou uma experimentação com uso de uma sequência didática que teve 09 sessões. Participaram do experimento duas turmas do 3ª ano do ensino médio em uma Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio. Assim como santos (2012) a nossa proposta de experimento consiste em uma sequência didática, nosso modelo é elaborado segundo as UARC’s de (Cabral 2017)

O estudo de Santos (2012) encontrou algumas dificuldades no desenvolvimento da sequência didática planejada. A impossibilidade do uso do laboratório de informática, a falta de interesse e motivação dos alunos. Porém, observamos que esse quadro é superado pelo uso de outras estratégias metodológicas e pela proposta de ensino do conteúdo que utilizou atividades que exploraram o conhecimento de mundo dos alunos, valorizando os saberes já adquiridos pelos mesmos, mostrando que o conteúdo estudado, volume de sólidos, antes de ser um conteúdo escolar é um conhecimento que faz parte do cotidiano do aluno. Além disso, a formação de grupos entre os alunos foi uma estratégia bastante interessante e proveitosa porque coloca à aprendizagem como uma construção coletiva e compartilhada ao passo que também fortalece as relações interpessoais.

A sequência didática do estudo de Santos (2012) explorou nos alunos conhecimentos e saberes sobre fórmulas de cálculo do volume do paralelepípedo, cubo, prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera. Notamos que durante o desenvolvimento das atividades alguns alunos encontraram dificuldades de responder as atividades propostas, outros demonstraram bastante interesse e bastante envolvimento. Entretanto, tiveram alunos que permaneceram apáticos aos desafios propostos.

O estudo de Santos (2012) evidenciou que a sequência didática desenvolvida apresentou excelentes resultados, visto que os resultados das avaliações de aprendizagem apontaram um percentual excelente de aproveitamento dos alunos. Os resultados apresentados por Santos (2012) têm conformidades com os que foram encontrados na sequência didática para o estudo do cone que realizamos.

2.1.3 Estudos de análise de livros didáticos

Mesmo com os avanços tecnológicos e limitações, o livro didático tem grande importância ao ensino escolar, principalmente porque em grande parte das escolas o livro didático é o único e/ou mais importante instrumento que os professores dispõem para planejar, desenvolver e avaliar o ensino e aprendizagem. É reconhecido que a democratização do livro didático no Brasil promovida pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e pelo Programa Nacional do livro do Didático do Ensino Médio (PNLDEM) contribuem fortemente para a centralidade do livro didático na prática pedagógica.

Nesse contexto, analisar propostas de ensino do cone nos livros didáticos permitem apresentar algumas abordagens didáticas para o ensino desse conteúdo geométrico, reconhecer os limites e contribuições que as abordagens analisadas favorecem ao ensino do cone e principalmente o reconhecimento de que o livro didático é um importante recurso pedagógico escolar, mas não deve ser o único.

Portanto, os livros Matemática – Paiva (2009) de Manoel Paiva e Contato Matemática de Joamir Souza e Jacqueline Garcia (2016), livros pertencentes ao Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e ao Programa Nacional do livro do Didático do Ensino Médio (PNLDEM), foram escolhidos para análise do conteúdo cone, afim de conhecermos as abordagens de ensino dada a esse conteúdo.

- **Matemática – Paiva, Moderna (2009)**

O livro Matemática – Paiva (2009) de Manoel Paiva propõe o estudo do cone no capítulo 14 denominado Corpos redondos. O capítulo é introduzido por imagens de latas de tintas com formato cilíndrico seguida de uma pequena situação-problema que permiti a análise da forma geométrica dos baldes apresentados. A estratégia metodológica que o autor utiliza na introdução do capítulo pode ser interessante porque o desenvolvimento da atividade provoca no aluno o interesse e a curiosidade pela descoberta do conhecimento e, ao final do estudo do capítulo o aluno conseguirá fazer relações que justificam o uso da atividade introdutória, pois o aluno será capaz de compreender que corpos redondos são características comuns a todas figuras geométricas estudadas no capítulo.

O autor expõe conquistas humanas que surgiram a partir de observações do homem as propriedades físicas e geométricas da natureza. Uma faz menção a invenção da roda, outra a criação das asas de aviões. Com isso o autor pode permitir que o aluno reconheça que as conquistas humanas são resultadas das modificações que o homem provoca na natureza.

O conteúdo de cone circular é introduzido pelo autor a partir do estudo de sua forma geométrica, usando como referência produções da natureza como as configurações anatômicas de um tornado e uma concha de molusco marinho e produções humanas como a casquinha de sorvete e silos de armazenamento de grãos. Pois para Paiva (2009, p. 245) “esses objetos lembram o cone circular, que é caracterizado por terem uma base circular e por todos os seus pontos formarem seguimento de reta com um extremo nessa base e outro extremo em um mesmo ponto V, fora da base”.

Ao relacionar o formato de cone aos fenômenos naturais e humanos pode-se possibilitar ao aluno o reconhecimento que o conteúdo matemático estudado se encontra representado em seus diversos contextos. Além disso, essa estratégia pode permitir que o aluno construa antecipadamente, percepções ainda não claras sobre o conceito de cone circular.

Usando uma imagem representativa de um cone circular reto o autor apresenta a definição desse objeto geométrico espacial. Dado o conceito, é feita a apresentação discriminada e ilustrativa de todos os elementos (base, vértice, eixo, raio da base, altura e geratriz) que constituem o cone circular.

Para consolidar os conhecimentos sobre forma, conceito e elementos que constituem o cone, o livro propõem uma atividade em dupla que consiste em desenhar, recortar e montar a figura presente na página 299 que é uma representação de um cone circular. Depois de montar a representação da figura geométrica, os alunos devem identificar cada elemento na representação do sólido geométrico estudado.

A secção meridiana de um cone é o conteúdo proposto para ser estudado logo após o exercício mencionado anteriormente, sendo apresentado apenas pela definição e uso de imagem ilustrativa. O livro não apresenta o conteúdo secção transversal de um cone circular.

Para classificar o cone circular reto e cone circular oblíquo o autor apresenta imagens ilustrativas de dois cones circulares, um reto e outro obliquo e apenas uma característica incomum aos dois tipos de cone circular. “O cone circular reto é todo cone circular cujo eixo é perpendicular ao plano da base. O cone circular que não é reto é chamado de cone circular obliquo” (PAIVA, 2009, p.246). Ao classificar os dois tipos de cones considerando apenas a característica apresentada, o autor deixar de explicitar implicações resultantes da característica que diferencia os dois tipos de cone. Pois, o autor não explica que em razão do cone circular oblíquo não possuir eixo perpendicular ao plano da base, esse cone tem geratrizes diferentes e seu eixo forma com a base um ângulo agudo.

O livro traz em forma de nota que o cone circular reto pode ser obtido pela rotação de 360º de um triângulo retângulo em relação a um dos seus catetos. Por esse motivo o cone pode ser conhecido como cone de revolução.

Depois de apresentar os conceitos de secção meridiana e classificação de cone, o livro propõe exercícios que utiliza o cone montado pelos alunos na atividade anterior como parâmetro de análise. É proposto aos alunos que observem o cone e classifique-o em reto ou oblíquo, que identifique a figura que é formada pela secção meridiana do cone observado. O segundo exercício apresenta a definição de cone circular equilátero e, a partir da definição, é solicitado ao aluno no item a) que faça um desenho representativo de um cone equilátero e sua secção meridiana. No item b) é pedido ao aluno a relação existente entre o raio da base e a geratriz do cone equilátero.

Depois do segundo exercício o livro aborda a teorema de Pitágoras no cone circular reto, usando uma figura ilustrativa de um cone com os elementos raio da base (r), geratriz (g) e altura (h) conduzindo o aluno a percepção da fórmula do teorema de Pitágoras $g^2 = r^2 + h^2$.

O ensino dos conteúdos de área lateral e área total de um cone circular reto são indicados por Paiva (2009) propondo que os alunos recortem o cone construído na primeira atividade e planifique-o. Com uso de nota o aluno é orientado a fazer observações que o permita a compreensão de que “a superfície de um cone circular reto com raio de base r e geratriz de medida g é equivalente à reunião de um círculo de raio r com um setor circular de raio g e arco de comprimento $2\pi r$” (PAIVA, 2009, p. 247).

O livro apresenta as definições de área lateral e área total. Para análise da área lateral os alunos são orientados a observarem que “a área lateral A_l de um cone circular reto de geratriz g e raio de base r é igual à área de um setor circular de raio g e arco de medida $2\pi r$” (PAIVA, 2009, p. 248). Além disso, o autor apresenta a regra de três simples como um caminho para obtenção da fórmula do cálculo da área lateral de um cone circular reto $A_l = \pi rg$. A partir conceito de área total (A_t) o autor apresenta a fórmula para cálculo dessa área $A_t = \pi r(g + r)$. A medida do ângulo central do setor circular formado por A_l é apresentado no livro numa pequena nota.

O volume do cone circular reto é abordado fazendo uso de forma sucinta do princípio de Cavalieri, utilizando ilustrações de um cone e uma pirâmide, expondo informações que demostram a relação do volume do cone circular com o volume da pirâmide.

Após apresentar o conteúdo volume de um cone circular o autor apresenta dois exercícios, um resolvido e outro proposto. Essa estratégia é significativa porque o exercício resolvido pode permitir ao aluno percepções de como as questões foram resolvidas, ajudando-o na resolução do exercício proposto. No entanto, os exercícios fazem pouco uso de ilustrações que podem ajudar na análise das questões e consequentemente nas resoluções dos problemas.

O tronco de cone circular de bases paralelas é o último conteúdo abordado no livro. A apresentação desse assunto é realizada com informações e ilustrações de como o tronco de cone circular de bases paralelas é construído. As informações dadas pelo autor explicam as imagens e essas por sua vez dão a configuração das informações apresentadas. O autor termina o estudo do cone com dois exercícios um resolvido e outro proposto.

Consideramos significativa a abordagem do conteúdo de cone por Paiva (2009) principalmente pela estratégia que esse autor utiliza para explorar conteúdos de fácil assimilação pelo aluno nos exercícios, e não apresentando-os com uso de conceitos, pois ao fazer isso o autor permiti que o aluno possa, a partir das orientações dadas, formular os conceitos e não apenas percebê-los expostos no livro. No entanto, observamos que o conteúdo de cone é abordado no capítulo 14, penúltimo capítulo do livro, chamando a atenção para o fato de que "a Geometria quase sempre é apresentadana última parte do livro, aumentando a probabilidadedela não vir a ser estudada por faltade tempo letivo" (LORENZATO, 1995, p. 4).

- **Contato Matemática – Joamir Souza e Jacqueline Garcia, FTD (2016)**

O livro Contato Matemática de Joamir Souza e Jacqueline Garcia (2016) aborda o conteúdo de cone no último capítulo denominado Figuras geométricas espaciais. Os autores introduzem o capítulo usando a imagem de um jogador chutando uma bola e a estrutura molecular de *buckminsterfullerene* para fazer uma analogia da estrutura molecular com o formato espacial da bola.

Além disso, o livro apresenta um pequeno texto intitulado "Estruturas moleculares" que expõem informações sobre substâncias encontradas na natureza em forma de moléculas e sobre os estudos de Robert Curl Jr. e Richard Smalley com a finalidade de relacionar as formas moleculares de algumas substâncias com as figuras geométricas espaciais. Os autores utilizam um pequeno exercício para orientar o aluno a perceber relações existentes entre estruturas moleculares e figuras espaciais.

O conteúdo do cone é inicialmente apresentado no livro a partir da exploração de características com a forma de um funil. Na definição do cone Souza e Garcia (2016), utilizando imagens sequenciadas propõem ao aluno fazer considerações que levam a conceituação de um cone circular e, somente depois das considerações realizadas é apresentado de forma conclusiva o conceito do cone circular. Feito isso e usando imagens são citados os elementos que compõem o cone.

Na classificação dos tipos de cone circular, são expostas as características do cone circular reto e do cone circular oblíquo. Percebemos que, assim como Paiva (2009), Souza e Garcia (2016) não mencionam que em razão do cone circular oblíquo não possuir eixo perpendicular ao plano da base esse cone tem geratrizes diferentes e seu eixo forma com a base um ângulo agudo. Depois disso, são apresentadas informações e ilustrações que explicam porque o cone circular reto pode ser considerado um cone de revolução. No entanto, observamos que ao abordar as características que constituem o cone de revolução não foi mencionado o teorema de Pitágoras.

Em seguida é descrita e representada por imagens a forma de obtenção da secção meridiana de um cone. Diferente da abordagem de Paiva (2009), que utiliza exercício para que os alunos identifiquem a secção meridiana, Souza e Garcia (2016) simplesmente apresentam esse conteúdo ao aluno. Além disso os autores também não abordaram o assunto secção transversal.

O estudo do conteúdo área da superfície de um cone reto é proposto inicialmente a partir da observação de duas imagens. Uma, de um cone com a indicação dos elementos centro da base (o), raio da base (r) e geratriz (g) e, a outra da planificação desse cone que corresponde um círculo de centro (o) e raio (r) e um setor circular de raio (g) e comprimento $2\pi r$ do arco do setor circular. As imagens são explicadas detalhadamente logo após. Explorando as imagens e as explicações dadas para as mesmas, os autores abordam as áreas do cone de forma particionadas, visto que, para a obtenção da área total é necessário o conhecimento das outras duas áreas.

Posteriormente é apresentado um exercício resolvido com duas questões com explicações detalhadas e uso de imagens para melhor entendimento, e um exercício proposto formado por 10 questões que faz uso de imagens em quase todas as questões.

Assim como Paiva (2009), Souza e Garcia (2016) no estudo do volume de um cone usam resumidamente o princípio de Cavalieri, utilizando ilustrações de um cone e uma pirâmide, expondo informações que demostram a relação do volume do cone circular com o volume da pirâmide. Contudo, os autores utilizando imagens explicam a relação de proporcionalidade existente entre o volume de um prisma e o volume de uma pirâmide, a partir dessa relação é apresentada a relação de proporcionalidade que existe entre o cilindro e o cone. Para esse conteúdo é oferecido dois exercícios, um resolvido e outro proposto, na mesma perspectiva dos dois exercícios anteriores já mencionados.

O tronco do cone reto, assim como em Paiva (2009), é o último assunto do cone abordado no conteúdo sobre esse objeto de estudo e a sua abordagem é feita de forma ilustrativa e explicativa. Inicialmente é apresentada a parte que compreende o tronco de um cone e seus elementos. Logo em seguida, os autores expõem a área da superfície e o volume de um tronco de um cone reto. Para o estudo da área da superfície o livro utiliza duas imagens representativas, a primeira corresponde ao tronco do cone reto e seus elementos, a segunda imagem remete a representação planificada da primeira imagem.

Ao utilizar a planificação e indicação dos elementos que a compõem, o livro permite aos alunos melhor compreensão das áreas do troco de um cone reto e consequentemente melhor entendimento das fórmulas para obtenção das áreas do tronco de um cone reto. Também fazendo uso de imagem ilustrativa o livro apresenta como pode ser determinado o volume de um tronco de cone reto apresentando posteriormente a fórmula para seu cálculo.

A abordagem do conteúdo do cone é encerrada no livro com a apresentação de um exercício resolvido e um exercício proposto. Os dois exercícios exploram o tronco de um cone reto, com apresentação de imagens quase em todas as questões. Observamos que no exercício proposto as questões e imagens exploram situações cotidianas permitindo que os alunos percebam as relações desse conteúdo no seu contexto de vida.

As análises dos livros nos mostraram similaridades nas propostas de estudo do conteúdo, haja vista que, os autores apresentam o conteúdo de forma expositiva com uso de imagens e explicativa com a apresentação das relações que esse conteúdo matemático possui com os diversos contextos, com uso de definições e suas características. Também percebemos que os autores dos livros analisados utilizam uma sequência de exercícios apresentando primeiro exercícios resolvidos e posteriormente exercícios para resolução. Vale destacar que, o conteúdo do cone é abordado nos livros analisados no penúltimo e no último capítulo.

As análises dos livros didáticos contribuíram para este estudo ao apresentar modelos de ensino e aprendizagem que têm como princípios a exposição e explicação de conteúdo. Nessa perspectiva diferem da proposta defendida por este estudo, visto que a sequência didática desenvolvida compreende o ensino e aprendizagem de forma processual, construtiva.

2.2 CONCEPÇÕES DOS ALUNOS EGRESSOS

Aqui são apresentados os resultados da pesquisa realizada com 100 alunos do 3º ano do ensino médio. A escolha da série foi orientada pela consideração de que essa série é o último ano da educação básica, o que pressupõe que os alunos ao longo dessa fase escolar tiveram vários momentos de aprendizagem dos conteúdos da geometria e consequentemente dos conteúdos relacionados ao cone. A pesquisa explora vários contextos, ações e experiências de aprendizagem do educando afim de conhecer importantes aspectos do ensino e aprendizagem sobre o cone e principalmente identificar as dificuldades apresentadas pelos alunos.

Como procedimento técnico-metodológico para produção e análise das informações, foi elaborado e aplicado um questionário sócio educacional com 23 perguntas, fechadas com múltiplas escolhas, que podem ser vistas no anexo C. A opção pelo uso de questionário como instrumento técnico-metodológico acontece porque o questionário é um procedimento de investigação constituído por um conjunto de questões que são submetidas a pessoas com a finalidade de "obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, aspirações, temores, comportamento presente ou passado etc." (GIL, 2008, p. 121).

A escolha da amostra desta investigação foi realizada com propósito de alcançar os objetivos estabelecidos na pesquisa, portanto, foram selecionados 100 alunos que representam o percentual de 100%. Os mesmos são egressos do 2º ano do ensino médio de uma escola da rede estadual de ensino do interior do estado do Pará. Vale registrar que a produção das informações aconteceu após um primeiro contato e a partir das autorizações necessárias.

As tabulações dos resultados são apresentadas sistematicamente em quadros e gráficos gerados no Google Forms e o Excel para facilitar as analises dos mesmos.

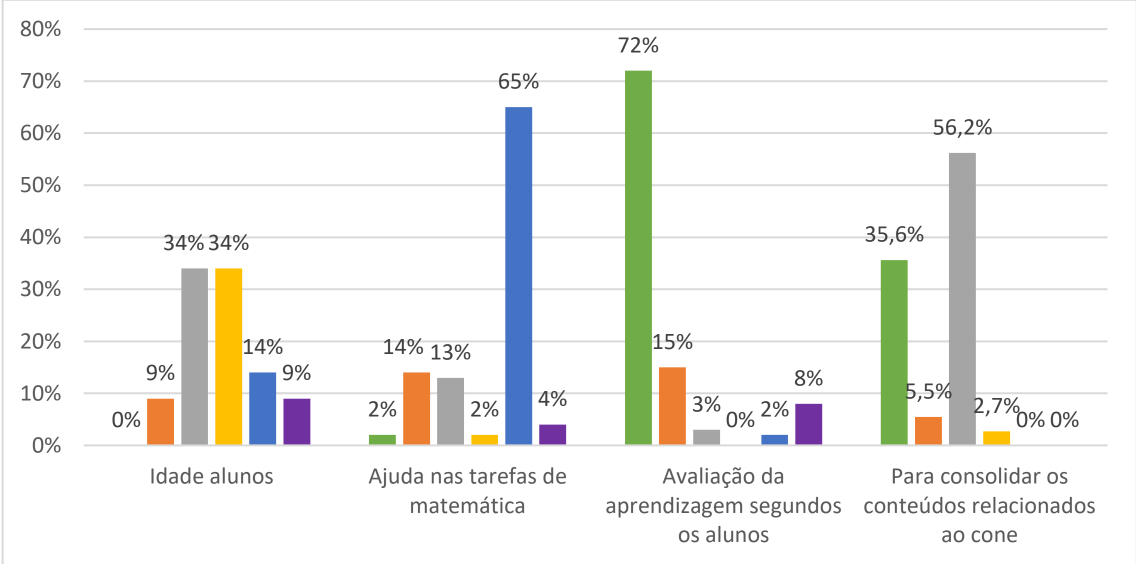
2.2.1 Descrições dos dados

Os resultados coletados estão apresentados em gráficos e quadros abordando o perfil do discente, escolaridade dos pais ou responsáveis, gosto pela matemática; aprendizagem e avaliação; grau de conhecimento e dificuldade dos alunos no estudo dos conteúdos relacionados ao cone.

A análise dos dados mostra que dos 100 alunos participantes 57% são do gênero feminino e 43% do gênero masculino. O registro dos dados obtidos possivelmente nos leva ao reconhecimento de que inúmeros desdobramentos e pressupostos de diversos aspectos, sobretudo, históricos que resultaram no considerável aumento da presença do gênero feminino no ambiente escolar.

O gráfico 1 apresenta os resultados quanto a idade dos alunos participantes da pesquisa, ajuda que os alunos recebem nas tarefas extraclasses de matemática, metodologia de avaliação da aprendizagem segundo os alunos e procedimentos metodológicos para consolidar os conteúdos.

Gráfico 1: Descrição Alunos 1



	Idade alunos	Ajuda nas tarefas de matemática	Avaliação da aprendizagem segundo os alunos	Para consolidar os conteúdos relacionados ao cone
	15 anos	Professor particular	Provas/Simulados	Lista de exercícios para serem resolvidos
	16 anos	Família	Testes semanais	Jogos envolvendo o assunto
	17 anos	Amigos	Seminários	Exercícios do livro didático
	18 anos	Vídeo aulas	Pesquisas	Questões pesquisadas pelo aluno sobre o assunto
	19 anos	Ninguém	Projetos	Software na resolução de questões
	20 anos ou mais	Outros	Outros	Outros meios

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Os resultados apresentados no gráfico 1 evidenciam uma realidade de distorção idade serie, visto que a maioria dos alunos que compreende a amostra está fora da série correspondente a idade. A realidade encontrada pelo estudo contrasta com o estabelecido no artigo 208 da Constituição Federal que determina a educação básica, obrigatória e gratuita dos 4 anos aos 17 anos de idade. (BRASIL, 1988). Ou seja, aos 17 anos é esperado que o aluno esteja cursando o 3º ano do ensino médio.

Os dados levantados, representados no gráfico 1, revelam uma pequena margem de alunos que contam com a ajuda da família nas tarefas de matemática. Vemos também que apesar de ser um ótimo recurso as videoaulas são usadas por um número muito pequeno de alunos. E o dado mais preocupante é indicado pelo percentual de alunos que afirmam não terem ninguém que os ajudem. Nesse ponto a pesquisa encontra uma situação de abandono que difere do artigo 205 da constituição federal do Brasil que estabelece a “educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho” (BRASIL, 1988). A realidade identificada pelo estudo contrasta com o estabelecido na lei federal pode estar relacionada com o fato de um significativo número de responsáveis apresentarem níveis de escolaridade inferiores aos alunos, conforme mostrado no quadro 1.

O estudo mostra, no gráfico 1, que provas/simulados e testes semanais são as formas de avaliação mais utilizadas pelos professores. Essa realidade identificada pela pesquisa é consonante com o estudo de Gatti (2003, p. 100) ao afirmar que as “provas são vistas pelos docentes como um instrumento que “mede” a aprendizagem e são praticamente o único tipo de instrumento de que se valem para a avaliação”. Sendo assim, em termo de avaliação a sequência didática se apresenta como um modelo diferencial do que está posto, visto que tem caráter processual contínuo.

Na identificação dos procedimentos metodológicos utilizados pelos professores para consolidar os conteúdos relacionados ao cone, os resultados obtidos, vistos no gráfico 1, evidencia, segundo os alunos, um ambiente de ensino e aprendizagem marcado pelo modelo clássico, onde o livro didático prevalece como recurso utilizado. Nesse sentido, Romanatto (2004) afirma que:

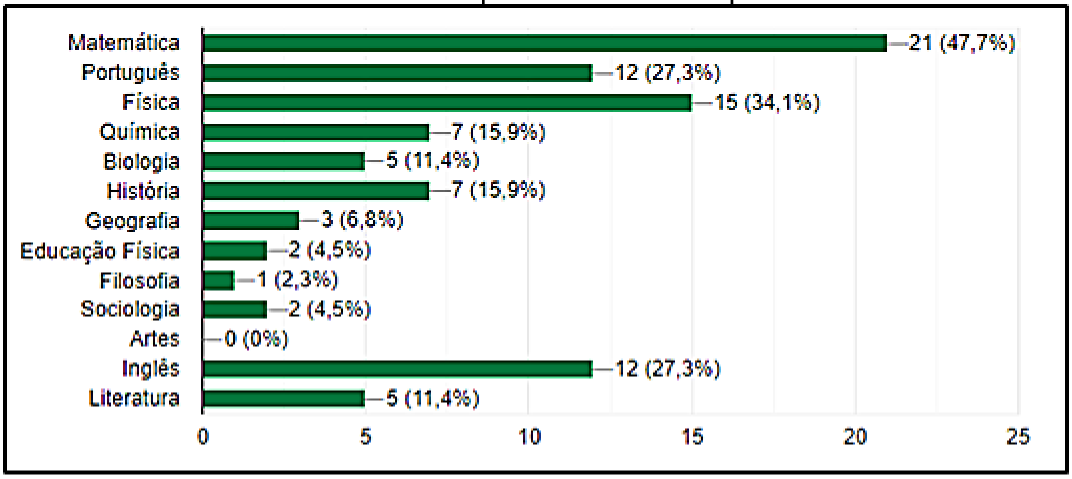
> Atualmente, é possível inferir que a qualidade dos livros didáticos tenha melhorado bastante, especialmente, a partir das avaliações desse material pelo Ministério da Educação. Por outro lado, também, é possível inferir que o livro didático ainda tem uma presença marcante em sala de aula e, muitas

> vezes, como substituto do professor quando deveria ser mais um dos elementos de apoio ao trabalho docente. Nesse sentido, os conteúdos e métodos utilizados pelo professor em sala de aula estariam na dependência dos conteúdos e métodos propostos pelo livro didático adotado. Muitos fatores têm contribuído para que o livro didático tenha esse papel de protagonista na sala de aula. Um outro fator, além dos já citados, é o seguinte: um livro que promete tudo pronto, tudo detalhado, bastando mandar o aluno abrir a página e fazer exercícios, é uma atração irresistível. (ROMANATTO, 2004, pp.2-3).

No entanto, ao optarmos pelo uso da sequência didática buscamos romper com a dependência do livro didático, usando uma sequência de aulas para o ensino do cone, valorizando o diálogo, as experiências do cotidiano e a aprendizagem escolar do aluno para a construção dos saberes em questão.

Também foi interesse da pesquisa conhecer o percentual de alunos que já passaram por situações de reprovações ou dependência. Portanto, para melhor conhecermos a realidade de reprovação e dependência na disciplina de matemática, indagamos os alunos quanto as disciplinas que esses alunos já ficaram reprovados ou em dependência. Os resultados estão sistematizados no gráfico 2:

Gráfico 2: Reprovado ou de dependência

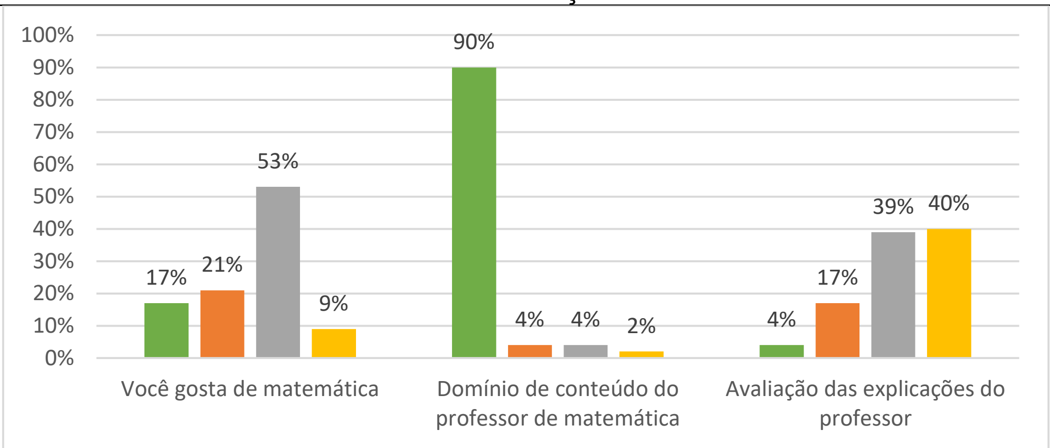


Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Os resultados do gráfico 2 mostram que embora a reprovação e a dependência não sejam uma exclusividade da matemática, essa disciplina concentra o maior número de alunos nessas condições. Esse contexto é reafirmado no estudo de Da Silva (2008, p. 150) quando a autora ressalta que a "matemática não é a única matéria em que os jovens se deparam com dificuldades, mas é a matéria em que são maiores as dificuldades dos alunos".

O gráfico 3 apresenta os resultados sobre os sentimentos e sensações dos alunos em ao estudo da matemática, o domínio dos professores de matemática aos conteúdos ministrados e avaliação dos alunos referente as explicações do professor.

Gráfico 3: Descrição alunos 2



Você gosta de matemática	Não gosto	Suporto	Gosto um pouco	Adoro
Domínio de conteúdo do professor de matemática	Sempre	Quase sempre	Às vezes	Poucas vezes
Avaliação das explicações do professor	Ruim	Regular	Boa	Excelente

Fonte: Elaborado pelo autor (20018).

Para compreender melhor a relação que os alunos possuem com o ensino e aprendizagem da matemática, interrogamos os quanto aos sentimentos e sensações que eles têm em relação ao contato com essa disciplina. Dessa forma, considerando o termo adorar como uma representação de interesse, de prazer do aluno com a disciplina matemática percebemos uma ótima relação de 9% de educandos com o ensino e aprendizagem dessa disciplina. No entanto, devemos concordar que é preocupante os dados obtidos pela pesquisa quando apenas esse percentual de alunos afirma adorar a matemática como disciplina de estudo, como visto no gráfico 3. Da Silva (2008, p. 159) apresenta um caráter bastante interessante que marca a relação dos estudantes com a matemática quando registra que com o avanço das séries os alunos vão perdendo o interesse pela matemática.

Buscando conhecer o domínio de conteúdo do professor na perspectiva do aluno, inquerimos se o professor de matemática demonstra domínio dos conteúdos ministrados. Vemos, no gráfico 3, que a grande maioria dos alunos encontra no professor propriedade sobre o conteúdo, esse resultado é bastante expressivo, dado que embora o domínio do saber pelo professor não seja suficiente para garantir um bom ensino, no entanto é imprescindível. Assim sendo, Nogueira, Pavanello e Oliveira (2014), defendem que:

> Por certo, não basta ao professor o conhecimento do conteúdo a ser ensinado para a efetividade de sua ação pedagógica. Entretanto, estudos atuais sobre os conhecimentos necessários ao professor para uma atuação eficaz em sala de aula, como os de Shulman (1986,1987), Tardif (2002) e Franchi (1995), têm enfatizado que o conhecimento do conteúdo da disciplina é uma condição básica para a docência nos diferentes níveis do ensino (NOGUEIRA, PAVANELLO e OLIVEIRA, 2014, p. 142).

Buscando entender a atuação do professor na perspectiva do educando, perguntamos como o aluno avalia as explicações do professor de matemática. Os dados apresentados no gráfico 3 mostram que a maior parte dos alunos avalia como excelente as explicações dadas pelo professor de matemática. Observa-se que a forma de apresentação dos conteúdos pode contribuir à melhor compreensão dos mesmos.

Com o propósito de conhecermos um pouco o contexto sociocultural dos alunos participantes da pesquisa questionamos o grau de escolaridade de seus responsáveis masculino e feminino. Observemos os dados no quadro 1:

Quadro 1: Escolaridade dos responsáveis

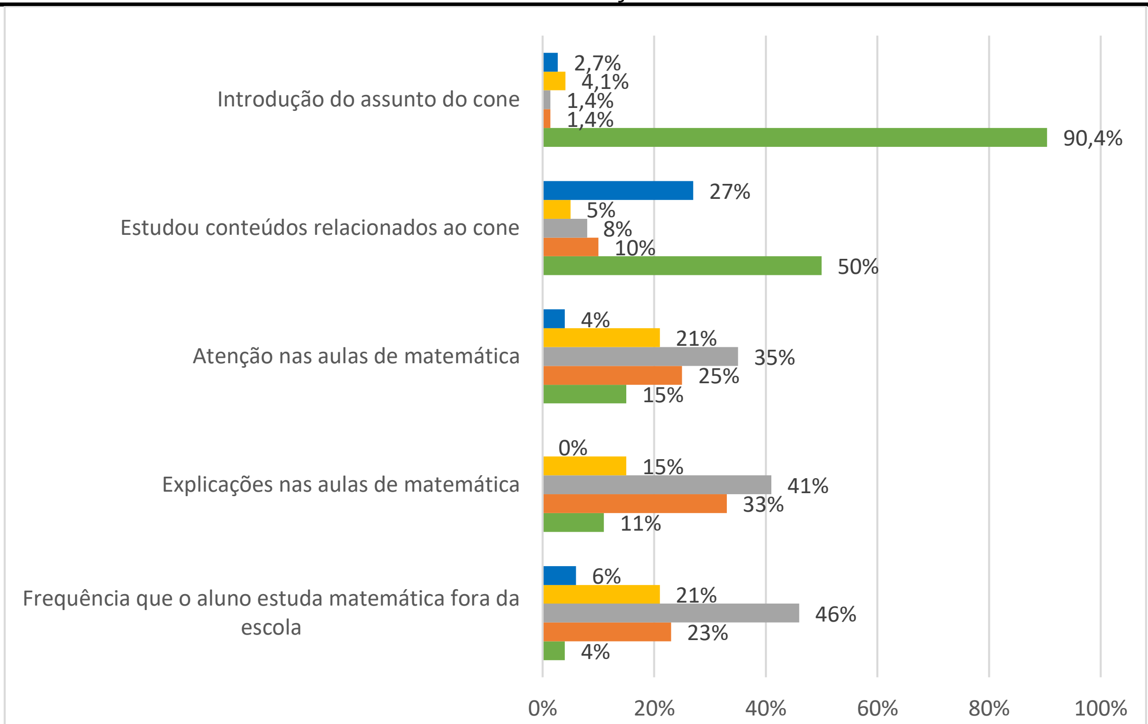
NÍVEL ESCOLAR	MASCULINO	FEMININO
Superior	9%	13%
Médio	15%	29%
Fundamental	12%	18%
Fundamental incompleto	48%	33%
Não estudou	16%	7%
Total	**100%**	**100%**

Fonte: Elaborada pelo autor (2018).

Os dados expostos pela pesquisa chamam a atenção para importantes aspectos. Primeiro que os alunos possuem grau de escolaridade maior que grande parte de seus responsáveis, tanto do gênero masculino quanto do feminino. Segundo porque é bastante significativo o número de responsáveis em ambos os gêneros que apresentam baixa escolaridade. Outra, a discrepância no grau de escolaridade entre gênero masculino e feminino. É possível dizer que a realidade em que o gênero feminino apresenta um grau de escolaridade maior que o masculino reafirma a realidade da turma onde o número de alunos do gênero feminino é superior ao masculino. Os resultados revelam também que os pais possuem baixa escolaridade, fato que pode impedi-los de ajudar seus filhos nas atividades.

No gráfico 4 estão compatibilizados resultados sobre as percepções dos alunoso quanto introdução do conteúdo do cone, estudos correlacionados ao cone, as atenções dos alunos nas aulas, entendimento das explicações nas aulas e sobre a frequência que os alunos estudam matemática fora da escola.

Gráfico 4: Descrição alunos 3



	Introdução do assunto do cone	**Estudou conteúdos relacionados ao cone**	**Atenção nas aulas de matemática**	**Explicações nas aulas de matemática**	**Frequência que o aluno estuda matemática fora da escola**
	De definição seguido de exemplos e exercícios	Conceitos básicos	Sempre	Sempre	Todo dia
	De história do assunto para depois explorar os conceitos	Conceitos básicos e propriedades	Quase sempre	Quase sempre	Somente nos finais de semana
	De situação problema para depois introduzir o assunto	Conceitos básicos, propriedades e problemas	Às vezes	Às vezes	No período de prova
	De modelo para situação e em seguida analisando o modelo	Conceitos básicos, propriedades e aplicações	Poucas vezes	Poucas vezes	Só na véspera da prova
	De jogos para depois sistematizar os conceitos	Não estudou	Nunca	Nunca	Não estudo fora da escola

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Para conhecermos as diretrizes metodológicas utilizadas para a introdução do conteúdo do cone, indagamos aos alunos, como o assunto foi introduzido pelo professor. Os dados representados no gráfico 4 indicam a predominância do uso de metodologia clássica centrada no uso de definição exemplo e exercício, a qual Cabral (2017, p.39) denomina de “ditadura do modelo tradicional”. Contrapondo esse modelo estruturamos nossa sequência didática na UARC do autor que valoriza a importância do uso de uma metodologia que aproxima o aluno do ensino discursivo-dialógico, promovido pelas interações verbais que se correspondem entre os meios envolvidos, gerando condições que possam levar o aluno a perceber e descobrir regularidades, mesmo que de forma intuitiva, provocando condições de observar a necessidade de se ter generalizações (CABRAL, 2017).

Explorando especificamente o ensino do cone, indagamos os alunos se eles já estudaram os conteúdos relacionados a esse objeto geométrico espacial. Observamos a partir da análise dos resultados expostos no gráfico 4 que a maioria dos alunos aponta para aprendizagem dos conceitos básicos do conteúdo. No entanto, a medida que esses conteúdos são aprofundados o percentual de alunos que indicam ter estudado os conteúdos vão diminuindo consideravelmente. Os dados nos permitem dizer que grande parte dos alunos têm um conhecimento básico do cone.

Procurando conhecer a relação do educando com a matemática, perguntamos, se as aulas de matemática despertavam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados. Pelos dados apresentados no gráfico 4, percebemos, pela análise dos resultados que um expressivo número de alunos não tem a atenção despertada para aprender os conteúdos matemáticos. Quartieri (2012), fundamentado nos estudos de Dewey (1978) compreende que o interesse está ligado ao dinâmico, ao objetivo e ao pessoal. Nesse sentido, o autor acredita que:

> Para o educador, qualquer objeto indiferente ou desagradável se tornaria atraente quando fosse visto como um meio para se conseguir um fim que havia despertado a atenção para alcançar certos fins que permitissem ter meios para outras atividades e resultados que se desejassem (DEWEY, 1978 apud QUARTIERI, 2012, pp. 89-90).

Quando questionados se os alunos conseguem entender as explicações dadas nas aulas de matemática, as informações obtidas podem ser vistas no gráfico 4. Observamos que mais da metade dos alunos possui dificuldades em entender as explicações nas aulas de matemática. Essa realidade pode impor que um dos desafios contemporâneos da educação matemática, em todos os níveis, é a determinação de formas de ensino e aprendizagem que permitam instrumentos de ação para que docentes e educandos possam desenvolver-se plenamente durante processo de construção do conhecimento (KATO e CARDOSO, 2016). Nesse sentido, a abordagem dessa temática por sequência didática pode ser uma alternativa.

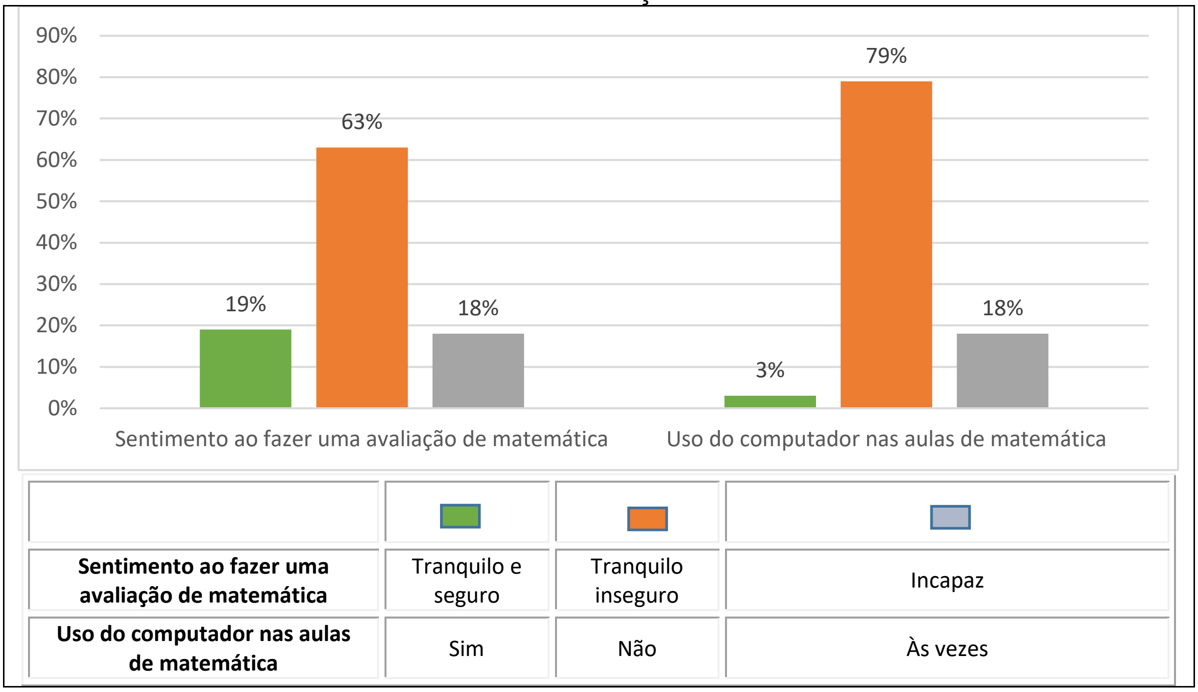
Essa realidade é bastante preocupante e está em consonância com os baixos índices obtido nas avaliações diagnósticas, aplicadas em larga escala, como Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SisPAE), que em 2016 registrou um elevado número de alunos (mais de 60%) do ensino médio com níveis de proficiência abaixo do básico e, também, realidade constatada no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) em 2017, ao mostrar que em matemática apenas 4,52% dos alunos do ensino médio que foram avaliados em 2017 pelo SAEB, conseguiram ultrapassar o nível 7 da escala de proficiência que vai até o nível 10, informações essas constantes no site oficial do INEP.

Com a finalidade de identificarmos se o aluno estendia o estudo da matemática a outros espaços e outros horários fora da escola, questionamos aos alunos com que frequência eles estudam matemática fora da escola. Os resultados apresentados no gráfico 4 mostram que grande parte dos alunos indica estudar no período de prova. Esse dado pode apontar que o aluno concebe o estudo da matemática apenas para passar de série e não como uma forma de prática que favorece sua autonomia de aprendizagem e melhor exercício de cidadania, isso porque o saber matemático é exigido em vários contextos sociais.

Nesse contexto, a relação do aluno com o saber matemático abordado no estudo de Da Silva (2008 p. 157) pode justificar os dados levantados nesta pesquisa, pois o estudo da autora encontrou uma realidade em que a relação do alunos com a matemática reside no "desejo de conformidade com as exigências da instituição escolar é, no fundo, desejo de passar de ano, o qual é, de fato, desejo de sucesso social e econômico", colocando o ensino e aprendizagem da matemática como um caminho para saí da escola. Estudar matemática apenas no período de prova ou só na véspera da prova revela justamente isso. Estudar matemática com a finalidade somente de responder a prova e não de conhecer, aprender, compreender, interpretar, formular e dominar os sabres matemáticos.

O gráfico 5 apresenta os resultados sobre como o aluno se sente ao fazer uma avaliação de matemática e se o computador é usado nas aulas de matemáticas.

Gráfico 5: Descrição alunos 4



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Abordando sobre a avaliação, foi perguntado ao aluno como ele se sente quando está diante de uma avaliação de matemática. Os resultados ordenados registrados no quadro 5 evidenciam que os sentimentos de insegurança podem estar relacionados ao fato dos alunos considerarem a matemática uma disciplina difícil de ser compreendida. Da silva (2008, p.159) encontrou em seu estudo um número de alunos que “sofre um fracasso e, além do fracasso objetivo, a dor psíquica de sentir-se fraco, até pouco inteligente” em relação ao estudo da matemática.

Para conhecermos um pouco sobre o uso dos recursos tecnológicos, perguntamos se as aulas de matemática são desenvolvidas com uso do computador. As informações levantadas encontram-se gráfico 5. Percebemos, pelas informações dadas, que o uso de recursos computacionais são poucos utilizados no ensino de matemática. Essa realidade apresentada pelos resultados obtidos pode ser consequências de diversos fatores, possivelmente um deles seja a falta de formação profissional fundamental para que os professores possam utilizar o computador como recurso didático, outro fator que pode ser considerado é a falta ou precariedades dos laboratórios de informática existentes nas escolas públicas. A vivência no contexto escolar como professor de matemática nos permite ressaltar que os esforços do Estado para equipar as escolas com os recursos tecnológicos não apresentaram, por exemplo, os mesmos resultados que a política dos livros didáticos e por essa razão muitas escolas têm dificuldades de oferecer aos profissionais e alunos ambientes tecnológicos. Desse modo, é preciso considerar ainda que:

> As escolas já estão em quase sua totalidade com computadores e acesso à internet, mas o número de máquinas que funcionam, de fato, é a grande preocupação dos envolvidos nesse processo, uma vez que, este número é bem desproporcional ao número de alunos nas escolas, demonstrando que existe uma demanda urgente para manutenção ou substituição desses equipamentos (NOGUEIRA, 2015, p. 39).

Nessa perspectiva vale esclarecer que, em razão das conformidades com as considerações aqui feitas em relação ao uso de computadores com a realidade do contexto escolar universo de estudo desta pesquisa, a sequência didática aplicada não explorou as potencialidades de recursos tecnológicos.

Sobre aplicação ou corelação dos conteúdos matemáticos no cotidiano, observa-se que os alunos indicam que 20% afirmaram que sim, 12% não e 68% às vezes. Chama a atenção o percentual de alunos que indicaram as opções não e às vezes, por certo que a contextualização do saber matemático desenvolvido na escola com o cotidiano do aluno deve acontecer quando for possível e não ficando apenas na vontade do professor de fazer ou não a contextualização. Isso por que:

> A matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas (BRASIL, 2000, p. 40).

Para saber em qual série os alunos estudaram o conteúdo do cone, indagamos aqueles que responderem terem estudado. A questão colocada foi: Se você na questão acima respondeu sim, diga qual ano/série? Vejamos o quadro 2:

Quadro 2: Série que estou o cone

SÉRIE	PORCENTAGEM
5º ano	8,2%
6º ano	4,1%
7º ano	15,1%
8º ano	21,9%
9º ano	19,2%
1º ano EM	4,1%
2º ano EM	26%
3º ano EM	1,4%
Total	**100%**

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Os dados mostram que o conteúdo de cone foi visto em todas as séries da educação básica indicadas no estudo. Notamos que o grande número de alunos que dizem ter estudado o cone concentra-se nas séries do ensino fundamental, já no ensino médio o maior percentual é na 2ª série. Isso é possível, haja vista que o SisPAE e SAEB propõem o ensino de cone desde o 4º ao 9º ano do ensino fundamental e na 2ª série do ensino médio.

Conhecer os níveis de dificuldades de aprendizagem dos conteúdos relacionados ao cone, nas perspectivas dos alunos e professores, representou para esta pesquisa uma necessidade imprescindível. Dessa forma, o quadro 3, apresenta as informações obtidas do questionário aplicado aos alunos que julgamos ser de suma importância para nosso estudo. As análises das informações levantadas foram fundamentadas a partir da relação dos resultados apresentados pela análise realizada pelos professores e pelos dados obtidos no teste feito pelos alunos.

As abreviações no quando abaixo indicam: MF: muito fácil; F: fácil; R: regular; D: difícil; MD: muito difícil.

Quadro 3: Grau de dificuldades de aprendizagem

Nº	CONTEÚDO	VOCÊ LEMBRA DE TER ESTUDADO?		QUAL GRAU DE DIFICULDADE QUE VOCÊ TEVE PARA APRENDER?				
		SIM	NÃO*	MF	F	R	D	MD
01	Cone circular reto.	52	48	4	16	21	9	2
02	Cone circular reto equilátero.	36	64	3	4	17	10	2
03	Cone circular oblíquo.	28	72	0	3	19	5	1
04	Elementos de cone circular reto (base, vértice, eixo, raio da base, altura e geratriz).	53	47	3	8	22	14	6
05	Planificação de cone circular reto	28	72	1	5	12	7	3
06	Secção transversal de cone circular reto.	16	84	0	1	8	5	2
07	Secção meridiana de cone circular reto.	24	76	3	5	10	4	2
08	Área lateral de cone circular reto.	35	65	4	6	16	7	2
09	Área total de cone circular reto.	29	71	1	4	14	5	5
10	Medida do ângulo central do setor equivalente à superfície lateral de cone circular reto.	32	68	3	5	10	4	10
11	Volume de cone circular reto.	35	65	1	8	14	9	3

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

(*) Caso tenha marcado NÃO quando questionado se estudou determinado conteúdo, não marque o grau de dificuldades.

Pelos dados do quadro 3 verificamos que quanto ao conteúdo do cone circular reto a maioria dos alunos afirma lembrar ter estudado e o avaliaram como regular. Esses resultados, de certo modo, foram consoantes aos resultados do teste realizados pelos alunos ao mostrar que a questão teve 88% de acertos. Os resultados apresentados pelo teste dos professores revelaram que esse conteúdo foi considerado fácil pelos profissionais. Além disso, o gráfico 4 mostra que a maioria dos alunos apontaram ter uma aprendizagem dos conceitos básicos do conteúdo durante a vida escolar.

Quanto ao conteúdo planificação do cone circular reto, vemos que grande parte dos alunos que disse lembrar de ter estudado o considerou como conteúdo de grau de dificuldade regular e no teste os resultados apontaram 87% de acertos. Notamos que, assim como os alunos a maioria dos professores julgou esse conteúdo como regular.

Observamos que a maior parte dos alunos indicou não lembrar de ter estudado os assuntos sobre área do cone circular reto descriminadas nos itens 8 e 9. Os que afirmaram lembrar o identificaram como um conteúdo de grau de dificuldade regular. No entanto, no teste o número de erros foi superior aos de acertos. Os resultados do teste realizado pelos alunos podem refletir a avaliação que o professor fez desse conteúdo, visto que os educadores julgaram o conteúdo difícil. A análise dos dados nos mostra que a avaliação realizada pela maioria dos alunos corrobora com a análise feita por grande parte dos professores.

Medida do ângulo central do setor equivalente à superfície lateral do cone circular reto é um conteúdo que a maioria dos alunos assinalou não lembrar ter estudado, já os que disseram lembrar o classificam como um conteúdo regular. Os resultados do teste indicaram que 76% erraram a questão que abordou esse conteúdo. Aqui também os resultados do teste realizado pelos alunos podem refletir a avaliação que o professor fez desse conteúdo ao considerá-lo difícil.

Quanto ao assunto de volume de cone circular reto, vemos que a maioria dos estudantes disse não lembrar de ter estudado esse conteúdo e a maioria dos que afirmaram lembrar consideraram esse assunto como regular. Vemos também que na avaliação feita pelos professores esse conteúdo também foi considerado regular. Os testes realizados pelos alunos mostraram um número de erro maior que os de acerto.

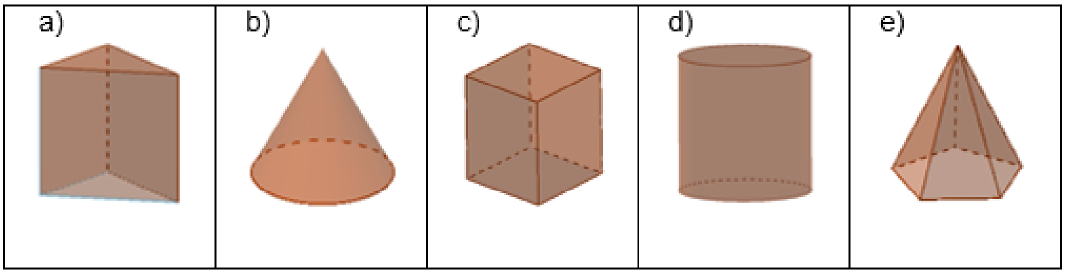
A apreciação dos dados informados pelos educandos indica que a maioria dos alunos indica não se lembrar de terem estudado os conteúdos relacionados ao cone, descritos no quadro 3. Outra informação apresentada pelos dados dos educandos é que, dentre aqueles que disseram lembrar terem estudado os assuntos grande parte avaliou como regular. Confrontando as avaliações realizadas pelos educandos e professores, observamos que para alguns conteúdos os julgamentos são distintos, haja vista, que determinados conteúdos considerados com grau de dificuldades regular por grande parte dos alunos são avaliados como difícil pelos professores. Outros aspectos interessantes são determinados resultados apresentados pelos alunos nos testes, pois os elevados números de erros tendem a confirmar o julgamento que a maioria dos professores fizeram dos conteúdos.

2.2.2 Descrições dos resultados e análises do teste de verificação

Com interesse de avaliar o grau de dificuldades dos alunos em relação aos conteúdos de cone, foi solicitado aos mesmos a resolução de 10 questões, que se encontram no apêndice A, previamente avaliadas por professores quanto ao grau de dificuldade de resolução. Deixamos esclarecido que do número de questões que constituiu o questionário, apenas 07 julgamos proveitosas para análise.

Na primeira questão foi pedido aos alunos que marcassem, dentre o conjunto de figuras geométricas espaciais abaixo, o objeto que possui a forma de um cone circular reto.

Figura 2: Identificação do cone teste aluno

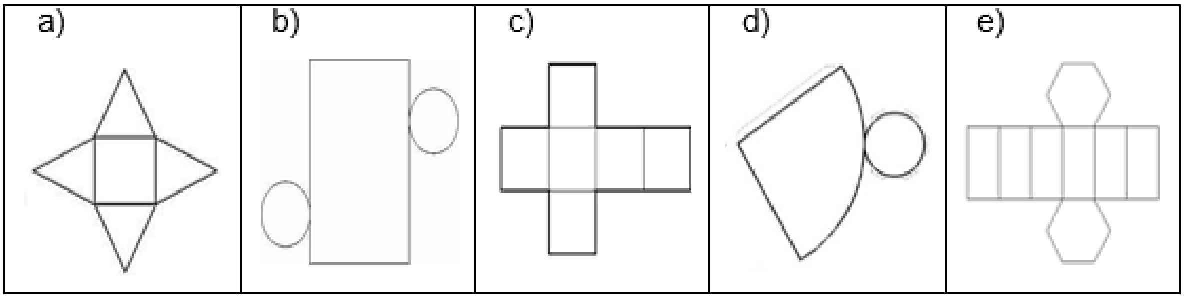


Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Os resultados mostram que 88% dos alunos acertaram a questão indicando o sólido geométrico presente na alternativa b. O número de acertos pode ser justificado pelo fato do ensino desse conteúdo constitui-se matriz curricular desde o ensino fundamental, pois “identificar formas geométricas tridimensionais como esfera, cone, cilindro, cubo, pirâmide, paralelepípedo ou, formas bidimensionais como: quadrado, triângulo, retângulo e círculo”, é proposto no SisPAE (2016, p. 71) na habilidade 30 MPA (Matemática Pará) a partir do 4º ano do ensino fundamental. Para grande parte dos professores a questão é considerada fácil.

Na segunda questão foi apresentada uma sequência de planificações e solicitado aos alunos que identificassem a planificação que representa o cone:

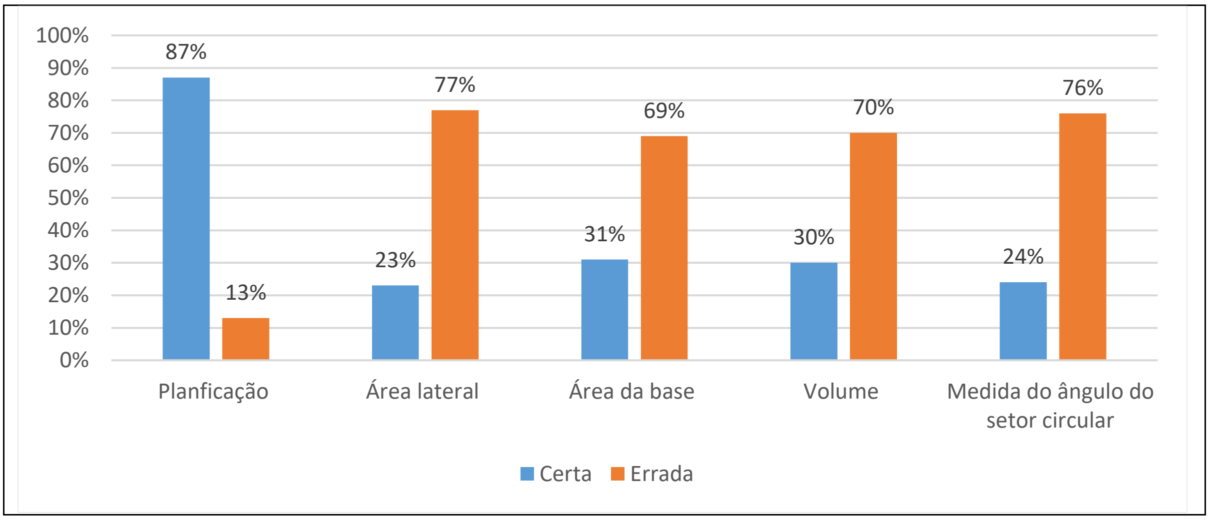
Figura 3: Identificação da planificação de um cone teste aluno



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

No gráfico 6 estão apresentados os dados que expõem os desempenhos dos alunos egressos nas atividades de estudo do cone que abordaram conhecimentos sobre planificações, área lateral, área da base, volume e medidas do ângulo do setor.

Gráfico 6: Testes alunos



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

As informações apresentadas no gráfico 6 revela que quanto a planificação do cone, considerada fácil pela maioria dos professores, observamos que a maior parte dos alunos conseguiu identificar alternativa assertiva. O expressivo número de acertos também pode ser justificado pelo fato do ensino desse conteúdo compor as matrizes curriculares do SAEB e do SisPAE no ensino fundamental e médio. Estabelecido pelo SAEB no descritor 3 a habilidade de “relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas” (BRASIL, 2008, p. 78) e “identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações", prescrito no SisPAE (2016, p. 71) na habilidade MPA 32 a partir do 4º ano do ensino fundamental.

A questão do teste que explorou a área lateral do cone, apresentou a seguinte questão: Dado o cone circular reto ao lado, cujo geratriz (g) mede 5 m, o raio (R) mede 3 m e a altura (h) mede 4 m. A área lateral do cone ao lado é: Os resultados expostos no gráfico 6 mostram que a grande maioria dos alunos errou a questão. Para maioria dos professores a questão apresenta grau de dificuldade médio. Comparando os resultados apresentados pelos alunos com a avaliação do grau de dificuldades realizada pelos professores, podemos constatar que, a questão considerada pela maioria dos professores com grau médio de dificuldade é tida para a maioria dos alunos como difícil.

Sobre a questão que abordou o conteúdo área da base do cone circular reto, os resultados obtidos e exposto no gráfico 6 mostram que quanto ao desempenho dos alunos uma pequena parte acertou a questão. Vale ressaltar que a questão é avaliada por grande parte dos professores com grau de dificuldade médio. Esse resultado pode ratificar o que foi relacionado anteriormente ao afirmamos que a avaliação do grau de dificuldades de algumas questões quando julgadas pelos professores como média é compreendido como difícil pelos alunos.

A questão que abordou o volume do cone circular registra no gráfico 6 um elevado número de erros na resolução da questão, sendo a mesma julgada pela maioria dos professores com grau de dificuldade médio. Quanto aos resultados apresentados pelos alunos no cálculo de volume, o estudo de Moraes (2018) também verificou um elevado nível de dificuldade. Nesse contexto a autora destaca que "é frequente a não utilização da fórmula para o cálculo do volume por parte dos alunos, talvez por não se lembrarem delas. Outra dificuldade detectada, foi a não interpretação de situações-problema" (MORAES, 2018, p. 88). Vale destacar que na sequencia didática desenvolvida o volume do cone foi estudado por meio de experimento e apresentou significativos indícios de aprendizagens.

A questão que abordou a medida do ângulo do setor circular de um cone circular reto apresentou os resultados expostos no gráfico 6 e, as informações obtidas mostram um expressivo número de erros na indicação do aluno, corroborando com a avalição de grande parte dos professores que a indicou como difícil. A realidade apresentada por grande parte dos alunos pode reafirmar os pressupostos de Moraes (2018, p.26) ao observar que "existem diversos fatores que dificultam o aprendizado dos alunos e contribuem para o seu afastamento cada vez mais da geometria, por eles considerarem um conteúdo de difícil compreensão".

A questão que explorou o conhecimento sobre conceito de volume de cone circular reto foi representada pela seguinte situação-problema: Para atender uma encomenda uma confeiteira deve fazer doces no formato de cone circular reto, com 4 cm de altura e 1 cm de raio cada doce. Para isso usou um volume de 1800 cm^3 de doce de chocolate. Quantos unidades de doces a confeiteira conseguiu produzir com esse volume de doce? Observação: (Use $\pi = 3$). Foram apresentadas como opões de resposta: a)150, b) 257, c) 450, d) 600 e e) n.d.a. Os dados obtidos mostram que 38% dos entrevistados acertaram a questão marcando o item "c" e 62% erraram a questão marcando um dos demais itens. Essa também foi uma questão considerada difícil por grande parte dos professores. Um dos aspectos que chama a atenção na questão são as dificuldades que os alunos encontram ao interpretar as situações-problemas. Santos (2012) também identifica essa situação ao observar que os alunos apresentam dificuldades de interpretação de situações-problemas que envolvem sólidos geométricos espaciais, dificuldades que podem comprometer os resultados.

2.3 CONCEPÇÕES DOS PROFESSORES

Aqui são apresentados os resultados da pesquisa realizada com 25 professores de matemática ativos na docência da educação básica. A escolha da amostra obedeceu aos interesses, objetivos e determinações da pesquisa. A investigação direcionada aos professores buscou explorar importantes aspectos da prática educativa com finalidade de conhecer a realidade do ensino do cone no ensino médio a partir da perspectiva desses profissionais.

Assim como foi realizado com os alunos, também utilizamos, com os professores, questionários como procedimentos técnicos-metodológicos para produção e análise das informações. Foi aplicado aos educadores questionários sócio educacional com perguntas fechadas com múltipla escolha. O questionário pode ser visualizado, na íntegra no anexo D.

Os resultados coletados são apresentados sistematicamente em descrições, quadros e gráficos. Para tabulação dos resultados utilizamos o Google Forms e Excel.

2.3.1 Descrições dos dados

Os resultados coletados estão apresentados em blocos de abordagem que obedecem a seguinte ordem: perfil profissional do professor, formação profissional, metodologia de ensino, formas de avaliação, grau de conhecimento e dificuldade do conteúdo do cone para o aluno na visão do professor.

Ao levantarmos a faixa etária dos professores os resultados evidenciaram que os profissionais participantes da pesquisa têm em maior percentual a faixa etária de 36 a 40 anos, indicando um total de 36%, os de 31 a 35 anos correspondem a 28%. As seguintes faixas etárias: até 25 anos, de 26 a 30 anos, de 46 a 50 anos e de 50 anos ou mais tiveram um percentual de 8% cada faixa etária. Já a faixa etária de 41 a 45 anos teve uma representação de 4% dos professores.

Quanto à esfera de atuação o estudo mostrou que 48% dos professores trabalham em escolas públicas municipais, 72% em escolas estaduais, 8% em escolas federais e 12% em escolas particulares, a soma dos percentuais ultrapassam 100% devido aos entrevistados terem a possibilidade de assinalarem mais de uma opção. Verificamos que as redes, públicas municipal e estadual concentram a maior atuação dos professores de matemática entrevistados.

Sabemos que a formação profissional do educador tem importantes implicações no processo de ensino e aprendizagem, sendo assim, indagamos os professores quanto a essa questão e os resultados estão no quadro 4.

Quadro 4: Formação acadêmica

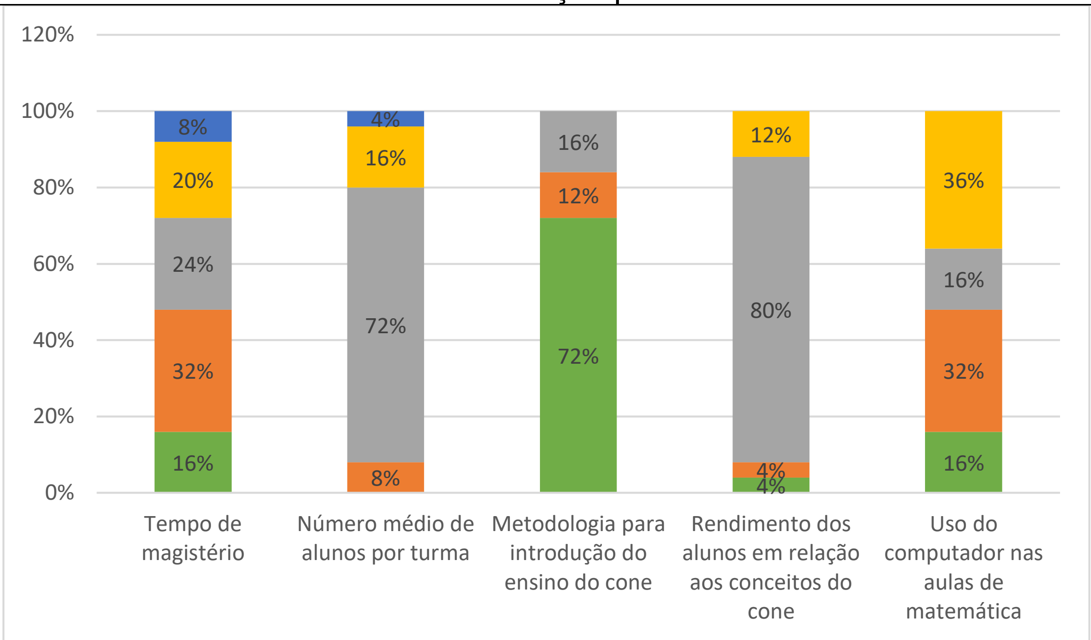
FORMAÇÃO ACADÊMICA	PORCENTAGEM
Graduação	4%
Especialização em andamento	12%
Especialização	32%
Mestrado em andamento	36%
Mestrado	12%
Doutorando em andamento	4%
Doutorando	0%
Total	**100%**

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Vale ressaltar que a importância da formação do professor pode promover uma intima relação com a qualidade do ensino e o sucesso da aprendizagem não apenas da matemática, mas de todo conhecimento escolar. Dessa forma “a formação ao longo da vida é uma resposta necessária aos permanentes desafios da inovação e da mudança, e simultaneamente, condição de promoção do desenvolvimento pessoal e profissional dos professores (GONÇALVES, 2009 apud GODTSFRIEDT, 2015, p. 10).

No gráfico 7 foram expostos os resultados das respostas dos professores que tratou a respeito do tempo de docência, número de alunos por turma, metodologia de introdução do para o cone, redimento dos alunos em relação aos conteúdos do cone e uso do computador nas aulas de matemática.

Gráfico 7: Descrição professor 1



	Tempo de magistério	**Número médio de alunos por turma**	**Metodologia para introdução do ensino do cone**	**Rendimento dos alunos em relação aos conceitos do cone**	**Uso do computador nas aulas de matemática**
	Até 5 anos	Até 20 alunos	Pela definição seguida de exemplos e exercícios	Muito ruim	Não usa em sala de aula
	De 6 a 10 anos	De 21 a 30 alunos	Pela história do assunto para depois explorar os conceitos	Ruim	Não usa porque não tem laboratório na escola
	De 11 a 15 anos	De 31 a 40 alunos	Por situação problema para depois introduzir o assunto	Regular	Não usa por falta de tempo para elaborar atividades
	De 16 a 20 anos	De 41 a 50 alunos	Por modelo para situação em seguida analisando o modelo	Bom	Usa às vezes
	Há mais de 20 anos	Mais de 50 alunos	Por jogos para depois sistematizar os conceitos	Muito bom	Usa sempre

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

O tempo de atuação profissional dos professores, foi um aspecto que abordamos na pesquisa. A análise dos dados, presente no gráfico 7, permite afirmar que a maioria dos professores demostrou ter um considerável tempo de atuação no magistério e, portanto, o contexto escolar é um ambiente próprio dele, isso considerando que “a carreira é uma prática e rotina institucionalizada no campo do trabalho, identificada com o processo de socialização profissional (TARDIF, 2000 apud GODTSFRIEDT, 2015, p. 10). Para Souza (2013, p. 57) “os docentes da educação básica no Brasil em sua maioria são pessoas com experiência de trabalho. Isso quer dizer que, mesmo com a renovação de quadros, com a ampliação na contratação, os docentes estão permanecendo mais tempo na profissão”.

Para melhor conhecermos o contexto escolar do ensino da matemática, pesquisamos o número de estudantes que compõem as turmas, pois é sabido que a quantidade de alunos nas turmas tem importantes implicações, isso porque o excesso de alunos pode não permitir ao professor atendimento a todos os alunos de forma satisfatória e nem sempre os professores vão poder criar estratégias que resolvam as implicações que uma turma superlotada pode apresentar. Nesse sentido, as informações identificadas pelo estudo e expostas no gráfico 7 apontam que a maioria dos professores afirmou ter turmas compostas com 31 a 40 alunos. Embora grande parte do contexto escolar tenha turmas formadas por essa média de alunos, devemos levar em consideração a complexidade do saber matemáticos e as dificuldades que os alunos apresentam em relação a essa disciplina. Pois, turmas com quantidades menores podem contribui para melhor desenvolvimento das atividades e acompanhamento dos alunos.

Com interesse de identificarmos a metodologia que o professor utiliza para introduzir o assunto cone, interrogamos os quanto a isso. As informações levantadas presentes no gráfico 7 indicam que a realidade revelada pelos professores é reconhecida pelos alunos. Ou seja, tanto os alunos quanto os professores de forma expressiva apontaram que o assunto do cone é introduzido pela definição seguida de exemplos e exercícios. Diante da realidade observada pelo estudo defende-se:

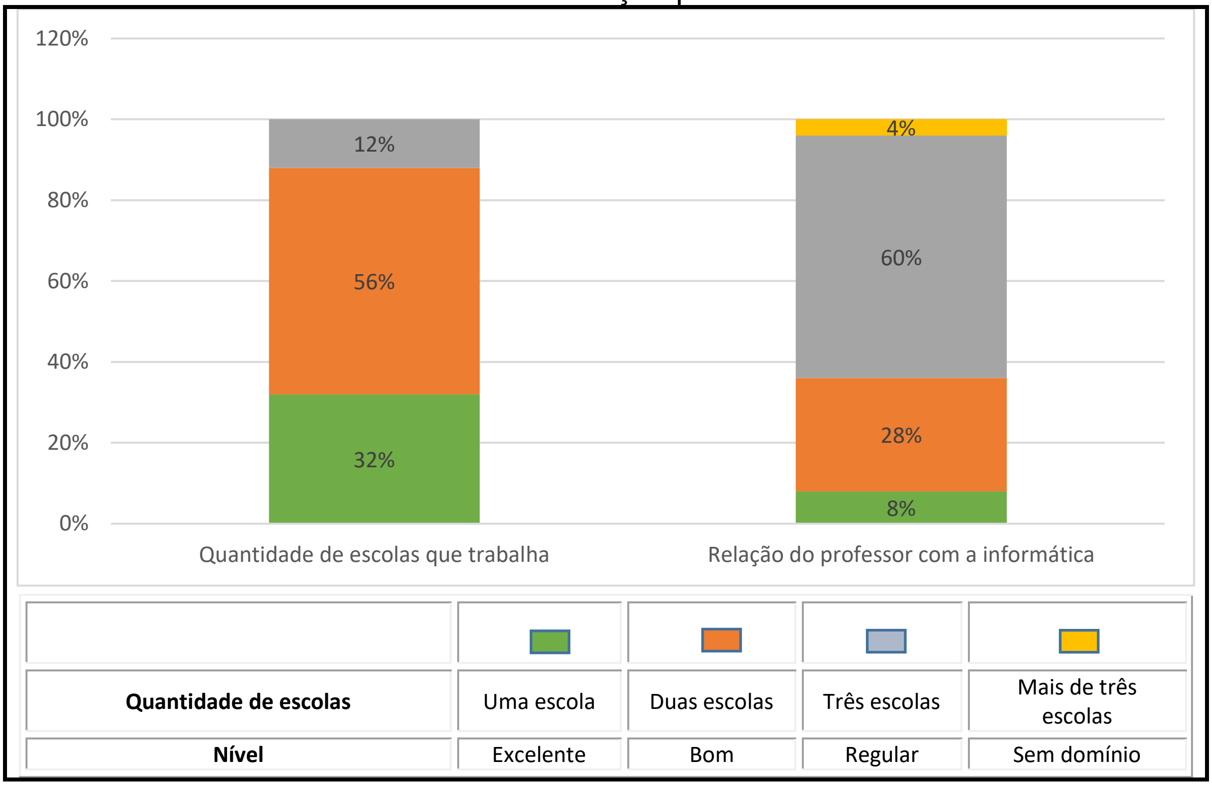
> É necessário diversificar as tarefas, pois cada uma desempenha um papel importante para o alcance de certos objetivos curriculares. Assim, a seleção da tarefa a ser utilizada com a turma dependeria não só do objetivo do ponto de vista dos conteúdos a serem ensinados em uma sequência de aulas, mas também das habilidades matemáticas que o professor desejasse desenvolver em seus alunos durante a realização dessa atividade (PONTE, 2005 apud RODRIGUES, 2017, p.125).

Os professores foram inquiridos sobre como eles avaliam o rendimento dos alunos em relação aos conceitos do cone, a partir de suas percepções. Os resultados verificados no gráfico 7 indicam um rendimento regular dos alunos em relação aos conceitos do cone, a percepção dos professores não corrobora com os resultados do teste aplicado aos alunos, visto que o número de erros foi preponderante na maioria das questões. O teste mostra que os alunos tiveram um grande número de assertivas apenas nas questões de identificação de cone. Os resultados apresentados pelos educadores e educandos podem refletir um aspecto que marca o ensino e aprendizagem não apenas de geometria, mas de muitos outros saberes matemáticos, que são as dificuldades de aprendizagem que os alunos vão acumulando ao longo da vida escolar. Dessa forma, os dados obtidos podem estar explicitamente presentes na análise realizada por Cardia (2014).

> O problema é mais frequente nas séries do Ensino Fundamental, gerando, portanto, uma defasagem no ensino da Geometria Plana, que aumenta com a entrada dos alunos no Ensino Médio; onde se inicia o estudo da Geometria em terceira dimensão, cujo pré-requisito necessário é a Geometria Plana. Nesta fase o problema torna-se acumulativo (CARDIA, 2014, p. 82).

O uso do computador foi uma outra questão abordada por esta pesquisa, isso porque é inquestionável as contribuições que o uso das tecnologias pode oferecer ao ensino de muitos conteúdos, mas principalmente ao ensino de geometria dado seu aspecto visual. Os dados obtidos estão expostos no gráfico 7: É preciso considerar que “uma educação de qualidade para todos, hoje em dia, não pode ser obtida sem que se considere a dimensão tecnológica” (UNESCO, 2016, p. 43). No entanto, existem vários fatores que impedem o uso de tecnologias nos processos de ensino e aprendizagem e que são identificados por este estudo, a falta de laboratórios por fatores que vão desde a falta de espaço físico adequado, computadores, acesso a internet à falta de tempo do professor para planejar atividades que fazem uso das tecnologias.

Gráfico 8: Descrição professor 2



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Sabendo que a atividade docente de muitos professores é marcada por uma exaustiva jornada de trabalho, pois grande parte dessa categoria atua em diversas escolas para poder ter proventos que atendas suas necessidades e, por isso perguntamos aos professores em quantas escolas eles trabalhavam. Os dados obtidos presentes no gráfico 8 evidencia que em relação a quantidade de escolas que os professores atuam é nítida a sobreposição do número de profissionais que indicaram atuar em duas escolas, essa configuração pode evidenciar um lugar comum na vida dos educadores contemporâneos. Uma carga horária de trabalho muito longa e exaustiva pode comprometer a qualidade do ensino desenvolvido e a saúde desses profissionais.

Nesse sentido, Sonneville e Jesus (2009) afirmam que:

> A intensificão do trabalho docente, por exemplo, em sua maioria é marcado por jornadas de trabalho excessivas. Na tentativa de administrar as questões voltadas para as condições de trabalho, relacionadas aos baixos salários e à necessidade de trabalhar em mais de uma escola, os professores submetem-se a uma carga horária de trabalho pesada e exaustiva para sobreviver, comprometendo, consequentemente, seus momentos de descanso como finais de semanas e férias, além da sua atuação profissional (SONNEVILLE e JESUS, 2009, p.306).

Para explorar a relação do professor com as tecnologias, perguntamos a esses profissionais como eles se consideram como usuário de informática. Os resultados apresentados no gráfico 8 podem, de certo modo, ser utilizados para compreender o espaço que as tecnologias ocupam na prática educativa desses educadores. Sendo assim, o estudo mostrou que não são apenas os problemas estruturais do ambiente escolar e a falta de tempo dos professores para desenvolverem atividades com recursos tecnológicos que tem afastado as tecnologias dos processos de ensino e aprendizagem, a falta de domínio do professor para usar recursos tecnológicos tem sido um outro problema. Contrapondo a realidade encontrada, vale destacar que uma boa relação com as tecnologias constituída principalmente a partir de um excelente domínio de uso da informática é fundamental para que o professor tenha uma prática educativa que faça aproveito do desenvolvimento tecnológico que determina fortemente a sociedade atual. Dessa forma:

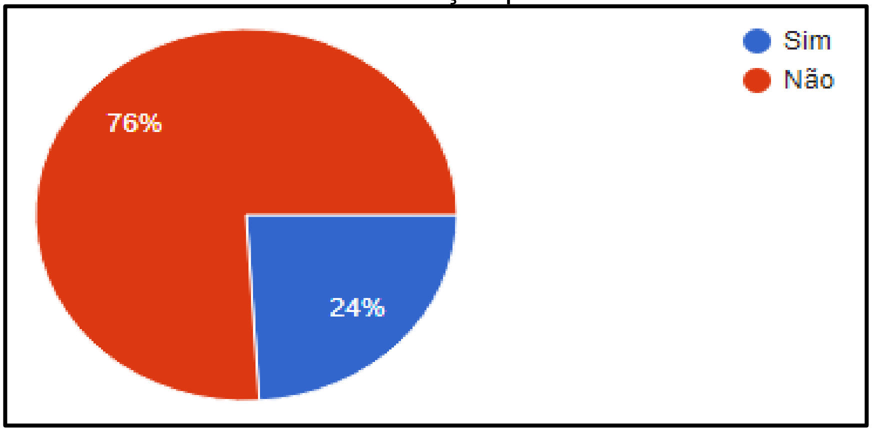
> O impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vai exigir competências que vão além do simples lidar com as máquinas. A velocidade do surgimento e renovação de saberes e de formas de fazer em todas as atividades humanas tornarão rapidamente ultrapassadas a maior parte das competências adquiridas por uma pessoa ao início de sua vida profissional (BRASIL, 2000, p. 41).

Sobre a realidade socioeconômica dos professores questionamos se os mesmos exercem ou não outra função remunerada além de educador. A realidade verificada mostra que 84% dos professores exercem apenas a função de educador, enquanto que 16% desempenham outras funções além da docência. Os dados apurados podem revelar algumas implicações que constituem a realidade socioeconômica desses profissionais, uma delas é o fato de muitos professores trabalharem em mais de uma escola e/ ou terem longa e exaustiva carga-horária de trabalho que toma grande parte do seu tempo. Outra são as baixas remunerações que muitos professores recebem que não garantem o suprimento das necessidades básicas desses profissionais levando-os a buscarem outras atividades que permitem a complementação de renda, além disso, os esforços que os professores fazem para atender mais de uma escola acaba comprometendo a qualidade do trabalho prestado e a saúde desses profissionais, como já mencionado.

Souza (2013) considera importante a relação que o trabalho do professor tem a ver com a sua carga-horária semanal e com o número de escolas nas quais esse profissional atua, dado que essa realidade é relevante porque uma condição de qualidade para o trabalho docente é justamente a possibilidade de se envolver mais com o trabalho, e isso é potencializado quando o professor não precisa ter de se deslocar para outras escolas. Para o autor “quanto mais escolas um professor tem que atender maior também é sua jornada de trabalho semanal. Isso quer dizer que aqueles docentes que se deslocam mais para trabalhar também trabalham mais tempo” (SOUZA, 2013, pp. 63-64).

Quanto ao conteúdo geométrico abordado, a pesquisa questionou os professores se durante a formação inicial especificamente na graduação eles participaram de alguma disciplina sobre o ensino do cone. Observemos os resultados:

Gráfico 9: Descrição professor 3



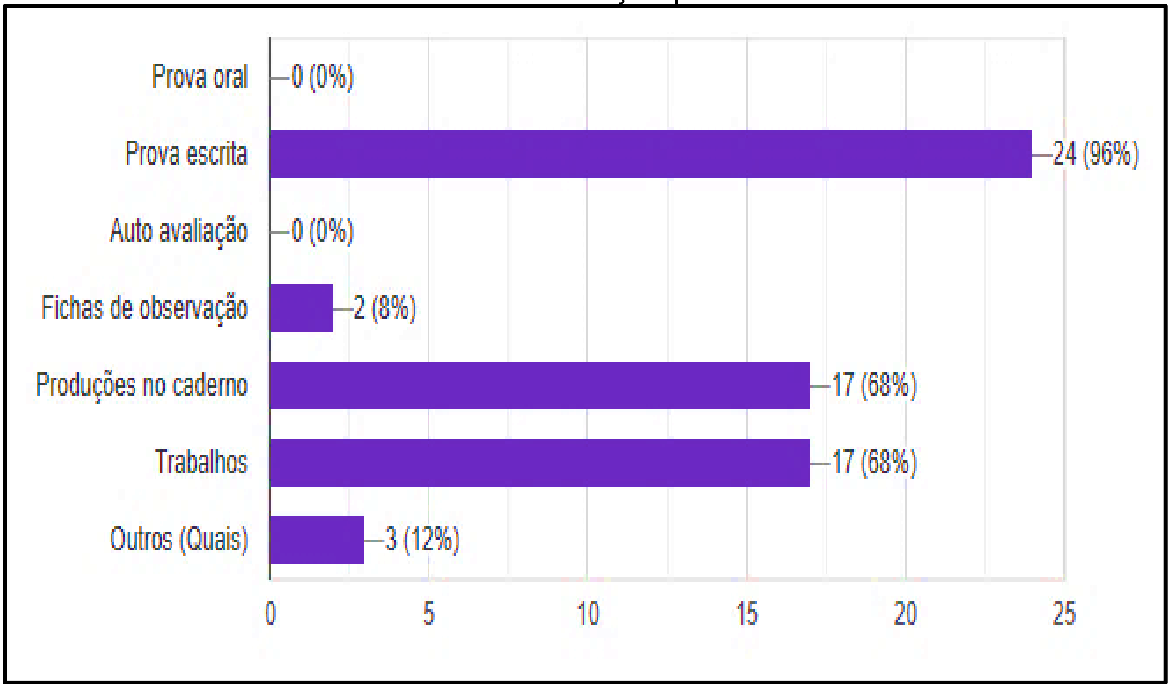
Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

A configuração construída pelos dados obtidos nesta pesquisa pode encontrar uma explicação no fato de que, a “ausência da geometria na escolarização formal vem formando gerações de profissionais, principalmente professores, que desconhecem os fundamentos desse campo da matemática, pouco discutido no âmbito da prática pedagógica” (NACARATO, 2002 apud NOGUEIRA, 2014, p. 17).

Para conhecermos de forma mais profunda a relação profissional do professor com o conteúdo abordado por esta pesquisa, questionamos se os mesmos já participaram, ou não, de alguma formação ou cursos nos últimos dois anos que abordou o ensino do cone. As respostas dadas pelos educadores ofereceram a esse estudo uma unanimidade, dado que 100% dos professores assinalaram que não tiveram formação para o conteúdo. Nesse contexto, Moraes (2018, p.38) defende que além da “ampliação do leque de metodologias e de recursos a serem aplicados ao ensino de geometria, deve-se valorizar também a capacitação dos professores para a utilização desses recursos”.

No tocante a avaliação, questionamos os professores quais as principais formas de avaliação usadas para acompanhar a aprendizagem dos alunos, isso com o intuito de conhecermos as ferramentas avaliativas escolhidas pelos profissionais. As informações obtidas foram:

Gráfico 10: Descrição professor 4



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

É preciso esclarecer que as indicações quanto as formas de avaliação apresentadas aos professores no questionário, permitiam indicar uma ou mais formas de avaliação e, por essa razão os dados ultrapassaram o valor de 100%. Confrontando os dados, percebemos que assim como os alunos a maioria dos professores também indicou a prova como a forma mais usada para avaliar a aprendizagem. Na perspectiva que os dados obtidos apontaram o uso de prova como mais utilizada pelos professores, relacionamos esses dados com os pressupostos teóricos de Gatti (2003, p.100) ao registrar que resultados científicos “mostram que não há uma maneira universal, única ou melhor para avaliar os alunos em classe”. Para a autora as “provas são vistas pelos docentes como um instrumento que “mede” a aprendizagem e são praticamente o único tipo de instrumento de que se valem para a avaliação” (GATTI, 2003, p.100).

Aprofundando a questão da avaliação perguntamos aos professores como eles costumam se sentirem quando estão aplicando uma avaliação de matemática.

Quadro 5: Sensação do professor ao aplicar uma avaliação

SENSAÇÃO	PORCENTAGEM
Tranquilo e seguro	84%
Tranquilo e inseguro	16%
Incapaz	0%
Total	**100%**

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Quando os dados obtidos dos professores são comparados com os dados dos alunos, vemos que há diferença de sensações, pois a grande maioria dos discentes diz apresentar sensação de tranquilidade e insegurança, enquanto que a maioria dos professores disse ter tranquilidade e segurança. Esses dados apresentados pelos docentes podem assinalar que esses profissionais tenham em si a segurança de terem realizado um bom trabalho, fato que vai de encontro as impressões dos aluonos.

Em relação a valorização dos conhecimentos prévios dos alunos sobre os conteúdos que são ensinados, indagamos os professores se eles costumam fazer alguma investigação prévia. Com isso, verificamos que 4% dos professores afirmaram que sim, através de um teste; 76% sim, no início da aula através de diálogos com a turma e 20% responderam que não costumam fazer esse tipo de investigação. A avaliação diagnóstica é considerada por muitos estudiosos e educadores como princípio fundamental na prática educativa.

Nesse sentido, Rodrigues (2017, p.125) defende que um bom educador procura “certificar se os alunos dispõem dos conhecimentos necessários para desenvolver a aula planejada e, assim, atingir ao objetivo estipulado inicialmente”. Para autora, em muitas situações é “necessário retomar a aula anterior, a uma unidade de ensino anteriormente dada ou até mesmo a um conteúdo que deveria ter sido aprendido em séries anteriores” (RODRIGUES, 2017, p.125).

Com intuito de identificarmos as estratégias metodológicas utilizadas pelos professores para consolidar os conteúdos relacionados ao cone, questionamos os educadores quanto a isso. Os dados coletados estão no quadro 6, a seguir:

Quadro 6: Metodologia para consolidar os conteúdos cone

ATIVIDADE USADA	PORCENTAGEM
Listas de exercícios para serem resolvidos	72%
Jogos envolvendo o assunto	0%
Exercícios do livro didático	80%
Questões pesquisadas pelo aluno sobre o assunto	8%
Software na resolução de questões	4%
Outros meios	8%

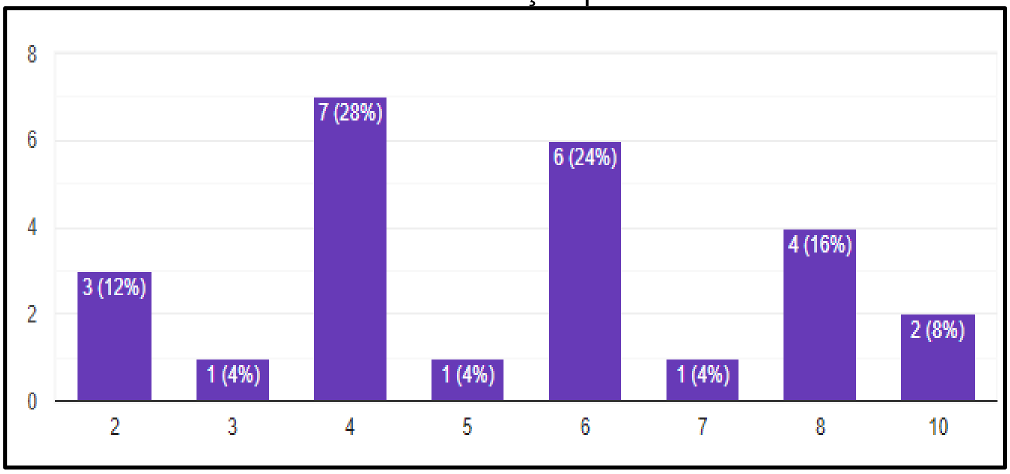
Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Ao relacionarmos os dados dos alunos e professores, percebe-se que a maioria deles reconhecem as listas de exercícios e o livro didático como estratégias para consolidar os conteúdos relacionados ao cone. Nesse contexto tem-se:

> Embora o mais comum seja o uso de livros didáticos, apostilas, listas de exercícios ou situações-problema, os professores também podem optar pelo uso de calculadoras, computadores, vídeos, materiais concretos, áreas externas à sala de aula, jornais e revistas, entre outros. A adequação de uso desses recursos varia de acordo com o objetivo a ser alcançado e da disponibilidade e facilidade de uso do professor e dos alunos. Há também de se considerar se a atividade será desenvolvida individualmente, em dupla ou em grupos maiores (RODRIGUES, 2017, p.126).

Outra questão bastante importante que foi abordada por esta pesquisa é a quantidade de aulas que os professores utilizam para as atividades de ensino do cone.

Gráfico 11: Descrição professor 5



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

A análise dos dados evidencia que a utilização de 4, 6 e 8 aulas para o ensino do cone tiveram as maiores indicações dos professores. Acreditamos que o número de aulas para o ensino não apenas do cone, mas de qualquer outro conteúdo deve ser estabelecido de acordo com as condições de aprendizagem dos alunos e considerando as possibilidades de explorar as diversas propostas metodológicas que podem ser utilizadas no ensino dos conteúdos. Moraes (2018, p.25) defende que o “tempo que se disponibiliza para o ensino dos conteúdos de Geometria deve ser considerável e suficiente para que os conteúdos geométricos sejam bem trabalhados”.

Com intenção de aprofundarmos a exploração do espaço ocupado pela tecnologia no ambiente escolar investigado, foi perguntado aos alunos se foi usado softwares no ensino de matemática, especificamente no ensino do cone.

No que se refere ao uso de softwares no ensino de matemática, especificamente no ensino do cone, os dados são expressivos, visto que 88% dos professores afirmaram que não utilizam softwares no ensino de matemática especificamente no ensino de cone e 12% dizem que sim. A análise dos dados nos direciona a consideração de que no espaço escolar estudado a presença de softwares é pouco expressiva e ao reconhecimento da ausência das tecnologias é um aspecto que não contribui para o fortalecimento do ensino da geometria. Isso porque através dos "recursos de animação de alguns *softwares* geométricos, o aluno pode construir, mover e observar de vários ângulos as figuras geométricas, além de modificar algumas de suas características" (ALVES, 2007, p. 03).

O quadro 7 traz na concepção do professor, as informações levantadas quanto o grau de dificuldades encontrado pelos alunos na aprendizagem dos conteúdos relacionados ao cone. A análise dos resultados obtidos será realizada levando em consideração informações da avaliação e do teste realizado pelos alunos. As abreviações no quando abaixo indicam: MF: muito fácil; F: fácil; R: regular; D: difícil; MD: muito difícil.

Quadro 7: Grau de dificuldades de aprendizagem

Nº	**CONTEÚDO**	**VOCÊ LEMBRA DE TER ENSINADO?**		**QUAL GRAU DE DIFICULDADE DO ALUNO EM APRENDER?**				
		SIM	**NÃO***	**MF**	**F**	**R**	**D**	**MD**
01	Cone circular reto.	24	1	0	10	13	1	0
02	Cone circular reto equilátero.	22	3	0	10	11	1	0
03	Cone circular oblíquo.	13	12	0	5	7	1	0
04	Elementos de cone circular reto (base, vértice, eixo, raio da base, altura e geratriz).	23	2	1	11	9	2	0
05	Planificação de cone circular reto	22	3	0	6	12	4	0
06	Secção transversal de cone circular reto.	16	9	0	1	9	6	0
07	Secção meridiana de cone circular reto.	15	10	0	1	9	5	0
08	Área lateral de cone circular reto.	25	0	0	4	8	13	0
09	Área total de cone circular reto.	25	0	0	2	7	15	1
10	Medida do ângulo central do setor equivalente à superfície lateral de cone circular reto.	12	13	1	1	1	8	1
11	Volume de cone circular reto.	25	0	0	6	13	6	0

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

(*) Caso tenha marcado NÃO quando questionado se estudou determinado conteúdo, não marque o grau de dificuldades.

Pelos dados do quadro 7, verificamos que quanto a classificação do cone discriminada nos itens 1. 2, e 3, a maioria dos professores afirmou lembrar de ter ensinado esse conteúdo e o avaliou como um conteúdo com grau de dificuldade regular. O grau de dificuldade julgado pela maioria dos professores foi convergente com o julgamento dos educandos, visto que a maioria dos alunos indicou que esses conteúdos têm grau de dificuldade regular, além disso, a maioria dos discentes apresentou um expressivo número de acertos nas questões do teste que abordaram a identificação de cone circular reto.

A maioria dos professores indicou que lembra de ter ensinado o conteúdo elementos de um cone circular reto (base, vértice, eixo, raio da base, altura e geratriz) e avaliou que esse conteúdo tem grau de dificuldade fácil, diferente da maioria dos alunos que classificou esse conteúdo como difícil. Percebemos nessa questão que há um distanciamento de percepções entre professores e alunos.

A planificação de cone circular reto foi um conteúdo lembrado de ter sido ensinado por grande parte dos professores e foi tido como um conteúdo de nível de dificuldade regular. Essa avaliação foi também apresentada pela maioria dos alunos, além disso, o resultado de 87% de acertos na identificação da planificação do cone circular reto no teste indicou que esse conteúdo não foi difícil para o aluno.

O conteúdo sobre secções discriminado nos itens 6 e 7 do quadro anterior é um assunto que a maioria dos educadores disse lembrar de ter ensinado e foi classificado com grau de dificuldade regular. Grande parte dos alunos também considerou esse conteúdo com grau de dificuldade regular.

Todos os professores disseram lembrar de ter ensinado os assuntos sobre área de cone circular reto discriminadas nos itens 8 e 9. Vemos que esses conteúdos foram considerados difíceis pelos professores e regular pelos alunos. Apesar dos alunos terem considerado o conteúdo com regular os resultados do teste mostram que a maioria dos alunos teve dificuldades de responder assertivamente as questões que abordaram o assunto de área de cone circular reto. Com isso os resultados do teste reafirmam a avaliação que o docente fez desse conteúdo.

A medida do ângulo central do setor equivalente à superfície lateral de cone circular reto é um conteúdo que a maioria dos professores disse não lembrar de ter ensinado. Os que disseram lembrar o classificaram como um conteúdo difícil. Já o número de alunos que disse lembrar de ter estudado o conteúdo divide-se igualmente na classificação regular e muito difícil. O resultado do teste para a questão que abordou medida de ângulo para área lateral confirma com o grau de dificuldade indicado por parte dos professores e parte dos alunos.

Quanto aos assuntos de volume de cone circular reto, vemos que a maioria dos profissionais disse lembrar de ter ensinado esse conteúdo e considerou um assunto de nível de dificuldade regular, também grande parte dos alunos avaliou o conteúdo com nível regular de dificuldade. Porém, os resultados das questões do teste que abordaram o volume de um cone circular reto mostraram um expressivo número de erro que divergiu da avalição feita tanto pela maioria dos professores quanto pela maioria dos alunos.

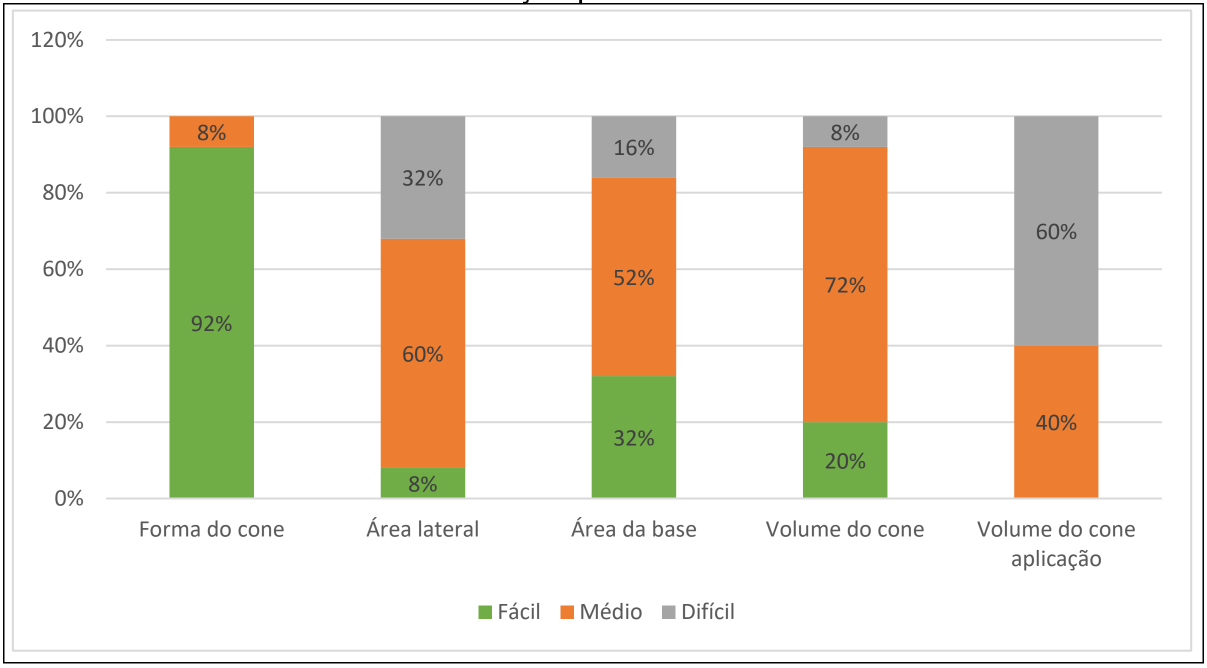
2.3.2 Descrições dos resultados e análises do teste

Com interesse de avaliar o nível de dificuldades que os alunos possam ter na aprendizagem dos conteúdos relacionado ao cone, foi solicitado aos professores que avaliassem as questões do teste realizado pelos educandos, o teste aplicado para análise dos professores pode ser visto na integra no apêndice B. Mais uma vez ressaltamos que do número de questões que constituiu o questionário, apenas 07 foram julgadas proveitosas para análise.

Na primeira questão foi solicitado aos professores que avaliassem o nível de dificuldade da questão que abordou a indicação da forma de representação de um cone circular reto dentre um conjunto de figura geométricas espaciais na sequência a seguir:

No gráfico 12 foram expostos os resultados da avalição do professor sobre o grau de dificuldades dos conteúdos relacionados ao cone referentes a identificação da forma do cone, área lateral, área da base, volume o cone e volume do cone em aplicação.

Gráfico 12: Descrição professor analise dos testes



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Os resultados obtidos referentes a avaliação do professor ao nível de dificuldade do conteúdo sobre identificação da forma do cone estão apresentados no gráfico 12 e os dados levantados indicam que a maioria dos educadores consideraram a questão como fácil, relacionando os dados obtidos dos docentes com os dados apresentados pelos discentes vemos que a maioria dos professores confirma o resultado do teste da maioria dos alunos, colocando como fácil. A análise dos resultados apresentados deve levar em conta a fácil identificação de figuras geométricas pelos alunos, para Rezi (2001) esse tipo de questão exige do aluno um nível bem menor sobre conceito, acentuando-se no reconhecimento de figura em sua totalidade, isso em razão da capacidade de percepção de figuras geométricas.

Os resultados da avaliação do professor sobre o nível de dificuldade do conteúdo área lateral do cone exposto no gráfico 12 mostram que a maioria dos professores considerou nível médio de dificuldade, confrontando os dados observamos que a grande maioria dos alunos errou a questão. Notamos que a resolução da questão exigiu conhecimentos de conceitos e propriedades sobre a área lateral do cone circular reto e, possivelmente a falta desses conhecimentos e/ou o fato dos alunos não possuírem esses conhecimentos de forma consolidada pode ter sido uma das causas do número de erros apresentados pelos mesmos. Dessa forma, uma realidade que pode ser levada em consideração na análise dos dados aqui apresentados é o registro de Grillo (2014, p.17) ao ressaltar que o “estudo de Geometria deveria ocorrer de forma gradativa durante todo o Ensino Fundamental e é no Ensino Médio que ela é aprofundada. Mas podemos observar que, em muitos casos, os alunos chegam ao Ensino Médio sem ter visto nenhuma Geometria”.

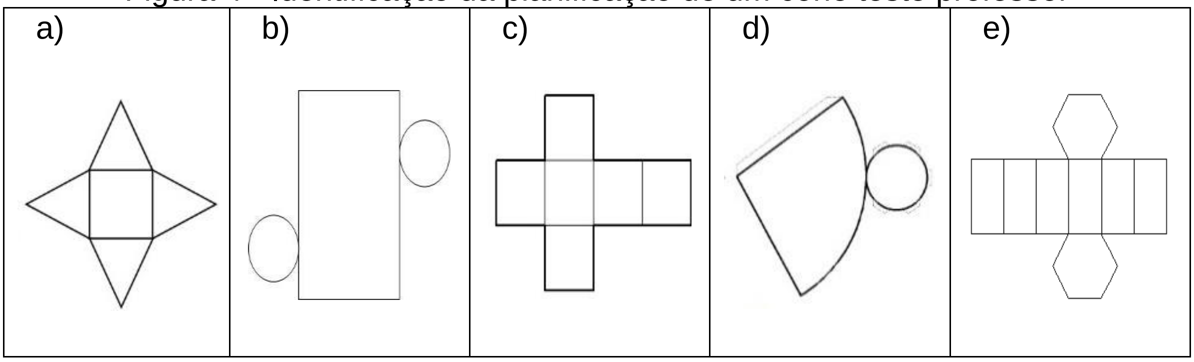
Também foi proposto que o educador avaliasse o nível de dificuldade do conteúdo sobre a área da base do cone circular reto e os resultados obtidos presentes no gráfico 12 expõem que a maioria dos professores avaliou a questão com nível de dificuldade médio, no entanto o número de alunos que acertou a questão é baixo. Esse contraste de percepções pode acontecer porque o professor ao fazer sua avaliação julga apenas as abstrações, relações e formulações que o aluno deve fazer para resolver a questão, ignorando as inúmeras implicações que podem estar relacionados as dificuldades apresentadas pelo aluno. Uma implicação que deve ser levada em conta na análise da realidade explicitada nos dados é o fato dos alunos não terem, durante toda a educação básica, a “oportunidade de construir os conceitos abstratos, assim como também não aprenderam a construir seu próprio conhecimento da Geometria” (GRILLO, 2014, p.17).

Os dados levantados sobre a avaliação que os professores realizaram sobre o volume do cone circular reto registrados no gráfico 12 apontam que grande parte dos professores considerou o conteúdo com nível de dificuldade médio, porém as informações apresentadas pelos alunos no teste indicaram que a maior parte dos educandos tiveram dificuldade de resolver a questão errando-a.

Os resultados levantados sobre a questão do teste que propôs ao professor avaliar o nível de dificuldade do conceito de volume do cone circular vistos no gráfico 12 mostram que a maioria dos profissionais consideram o conteudo com nível de dificuldade médio. A avaliação que o professor fez pode justificar o baixo número de acertos dos alunos nessa questão. A realidade construída pelos resultados pode estar relacionada a uma característica da questão, pois a resolução da mesma exigiu interpretação do conteúdo geométrico espacial e muitos alunos possuem dificuldades de compreensão e interpretação de situações-problemas que envolvem o conhecimento geométrico (SANTOS, 2012).

O teste também apresentou uma sequência de planificações de sólidos geométricos exposta a seguir. A questão exigiu que o professor avaliasse o nível de dificuldade da questão de planificação do cone:

Figura 4 - Identificação da planificação de um cone teste professor



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

A planificação de cone foi considerada um conteúdo de fácil aprendizagem por 88% dos professores e como médio para 12%. Notamos que esses resultados são bem próximos dos resultados que foram atingidos pelos alunos no teste. Vale ressaltar que essa questão, assim como a anterior, explorou o reconhecimento de figuras geométricas que para Rize (2001) é um assunto que requer um nível bem menor de conceito.

A questão solicitada aos professores que indicasse o grau de dificuldade da medida do ângulo do setor circular de um cone circular reto apresentou o seguinte enunciado: A medida do ângulo do setor circular de um cone circular reto de geratriz, 8 mm e o diâmetro da base, 6 mm, vale: a) 24° b) 135° c) 240° d) 270° e) n.d.a.

Os dados obtidos mostraram que 32% dos professores ajuizaram como médio o grau de dificuldade do conteúdo e 60% como difícil. Nenhum dos professores consideraram a questão como fácil. Os resultados mostrados pelos alunos revelaram que a maior parte dos educandos errou a questão. Ao confrontarmos os dados da avaliação do professor com os dados das resoluções dos alunos vemos que o grau de dificuldade apontado pelos professores pode ter sido reconhecido pelos alunos.

Pois, a avaliação dada pelo professor permite a compreensão de que o aluno possivelmente tenha errado a questão não apenas pela ausência de conhecimento sólido ou mesmo por falta de saber geométrico, mas porque a questão apresentou um nível de dificuldade elevado. Para Moraes (2018) os alunos consideram a compreensão dos conteúdos da geometria difícil. A autora também afirma que há muitos fatores que dificultam o aprendizado desses conteúdos e que colaboram para o afastamento do aluno da geometria.

Ao analisarmos a avaliação realizada pelos professores do nível de dificuldade dos conteúdos relacionados ao cone, vemos que os conteúdos que exploram a visualização foram julgados como fáceis e foram as que os alunos mais acertaram. A análise revelou ainda que quando as questões exigiam realizações de maiores abstrações, compreensões, interpretações e conhecimentos específicos como área, volume e ângulo tiveram uma avaliação de médio para difícil. Essas questões foram as que os alunos mais erraram.

3. ESTUDO DO CONE

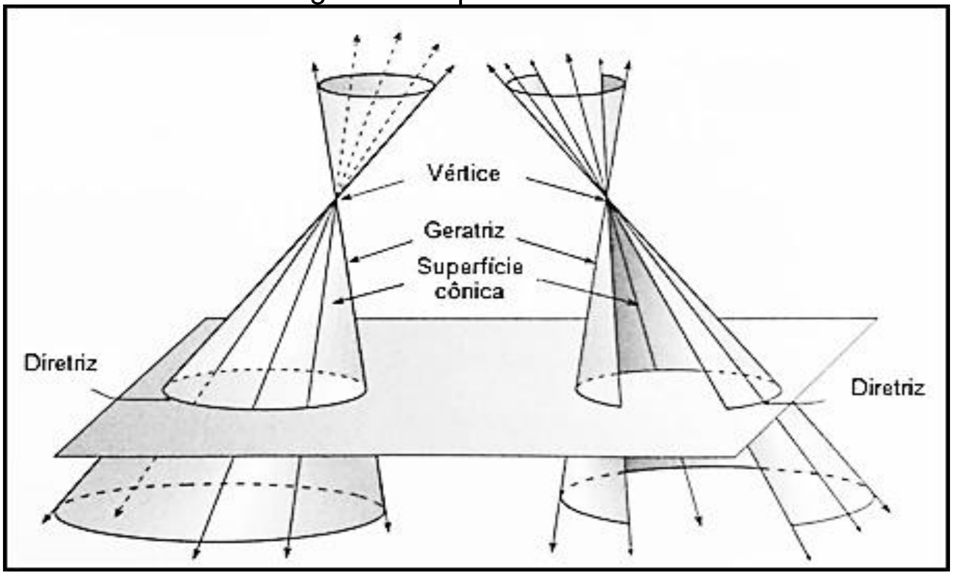
O objetivo desse trabalho é avaliar as contribuições de uma sequência didática estruturada segundo as UARC’s para o ensino do cone a alunos da 2ª série do ensino médio. Em razão de o objeto de estudo ser o ensino do cone foi necessário a produção de um capítulo para esse objeto matemático.

Portanto, neste capítulo apresentamos o conteúdo do cone, expondo conceitos, elementos que constituem esse objeto geométrico espacial, classificação que distingue os tipos de cone, entre outros conteúdos que o compõem. Para as definições e dedução de fórmulas, usamos algumas obras como suporte, sendo elas: Antar Neto *et al*. (1882), Dolce e Pompeo (2005), Elon Lages Lima *et al.* (2006) e o Instituto de Ciencias y Humanidades (2010).

3.1 SUPERFÍCIE CÔNICA

A superfície cônica é a superfície gerada por uma reta denominada de geratriz que passa por um ponto fixo chamado de vértice e percorre todos os pontos de uma linha denominada de diretriz, cuja diretriz é uma curva coplanar e não secante a si mesma, com o vértice e a diretriz não pertencentes ao mesmo plano.

Figura 5: Superfície Cônica



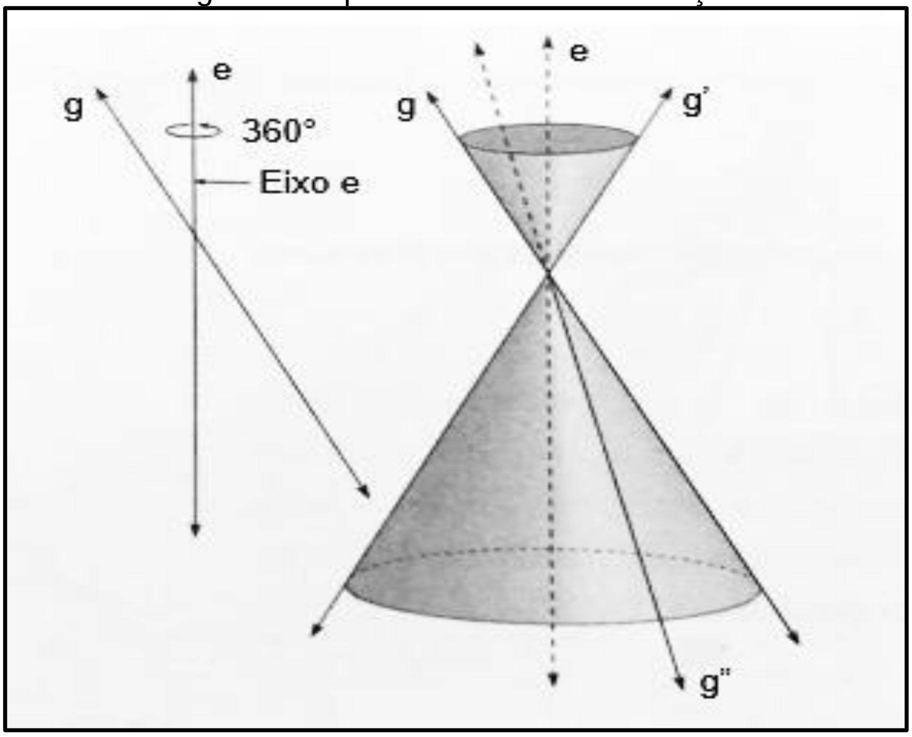
Fonte: Adaptado de Instituto de Ciencias y Humanidades (2010).

Dependendo da diretriz, as superfícies cônicas podem apresentar duas formas, superfície cônica fechada caso a diretriz seja uma linha fechada ou uma superfície cônica aberta caso a diretriz sejauma linha aberta.

3.1.1 Superfície cônica de revolução

Na superfície cônica de revolução a diretriz é uma circunferência com o vértice e a diretriz não coplanares. Sendo que a superfície cônica de revolução é a superfície gerada pela rotação em 360°da geratriz em relação ao eixo e. Conforme indicado na figura a seguir:

Figura 6: Superfície cônica de revolução

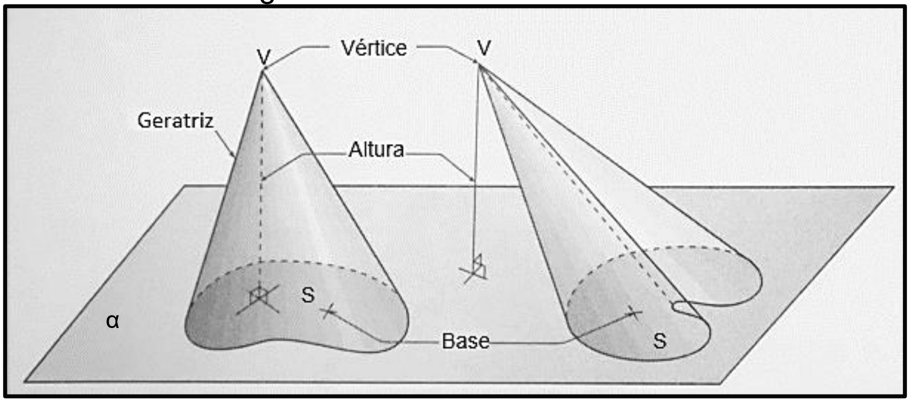


Fonte: Adaptado de Instituto de Ciencias y Humanidades (2010).

3.2 CONE

Consideremos S uma região plana fechada sem quinas contida no plano α e um ponto V fora não pertencente a α. Chamamos de Cone, o sólido geométrico formado pela união de todos os segmentos com uma extremidade pertencente à região plana S fechada sem quinas e a outra extremidade no ponto V fora dessa região.

Figura 7: Elemento de um cone



Fonte: Adaptado pelo autor de Instituto de Ciencias y Humanidades (2010).

3.2.1 Elementos de um cone

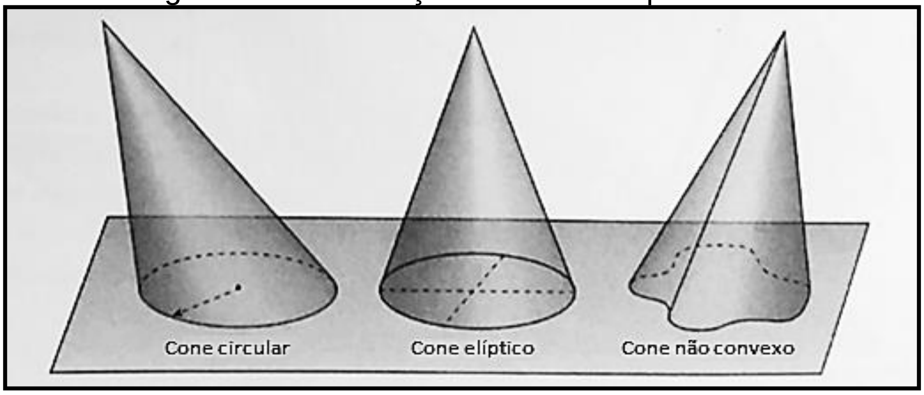
Usando a figura 11 podemos descrever os elementos de um cone, vejamos:

- Altura (h): É o comprimento do segmento que possui como extremidades o vértice e o plano α, formando uma projeção ortogonal com α;
- Base (b): É a região plana fechada sem quinas indicada por S contida no plano α;
- Geratriz (g): É o segmento com uma extremidade em V e a outra no contorno da região S, que forma a base do cone.

3.2.2 Classificação de um cone pela base

O cone pode ser classificado de acordo com a região que forma sua base, podendo ser chamado, cone circular, cone elíptico e cone não convexo.

Figura 8: Classificação de um cone pela base



Fonte: Adaptado pelo autor de Instituto de Ciencias y Humanidades (2010).

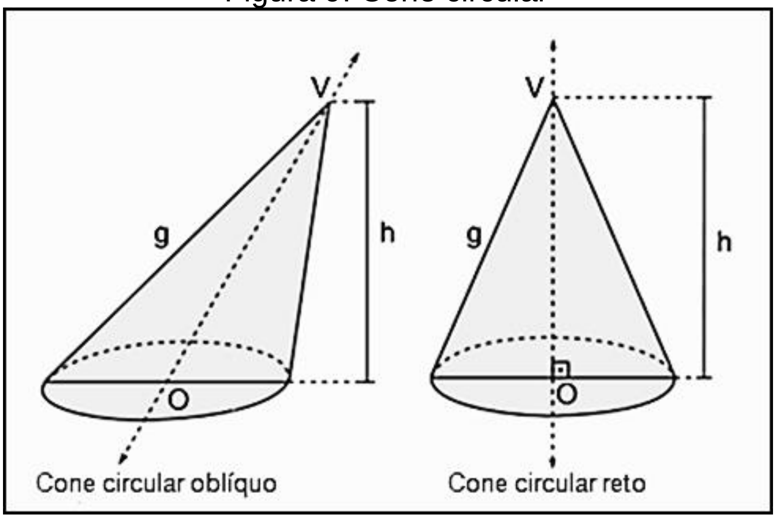
Tomando por base as orientações constantes nos documentos oficiais da educação brasileira, abordamos a partir deste momento apenas o cone circular, pois ele constitui nosso objeto de estudo, o cone circular reto.

3.3 CONE CIRCULAR

O cone circular pode classificado em cone circular reto e cone circular oblíquo, vejamos:

No cone circular oblíquo as geratrizes possuem medidas distintas e tem o eixo VO do cone oblíquo ao plano da base. Já o cone circular reto tem todas as geratrizes com mesma medida e o eixo VO do cone é perpendicular ao plano da base.

Figura 9: Cone circular

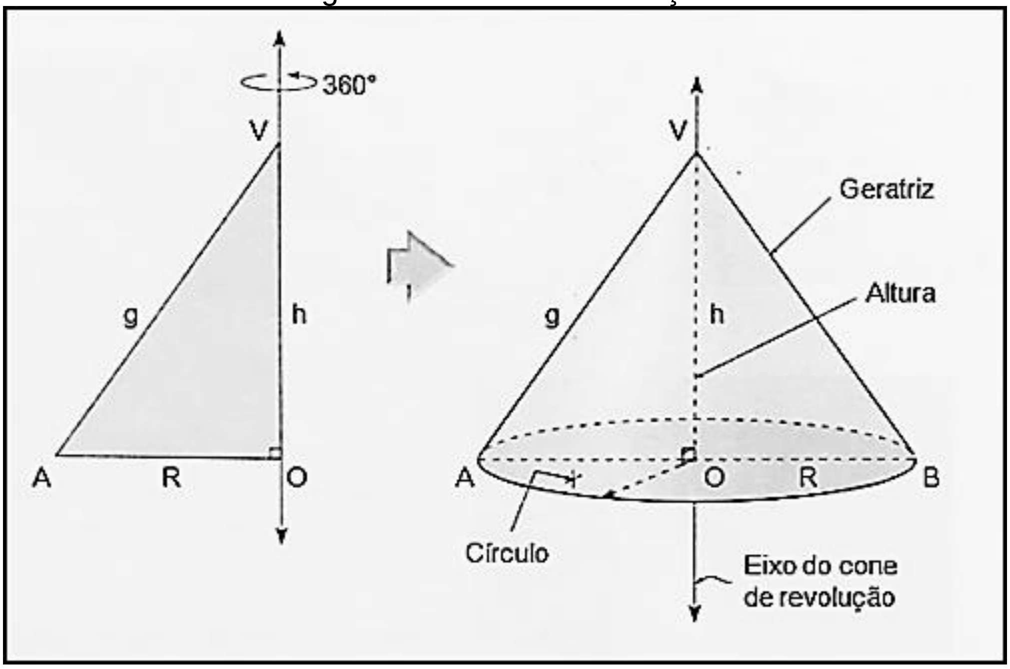


Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

3.3.1 Cone de revolução

Usando um triângulo retângulo podemos obter um cone circular reto chamado de cone de revolução. Em que, o cone é gerado pela rotação (giro de 360°) em torno do eixo que contém um dos catetos do triângulo, e sendo o eixo perpendicular à base gerada.

Figura 10: Cone de revolução



Fonte: Adaptado pelo autor de Instituto de Ciencias y Humanidades (2010).

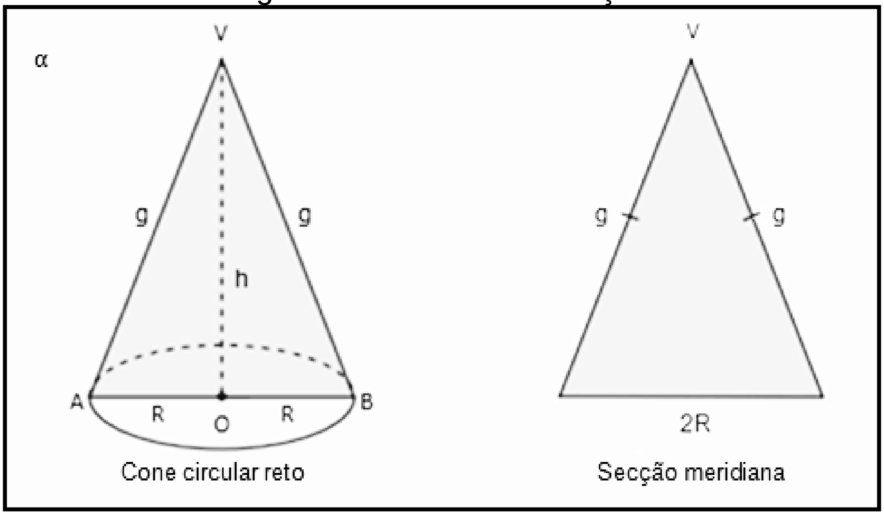
Os elementos do cone de revolução são estabelecidos a partir dos elementos do triângulo retângulo ΔAOV. O cateto (R) corresponde ao raio (R) da base do cone, o cateto (h) corresponde à altura (h) e é perpendicular à base no centro O, a hipotenusa (g) corresponde a geratriz (g), que também é chamada de apótema do cone. Observamos que como o triângulo ΔAOV é retângulo em O, aplicando o teorema de Pitágoras temos:

$$g^2 = h^2 + R^2$$

3.3.2 Secção meridiana

A secção meridiana de um cone circular reto é a região representada por um triângulo isóscele que é obtido pela interseção do cone com o plano α que contém a o eixo do cone VO.

Figura 11: Cone de revolução

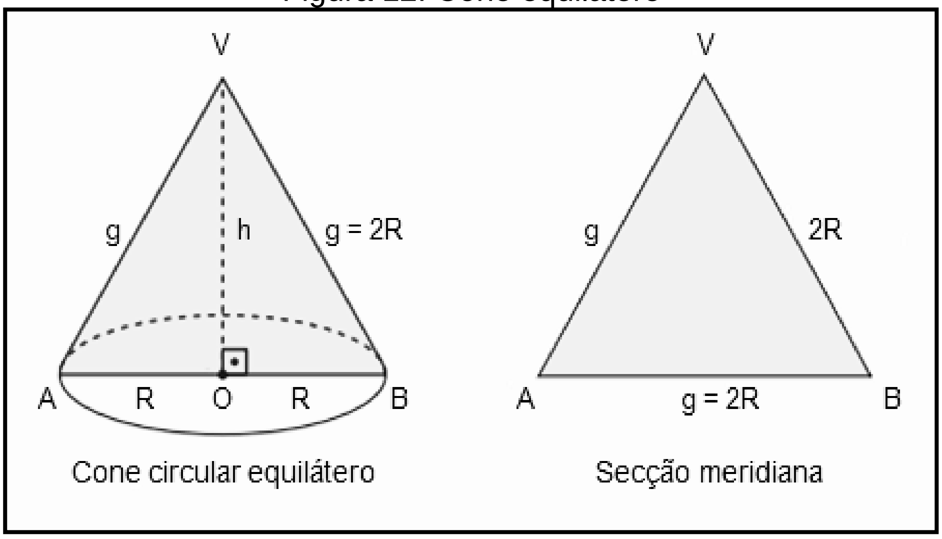


Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

3.3.3 Cone equilátero

Se o cone tiver a geratriz (g) igual ao diâmetro (2R), esse cone é denominado de equilátero:

Figura 12: Cone equilátero



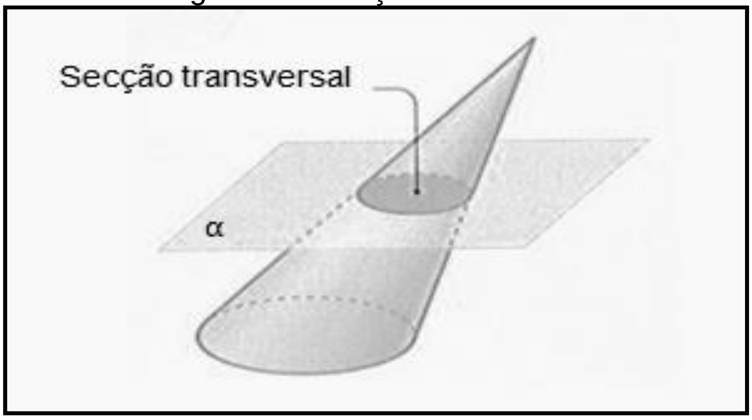
Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Como, $g = 2R$e altura $h = R\sqrt{3}$ que é obtida aplicando o teorema de Pitágoras, ou seja, $h^2 + R^2 = g^2 \therefore h^2 = g^2 - R^2$, como $g = 2R$, logo, $h^2 = (2R)^2 - R^2 \therefore h^2 = 4R^2 - R^2 \therefore h^2 = 3R^2 \therefore h = \sqrt{3R^2} \therefore h = R\sqrt{3}$.

3.3.4 Secção transversal

A secção transversal de um cone é obtida pela sua interseção com um plano α paralelo a sua base.

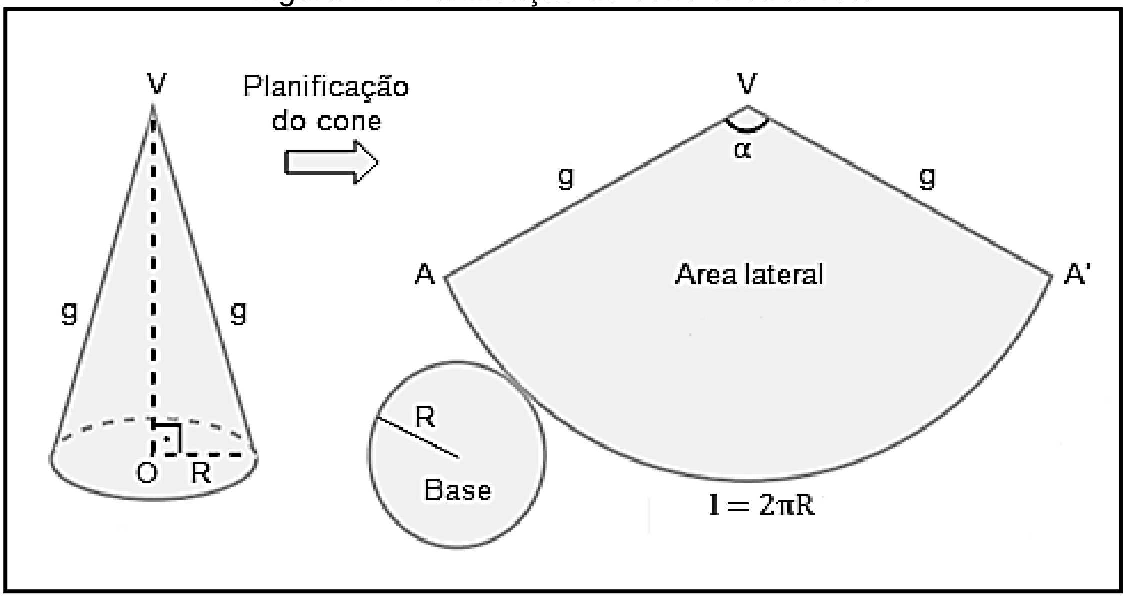
Figura 13: Secção transversal



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

3.4 ÂNGULO DO SETOR CIRCULAR E ÁREA LATERAL E TOTAL DE UMCONE CIRCULAR RETO OU DE REVOLUÇÃO

Figura 14: Planificação do cone circular reto



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

- Ângulo do setor circular de um cone circular reto: A medida do ângulo θ formado pela planificação da área lateral de um cone circular reto ou cone de revolução, passa a ser considerada como um setor circular de arco ($\widehat{AA'}$) de comprimento l. Como o comprimento l do setor circular formado corresponde ao comprimento da base do cone, logo:

$$l = 2\pi R$$

Considerando o setor circular acima, a medida do ângulo θ pode ser obtida da seguinte forma:

a) Para θ em graus: O comprimento do setor circular vale $l = 2\pi R$, e a medida do raio do setor circular corresponde a geratriz g do cone, aplicando uma regra de três simples podemos obter a relação para encontrarmos o valor de θ:

Comprimento do arco		Ângulo
$2\pi g$	-------	$360°$
$2\pi R$	-------	θ

$$2\pi g. \theta = 360°. 2\pi R$$

$$\theta = \frac{360°. 2\pi R}{2\pi g}$$

$$\theta = 360°. \frac{R}{g}$$

b) Para θ em radianos:

Comprimento do arco		Ângulo
$2\pi g$	-------	2π
$2\pi R$	-------	θ

$$2\pi g. \theta = 2\pi R 2\pi$$

$$\theta = \frac{2\pi R 2\pi}{2\pi g}$$

$$\theta = 2\pi. \frac{R}{g}$$

- Área lateral de um cone circular reto: Tem-se a área lateral de um cone circular reto quando se desenrola a área lateral do cone e a coloca em um plano obtendo-se um setor circular de raio g, e seu comprimento de arco igual a$2\pi R$. Logo a área lateral (Al) de um cone circular reto ou cone de revolução é a medida da área do setor circular formado, como ilustrado na figura 18,que pode ser obtida por uma regra de três simples em que comparamos a área do setor circular (área lateral) com a área do círculo de raio g com seus respectivos comprimentos de arco.

Comprimento do arco — Área do setor circular

$$2\pi g \quad \text{-------} \quad \pi g^2$$

$$2\pi R \quad \text{-------} \quad Al$$

$$2\pi g. Al = 2\pi R. \pi g^2$$

$$Al = \frac{2\pi R. \pi g^2}{2\pi g}$$

$$Al = \pi Rg$$

- Área total de um cone circular reto: Para identificarmos a medida da área total (At) de um cone circular reto, somamos a medida da área lateral com a medida da área da base. Observemos:

Área da lateral (Al): πRg — Área da base (Ab): πR^2

$$At = Al + Ab$$

$$At = \pi Rg + \pi R^2$$

$$At = \pi Rg + \pi R^2$$

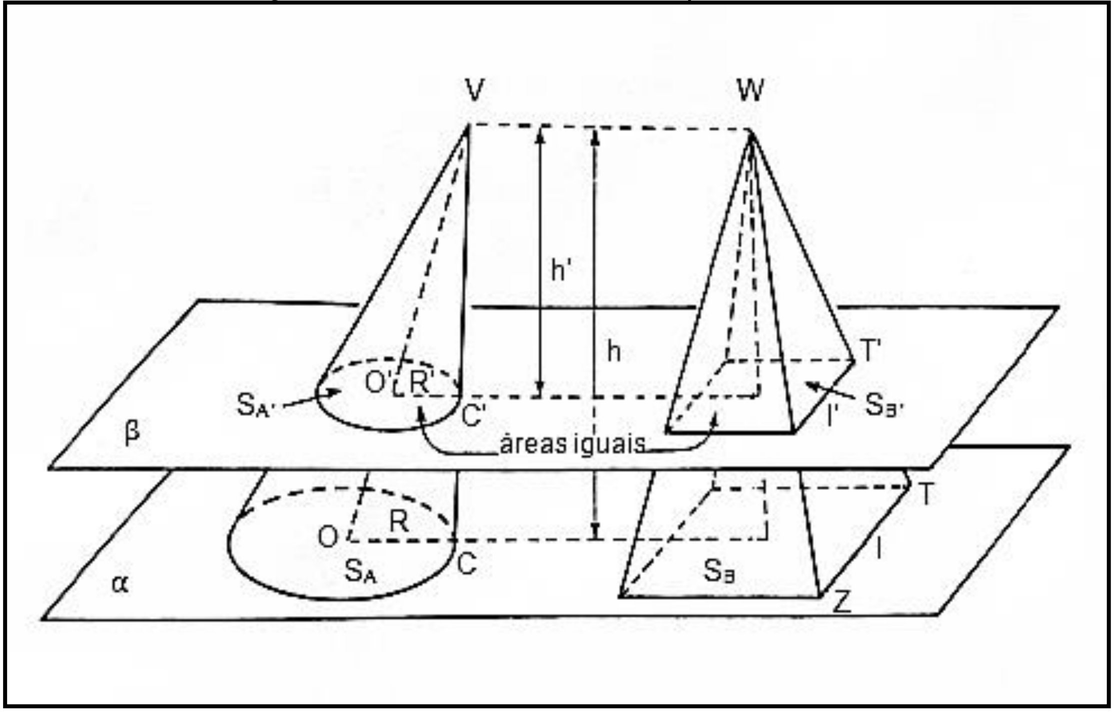
$$At = \pi R(g + R)$$

3.5 VOLUME DE UM CONE

O princípio de Cavalieri e a integral definida são duas maneiras de obtenção da fórmula para o cálculo do volume de um cone.

3.5.1 Pelo princípio de Cavalieri

Figura 15: Volume de um cone por Cavalieri.



Fonte: Adaptado pelo autor de Antar Neto *et al*. (1982).

O volume (V) de um cone circular reto corresponde à terça parte do produto da área de sua base (S) pela sua altura (h).

$V = \frac{1}{3}Sh$, como $S = \pi R^2$ escrevemos $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

A obtenção dessa fórmula pode ser feita usando o princípio de Cavalieri, para isso consideremos uma pirâmide de base quadrada e um cone, ambos com a mesma altura (h) e bases contidas no plano α com mesma área (S). Como a área da base do cone vale πR^2, logo o lado l da base da pirâmide deve ser igual a $R\sqrt{\pi}$. Agora consideremos um plano β paralelo a α (α//β) que intersecta a pirâmide e o cone a uma distância h' de seus vértices, o plano β intersecta o cone formando um círculo de raio R' e área $S_{A'}$, e intersecta a pirâmide formando um quadrado de lado l' e área $S_{B'}$, para concluirmos que o cone e a pirâmide possuem mesmo volume, devemos mostrar que as áreas das secções obtidas do cone e da pirâmide em β são iguais.

Dado que, se duas pirâmides são semelhantes, então:

- A razão k entre dois segmentos do sólido geométrico que se correspondem é uma constante chamada de razão de semelhança;
- As áreas de superfície que se correspondem estão na razão k^2.

Se $S_{A'} = S_{B'} = S$, temos:

$$\frac{S'_B}{S} = \left(\frac{h'}{h}\right)^2 \therefore\ S'_B = S.\left(\frac{h'}{h}\right)^2.\text{Usando os } \Delta VO'C' \sim \Delta VOC \text{ do cone, temos:}$$

$$\frac{R'}{R} = \frac{h'}{h}.\text{Como } \frac{S'_1}{S} = \left(\frac{R'}{R}\right)^2 = \left(\frac{h'}{h}\right)^2.\text{Logo,}$$

$$\frac{S'_A}{S} = \left(\frac{h'}{h}\right)^2 = \left(\frac{R'}{R}\right)^2 \Rightarrow \frac{S'_A}{S} = \left(\frac{h'}{h}\right)^2 \therefore S'_A = S.\left(\frac{h'}{h}\right)^2$$

Se $S'_A = S'_B$. Logo, podemos concluir pelo princípio de Cavalieri que o cone e a pirâmide de base quadrada têm mesmo volume. Sendo assim:

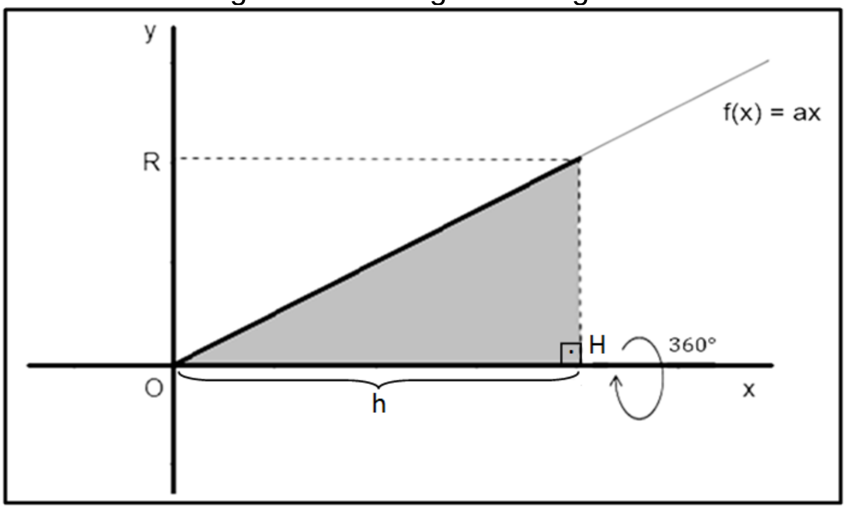
$$V_{cone} = V_{pirâmide}$$

$$V_{cone} = \frac{1}{3}Sh \quad \text{ou} \quad V_{cone} = \frac{\pi R^2 h}{3}$$

3.5.2 Por meio da integral definida

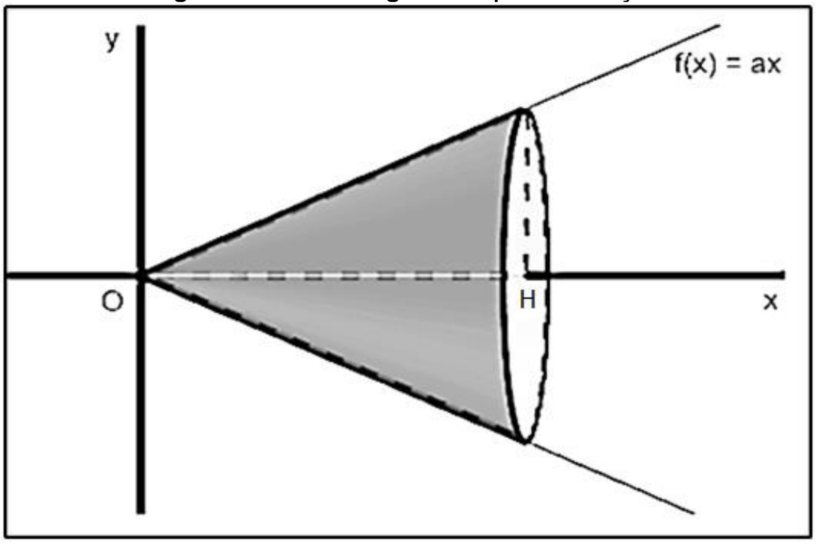
Apresentaremos agora outra maneira de deduzirmos a fórmula para o cálculo do volume de um cone circular reto: Usando um segmento de reta definida por $f(x) = ax$ e a integral definida, podemos fazer a explicitação da fórmula $V_{cone} = \frac{\pi R^2 h}{3}$. Para isso consideremos a área hachurada sob $f(x) = ax$.

Figura 16: Triângulo retângulo



Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Figura 17: Cone gerado pela rotação

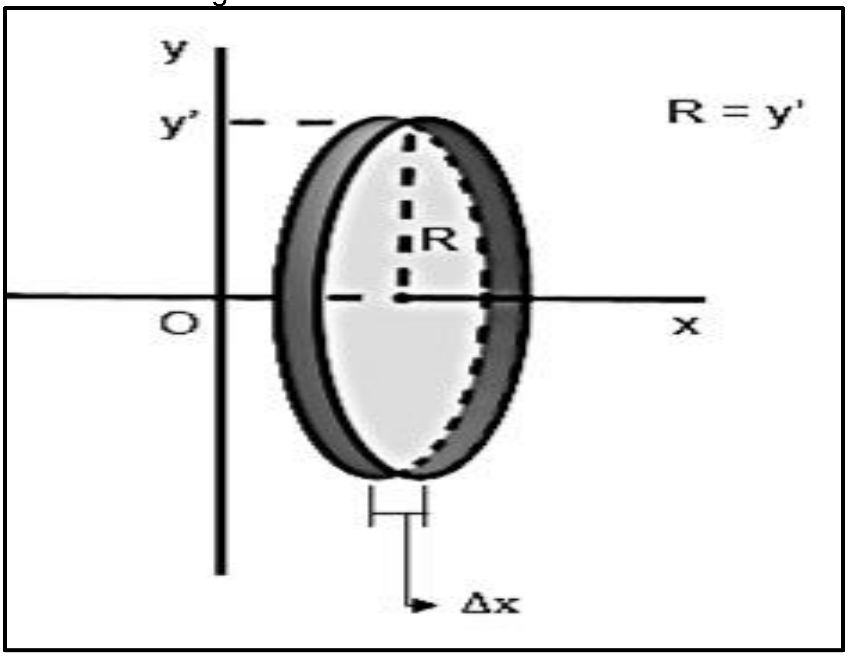


Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Notemos que o triângulo retângulo em H, indicado na figura 20, quando girado em relação ao eixo x forma um cone de revolução como indicado na figura 21.

Considerando o cone gerado como um sólido maciço, para calcularmos sua capacidade volumétrica devemos fatiá-lo em cortes paralelos ao eixo y, obtendo fatias cilíndricas com larguras infinitesimais (Δx) e raio y, vejamos a figura 22:

Figura 18: Fatia cilíndrica do cone



Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Sabendo que o volume de um cilindro é obtido pelo produto da sua área da base (S) pela sua altura (h), ou seja, S=$V_{\text{cilindro}} = \pi R^2 h$. Tomando a altura infinitesimal do cilindro igual a Δx, raio igual a y, o volume do cilindro pode ser representado por:

$V_{cilindro} = \pi y^2 \Delta x$, visto que, $R = y$ e $h = \Delta x$

Como o cone é o conjunto de cilindro fatiados com alturas infinitesimais dx, em que o raio y é variável para cada cilindro obtido, logo a soma de todos os cilindros obtidos pela fatoração do cone definirá o volume do cone que é dado pela integral definida:

$$V = \sum_{x=0}^{H} \pi y^2 \Delta x = \int_0^H \pi y^2 dx$$

$$V = \int_0^H \pi y^2 dx \quad , \qquad y = f(x)$$

$$V = \pi \int_0^H [f(x)]^2 dx \quad , \qquad \text{sedo } f(x) = ax$$

$$V = \pi \int_0^H [ax]^2 dx$$

$$V = \pi \int_0^H a^2 x^2 dx$$

$V = \pi a^2 \int_0^H x^2 dx$, efetuando a integração, temos:

$$V = \pi a^2 [\frac{x^3}{3}]_0^H$$

$$V = \pi a^2 [\frac{x^3}{3} - 0]$$

$$V = \frac{\pi}{3} a^2 H^3 \quad \text{(i)}$$

$$\text{Se } f(x) = ax \quad , \qquad \text{logo} \quad R = a.H$$

Consequentemente, $a = \frac{R}{H}$ (ii)

Rescrevendo a equação (i) usando (ii), temos:

$$V = \frac{\pi}{3} . \left(\frac{R}{H}\right)^2 . H^3$$

$$V = \frac{\pi}{3} . \frac{R^2}{H^2} . H^3$$

$$V = \frac{\pi R^2 H}{3}$$

4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA ENSINO DO CONE

Este capítulo apresenta uma sequência didática, constituída de atividades elaboradas e estruturadas a partir da proposta metodológica de Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual de Cabral (2017), que tem os seguintes princípios:

- Permitir aos educandos situações didáticas que valorize o ensino e aprendizagem do cone por meio de intervenções didáticas que exploram assimilações e reflexões do educado sobre o objeto matemático estudado, mostrando para o aluno que de forma pessoal o mundo existe dentro e a partir dele.
- Estimular no educando o auto reconhecimento de habilidade e competências inatas importantes à aprendizagem e principalmente a construção da autonomia no processo de aprendizagem colocando o aluno como protagonista do seu desenvolvimento pessoal e social e simultaneamente revelando ao mesmo que a aprendizagem é uma construção que interfere significativamente no desenvolvimento das habilidades e competências próprias do que nos faz humano.
- Apresentar ao aluno o conhecimento e saber matemático de forma significativa e representativa, valorizado as importantes relações e conexões que o conhecimento e saber matemático possuem nos múltiplos contextos que constituem o educando.
- Proporcionar um processo de ensino e aprendizagem dinâmico, interessante, significativo que favoreça o reconhecimento de potencialidades de assimilações e reflexões que permitem o educando compreender as propriedades, conhecimento e saberes próprio do objeto matemático estudado. Estimulando no mesmo posturas de acolhimento e enfretamento de desafios propostos por atividades que o provoque à aprendizagem.
- Promover interações dos alunos valorizando as relações interpessoais e construção de participação coletiva no desenvolvimento do processo de aprendizagem, partindo de um processo de ensino que valoriza os saberes já construídos nos/pelos educandos ao contextualizar os conhecimentos matemáticos com as representações dos contextos do educando.

Na elaboração e estruturação das atividades da sequência didática procuramos apoiá-las nas orientações das matrizes curriculares do ENEM, SAEB e SisPAE.

Quadro 8: Descritores do ENEM

H7	Identificar características de figuras planas ou espaciais.
H8	Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.
H9	Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.
H22	Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

Fonte: BRASIL (2009).

Quadro 9: Descritores do SAEB

D2	Reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais.
D3	Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.
D12	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
D13	Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

Fonte: BRASIL (2008).

Quadro 10: Descritores do SisPAE

MPA 25	Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.
MPA 28	Resolver problemas que envolvam as relações métricas fundamentais em triângulos retângulos.
MPA 29	Resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetro e/ou área de figuras planas.
MPA 31	Resolver problemas que envolvam relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos, como a pirâmide e o cone.

Fonte: Revista SisPAE (2016).

Antecedendo a aplicação da sequência didática foi realizado um teste diagnóstico de conhecimentos, que pode ser visto no apêndice C, cujo objetivo foi verificar se os alunos possuíam conhecimentos prévios necessários para o estudo do cone. Tido os resultados foi oferecido aos alunos uma oficina que abordou os conhecimentos iniciais para compreensão do conteúdo do objeto de estudo. Só então, aplicamos a sequência de atividades.

Na identificação de cada atividade são apresentados, título, objetivo, matrizes, que indicam as habilidades descritas pelo Enem, Saeb e SisPAE, material utilizado e os procedimentos que devem ser seguidos na execução da atividade. Vejamos as atividades que compõem a sequência didática aplicada.

4.1 ATIVIDADE 01

Título: Poesia Matemática.

Objetivo: Identificar o uso da linguagem matemática, especialmente elementos geométricos nas representações das relações e interações humanas.

Matriz: H7, H9.

Materiais: Poesia, roteiro, lápis, borracha.

Procedimentos: Em grupos, fazer leitura da poesia e responder o roteiro.

A partir da análise deste poema, responda os itens a seguir:

Quadro 11: Poesia Matemática

Às folhas tantas Do livro matemático Um Quociente apaixonou-se Um dia Doidamente Por uma Incógnita. Olhou-a com seu olhar inumerável E viu-a, do Ápice à Base. Uma figura ímpar: Olhos rombóides, boca trapezoide, Corpo ortogonal, seios esferoides. Fez da sua Uma vida Paralela à dela Até que se encontraram No infinito. "Quem és tu?" indagou ele Com ânsia radical. "Sou a soma do quadrado dos catetos. Mas pode chamar-me de Hipotenusa." E de falarem descobriram que eram -- O que, em aritmética, corresponde A almas irmãs -- Primos entre si. E assim se amaram Ao quadrado da velocidade da luz Numa sexta potenciação Traçando Ao sabor do momento E da paixão Rectas, curvas, círculos e linhas sinusoidais. Escandalizaram os ortodoxos das fórmulas euclidianas E os exegetas do Universo Finito. Romperam convenções newtonianas e pitagóricas.	E, enfim, resolveram se casar Constituir um lar. Mais que um lar,Uma Perpendicular. Convidaram para padrinhos O Poliedro e a Bissectriz. E fizeram planos, equações e diagramas para o futuro Sonhando com uma felicidade Integral E diferencial. E casaram-se e tiveram uma secante e três cones Muito engraçadinhos. E foram felizes Até aquele dia Em que tudo, afinal, Vira monotonia. Foi então que surgiu O Máximo Divisor Comum Frequentador de Círculos Concêntricos. Viciosos. Ofereceu-lhe, a ela, Uma Grandeza Absoluta, E reduziu-a a um Denominador Comum. Ele, Quociente, percebeu Que com ela não formava mais Um Todo Uma Unidade. Era o Triângulo. Tanto chamado amoroso. Desse problema ela era a fracção Mais ordinária. Mas foi então que Einstein descobriu a Relatividade E tudo que era espúrio passou a ser Moralidade Como, aliás, em qualquer Sociedade. Autor: Millôr Fernandes

Fonte: http://www.mat.uc.pt (2018).

[I_I – 01] O Poema "Poesia Matemática" retratar relações vividas por muitas pessoas, pois esse poema utiliza termos matemáticos para descrever uma relação. Qual tipo de relação é descrita no poema?

[I_R – 02] Grife os termos matemáticos que figuram nesse poema.

[I_R – 03] Sabendo-se que os documentos oficiais da educação brasileira dividem a Matemática do Ensino Médio em campos (grandezas e medidas, geometria, números e operações, estatística e probabilidade, álgebra e funções), quais campos foram abordados nesse poema?

[I_R – 04] Destaque no texto, dentre os termos grifados, os termos relacionados à geometria.

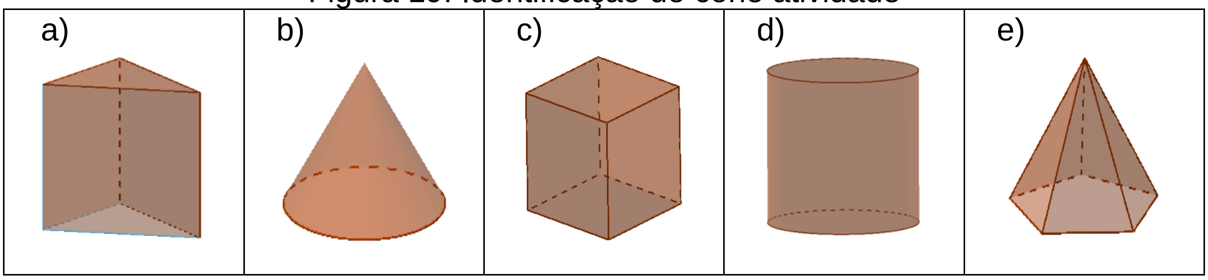
[I_E – 05] Separe os elementos geométricos destacados em dois grupos a saber, geometria plana e geometria espacial.

[I_E – 06] Dos elementos geométricos espaciais que você destacou qual possui os elementos descritos pelo verso 8 que diz: "E viu-a, do Ápice à Base"?

[I_F – 07] O elemento geométrico espacial ressaltado na Atividade 01 é denominado de **CONE**.

[I_{Ar} – 08] Marque abaixo o objeto que possui a forma de um cone circular.

Figura 19: Identificação do cone atividade



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

4.2 ATIVIDADE 02

Título: Conceituação do sólido geométrico cone circular e sua classificação.

Objetivo: Definir o sólido geométrico cone circular e classificá-lo em cone circular reto e cone circular oblíquo.

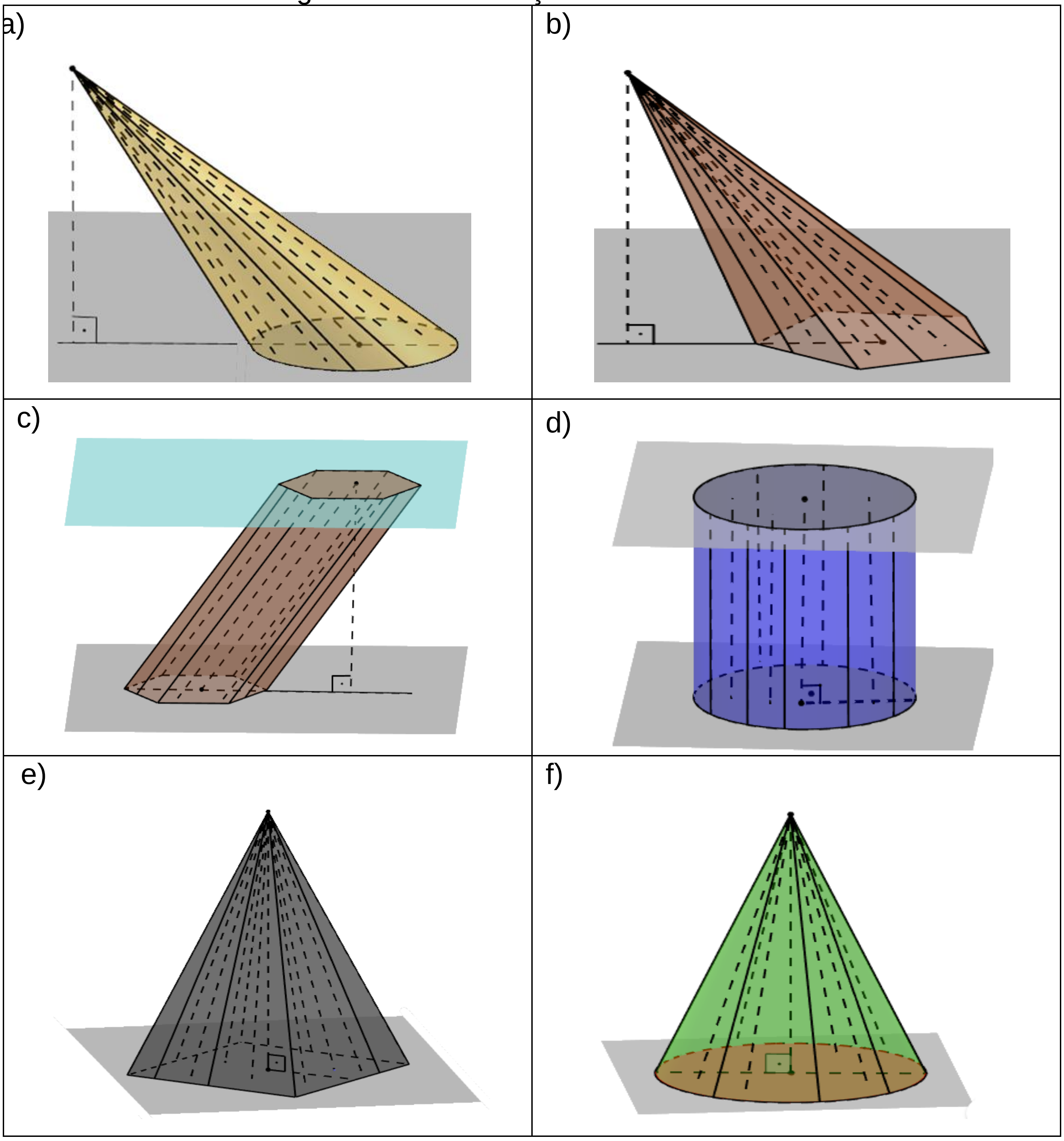
Matriz: H7, H22, D2 e MPA 28.

Materiais: Roteiro, lápis, borracha.

Procedimentos: Em grupos observe os sólidos no quadro e responda o roteiro.

A partir da observação das imagens a seguir responda aos questionamentos:

Figura 20: Identificação do cone circular



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

[I_I – 01] A partir de seus conhecimentos sobre geometria, identifiquem nas figuras apresentadas elementos que possam caracterizá-las.

[I_R – 02] Observando as figuras acima, quais delas possuem apenas um plano de apoio?

[I_R – 03] Dentre as figuras selecionadas no item anterior, quais delas desenham um círculo no plano de apoio?

[I_R – 04] Quais características comuns os sólidos geométricos que desenham no plano de apoio um círculo têm em comum?

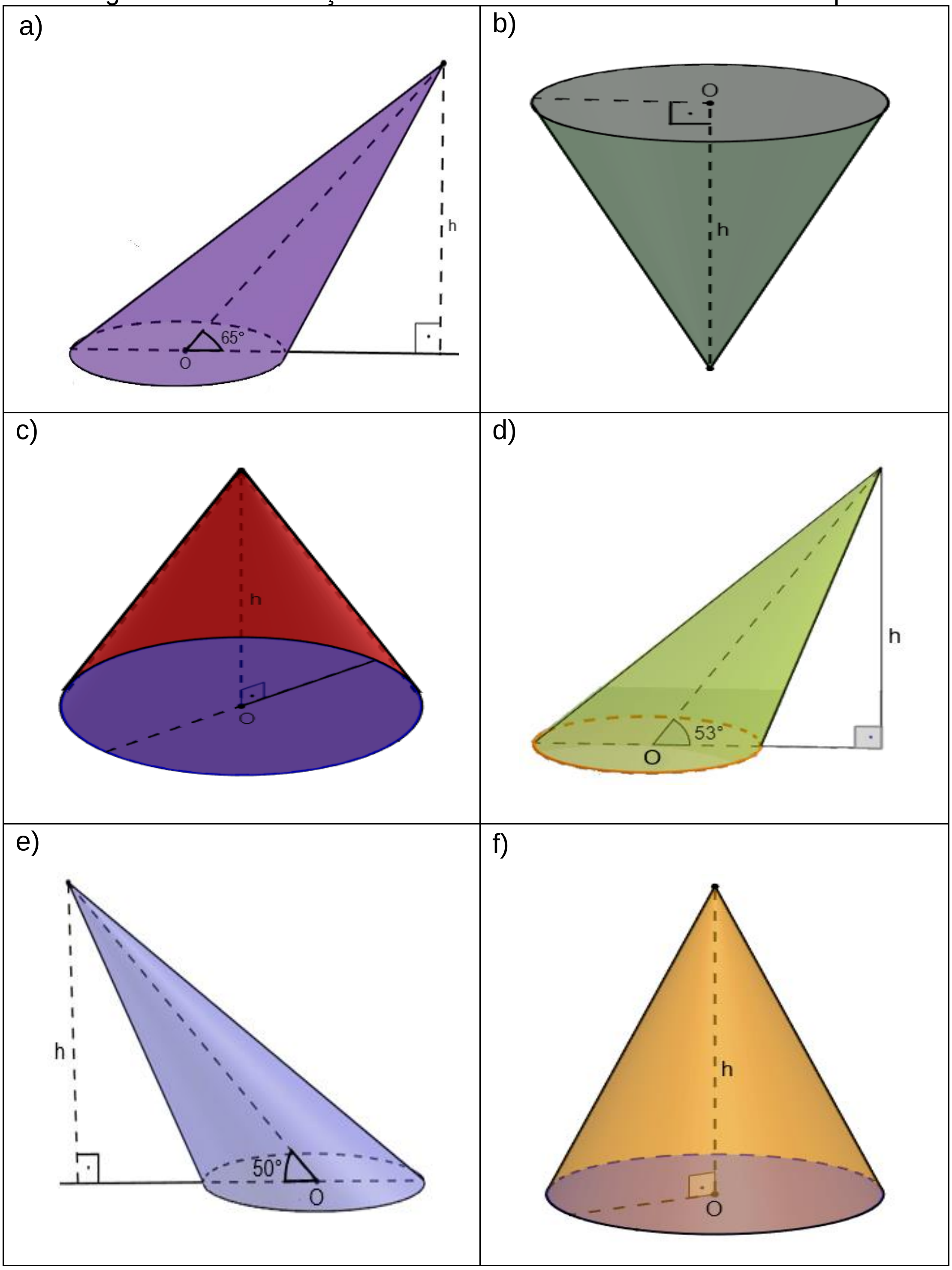
[I_E – 05] Quais diferenças entre os sólidos geométricos que desenham no plano de apoio um círculo?

[I_F – 06] O objeto geométrico espacial descrito é chamado de cone circular que é formado pelo conjunto de segmentos com uma extremidade na base, sendo a base um círculo e a outra extremidade pertencente ao ponto fora da base do sólido.

O cone circular é classificado como circular reto quando um dos seus segmentos forma com o centro da base um ângulo reto, caso não se tenha um segmento do cone formando um ângulo reto com o centro da base o cone é chamado de cone circular oblíquo.

[I_{AR} – 07] Dados os cones a seguir:

Figura 21: Identificação cone circular reto e cone circular oblíquo



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Identifique os tipos de cone circular (reto – oblíquo) e cite elementos que os caracterizam.

4.3 ATIVIDADE 03

Título: Elementos de um cone.

Objetivo: Identificar os elementos de um cone.

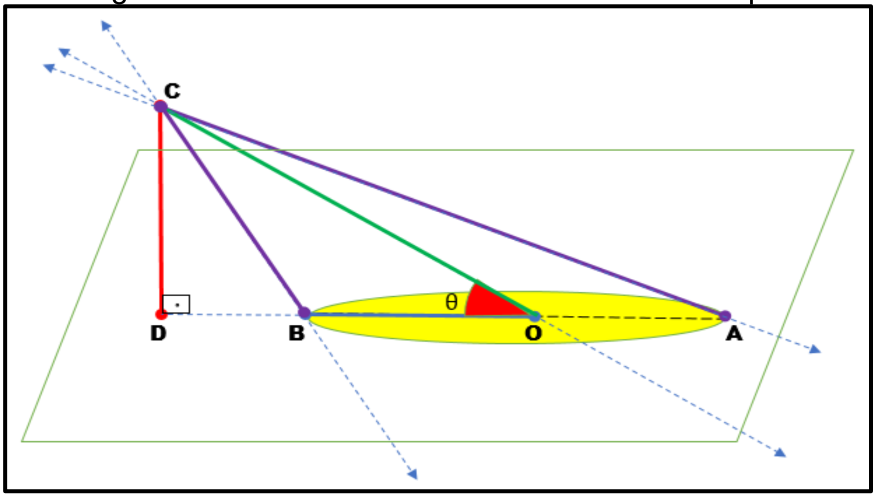
Matriz: H7, H22.

Materiais: Roteiro, lápis, borracha.

Procedimentos: Em grupos observe os sólidos no quadro e responda o roteiro.

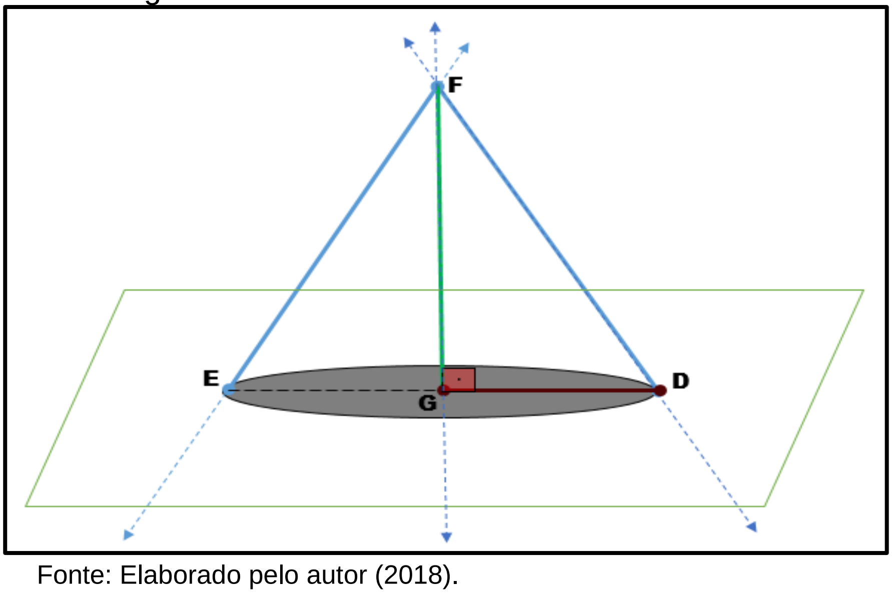
[I$_{I}$ – 01] A partir dos seus conhecimentos sobre cone circular, identifiquem nas figuras apresentadas elementos que possam caracterizá-las.

Figura 22: Elementos de um cone circular oblíquo



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Figura 23: Elementos de um cone circular reto



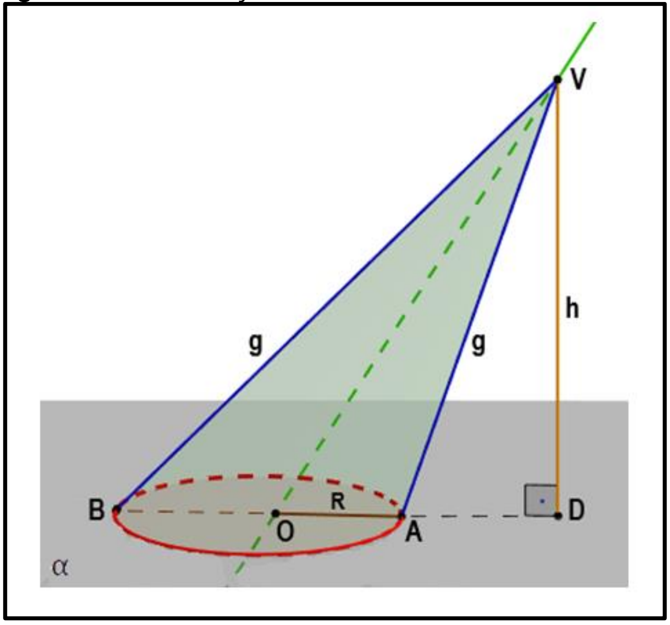
Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

[I$_E$ – 02] Identifique os pontos, segmentos e áreas que podem representar em cada um dos cones circulares os seguintes elementos:

a) Vértice:
b) Altura:
c) Raio da base:
d) Área da base:
e) Eixo de um cone (reta que passa pelo vértice e centro da base):
f) Geratriz (segmento lateral que passa pelo vértice até o contorno do círculo da base):
g) Secção meridiana (figura formada pela intersecção de um plano que passa pelo vértice e pelo diâmetro da base):

[I$_F$ – 03] Os elementos que constituem o cone são:

Figura 24: Descrição dos elementos de um cone



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Vértice (**V**): É o ponto fora da base que representa um dos extremos dos segmentos que constituem o cone;

Altura (**h**): É a distância do vértice **V** ao planoα, que é obtida pela projeção ortogonal de **V** em α;

Base: É o círculo de centro **O** e raio de medida **R**;

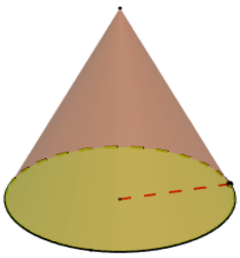
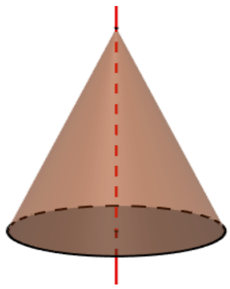
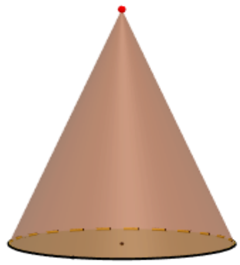
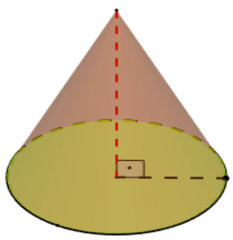
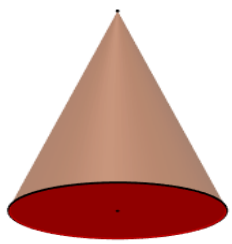
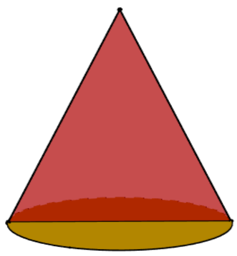
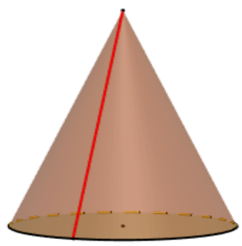
Eixo do cone (**VO**): É a reta que passa pelos pontos **V** e **O**;

Geratriz (**g**): É o segmento com uma extremidade em **V** e a outra no contorno do círculo que forma a base do cone;

Secção Meridiana: É a região representada por um triângulo que é obtido pela intersecção do cone com um plano que contenha o eixo do cone **VO**, exemplo (Δ**VAB**). Caso o cone seja circular reto, sua secção mediana formará um triângulo isósceles.

[I_{Ar} – 04] Usando a relação nominal dos elementos a direita no quadro a seguir, escreva o nome do elemento representado em vermelho indicado em cada cone:

Figura 25: Reconhecimento dos elementos de um cone

a)  ________________	b)  ________________	c)  ________________	1– Vértice 2– Altura 3– Raio da base 4– Área da base 5– Eixo do cone 6– Geratriz 7– Seção meridiana
d)  ________________	e)  ________________	f)  ________________	g)  ________________

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

4.4 ATIVIDADE 04

Título: Planificação de um cone.

Objetivo: Reconhecer a forma planificada de um cone.

Matriz: H7, H22, D3 e MPA25.

Materiais: Lápis, borracha, tesoura, cartolina, compasso, fita métrica, fita adesiva, cone, cilindro, cubo e roteiro.

Procedimentos: Em grupos use os materiais seguindo o roteiro.

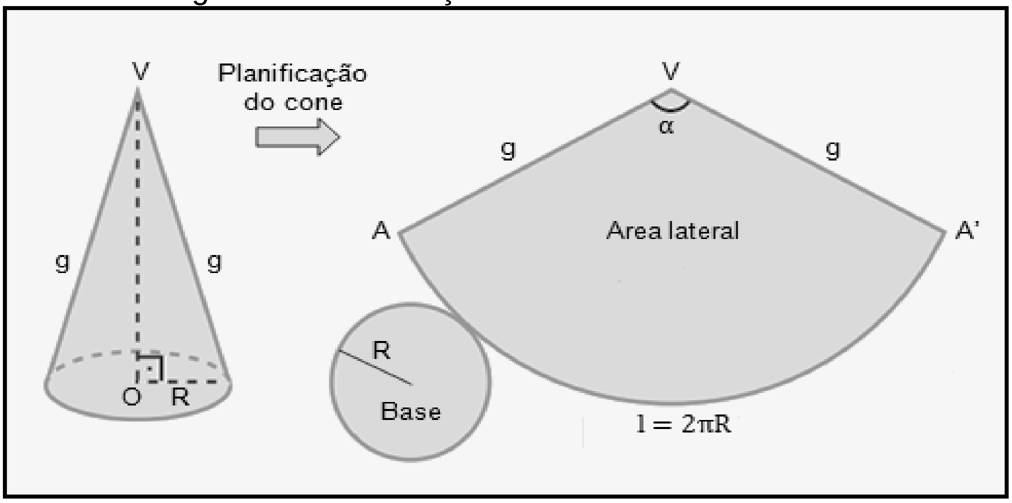
[I$_I$ – 01] Observando os sólidos (Cubo – Cilindro – Cone) faça a planificação de cada um seguindo a sequência.

[I$_R$ – 02] Identifique e nomeie que figuras planas são formadas com a planificação dos sólidos e indique os elementos dos sólidos nas figuras planificadas.

[I$_E$ – 03] Verifique se é possível recompor o sólido cone circular reto a partir da planificação apresentada utilizando os materiais concretos (cartolina – compasso – tesoura – fita métrica – fita adesiva).

[I$_F$ – 04] A planificação de um cone circular reto é formada pela superfície lateral que representa um setor circular e pela superfície da base que representa um círculo.

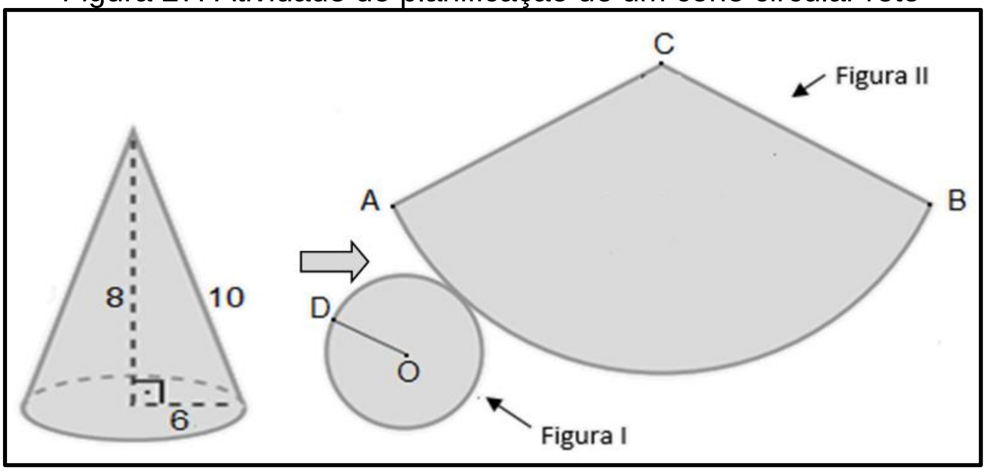
Figura 26: Planificação de um cone circular reto



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

[I$_{Ar}$ – 05] Observando o cone circular reto e sua planificação composta pelas figuras I e II, responda:

Figura 27: Atividade de planificação de um cone circular reto



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Qual o valor das medidas e nome das figuras a seguir:

a) Medidas do segmento $\overline{AC}$=______
b) Medidas do segmento $\overline{BC}$=______
c) Medidas do segmento $\overline{OD}$=______
d) Medidas do arco $\widehat{AB}$ =______
e) Nome da figura I: ____________________________________
f) Nome da figura II: ____________________________________

4.5 ATIVIDADE 05

Título: Área lateral e total de um cone circular reto.

Objetivos: Identificar a fórmula para o cálculo da área lateral e total de um cone circular reto.

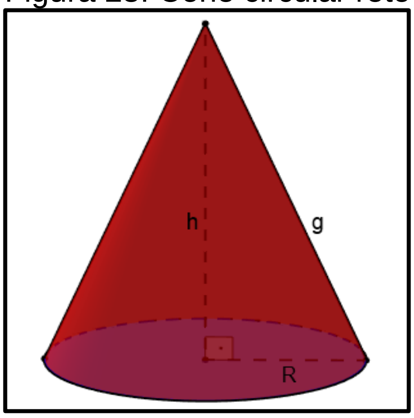
Matriz: H7, H22, D3, D12, D13, MPA25, MPA29 e MPA31.

Materiais: Lápis, borracha, compasso, régua e roteiro.

Procedimentos: Em grupos responda o roteiro.

[I_I – 01] Observe o cone circular reto a seguir:

Figura 28: Cone circular reto



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

[I_R – 02] Após observar o cone acima, construa os círculos I e II, cujas medidas dos raios correspondem às medidas do raio da base (para o círculo I) e geratriz do cone (para o círculo II), respectivamente.

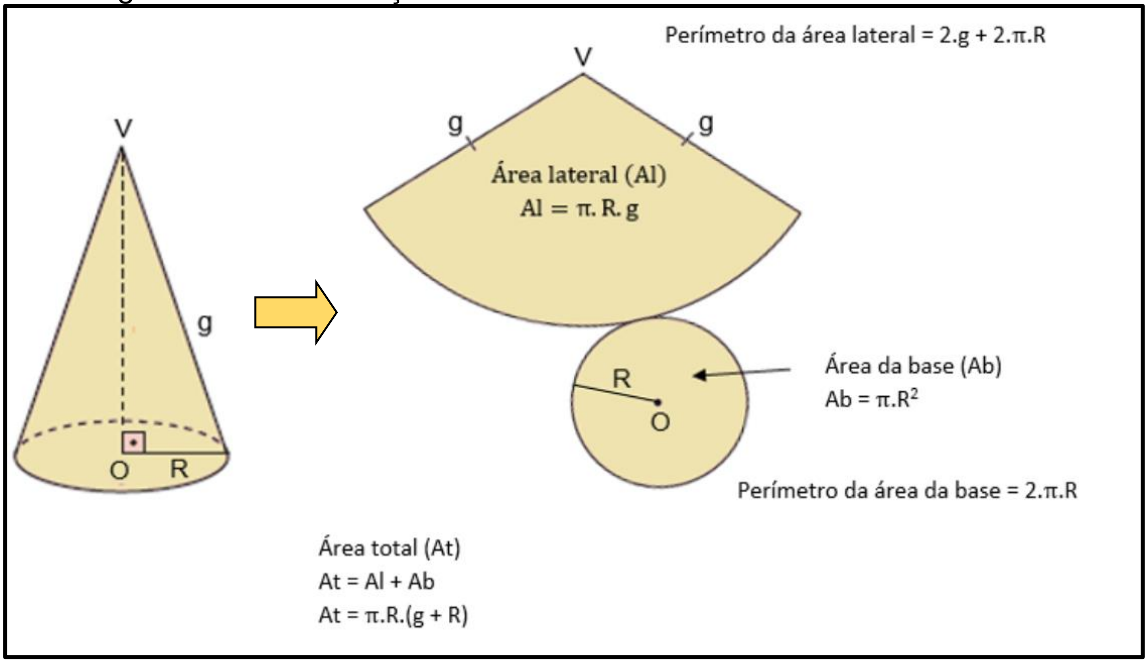
[I_E – 03] Identifique nos círculos I e II a área da base e a área lateral do cone e nomeie essas figuras.

[I_R – 04] Identifique elementos do cone circular reto nas figuras nomeadas.

[I_E – 05] A partir dos seus conhecimentos sobre círculo e setor circular, determinar os perímetros e as áreas das figuras nomeadas no item anterior.

[I_F – 06] Os perímetros e as áreas lateral e total da planificação de um cone circular reto estão descritos no quadro a seguir. Vejamos:

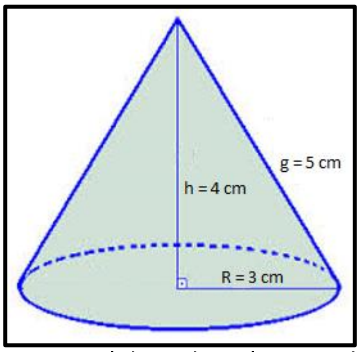
Figura 29: Conceituação área lateral e total de um cone circular reto



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

[I_{AR} – 07] Dado o cone:

Figura 30: Cone circular reto exercício



Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Para os valores dados, calcule:

a) A área da base;

b) A área lateral;

c) A área total.

4.6 ATIVIDADE 06

Título: Ângulo da área lateral de um cone circular reto.

Objetivo: Descobrir uma regularidade (fórmula) de determinar o ângulo da área lateral de um cone circular reto.

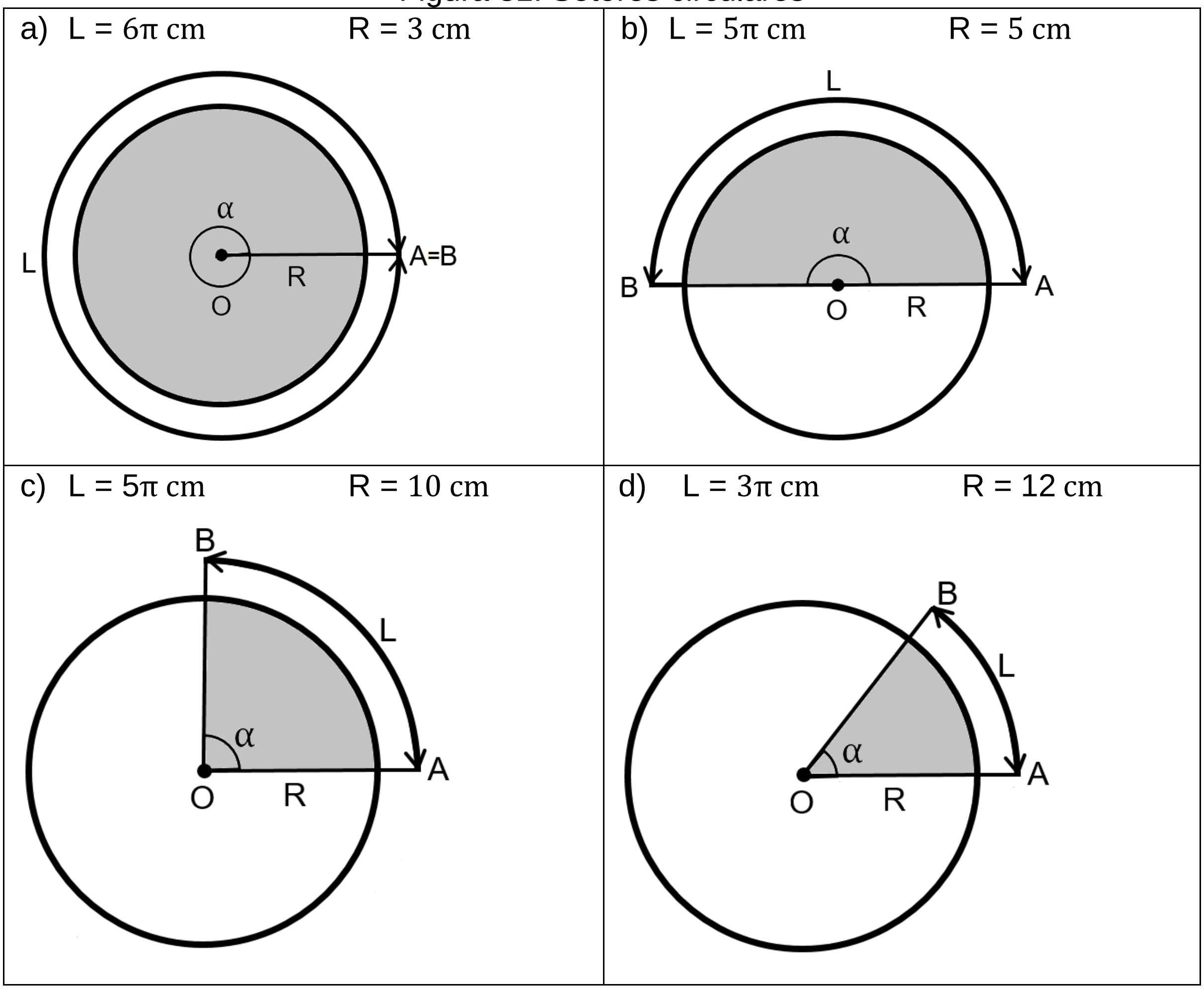
Matriz:H7, H22, D3 e MPA 25.

Materiais: Roteiro da atividade, lápis, borracha.

Procedimentos: Observe os sólidos no quadro e responda os questionamentos a seguir.

[I_I – 01] Observe as figuras abaixo e seus respectivos elementos.

Figura 31: Setores circulares



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

[I_E – 02] Utilizando os dados fornecidos em cada caso e seus conhecimentos de setor circular, preencha o quadro a seguir:

Quadro 12: Dados atividade ângulo

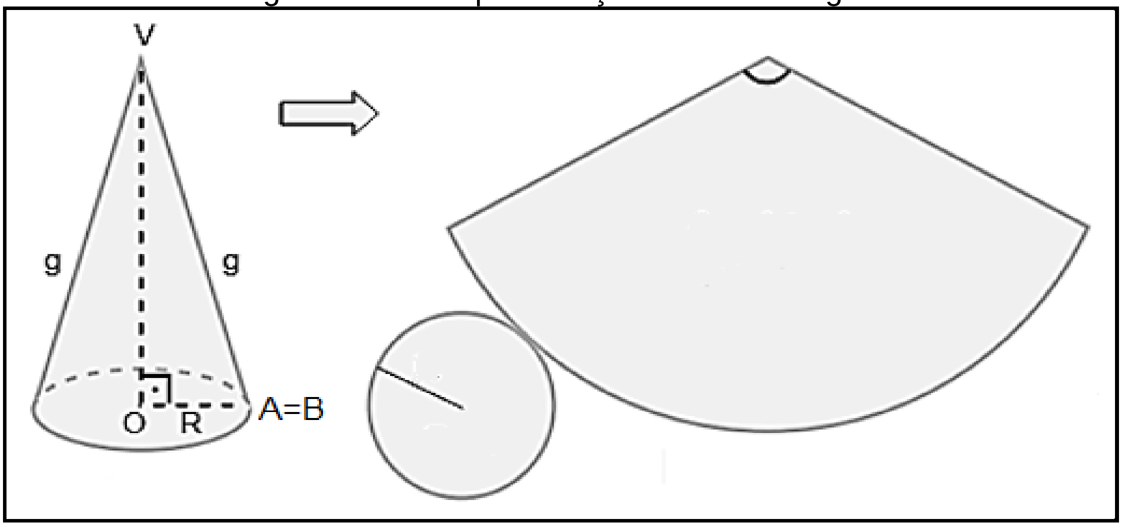
Figuras	Raio **R** (em cm)	Comprimento do arco **L** (em cm)	Valor de $\boldsymbol{\alpha}$ (em radiano)
a			
b			
c			
d			

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

[I$_R$ – 03] Tomando por base as informações constantes no quadro acima, apresente uma relação para o cálculo do ângulo α do setor circular de um modo geral?

[I$_E$ – 04] Indique os elementos do cone abaixo na sua planificação, indicando as posições dos ponto A, B, V e O, além do raio, geratriz e comprimento do arco AB.

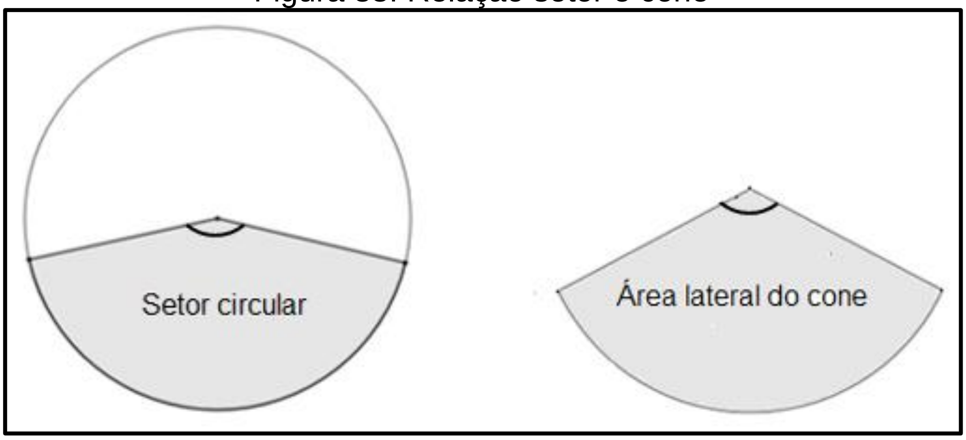
Figura 32: Cone planificação atividade ângulo



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

[I$_R$ – 05] Considerando a área lateral do cone como área de um setor circular, determine as medidas do raio, do arco e do ângulo central.

Figura 33: Relação setor e cone



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

[I_E – 05] Tomando por base as informações da área lateral do cone circular reto, apresente uma relação para o cálculo do ângulo correspondente ao ângulo α do setor circular.

[I_F – 06] A medida do ângulo α formado pela planificação da área lateral de um cone circular reto ou cone de revolução que possuem raio (R) e geratriz (g) é dado pelas fórmulas:

- Comprimento do arco em graus:

$$\theta = 360°.\frac{R}{g}$$

- Comprimento do arco em radianos:

$$\theta = 2\pi.\frac{R}{g}$$

Podendo essas fórmulas da seguinte forma:

Em graus:

Comprimento do arco		Ângulo
$2\pi g$	-------	$360°$
$2\pi R$	-------	θ

$$2\pi g.\theta = 360°.2\pi R$$

$$\theta = \frac{360°.2\pi R}{2\pi g}$$

$$\theta = 360°.\frac{R}{g}$$

Em radianos:

Comprimento do arco		Ângulo
$2\pi g$	-------	2π
$2\pi R$	-------	θ

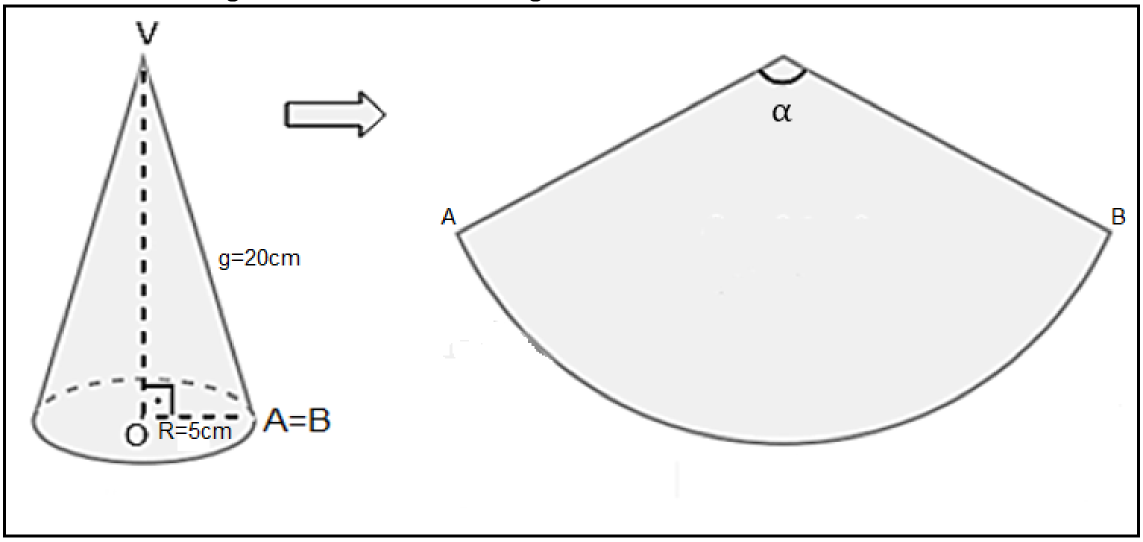
$$2\pi g.\theta = 2\pi R 2\pi$$

$$\theta = \frac{2\pi R 2\pi}{2\pi g}$$

$$\theta = 2\pi.\frac{R}{g}$$

[I_{Ar} – 07] Considerando o cone a seguir e a planificação da sua área lateral ao lado, represente seus elementos na sua planificação e determine o valor de α.

Figura 34: Atividade ângulo da área lateral do cone.



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

4.7 ATIVIDADE 07

Título: Volume de um cone circular reto.

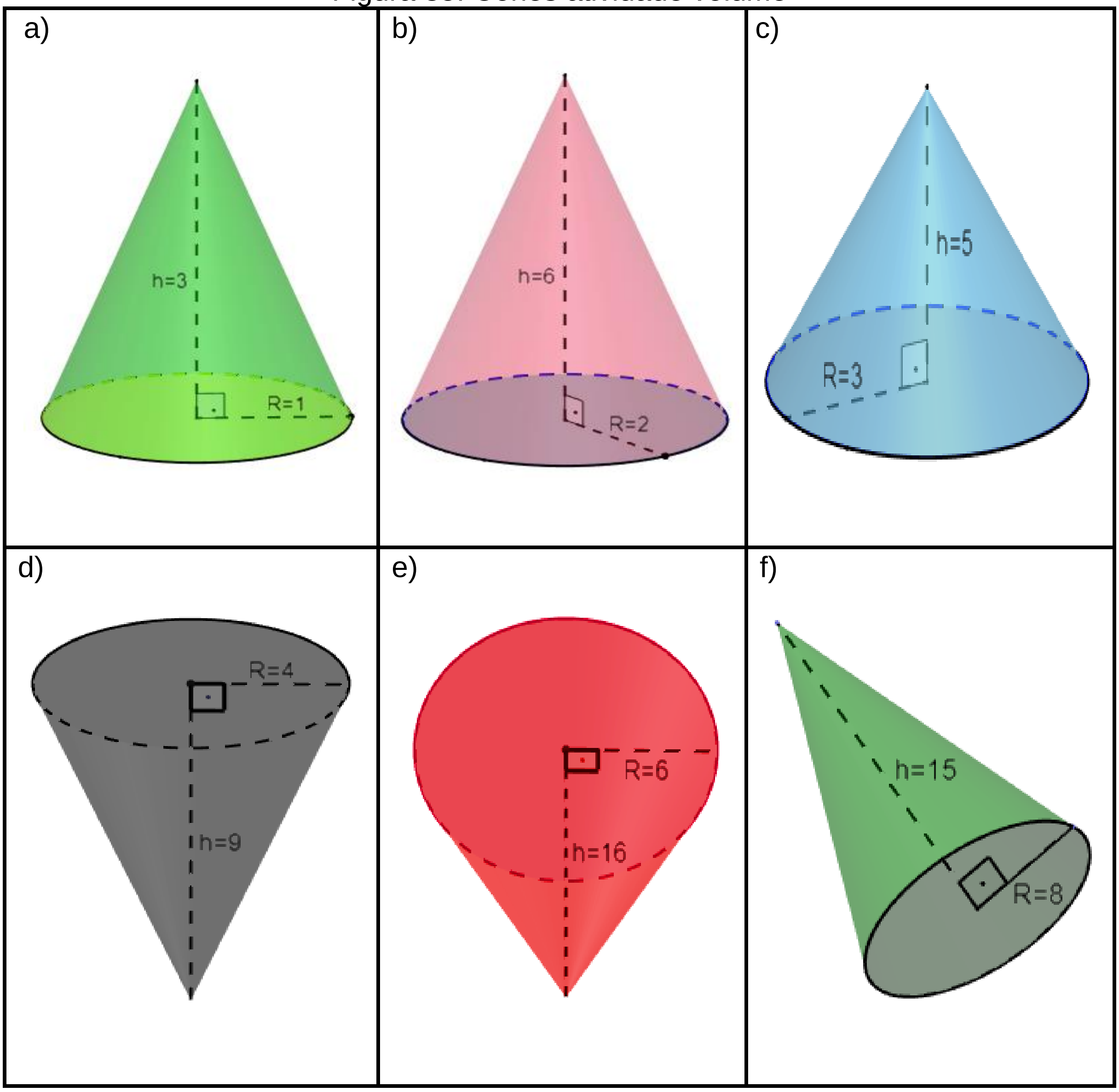
Objetivo: Descobrir uma regularidade (fórmula) de determinar o volume de um cone circular reto.

Matriz:H7, H8, H9, H22 e H22.

Materiais: Tabela de volume, roteiro da atividade, lápis, borracha, soja e recipientes na forma de cone e cilindro.

Procedimentos: Observe os sólidos no quadro e responda os questionamentos a seguir.

Figura 35: Cones atividade volume



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

[I_I – 01] Usando os materiais concretos cone, cilindro, cubo e soja, preencha totalmente o cilindro com a soja, em seguida esvazie o cilindro completamente usando o cone para retirar a soja. Feito isso, utilize o cone enchendo-o inteiramente para encher novamente o cilindro com a soja. Repita o mesmo processo usando o cone, o cubo e a soja. Refaça os processos quantas vezes julgar necessário.

[I_R – 02] Refletindo sobre os processos realizados em quais deles há uma relação de regularidade. Marque o conjunto que possui a regularidade:

a) Cone e cilindro b) Cone e cubo

[I_R – 03] Indique a regularidade que você observou na manipulação?

[I_E – 04] Analisando os cones do quadro acima preencha as colunas medida do raio (R) e medida da altura (h) na tabela abaixo.

[I_E – 05] Explorando os valores das medidas do raio dos cones indicados na coluna medida do raio (R), preencha a coluna área da base (A_b) que corresponde área da base de cada cone.

[I_E – 06] Tomando os valores das medidas das áreas da base presentes na terceira coluna da tabela e considerando-as como área da base de um cilindro e, ainda, tomando os valores das alturas presentes na quarta coluna como altura de um cilindro, calcule o volume de cada cilindro e preencha a quinta coluna volume do cilindro.

[I_E – 07] Usando os valores do quadro e as assimilações feitas em [I_R – 02] e [I_R – 03] descubra o valor do volume do cone e preencha a sexta coluna.

Quadro 13: Atividade volume

Cone	Medida do raio (R)	Media da altura (h)	Área da base (Ab)	Volume do cilindro (V_{CI})	Volume do cone (V_{CO})
01					
02					
03					
04					
05					
06					

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

[I_R – 08] Descreva como você fez para calcular o volume de cone?

[I_F – 09] A descrição feita na [I_R – 08] identifica que o volume de cone circular reto, corresponde a terça parte do produto da área de sua base (S) pela sua altura (h).

$V = \frac{1}{3}\mathrm{Sh}$, como $S = \pi R^2$ escrevemos $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

[I_{AR} – 09] Para atender uma encomenda uma confeiteira deve fazer doces no formato de cone circular reto, com 8 cm de altura e 2 cm de raio. Quantos cm³ de doce será necessário para produzir cada doce? (Use $\pi = 3$).

5. APLICAÇÃO E VALIDAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

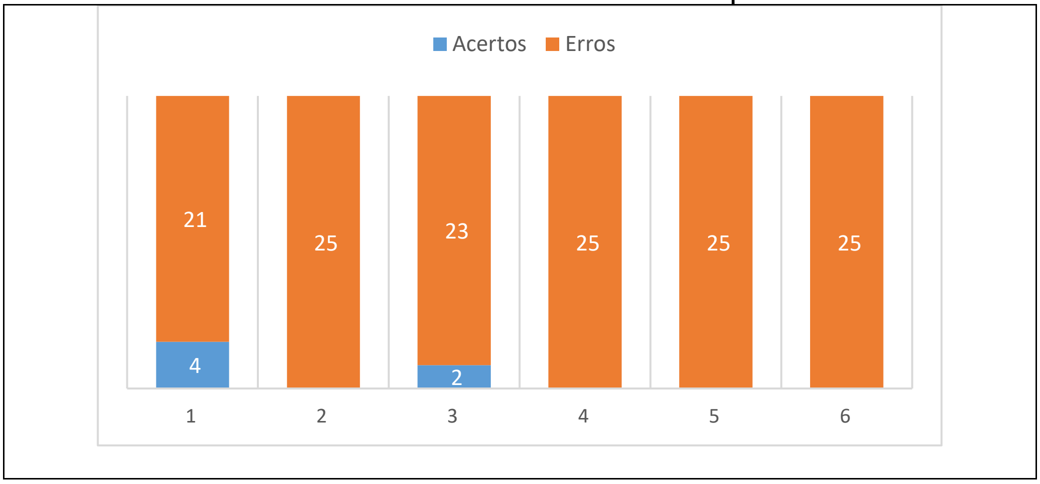
Descrevemos neste capítulo as etapas de desenvolvimento da experimentação e validação da sequência didática para o ensino do cone.

5.1 APLICAÇÃO

A aplicação da experimentação da sequência didática para ensino do cone aconteceu no turno matutino em uma turma de 2ª série do ensino médio de de uma escola pública da rede ensino do estado do Pará, localizada na cidade de Dom Eliseu, região nordeste do estado. A escolha da cidade e da escola ocorreu devido o professor/pesquisador trabalhar nesta escola o que facilitou a boa relação com a direção e o corpo docente, permitindo maior abertura e ajustes na aplicação da sequência didática. As sessões que envolveram o processo de aplicação foram registradas em áudios e vídeos, com autorização prévia dos responsáveis dos alunos, conforme termo de consentimento livre e esclarecido no anexo A, e da direção da escola.

Antecedendo a aplicação da sequência didática, fizemos a aplicação de um teste de conhecimentos prévios, que se encontra no Apêndice C, para constatarmos se os alunos possuíam os conhecimentos prévios mínimos necessários para o desenvolvimento da atividade. O teste de conhecimentos prévios foi aplicado no dia 07 de junho de 2019, com a participação de 25 alunos e teve duração da aplicação foi de 45 minutos. O teste aplicado era formado por seis questões que cobraram os seguintes conhecimentos, (1) cálculo de uma expressão numérica, (2) cálculo do comprimento de um arco, (3) área do círculo, (4) área do setor circular, (5) ângulo de um setor circular e (6) volume do cilindro. Após correção dos testes diagnosticamos a seguinte situação como pode ser vista no gráfico 13 a seguir:

Gráfico 13: Teste de conhecimentos prévios



Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Após corrigirmos os testes e verificarmos o baixo desempenho, percebemos a necessidade de fazermos a oficina de conhecimentos prévios. A aplicação da oficina teve duração de 3 aulas de 45 minutos, em que foram abordamos os conteúdos de círculo (área e perímetro), setor circular (área e ângulo), cubo (planificação, área e volume) e cilindro (planificação, área e volume), exposto com uso da metodologia de aulas expositivas dialogadas em que buscamos atenuar as dificuldades apresentadas pelos alunos quanto aos conhecimentos pré-requisitos para a aprendizagem de conteúdo do cone.

Depois de concluirmos a oficina de conhecimentos prévios conversamos com os gestores da escola que nos autorizou a aplicação da sequência didática para o ensino do cone nos dias 25, 26, 27 e 28 de junho de 2019. Vejamos a seguir no quadro 14, algumas descrições da aplicação.

Quadro 14: Descrição da aplicação da SD

Dia da aplicação	**UARC**	**Título da atividade**	**Tempo de duração**
25/06/2019	1ª	Poesia Matemática	45 minutos
25/06/2019	2ª	Cone circular e sua classificação	55 minutos
26/06/2019	3ª	Elementos de um cone	40 minutos
26/06/2019	4ª	Planificação de um cone.	1 horas e 19 minutos
27/06/2019	5ª	Área lateral e total de um cone circular reto.	1 horas e 19 minutos
28/06/2019	6ª	Ângulo da área lateral de um cone circular reto.	45 minutos
29/06/2019	7ª	Volume de um cone circular reto.	55 minutos

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

A aplicação da sequência didática foi feita pelo próprio professor, com auxílio de um colega, do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, que colaborou auxiliando no uso dos equipamentos de áudio e vídeos para que pudéssemos identificar os indícios de aprendizagens apresentados pelos alunos.

Na aplicação das UARCs, os alunos participantes foram divididos em quatro grupos (A, B, C e D). Quanto a formação dos grupos na aplicação, nenhum critério foi aplicado deixando por conta dos participantes a formação dos grupos, que acreditamos terem se organizado por critérios de afinidade entre eles. Dos 25 alunos participantes da oficina de conhecimentos prévios, contamos apenas com 22 alunos para aplicação da experimentação, em que foram nomeados da seguinte forma por grupo ao qual pertenciam:

• Grupo A com cinco alunos (A-Al 01, A-Al 02, A-Al 03, A-Al 04 e A-Al 05);
• Grupo B com cinco alunos (B-Al 01, B-Al 02, B-Al 03, B-Al 04 e B-Al 05);
• Grupo C com seis alunos (C-Al 01, C-Al 02, C-Al 03, C-Al 04, C-Al 05 e C-Al 06);
• Grupo D com seis alunos (D-Al 01, D-Al 02, D-Al 03, D-Al 04, D-Al 05 e D-Al 06).

5.2 VALIDAÇÃO

A validação é o processo de análise para identificação dos possíveis indícios de aprendizagem e consequentemente a avaliação das possíveis potencialidades da sequência didática aplicada. As análises do material produzido na aplicação da sequência didática estruturadas segundo as UARC's de Cabral (2017) foram feitas com o uso da Análise Microgenética, proposta por Góes (2000), e a Análise do Discurso de Mortimer e Scott (2002). As atividades escritas respondidas pelos alunos, os áudios e a gravação de vídeo foram os recursos usados para registros do material analisado. Foram realizadas seis horas e trinta e oito minutos de gravação. As interações verbais professor-aluno e aluno-aluno foram transcritos e organizadas em turno, segmento e episódio e posteriormente analisados. Vale destacar que foram consideradas apenas as interações verbais relacionadas ao objeto de estudo.

A análise das interações verbais utilizada considera que:

- Turno: fala do professor/pesquisador ou do aluno.
- Segmento: conjunto de turnos transcritos em ordem cronológica de cada atividade que compõe as unidades, considerando os objetivos a serem alcançados.
- Episódio: conjunto de segmentos, correspondendo a cada UARC.

A seguir exibimos no quadro 17 a estrutura das análises feitas. Neste quadro é apresentado episódio, atividade, descrição, segmento, objetivo e turno. Vejamos.

Quadro 15: Sistematização das análises

Episódio	Atividade	Descrição	Segmento	Objetivo	Turnos
I	Poesia Matemática.	A primeira situação didática propõe a análise da poesia "Poesia matemática" de Millôr Fernandes compostas por sete atividades. Na primeira atividade (I_I) é proposto que analise o poema. Na segunda atividade (I_E) os alunos devem explorar a linguagem matemática presente na poesia para identificar a relação descrita. Na terceira atividade (I_R) os alunos devem grifar na poesia os termos matemáticos. Na quarta atividade (I_R) os alunos devem relacionar os termos matemáticos destacados aos campos matemáticos. Na quinta atividade (I_E) os alunos devem destacar, dentro os termos matemáticos grifados, os termos pertencentes a geometria. Na sexta atividade (I_E) os alunos devem fazer correspondência dos termos geométricos ao campo espacial e plano. Na sétima atividade (I_R) os alunos, a partir de um verso da poesia devem fazer a identificação do cone. Na oitava atividade (I_{Ar}) os alunos devem, analisando uma sequência de figuras de solido geométricos, identificar a representação do cone.	1	Fazer leitura do poema.	1-23
			2	Reconhecer o uso da linguagem matemática nas representações das relações e interações humanas.	24-26
			3	Identificar na poesia as ambientes, personagens e etc. construídos por termos matemáticos.	27-71
			4	Relacionar os termos matemáticos aos seus respectivos campos.	72-119
			5	Identificar os termos pertencentes a geometria	120-256
			6	Relacionar os termos geométricos aos campos plano e espacial.	257-317
			7	Identificar o cone a partir de suas características Identificar o cone a partir de sua representação visual.	318-354
II	Conceituação do sólido geométrico cone circular e sua classificação.	A segunda situação didática apresentando uma sequência de figuras de sólidos geométricos, aborda a conceituação e classificação do sólido geométrico do cone circular, propondo seis atividades. A primeira atividade (I_I) explora os possíveis conhecimentos sobre geometria que os alunos possuem e pede que analisando as figuras, identifiquem elementos que caracterizem os sólidos. A segunda atividade (I_R) analisa os planos de apoio dos sólidos pedindo que os alunos, observando as figuras, indiquem quais possuem apenas um plano de apoio. A terceira atividade (I_R) solicita aos alunos que identifiquem dentre as figuras dos sólidos analisados as desenham um círculo no plano de apoio. A quarta	1	Explorar nos alunos conhecimentos prévios sobre geometria.	355-436
			2	Reconhecer os sólidos que possuem apenas um plano de apoio.	437-476
			3	Identificar nas figuras que tem apenas um plano de apoio os sólidos geométricos que desenham no plano de apoio um círculo.	477-519
			4	Indicar as características comuns que marcam os sólidos geométricos analisados.	520-582

		e a quinta atividades (I_E) explorar as características comuns e as diferenças apresentadas pelos sólidos geométricos que desenham no plano de apoio um círculo. A sexta atividade (I_{Ar}) solicita que os alunos identifiquem e caracterizem o cone circular.	5	Indicar as características distintas que marcam os sólidos geométricos analisados.	583-651
			6	Identificar e caracterizar os tipos de cone considerando as análises das atividades anteriores.	652-721
III	Elementos de um cone.	A terceira situação didática propõe o desenvolvimento de três atividade que exploraram a identificação dos elementos do cone circular. A primeira atividade (I_I) apresentando duas imagens com representações gráficas do cone circular obliquo e cone circular reto pede aos alunos identifiquem nas imagens os elementos que caracterizam os sólidos apresentados. A segunda atividade (I_E) propõe que os alunos identifiquem os elementos que caracterizam os sólidos analisados. A terceira atividade (I_{Ar}) solicita que os alunos façam a relação nominal dos elementos dos sólidos analisados.	1	Explorar nos alunos conhecimentos prévios sobre os elementos de um cone circular.	722-766
			2	Identificar nas representações gráficas dos sólidos os elementos que caracterizam o cone circular reto e oblíquo.	767-855
			3	Relacionar os nomes dos elementos do cone circular as suas respectivas indicações nas figuras representativas dos sólidos.	856-921
IV	Planificação de um cone.	A quarta situação didática, composta por cinco atividade, apresenta aos alunos aprendizagem sobre a planificação do cone. A primeira atividade (I_I) pede que os alunos observando os sólidos (Cubo – Cilindro – Cone) façam a planificação de cada sólido um seguindo a sequência. A segunda atividade (I_R) solicita aos alunos que identifiquem e nomeiem que figuras planas são formadas com a planificação dos sólidos e indique os elementos dos sólidos nas figuras planificadas. A terceira atividade (I_E) coloca para os alunos verificar se é possível recompor os sólidos cone circular reto a partir da planificação apresentada utilizando os materiais concretos (cartolina – compasso – tesoura – régua – fita adesiva). A quarta atividade (I_{Ar}) apresenta imagens representativas do um cone circular reto com indicações de valores para altura, raio e geratriz e sua planificação com indicações de segmentos A, B, C e D para que os alunos indiquem os valores das medidas do segmento e os nomes das figuras que constroem a planificação do cone.	1	Reconhecer a forma planificada de um cone.	922-997
			2	Identificar e nomear as figuras planas que são formadas com a planificação dos sólidos e indicar os elementos dos sólidos nas figuras planificadas.	998-1062
			3	Constatar que é possível recompor o cone circular reto a partir da planificação	1063-1089
			4	Reconhecer segmentos e as figuras planas presentes na planificação do cone.	1090-1161

V	Área lateral e total de um cone circular reto.	A quinta situação didática para aprendizagem da Área lateral e total de um cone circular reto apresentou seis atividades. A primeira atividade (I_I) coloca para os alunos a observação de uma imagem representativa do cone circular reto. Segunda atividade (I_R) sugere aos alunos, que a partir da observação da imagem do cone exposta na primeira atividade, construam dois círculos, o primeiro círculo com medida do raio correspondente ao raio da base e o segundo círculo deve ter raio correspondendo a medida da geratriz do cone. Na terceira atividade (I_E) é pedido aos alunos que identifiquem nos círculos confeccionados a área da base e a área lateral do cone e nomeiem as figuras. A quarta atividade (I_R) propõe a identificação dos elementos do cone circular reto nas. A quinta atividade (I_E) atividade aborda as relações das áreas e perímetros nas figuras construídas. A sexta atividade (I_{Ar}) coloca uma para o aluno uma situação-problema para que seja feito o cálculo do volume do cone.	1	Observar a figura representativa de um cone circular reto.	1162-1163
			2	Refletir sobre o raio da base e geratriz o cone.	1164-1205
			3	Indicar nos círculos construídos I e II a área da base e a geratriz do cone e nomear as figuras.	1206-1283
			4	Identificar elementos elemento do cone circular reto nas figuras construídas.	1284-1299
			5	Determinar as relações das áreas e perímetros nas figuras construídas.	1300-1368
			6	Calcular os valores da área da base, área lateral e total de um cone circular reto	1369-1416
VI	Ângulo da área lateral de um cone circular reto.	A sexta situação didática, composta por sete atividades, aborda ângulo da área lateral de um cone circular reto apresentado para analises uma sequência de figuras do setor circular com indicação de medidas. A primeira atividade de caráter inicial pede que os alunos observem as figuras apresentadas. A segunda atividade (I_E) pede que os alunos indiquem as medidas dos comprimentos dos arcos e medidas dos raios presentes nas figuras analisadas. A terceira atividade (I_R) suscita nos alunos reflexões sobre a relação matemática usada para encontrar o valor do ângulo interno de um setor circular. A quarta atividade (I_E) oferece aos alunos uma releitura dos elementos do cone ao propor a indicação da posição que os elementos ocupam no cone	1	Observar os elementos do setor circular.	1417-1427
			2	Indicar medidas do raio, do comprimento do arco do setor circular representados nas imagens analisadas e calcule o valor de α.	1428-1475
			3	Descobrir uma regularidade que determine o ângulo do setor circular α.	1476-1493
			4	Fazer a correspondência dos elementos do cone em sua planificação.	1494-1520
			5	Indicar medidas do raio, do arco e ângulo central.	1521-1593

		planificado. A quinta atividade (I_R) apresentando para os alunos imagens com representações do setor circular e da área lateral do cone circular reto sugere aos alunos que considerando a área lateral do cone, como área de um setor circular, determinem as medidas do raio, do arco e do ângulo central. A sexta atividade (I_E) suscita os alunos a apresentação de uma relação para o cálculo do ângulo correspondente ao ângulo α do setor circular. A sétima atividade (I_{Ar}) apresenta imagens do cone e sua planificação e sugere que os alunos representem os elementos do cone na planificação e determinem o valor de α.	6	Descobrir uma regularidade (fórmula) que determine o ângulo da área lateral de um cone circular reto	1594-1663
			7	Fazer a correspondência dos elementos do cone em sua planificação e calcular o valor de α.	1664-1734
VII	Volume de um cone circular reto.	A sétima situação didática composta por nove atividade aborda o volume do cone. A primeira atividade (I_i) compreende um experimento em que são uados recipientes nos formatos dos sólidos cone, cilindro e cubo. A segunda atividade (I_R) suscita nos alunos reflexões sobre os conjuntos de sólidos que apresentam regularidade no experimento. A terceira atividade (I_R) aborda a regularidade apresentado no experimento. A quarta atividade (I_E) apresenta uma sequência de figuras do cone circular reto com medidas de altura e raio e coloca para os alunos indicar, em uma tabela, as medidas apresentadas. A quinta atividade (I_E) pede aos alunos que explorando as medidas dos raios indicados na atividade anterior encontre os valores da área da base. A sexta atividade (I_E) propõe que os alunos considerem o valor da área da base e altura explorados nas atividades anteriores como medida da área da base e altura de um cilindro e a partir de então calculassem o volume dos cilindros considerados. A sétima atividade (I_E) explorando as identificações produzidas nas atividades anteriores pede que os alunos	1	Manipular materiais concreto para observação de acontecimentos.	1735-1785
			2	Perceber regularidades evidenciadas no experimento Descobrir uma regularidade (fórmula) de determinar o volume de um cone circular reto.	1786-1794
			3	Indicar a regularidade percebida	1795-1829
			4	Indicar medidas de raio e altura representadas nas figuras analisadas.	1830-1867
			5	Calcular o volume do cilindro	1868-1915
			6	Descobrir o volume do cone	1916-1978
			7	Descrever as percepções produzidas no experimento sobre o volume do cone	19792003
			8	Calcular o volume do cone numa situação- problema.	2004-2034

		descubram os valores do volume dos cones analisados. A oitava atividade (I_r) solicita que os alunos descrevam os processos realizados para o cálculo do volume do cone. A nona atividade (I_{Ar}) colocou para o aluno uma situação-problema sobre volume do cone.			

Fonte: Elaborada pelo autor (2019).

5.2.1 Processo de Análise Microgenética

1ª UARC

A sequência didática propôs o ensino do cone, mas as sequências de atividades iniciou o estudo do sólido geométrico a partir da exploração dos macros contextos que o cone faz parte. Dessa forma o estudo do cone inicia por compreensões do campo matemático e posteriormente segue para o campo geométrico, com isso as análises realizadas tiveram dinâmicas que partiram dos macroespaços para os micros. Portanto, a primeira UARC propôs aos alunos a análise do poema “Poesia matemática” de Millôr Fernandes a partir de oito atividades. A primeira atividade teve objetivo de mostrar para os alunos que a matemática é uma construção humana e social e por isso os nossos ambientes está permeado por representações matemática. Segunda atividade abordou o campo amplo que o cone integra ao solicitar que os alunos destacassem na poesia os termos matemáticos. A terceira atividade aprofundou as compreensões da matemática como um campo de conhecimento ao propor que os alunos a partir dos termos matemáticos presentes na poesia identificassem os campos matemáticos presentes. A quarta atividade direcionou as compreensões dos alunos para o campo da geometria ao propor que os alunos destacassem na poesia termos pertencentes a geometria. Na quinta atividade foi abordado os campos geométricos, nessa os alunos fizeram assimilações sobre a geometria plana e espacial. A identificação do cone estudado na sexta atividade. A sétima e oitava atividade oportunizaram os alunos um ambiente de aprendizagem que favoreciam as formulações de saberes explorados na UARC.

Episódio I

Turnos 1 - 357

Segmento 01

Turnos 1 - 23

A primeira atividade apresentou o poema “Poesia Matemática” de Millôr Fernandes e solicitou que os alunos identificassem o tipo de relação que era apresentado no poema.

(1) Professor: O Poema “Poesia Matemática” retratar relações vividas por muitas pessoas e esse poema utiliza termos matemáticos para descrever uma relação. Qual tipo de relação é descrita no poema? Então leiam, vocês podem me perguntar, vocês podem perguntar para os colegas de vocês. Então façam a leitura do poema!
(2) A-Al 03: A-Al 02, o que você entendeu? Eu li Al 02 e não entendi foi nada. É tal de tanto quadrado é esse. Tem coisa que ele fala aqui, que eu nem sei o que é.
(3) A-Al 02: Não entendi nada do nada ao quadrado.
(4) A-Al 03: Só sei que máximo divisor comum, eu sei o que é. Eu sei quem é Einstein.
(5) A-Al 04: Trapezoide fala de trapézio, trapézio.
(6) B-Al 02: Eles casaram e tiveram filhos. Eles tiveram uma secante e três cones muito engraçadinhos.
(7) B-Al 03: Então, ele teve uma pequena relação.
(8) B-Al 02: Qual tipo de relação é descrita no poema?
(9) B-Al 03: Uma pequena relação.
(10) B-Al 02 Que resultou no casamento. Que gerou três cones.
(11) B-Al 01: Três cones gera uma família, o B-Al 02 disse.
(12) B-Al 02: Aí teve um cara que surgiu, né? E eles se separaram.
(13) B-Al 03: O que foi que tu botou aí?
(14) B-Al 02: Uma relação de amor, um com o outro.
(15) C-Al 01: Tu tira esses negócio aí, bota como se fossem pessoas de verdade, quando o homem ver a mulher passando assim na rua.
(16) C-Al 03: Risos. Não.
(17) C-Al 01: E num é não? Eu botei: O texto mostra o nascimento de uma relação amorosa.
(18) C-Al 03: No meu eu coloquei: Uma relação amorosa na construção de uma família.
(19) D-Al 03: Aí não é mais, tipo assim uma relação de amor. Ele foi traído, entendeu? Triângulo amoroso já.
(20) D-Al 06: É triangulo amoroso. Decepção amorosa.
(21) D-Al 03: De uma paixão que eles tiveram três filhos, três lindos cones. Máximo divisor, máximo divisor foi o cara que dividiu eles dois, entendeu?
(22) D-Al 06: E aí, o que é pra botar? Triângulo amoroso?
(23) D-Al 01: É.

Analisando as discussões dos alunos no desenvolvimento da atividade, chama atenção as impressões que o aluno A-Al 03 expressa logo no início do desenvolvimento da atividade, observamos um comportamento de negação que é desconstruído ao longo das assimilações que os alunos realizaram.

Retomando a análise, vemos que quando o aluno A-Al 03 afirma que leu e não entendeu “nada” imediatamente ele desconstrói essa certeza ao afirmar que: “Tem coisa que ele fala aqui que eu nem sei o que é”. Ora, o aluno ao reconhecer que tem coisa no texto que ele não sabe o que é, implicitamente ele pode estar afirmando que há coisa no texto que ele sabe o que é. E percebemos que ao invés dele citar o que ele desconhece, ele cita exatamente o que afirma saber. Ele cita: “Só sei que máximo divisor comum, eu sei o que é. Eu sei quem é Einstein”. O aluno ao dizer que sabe o que é máximo divisor comum ele talvez de forma inconsciente reconhece saber que determinados números podem ser divididos por um certo número comum a eles. Com isso o aluno mostrar reconhecer um tipo de relação numeral.

Além disso, quando o aluno diz saber quem é Einstein a desconstrução da certeza que ele inicialmente apresenta ao dizer que não entendeu “nada” é marcada pela imensidão das representações de Einstein. É possível que o aluno no momento da atividade não tenha exatidão dos pormenores, dos detalhes, das minucias dos estudos de Einstein como as datas, os experimentos, as explicações detalhadas, mas certamente ele tem ciência de que Einstein” é o responsável pela teoria da relatividade. Visto que enquanto conhecimento esse estudioso existe nessa representação.

As discussões realizadas pelo grupo B revelaram que na discussão promovida pelos alunos eles foram fazendo as assimilações seguindo a ordem linear das ações do poema “Poesia Matemática”. Isso levou os alunos a conclusão de que a relação descrita na poesia representada pelos termos matemáticos se tratava de uma relação amorosa. O grupo C também concluiu que a relação descrita no poema era uma relação amorosa. O interessante é que no processo de assimilação da análise da poesia os alunos do grupo C fizeram uso da personificação para concluir o pensamento. Pois o aluno C-Al 01 ao dizer: “Tu tira esses negócio aí, bota como se fossem pessoas de verdade, quando o homem ver a mulher passando assim na rua”, realiza a reflexão do texto a partir de uma analogia. Percebemos que esse contexto de aprendizagem é compreendido por Cabral (2017, p. 41) quando esse autor afirma que na sequência didática “o aluno é orientado a levantar hipótese, fazer conjecturas, verificar possibilidades e estabelecer consequências''. Os alunos grupo D em suas análises fizeram abstrações sobre triângulo amoroso e decepção amorosa descritos na poesia.

O propósito da atividade foi mostrar para o aluno que a matemática é representações humanas e quando os alunos concordam que a poesia descreve uma relação e identificam, personificam, e destacam características da relação retratada, que a matemática tem uma linguagem própria e que essa linguagem é usada para denominar várias realidades humanas, esses alunos reconhecem que a matemática os constrói.

Segmento 2

Turnos 24 – 26

A segunda atividade solicitou que os alunos que grifassem os termos matemáticos que figuram na poesia.

(24) Professor: O pessoal já tá perguntando a respeito da dois. Grife os termos matemáticos que figuram nesse poema, né isso? Grifar é o que? Destacar, colocar um tracinho embaixo, circular, tranquilo?

(25) A-Al 03: Essa daqui é só pra nós grifar, é pra nos circular?

(26) A-Al 04: Grife os termos matemáticos que figuram nesse poema. É só para grifar ou para circular.

Nesse segmento foi colocado para os alunos grifassem os termos matemáticos presentes na poesia, pois as UARCs foram construídas numa perspectiva do macro para o micro, ou seja, os alunos partiram da identificação da relação retratada pelos termos matemáticos presentes no poema até a formalização de conhecimentos relacionados ao cone. Para tanto foi necessário que os alunos identificassem os termos matemáticos para depois classificá-los nos campos matemáticos correspondentes, em seguida considerado apenas os elementos do campo da geometria classificaram-nos em geometria plana e geometria espacial. Essa atividade exigia que os alunos grifassem os termos matemáticos. E os áudios revelaram não ter havidos diálogos referentes a resolução da questão. Diante da realidade analisamos as atividades escritas que mostraram que eles reconhecem termos matemáticos presente na poesia.

Segmento 3

Turnos 27 - 71

A terceira atividade colocou para os alunos: Sabendo-se que os documentos oficiais da educação brasileira dividem a Matemática do Ensino Médio em campos (grandezas e medidas, geometria, números e operações, estatística e probabilidade, álgebra e funções), quais campos foram abordados neste poema?

(27) Professor: A três pede o que? Sabendo-se que os documentos oficiais da educação brasileira dividem a Matemática do Ensino Médio em campos (grandezas e medidas, geometria, números e operações, estatística e probabilidade, álgebra e funções), quais campos foram abordados nesse poema? Aí se você verificar algum termo que é geométrico, então você abordou o que? A geometria. Se observar algum termo é algébrico, então abordou o que? A álgebra, tá? Então é só para você dizer o campo que foi abordado, não é para você descrever os elementos, tá? Aritmética, isso. Envolveu operações, envolvendo números é o que? Aritmética. É isso que você vai observar no seu poema.
(28) A-Al 03: Acho que não tem estatística e probabilidade.
(29) A-Al 01: Álgebra.
(30) A-Al 03: Álgebra tem.
(31) A-Al 04: Geometria também tem.
(32) A-Al 01: Álgebra é o mesmo que equação, né?
(33) A-Al 05: É.
(34) B-Al 04: Grandezas e medidas, tem não? Tem?
(35) B-Al 02: Eu sei que probabilidade não tem.
(36) B-Al 02: E álgebra? E álgebra? Sabe o que é álgebra?
(37) B-Al 03: Álgebra é tipo 2x+3y.
(38) B-Al 02: Ah, entendi! E número? Acho que tem, né?
(39) B-Al 04: Número, tá falando de número, só tem três aqui, ó!
(40) B-Al 02: Três cones. Operações tem. Ei! Tem operações também aqui ó! A soma dos quadrados.
(41) B-Al 03: Pois é. Aqui ó, operações também tem Al 02. Ei Al 02.
(42) B-Al 04: Então grandezas e medidas têm. Geometria tem.
(43) B-Al 02: Bota números e operações. Então, eu botei. Soma, o quadrado dos catetos.
(44) B-Al 04: Álgebra, álgebra. Álgebra, né aquele negócio que envolve 2x+.
(45) B-Al 02: É, 2x+y dividido por, então tem números e letras.
(46) B-Al 04: Ah tá.
(47) C-Al 01: Eu acho que foi abordado as grandezas.
(48) C-Al 02: Grandezas e medidas.

(49) C-Al 01: Geometria. Trapezoide, ortogonal. Aqui é álgebra? Diagramas.
(50) C-Al 06: Medida e o que mais?
(51) C-Al 02: Álgebra e funções.
(52) C-Al 01: Não. Acho que não tem funções não.
(53) D-Al 06: vocês botaram o que na três?
(54) D-Al 05: E números?
(55) D-Al 02: Grandezas.
(56) D-Al 05: Grandezas e medidas. Esse nome bem aqui ó, "medidas devem ser tomadas"!
(57) D-Al 02: Geometria também tem.
(58) D-Al 06: Grandeza e o que mais?
(59) D-Al 05: Geometria também tem porque fala dos catetos.
(60) D-Al 03: Poliedros.
(61) D-Al 02: Denominador aí, ó.
(62) D-Al 03: Diagrama.
(63) D-Al 02: Cadê diagrama aqui?
(64) D-Al 03: Diferencial, diferencial!
(65) D-Al 05: Números primos também são.
(66) D-Al 01: Vocês colocaram aritmética?
(67) D-Al 02: Botei não.
(68) D-Al 01: Trapezoide, num é não?
(69) D-Al 03: Cone circular.
(70) D-Al 06: Tem medidas?
(71) D-Al 02: Medidas, medidas. Centímetros.

A atividade permitiu aos alunos aprofundar as compreensões sobre a matemática como um campo de saber explorando os campos que a integra. Vimos que os alunos conseguiram resolver a atividade identificando os campos no qual determinados termos pertencem. Nessa perspectiva, as análises dos discursos revelaram interessantes momentos de aprendizagens ao evidenciar situações interativas de compartilhamento de saber, isso foi visto na discussão realizada pelos alunos A-Al 01, A-Al 03 e A-Al 05. Os indícios de aprendizagem pelo compartilhamento de ideia são claros quando o aluno A-Al 01 cita "álgebra" e o aluno A-Al 03 afirma que "álgebra tem". Vemos que posteriormente o aluno A-Al 01 indaga "álgebra é o mesmo que equação, né?" e o aluno A-Al 05 responde reafirmando que "é", que álgebra é o mesmo que equação.

Os alunos do grupo B também apresentaram em suas interações situações de aprendizagens marcadas pelo compartilhamento de saber. Isso pode ser visto quando o aluno B-Al 02 interroga sobre álgebra: “E álgebra? E álgebra? Sabe o que é álgebra?” e o aluno B-Al 03 compartilha o saber com o colega explicando que: “Álgebra é tipo 2x+3y.” e o aluno B-Al 02 mostra a relevância da contribuição do colega ao expressar que: “Ah, entendi!”.

A análise dos discursos mostraram que depois é o aluno B-Al 04 que apresenta dúvida sobre álgebra e quem compartilha aprendizagem com ele é o aluno B-Al 02, podemos visualizar essa situação de aprendizagem nos seguintes recortes: “B-Al 04: Álgebra, álgebra. Álgebra, né aquele negócio que envolve 2x+”, ”B-Al 02: É, 2x+y dividido por, então tem números e letras.” e “B-Al 04: Ah tá”. As situações de interações dos alunos que promoveram o compartilhamento de saber deixaram claro as contribuições das atividades em grupo.

Esse contexto de compartilhamento evidenciados nas interações comunicativas dos alunos é reconhecido por Cabral (2017) quando este autor defende que além da capacidade de aprender a fazer está a capacidade de convivência como essência da nossa necessidade dependente do outro. Para este autor, aprendemos coletivamente, aprendemos com nossos pares, nos construímos como indivíduos que aprendem num constante processo de intercâmbio com nossos semelhantes. “A aprendizagem é, sobretudo, uma tarefa se mostra profícua quando acontece numa ambiência coletiva, plural de múltiplas interações” (Cabral, 2017, p. 37).

As discussões dialógicas produzidas pelos alunos do grupo C revelaram como eles fizeram para responder a atividade proposta. Vimos que eles ao responder a atividade foram levantando suas dúvidas e reafirmando suas convicções. Podemos ver isso quando o aluno C-Al 01 apresentou dúvidas quanto a presença de grandeza no texto, mas identifica a geometria e para reafirma a presença desse campo matemático cita as presenças dos termos “trapezoide” e “ortogonal” e, posteriormente esse aluno retomou a dúvida quanto a presença de grandeza no texto e ampliou suas dúvidas quanto a ausência de função.

Percebemos que assim como os demais, os alunos do grupo D também apresentaram dúvidas na classificação dos sólidos geométricos no que diz respeito aos campos, mas observamos que, no decorrer da análise da poesia, as dúvidas são esclarecidas. Isso pode ser verificado quando o aluno D-Al 05 revelou não ter certeza quanto a presença de número ao expor: “E números?”. No entanto, constatamos que no decorrer da análise esse aluno consegue fazer a identificação da presença de número no poema, isso ao afirmar que: “Números primos também são”. Outro indício de aprendizagem apresentado pelo grupo aconteceu entre os alunos D-Al 02, D-Al 05 e D-Al 03 quando o aluno D-Al 02 afirma que: “Geometria também tem” e o aluno D-Al 05 para reafirmar a presença da geometria explica que: “Geometria também tem porque fala dos catetos” e o aluno D-Al 03, em seguida, amplia a justificação da presença da geometria ao citar: “Poliedros”.

Segmento 4

Turnos 72 - 119

A quarta atividade direcionou as compreensões dos alunos para o campo da geometria ao propor que os alunos destacassem na poesia termos pertencentes ao campo geométricos. Foi nítido o propósito da atividade de evidenciar para o aluno o espaço que geometria tem dentro do campo matemático e a partir dos reconhecimentos dos termos geométricos, presentes na poesia, os alunos construíram um quadro do campo geométricos.

(72) Professor: Eu acredito que a maioria já finalizou ou tá finalizando. Aí podem ir para a quatro. Destaque no texto, dentre os termos grifados, os termos relacionados a geometria. Então, você no grifou os termos matemáticos, agora você vai destacar apenas aqueles, desses aí, você pode colocar uma marcação ou então riscar, que você possa diferenciar apenas os termos relacionados ao que? A geometria. Então quem já terminou a terceira já podem ir fazendo essa, tá?
(73) A-Al 04: Triângulo! Triângulo! Polígono.
(74) A-Al 01: Trapezoide.
(75) A-Al 02: Paralelas.
(76) A-Al 01: Tem que identificar pô. Radical não é quadrado?
(77) A-Al 05: Poliedro?
(78) B-Al 03: Olha aqui, as figuras geométricas são essas aqui, agora para a pessoa achar. Eu já sei qual é uma, é os triângulos, os três cones. É os cones.
(79) B-Al 02: Base, base. Base também é. Ápice. Trapezoide tá relacionada a geometria, né?
(80) B-Al 03: É, porque num envolve com trapézio?
(81) B-Al 02: Esferoide!
(82) B-Al 03: Esfera! Paralelas tem a ver com geometria? É reta!
(83) B-Al 04: Radical não tem não.
(84) B-Al 03: Radical é isso aqui ó! O quadrado, o radical é ele.
(85) B-Al 04: Sim, e tem isso em geometria?
(86) B-Al 03: Geometria tem o radicando
(87) B-Al 02: Geometria?! Radicando?
(88) B-Al 04: Acho que não.

(89) B-Al 03: Radicando não tem. Então, na geometria não tem radicando. A hipotenusa não entra. Sabe por que, a hipotenusa não é o x?

(90) C-Al 06: Quadrado.

(91) C-Al 02: Poliedros é né? Ó cone, círculos.

(92) C-Al 06: Base, paralelas. Quociente, incógnita, base.

(93) C-Al 02: Eu circulei incógnita, base, paralelas.

(94) C-Al 01: Eu botei ortogonal, paralelas, catetos, eu botei catetos.

(95) C-Al 02: Aí, poliedro.

(96) C-Al 01: Círculos.

(97) C-Al 02: Cones.

(98) C-Al 02: Triângulos, retas, curvas, círculos e linhas.

(99) C-Al 05: Vai ter outros?

(100) C-Al 02: Esses que eu marquei.

(101) D-Al 03: Triângulo, triângulo!

(102) D-Al 06: Trapezoide.

(103) D-Al 02: Trapezoide é o trapézio.

(104) D-Al 02: Base sim, base.

(105) D-Al 06: Esferoide? Esferoide aqui ó! Esferoide também?

(106) D-Al 03: Esferoide também.

(107) D-Al 06: Quadrado. O quadrado?

(108) D-Al 03: O quadrado, verdade.

(109) D-Al 02: Paralelas, tem paralelas aí pow!.

(110) D-Al 02: Círculos, também tem círculos.

(111) D-Al 01: Catetos também tem.

(112) D-Al 06: Radical não? Quadrado?

(113) D-Al 01: Radical não.

(114) D-Al 06: Vocês botaram cones?

(115) D-Al 06: Tu não botou cone não!

(116) D-Al 02: Mas tá dentro da geometria, cone!

(117) D-Al 01: É, pô!

(118) D-Al 06: Tu já botou poliedro?

(119) D-Al 02: Já.

Observamos nesse segmento que os alunos do grupo A conseguiram fazer a identificação de grande parte dos termos matemáticos, presentes no poema, que pertencem ao campo da geometria. No entanto o aluno A-Al 01 apresentou um pequeno conflito quanto ao termo “radical”, ao questionar: “Radical não é quadrado?”. Apesar de radical não ser um termo geométrico, devemos reconhecer que o conflito que o aluno apresentou faz sentido, visto que a medida do lado de um quadrado pode ser obtida pela raiz quadrada da área de um quadrado. Alguns alunos do grupo B também apresentaram incertezas quanto ao termo radical. O aluno B-Al 04 afirmou “Radical não tem”, no entanto, o aluno B-Al 03 mostrou algo que ele afirma ser o radical “Radical é isso aqui ó! O quadrado, o radical é ele”.

O aluno B-Al 04 concorda com o aluno B-Al 03, mas questiona se o que ele demostra existe na geometria, ao responder a questão do aluno B-Al 04 o aluno B-Al 03 muda de ideia e afirmam que a geometria tem o radicando. Vemos que essa resposta dada pelo aluno B-Al 03 é estranha para o aluno B-Al 02 que questiona: “Geometria?! Radicando?”. O aluno B-Al 04 conclui dizendo que: “Acho que não” e o aluno B-Al 03 reformula suas ideias e concorda com o aluno B-Al 04 ao reconhecer que: “Radicando não tem. Então, na geometria não tem radicando”.

Quanto aos alunos do grupo C notamos que eles conseguiram identificar grande parte dos elementos geométricos, entretanto os alunos C-Al 02 e C-Al 06 citam, além dos termos geométricos, termos que não pertencem a geometria a saber, quociente, incógnita. Os alunos no grupo D apresentaram significativos indícios de aprendizagem. A dinâmica que os alunos apresentam ao emitir as respostas pode indicar que os mesmos reconheceram os elementos geométricos, visto que as respostas são rápidas e certas. Outros aspectos que pôde evidenciar a propriedade dos alunos sobres os termos geométricos é que diferente dos grupos A e B os alunos desse grupo não apresentaram dúvidas quanto ao termo radical, dado que eles excluíram esse termo do campo geométrico. Além disso os alunos em suas respostas citaram apenas os termos pertencentes a geometria, diferente dos demais grupos.

Segmento 5

Turnos 120 - 256

A quinta atividade aprofundou as análises dos alunos sobre o campo geométrico pois oportunizou os alunos fazerem a correspondência dos termos geométricos, analisados na atividade anterior, ao campo geométrico que integravam, ou seja, foi proposto aos alunos que separassem os termos analisados em geometria plana e geometria espacial.

(120) Professor: Na quinta pede para você: “Separe os elementos geométricos destacado”. Você num já destacou os elementos geométricos? Agora o que ele quer que você faça? Separe os elementos geométricos destacados em dois grupos, a saber, geometria plana e geometria espacial, no é isso? Então você pode usar o lado da atividade de vocês que está em branco e colocar. Atividade cinco, coloca de um lado os termos que representam a geometria plana e do outro lado os elementos que representam a geometria espacial. Agora façam essa separação! Esse é o momento, entenderam o que pede agora? Quando o elemento é espacial? Quando ele tem o que?
(121) B-Al 03: Quando ele tem três dimensões.
(122) Professor: E quando que ele é plano?
(123) B-Al 02: Quando ele tem duas dimensão.
(124) B-Al 03: Quando envolve duas dimensão ele é plano.
(125) Professor: Isso!
(126) A-Al 03: Cones, ei!
(127) A-Al 04: Cone, já fala.
(128) A-Al 02: Cone é espacial. Triângulo?
(129) A-Al 03: Triângulo também, já tá falando. Pode botar?
(130) A-Al 04: Bota. Agora é geometria plana.
(131) A-Al 02: Quadrado e círculo é plano.
(132) A-Al 03: Trapézio.
(133) A-Al 02: Esferoide.
(134) A-Al 05: Trapézio? Não?
(135) A-Al 01: Triângulo é o que?
(136) A-Al 05: Triângulo é espacial. Esfera é espacial.
(137) A-Al 01: Triângulo é o que? É espacial?
(140) A-Al 04: É.
(141) A-Al 02: Triângulo é espacial?
(142) A-Al 03: Ei, uma esfera é plana, né? Num é redonda? Uma esfera.
(143) A-Al 01: Círculo é diferente de esfera, né?
(144) A-Al 03: É não. Acho que isso é, a esfera do dragão é redonda.
(145) A-Al 04: Risos.
(146) Professor: Vai só para os termos geométricos, que vocês destacaram, um por um, vai olhando lá!
(147) A-Al 03: E quem não conhece professor, como é que fica?
(148) Professor: Você coloca o que você conhece, se tiver alguma dúvida tu me chama que eu ti ajudo.
(149) A-Al 03: Nunca ouvi falar de nem um desse aqui.
(150) Professor: Qual?
(151) A-Al 03: Esse aqui ó! Esferoide.
(152) Professor: Esferoide formato de uma esfera, né isso? Uma esfera é plana ou espacial? Eu perguntei para o outro grupo ali: Quando você olha para seus colegas, me diga um elemento do corpo deles, um membro do corpo deles que tem o formato de uma esfera?

(153) A-Al 01: A cabeça.

(154) Professor: Né? Entendeu? Tu acha que a cabeça tem o formato de esfera, tu tem noção de uma esfera, né? Ai eu ti pergunto, tu acha que esfera é plana ou espacial?

(155) A-Al 01: Eu acho que é plana.

(156) Professor: E vocês? Você acha que a cabeça é plana? Se você colocar ela em cima do plano aqui ela vai se sentar igual senta essa folha?

(157) A-Al 02: Não.

(158) Professor: Todinha. Ou ela vai ficar uma parte fora do plano?

(159) A-Al 02: Ah, é isso aí é?

(160) Professor: Né isso? Então você vai separar, são esses termos que você grifou que são geométricos por área, plano e espacial. Ou ele é plano ou ele é espacial.

(161) B-Al 04: Vamos colocar as espaciais que é mais fácil.

(162) B-Al 02: Um cubo é espacial?

(163) B-Al 03: Espacial né? O cone que tem três dimensões, ele possui três dimensões, né?

(164) B-Al 02: É, o cone é espacial.

(165) B-Al 03: Né? Ele num forma três dimensões? ... Ele num forma um. Ele num sobe, desce e pá, pum? Então ele faz assim, né não? E esferoide? Esferoide como é? Esferoide né quando é círculos e possui duas grandezas?

(166) Professor: Círculo é um, esferoide é outro. Esferoide tem formato de uma o que? Me diga um elemento do corpo que tem o formato de uma esfera?

(167) B-Al 03: A cabeça.

(168) Professor: Você acha que, se esferoide tem formato de uma esfera ele é plano ou espacial?

(168) B-Al 04: Espacial

(169) B-Al 02: Esferoide é espacial e círculos é plano. pois é. Então bota esferoide?

(170) B-Al 04: Não, esferoide é, plano.

(171) B-Al 02: Esferoide?!

(172) B-Al 04: É.

(173) B-Al 02: Vem de uma esfera!

(174) B-Al 04: Esfera é outra coisa

(175) B-Al 03: É espacial, cara! Vamos para o trapézio, trapezoide!

(176) B-Al 02: O trapézio é plano. O trapézio é plano, tipo assim, ó!

(177) B-Al 03: É isso aí que estava te falando naquela hora. Vou colocar aqui o trapézio.

(178) B-Al 02: Oh, estava colocando era plano.

(179) B-Al 03: Ué, é espacial, é?

(180) B-Al 04: Trapézio é plano, doido! Mas é plano, né?

(181) B-Al 02: É.

(182) B-Al 03: É. Trapézio e trapezoide é a mesma coisa. Olha aqui ó, esferoide aqui, ó!

(183) B-Al 02: E esferoide?

(184) B-Al 04: É espacial.

(185) B-Al 03: É espacial doido!

(186) C-Al 06: Cone é o que?

(187) C-Al 03: Espacial.

(188) C-Al 02: Cone é espacial. E o poliedro? Nós vamos colocar?

(189) C-Al 01: Não sei o que é poliedro.

(190) C-Al 02: E o círculo, é espacial também?

(191) C-Al 01: O círculo não tem três também.

(192) C-Al 06: Cubo não!

(193) C-Al 03: E o que é mesmo aí?

(194) C-Al 06: Cone.

(195) C-Al 03: É isso mesmo.

(196) C-Al 02: E triângulo é plano também?

(197) C-Al 01: Vou colocar trapezoide aqui.

(198) C-Al 02: Onde?

(199) C-Al 01: Em espacial.

(200) C-Al 02: O que tanto tá botando aí?

(201) C-Al 01: Cone, ortogonal, esferoide, círculo. O que mais?

(202) C-Al 06: É só o quadrado ó!

(203) C-Al 02: O quadrado, tá. O quadrado é espacial. O cubo que é espacial.

(204) C-Al 03: O quadrado é plano.

(205) C-Al 01: Isso é um cubo.

(206) C-Al 02: Ah tá, entendi.

(207) C-Al 01: Trapézio, acho que é plano.

(208) C-Al 03: Agora é a esfera, a esfera é plana, né?

(209) C-Al 05: Hamram!

(210) C-Al 03: A esfera é espacial, né?

(211) C-Al 04: Esfera? Não, espacial.

(212) D-Al 03: Então o triângulo, o triângulo já é espacial. Então pode anotar logo aí!

(213) D-Al 01: Não, pow!

(214) D-Al 06: O que?

(215) D-Al 03: Geometria espacial. É, triângulo já tem.

(216) D-Al 01: Ele é formado assim, se liga ó, só tem dois.

(217) D-Al 03: Então ele é um?

(218) D-Al 06: Como é um triângulo?

(219) D-Al 01: O triângulo né assim? Ele só tem dois, um aqui e outro aqui.

(220) D-Al 03: Então ele é geometria plana.

(221) D-Al 03: Quadrado, não?

(222) D-Al 01: Não, quadrado é plano!

(223) D-Al 02: É o quadrado é plano.

(224) D-Al 04: Trapézio é espacial.

(225) D-Al 06: O que é um trapézio?

(226) D-Al 04: Sei que o quadrado é plano.

(227) D-Al 01: Então ele é plano.

(228) D-Al 02: Aí se tu pegar esse trapézio bem aqui e formar ele bem aqui, ele vai formar um?

(229) D-Al 01: Aí ele vai formar um triângulo, né?

(230) D-Al 02: Um losango.

(231) D-Al 04: E um losango num é a base vezes altura?

(232) D-Al 04: Dentro do losango tem dois trapézio, então divide por dois.

(233) D-Al 01: É plano.

(234) D-Al 02: É plano o trapézio, né?

(235) D-Al 05: É plano, é plano.

(236) D-Al 03: E o círculo é plano?

(237) D-Al 05: Ah?

(238) D-Al 01: É plano, é plano.

(239) D-Al 03: E a hipotenusa?

(240) D-Al 01: Nem sei qual é a fórmula da hipotenusa.

(241) D-Al 04: Mas a hipotenusa não tem fórmula não.

(242) D-Al 05: Ah?

(243) D-Al 03: É espacial?

(244) D-Al 04: Não, ela não é uma figura geométrica não. Ela é uma parte da figura geométrica a hipotenusa. Ela não é uma figura geométrica.

(245) D-Al 03: Quais são os espaciais. Os espaciais são mais difíceis, os planos são fáceis.

(246) D-Al 04: Quadrado, triângulo e círculo.

(247) D-Al 02: Espacial é o cubo.

(248) D-Al 06: Mais tem que ter no texto, num é não?

(249) D-Al 02: O cubo tem no texto.

(250) D-Al 01: Tem não.

(251) D-Al 02: Mas tem cone.

(252) D-Al 01: Tem cone.

(253) D-Al 02: Mas como é o cone?

(254) D-Al 03: Olha o cone aqui ó! Olha o cone bem aqui ó!

(255) D-Al 03: O cone é espacial ou plano?

(256) D-Al 02: Espacial.

A análise dos discursos nos mostrou que os alunos do grupo A relacionaram de forma correta alguns dos sólidos aos campos correspondentes, mas apresentaram alguns conflitos. Dessa forma vemos que esse grupo identificou o cone como um sólido pertencente a geometria espacial, o quadrado e o círculo como sólidos pertencentes a geometria plana. No entanto o grupo apresenta dúvidas quanto a campo geométrico que o triangulo pertence. Outro conflito de aprendizagem apresentado tanto pelo grupo A quanto grupo B pode ser visto nas discussões que os alunos fazem em relação a esfera.

Notamos o caráter circular que marca a esfera contribui para a construção do conflito, ou seja, o que esses alunos usaram como referência para classificar tanto a esfera quanto o círculo é a forma arredondada que esses sólidos possuem, isso fica mais evidente quando o aluno A-Al 03 afirma que: “Acho que isso é, a esfera do dragão é redonda”. É interessante a referência que o aluno A-Al 03 faz ao desenho animado Dragon Ball em uma clara situação de aprendizagem em que o aluno faz relação das experiências cotidianas com o conhecimento escolar. No entanto, observamos que o aluno A-Al 01 entende que: “Círculo é diferente de esfera, né?”.

Percebemos que as intervenções que o professor realizou são profícuas para que os alunos compreendessem aspectos da esfera que a diferencia do círculo, pois é nítido que as indagações feitas pelo professor que permitiu aos alunos assimilações de aspectos próprios da esfera. Aqui abrimos um parêntese para pontuar que todas as vezes que fizemos referência as intervenções realizadas pelo professor estas trouxeram em si as compreensões de Cabral (2017) que expressa:

> Estou usando o termo “Intervenção” no sentido de que existe uma intencionalidade nas ações dirigidas pelo professor diante de seus alunos. Uso, portanto esse termo no sentido de evidenciar o papel de orientador do pensamento em construção que é uma prerrogativa intransferível do professor. Suas ações de ensino são intervenções que visam estimular o aluno a atingir os objetivos de aprendizagem (CABRAL, 2017, p.40).

Os alunos do grupo C apresentaram dificuldade na identificação do campo geométrico de alguns sólidos presentes na poesia, pois mesmo com a contribuição do professor os alunos apresentaram abstrações conflituosas. Porém o grupo reconheceu que o cone compreende a geometria espacial. “A-Al 06: Cone é o que?”, “A-Al 03: Espacial”. “A-Al 02: Cone é espacial”.

A relevância da abordagem interativa/dialógica, presente em toda sequência didática, para aprendizagem dos alunos pôde ser evidenciada na análise que valoriza o compartilhamento de saber entre os educandos. Vimos que o aluno C-Al 02 inicialmente compreendeu o quadrado como um sólido espacial, mas seus colegas discordaram. Nessa discussão o aluno C-Al 02 afirmou: “O quadrado é espacial”, o aluno C-Al 03 discordou afirmando que: ”O quadrado é plano”, observamos que o aluno C-Al 01 usou algum caráter do cubo para classifica esse sólido no campo geométrico espacial para diferenciar para o aluno C-Al 02 o cubo do quadrado e consequentemente a geometria plana da espacial. Os recortes apresentaram a situação didática: C-Al 01: “Isso é um cubo”. C-Al 02: “Ah, entendi! ”.

A análise dos diálogos do grupo D revelou uma interessante situação de aprendizagem o aluno D-Al 03 afirma que: “Então, o triângulo, o triângulo já é espacial. Então pode anotar logo aí!”. Percebemos que a afirmativa desse aluno abre uma interessante discussão sobre o campo geométrico ocupado pelo triângulo. O aluno D-Al 01 discordou com a interjeição: “Não, pô!” e formula que: “Ele é formado assim, se liga ó, só tem dois”. O aluno D-Al 06 expõe sua dúvida ao indagar: “Como é um triângulo?” e o aluno D-Al 01 reapresentou sua formulação: “O triângulo, né assim? Ele só tem dois, um aqui e outro aqui” e, a partir das abstrações realizadas pelo aluno D-Al 01, o aluno D-Al 03 que inicialmente afirmou que o triangulo era espacial, reformula suas percepções e concluiu que: “Então ele é geometria plana”.

Notamos que os alunos do grupo D têm certezas que o quadrado é plano e apresentaram incertezas quanto a classificação do trapézio. Na discussão o aluno D-Al 03 lançou o questionamento quanto a classificação do quadrado: “Quadrado, não? ”, o aluno D-Al 01 respondeu: ” Não, quadrado é plano! ” e o aluno D-Al 02 ratificou a resposta do colega D-Al 01 afirmando que: “É o quadrado é plano”. A análise da discussão dos alunos revelou o quanto o reconhecimento da classificação do quadrado é importante para esses alunos na classificação do trapézio. Isso porque o aluno D-Al 04 apesar de conhecer a fórmula do cálculo da área do trapézio quando afirmou que: “A fórmula do trapézio é assim, B maior mais b menor vezes h dividido por dois” classificou inicialmente o trapézio como pertencente a geometria espacial e o aluno D-Al 06 questionou: “ O que é um trapézio? ”. Percebemos que o aluno D-Al 04 quando respondeu o aluno D-Al 06 não apresentou uma definição ou uma propriedade do trapézio, mas sim do quadrado ao expor: “Sei que o quadrado é plano” e o aluno 01 concluiu: “Então ele é plano”. Os alunos para classificar o trapézio fizeram implicitamente uma relação de aspectos do quadrado com o trapézio. Os recortes dos diálogos são extensos em respeito a sequência de assimilações que os alunos realizaram, constatamos que a desconsideração de alguns dos recortes apresentados empobrecia as percepções dos alunos.

Segmento 6

Turnos 257 - 317

A sexta atividade suscitou nos alunos a identificação do cone dentro do contexto matemático e geométrico abordado nas atividades anteriores. A atividade questionou os alunos sobre os elementos geométricos espaciais destacados por eles, qual o elemento descrito pelo verso 8 que diz: “E viu-a, do Ápice à Base”? Notamos que as atividades que compõem a UARC oportunizaram-vos fazerem reflexões que foram desde os amplos contextos até a identificação do cone na geometria espacial.

(257) Professor: Terminaram a cinco? Separaram, né? Os termos geométricos em plano e espacial. Então desses objetos que você separou qual é o único que tem uma base e um ápice? É justamente quem?
(258) A-Al 01: Cone!
(259) B-Al 03: Onde tá essa parte da base mesmo? Ah tá marquei aqui!
(260) Professor: Quando se fala ápice o que vem na sua ideia o ponto mais alto ou o ponto mais baixo?
(261) B-Al 04: Mais alto.
(262) Professor: E base é ponto ...?
(263) B-Al Todos: Mais baixo.
(264) Professor: A região mais baixa. Então aí você vai olhar para essas figuras espaciais e dizer qual delas tem essa característica.
(265) B-Al 04: É o triangulo.
(266) B-Al 03: O cone, é o cone. Sabe porque, ele num tem uma área inferior. Que tem a parte mais alta e uma inferior?
(267) B-Al 02: O triângulo também tem a base.
(268) B-Al 03: Então, o triângulo e o cone. Vou colocar triângulo e cone aqui.
(269) Professor: E aí, vocês? Dos objetos espaciais que vocês têm aí qual vocês acham que é “E viu-a do ápice a base”?
(270) B-Al 02, 03 e 04: O cone.
(271) B-Al 02: Ou o triângulo.
(272) Professor: O triangulo é plano ou espacial?
(273) B-Al 02: É plano.
(274) Professor: Mas e aí, o que tá falando aí? Se ele é plano, então você tem que olhar para os espaciais. Por que tua atividade quer saber de quem? Das figuras ...?
(275) B-Al 02: Espaciais.
(276) B-Al 03: Eu te falei naquela hora. Se nós fossemos confiar no B-Al 04 nos tinha errado, porque eu falei que não tinha. Triângulo não faz parte, eu falei moço!
(277) Professor: Sim, porque ele é espacial. Me diz um objeto que quando você vai numa festa de aniversário que tem um formato de cone.
(278) B-Al 02 e 03: Chapéu de festa.
(279) Professor: Tem como tu pegar ele todinho e colocar em uma folha? Sempre vai ficar uma parte em cima, num vai?

(280) C-Al 03: E aí?

(281) C-Al 01: O cone! Só ele vai ter base.

(282) Professor: E vocês? Dos objetos espaciais que vocês tem aí, qual vocês acham que é “E viu-a do ápice a base”?

(283) C-Al 03: E aí C-Al 01?

(284) C-Al 01: O cone!

(285) Professor: Quem C-Al 01?

(286) C-Al 01: O cone!

(287) Professor: Pois então coloquem!

(288) C-Al 04: O ápice é quando tá em cima.

(289) C-Al 03: Eu sei!

(290) C-Al 04: E embaixo é a base!

(291) C-Al 03: Al 01, ei Al 01! Se eu te falar que eu imaginei bem assim, olha aí ó! Risos! Eu imaginei assim!

(292) C-Al 01: Risos! Um copo virado.

(293) C-Al 03: Risos! De cabeça para baixo!

(294) C-Al 01: Um copo! O ápice e a base. O cone.

(295) D-Al 02: A base é o que?

(296) D-Al 01: Acho que é só a B então.

(297) D-Al 04: Então vai ter que ter mais espacial.

(298) D-Al 04: Vai ter que ter mais espacial.

(299) D-Al 06: Por que? Acho que não.

(300) D-Al 05: Ah cara, o quadrado é espacial. Então é base.

(301) D-Al 06: E o que é base e ápice?

(302) D-Al 02: Comprimento.

(303) D-Al 06: Comprimento?

(304) D-Al 02: Comprimento da figura.

(305) D-Al 01: Olha aqui ó!

(306) D-Al 03: E qual é pô, o que tem base? O cone circular?

(307) D-Al 02: A base dele é circular.

(308) D-Al 03: É plano?

(309) D-Al 02 e 06: É espacial.

(310) D-Al 03: Acho que vai ser.

(311) D-Al 06: É o cone.

(312) D-Al 05: Cone e triângulo.

(313) D-Al 02: Só o cone tem base aí.

(314) D-Al 02: Pois é, pô!

(315) D-Al 05: É só relacionar base vezes altura.

(316) D-Al 02: Risos. Base vezes altura é a fórmula do quadrado.

(317) D-Al 03: Ápice é em cima né? Como o ápice é em cima, aqui é vértice. A ápice é em cima e a base é embaixo.

Nessa atividade vimos uma abordagem discursiva/dialógica entre professor e aluno onde o professor explora características do cone como ápice e base. Ficando claro que as indagações do professor levaram os alunos do grupo A ao reconhecimento de que a questão faz menção ao cone. Isso pôde ser visto quando o aluno 01 respondeu: “cone!”. Nessa perspectiva Corrêa (2007) destaca que ao planejar seu trabalho pedagógico, o professor precisa considerar que ele é um dos mediadores da cultura socialmente valorizada, situando-se entre seu aluno e o conhecimento escolar, com a tarefa de conduzir o primeiro a se apropriar do segundo. O outro fato importante que pôde ter ajudado ao grupo A na resolução da atividade é que o grupo na questão anterior compreendeu que o cone faz parte da geometria espacial.

A abordagem comunicativa discursiva/dialógica entre professor e aluno também foi muito importante para os alunos do grupo B resolverem as questões. O aluno B-Al 04 demostrou incerteza quanto ao objeto geométrico requerido na questão identificando o triângulo como o objeto que responde atividade. Observamos que o aluno B-Al 04 ao apresentar o triângulo como resposta a atividade abriu uma interessante discussão, pois seu colega B-Al 03 discorda contrapondo-o: “O cone, é o cone. Sabe porque, ele num tem uma área inferior. Que tem a parte mais alta e uma inferior? ”, mas o aluno B-Al 02 também apresentou uma justificativa para a resposta do aluno B-Al 04 ao justificar que: “O triângulo também tem a base”, diante da afirmativa do aluno B-Al 02 ao dizer que o triângulo tem base e ápice o aluno B-Al 03 concluiu que: “Então, o triângulo e o cone. Vou colocar triângulo e cone aqui.”.

No entanto as intervenções que o professor realizou com o grupo B na resolução da questão levou os alunos a reformulação de ideias, pois o jogo de perguntas e respostas permitiu o professor levar os alunos a assimilações que resultaram em (re)formulações e/ou retificações de suas ideias ou compreensões da atividade que conduziu o aluno a superação do conflito.

A análise dos diálogos do grupo C evidenciou que os alunos não têm dificuldade para identificar que é o cone o sólido geométrico que a atividade faz referência, vejamos o turno a seguir do aluno C-Al 01: O cone! Só ele vai ter base.

A análise dos discursos do grupo C encontrou claros registro de processos cognitivos realizados pelos alunos. Um desses é manifesto pelo aluno C-Al 03 que depois de ter encontrado a resposta da atividade expões ao colega as percepções que estava fazendo sobre a atividade e expões ao colega que “Al 01! Ei, Al 01! Se eu te falar que eu imaginei bem assim, olha aí ó! Risos! Eu imaginei assim!” e aluno C-Al 01 apresenta a percepção daquilo que é manifestado pelo colega: “Risos! Um copo virado” e o diálogo continua com reflexões. O aluno A-Al 03 segue: “Risos! De cabeça para baixo! ” e o aluno A-Al 01 encontra fundamento nas identificações feitas pelo colega concluindo: “Um copo! O ápice e a base. O cone”.

Outro fato interessante que é imprescindível registrar são os risos que encontramos nos diálogos. São muitos e grande parte dentro do contexto da aprendizagem. Os risos nos mostram uma aprendizagem prazerosa, interessante, leve, e para um professor de matemática que vive ouvindo de grande parte da sociedade que matemática é difícil, é complicada e as vezes chato, encontrar alunos fazendo (re)descobertas e compartilhando saber de forma prazerosa é algo motivador.

Os alunos do grupo D assim como os do grupo B identificaram o cone, mas alguns alunos também apontaram que o triângulo também é o sólido geométrico caracterizado pelo enunciado da atividade. Vimos que isso pode ter acontecido porque os alunos talvez não tenham consolidado as características e propriedades que distingue o sólido geométrico plano de um sólido geométrico espacial.

Segmento 7

Turnos 318 - 354

A sétima atividade oportunizaram os alunos um ambiente de aprendizagem que favoreceu as formulações de saberes explorados na UARC. A sexta atividade provocou nos alunos o reconhecimento do objeto de estudo da UARC e a sétima apresentou uma serie de figuras representativas de sólidos geométricos espaciais e solicitou que os alunos marcassem o objeto que possuía a forma de um Cone circular reto.

(318) Professor: Então essa atividade um, o elemento geométrico espacial ressaltado na atividade seis, que foi a última que vocês fizeram, é denominado o que?

(319) A-Al Todos: O cone.

(320) Professor: O cone, tá? O cone é um sólido geométrico espacial. O exemplo mais prático que vocês têm disso aí, desse formato de objeto é justamente o chapeuzinho de aniversário, né isso? É um exemplo clássico.

(321) Professor: Alguma pergunta?

(322) A-Al Todos: Não.

(323) Professor: Agora respondam a atividade que vocês têm no final, marque abaixo o objeto que possui a forma de um cone circular.

(324) A-Al 05: É a “b”.

(325) C-Al 03: A outra aí gente, qual vocês acham que é a outra? O cone circular!? Ei na outra tu acha que é qual?

(326) C-Al 04: A “b”.

(327) C-Al 05: A “b”.

(328) C-Al 01: “d”?

(329) C-Al 06: É a “b”.

(330) C-Al 04: É a “b”.

(331) C-Al 03: Por que é a “b”?

(332) C-Al 01: Não tenho ideia não, qual tu acha que é?

(333) C-Al 04: A “b”.

(334) C-Al 01: Por que?

(335) C-Al 03: Porque a “b”?

(336) C-Al 01: Porque ele é um cone e é circular! Cone em cima e circular embaixo!

(337) C-Al 03: É a “b”!

(338) D-Al 01: É a “d”.

(339) D-Al 06: Por que d D-Al 01?

(340) D-Al 01: Porque aqui ó, circular. Aqui ele vai e faz, ó.

(341) D-Al 02: A “d” tem a forma do cilindro.

(342) D-Al 01: Aqui não, aqui não tem uma forma... .

(343) D-Al 05: É o cone circular.

(344) D-Al 02: Pois é.

(345) D-Al 05: Então é esse aqui, ó! “b”.

(346) D-Al 01: É a “b” pô!.

(347) D-Al 05: Mas isso aqui não é circular.

(348) D-Al 06: É a “b” gente! Né a “b”?

(349) D-Al 02: Meu Deus do céu! É esse aqui, é cone moço! O cone circular, ó! Olha o círculo no cone aí!

(350) D-Al 04: Aqui já é de outro jeito.

(351) D-Al 03: Já é um retângulo.

(352) D-Al 01: É o cone, é o cone.

(353) D-Al 03: É o cone mesmo.

(354) D-Todos: O cone.

Ao analisarmos os discursos dos alunos do grupo A percebemos que eles não apresentam dificuldades em reconhecer o cone presente na alternativa “b” da atividade como resposta que atende assertivamente a questão. Isso acontece quando aluno A-Al 05 do grupo A respondeu ao professor que é o cone o sólido geométrico que a questão faz referência ao dizer “É a “b”” encerrando o grupo A neste momento a atividade .

Na resolução da última atividade da UARC, o aluno C-Al 01 acredita que a resposta correta é a alternativa “d” e os alunos desse grupo desenvolvem uma significativa interação/dialógica em que os demais alunos tentam demostrar que ao colega que a resposta correta é a alternativa “b”. Desse modo, os alunos apresentaram ao aluno C-Al 01 conhecimentos que apontam a letra “b” como a alternativa correta e o aluno C-Al 01 por sua vez indicou as percepções que fez e o levaram o a compreensão de que a alternativa correta realmente é a letra “b”, vejamos esse momento, “C-Al 01: Porque ele é um cone e é circular! Cone em cima e circular embaixo!”, “C-Al 03: É a “b”!” e “D-Al 01: É a “d”.”.

Assim como o grupo anterior, o grupo D também apresenta interessante formulações no desenvolvimento da última questão da UARC. O aluno D-Al 01 também apresentou a alternativa “d” como resposta da questão, mas os demais alunos do seu grupo também apresentaram argumentos que indicam a alternativa “b“ como correta e depois de uma longa e significativa discussão o aluno D-Al 01 reconhece o cone como resposta correta.

2ª UARC

Esta UARC abordou a conceituação e a classificação do cone circular e suas atividades constituintes tiveram o propósito de estimular no aluno percepções que o levasse ao reconhecimento das dessemelhanças que marcam o cone circular reto do cone circular oblíquo. Dessa forma, a UARC apresentou uma sequência de figuras representativas de alguns sólidos geométricos dentre as imagens a de um cone circular reto e um cone circular oblíquo e a primeira atividade da unidade explorou os possíveis conhecimentos sobre geometria que os alunos possuem e direcionando as abstrações dos educandos para análise dos elementos que caracterizam os sólidos geométricos apresentados. A segunda atividade direcionou as análises para o plano de apoio dos sólidos pedindo, aos alunos, que observando as figuras indicassem quais delas possuíam apenas um plano de apoio.

A terceira atividade aprofundou as análises ao solicitar que os alunos identificassem dentre as figuras apresentadas as que desenhavam um círculo no plano de apoio. A quarta e a quinta atividade exploraram as semelhanças e as dessemelhanças que os sólidos geométricos que desenham no plano de apoio um círculo têm. A última atividade da unidade teve o interesse de reorganizar as abstrações que as atividades suscitaram apresentando aos alunos formulações que determinam o cone circular reto e o cone circular oblíquo estabelecendo as características comuns e distintas que marcam esses sólidos.

Episódio II
Turnos 355 - 721

Segmento 1
Turnos 355 - 436

A primeira atividade da atividade explorando os possíveis conhecimentos dos alunos sobre geometria solicitou a identificação de elementos que caracterizavam os sólidos representados nas figuras.

(355) Professor: A atividade dois, ela trata do cone circular e sua classificação, então na identificação você tem quantas figuras aí?
(356) Todos: Seis.
(357) Professor: O que ele pede na primeira atividade?
(358) Todos: A partir de seus conhecimentos sobre a geometria, identifiquem nas figuras apresentadas elementos que possam caracterizá-las.
(359) Professor: Aí você vai ver, aí aqui tem um plano, aqui tem dois planos, aqui tem um plano fora da base, aqui tem uma base, um ângulo de noventa graus, então vocês vão identificar alguns elementos, tentem identificar nessas figuras elementos pelos conhecimentos geométricos que vocês têm.
(360) A-Al 01: Aí é um cone, espacial.
(361) A-Al 03: Isso aqui também, só tem um plano.
(362) A-Al 01: O que?
(363) A-Al 03: É olha aí! Tá aqui! Um cone aqui embaixo. É a dois, né, que tu tá falando?
(364) Professor: Todas são espaciais essas figuras, Tá? Você vai identificar alguns elementos, vocês lembram da oficina, de quando falamos daqueles elementos geométricos? Falamos do cilindro, falamos

do cubo, falamos de seus elementos. Então vocês já têm alguns conhecimentos, então tentem identificar alguns elementos nesses objetos que vocês estão observando aí.

(365) A-Al 01: Pra vocês qual tem noventa graus?

(366) Professor: Você pode ir por figura. Ou, para ser melhor você vai para primeira figura, tem isso, isso, isso. Na segunda figura, tem isso, isso, isso, na “c” tem isso, isso, isso.

(367) A-Al 03: Aqui tudinho tem noventa graus!

(368) A-Al 05: Cone.

(369) A-Al 03: Base, altura.

(370) A-Al 01: Essa “c”, ela tem a mesma circunferência da base. Isso aqui é altura.

(371) A-Al 03: A base é essa aqui!

(372) A-Al 02: Não! Isso aqui é altura, a base é essa.

(373) B-Al 04: Isso aqui é um cilindro, né?

(374) B-Al 02: É, é um cilindro.

(375) B-Al 02: Aqui ó! Aqui tem ângulo, um de noventa graus.

(376) B-Al 04: Isso aqui é um quadrado. Isso aqui é o que?

(377) B-Al 02: Hãm? Isso aqui é um cone.

(378) B-Al 04: Aqui o formato dele ó!

(379) B-Al 03: Aqui forma um retângulo, aqui forma aquele negócio, aquele que não sei o nome, aqui forma um quadrado, aqui forma um cilindro.

(380) B-Al 04: Aqui ó!

(381) B-Al 03: Bem aqui ó! Não sei se vocês estão enxergando, aqui tem um vértice ó, noventa graus, tá vendo ó!

(382) B-Al 02: Noventa graus, cada figura, né?

(383) B-Al 03: É, então por exemplo noventa graus, noventa graus, noventa graus, noventa graus, então essa bem aqui! Tá com o eixo pra fora.

(384) B-Al 02: O que tem nessa figura aqui?

(385) B-Al 03: Tem um círculo.

(386) B-Al 04: Isso aqui parece um quadrado.

(387) B-Al 03: Aqui é uma figura espacial, forma um ângulo de noventa graus, como o vértice.

(388) B-Al 02: O que é vértice?

(389) B-Al 03: Eu sei que isso é uma figura espacial.

(390) B-Al 04: Tudim é uma figura espacial.

(391) B-Al 03: Não, menos essa. Essa não é uma figura espacial!

(392) B-Al 04: É não? Tem certeza homem?

(393) B-Al 04: Uma aresta!

(394) B-Al 03: Ah tá, uma aresta.

(395) B-Al 04: Meu Deus Al 03!

(396) Professor: O que é pedido na primeira atividade?

(397) C-Al 06: Entende Al 01? Identificar os elementos?

(398) C-Al 01: Sim! Triângulo, cone... .

(399) C-Al 02: Ó o cone lá!

(400) C-Al 06: Isso aqui é um cone?

(401) C-Al 01: Isso é um octógono. Círculo, cone.

(402) C-Al 06: Esse aqui é o que A1 01?

(403) C-Al 01: Não sei o que diachos é isso aqui!

(404) C-Al 04: Cilindro, né não?

(405) C-Al 01: Qual? É não!

(406) C-Al 04: Aqui é o cilindro.

(407) C-Al 06: Cilindro é?

(408) C-Al 03: É o cilindro.

(409) C-Al 04: Cilindro mesmo!

(410) C-Al 01: Uma, duas, três, quatro, cinco, seis.

(411) C-Al 06: É o que Al 01?

(412) C-Al 01: Um octógono!

(413) C-Al 02: Acho que não. É seis lados, não é octógono! Num é um hexágono não, que tem seis?

(414) C-Al 03: É!

(415) Professor: O que ele pede na primeira atividade?

(416) D-Al 01: Olha um ângulo de noventa graus aqui.

(417) Professor: Você vai identificar alguns elementos, vocês lembram da oficina quando falamos do cilindro, do cubo de seus elementos, então tentem identificar alguns elementos nesses objetos que vocês estão observando aí.

(418) D-Al 04: Aqui um ângulo de noventa graus aqui, outro aqui, um aqui.

(419) D-Al 02: Triângulo retângulo.

(420) D-Al 06: Isso aqui é um retângulo?

(421) D-Al 02: Triângulo retângulo, tem um ângulo de noventa graus.

(422) D-Al 01: Tá vendo esse bem aqui ó, tá formando isso aí ó!

(423) D-Al 06: Pois é noventa graus.

(424) D-Al 02: Então aqui tem um círculo né? Tem um raio aqui né? Tem um diâmetro, e tem altura.

(425) D-Al 04: Base também.

(426) D-Al 02: Base é o círculo.

(427) D-Al 04: Gente espera aí, base, altura, aqui! E tem o ângulo de noventa graus. Nessas figuras aqui ó!

(428) D-Al 01: É a base dela.

(429) D-Al 02: E aqui é o círculo da base, tem o raio que é daqui pra cá e tem diâmetro que é daqui pra cá, e tem a altura.

(430) D-Al 01: É tudo isso que fala ...?

(431) D-Al 02: É, só isso aqui.

(432) D-Al 03: Isso é a altura, né?

(433) D-Al 02: Isso. O diâmetro é daqui pra cá, o diâmetro dois raios.

(434) D-Al 03: Então, botei assim, tô ligado!

(435) D-Al 01: Diâmetro, diâmetro?

(436) D-Al 02: Ah? O diâmetro é dois raios, esse aqui ó! O diâmetro tá daqui pra cá, porque daqui pra cá é o raio.

A análise dos discursos dos alunos do grupo A revela que as abstrações desses alunos se concentram de forma mais profícuas a base e altura dos sólidos analisados. Podemos ver isso quando a aluna A-Al 05 cita o “Cone.”, em seguida o aluno A-Al 03 destaca a “Base, altura.”, o aluno A-Al 01 demostra: “Isso aqui é altura.”, na sequência o aluno A-Al 03 também demonstra: “A base é essa aqui!” e o aluno A-Al 02 confronta: “Não! Isso aqui é altura, a base é essa.”. É importante pontuar que elementos e características dos sólidos foram abordados na oficina de conhecimentos prévios e na UARC anterior, então é possível que esses sejam o conhecimento geométrico mais consistentes que os alunos têm no momento para fazer análise sugerida pela atividade.

Um fato que pode mostrar o que estamos afirmando é que vemos plano e ângulos em graus serem mencionados por determinados alunos, mas não são desenvolvidas discussões que aprofundem mais sobre esses aspectos que caracterizam os sólidos geométricos representados nas figuras analisadas. Outra consideração significativa que deve ser feita é que a base é uma importante característica do cone a ser considerada em uma análise para classificação do cone circular.

As identificações do grupo B acontecem de início na percepção do cilindro e depois pela identificação do ângulo dos sólidos, isso pelos alunos B-Al 04, B-Al 02 e B-Al 03 respectivamente. Vemos que o aluno B-Al 02 de início reconhece que umas das figuras tem noventa graus e no decorrer das percepções esse aluno concluiu que todos os sólidos têm noventa graus. Outra interessante discussão dos alunos pode ser vista quando analisamos as reflexões que eles realizaram em relação ao plano das figuras. Pois o aluno B-Al 04 expôs: “Isso aqui é um quadrado. Isso aqui é o que?” e o aluno B-Al 02 nos dá a ideia de que a imagem que o aluno B-Al 04 indica seja o plano do cone ao afirmar que: “Hãm? Isso aqui é um cone”.

Outro significativo indício de aprendizagem evidenciado pelo grupo B pode ser visto no diálogo do aluno B-Al 03 e B-Al 04 quando o aluno B-Al 03 assegura: “Eu sei que isso é uma figura espacial” e o aluno B-Al 04 ressalva que: “Tudim é uma figura espacial”, porém o aluno B-Al 03 diverge do colega ao discordar: “Não, menos essa. Essa não é uma figura espacial!”. Observamos que o aluno B-Al 04 provoca o colega com a indagação: “É não? Tem certeza homem?” e pontua: “Uma aresta!”. Percebemos que quando o aluno B-Al 04 apresenta ao aluno B-Al 03 uma característica própria dos sólidos geométricos espaciais faz com que este aluno reformule todas as assimilações realizadas até o momento. O aluno B-Al 03 demostra compreender o colega B-Al 04 ao expressar: “Ah tá, uma aresta”. O diálogo encerra com B-Al 04 exclamando: “Meu Deus Al 03!”.

Também é interessante a interação comunicativa que acontece entre os alunos C-Al 01, C-Al 02 e C-Al 06 respectivamente. Notamos que o aluno C-Al 02 abre o diálogo ao apontar: “Ó o cone lá!” e o aluno C-Al 06 questiona: “Isso aqui é um cone?” O aluno C-Al 01 responde: “Isso é um octógono.” em seguida C-Al 01 também apresenta um caráter próprio do cone que o diferencia da figura apontada ao explicar que: “Círculo, cone”, ou seja, que a base do cone é um círculo. Pelas discussões apresentadas o octógono citado por C-Al 01 ao afirma: “Um octógono!” é esclarecido em seguida por C-Al 02 que perceber ser o solido um prisma de base hexagonal ao responder: “C-Al 02: Acho que não. É seis lados, não é octógono! Num é um hexágono não, que tem seis?”. Observamos que as reformulações do aluno C-Al 02 é compreendida pelo aluno C-Al 03 quando esse aluno expressa: “É! ”.

Os alunos passam a fazer abstrações que os conduzem a reflexões sobre o cilindro. Desse modo, o diálogo entre os alunos prossegue com o aluno C-Al 06 indagando o colega C-Al 01: “Esse aqui é o que Al 01?” e o colega responde: “Não sei o que diachos é isso aqui!”. O aluno C-Al 04 direciona suas percepções ao cilindro ao perguntar: “Cilindro, num é não?”. O aluno C-Al 01 questiona e em seguida ao responder: “Qual? É não!”. Vemos que o aluno C-Al 04 que anteriormente questionou se a figura do prisma não seria um cilindro, reformula suas percepções e pontua: “Aqui é o cilindro”. O aluno C-Al 06 continua com dúvida e indaga: “Cilindro é?” O aluno C-Al 03 reafirma: “É o cilindro” e o aluno C-Al 04 autentica o colega ao expor: “Cilindro mesmo!”.

Outros significativos diálogos acontecem quando os alunos D-Al 02 aponta: “E aqui é o círculo da base, tem o raio que é daqui pra cá e tem diâmetro que é daqui pra cá, e tem a altura” e o aluno D-Al 01 a partir do apontamento do colega indaga: “É tudo isso que fala ...?” e o aluno D-Al 02 responde apresentando os limites do círculo da base expondo que: “É, só isso aqui”. O aluno D-Al 03 recorre ao grupo e pergunta:

“Isso é a altura, né?” e o aluno D-Al 02 responde e pontua: “Isso. O diâmetro é daqui pra cá, o diâmetro dois raios.”. O aluno D-Al 03 mostrando a importância da ajuda do colega conclui: “Então, botei assim, tô ligado!”. O aluno 01 participa da discussão querendo saber sobre: “Diâmetro, diâmetro? ” e o aluno D-Al 02 explica : “Ah?. O diâmetro é dois raios, esse aqui ó! O diâmetro tá daqui pra cá, porque daqui pra cá é o raio.”.

As interações comunicativas dos alunos deixam claros o quanto é profícuo quando a aprendizagem é posta para ser desenvolvida em parceria. Os estímulos, suscitações e autenticação de saber promovidas pelas indagações, (re)formulações e conclusões compartilhadas pelos alunos são fenômenos que caracterizam as aprendizagens em grupo.

Aspectos interessantes desta atividade que deve ser destacados são as possibilidades de formulações generalizantes oportunizadas, pois quando a unidade aborda a classificação do cone, mas inicia com uma atividade que permitem os alunos a fazerem uma análise geral dos elementos do cone e não apenas dos elementos relacionados a classificação do cone este estudo compartilha de Cabral (2017) a compreensão de que “o ensino de Matemática precisa provocar a percepção de regularidades e do estabelecimento de generalizações”. Esse autor ressalta que embora as “generalizações não possam ser consolidadas com o rigor Matemático de um especialista, esse processo, que é parte integrante da natureza da própria disciplina, necessita ser estimulado no cotidiano de sala de aula” (CABRAL, 2017, p. 96).

Segmento 2

Turnos 437 - 476

Como já ressaltado, a segunda UARC suscita reflexões que levem os alunos a identificações de propriedades e características dos sólidos geométricos e a partir das possíveis compreensões realizadas sejam capazes de reconhecerem as classificações dos sólidos. O propósito é que os alunos conheçam as propriedades e características dos sólidos e a partir desse conhecimento tenham condições de perceber as semelhanças e dissemelhanças que categorizam os sólidos geométricos. Nesse propósito, depois de oportunizar situações didáticas que permitiram aos alunos abstrações gerais sobre os elementos que caracterizam os sólidos geométricos apresentados, a segunda atividade procurou suscitar nos alunos percepções sobre os planos dos sólidos.

Vemos que a atividade anterior explorou no aluno percepções das características e elementos que constituem os sólidos geométricos apresentados aos alunos em uma perspectiva geral, já a segunda atividade orientou as análises dos alunos a uma constituinte específica dos cones circular. O plano. Julgamos significante essa perspectiva de análise que vai do macro para o micro, pois acreditamos que nessa dinâmica oportuniza as formulações generalizantes e a apreciação de caraterísticas específicas. Assim sendo, a segunda atividade solicitou aos alunos que observando as figuras exposta para análise, indicasse quais delas possuíam apenas um plano de apoio.

(437) Professor: Pessoal observaram as figuras, todas elas? O que, que pede na dois? Observando as figuras acima, quais delas possuem apenas um plano de apoio?
(438) A-Al 01: A “e”.
(439) A-Al 05: A “c”.
(440) A-Al 03: “a” e “b”.
(441) A-Al 02: “b”, “e” e “f”.
(442) Professor: Vocês observaram que a parte mais escura são planos de apoio! Qual delas possuem apenas um plano de apoio?
(443) A-Al 01: “a”, “b”.
(444) A-Al 02: “a”, “b”, “e” e ”f”.
(445) Professor: Observando as figuras acima quais delas possuem apenas um plano de apoio?
(446) A-Al 01: Cara um plano de apoio só! Um plano.
(447) Professor: Quais que tem apenas um plano de apoio?
(448) A-Al 02: “a”, “b”, “e” e ”f”.
(449) A-Al 01: “a”, “b”, “e” e ”f”, né?
(450) A-Al 04: “a”, “b”, “e” e ”f”.
(451) A-Al 01: “a”, “b”, “e” e ”f”.
(452) A-Al 02: Como é que é? “a”, “b”?
(453) A-Al 04: “a”, “b”, “e” e ”f”.
(454) B-Al 02: É a letra “a”, “b” e ”f”, e a “e”. F só tem um plano de apoio! Aqui dois planos de apoio.
(455) Professor: São quantas?
(456) B-Al 02: Quatro.
(457) B-Al 03: Olha cara é a mesma coisa do triângulo, tem esse fundo, olha do jeito do fundo desse!
(458) B-Al 02: Ah entendi.
(459) B-Al 02 e 03: “a”, “b”, “e” e ”f”.
(460) C-Al 01: “a”, “b”, “c”.

(461) C-Al 02: “a”, “b”, “e” e ”f”.

(462) Professor: Então fechado a dois?

(463) C-Al 06: “a”, “b”, “e” e ”f”.

(464) Professor: Vocês observam que essa parte mais escura aí são os planos de apoio, quais delas possuem apenas um plano de apoio?

(465) D-Al 02: “a”, “b”.

(466) D-Al 06: “a” e “e”.

(467) D-Al 03: “e” e ”f”.

(468) D-Al 06: E esse aqui?

(469) D-Al 01: ““b”, “e”, ”f”.

(470) Professor: São quantos?

(471) D-Al 02: Dois!

(472) Professor: Não, atenção.

(473) D-Al 01: São quatro!

(474) Professor: Isso. É só vocês observarem as figuras, observar os elementos dela.

(475) D-Al 02: Quatro. Olha aí ó, esse, esse, esse e esse.

(476) D-Al 01: “a”, “b”, “e” e ”f”.

As análises dos discursos mostram que os alunos de todos os grupos não apresentaram significativas dificuldades para identificar na sequência de figuras representativas dos sólidos geométricos apresentadas que possuem apenas um plano de apoio. As análises dos discursos nos mostram que os aluno do grupo A conseguem resolver a questão é identificam as alternativas “a”, “b”, “e” e ”f” como corretas. Os alunos do grupo B apresentam uma facilidade ao identificar os sólidos geométricos representados na sequência de figura na segunda atividade, visto que o diálogo entre os alunos já tem início com o aluno B-Al 02 apontando corretamente as alternativas que respondem a atividade. O aluno B-Al 02 pontua que: “É a letra “a”, “b” e ”f”, e a “e”..” e explica que: “ “f” só tem um plano de apoio! Tipo aqui dois planos de apoio”.

Os alunos do grupo C também não apresentam dificuldades para fazer análise do plano de apoio das figuras que constituem a atividade. O aluno C-Al 01 de início expõe uma análise incompleta ao não perceber que a alternativa F respondia a questão, esse aluno apresentou apenas as alternativas: ““a”, “b” e “e””. Mas os aluno C-Al 02 e C-Al 02 ao apresentarem suas compreensões de que as figuras dos sólidos geométricos presentes nas alternativas: “a”, “b”, ”e”, e “f”. possuem apenas um plano de apoio podem ter ajudado o aluno C-Al 01 a ampliar suas percepções.

A análise dos discursos evidencia o quanto é significativa a atuação do professor nas orientações dispensadas aos alunos. É claro que as indagações do professor direcionam as percepções que os alunos realizam. Isso pode ser visto quando os alunos apresentam uma análise indicando apenas duas alternativas como resposta e o professor questiona-os: “São quantos? ” o aluno D-Al 02 responde a partir daquilo que tinha analisado: “Dois, dois” e o professor ciente de que análise feita pela aluno estava incompleta e que ele precisava fazer mais assimilações expos: “Não! Preste atenção.” Diante da exposição do professor o aluno D-Al 01 afirma: “São quatro.” e o professor numa posição de parceria reafirma a conclusão do aluno D-Al 01 e continua orientando ao expressar: “Isso. É só vocês observarem as figuras, observar os elementos dela”. A aprendizagem é algo fantástico e muitas vezes o cotidiano do contexto da sala não nos permite perceber esse caráter.

Segmento 3

Turnos 477 - 519

A terceira atividade aprofunda as percepções dos alunos sobre as imagens dos sólidos geométricos que apresentam apenas um plano de apoio, questionar os alunos quais delas desenham um círculo no plano de apoio.

(477) Professor: Então, o que pede a três? Dentre as figuras selecionadas no item anterior, no item anterior você selecionou as figuras que têm apenas um plano de apoio, quais delas desenham um círculo no plano de apoio?

(478) A-Al 01e 04: “e”, “f” e ”a”.

(479) Professor: Quem?

(480) A-Al 01: “b”, “f”, e ”a”.

(481) Professor: Não! Das figuras que você selecionou?

(482) A-Al 03: “a” e ”f”.

(483) Professor: Quem? . .

(484) A-Al 05: A letra “a”.

(485) A-Al 01: Ah é, aqui! Tá certo, “a” e “f”.

(486) Professor: Mas ele só quer as que tem apenas um plano de apoio, então quais são elas?

(487) A-Al 03: “a” e ”f”.

(488) professor: Então qual é?

(489) A-Al 03: “a” e ”f”.

(490) B-Al 02: A letra “a”.

(491) B-Al 03: “a”, “e” e ”f”, olha aqui moço ó, essa, essa e essa bem aqui que tem no fundo um círculo. Aqui moço ó, essa, essa e essa bem aqui que tem o fundo.

(492) B-Al 02: Não! Só dessa ó, só dessas aqui!

(493) B-Al 03: Então meu fi!

(494) B-Al 02: Essa aqui tem dois planos de apoio. Só dessas quatro aqui que você marcou, a “a” e a ”f”.

(495) B-Al 03: Ah, então quer dizer que a “f” vai, esses dois a “a” e a ”f”.

(496) B-Al 02 e 04: “a” e a ”f”.

(497) C-Al 04: Qual o que tem no plano, na parte de baixo, circular? O que tem é só um, dois e três, num é circular não a parte de baixo do plano de apoio?

(498) C-Al 06: Então, circular!

(499) Professor: Mas ele só quer os que tem apenas um plano de apoio. Então quais são eles?

(500) C-Al 04: É a “a”.

(501) C-Al 03: A “a”.

(502) C-Al 06: A “a” a “e” e a ”f”.

(503) Professor: Não! Então é o que?

(504) C-Al 02: A “a” e a ”f”.

(505) C-Al 06: É dois.

(506) Professor: Então qual é?

(507) C-Al 06: “a” e ”f”.

(508) Professor: Vocês no selecionaram na três, vocês verificam apenas quais?

(509) C-Al 02 e 06: “a” e a ”f”.

(510) D-Al 05: “d” e “e”.

(511) D-Al 03: “a” e ”f”.

(512) D-Al 04: “a” e ”b”.

(513) D-Al 03: A que tu selecionou, pô! No caso do círculo macho.

(514) D-Al 04: “a” e ”f”, nós num selecionamos essa?

(515) D-Al 06: Pois é.

(516) D-Al 04: Essa, essa, essa e essa, pois é, é só essas.

(517) D-Al 01: Aí essa aqui não é um círculo não, tá ligado é um quadrado, ó!

(518) D-Al 02: Então é “a” e ”f”.

(519) D-Al 01: “a” e ”f”.

Os alunos do grupo A de início apresentam em suas análises as alternativas “A-Al 01e 04: “e”, “f” e ”a”.” e “A-Al 01: “b”, “f”, e ”a”.” que não respondem corretamente a atividade, mas com as orientações do professor reorganiza as abstrações dos alunos quando faz as suscitações: “Não! Das figuras que você selecionou!” “Mas ele só quer as que têm apenas um plano de apoio. Então quais são elas?” e “Então qual é?”, vemos ao responder as observações do professor os alunos apresentam compreensões que indicam as reformulações feitas. O aluno A-Al 03 concluiu que: “”a” e “f”” e o aluno A-Al 01nos pode ter apresentado a imagem do momento de concretização de um processo de aprendizagem ao expressar: “Ah é, aqui, tá certo, “a” e “f””.

Sabemos que a aprendizagem é um processo, uma construção. Nessa perspectiva a construção da aprendizagem pode acontecer de forma individual e dessa forma pode ser um ato solitário, subjetivos e/ou pode ocorrer de forma coletiva e dessa forma pode ser considerada uma ação compartilhada. Os discursos dos alunos do grupo B apresentam um quadro da aprendizagem construída de forma coletiva. Isso pode ser visto quando o aluno B-Al 03 expressa: ““a”, “e” e ”f”, olha aqui moço ó, essa, essa e essa bem aqui que tem no fundo um círculo. Aqui moço ó, essa, essa e essa bem aqui que tem o fundo”, o aluno B-Al 02, ao ver que o colega aponta a alternativa “e” que a mesma não responde corretamente a atividade, retruca: “Não! Só dessa ó, só dessas aqui! ”. O aluno B-Al 03 ao expressar: “Então meu fi!” parece não ter compreendido o colega B-Al 01 ao não se mostrar convencido de que a alternativa “e” não responde a atividade. Por essa razão o aluno B-Al 02 participa da discussão e explica: “Essa aqui tem dois planos de apoio. Só dessas quatro aqui que você marcou, a “a” e a “f””, diante da argumentação do colega o aluno B-Al 03 expressa: “Ah, então quer dizer que a “f” vai, esses dois a “a” e a “f””.

Os alunos do grupo C não apresentam significativas dificuldades para responder à questão. O aluno C-Al 04 faz uma releitura da questão e alguns questionamentos “Qual o que tem no plano, na parte de baixo, circular? O que tem é só um, dois e três, num é circular não circular a parte de baixo do plano de apoio?” e o aluno C-Al 06 responde ao colega C-Al 04: “Então, circular!”. Diante dos diálogos dos alunos C-Al 04 e C-Al 06, o professor orienta o grupo ao pontuar que: “Mas ele só quer os que tem apenas um plano de apoio. Então quais são eles?”. Os alunos C-Al 04 e C-Al 03 respondem ao professor apontando a alternativa “a” como resposta a questão.

O aluno C-Al 06 apresenta uma percepção mais ampla ao expor: “A “a” a “e” e a “f””. Percebemos que esse aluno ao apontar a alternativa “e” como resposta a questão aparenta não ter clareza quanto aos sólidos geométricos representados na sequência de figuras colocada para análise que possuem o círculo no plano de apoio. O professor, diante da formulação do aluno C-Al 06, exclama e interroga: “Não! Então é o que?” e o aluno C-Al 02 responde: “a “a” e a “f””. As suscitações do professor e a resposta assertiva do aluno C-Al 02 estimulam o aluno C-Al 06 as constatações de que apenas duas alternativas respondem à questão: “É dois” e que “”a” e “f”” são as alternativas corretas.

Alguns alunos do grupo D inicialmente apresentam percepções conflituosas, isso pode ser visto nos discursos dos alunos D-Al 05 e D-Al 04 que apontam respectivamente as alternativas “”d” e “e” e ”a” e “b”” como alternativas que respondem a atividade. Vemos que das alternativas apontadas pelo aluno D-Al 05 nenhuma apresenta figura de sólido geométrico com círculo no plano de apoio e o aluno D-Al 04 apenas a alternativa “a” apresenta figura de sólido geométrico com essa propriedade.

A análise das interações comunicativas dos alunos do grupo D mostram que o aluno D-Al 03 apresenta abstrações coerentes ao apontar as alternativas ““a” e “f”” e diante das percepções dos colegas D-Al 04 e D-Al 05 o aluno D-Al 03 chama atenção ao fazer menção: “A que tu selecionou pô! No caso do círculo macho!”. O aluno D-Al 04 diante da observação do aluno D-Al 03 infere: “”a” e “f”, nós num selecionamos essa?”, “Essa, essa, essa e essa, pois é, é só essas”. Vemos que o aluno usa quatro vezes o pronome demonstrativo fazendo referência as quatro alternativas marcada na questão anterior e em seguida faz exclusão e eleição de algumas figuras ao afirmar: “pois é, é só essas”. O aluno D-Al 01 apresenta uma interessante percepção ao expressar: “Aí essa aqui não é um círculo não, tá ligado é um quadrado ó!” e dessa forma o aluno D-Al 02 assertivamente conclui: “Então é “a” e “f”” . É nítido que as análises de recortes das interações discursivas dão luz as percepções externalizadas pelos alunos em suas realizações.

Segmento 4

Turnos 520 – 582

Depois da atividade que suscitou nos alunos assimilações que identificaram os sólidos que tinham apenas um plano de apoio e que desenham um círculo nesse plano de apoio, a quarta atividade da segunda UARC propôs situações didáticas que exploraram as características comuns dos sólidos geométricos que desenham no plano de apoio um círculo representado nas figuras presentes nas alternativas “a” e “f”.

(520) professor: Então, você no selecionou os sólidos na três? Então, olhando para essas duas figuras esses dois sólidos geométricos que desenham no plano de apoio um círculo, o que eles têm em comum?

(521) Professor: Então, vocês num selecionou na três? Você verificou que apenas quais?

(522) A-Al 03: “a” e “f”.

(523) Professor: Isso! Então olhando para essas duas figuras, esses dois sólidos geométricos que desenham no plano de apoio um círculo, o que eles têm em comum? O

(524) Professor: Olhem para elas e digam o que elas têm em comum. Essa mão aqui tem cinco dedos, e essa outra mão, também tem cinco dedos. Agora olhando também para as figuras, o que elas têm em comum?

(525) A-Al 03: Lembra quando tu falou aqui que elas são circular? O que tu falou da “a” e da “f” naquela hora. Tu falou que elas são circulares, redonda e redonda.

(526) A-Al 01: Ambos são circulares no caso.

(527) A-Al 05: Elas têm a base circular.

(528) A-Al 01: Ambas são circulares e apenas um plano de apoio.

(529) Professor: O que mais que elas têm? O que mais? Vejam aí se vocês conseguem identificar mais algumas coisas.

(530) A-Al 01: Ambas são circulares e tem apenas um plano de apoio, sendo todas espaciais.

(531) Professor: Quais características comuns os sólidos geométricos que desenham no plano de apoio um círculo têm em comum?

(532) B-Al 04: As bases circulares.

(533) Professor: O que mais além disso?

(534) B-Al 03: Os vértices.

(535) Professor: O que elas têm mais em comum?

(536) B-Al 03: O vértice.

(537) Professor: O que mais?

(538) B-Al 02: O vértice.

(539) Professor: Coloquem!

(540) B-Al 03: Já botei!

(541) Professor: Só isso que elas têm em comum?

(542) B-Al 02: Bases circulares, espaciais e vértice.

(543) B-Al 03: Bases circulares, forma de cone, espaciais e vértice.

(544) B-Al 04: Não sei nem o que é vértice! O que é vértice?

(545) B-Al 02: Vértice e esses pontos aqui ó! Aqui ó, aqui tem um ponto vértice, dois vértice, três vértice, quatro vértice.

(546) B-Al 04: Ah! Apresenta um vértice!

(547) B-Al 02: É, tá vendo, só tem um vértice aqui!

(548) B-Al 05: É o que ali, o vértice, né?

(549) B-Al 03: Um vértice. Apresentam um vértice.

(550) B-Al 01: Vértice.

(551) Professor: Quais características comuns os sólidos geométricos que desenham no plano de apoio um círculo têm em comum?
(552) C-Al 01e 04: As bases. As bases são iguais.
(553) Professor: As bases são o que?
(554) C-Al 01: Circulares.
(555) Professor: Só isso que elas têm em comum? Terminaram a quatro? Sim?
(556) C-Al 06: Sim.
(557) D-Al 02: As bases são circulares, coloca aí!
(558) D-Al 03: E as formas que são cônicas.
(559) Professor: Só isso que elas têm em comum?
(560) D-Al 02: Ah! Pois então ele tem em comum o diâmetro.
(561) D-Al 03: É o diâmetro e a área.
(562) D-Al 06: A altura.
(563) D-Al 01: O raio.
(564) D-Al 06: A altura, a área, a base e o raio.
(565) D-Al 02: O raio e o diâmetro.
(566) D-Al 06: E a área.
(567) D-Al 02: Raio e diâmetro. Vou colocar só as bases.
(568) Professor: O que mais que eles têm?
(569) D-Al 02: Os raios e o diâmetro.
(570) Professor: O que mais? Vê se vocês conseguem identificar mais coisas aí.
(571) D-Al 04: Altura.
(572) D-Al 06: Altura não.
(573) Professor: São comuns isso aí?
(574) D-Al 02: Então, noventa graus tá na base aqui ó! Na altura.
(575) Professor: É interessante o que tu falou, tu entendestes?
(576) D-Al 02: É que o noventa graus aqui tá. Isso aqui ó!
(577) D-Al 04: Olha aqui, tá por dentro da base e aqui tá por fora.
(578) D-Al 02: É altura, isso aí define altura.
(579) D-Al 04: É altura!
(580) D-Al 02: Não, mas são diferentes, por isso aqui tá dentro e esse aqui tá fora, interno e externo.
(581) D-Al 04: Pois é isso mesmo.
(582) D-Al 03: E também se tu pegar esse aqui ó! Esse aqui se colocar retinho ele vai ficar mais alto que esse.

Das características comuns que marcam o cone circular reto e o cone circular oblíquo os alunos do grupo A conseguem identificar as características que foram exploradas nas atividades anteriores, haja vista, que o grupo finaliza com o aluno A-Al 01 concluindo que: “Ambas são circulares e tem apenas um plano de apoio, sendo todas espaciais". Já os alunos do grupo C identificam apenas as bases como características comuns aos dois tipos de cones.

Os alunos do grupo B além de identificarem as bases circulares, apenas um plano de apoio e a campo espacial, identificam também a vértice como um caráter que marca os dois tipos de cone. Aspectos interessantes revelam importantes indícios de aprendizagem. Um deles é quando o aluno B-Al 04 confessa: "Não sei nem o que é vértice! O que é vértice?" e o conhecimento é compartilhado quando aluno B-Al 02 explica: "Vértice é esses pontos aqui ó! Aqui ó, aqui tem um ponto vértice, dois vértices, três vértices, quatro vértices.". Frente a explicação do colega o aluno B-Al 04 compreende: "Ah! Apresenta um vértice! ", o colega B-Al 02 reforça a explicação: "É, tá vendo, só tem um vértice aqui!".

Os alunos do grupo D identificam ao fazer análise das características comum aos tipos de cones apontam as bases circulares, as formas cônicas, os raios, o diâmetro, a área. Constatamos isso quando o aluno D-Al 02 afirma: "As bases são circulares, coloca aí!" e o aluno D-Al 03 complementa o colega D-Al 02: "E as formas que são cônicas.". O professor estimula novas percepções ao provocar: "Só isso que elas têm em comum?" e o aluno D-Al 02 responde a suscitação do professor apontando que: "Ah! Pois então ele tem em comum o diâmetro." e o aluno D-Al 03 mais uma vez complementam o colega D-Al 02 afirmando: "É o diâmetro e a área".

Percebemos que os três primeiros grupos fazem suas análises ligados as percepções realizadas nas questões anteriores e, talvez por essa razão algumas outras características comuns aos tipos de cone deixaram de ser percebidas. Ao apresentarem apenas saberes já construídos por estímulos e suscitações anteriores, esses grupos deixam de realizar esforços para novas perspectivas e abrem mão de novas descobertas. Diferente disso, o grupo D além de apresentarem uma análise mais ampla, promovem uma abordagem interativa/dialógica permeada de interessantes abstrações dessas características e apresenta uma reflexão mais ampla.

Segmento 5

Turnos 583 - 651

Depois das análises das características comuns apresentadas pelo cone circular reto e o cone circular oblíquo, a quinta atividade ampliou as análises dos alunos quando oportunizou reflexões das características incomuns que marcam os dois tipos de cones. Com isso, a atividade propôs uma análise das dessemelhanças que constroem a classificação do cone circular.

(583) Professor: Agora na cinco! Quais diferenças entre os sólidos geométricos que você separou? Você viu as características comuns, agora você vai olhar para eles e vai encontrar as diferenças entre os sólidos geométricos que desenham no plano de apoio um círculo. Então, olhem para os sólidos que você separou e encontre as diferenças.
(584) A-Al 03: Aí forma um ângulo de noventa graus assim, externo e interno, na figura “f” é externo. Uma é reta e outra é oblíqua. Aí pode fazer a diferença de um ângulo de noventa graus dentro da figura e aqui já é fora. Esse ponto aqui ó, o ponto máximo dela não é reto com a base de baixo.
(585) Professor: É, uma forma o que? Formaliza isso para mim. Só fecha essa ideia e me fala ela. Fala!
(586) A-Al 03: Tipo assim na “f”, o ápice com a base consegue formar noventa graus. Aí na “a” o ápice com a base diferente, né?
(587) Professor: Ela só forma isso quando? Com o centro base?
(588) A-Al 03: Quando tá reto.
(589) Professor: Está no centro forma ...
(590) A-Al 03: Um ângulo de noventa graus.
(591) Professor: E se saí?
(592) A-Al 01: Aí, no caso a base reta com o ápice dar noventa graus.
(593) A-Al 03: É.
(594) A-Al 01: Quando foge disso, é?
(595) A-Al 03: Não forma noventa graus.
(596) Professor: Certo. Então o que você observou? Você observou algumas características comuns, né isso, e quais são as diferenças?
(597) A-Al 01: Que a figura “f” é um cone reto e afigura “a” é oblíquo.
(598) Professor: Mais alguma?
(599) A-Al 01: E que a base com ápice quando reta apresenta noventa graus e quando foge disso não apresenta o mesmo noventa graus.
(600) Professor: Da base. Olhando a figura “a”, você observa que a projeção ortogonal do ponto fora da base, ele não coincide com o centro da base. Quando isso acontece você diz que o cone circular é obliquo, pois sua altura não coincide com o centro da base. Quando a projeção ortogonal do ponto fora da base coincide com o centro da base, formando um ângulo de noventa graus, como dá para observar na letra “f”, então você tem um cone circular reto e na letra “a” você tem um cone circular oblíquo.
(601) B-Al 03: Tá inclinado também.
(602) B-Al 04: Esse aqui, que tá aqui dentro.
(603) Professor: As alturas têm alguma coisa de diferente? Qual a diferença dessas alturas?
(604) B-Al 04: As arestas num são isso aqui? Só que isso tá inclinado para cá e esse daqui tá no final do... .
(605) Professor: As alturas aqui agora tá maior?

(606) B-Al 04: Se inclinar as arestas, pra cá tinha que ficar maior, por isso que esse é maior que essa aqui, porque essa as arestas são inclinadas pra cá.
(607) B-Al 03: Esse aqui! Como ele tá inclinado pra frente ele tá aberto. Esse aqui! Como ele não tá inclinado ele tá mais fechado. Então isso torna que as arestas são menor, né não?
(608) Professor: Conseguiram identificar?
(609) B-Al 03: Possuem as faces diferentes, têm as arestas diferentes e a altura também tá diferente. Anotei.
(610) B-Al 02: As bases são circulares e apresentam um só vértice.
(611) Professor: Certo! Então vocês observaram algumas características comuns, né isso? Tá! E quais são as diferenças?
(612) B-Al 03: As alturas, diferentes.
(613) Professor: Por que que são diferentes?
(614) B-Al 03: Porque uma tá, estica mais e fica maior.
(615) Professor: Estica mais?
(616) B-Al 03: É uma maior que a outra.
(617) Professor: Cone circular. Você observa que tanto o sólido geométrico da letra “a” como o da letra “f”, os dois, são o que?
(618) B-Al 03: Cone.
(619) Professor: São cones! Cones de base o que?
(620) B-Al 03: Circular.
(621) C-Al 06: Tem ângulos diferentes.
(622) C-Al 01: É tá assim ó, cortou.
(623) C-Al 06: Ele é meio caído assim pra esquerda e o outro é mais reto.
(624) Professor: Ah, então coloca aí.
(625) C-Al 03: O sólido da letra “a” é deitado para esquerda e da letra “f” é a forma de um cone normal. Tem as alturas diferentes também.
(626) C-Al 06: Botei alturas diferentes.
(627) C-Al 01: Da letra “a” tá caído para esquerda, letra “e” é reto. E eles tem alturas diferentes e ângulos diferentes.
(628) Professor: Conseguiram fechar?
(629) C-Al 01: Sim.
(630) Professor: Nenhuma dúvida?
(631) C-Al 04: Não.
(632) Professor: Então, quais diferenças vocês conseguiram identificar? E vocês, quais são as diferenças grupo C?
(633) C-Al 03: Os ângulos e as alturas.
(634) D-Al 06: A primeira é a altura, né? Então, porque vai ser um maior que o outro, ne não?
(635) D-Al 04: O ângulo, o ângulo.
(636) D-Al 06: Altura e a base.
(637) D-Al 03: E a base desse aqui é menor que a desse também.

(638) D-Al 04: Tu acha que a altura e a base, é?
(639) D-Al 06: É.
(640) D-Al 05: A altura e sua base.
(641) D-Al 01: Não é altura não, acho que é a área, dois. Na quatro vai ser a área mesmo, né?
(642) D-Al 06: É na quatro vai ser a área. Ei na quatro vai ser a área porque a altura vai ser dois.
(643) D-Al 04: Tirar a altura.
(644) D-Al 06: E colocar a área.
(645) D-Al 04: Altura e base.
(646) D-Al 02: A cinco né?
(647) D-Al 04: É.
(648) D-Al 06: Ei aqui ele tá deitado se tu for levantar ele vai ficar muito mais alto do que esse.
(649) D-Al 01: Muito mais alto que esse aí.
(650) D-Al 06: A gente acha que a altura e a base.
(651) D-Al 04: O plano é aqui ó!

A análise dos discursos do grupo A revelam que os alunos já reconhecem que o sólido geométrico da figura presente na alternativa “a” representa o cone circular oblíquo e que a figura representada na alternativa “f” é do cone circular reto. Mas mesmo os alunos socializando suas conclusões antes das assimilações que permitem tais formulações o professor explora as distinções entre os dois tipos de cone circular e o aluno A-Al 03 expõe significativas abstrações: “Aí forma um ângulo de noventa graus assim, externo e interno, na figura “f” é externo. Aí pode fazer a diferença de um ângulo de noventa graus dentro da figura e aqui já é fora. Esse ponto aqui ó, o ponto máximo dela não é reto com a base de baixo”. “Tipo assim na “f”, o ápice com a base consegue formar noventa graus. Aí na “a” o ápice com a base diferente, né?”.

Observamos que os alunos do Grupo B têm dificuldades para perceberem as características que marcam os tipos de cone circular e por essa razão o professor faz várias suscitações com objetivos de provocar nos alunos percepções das distinções que categorizam o sólido geométrico estudado. As diferentes inclinações nas alturas dos tipos de cone circular são as características identificadas pelos alunos do grupo B.

Os alunos do grupo C conseguem sem dificuldade perceber que: “C-Al 06: Ele é meio caído assim pra esquerda e o outro é mais reto.”, “C-Al 03: O sólido da letra “a” é deitado para esquerda e da letra “f” é a forma de um cone normal. Tem as alturas diferentes também. ” e “C-Al 01: Da letra “a” tá caído para esquerda, letra “e” é reto. E eles tem alturas diferentes e ângulos diferentes. ”. Vemos que não apenas os alunos do grupo C mas os grupo que o antecedem não conseguem perceber explicitamente as implicações dessas características distintas na projeção ortogonal dos tipos de cones circular. Por essa razão, as intervenções realizadas pelo professor foram extremamente importantes para que os alunos formulassem suas abstrações nas perspectivas do que é evidenciado pelo professor.

É uma pena o cotidiano do contexto escolar não permitir um acompanhamento tão minucioso das experiências de aprendizagem dos alunos como essa. São tão importantes e significativos os fenômenos que os alunos evidenciaram nesse estudo. Isso fica registrado em várias situações que já encontramos e também quando alguns alunos do grupo D compreendiam a altura como um aspecto comum aos tipos de cone circular, mas quando proposto para uma análise das distinções dos sólidos geométricos estudados vemos que os alunos reconhecem que a altura é uma dessemelhança que os marcam. Vemos isso quando o aluno D-Al 06 reformula que: “É na quatro vai ser a área. Ei na quatro vai ser a área porque a altura vai ser dois” e o aluno D-Al 04 propõe: “Tira a altura.”. Vemos, ainda, que possivelmente o grupo D percebe implicitamente que há algo diferente quanto a altura dos dois cones quando o aluno D-Al 06 expressa: “Ei aqui ele tá deitado se tu for levantar ele vai ficar muito mais alto do que esse. ”, as abstrações dos alunos demonstram subjetivamente uma diferença existente entre eles.

Vemos que o professor usa as significativas abstrações feitas por todos grupos como um excelente momento para formular as compreensões realizadas pelos grupos. “Olhando a figura “a”, você observa que a projeção ortogonal do ponto fora da base, ele não coincide com o centro da base. Quando isso acontece você diz que o cone circular é obliquo, pois sua altura não coincide com o centro da base, a projeção ortogonal do ponto fora da base coincide com o centro da base formando um ângulo de noventa graus, como dá para observar na letra “f”, então você tem um cone circular reto e na letra “a” você tem um cone circular oblíquo.

Segmento 6

Turnos 652 - 721

A sexta atividade oportunizou os alunos um ambiente para formulações das aprendizagens suscitadas nas atividades anteriores colocando que o objeto geométrico espacial descrito é chamado de cone circular que é formado pelo conjunto de segmento com uma extremidade na base, sendo a base, um círculo e a outra extremidade pertencente ao ponto fora da base do sólido. O cone circular é classificado como circular reto quando um dos seus segmentos forma com o centro da base um ângulo de noventa graus, caso não se tenha o segmento do cone formando um ângulo de noventa graus com o centro da base o cone é chamado de cone circular oblíquo.

(652) Professor: Aí você observa, né? A identificação do cone circular reto e do cone circular oblíquo, diga os cones reto e oblíquo e cite os tipos de elementos que os caracterize. Aí, você vai dizer letra, letra por exemplo, letra “a”, ”b” e ”c”, letra “c”, ”b” cone tal. Cheguem em um consenso no grupo.
(653) A-Al 01: “a” é oblíquo, oblíquo! ”b” é reto. Ela é oblíquo quando o vértice... .
(654) A-Al 05: A “c” é reto. A “e” é reto. E a “f” é reta. Aí, tem que dizer a característica.
(655) A-Al 02: A “f” é reta.
(656) A-Al 01: Olha aí ô, reto é quando o segmento, forma no centro da base um ângulo reto. Oblíquo reto é quando, o segmento forma no centro da base um ângulo reto. É quando o segmento forma no centro da base um ângulo reto, quando há um vértice.
(657) A-Al 05: Forma um ângulo?
(658) A-Al 01: Reto. É quando a vértice não coincide com a base.
(659) Professor: Pessoal, o que, que caracteriza o cone circular reto? Você vai ter que lembrar, não importa se ele está para cima se está para baixo, se está de lado e tal, tal, tal.
(660) A-Al 03: Eu acho que é quando consiste nessa altura, aí... Olha aqui, oblíquo pode ser quando a vértice não dá segmento com a base.
(661) Professor: Tenta lembrar do que nós explicamos agorinha.
(662) A-Al 03: É alguma coisa haver com altura?
(663) Professor: Quando a altura...?
(664) A-Al 01: Quando altura não dá seguimento com a base.
(665) Professor: Se a altura coincide com o centro O ela forma um ângulo de quanto?
(666) A-Al 03: Noventa graus.
(667) Professor: E o cone é o que? Ele é circular reto ou é circular oblíquo.
(668) A-Al 01: Reto, Reto.
(669) Professor: E quando a altura não coincide com o centro da base ele é o que?
(670) A-Al 01: Oblíquo.
(671) B-Al 03: Os ângulos retos são internos.
(672) B-Al 02: E os oblíquos são externos.
(673) Professor: O centro da base num é o centro O?
(674) B-Al 02: É!
(675) Professor: Se a altura coincide com o centro O ela forma um ângulo de quanto?
(676) B-Al 02: Noventa graus.
(677) Professor: E o cone é o que? Ele é circular reto ou circular oblíquo?

(678) B-Al 02: Reto.

(679) Professor: E quando ela não coincide com o centro da base ele é o que?

(680) B-Al 02: Oblíquo. Quando o segmento não corresponde com o centro da base.

(681) B-Al 02: Aqui é o vértice.

(682) B-Al 04: O vértice, isso aqui ó! Tá reto com a base.

(683) B-Al 02: Se o vértice não coincide com o centro da base é oblíquo. Olha aqui ó!

(684) B-Al 03: Os retos coincidem com o centro da base.

(685) B-Al 04: Altura incide com o centro da base.

(686) B-Al 03: Ei professor olha bem aqui pra ver como ficou aqui. Quando os correspondem ao centro da base, ele forma noventa graus, né?

(687) Professor: Os retos constroem com o centro da base. Quem constroem com o centro da base?

(688) B-Al 02, 03 e 05: Altura.

(689) Professor: Então, acho que tu deveria citar isso aí!

(690) B-Al 04: A gente botou a altura moço. É, Altura incide no centro da base.

(691) Professor: Agora tentem responder a atividade aí. Isso pra você dizer quais as características dos que são reto? Cite os elementos que caracterizam os retos e os elementos que caracterizam os oblíquos.

(692) C-Al 03: Os oblíquos “a”, ”d” e ”e”.

(693) C-Al 01: Cone oblíquo “a”, ”d” e “e”.

(694) C-Al 01: Mas o “b” esse aqui pra baixo é um reto. Esse aqui ó, que tá de cabeça pra baixo.

(695) C-Al 06: O obliquo é o que? São o que?

(696) C-Al 05: Os inclinados.

(697) C-Al 03: Que é o ponto O?

(698) C-Al 06: O ponto da base.

(699) Professor: Pessoal tem que identificar isso aí, só isso aí, vocês já conseguiram identificar que é reto e obliquo? Então diz por que que é reto e oblíquo.

(700) D-Al 05: É reto por causa do ângulo, né?

(701) D-Al 02: Altura também.

(702) D-Al 04: Vem ver esse oblíquo. Porque oblíquo? Olha aqui ó, não coincide com a parte do meio. Um coincide com o ponto do meio da base, aqui ó, é aqui.

(703) D-Al 01 e 02: Os ângulos são diferentes.

(704) Professor: Se a altura coincide com o centro ela forma um ângulo de quanto?

(705) D-Al 01 e 03: Noventa graus.

(706) Professor: E o cone é o que? Circular reto ou circular oblíquo?

(707) D-Al 03: Circular reto.

(708) Professor: E quando ela não coincide com o centro da base, ela é o que?

(709) D-Al 01 e 05: Oblíquo.

(710) D-Al 02: Ah, agora entendi. O vértice aqui ó, coincide com o centro da base. E esse aqui não coincide com o centro né?

(711) D-Al 06: Como é?

(712) D-Al 03: Coincide com o centro da base.

(713) D-Al 02: Reto. Oblíquo.

(714) D-Al 06: Coincide?

(715) D-Al 01: Com o centro da base.

(716) D-Al 04: Isso é do reto, né?

(717) D-Al 02 e 01: É.

(718) D-Al 06: Então o outro vai ser, porque o vértice não coincide com o "O" da base.

(719) D-Al 01: É isso aí mesmo.

(720) D-Al 03: O oblíquo é?

(721) D-Al 06: É.

A análise do discurso do grupo A mostram que os alunos não têm dificuldade de identificar os tipos de cones circular representados na questão. No entanto, vemos que esses alunos precisam da intervenção do professor para formular os aspectos que distinguem o cone circular. Os alunos do grupo B identificam a posição dos ângulos e as alturas como características que categorizam os cones circular e, assim como o grupo anterior os alunos dos grupos B aproveitam as intervenções do professor e formalizam suas percepções.

Os alunos do grupo C identificam os tipos de cones e conseguem estabelecer os determinantes que marcam as distinções. Já os alunos do grupo D identificam as alturas e os ângulos como características que marcam as distinções dos tipos do cone circular e percebem que: "Olha aqui ó, não coincide com a parte do meio. Um coincide com ponto do meio da base, aqui ó, é aqui" e "Os ângulos são diferentes", os alunos D-Al 04, D-Al 01 e D-Al 02 respectivamente fazem essas percepções e evidenciam compreensões generalizadas das características que classificam o cone circular. Esses alunos revelam perceber que altura e os ângulos são fatores de distinções que classificam o cone. As suscitações realizadas pelo professor são propicias para que esses alunos autenticassem suas formulações.

3ª UARC

Esta Unidade de Articulação de Reconstrução Conceitual propôs aos alunos o estudo sobre os elementos do cone circular. A unidade inicia com uma atividade que explora possíveis conhecimentos dos alunos sobre elementos do cone. A segunda atividade propôs a identificação dos elementos do cone circular correspondentes aos pontos, segmentos e áreas indicados em figura representativa do cone circular. A terceira atividade permitiu o aluno relacionar a indicação de pontos, segmentos e área em figura representativa do cone circular reto.

Episódio III
Turnos 722 - 921

Segmento 1
Turnos 722 - 766

A primeira atividade desta unidade oportunizou os alunos a identificação dos elementos do cone em figuras representativas. A importância da atividade tem respaldo na compreensão de que a preocupação básica nas experiências iniciais deve ser o reconhecimento das formas mais frequentes, a familiarização com a nomenclatura dos elementos das figuras geométricas como faces, vértices, arestas, diagonais (SALIN, 2013). De início a UARC propõe que os alunos, a partir de seus conhecimentos, identifiquem os elementos que caracterizam o sólido geométrico estudado analisando duas figuras gráficas do cone circular. Uma imagem do cone circular reto e outra, do cone circular oblíquo.

(722) Professor: Pessoal, bom dia! Hoje nós vamos dá continuidade a aplicação das atividades a respeito do ensino do cone e essa terceira atividade trata a respeito dos elementos de um cone. Questão um, a partir dos seus conhecimentos sobre cone circular, identifiquem nas figuras apresentadas elementos que possam caracterizá-las. Então você vai identificar os elementos nesses dois cones. Você tem aí o cone circular oblíquo e o cone circular reto. Então, você vai identificar os elementos que caracterizam o cone. Você vai puxar a setinha e colocar aí mesmo na imagem que você tem.
(723) A-Al 03: O eixo, o segmento de retas. O ápice com o centro da base. Eixo é só o x, o, né?
(724) A-Al 01: Segmento de reta. O segmento reta do ápice ao centro da base.
(725) A-Al 03: Pode ser a circunferência?
(726) A-Al 01: Sim, circunferência da base.
(727) A-Al 01: Cadê vértice aí?
(728) A-Al 01: Geratriz, né?
(729) A-Al 04: Geratriz.

(730) A-Al 05: Geratriz é isso aqui ó!

(731) A-Al 04: Vértice!

(732) A-Al 01: Para mim quem é a vértice é C, não?

(733) A-Al 04: A vértice é C.

(734) A-Al 03: Né o ponto mais alto não, que é a ápice? A vértice num é o meio não? Né a lateral, não?

(735) A-Al 01: Pois é, o vértice bem aqui assim, ó!

(736) B-Al 02: Vértice corresponde com o eixo. Aqui é o vértice. Aqui é a geratriz, né?

(737) B-Al 03: Aqui ó! A geratriz né a roxa?

(738) B-Al 02: É, roxa aqui é geratriz.

(739) B-Al 04: A azul é a geratriz aqui, né não? O amarelo é a base, né? Amarelo a base.

(740) B-Al 03: Esse negócio bem aqui é o ângulo, né?

(741) B-Al 04: É. E então esse outro roxo também é geratriz, né?

(742) B-Al 02: É, os dois são geratriz. Isso aqui é altura, ó!

(743) B-Al 03: O que que é altura?

(744) B-Al 02: Altura aqui! Vermelho é altura. É altura, altura também esse aqui! A verde também pode ser altura também.

(745) C-Al 04: Base circular, ângulo de noventa graus.

(746) C-Al 04: Qual é essa aqui?

(747) C-Al 01: geratriz.

(748) C-Al 06: Canto da base né, base central!

(749) C-Al 01: É essa aqui tem a base circular, tem a vértice, tem os ângulos, tem a geratriz e o ângulo de noventa graus

(750) Professor: Vocês concordam aí? Tudo certo?

(751) C-Al 06: A gente identificou a base, a base circular o círculo amarelo, base circular.

(752) C-Al 01: Aquele h ali ó!

(753) C-Al 03: Altura.

(754) Professor: Então essa atividade aqui está sendo tranquila né? Ou vocês estão tendo muita dificuldade nela?

(755) C-Al 03: não.

(756) C-Al 04: não.

(757) D-Al 02: O eixo, o eixo aqui ó! Só colocar o eixo, né? O eixo é esse aqui ó! Olha aí ó, esse é mais inclinado, aqui é base de apoio, esse aqui é o ângulo.

(758) D-Al 06: O eixo é o que? Qual eixo tu colocou?

(759) D-Al 03: É esse aqui ó!

(760) D-Al 02: O eixo é esse segmento do vértice aqui ó! Até o... .

(761) D-Al 06: O vértice.

(762) D-Al 02: O vértice, o ponto do vértice. Vértice, vértice, aqui ó!

(763) D-Al 04: Dois raio aqui!

(764) D-Al 04: Eixo, vértice, altura, ângulo, base e raio.

(765) D-Al 06: Esse azul é o que?

(766) D-Al 01: Geratriz.

A análise dos discursos dos alunos mostra significativas percepções dos alunos sobre os elementos do cone e vemos que aprendizagem acontece de forma participativa e interativa. De várias abstrações e interações que os alunos realizam damos destaque as realizadas pelos alunos A-Al 01, A-Al 03 e A-Al 04. Na situação de aprendizagem o aluno A-Al 01 pergunta: “Cadê vértice aí?” e o mesmo responde: “Para mim quem é a vértice é C, não?”. O aluno é assertivo quando afirma que a letra C na figura gráfica representa o vértice, porém esse aluno coloca esse saber como uma subjetividade e na construção que faz percebemos que o aluno não tem absoluta propriedade desse saber. Nos discursos o aluno A-Al 04 ajudou o colega a autenticar sua assimilação ao reafirmar: “A vértice é C”.

Notamos que os alunos do grupo B conseguem responder satisfatoriamente à questão ao reconhecer no gráfico os elementos que pertencem ao cone circular. Isso pode ser visto quando o aluno B-Al 04 expressa: “A azul é a geratriz aqui, né não?”, “então esse outro roxo também é geratriz, né?” e o aluno B-Al 02 responde: “É, os dois são geratriz”. O grupo D chama atenção pela facilidade que os alunos apresentam em identificar os elementos do cone circular nas figuras apresentadas. Os alunos reconhecem quase todos os elementos e com propriedade. Isso pode evidenciar que esses alunos já possuíam saberes sobre os elementos do cone circular e/ou pode indicar que o desenvolvimento das unidades anteriores produziu, autenticou, (re)formulou esses conhecimentos nos alunos. Certo é que, o que os discursos mostram é positivo, incentivador, animador.

Segmento 2

Turnos 767 – 855

O segmento anterior explorou os conhecimentos que os alunos já possuíam sobre os elementos do cone, isso porque a atividade propôs que os alunos fizesses análises dos elementos do cone circular a partir de seus conhecimentos. A atividade do segundo segmento apresenta uma relação nominal e algumas definições dos elementos do cone e solicitou que os alunos fizessem a indicação desses elementos nas figuras dos gráficos do cone circular reto e oblíquo presentes na primeira tarefa da terceira Unidade de Articulação de Reconstrução Conceitual.

(767) Professor: A segunda questão pede para nós: Identifique os pontos, segmentos e áreas que podem representar cada um dos cones circulares os seguintes elementos. Então você pode usar o que? Ponto, segmento ou área para identificar os elementos. Então o vértice aí, você vai lá na figura e vai identificar quem é vértice na primeira, quem é vértice na segunda, da mesma forma você vai identificar quem é altura, quem é raio da base, quem é a área da base, quem é o eixo do cone, quem é geratriz e quem é secção meridiana, tá?

(768) B-Al 04: Secção meridiana.

(769) B-Al 03: É do C para o O.

(770) B-Al 02: É.

(771) B-Al 03: Vai ficar a mesma coisa desse é B-Al 02, da geratriz?

(772) B-Al 02: Não, geratriz é daqui pra cá!

(773) B-Al 04: Então ele vai vim daqui?

(774) B-Al 02: Não! Ele vai vim daqui e vai passa pelo centro da base, vai passar pelo vértice e pelo centro da base. É moço! Ele vai cortar, finge que tem uma “paredezona” passando aqui ó! Ele vai separar. Segmento que passa do C ao centro da base e nas bordas.

(775) Professor: Pelo diâmetro dá ... ?

(776) B-Al 02: Base.

(777) B-Al 04: Isso aqui é o diâmetro.

(778) B-Al 03: Então vai cortar onde? Olha aqui ó, o triângulo aqui ó! C, O, B.

(779) B-Al 04: Achei, mas como que é isso aqui? É um triângulo, ó!

(780) Professor: Então você consegue identificar quem é o diâmetro, né isso? Aí passa pelo diâmetro da base e pelo vértice. Que triângulo é esse que tá formando? O que é o diâmetro pra vocês?

(781) B-Al 02: O que, que é o diâmetro?

(782) B-Al 03: Cadê esse diâmetro aqui menino?

(783) Professor: O que tu acha que é o diâmetro? Vocês lembram da oficina que tivemos, né? lá falamos de círculo, num foi isso? Nós falamos de raio, falamos também de diâmetro. O que é o diâmetro?

(784) C-Al 01: Diâmetro é a base do círculo. E toda a base do círculo

(785) Professor: Não, o que é diâmetro pessoal?

(786) B-Al 02: Acho que o diâmetro passa daqui pra cá!

(787) Professor: Não! O que é o diâmetro pessoal? Grupo A, quer falar? Grupo D, grupo B? Digam aí o que é o diâmetro?

(789) D-Al 04: Olha aí, secção meridiana que passa pelo vértice, olha aí ó! O vértice é esse aqui, que passa pelo vértice até a base.

(790) D-Al 02: Ah entendi agora! O diâmetro é isso aqui, é daqui pra cá!

(791) D-Al 02: De acordo com a figura aqui é do B até o A.

(792) B-Professor: De quem?

(793) D-Al 01: B, O, A.

(794) D-Al 04: B, O, A.

(795) Professor: Por que do B, O, A é o diâmetro?

(796) D-Al 02: Porque se estende de uma extremidade até a outro, o diâmetro, dois raio.

(797) Professor: Isso. E passa por onde?

(798) D-Al 02: Aí, passa pelo centro.

(799) Professor: Aí, é o que?

(800) D-Al 02: Centro da base, diâmetro.

(801) Professor: Não. Antes tu falou raio.

(802) D-Al 02: Falei, passa pelo, é dois raio, diâmetro, ele passa pelo centro.

(803) Professor: Tá certo. Entenderam isso? Passa por onde?

(804) D-Al 02: Pelo centro da base, e é dois raio.

(805) Professor: Duas vezes a medida do raio, né isso?

(806) D-Al 04: É! Ele passa pelo centro.

(807) Professor: Tá certo. Entenderam pessoal, então passa por onde? Centro da base.

(808) B-Al 03: Duas vezes o raio.

(809) B-Al 02: Dois raio.

(810) Professor: Então o que tá sendo pedido é a secção, não o diâmetro, tá sendo pedido a secção, e é dito que a secção meridiana é a intersecção de um plano que passa pelo vértice e pelo diâmetro da base do cone. Então que figura forma passando pelo vértice e pelo diâmetro da base do cone?

(811) B-Al 03: Um triângulo.

(812) Professor: A atividade quer saber quais os pontos que o triângulo passa. Por quais pontos? Quais são?

(813) B-Al 03: No primeiro passa por C, O, B e C, O, A, e o segundo F, G, D e F, G, E, forma dois.

(814) Professor: O primeiro é quem?

(815) B-Al 03: C, O, B.

(816) Professor: C, O, B, vocês concordam? Quem é a secção meridiana de vocês?

(817) D-Al 02: A, C, B.

(818) Professor: Quem?

(819) D-Al 02: A, C, B.

(820) D-Al 04: A, C, B.

(821) Professor: Por que A, C, B?

(822) D-Al 02: Porque passa pelo vértice e o diâmetro.

(823) Professor: E no segundo cone?

(824) D-Al 06: D, F, E.

(825) Professor: Né isso, concordam? C, O, B? Mas quando tu pega C, O, B, B, O num tá na base?

(826) B-Al 03: Tá.

(827) Professor: B, O é o que, é o diâmetro ou é o raio?

(828) B-Al 03: Raio.

(829) Professor: Mas atividade fala que a secção meridiana passa por onde?

(830) B-Al 03: Pelo vértice.

(831) B-Al 04: E o diâmetro da base.

(832) B-Al 03: Ah! Agora tá certo.

(833) Professor: Passa por onde, pelo vértice e quem mais?

(834) B-Al 03: Raio, raio.

(835) Professor: Não! Lê lá!

(836) B-Al 04: Diâmetro da base.

(837) Professor: Passa por onde?

(838) B-Al 03: Diâmetro da base.

(839) Professor: Então, passando pelo diâmetro da base vai passar por onde agora?

(840) B-Al 03: Pelo eixo.

(841) Professor: E o diâmetro?

(842) B-Al 03 e 04: É o B, A.

(843) Professor: É quem?

(844) B-Al 03: B, A.

(845) Professor: Então quem é a secção meridiana?

(846) B-Al 04: A, C, B.

(847) D-Al 01: A, C, B.

(848) Professor: Por que A, C, B?

(849) D-Al 02: Porque passa pelo vértice e pelo diâmetro.

(850) Professor: E no outro?

(851) B-Al 04: D, F, E.

(852) B-Al 06: D. F, E.

(853) D-Al 06: D, F, E.

(854) Professor: Isso aí, conseguiram.

(855) B-Al Todos: Sim.

Esta atividade mostrou que os alunos ampliaram suas percepções sobre os elementos do cone, visto que em todos os grupos os alunos relacionaram um número maior de elementos do cone às figuras apresentadas, isso considerando a primeira questão que foi solicitado para os alunos relacionarem os elementos do cone às figuras a partir dos conhecimentos que possuíam. Vemos que os alunos não apresentaram dificuldades para identificar os elementos do cone, exceto saberes que envolvem a secção meridiana. Vale destacar que até a segunda atividade da terceira UARC a secção meridiana não tinha sido abordada na Sequência Didática, apenas na oficina. Isso possivelmente justifica os conflitos que os alunos apresentaram inicialmente.

Os discursos nos mostram que o professor desenvolveu uma sequência de intervenções que provocaram nos alunos importantes suscitações sobre a secção meridiana e dos outros elementos relacionados a ela que permitiram os educandos o reconhecimento desses elementos. Além disso quando analisados os discursos dos grupos de forma separada é evidente que os alunos do grupo D responderam as intervenções do professor de forma mais decisiva, visto que quando o professor laçava as intervenções esse grupo respondia com as abstrações que realizam sobre o que foi analisado. O esforço do professor revelado nos discursos reafirma que o processo de ensino é uma "atividade conjunta de professores e alunos, organizado sob a direção do professor, com finalidade de prover as condições e meios pelos quais os alunos assimilam ativamente conhecimentos, habilidades, atitudes e convicções" (LIBÂNEO, 1990, p.29 apud SILVA, 2008, p.160).

Segmento 3

Turnos 856– 921

Esta atividade apresentou para os alunos uma sequência de figuras gráficas do cone circular reto e ao lado uma relação dos nomes dos elementos desse sólido. Cada figura da sequência apresentava a indicação de um elemento do cone que o aluno deveria fazer a correspondência. Ou seja, o aluno usando a relação nominal dos elementos presentes na atividade e a sequência de figuras do cone deveria fazer a correspondência desses elementos às figuras.

(856) Professor: Agora vocês podem fazer a terceira. Usando a relação nominal dos elementos a direita. Quem é vértice, altura, raio da base, área da base, eixo do cone, geratriz e secção meridiana. Usando essa relação nominal, escreva o nome dos elementos representados em vermelho indicado em cada cone, cada cone desse tem um elemento destacado em vermelho e você vai indicar o que ele representa. Bota o nome, um representa o que? Aí você vai olhar, tem ponto? O outro tem reta? Vértice? Segmento, né isso? Em cada conezinho desse aqui você vai representar um elemento, aí você coloca o nome em baixo no elemento que está sendo destacado em vermelho aqui no cone, bora lá!

(857) A-Al 05: Acho que o ”a” é o raio da base, né não?

(858) A-Al 01: Ó, geratriz, secção meridiana, área da base, aqui é a altura!

(859) A-Al 03: Não, a altura é a ”b”.

(860) A-Al 05: A altura é a letra ”b”.

(861) A-Al 03: Pois é mesmo a ”b” que estou apontando aqui.

(862) A-Al 03: Ó, a "f" é a secção Meridiana. Vou botar secção meridiana.

(863) A-Al 03: Oxente! Como que é o eixo? Eu acho que o eixo é para cá, né, esse aqui? O eixo é "c".

(864) A-Al 03: Né o eixo, não?

(865) A-Al 02: A "a" é o que?

(866) A-Al 03: A "a"?

(867) A-Al 05: Raio da base.

(868) A-Al 04: Raio da base.

(869) A-Al 05: Acho que a letra ”c” é o eixo do cone, né não?

(870) A-Al 02: Não, letra ”c” é a vértice, que tem um pontinho lá em cima. Né A-Al 03?

(871) A-Al 03: A vértice é “c” e “f”. O que é “c” e “f” aqui? É o ponto de cima, é onde só tem um ponto.

(872) A-Al 02: A “g” é geratriz, né?

(873) A-Al 03: É. E a “e” é o que A-Al 02?

(874) A-Al 04: Qual que tu acha que é a “c” A-Al 02?

(875) A-Al 02: A “e” área da base.

(876) A-Al 05: A letra “d” é o eixo do cone.

(877) A-Al 04: O que tá faltando aqui, é só altura.

(878) A-Al 02: Qual é professor a altura dessas duas aqui?

(879) Professor: Olha lá, veja o que determina a altura! Faltou quem? Você tem que ver quem faltou.

(880) A-Al 05: A altura é a letra “b” e a letra “d” é o eixo do cone.

(881) Professor: Será? Por que você tá afirmando isso? Ver a altura lá. Dar uma olhadinha!

(882) A-Al 01: A altura aqui meu amigo, a altura é a “d”. Aqui ó! Aqui do lado!

(883) B-Al 04: Letra “a” é da base.

(884) B-Al 03: Aqui é o raio, ó!

(885) B-Al 03: Ei B-Al 02! Quem passa assim no meio é o eixo, né?

(886) B-Al 02: É o eixo.

(887) B-Al 04: Em cima é o vértice, é?

(888) B-Al 02: É, é! É a vértice.

(889) C-Al 04: Aqui é área da base, a área da base.

(890) C-Al 02: Área da base.

(891) C-Al 06: Área da base. Raio da base ó! raio da base. Isso, dá pra ver lá no outro lado lá, tu viu? Esse aqui tu botou o que?

(892) C-Al 04: É eixo.

(893) C-Al 06: Tá certo, eixo. A “a” eu botei a três.

(894) C-Al 03: Eu também.

(895) C-Al 06: “b” a cinco.

(896) C-Al 03: Também.

(897) C-Al 03: Vértice?

(898) C-Al 01: Vértice em cima. Raio, eixo, vértice, altura, base, secção e geratriz.

(899) D-Al 02: Base, base, aqui é base.

(900) D-Al 04: É.

(901) D-Al 02: Isso aqui é secção meridiana, né?

(902) D-Al 06: Qual?

(903) D-Al 02: Isso aqui.

(904) D-Al 01: É.

(905) D-Al 06: É.

(906) D-Al 06: Geratriz.

(907) D-Al 05: Geratriz, né?

(908) D-Al 01: Isso é muito fácil.

(909) D-Al 02: Isso aqui é altura, né?

(910) D-Al 04: É altura.

(911) D-Al 02: Altura, né?

(912) D-Al 05: Estranho, né?

(913) D-Al 02: É altura pô! Altura aqui, é a mesma coisa aqui.

(914) D-Al 06: É porque ele colocou por dentro.

(915) D-Al 02: Não tem mais não, né?

(916) D-Al 06: Não. Acabou!

(917) D-Al 04: Então é raio, eixo, vértice e altura, base, secção meridiana e geratriz.

(918) D-Al 06: Pronto terminamos, agora é só passar o tempo.

(919) D-Al 02: Professor, pode entregar?

(920) Professor: Terminou?

(921) D-Al 03: Sim.

A estratégia de abordar os elementos do cone circular a partir de três perspectivas (1- a partir dos conhecimento do aluno, 2- identificando os elementos nas figuras gráficas do cone circular, 3 – relacionando o nome dos elementos a uma sequência de figuras do cone circular reto onde cada figura apresentava um elemento do cone a ser feito a correspondência nome – elemento) constituídas nas três atividades da UARC pode ter construído nos alunos habilidades e competências que permitiram facilmente o reconhecimento dos elementos do cone na sequência de figuras. Isso porque as diferentes atividades abordando os elementos do cone estimularam os alunos a diversas percepções, abstrações e compreensões, pois quanto mais o aluno assimila, mais faz conjecturas, autentica e descarta hipóteses, mais ele aprofunda as compreensões daquilo que ele estuda. Nesse sentido, Salin (2013) defende que:

> A Geometria é um tópico natural para começar a resolução de problemas e tem muitas aplicações que aparecem no mundo real. É imprescindível que o aluno tenha oportunidade de fazer conjecturas, explorações, representações, construções, discussões, que possibilitem investigar, descobrir, descrever e perceber propriedades para uma aprendizagem significativa" (SALIN, 2013, p. 263).

Ao iniciar a Unidade de Articulação de Reconstrução Conceitual com uma atividade que explora os saberes já construídos nos/pelos alunos a UARC pode levar o aluno ao reconhecimento de que ele possui aprendizagem sobre o assunto e pode ajudar a antecipar saberes que serão explorados nas atividades subsequentes e devemos considerar que quando os alunos socializam seus saberes e as compreensões que realizam acontece um significativo compartilhamento de habilidades e competências.

Portanto a estratégia de propor diferentes atividades explorando os elementos do cone circular pode explicar a facilidade que os alunos tiveram em responder a última atividade da UARC. A análise dos discursos na integra mostra que todos os grupos apresentam abstrações diretas, assertiva, ausências de assimilações conflituosas. Além disso o aluno D-Al 01 confessa que: “Isso é muito fácil” e o aluno D-Al 06 expressa: “Pronto terminamos, agora é só passar o tempo”. Diante do exposto é preciso considerar que não apenas o modo como a terceira unidade de atividades foi organizada, mas a forma como todas as UARC’s foram estrategicamente construídas oportunizaram excelentes momentos de aprendizagem.

4ª UARC

Salin (2013) defende que ao iniciar o estudo da Geometria Espacial, um grande destaque é dado à visualização de situações geométricas e à sua representação no plano. A autora acredita que sem tais habilidades, é praticamente impossível desenvolver qualquer trabalho em Geometria. Diante do exposto encontramos valor na primeira da quinta UARC ao tomarmos a planificação de sólidos para visualização e abstrações de situações geométricas.

A segunda atividade colocou para os alunos o desafio de identificar e nomear as figuras planas que formam os sólidos estudados e que foram evidenciadas na planificação realizadas. A terceira atividade suscitou nos alunos a verificação da possibilidade de recompor o sólido cone circular reto a partir da planificação realizada. Na quarta atividade os alunos fizeram uma análise das figuras que caracterizam a planificação do cone e das medidas de segmentos.

Episódio IV
Turnos 922 - x

Segmento 1

Turnos 922 - 997

A quarta unidade inicia com atividade que propôs aos alunos que, observando os sólidos (Cubo – Cilindro – Cone), fizessem a planificação de cada um seguindo a sequência.

(922) Professor: Atividade quatro, planificação de um cone. Observe os sólidos (Cubo – Cilindro – Cone). Então esses sólidos que entreguei pra vocês, cada grupo recebeu um conjunto de sólidos, recebeu um cubo, um cilindro e um cone. Essa parte aqui vazada, vocês veem que não tem a face, mas vocês vão considerar como se todas fossem fechadas, como se aqui tivesse uma face, o círculo, num é isso? Aqui da mesma forma e o cone também. Embaixo como se tivesse um círculo. Todas vocês vão considerar dessa forma. Vocês vão observar e fazer a planificação de cada um seguindo a sequência, então você vai fazer a do cubo, do cilindro e do cone. Então o grupo vai fazer isso. Já podem dividir o papel da forma que acharem melhor para poderem fazer isso aí. Identifique e nomeiem que figuras planas são formadas com a planificação dos sólidos e indique os elementos dos sólidos nas figuras planificadas. Na atividade anterior vocês num fizeram a identificação dos elementos do cone? Então, vocês vão fazer a planificação deles e fazer a identificação desses elementos na planificação tanto do cubo, como do cilindro, como do cone. Então podem iniciar, qualquer dificuldade aí me chame!
(923) A-Al 03: Ah o cubo é tudo igual.
(924) A-Al 01: É moço, nós vacila, porque aqui é seis, aqui é seis, aqui é seis
(925) A-Al 02: É seis em cada?
(926) A-Al 05: É.
(927) A-Al 03: Olha aí ó, dá seis. Aí ó tu tava fazendo do branco, assim é menos, cinco centímetros vírgula cinco, dá seis certinho! Tem que fazer a altura.
(928) A-Al 03: Assim A-Al 01, os quadrados, um quadrado, dois quadrado, três quadrado, quatro quadrado, cinco quadrado, seis quadrado, aí quando fechar, esse vem pra cá, esse vem pra cá, esse vem pra cá e esse vem pra cá, esse que sobrou tampa em cima.
(929) A-Al 03: O cilindro.
(930) A-Al 01: Valeu A-Al 03. A boca dele deu seis e alguma coisa.
(931) A-Al 03: Seis com seis, doze centímetros.
(932) A-Al 01: O meio é bem aqui ó.
(933) A-Al 03: Foi seis meu garoto. Vai dar certinho!
(934) A-Al 02: E agora como vamos fazer isso?
(935) A-Al 03: Aí agora é doze centímetros.
(936) A-Al 03: Tem que fazer duas bolinhas dessa aqui.
(937) A-Al 01: Ei A-Al 03, esse aqui é o cone né? É um triângulo né?
(938) A-Al 03: Seis.
(939) A-Al 05: Tem que fazer maior.
(940) A-Al 02: Do tamanho desse ó!
(941) A-Al 05: Não. Porque quando for dobrar tem que colar.
(942) A-Al 01: Deixa eu ver, seis é altura.
(943) A-Al 05: sim.

(944) B-Al 02: O cubo é bem assim ó, leva esse pra cá, esse pra cá, e esse...A pessoa corta assim, mas a pessoa tem que deixar um papelzinho assim, né para colar?

(945) B-Al 02: Quadrado.

(946) B-Al 03: É o outro quadrado, pegou a medida por exemplo, cada um tem que ser do mesmo tamanho.

(947) B-Al 03: Começou do zero, tu vai até o seis é?

(948) B-Al 02: Comecei do um. Faz aí moço!

(949) B-Al 04: Bota mais pra cá moço!

(950) B-Al 02: Seis, doze, dezoito, vinte quatro.

(951) B-Al 02: Como é que a gente vai fazer a área do cone?

(952) B-Al 01: Só rasga um papel e embola.

(953) Professor: Conseguiram fazer as medições dos sólidos?

(954) B-Al 03: A mesma coisa de um ao cinco.

(955) Professor: De um ao cinco é quanto? É a mesma coisa de zero ao quatro?

(956) B-Al 02: é.

(957) Professor: Então é quanto essa medida?

(958) B-Al 04: É quatro.

(959) Professor: Isso, bora lá.

(960) B-Al 03: Do zero ao quatro.

(961) B-Al 02: Mas o redondo, o redondo é raio no centro.

(962) C-Al 06: Corta aí pô, um pedaço aí! Pode cortar pô! Não tem nada não.

(963) C-Al 03: Tu corta uma parte logo pra enrolar.

(964) C-Al 06: Aí a outra eu só colo?

(965) C-Al 03: E a outra faz só o círculo, porque vai ser só isso.

(966) C-Al 04: Mas tem que deixar ele um pouquinho mais largo porque vai ter que enrolar, deixa eu te mostrar bem aqui ó! Vai ter que ficar mais ou menos sobrando, tem que cortar assim ó, que é pra colar.

(967) C-Al 06: Certo né? Olha aí, eu corto no meio é? Tá retinho isso aí, aí só diminui né?

(968) C-Al 03: Isso, diminui aqui, assim ó. Eu tava dizendo que era pra tu ter cortado lá, pra fazer o círculo. Deixa eu ver bem aqui, porque se tu tivesse diminuindo bem aqui assim ó, dava pra fazer o círculo, num dar?

(969) C-Al 06: É, mais pega dali. Bem aqui?

(970) C-Al 03: É.

(971) C-Al 06: Professor! Ei professor! Tem que ser da mesma altura é do mesmo jeito?

(972) Professor: Sim.

(973) C-Al 06: É do mesmo jeito ó!

(974) C-Al 01: Faz cinco centímetros.

(975) C-Al 04: Aí vai marcar só um ponto no meio e vai só afinando.

(976) C-Al 02: É sim, porque vai ficar grande demais.

(977) C-Al 03: Ah entendi!

(978) C-Al 04: Marca dez centímetros!

(979) C-Al 06: Olha aí C-Al 03, olha! Ó aqui ó! A parte da base, a base circular!
(980) D-Al 06: Tu mediu o que? Aqui num foi?
(981) D-Al 01: O lado.
(982) D-Al 06: Então o outro lado vai ser o mesmo tamanho.
(983) D-Al 05: Deixa eu desenhar o cubo.
(984) D-Al 06: Desenha o cilindro com aquele negócio ali moço!
(985) D-Al 05: O cubo já tá pronto.
(986) D-Al 04: Sei desenhar o cilindro.
(987) D-Al 05: É um retângulo e dois redondo.
(988) D-Al 06: Então desenha. Aí ele vai ser assim, começa assim. Aí vai ser aqui, aqui duas, aqui uma.
(989) D-Al 03: O cilindro aí.
(990) D-Al 04: Tá pronto, já fiz lá no canto é só fechar. Já está na medida certa, é só cortar.
(991) D-Al 01: Então esse aqui tem duas bases.
(992) D-Al 04: É só retângulo e dois círculos.
(993) D-Al 02: Como é pra fazer o cone, como é que faz o cone?
(994) D-Al 04: Olha aqui ó! O cone. Mas tem que ver se vai dá certo.
(995) D-Al 03: Olha aí ó! Ele vai dar.
(996) D-Al 02: É não pô, é assim ó!
(997) D-Al 03: Ó, tu vai fazer isso aqui ó! Vai fazer isso aqui, aí tu faz assim e pronto.

A análise dos discursos mostra as abstrações e os procedimentos que os alunos realizaram no desenvolvimento da planificação dos sólidos geométricos propostos. Alunos do grupo A, B e D reconheceram aspectos importantes sobre o cubo e por isso fazendo referência as faces desse sólido geométrico o aluno A-Al 03 destacou: “Ah o cubo é tudo igual”; o aluno B-Al 03 reconheceu: “cada um tem que ser do mesmo tamanho” e o aluno D-Al 06 identificou que: “Então o outro lado vai ser o mesmo tamanho”. Sobre a planificação do cilindro os alunos do grupo os fizeram interessantes assimilações. O aluno A-Al 03 percebeu que: “Tem que fazer duas bolinhas dessa aqui” e o aluno D-Al 05 compreendeu que “É um retângulo e dois redondos”.

Outras Interessantes percepções são apresentadas sobre o cone pelos alunos dos grupos A e B. No que diz respeito ao cone esses grupos apresentaram compreensões sobre a estrutura que aparentemente o cone pode ter ao ser planificado e sobre a altura. É relevante a análise que o aluno A-Al 01 realizou quando reconhece que o setor circular de um cone planificado aparentemente tem estrutura triangular, isso pode ser visto quando o aluno A-Al 01 entende que: “Ei A-Al 03 esse aqui é o cone né? É um triângulo né?”. Uma importante abstração apresentada pelo grupo B sobre o cone é quando o aluno B-Al 02 indaga: “Como é que a gente vai fazer a área do cone?” e quando o aluno B-Al 01 responde: “Só rasga um papel e embola”. Vemos que o aluno B-Al 01 apresenta interessante abstrações que consegue trazem resolução para o problema

Além das percepções sobre os sólidos planificados a análise dos discursos deixa claro os caminhos, as formas e as conclusões que os alunos realizaram para fazer a planificação dos sólidos, a atenção que os alunos deram as medidas e a relevância das intervenções que o professor realizou nos momentos oportunos.

Segmento 2

Turnos 998 - 1062

A segunda atividade da unidade propôs que os alunos identificassem e nomeassem as figuras planas que são formadas com a planificação dos sólidos e indicassem os elementos dos sólidos nas figuras planificadas.

(998) Professor: Pessoal, tá pedindo o que a primeira atividade? A planificação, terminando a planificação é pedido o que? Identifique e nomeie que figuras planas são formadas com a planificação dos sólidos e indique os elementos dos sólidos nas figuras planificadas. Então vocês têm que dizer que figuras planas são formadas. Isso aqui é a planificação de quem?

(999) A-Al 01: Do cilindro.

(1000) A-Al 01: Círculo.

(1001) Professor: E que elemento é ele do cilindro?

(1002) A-Al 01: Base.

(1003) A-Al 05: Base.

(1004) Professor: Aí vocês vão dizer que elemento ele é, e que figura ele forma, com cada um, tá bom?

(1005) A-Al 03: A base do cilindro é redonda.

(1006) A-Al 01: Um círculo.

(1007) A-Al 03: A base desse aqui é quadrada.

(1008) Professor: Pessoal, todos estão tendo dificuldade nessa questão aqui, isso é a planificação de qual área? Área lateral, área da base?

(1009) A-Al 01: Área lateral.

(1010) Professor: De quem?

(1010) A-Al 01: Do cone.

(1011) A-Al 05: Do cone.

(1012) A-Al 03: Isso é só a metade pintada do círculo.

(1013) Professor: Você vai colocar os nomes e depois identificar quem são os elementos, as figuras planas que formam. Vocês já conseguiram?

(1014) A-Al 03: Círculo, base, setor circular, lateral.

(1015) Professor: Isso.

(1016) B-Al 04: Primeiro é o cubo.

(1017) B-Al 04: Quadrado. Quantos quadrado?

(1018) B-Al 02: Seis quadrados.

(1019) B-Al 04: Ei como é o nome disso aqui mesmo?

(1020) B-Al 03: Retângulo.

(1021) Professor: Mas que objeto é esse sólido?

(1022) B-Al 04: É um cilindro.

(1023) Professor: Isso! Aí você num abre ele, você num faz a planificação?

(1024) B-Al 02: Aí tem um retângulo.

(1025) Professor: Aí você tem o que?

(1026) B-Al 02: Um retângulo.

(1027) Professor: o que mais?

(1028) B-Al 02: Dois círculo.

(1029) B-Al 03: Dois círculo.

(1030) Professor: isso aí, você coloca o nome do que é círculo e de onde é retângulo e coloca os elementos.

(1031) Professor: O círculo é o que do cilindro?

(1032) B-Al 04: A base.

(1033) Professor: Pessoal todos estão tendo dificuldade nessa questão aqui, isso aqui é a planificação de qual área?

(1034) B-Al 04: As de lado são aresta.

(1035) B-Al 03: Isso é um cone. Metade de uma pizza.

(1036) B-Al 04: Isso aqui é geratriz.

(1037) B-Al 02: É. Esse lado aqui é uma gratriz.

(1038) B-Al 04: Esse aqui é o vértice.

(1039) B-Al 02: Isso aqui é a vértice, nesse ponto. Aqui é área lateral. Esse lado aqui é a geratriz.

(1040) C-Al 01: O círculo. Uma pizza.

(1041) C-Al 03: Botei vértice, altura e geratriz, olha aí. Agora é pra fazer isso aqui ó!

(1042) C-Al 06: Isso é pizza que nós vamos fazer aqui é?

(1043) C-Al 04: Um pedaço de pizza muito grande

(1044) C-Al 03: É pra fazer o retângulo.

(1045) C-Al 01: Eu botei quadrado.

(1046) C-Al 06: É retângulo.

(1047) C-Al 01: É o que? Isso aqui que é as arestas?

(1048) C-Al 06: Vértice, olha aí ó!

(1049) C-Al 01: Uma, duas, três, quatro, oito, doze, é doze?

(1050) C-Al 03: Doze arestas.

(1051) C-Al 06: E aqui é o que?

(1052) C-Al 01: Doze arestas. As vértice são os pontos, né? Os lados que são as arestas. Oito vértices. São quantas arestas?

(1053) C-Al 03: Doze.

(1054) D-Al 02: Pra tu indicar os elementos esses aqui! Ei, os elementos têm que ser esses aqui ó! Base, base.

(1055) D-Al 06: Cada! Tem que ser cada um, diferente, né?

(1056) D-Al 02: Tem que fazer pra cada um. Esse aqui, quais os elementos desse aqui? Vértice, né? Ei, vértice.

(1057) D-Al 06: Cubo! O cubo tem a face. A face, a aresta, a vértice e o que mais?

(1058) D-Al 02: Bem aqui, ó! Vértice, aresta.

(1059) D-Al 06: É face.

(1060) D-Al 02: Face.

(1061) D-Al 06: Vértice.

(1062) D-Al 01: Esse vértice aí.

As análises dos discursos dos grupos revelaram que os alunos reconhecem as figuras planas e os elementos que compõem os sólidos planificados pelos alunos, ao fazer a identificação das figuras planas e dos elementos os alunos apresentam significativas abstrações em suas análises. Os alunos do grupo A apontaram o círculo, o quadrado e o setor circular como figuras planas que compõem determinados sólidos planificados. O aluno A-Al 03 fazendo referência a planificação do cone formula que: “Círculo, base, setor circular, lateral”. A planificação dos sólidos permitiu que os alunos desse grupo concluíssem que a “base do cilindro é redonda” e a base do cubo “é quadrada”.

Os alunos do grupo B indicaram em suas percepções as figuras planas, quadrado, retângulo e círculo obtidos nas observações das planificações dos sólidos. E base, aresta, geratriz, vértice e área lateral como elemento dos sólidos. Os alunos do grupo C também apresentaram o círculo, retângulo e o quadrado como formas planas observáveis da planificação dos sólidos, e como elementos constituintes dos sólidos geométricos analisados indicaram vértice, altura, geratriz e arestas. Os alunos do grupo D apontaram os elementos base, vértice, aresta e face, dando ênfase ao cubo como pode ser visto na transcrição do discurso do aluno D-Al 06 “O do cubo. O cubo tem a face. A face, a aresta, a vértice e o que mais?”. É interessante quando alunos do grupo C e B relacionam a forma da área lateral do cone ao formato de um pedaço de pizza. Ao fazer isso o aluno reafirmar que muito do que apreendemos na escola nos compreende antes de entrarmos nesse ambiente.

Outro aspecto que a análise dos discursos deixa clara é a relevância das intervenções que o professor realiza para as formulações que os alunos realizaram. Observamos que a participação do professor direciona as perspectivas, os contornos, e os caminhos dos processos cognitivos e os procedimentos externos que os alunos precisaram realizar para desenvolver as atividades. A atuação do professor revelada pela análise dos discurso reafirma por Blanchard-Laville (1997 apud SILVA, 2008) que cada professor pelo discurso, pela forma que organiza a sua aula, estabelecer e impõe aos discentes um determinado roteiro-cenário, característico dele. Para a autora a atuação do professor não trata apenas de uma produção didática, mas também, e acima de tudo, de um "espaço psíquico".

Segmento 3

Turnos 1063 - 1089

A quarta UARC suscitou reflexões sobre a planificação do cone. Nesse sentido a terceira tarefa desta unidade propôs que os alunos verificassem se era possível recompor o sólido cone circular reto a partir da planificação construída na primeira atividade, utilizando os materiais concretos (cartolina – compasso – tesoura – fita métrica – fita adesiva).

(1063) Professor: Aí na terceira pede para que vocês, verifique se é possível recompor o sólido cone circular reto. Vocês conseguiram recompor o cone como ele pediu na três?

(1064) A-Al 03: Ainda não.

(1065) A-Al 01: Esse ficou grande pra fechar.

(1066) A-Al 03: Corta bem aí, essa beiradinha.

(1067) A-Al 05: Cola primeiro, depois corta.

(1068) Professor: Todos conseguiram?

(1069) A-Al 01: Sim, só falta colar a base do nosso.

(1070) Professor: pessoal, então todos conseguiram fazer a recomposição, conseguiram aí?

(1071) B-Al 02: Sim.

(1072) B-Al 04: Muito fácil.

(1073) Professor: Todos conseguiram fazer o cone?

(1074) B-Al 02: Sim.

(1075) Professor: Vocês conseguiram recompor o cone como ele pediu na três? Já fecharam o cone?
(1076) C-Al 01: Sim.
(1077) C-Al 04: Já.
(1078) C-Al 06: Ok, aqui professor.
(1079) Professor: Qual é o sólido geométrico que você recompõe ele?
(1080) C-Al 01: Cone.
(1081) Professor: Todos conseguiram montar o cone?
(1082) C-Al 05: Sim.
(1083) D-Al 06: Assim ó! Ei cola desse lado aqui ó!
(1084) D-Al 04: Cola do lado de dentro ó! Quem nem ele colou.
(1085) D-Al 03: Ele não deixou uns pedaços aí pra colar? Aí aqui não tem, ó! Por isso que vai dar errado.
(1086) D-Al 06: É pra colocar só o cone, né?
(1087) Professor: Sim, certo!
(1088) D-Al 06: Já terminamos, olha aqui, ó!
(1089) Professor: Isso.

Os discursos apresentados por todos os grupos mostraram os procedimentos e as percepções que os alunos realizaram para recompor o cone circular como proposto pela atividade. Os discursos evidenciam que os alunos de todos os grupos não tiveram dificuldades para verificar que é possível recompor o cone circular reto. Os discursos mostraram, ainda que os alunos ao recompor o cone continuam realizando significativas assimilações sobre os elementos como geratrizes, vértice e base.

Segmento 4

Turnos 1090 - 1161

A quarta atividade apresentou a figura do cone circular reto e sua planificação. A figura I representou a planificação da base e a segunda figura a planificação da área lateral. A proposta da atividade é suscitar nos alunos reflexões sobre as medidas das figuras analisadas. Para tanto a questão coloca para os alunos:

(1090) Professor: É para vocês indicarem os elementos, tá? Indicar os elementos aqui, ó! A medida do segmento AC, quem é AC? Quanto mede AC? Você olha pra figura, você num tem o cone do lado? Então olhe para o cone! Veja as medidas que vocês têm e coloquem!
(1091) A-Al 03: Setor circular nós bota. É o que Al 01?

(1092) A-Al 01: A base.

(1093) A-Al 03: Só base?

(1094) A-Al 01: Base circular. OD é quanto?

(1095) A-Al 04: OD, figura um?

(1096) A-Al 02: Qual é o setor circular?

(1097) A-Al 04: O dois.

(1098) A-Al 01: Como é a primeira?

(1099) A-Al 03: Base circular.

(1100) A-Al 03: Essa aqui é o que?

(1101) A-Al 04: Raio.

(1102) A-Al 03: Né professor, seis e seis, cada lado do raio é seis, aqui tá dando só um lado do raio. É seis, aí os dois é doze, assim ó!

(1103) Professor: Isso.

(1104) B-Al 03 – A medida do raio é quatro, né?

(1105) B-Al 01 – Dez, dez, seis, dez.

(1106) B Al 03 – O nome da figura?

(1107) B-Al 01 – Círculo.

(1108) B- Al 04 – Área lateral, é?

(1109) B-Al 02 – Do AC?

(1110) B-Al 04 – É dez.

(1111) B-Al 04 – C até B é dez, do A até o C também acho que é dez.

(1112) B-Al 03 – Não.

(1113) B-Al 02 – Do A até o B?

(1114) B-Al 03 – É seis. A mesma coisa disso, ó! Seis tá certo. E a medida desse! É oito, né não?

(1115) B-Al 02 – Não.

(1116) B-Al 03 – Aqui é a medida da altura, que é oito.

(1117) B-Al 02 – Aqui é seis. Se aqui é dez, aqui vai ser dez, aqui é dez.

(1118) B-Al 04 – Ei a medida do A até o B é trinta e sete vírgula meia oito, do A até o B.

(1119) B-Al 04 – Do O a D é o raio, é seis.

(1120) B-Al 02 – É.

(1121) B-Al 03 – O nome da figura um?

(1122) B-Al 04 – O nome da figura um, círculo.

(1123) B- Al 02 – Figura dois é?

(1124) B-Al 04 – Setor circular.

(1125) B-Al 01 – Terminamos professor.

(1126) C-Al 01: Dez num é o lado não?

(1127) C-Al 03: Mas num tem que ser igual do outro lado não?

(1128) C-Al 01: Não, mas é que tá botando ele aberto.

(1129) C-Al 04: A da lateral é dez, do meio aqui é oito.

(1130) C-Al 03: Mas não tá pedindo isso! De AC, vale quanto?

(1131) C-Al 04: De OD é seis.

(1132) C-Al 03: Eu concordo.

(1133) C-Al 04: Esse aqui é doze.

(1134) C-Al 03: Quero saber esse aqui, ó!

(1135) C-Al 06: AC?

(1136) C-Al 03: De AC? E do AB?

(1137) C-Al 01: Da AC? Da ponta pra baixo.

(1138) C-Al 04: Ah moço, aqui tá na cara.

(1139) C-Al 03: Aqui é oito.

(1140) C-Al 04: A medida daqui é oito.

(1141) C-Al 03: Porque é oito?

(1142) C-Al 04: É oito cada um, aqui vai da parte de baixo.

(1143) C-Al 03: Oito na “a” e na “b”, oito aqui e oito aqui.

(1144) D-Al 02: É mesmo, seis, ó! Do OD é seis. Cadê o AB? Aqui é o AC! OB seis.

(1145) D-Al 04: O AB é doze, o ABC é oito, OAB é doze.

(1146) D-Al 03: OD é seis!

(1147) D-Al 02: O diâmetro é doze, né? Será o AB.

(1148) D-Al 01: AB é seis. BC?

(1149) D-Al 03: Então doze é AB, né? Doze.

(1150) D-Al 06: Onde é que vocês tão vendo esse doze?

(1151) D-Al 02: Na hora que tu fechar ele.

(1152) D-Al 06: Onde é que tem doze aí?

(1153) D-Al 04: Aí ó!

(1154) D-Al 03: Um lado e outro lado é seis.

(1155) D-Al 05: Ah doze, ah entendi.

(1156) D-Al 04: Olha aqui ó!

(1157) D-Al 03: Diâmetro. Isso é oito, né?

(1158) D-Al 04: É, isso é oito.

(1159) D-Al 01: Aí B, C, B, C é oito.

(1160) Professor: Ok, concluíram?

(1161) D-Al Todos: Concluímos.

As abstrações que os alunos do A e B apresentaram ao analisar as medidas das figuras que representam a planificação do cone circular revelam interessantes percepções que os alunos desses grupos realizam, exemplo disso quando aluno do A-Al 02 identifica que: “Né professor? Seis é seis, cada lado do raio é seis, aqui tá dando só um lado do raio, é seis, aí os dois é doze, assim ó!”. E quando o aluno B-Al 02 referindo-se as medidas dos segmentos OD, AB e BC esclarece que: “Aqui é seis. Se aqui é dez, aqui vai ser dez, aqui é dez.”. Embora os alunos em seus discursos não apresentaram todas as medidas dos segmentos e nem identificam a segunda figura, a análise das atividades escritas entregues ao professor no final do desenvolvimento da unidade registra que os grupos A e B conseguiram concluir a atividade avaliativa restritiva respondendo todos os itens, medida dos segmentos AC, BC, OD, medida do arco AB, nome da figura um e nome da figura dois, em sua totalidade como exatidão, demostrando excelente proveito nesta UARC.

Vemos que os alunos dos grupos C e D também expressaram significativas percepções sobre as medidas do cone representadas nas figuras de sua planificação como indicado na tarefa quatro da atividade. No entanto, os alunos não conseguiram fazer uma interpretação correta sobre as medidas dos segmentos AC e BC, atribuindo a esses segmentos medida oito. Vemos que os alunos confundem os segmentos altura e geratrizes indicando a medida da altura para geratriz.

Mais uma vez fica claro o quanto é produtivo as atividades em grupo, dado que as discussões mostraram que recorrer ao colega é uma ótima oportunidade do aluno compartilhar o que sabe e ao mesmo tempo ajudar o colega a tirar dúvidas, reformular ideias. Os conflitos evidenciados nos discursos transcritos aparecem nas atividades escritas entreguem ao professor no final do desenvolvimento da unidade ao mostrar que os grupos C e D conseguem identificar apenas as medidas do segmento OD, a medida do arco AB e os nomes das figuras um e dois.

5ª UARC

A quinta Unidade de Articulação de Reconstrução Conceitual abordou as áreas lateral e total de um cone circular reto. Para tanto as atividades que compõem a unidade solicitou que os alunos observassem uma figura exposta na questão do cone circular reto e a partir das observações os alunos deveriam construir dois círculos, o primeiro círculo com medida do raio correspondentes ao raio da base e o segundo círculo deveria ter raio correspondendo a medida da geratriz do cone. Depois da construção dos círculos os alunos deveriam identificar nos mesmos a área da base e a área lateral do cone e nomear as figuras. Feita a identificação e nomeação das áreas do cone circular reto, os alunos deveriam identificar os elementos que constituem as figuras construídas.

A quinta atividade propôs aos alunos que a partir dos conhecimentos deles sobre círculo e setor circular, eles determinassem os perímetros e as áreas das figuras construídas e analisadas. A unidade encerrou com uma atividade que apresentou uma figura representativa do cone circular reto com valores para altura, raio e a geratriz e solicitou que os alunos calculassem a área da base, a área lateral e a área total.

Episódio V
Turnos 1162 -

Segmento 1
Turnos 1162 - 1163

A primeira atividade da unidade propôs apenas que os alunos observassem a figura de um cone circular reto, não há nessa atividade nenhum outro comando. Apenas a observação, pois de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio as competências de visualização dentre outras podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca (BRASIL, 1999). Dessa forma, nosso interesse com a atividade proposta é mostrar ao aluno o quanto a observação é importante no processo de análise visto que a observação é o princípio da análise, pois é por meio dessa ação que as abstrações passam a ser construídas. A atividade subsequente terá como referência as observações dos alunos.

(1162) Professor: A atividade trata da seguinte situação: área lateral e total de um cone circular reto. Observe o cone circular reto a seguir.
(1163) A -Al 01: Observe o cone circular reto a seguir, observei, já foi!

Segmento 2
Turnos 1164 - 1205

A partir da observação do cone circular reto proposta inicialmente, a segunda atividade colocou para os alunos a construção de dois círculos para o estudo das áreas da planificação do um cone circular reto. Ao confeccionar os círculos os alunos têm representações de partes que compõem o cone circular reto, com isso, a atividade direciona o estudo da área da base e área lateral do cone circular reto centrando as análises apenas nessas partes.

(1164) Professor: Dois círculo, né isso? Círculo um e círculo dois. O que que é dito desses dois círculos? Os raios correspondem a medida do raio da base para o círculo um, você num tem o cone aí? Você vai pegar a medida do raio dessa base e vai fazer o círculo um, e a geratriz do cone para o círculo dois, então quem vai ser o raio do segundo círculo, vai ser a medida de quem?
(1165) A-Al 04: Geratriz.
(1166) Professor: A geratriz respectivamente. Após isso indique nos círculos um e dois a área da base e a área lateral do cone e nomeie essas figuras. Vamos lá, podem começar! Primeira coisa é para construir os círculos. Peguem as medidas dos cones que você tem aí, você tem compasso, tem régua, dar pra vocês fazerem isso.
(1166) A-Al 01: Beleza, vamos medir. Então a mesma medida do raio, deve ser a da base, raio da base círculo um e geratriz para o círculo dois. Então a mesma do raio da base é para o círculo um e a mesma medida da geratriz, do cone. No cone um, a mesma do raio tem que ser a mesma medida do raio da base, no cone dois a mesma medida do raio tem que ser a mesma medida da geratriz do cone.
(1167) A-Al 01: No círculo um a mesma do raio da base.
(1168) Professor: Isso. Então você vai pegar, você sabe qual é a medida desse raio?
(1169) A-Al 04: Não.
(1170) Professor: Então você consegue medir e depois você usa o compasso. Bora lá, façam isso! Com o compasso você pega a medida que tá sugerida para o raio e constrói os círculos, a abertura do compasso é a medida de quem?
(1171) A-Al 01: Do raio.
(1172) Professor: Isso. Aí você nomeia, círculo um e círculo dois. Aí no círculo dois, quem é o raio do círculo dois? Círculo um, conseguiram pegar as medidas, agora façam a dois, quem é a dois?
(1173) A- Al 05: O dois é a geratriz do cone.
(1174) A- Al 01: O raio é o mesmo da geratriz.
(1175) Professor: Então, agora pega à medida que vai ser o raio e constrói o círculo dois. Quem é a geratriz aí? Ela é quem aí? Dá pra usar a régua pra fazer essa medida?
(1176) A- Al 01: Vai ser assim mesmo no caso?
(1177) Professor: Isso, vale quanto?
(1178) A- Al 01: Cinco.
(1179) B-Al 04: As medidas dos raios correspondem a medida da base, da área da base.
(1180) B-Al 03: Do zero até o dois acabei de falar.
(1181) B-Al 02: É pra fazer dois círculos, círculo um e círculo dois.
(1182) B-Al 04: Depois do dois ao quatro. Do dois ao quatro já é outro raio, né?
(1183) Professor: No círculo dois, quem é o raio?
(1184) B-Al 02 e 03: Geratriz.
(1185) B-Al 04: Geratriz do cone.
(1186) B-Al 04: Então a geratriz é um raio?

(1187) B-Al 04: Geratriz é isso aqui?

(1188) B-Al 03: É, geratriz é a parte de fora.

(1189) C-Al 01: Raio da base é dois.

(1190) C-Al 06: Assim professor?

(1191) Professor: Isso, agora ele pede o que?

(1192) C-Al 06: O círculo dois.

(1193) Professor: Isso, então colocar o nome desse aí em cima logo, se ele é o um ou é o dois.

(1194) C-Al 01: Círculo dois eu já fiz, geratriz do cone.

(1195) C-Al 06: Geratriz.

(1196) D-Al 05: A geratriz do cone é essa aqui, né?

(1197) D-Al 02: É.

(1198) D-Al 05: Olha aí, ó! Geratriz do cone para o círculo dois.

(1199) D-Al 02: O qui ó! Agora vamos fazer desse tamanho aqui, esse aqui vai ser o raio, esse aqui ó! O g, agora tu vai formar um círculo, vai ser maior, ó qui! Ele tá falando que a medida do raio é a geratriz, então isso aqui vai ser o raio.

(1200) D-Al 03: É cinco centímetros, né aí?

(1201) D-Al 04: Cinco centímetros aí.

(1202) D-Al 05: O raio é cinco centímetros.

(1203) D-Al 02: Cinco centímetros, cinco centímetros, certinho ó!

(1204) D-Al 03: Agora sim.

(1205) D-Al 06: Eu nunca usei um compasso.

Atividades que propõem aos alunos a construção de material concreto são significativas porque no desenvolvimento do processo de construção do material são evidenciadas muitas propriedades daquilo que é estudado. A proposta de construção dos círculos coloca os sentidos, sobretudo, a visualização e o tato como importantes recursos para materialização dos processos cognitivos abordados na atividade. Nesse sentido, Vassallo Neto (2016) defende que a aprendizagem deve acontecer a partir da vivência de experiências nos diversos tipos de representações e a necessidade de ver o modelo que serve de auxílio na visualização e representação mental nos leva a análise de informações visuais, algo presente em situações simples do dia a dia. Para esse estudioso devemos estar atentos a realidade de que os alunos precisam visualizar e representar um objeto geométrico para executar, processos mentais analíticos e descritivos.

Uma realidade que chama atenção é materializada pela fala da aluna D-Al 06 quando é expressado: “Eu nunca usei um compasso”. A fala da educanda nos produz uma confusão de sentimento. Um deles, a tristeza por ver alunos com tantos tempos vividos no ambiente escolar sem ter vividos experiências tão simples e bastantes enriquecedores. Pensamos o quanto situações didáticas que oportunizem os alunos o uso de instrumentos como compasso e tantos outros para confecção de material podem determinar no desenvolvimento intelectual e social dos educandos. Quando o aluno, no final da educação básica, se dá conta que nunca usou um compasso, sua fala registra a ausência de experiências de aprendizagens interessantes e importantes. O discurso da aluna registra um vazio, uma ausência. Outras representações que o discurso pode indicar ou registrar é a persistência do abandono e ausência do ensino da geometria no Brasil discutidos por Pavanello (1993) e Lorenzato (1995). Se a geometria fizesse parte do cotidiano escolar dos alunos o uso de régua, tesoura, compasso, construção de círculos, planificações de sólidos geométricos seriam formas de aprendizagem significativas, desafiadoras, estimulantes e prazerosas.

Se mistura ao sentimento de tristeza um pequeno conforto por ter minimizado a ausência expressada pela aluna ao oportunizar situações de aprendizagens que lhe oportunizem o uso do compasso, visto que nossa sequência didática permitiu a aluna a superação do discurso do vazio e a possibilidade da aluna expressar: “Eu já usei um compasso”. O ideal seria que instrumentos de aprendizagem fosse familiar aos educandos.

Os discursos nos mostraram que os alunos conseguem fazer os círculos propostos pela atividade e ao processar a construção dos círculos os alunos realizaram interessantes percepções suscitadas. Ficou explícitos o quanto as oportunas intervenções do professor foram imprescindíveis para os alunos realizarem as percepções que apresentaram. As intervenções do professor apontaram os caminhos das assimilações que os alunos deveriam fazer. Os discursos evidenciam que as percepções produzidas na confecção dos círculos e as orientações do professor levou os alunos a reconhecerem os elementos evidenciados na representação do círculo um, que representa a base do cone e do círculo dois, que é usado para representar a área lateral do cone.

Segmento 3

Turnos 1206 - 1283

A terceira atividade pediu que os alunos identificassem nos círculos um e dois, construídos por eles na segunda atividade, a área da base e a área lateral do cone e em seguida nomeassem as figuras.

(1206) Professor: Agora que vocês construíram os círculos, o que vocês fazem? Então, a atividade pede pra vocês identificarem a área da base e a área lateral do cone. Então, é isso que vocês vão fazer, vão identificar quem é a área da base e quem é a área lateral do cone.
(1207) A-Al 03: Aí aqui, a gente identificou a área lateral e círculo. É dessa forma é?
(1208) Professor: Conseguiram fechar dessa forma? Então vocês podem fechar, dá um risquinho só de leve pra identificar qual é a área lateral e qual é a área da base. Aí coloque os elementos, ele pede pra você dar também quem é a medida do raio, essas coisas né? E quem é o comprimento também? Tem gente aí que já fechou a ideia. No círculo dois você vai representar o que?
(1209) A-Al 04: A área lateral dele.
(1210) Professor: O círculo dois, todo ele, representa a área lateral?
(1211) A-Al 01: Não.
(1212) C-Al 04: Não .
(1213) Professor: Pode ser mais, pode ser menos ou pode ser metade. E como você faz pra calcular? Você tem que ter a medida de quem?
(1214) B-Al 04: Do raio.
(1215) Professor: Pra você calcular isso com precisão, o raio você já obteve, num já?
(1216) A-Al 01: Sim.
(1217) Professor: Dos dois, vocês já sabem, tá aí na tarefa de vocês, agora essa abertura você precisa do contorno, né isso? E aí, como que você faz pra calcular esse contorno? Esse contorno tem a medida de quem? Você tem a medida do raio, como é o nome daquela medida assim?
(1218) A-Al 01: É área lateral.
(1219) Professor: Esse é o comprimento?
(1220) B-Al 04: Sim.
(1221) Professor: Comprimento de que?
(1222) B-Al 01: Da base.
(1223) Professor: Quando você faz a planificação do dois, vocês já viram que ele tem a forma de que?
(1224) C-Al 02: De um setor circular.
(1225) Professor: Isso aí. No setor circular você tem quantos elementos?
(1226) C-Al 02: Raio.
(1227) Professor: E o que mais?
(1228) B-Al 04: Comprimento.
(1229) Professor: Comprimento de quem? Do arco, né isso?
(1230) B-Al 02: Sim.
(1231) A- Al 03: Do arco.
(1232) Professor: E aí, esse comprimento do arco vale quanto? Ele é a medida de quem?
(1233) B-Al 01: Ah, é o círculo!

(1234) Professor: Vou dá mais uma dica pra vocês, lembram do cilindro? Quando a gente planificou o cilindro, a área lateral era quem?
(1235) D-Al 03: Retângulo.
(1236) Professor: No retângulo, você tinha a altura do retângulo que era a altura do cilindro e quem era a base da área lateral?
(1237) C-Al 01: Dois pi raio.
(1238) Professor: Então quem é esse comprimento L?
(1239) D-Al 05: Dois pi raio.
(1240) Professor: Entenderam? Então calculem!
(1241) A-Al 01: Pra calcular dois pi raio, vocês lembram? Calcular dois pi raio.
(1242) A-Al 03: Um vale três vírgula quatorze, aí fica seis vírgula vinte oito.
(1243) Professor: Tá boa a figura de vocês, coloquem as medidas dos raios. Esse raio vale quanto? Coloca as medidas, tá? A área do setor circular você tá dizendo que é essa, então você tem raio, comprimento L, né isso?
(1244) A-Al 01: Isso. Aí é quanto o raio?
(1245) A-Al 03: Três vírgula quatorze.
(1246) A-Al 01: Não, pi que é três vírgula quatorze. É, do círculo dois A-Al 03, do setor circular. Tu pensavas que era esse aqui é?
(1247) A-Al 03: Era. Aí é cinco, eu acho, num é não?
(1248) A-Al 01: Como é que é dois pi?
(1249) A-Al 04: Dois pi raio.
(1250) A-Al 01: É cinco, lá no círculo dois é cinco. Eu botei cinco e três, três não pô, dois, aqui deu dois.
(1251) Professor: Pegaram o raio de quem?
(1252) A-Al 04: Da base.
(1253) Professor: Assim né? Dessa forma. Aí colocaram a medida de que?
(1254) C-Al 03: Do raio.
(1255) Professor: Aí o círculo dois, o que ele pediu?
(1256) A-Al 04: Área lateral.
(1257) Professor: Pediu pra você construir o círculo dois usando o que?
(1258) D-Al 04: A geratriz.
(1259) Professor: E aí fizeram? Quanto é essa geratriz?
(1260) D-Al 02 e 05: Cinco.
(1261) Professor: Quanto é o raio que você usou pra fazer o círculo um?
(1262) A-Al 04 e 01: Dois.
(1263) Professor: E no outro, vocês usaram quanto?
(1264) A-Al 04: Cinco.
(1265) Professor: Todos usaram cinco?
(1266) A-Al 04: Sim.
(1267) Professor: Alguém tem dúvida?

(1268) A-Al 01: Não.

(1269) D-Al 02: Quanto é o pi?

(1270) D-Al 05: Três vírgula quatorze.

(1271) D-Al 02: E o raio?

(1272) D-Al 04: Dois.

(1273) D-Al 02: E a área lateral do cone?

(1274) D-Al 05: A área lateral é dois pi raio. Põe o que na um professor?

(1275) Professor: Chegaram a esse valor?

(1276) D-Al 02: Falta só a área lateral.

(1277) Professor: Isso! E quem é a área lateral?

(1278) A-Al 04: Círculo dois.

(1279) Professor: Círculo dois é a área lateral?

(1280) A-Al 01: O setor circular dentro do círculo dois.

(1281) Professor: Como?

(1282) A-Al 01: O setor circular dentro do círculo dois.

(1283) Professor: Isso, o setor circular dentro do círculo dois.

A análise dos discursos da terceira atividade mostram as intervenções do professor conduzindo as assimilações que os alunos realizaram, os discursos deixam claro que as intervenções realizadas pelo professor orientaram todos os grupos. A participação do professor no desenvolvimento da atividade materializa uma das importantes perspectivas do papel do professor no processo de aprendizagem, a representação de que o professor é o sujeito que quando necessário orienta o processo de aprendizagem. Nessa compreensão o professor deixa espaço para as atuações dos educandos. O professor coloca o aluno como protagonista ao explorar suas potencialidades. Essa perspectiva materializada pelo professor no desenvolvimento não apenas da atividade três desta unidade, mas que acontece em toda a Sequência Didática se opõe a atuação do professor que compreende a aprendizagem como um processo de transmissão e recebimento de conhecimento. Nesse sentido, Cabral (2017) defende que:

> A concepção das intervenções de acordo com esses princípios é estimular uma participação ativa dos alunos. Essa condição de “sujeito ativo” pressupõe que o aprendiz assuma a construção do seu próprio conhecimento o que sugere o distanciamento da postura tradicional passiva na qual se limita a copiar e a reproduzir modelos algorítmicos, em geral, apresentados sem quaisquer justificativas (CABRAL, 2017 p.36).

Um fato interessante que observamos é que no decorrer do desenvolvimento das atividades alguns saberes antes não tão bem apropriados pelos alunos passaram a ser consolidados, ou seja, a medida que os alunos avançaram nas atividades muitos conhecimentos passaram a existir no aluno de forma estável, firme, consistente. Vemos que a identificação e caracterização da base do cone é um saber que o aluno, na atividade três desta unidade, apresenta ter propriedade. Considerar a segurança que os alunos de todos os grupos apresentaram em suas abstrações sobre base do cone e a geratriz nesta atividade e fazer uma analogia com as abstrações das primeiras unidades nos dá uma noção das distâncias que os alunos percorreram nos processos que realizaram. A analogia nos permite ver o quanto os alunos apreenderam, o quanto eles se apropriaram de saberes sobre o cone. E o quanto essa aprendizagem familiariza o cone a eles.

Segmento 4

Turnos 1284 - 1299

A quarta atividade solicitou que os alunos identificassem nos círculos um e dois construídos, elementos que os caracterizam.

(1284) Professor: Quando você faz a planificação do dois, vocês já virão que ele tem a forma de que?

(1285) B-Al 04: De um setor circular.

(1286) Professor: Isso aí. No setor circular vocês têm quantos elementos?

(1287) B-Al 01: Raio.

(1288) Professor: E o que mais?

(1289) D-Al 02: Comprimento.

(1290) Professor: Comprimento de quem?

(1291) A-Al 03: Do arco.

(1292) Professor: Do arco, né isso?

(1293) B-Al 01: Sim.

(1294) C-Al 03: Como é o nome disso?

(1295) C-Al 06: Setor circular.

(1296) Professor: Isso. No setor circular você tem quais elementos?

(1297) D-Al 02: Raio.

(1298) Professor: O que mais?

(1299) D-Al 05: Geratriz.

Como a atividade anterior a quarta atividade desta UARC explorou determinação, medidas e áreas dos círculos confeccionados pelos alunos e além de já ter sido trabalhado os elementos do cone na UARC 03 é percebido que os alunos citam de modo muito rápido os elementos do cone circular reto presentes nas figuras mediante intervenções do professor. É preciso considerar que os elementos que caracterizam o cone foram explorados na maioria das atividades da sequência didática como dito, isso possivelmente pode ter sido um dos fatores que tenha contribuído para que os alunos não tenham dado muita atenção a quarta atividade. No entanto, a análise de todas as atividades certifica que os alunos conseguem identificar os elementos que caracterizam a base e a área lateral do cone circular reto, os recortes dos discursos foram coletados em todas as atividades e não na discussão específica da quarta atividade.

Segmento 5

Turnos 1300 - 1368

Esse segmento propôs aos alunos que, a partir dos conhecimentos que eles possuem sobre círculo e setor circular, determinassem os perímetros e as áreas das figuras confeccionadas na segunda atividade. Dessa forma, a atividade direcionou as análises dos alunos para compreensão de relações e características dos perímetros e áreas das figuras construídas.

(1300) Professor: A partir de seus conhecimentos sobre círculo e setor circular determine os perímetros e as áreas das figuras nomeadas no item anterior. Vocês num já nomearam? Então vão dizer na figura um qual é a fórmula que vocês usam pra poder calcular a área e o perímetro. Aí vocês colocam as fórmulas que representam o perímetro e a área usando os conhecimentos de perímetro e área das figuras, os conhecimentos de círculo e setor circular. Vocês não vão usar os valores que pegaram com a régua, basta pegar o valor r e g, os valores algébricos. O perímetro vocês sabem que é a soma dos lados, do contorno.

(1301) A-Al 04: Perímetro é a soma dos lados.

(1302) Professor: Pessoal, ele pede na figura um, perímetro, né isso? Vocês colocam perímetro, depois colocam o que?

(1303) A-Al 05: Área.

(1304) Professor: Aí você olha pra figura um e diz quem é o perímetro e diz quem é a área, coloca as fórmulas. Na figura dois da mesma forma, você coloca a fórmula pra calcular o perímetro e a área. Aí, quem é o perímetro? O comprimento do círculo. Basta vocês lembrar dessas relações.

(1305) B-Al 02: Ah, é pra calcular o perímetro.

(1306) A-Al 03: Ei professor, se for assim área total aqui é quatro.

(1307) Professor: Não! Considere r. Como é que tu calcula a área de um círculo? Qual é a fórmula da área de um círculo?

(1308) A-Al 04: Pi raio ao quadrado.

(1309) Professor: Isso.

(1310) Professor: Então quem é a área da figura um?

(1311) A-Al 04: Pi raio ao quadrado.

(1312) Professor: Raio, né? Você coloca. Aí quem é o perímetro? O perímetro não é o contorno, vale quanto?

(1313) A-Al 03: dois pi raio.

(1314) Professor: Isso, o perímetro num é o contorno? Então é isso que vocês vão colocar aqui.

(1315) A-Al 01: Na figura um o perímetro é?

(1316) A-Al 03: Dois pi raio.

(1317) A-Al 01: Área, pi raio ao quadrado.

(1318) Professor: Olha, atenção numa coisa. Quando você vai pra figura dois ele quer a área e o perímetro, né isso? Só que lá na figura dois quem é o raio?

(1319) C-Al 06: g.

(1320) Professor: Então você tem que colocar o que?

(1321) C-Al 06: g.

(1322) Professor: Isso é área. Quem é o perímetro? Coloca o perímetro. Isso aqui é quem?

(1323) A-Al 01: A área.

(1324) Professor: E cadê o perímetro? Você vai colocar o perímetro aqui. Então pessoal o que nos vimos aqui na atividade cinco, área lateral e total de um cone circular reto. Quando você fez a planificação você observou que obteve a área lateral e área da base, a área da base é o que? É um círculo de raio r e centro O, e essa área da base que é o círculo um é pi raio ao ...?

(1325) C-Al 01: Quadrado.

(1326) Professor: Quadrado. E quem é o perímetro da base?

(1327) D-Al 01: É dois.

(1328) Professor: Dois o que?

(1329) C-Al 06: Dois pi raio.

(1330) D-Al 02: Dois pi raio.

(1331) D-Al 01: Dois pi raio.

(1332) Professor: Isso. Dois pi raio que é o comprimento do contorno. E aqui nós temos a área lateral, você num fez o círculo com raio r, esse raio vale quanto?

(1333) C-Al 06: g.

(1334) Professor: g, e esse comprimento quanto vale? Dois o que?

(1335) C-Al 06: Dois pi raio.

(1336) Professor: Então é dois pi raio, esse comprimento. Então a área lateral é o que? Pi raio vezes quem?

(1337) A-Al: 04: g.

(1338) Professor: Só que esse comprimento num é o comprimento da base?

(1339) D-Al 01: Sim.

(1340) Professor: Então a área lateral é o que?

(1341) A-Al: 02: Pi raio vezes geratriz.

(1342) Professor: Pi raio vezes geratriz. Por que pi raio vezes geratriz? O comprimento dele completo é o que? Dois pi raio. Só que o raio desse círculo completo é quem?

(1343) A-Al 06: g.

(1344) Professor: g. E quem é a área?

(1345) A-Al 06: Pi raio ao quadrado.

(1346) Professor: Quem é o raio?

(1347) A-Al 06: g.

(1348) Professor: E esse comprimento aqui é quem?

(1349) A-Al 03: Dois pi raio.

(1350) B-Al 01: O comprimento da base.

(1351) D-Al 04 O comprimento da base. Dois pi raio.

(1352) Professor: Dois pi raio, o comprimento da base. Então essa área aqui num é parte do círculo?

(1353) B-Al 02: É.

(1354) Professor: Dois pi raio. E quem é a área dele? Aí você monta a regra de três simples, produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

(1355) B-Al 03: Dos extremos.

(1356) Professor: Dos extremos. Dois pi g vezes A igual a dois pi raio vezes Pi g ao quadrado. Então, área é igual dois pi raio vezes pi g ao quadrado, dividido por quanto?

(1357) Professor: Dividido por quanto? ... . Dá um. Pi por pi dar quanto? Dá um, e a geratriz ao quadrado é g vezes g. Aí dividi g com g que tá embaixo. Então a área é quem? É pi raio vezes geratriz. A área lateral do cone você calcula pelo que? Pi raio vezes ...?

(1358) D-Al 02: Geratriz.

(1359) Professor: E a área da base é quem? Quem é a área da base?

(1360) D-Al 02: Pi raio ao quadrado.

(1361) Professor: Pi raio ao quadrado. Quem é a área total? É a área da base mais a área lateral como vocês podem observar. O perímetro da área lateral é g mais g mais o comprimento do arco. Quem é o comprimento do arco?

(1362) D-Al 01: Dois pi raio.

(1363) Professor: Então área total é área lateral mais área da base, área lateral, pi raio vezes geratriz, e área da base, pi raio ao quadrado. Então quem é área lateral?

(1364) D-Al 02: Pi raio vezes geratriz.

(1365) Professor: Pi raio vezes geratriz. Então quem é a área da base?

(1366) D-Al 02: Pi raio ao quadrado.

(1367) Professor: Pi raio ao quadrado. Pode parar aí, ou evidência o fator comum pi raio, fica pi raio vezes geratriz mais raio. Tranquilo?

(1368) A-Al 01: Tranquilo.

No desenvolvimento da quinta atividade observamos que são as intervenções do professor que orientaram as assimilações que os alunos realizaram e por essa razão vemos uma grande participação do professor no desenvolvimento da atividade e uma relação de dependência das observações que os alunos realizaram com as provocações que o professor fez. As interações entre os alunos e professores suscitaram as percepções que os alunos fizeram para realizar os cálculos propostos pela atividade. Os recortes dos discursos são extensos porque marcam uma sequência de suscitações do professor e assimilações dos alunos, recortes menores poderiam prejudicar a evidência de significativos indícios de aprendizagem. As intervenções feitas pelo professor foram direcionadas para toda turma e por isso há registros de repetições de provocações do professor.

Os discursos nos mostram que os alunos desenvolveram compreensões sobre os elementos que configuram as áreas construídas, identificaram relações para os cálculos dos perímetros e a área dos mesmos. Percebemos que os alunos identificam que a área da base do cone circular reto é representada pela relação matemática, pi raio ao quadrado e que o perímetro representa o contorno da área e a relação matemática do perímetro da base deste cone é dois pi raio. Os alunos também entenderam que a geratriz é o raio do setor circular que forma a área lateral do cone circular reto no círculo dois e que a construção pi raio vezes geratriz representa a fórmula para o cálculo da área lateral do cone.

Os recortes selecionados não mostram, mas a maioria dos alunos estavam bastantes dispersos no desenvolvimento das duas últimas atividades desta unidade em razão principalmente do horário que já ultrapassava o momento da saída da escola.

Segmento 6

Turnos 1369 - 1416

A sexta atividade apresentou para os alunos uma figura representativa do cone circular reto com valores para altura, geratriz e raio (h = 4cm, g = 5cm e r = 3cm) e solicitou que os alunos calculassem a área da base, área lateral e a área total.

(1369) Professor: Agora tentem fazer a atividade seguinte. A atividade apresenta as medidas e pede para vocês calcularem a área da base, a área lateral e a área total. Façam aí! Se você já calculou a área da base e área lateral, basta somar que obtém a área total.
(1370) A-Al 03: Ei professor, o mesmo que a gente fez aqui vai dar o resultado aqui, né?
(1371) Professor: Não, não, aqui as medidas são outras.
(1372) A-Al 03: Mas dá cinco, e aqui também é cinco.
(1373) Professor: É, mas o raio aqui é quanto?
(1374) A-Al 03: Três.
(1375) A-Al 01: A fórmula da área lateral é dois pi raio.
(1376) A-Al 03: Vai dá doze então.
(1377) A-Al 01: Aí vai ser dois vezes três vírgula quatorze vezes cinco.
(1378) A-Al 03: Três.
(1379) A-Al 01: Três? Então não é esse aqui não, dezoito vírgula oitenta e quatro?
(1380) A-Al 03: De novo!
(1381) A-Al 04: De novo.
(1382) A-Al 05: Aqui, é?
(1383) A-Al 03: É pi raio vezes, geratriz mais r. Ei professor área total?
(1384) Professor: É a soma. Área da base deu quanto?
(1385) A-Al 03: Vinte e oito vírgula vinte e seis..
(1386) Professor: Então coloca! Quem é a área lateral?
(1387) A-Al 03: Aí é mais, né?
(1388) Professor: É, a soma das duas áreas.
(1389) B-Al 03: Qual é a área lateral?
(1390) B-Al 02: Aqui é a da base porque nós tiramos a medida do raio.
(1391) B-Al 04: Área da base.
(1392) B-Al 02: Área da base, área lateral, lateral. Precisa calcular a área aqui também?
(1393) C-Al 01:Olha, a área lateral aqui ó!
(1394) C-Al 04: Não, mas é a área lateral a “b”.
(1395) C-Al 03: Tu já fez a letra “a”?
(1396) C-Al 04: Já.
(1397) C-Al 03: A área lateral é essa fórmula.
(1398) Professor: Pronto?
(1399) C-Al 06: Ainda não.
(1400) C-Al 01: Não professor.
(1401) Professor: O que tá faltando?
(1402) C-Al 04: A área total.
(1403) C-Al 01: E essa forma aqui da área lateral?
(1404) C-Al 06: pi raio vezes geratriz.
(1405) C-Al 03: Somou?
(1406) D-Al 03: Como é que calcula a base?

(1407) D-Al 05: Bota o raio pô! Olha o raio aqui!

(1408) D-Al 02: Essa área lateral complicou aí.

(1409) D-Al 05: Essa área lateral é aqui.

(1410) D-Al 02: A área da base deu vinte e oito vírgula vinte e seis centímetros quadrado.

(1411) D-Al 02: Pra calcular a base é pi raio ao quadrado.

(1412) C-Al 06: Pi raio ao quadrado?

(1413) D-Al 02: Isso.

(1414) D-Al 02: Três vírgula quatorze vezes três?

(1415) D-Al 04: Quanto é três ao quadrado?

(1416) D-Al 02: Nove.

Um caráter significativo da sequência didática é o encadeamento de atividades que privilegiam a gradação, a sucessão de abstrações que permitem que muitas formulações sejam antecipadas e/ou produzidas posteriormente. Dessa forma, o fato da quinta atividade abordar os perímetros e áreas da base e do setor circular analisados e a sexta atividade propor os cálculos da área da base, área lateral e a área total permitiram que muitas abstrações para entendimento dessa última atividade fossem construídas antecipadamente. Vemos que os alunos compreenderam as propriedades e as assimilações para os cálculos das áreas. No entanto, a maioria dos grupos não apresentam os resultados propostos pela atividade.

A análise das atividades escritas entregues ao professor registraram que o grupo B conseguiu concluir a atividade avaliativa restritiva respondendo acertadamente todos itens da UARC, já os grupos A, C e D acertaram os o item “a” da questão que pedia a área da base, no entanto erraram o item “b” que pedia pra calcular a área lateral do cone, apesar de fazerem a soma adequadamente no item “c” para obter o valor da área total o resultado verificado estava errado, pois esse item era obtido pela soma dos valores do itens “a” e ”b”, como erraram o item “b”, logo o resultado gerado no item “c” também ficou errado. Acreditamos que a dispersão dos alunos devido a atividade ter ultrapassado o horário escolar pode ter prejudicado os resultados apresentados.

6ª UARC

A sexta Unidade de Articulação de Reconstrução Conceitual abordou ângulo da área lateral de um cone circular reto. Nesse sentido, a primeira atividade da unidade apresentou uma série de quatro figuras representativas do setor circular com diversas marcações e medidas dos comprimentos dos arcos e medidas dos raios em cada ilustração e solicitou que os alunos observassem o que era apresentado. A segunda atividade direcionou as reflexões dos alunos para compreensões sobre ângulo do setor circular de cone circular reto, para isso a atividade explorou análise de valores das medidas dos comprimentos dos arcos e dos raios e desafiou os alunos a fazerem as relações necessárias para identificar os valores do ângulo $\boldsymbol{\alpha}$ em radianos**.** A terceira atividade aprofunda os conhecimentos suscitados na atividade anterior e propôs que os alunos apresentassem a fórmula matemática que representa o modo como pode ser calculado o ângulo do setor circular formado pela área lateral do cone circular reto.

A quarta atividade representou uma releitura dos elementos do cone ao propor que os alunos fizessem a indicação da posição que os elementos ocupam no cone planificado. A quinta atividade ofereceu aos alunos espaços de aprendizagem sobre as medidas do raio, do arco e do ângulo central do cone, apresentando para os alunos imagens com representações do setor circular e da área lateral do cone circular reto e pediu aos alunos que, considerando a área lateral do cone, como área de um setor circular representadas nas imagens, determinassem as medidas do raio, do arco e do ângulo central. A sexta atividade aprofundou a análise proposta na atividade anterior quando propôs que os alunos apresentassem uma relação para o cálculo do ângulo correspondente ao ângulo α do setor circular. A unidade encerra com atividade sobre o ângulo da área lateral de um cone circular reto que foi abordado na última atividade da unidade.

Episódio VI

Turnos de -

Segmento 1

Turnos 1417 - 1427

A primeira atividade da unidade abordou a observação dos setores circulares apresentando setores que tinha em suas ilustrações os elementos raio (R), comprimento do setor circular (L), ângulo (α), o ponto O indicando o centro dos círculos que contém os setores circulares e os pontos A e B representando as extremidades do comprimento (L) do setor circular.

(1417) Professor: A atividade seis que trata do ângulo da área lateral de um cone circular reto. Aqui ele vai trabalhar apenas com área lateral, aqui ele quer saber quem é o ângulo da área lateral. Então, unidade seis primeira atividade. Observe as figuras abaixo e seus respectivos elementos. Na letra “a” você tem um círculo e o comprimento L que é o comprimento do arco. Você observe que ele é completo. Na letra “b” você tem o comprimento L que é apenas o que?

(1418) C-Al 01: Metade.

(1419) Professor: L é quem agora? Vocês falaram que era metade na “b” num foi isso? E na “c”?

(1420) C-Al 01: Setor circular.

(1421) Professor: Sim, e quem é o comprimento do arco?

(1422) B-Al 02: L.

(1423) Professor: E L é quem agora? Vai ser o que C-Al 04?

(1424) C-Al 04: Um quarto.

(1425) Professor: Um quarto é uma parte de quantos?

(1426) B-Al 02: De quatro.

(1427) Professor: Um quarto, concordam? É uma parte de quantas? De quatro, a metade da metade. Ele também dá a letra “d” que não dar pra ter L com tanta precisão. Mas você também viu setor circular na oficina, então preencha essa tabela. Observe esses dados e preencha a tabela no item dois. Façam isso.

O professor ao apresentar a primeira atividade que propõe a observação de figuras de representações do setor circular provocou nos alunos reflexões sobre os comprimentos dos arcos representados nas figuras “b” e “c”. O caráter da atividade permite que o ângulo da área lateral de um cone circular reto seja analisado inicialmente através da visualização. Para entendermos melhor a grandeza da visualização consideremos que visualizar é ver com os olhos da mente e não simplesmente com o órgão da visão (LEIVAS, 2014). Os discursos deixam claro que os alunos conseguem fazer as abstrações sugeridas nas intervenções do professor.

Segmento 2

Turnos 1428 -1475

A segunda atividade aprofunda as observações propostas na primeira atividade ao solicitar que os alunos, analisando a sequência de figuras com diferentes marcações no setor circular com medida de comprimento do arco e do raio de cada figura e explorando os conhecimentos que os alunos possuem sobre essa parte constituinte do cone, preenchessem um quadro que solicitou as medidas do raio (R), comprimento dos arco (L) e valor do ângulo (α).

(1428) Professor: Utilizando os dados fornecidos em cada caso e seus conhecimentos de setor circular preencham o quadro a seguir. Na primeira coluna figuras das letras “a”, “b”, “c” e “d”. E na segunda coluna pede o que? O raio em centímetros. Você vai na figura “a” e observa quem é o raio. Ele num dá a medida do raio em cima?

(1429) A-Al 04: Humrum.

(1430) B-Al 03: Sim.

(1431) Professor: Então, vocês vão preencher essa coluna com as medidas que são dadas. A terceira, comprimento do arco L em centímetros, ele dá o comprimento do arco?

(1432) A-Al 04: Sim.

(1433) Professor: Então, coloque também! Aí o valor de alfa em radianos, radianos fica em pi. Nós estudamos e trezentos e sessenta graus vale quanto em radianos?

(1434) C-Al 01: Dois.

(1435) Professor: Dois o que?

(1436) C-Al 01: Pi.

(1437) Professor: E cento e oitenta graus vale quanto?

(1438) C-Al 01: Um pi.

(1439) Professor: Isso, então preencham!

(1440) B-Al 03: O comprimento do arco é seis, né?

(1441) B-Al 02: É. Com comprimento do arco L, comprimento é cinco centímetros, corta! Medida em radiano é pi, bota só um pi.

(1442) Professor: Pra você preencher a tabela, na última coluna da tabela ele quer o valor de quem?

(1443) D-Al 04: Alfa.

(1444) Professor: De Alfa em radianos. Então você vai ter que deixar o pi. Então qual é o valor de alfa? Alfa num é o ângulo?

(1445) D-Al 04: É.

(1446) Professor: Então o alfa é quem? Qual é a fórmula? No setor circular pra você encontrar o valor de alfa, você usa o que?

(1447) C-Al 01: L sobre R.

(1448) Professor: L sobre quanto?

(1449) C-Al 01: R.

(1450) Professor: Então você vai pegar o que pra você obter os valores de alfa?

(1451) C-Al 01: Colocar os valores.

(1452) Professor: Os valores e fazer o que? Você falou L sobre R.

(1453) C-Al 01: R.

(1454) Professor: Isso. Comprimento do arco, num é isso? Façam aí.

(1455) A-Al 01: Assim é professor?

(1456) Professor: Não. Alfa num é o ângulo? Como é que tu obtém esse ângulo?

(1457) A-Al 01: É L por R.

(1458) Professor: L por?

(1459) A-Al 01: R.

(1460) Professor: Tu num tem L, tu num tem R, então tu faz isso pra obter.

(1461) A-Al 01: A divisão.

(1462) B-Al 04: Não, dividi o comprimento por raio. É comprimento dividido por raio, né?

(1463) B-Al 02: É.

(1464) B-Al 04: É zero vírgula cinco.

(1465) B-Al 02: É zero vírgula cinco.

(1466) B-Al 04: É, quem divide o comprimento é o raio. Tá fazendo o que?

(1467) B-Al 02: Três dividido por doze.

(1468) B-Al 04: Três dividido por doze?

(1469) B-Al 02: É.

(1470) C-Al 01: Dois pi.

(1471) C-Al 06: Só usa a fórmula aí C-Al 03, L sobre R, só substitui L, coloca o número do comprimento e divide pelo raio. Doze dividido pra pi.

(1472) C-Al 04: Não, três dividido pra doze.

(1473) C-Al 06: Zero vírgula vinte cinco.

(1474) C-Al 03: O meu também deu zero vírgula vinte e cinco.

(1475) C-Al 04: O meu aqui também deu zero vírgula vinte e cinco.

Os discursos revelaram os processos realizados para o desenvolvimento da segunda atividade desta unidade e mais uma vez mostraram o professor orientando as percepções que os alunos precisaram fazer para resolver a atividade. Vemos que as intervenções do professor de início têm a finalidade de explicar a atividade para os alunos, depois disso o professor realizou sucessivos questionamentos e indicações que levaram os alunos a identificação dos valores dos raios e comprimentos dos arcos de cada figura e os cálculos do valor de alfa, ou seja, do ângulo.

Observamos que os alunos não tiveram dificuldades para preencher as colunas que correspondem ao raio e ao comprimento do arco, visto que as figuras apresentaram esses valores. Partindo das percepções que os alunos realizaram sobre os valores de R e L o professor questiona: “Então o alfa é quem? Qual é a fórmula? No setor circular pra você encontrar o valor de alfa, você usa o que? ” e alguns alunos respondendo ao professor assimilando que: “L sobre R”. A análise dos discursos mostrou que o professor ao questionar os alunos nas suas intervenções recebe em sua maioria, respostas diretas, claras e assertivas.

Segmento 3

Turnos 1476 – 1493

A terceira atividade apresentou para os alunos a oportunidade de formular as abstrações provocadas na atividade dois solicitando que eles indicassem a relação matemática usada para o cálculo do ângulo do setor circular.

(1476) Professor: Tomando base as informações do quadro, apresente uma relação para o cálculo de alfa. Então alfa é igual a quem?
(1477) A-Al 01: L sobre R.
(1478) A-Al 04: Aqui é o setor circular no caso.
(1479) Professor: Isso, de um modo em geral, vocês já até usaram. Qual é a relação que se usa, que vocês usaram? De setor circular, né isso?
(1480) B-Al 03: Humrum.
(1481) Professor: É o que?
(1482) B-Al 04: Comprimento dividido por raio.
(1483) Professor: Isso, então quem é alfa?
(1484) B-Al 02: L dividido por R.
(1485) Professor: É o que?
(1486) B-Al 02: L dividido por R.
(1487) Professor: Então coloca.
(1488) B-Al 03: Ah tá!
(1489) Professor: Ver aí e fechem a ideia de vocês.
(1490) B-Al 04: Comprimento dividido pelo raio, né? De modo geral vai ser?
(1491) Professor: De modo geral é só a fórmula que ele quer.
(1492) B-Al 03: Só a fórmula?
(1493) C-Al 06: Só usa a fórmula aí C-Al 03. L sobre R.

O desenvolvimento da terceira atividade acabou assegurando a autenticação das aprendizagens que os alunos realizaram na segunda atividade, pois os alunos ainda na atividade anterior compreenderam que dividir os valores do comprimento do arco pelo valor do raio é a forma para encontrar o valor do ângulo do setor circular. Os alunos mostram que reconhecem a fórmula comprimento divido por raio, é a representação matemática para encontrar o valor do ângulo central formado pelo arco. Outro aspecto que deve ser mencionado é que o estudo do ângulo faz um recorte do cone e acaba favorecendo uma análise mais precisa e mais minuciosa da base e da área lateral desse sólido geométrico. Além disso, a antecipação de ideias e formulações foi um fenômeno que aconteceu no desenvolvimento de algumas atividades da sequência didática. Esse acontecimento evidencia as produções que o caráter sequencial e a estrutura de encadeamento permitem.

Segmento 4

Turnos 1494 - 1520

A quarta atividade apresentou duas figuras representativas a primeira de cone circular reto com indicação de geratrizes, raio, ângulo, vértice e os pontos O, A e B, a segunda figura é uma representação da planificado do cone circular reto. Ou seja, a atividade apresentou um cone e a planificação desse sólido geométrico. O desafio foi fazer a correspondência dos elementos presentes na figura do cone, representado na primeira ilustração, na sua planificação. Desse modo, os alunos deveriam indicar as posições dos pontos A, B, V e O, além do raio, geratriz e comprimento do arco AB na figura da planificação do cone.

(1494) Professor: É para você indicar os elementos. Então o que é pedido na atividade
A-Al 01? Leiam a quatro!
(1495) A-Al 01: Dessa forma aqui?
(1496) Professor: Sim. Mas aqui ainda tá faltando o O, né?
(1497) A-Al 05: Aqui?
(1498) Professor: Isso! Tá faltando representar aqui essa medida, esse ó! Tu acha que ele tá aqui na área lateral ou ele tá na base?
(1499) A-Al 04: Aqui é V.
(1500) Professor: Pronto? Aí quem é esse comprimento?
(1501) A-Al 01: L.
(1502) Professor: Ele num pede o comprimento do arco AB? L, né?
(1503) A-Al 01: Isso.
(1504) Professor: E quem é L?
(1505) A-Al 01: Dois pi raio.
(1506) Professor: Terminando vocês já podem passar pra quatro. Ai a quatro pede pra você observar o cone, né isso? Leiam com atenção o comando e já podem fazê-la.
(1506) B-Al 03: Essa aqui a geratriz g, aí bota g aqui, g aqui, eu acho que é isso ó! Indique os elementos do cone abaixo na sua planificação, indicando as posições de A, B, V, O, além do raio, da geratriz, do comprimento do AB. Pior que bem aqui em cima vai ser V, né?
(1507) B-Al 03: Ei, bem aqui na base circular tem um raio também, num tem?
(1508) B-Al 02 Aí que é o O. Aqui é o R, assim é?

(1509) B-Al 03: É. Ei a geratriz é g, né?

(1510) B-Al 02: É, além da geratriz o comprimento do arco AB.

(1511) B-Al 03: Comprimento do AB vale quanto?

(1512) B-Al 02: Comprimento do arco AB. Não tô vendo nenhum A aqui não.

(1513) B-Al 03: Qual é o raio?

(1514) B-Al 04: A geratriz.

(1515) B-Al 03: Cadê o comprimento do arco?

(1516) B-Al 02: Aqui ó! Comprimento do arco.

(1517) B-Al 03: Comprimento num é essa parte de fora? Não. Mas é o comprimento do arco, aqui é um arco ó!

(1518) B-Al 04: É dois pi raio.

(1519) B-Al 02: O comprimento do arco?

(1520) B-Al 04: Olha aí ele aqui!

A quarta atividade é mais uma atividade que abordou os elementos do cone, mas de forma diferente visto que a atividade não solicitou a identificação de elementos, mas a correspondência dos elementos apresentados á planificação do cone. Um aspecto interessante da quarta atividade é a nova perspectiva de análise dos elementos que constituem o cone que é oferecida ao aluno. Ao propor a indicação dos elementos no cone planificado os alunos acabam tendo uma nova percepção desses elementos e, portanto, uma ressignificação desses elementos e do próprio cone. A atividade propõe uma releitura do cone.

Além disso, a configuração da atividade ofereceu mais uma vez a análise dos elementos do cone que permitiu a consolidação de aprendizagens. Isso porque quase todas unidades propôs a identificação de elementos que caracterizam o cone. Possivelmente a diversidade de atividades que exploraram as características e elementos do cone circular reto tenham contribuído para que ao longo do desenvolvimento das atividades os alunos apresentassem propriedades das nomenclaturas e identificação dos elementos. Percebemos que mesmo nos questionamentos os alunos fazem as referências usando a nomenclatura de forma correta. Dentre muitos exemplos podemos os alunos A-Al 04 e B-Al 02 que respectivamente expressam: “Aqui é V” e “aqui ó! Comprimento do arco”.

Os recortes dos discursos revelaram as discussões que alunos e professor realizaram e com isso visualizamos as compreensões que foram feitas. Já as atividades escritas registraram que todos os grupos fizeram a correspondência dos elementos de forma correta. Vemos nos recortes dos discursos que as intervenções do professor são imprescindíveis quando considerados atividade que envolvem identificação de área, perímetros, medidas. Um acontecimento que registramos é que quando as atividades não envolvem cálculos e identificação de fórmulas os alunos se mostram mais autônomos e buscam mais a parcerias dos colegas. Já as atividades com cálculos e abstrações mais complexas em dados momentos suas formulações têm dependências com as intervenções do professor sendo necessário uma maior parceria professor/aluno.

Segmento 5

Turnos 1521 - 1593

A quinta atividade apresentou para os alunos imagens com representações do setor circular e da área lateral do cone circular reto e pediu aos alunos que considerando a área lateral do cone, como área de um setor circular representadas nas imagens, determinassem as medidas do raio, do arco e do ângulo central.

(1521) Professor: Agora vocês vêm para atividade seguinte. Ela dá o setor circular e a área lateral do cone. Na área lateral do cone vocês já sabem quem são os elementos que vocês fizeram aqui, né isso? Leiam com atenção e respondam. Vocês num já sabem a relação pra encontrar o ângulo central? O que é que vocês usam pra encontrar o ângulo central?

(1522) A-Al 02: E aí professor!

(1523) Professor: Isso, vocês têm o que? Na área lateral o raio vale o que?

(1524) A-Al 01: G.

(1525) A-Al 05: G.

(1526) Professor: Quem é o comprimento?

(1527) A-Al 01: Dois pi raio.

(1528) Professor: Então no setor circular o alfa é quem?

(1529) A-Al 01: Alfa igual a L sobre R.

(1530) A-Al 05: L sobre R.

(1531) Professor: Então você usa, porque ele num é o mesmo setor circular?

(1532) A-Al 01: É.

(1533) Professor: Só que aqui você vai fazer usando elementos de quem?

(1534) A-Al 05: Da área lateral.

(1535) Professor: Isso, então quanto vale L?

(1536) A-Al 01: g, dois pi raio.

(1537) A-Al 04: Dois pi raio.

(1538) Professor: E quanto vale o raio?

(1539) A-Al 01: g.

(1540) B-Al 04: Setor circular.

(1541) Professor: Mas esse setor circular é a reapresentação de quem?

(1542) B-Al 02: Dá área lateral.

(1543) C-Al 01: Da área lateral aqui!

(1544) Professor: Então você vai usar os elementos de quem?

(1545) B-Al 02: Dá área lateral.

(1546) D-Al 01: Da área lateral do cone.

(1547) Professor: Isso, vocês têm o que? Na área lateral o raio vale o que?

(1548) A-Al 01: g.

(1549) A-Al 05: g.

(1550) Professor: Quem é o comprimento?

(1551) A-Al 01: Dois pi raio.

(1552) B-Al 02: É o raio?

(1553) Professor: E esse raio é quem?

(1554) B-Al 02: Geratriz.

(1555) Professor: Ah, então tu vai colocar R? R é base, né?

(1556) B-Al 02: Aqui é geratriz.

(1557) B-Al 03: É pra ser um g A-AL02.

(1558) B-Al 02: Aqui é um setor circular e aqui é um cone, entendeu? Aqui é um vértice.

(1559) B-Al 03: Então aqui é o A.

(1560) B-Al 02: Vértice.

(1561) B-Al 03: Aqui é o A.

(1562) B-Al 02: Vértice, aqui é duas geratriz, e aqui é o comprimento.

(1563) B-Al 02: Vértice.

(1564) B-Al 04: Vértice. Então aqui é o vértice.

(1565) B-Al 02: É. Aí é o vértice.

(1566) Professor: A cinco vocês podem fazer. Leiam a cinco.

(1567) D-Al 02: Considerando a área lateral do cone como área de um setor circular, determine as medidas do raio, do arco e do ângulo central.

(1568) D-Al 02: O L aqui ó!

(1569) Professor: Isso, quanto vale ele?

(1570) D-Al 05: Tem que botar o valor dele?

(1571) D-Al 06: Dois pi R.

(1572) D-Al 02: Ah! É dois pi R mesmo.

(1573) D-Al 02: O ângulo é o alfa aqui.

(1574) Professor: Aqui é apenas o que?

(1575) D-Al 05: Um R.

(1576) Professor: Aí tu tem área lateral de quem?

(1577) D-Al 05: Do cone.

(1578) Professor: Na atividade anterior você num pegou os elementos do cone e jogou na planificação?

(1579) D-Al 05: Humrum.

(1580) Professor: Então quem é os elementos do cone, você vai botar aí?

(1581) D-Al 02: O raio é a geratriz aqui.

(1582) D-Al 01: A geratriz.

(1583) D-Al 05: É a geratriz, vértice

(1584) D-Al 02: Vértice e o alfa.

(1585) D-Al 03: O vértice também.

(1586) D-Al 04: É pra fazer só isso né?

(1587) D-Al 02: É

(1588) D-Al 01: Área lateral.

(1589) D-Al 02: Tem que ter a medida do arco num tem?

(1590) D-Al 05: Humrum.

(1591) D-Al 03: Qual a medida do arco.

(1592) D-Al 02: Dois pi raio.

(1593) D-Al 01: Tá pedindo aqui a medida do arco, dois pi raio.

A quinta atividade pediu aos alunos determinação das medidas do raio, do arco e do ângulo central, para tanto o professor precisou orientar os alunos levantando questionamentos que indicaram as compreensões que os alunos precisaram fazer para resolver o desafio proposto pela atividade. O professor em suas orientações retomou suscitações anteriores sobre o alfa e geratriz visto que a segunda e terceira atividades exploraram compreensões e propriedades do o ângulo central do cone circular reto. Para análise das medidas do raio e do arco do cone o professor apresentou algumas explicações e continuou com questionamentos que levaram os alunos a resolução da atividade. A análise das atividades escritas revelou que os grupos conseguem identificar as medidas solicitadas.

Segmento 06

Turnos 1594 - 1663

A atividade desse segmento aprofundou a análise proposta na atividade anterior quando propôs ao aluno que tomando por base as informações da área lateral do cone circular reto, apresentassem uma relação para o cálculo do ângulo correspondente ao ângulo α do setor circular. Vemos que atividade oportunizou aos alunos a formulações de abstrações realizadas na atividade anterior.

(1594) Professor: No setor circular o alfa é quem?

(1595) A-Al 01: Alfa igual a L sobre R.

(1596) A-Al 05: L sobre R.

(1597) Professor: Então você usa, por que ele num é o mesmo setor circular?

(1598) A-Al 01: É.

(1599) Professor: Só que aqui você vai fazer usando elementos de quem?

(1600) A-Al 05: Da área lateral.

(1601) Professor: Isso, então quanto vale L?

(1602) A-Al 04: Dois pi raio.

(1603) Professor: E quanto vale Alfa?

(1604) A-Al 02: Dois pi raio sobre g.

(1605) Professor: Então quem é alfa?

(1606) A-Al 01: Dois pi raio sobre g.

(1607) B-Al 03: É a mesma conclusão que nós tava chegando aqui e saímos dela, né não B-Al 02?

(1608) B-Al 02: Humrum.

(1609) B-Al 04: Então é alfa igual a L sobre R.

(1610) B-Al 03: L sobre R.

(1611) B-Al 04: Comprimento dividido pelo raio?

(1612) B-Al 03: Comprimento dividido pelo raio.

(1613) B-Al 02: Aqui é a geratriz?

(1614) B-Al 04: A fórmula num calcula o alfa?

(1615) B-Al 02: Alfa da área lateral do cone.

(1616) B-Al 03: E como é que faz pra calcular?

(1617) Professor: Agora tu vai ter que fazer relação desse com esse.

(1618) B-Al 03: Relação entre esse e esse?

(1619) Professor: É. No caso aqui quem tá representando o L aqui?

(1620) B-Al 03: Ah tá, é dois pi raio, então aqui é o L. Então já que é o L, então no caso dois pi raio sobre geratriz.

(1621) Professor: você num já colocou o alfa? Aí quem é alfa que você usa lá no setor circular, alfa é quem? Qual a relação que você usa?

(1622) C-Al 04: L sobre R.

(1623) C-Al 02: Lateral sobre R.

(1624) C-Al 01: L sobre R.

(1625) Professor: Quem é o comprimento e quem é o raio? Você vai observar isso e encontrar a relação usando esses elementos.

(1626) A-Al 03: Ei professor vem cá!

(1627) Professor: Aqui você num já pegou os elementos?

(1628) A-Al 03: Já.

(1629) A-Al 01: Sim.

(1630) Professor: Então quem é alfa aqui? Quem é o comprimento desse setor circular? Ele colocou o comprimento?

(1631) A-Al 02: Não.

(1632) Professor: Mas vocês chamam ele de que?

(1633) A-Al 02: L.

(1634) Professor: Num é L?

(1635) A-Al 02: Isso.

(1636) Professor: Então quem é alfa?

(1637) A-Al 02: L sobre R.

(1638) Professor: Só que o R aqui, o raio, você tá chamando de que?

(1639) A-Al 02: Geratriz.

(1640) Professor: E o comprimento tá chamando de que?

(1641) A-Al 02: Dois pi raio.

(1642) A-Al 03: Dois pi raio.

(1643) Professor: Então tu vai encontrar a relação, usando os elementos da área lateral do cone, na área lateral do cone que também é um setor circular, o raio vale quanto?

(1644) A-Al 01: g.

(1645) Professor: E o comprimento vale quanto?

(1646) A-Al 02: Dois pi raio.

(1647) A-Al 01: Dois pi raio. Então vai ser L sobre g.

(1648) A-Al 05: L sobre.

(1649) Professor: Então agora quero a atenção de vocês. Essa relação que vocês acabaram de chegar nela é a fórmula que você usa para poder encontrar o ângulo de planificação da área lateral de um cone circular reto. Então. você chegou nessa relação dois pi raio dividido por quem?

(1650) A-Al 05: g.

(1651) Professor: Então você chegou em quem? Dois pi raio, dividido por quem?

(1652) C-Al 05: Geratriz.

(1653) Professor: Por geratriz, então quem é alfa?

(1654) A-Al 04: Dois pi raio sobre geratriz.

(1655) Professor: E esse comprimento do arco, você considerando aqui sendo a área lateral do cone, esse comprimento aqui é dois pi raio, da base do cone. Aqui é o comprimento de quem? Do círculo, né isso? Do contorno, do perímetro do círculo. A medida do raio aqui é justamente quem?

(1656) A-Al 05: Geratriz.

(1657) Professor: Então o valor de alfa é o valor do comprimento do arco L dividido pela medida de quem?

(1658) C-Al 02: Do raio.

(1659) Professor: Quem é o raio?

(1660) A-Al 04: geratriz.

(1661) Professor: Então você chegou nessa relação, alfa aqui. Então você chegou em que? Dois pi raio dividido por quem? Então quem é alfa?

(1662) A-Al 01: Dois pi raio sobre geratriz.

(1663) D-Al 01: Dois pi raio sobre geratriz.

Vemos que os alunos ao resolver a atividade anterior anteciparam assimilações referente a sexta atividade. Isso aconteceu porque o professor ao conduzir os alunos na resolução da atividade anterior evidenciou as formulações matemáticas que os alunos deveriam usar para identificar as medidas do raio, do arco e do ângulo central. A antecipação de assimilações também foi identificada na segunda e terceira atividades desta unidade. Um fato interessante que devemos considerar é que a segunda e terceira atividades apresentaram construções similares a quinta e a sexta atividades. Essa precedência de compreensões foi possível pela relação que os saberes possuem e pelo o modo como as atividades foram construídas.

Temos um interessante registro de aprendizagem quando o aluno B-Al 03 depois das intervenções do professor fez as seguintes formulações: “Ah tá, é dois pi raio, então aqui é o L. Então já que é o L, então no caso dois pi raio sobre geratriz”. Vemos que o aluno apresenta uma sequência de percepções marcada pela lógica.

Segmento 07

Turnos 1664 - 1734

O ângulo da área lateral de um cone circular reto foi abordado na última atividade da unidade. A atividade apresentou duas imagens representativa de um cone. A primeira imagem foi a de um cone circular reto com geratriz medindo 20 cm, raio com medida de 5 cm e os pontos A, B e O. A segunda imagem era a representação da planificação da área lateral do cone, apresentado na primeira imagem, com indicação de localização de α. Com a apresentação das imagens, a atividade desafia os alunos a representar os elementos do cone da primeira imagem na planificação da área lateral da segunda imagem e determinar o valor de α.

(1664) Professor: Todos conseguiram fechar até a seis. O alfa é igual ao comprimento dois pi raio dividido por quem?

(1665) C-Al 01: Geratriz.

(1666) Professor: Como tá se tratando de ângulo, dois pi vale quanto?

(1667) B-Al 04: Trezentos e sessenta.

(1668) Professor: Trezentos e sessenta graus. Então dois pi é trezentos e sessenta graus. Então aqui você tem a relação em radianos e ali em graus. Como é que ele fica? Alfa é igual, dois pi é quanto?
(1669) C-Al 01: Trezentos e sessenta.
(1670) Professor: Então fica trezentos e sessenta vezes o raio dividido por quem?
(1671) D-Al 01: Geratriz.
(1672) Professor: Pela geratriz, isso em graus. Perguntas?
(1673) C-Al 04: Não. Aqui! g é vinte né?
(1674) A-Al 04: g é vinte.
(1675) Professor: Dois pi vale?
(1676) A-Al 05: Trezentos e sessenta.
(1677) Professor: E pi vale?
(1678) A-Al 01: Cento e oitenta.
(1679) Professor: Vocês estão querendo calcular em graus, mas podem deixar em radianos.
(1680) A-Al 01: Olha aí trezentos e sessenta, vezes cinco, cinco vezes zero é zero, cinco vezes seis é trinta, cinco vezes três quinze, mais três, dezoito.
(1681) A-Al 02: Noventa.
(1682) A-Al 01: Noventa?
(1683) A-Al 02: É.
(1684) A-Al 05: Noventa.
(1685) B-Al 03: Ele quer saber o valor de alfa agora, né?
(1686) B-Al 02: Primeiro temos que representar seus elementos na sua planificação.
(1687) B-Al 03: A geratriz vale vinte.
(1688) B-Al 02: Geratriz vale vinte.
(1689) B-Al 03: Aqui é o vértice. Alfa é igual, cadê o dois pi?
(1690) B-Al 02: Dois pi, trezentos e sessenta.
(1691) B-Al 03: Trezentos e sessenta no caso.
(1692) B-Al 02: Em radianos é dois pi vezes R, se for em graus vai ser trezentos e sessenta vezes o raio.
(1693) B-Al 04: Qual o mais fácil?
(1694) B-Al 03: Nós temos que usar essa, então a gente faz assim trezentos e sessenta.
(1695) B-Al 02: Vezes o raio.
(1696) B-Al 03: Raio é cinco, né?
(1697) B-Al 02: É. Vamos colocar o raio dividido por vinte, que é a geratriz.
(1698) B-Al 04: Dividido?
(1699) B-Al 02: Pela geratriz, que a geratriz é vinte.
(1700) B-Al 03: Então alfa ... .
(1701) B-Al 02: É igual trezentos e sessenta vezes cinco, mil e oitocentos.
(1702) B-Al 03: Tá certo.
(1703) B-Al 02: Dividido por vinte.
(1704) B-Al 03: Quanto é que é?

(1705) B-Al 02: Corta os dois zeros, fica cento e oitenta.

(1706) B-Al 03: Dividido pra dois vai dá noventa.

(1707) B-Al 02: É noventa.

(1708) B-Al 03: Ei professor, certo?

(1709) Professor: Concluíram todos?

(1710) B-Al 03: Sim.

(1711) D-Al 02: Tá dando a geratriz, dando a geratriz.

(1712) D-Al 06: E o raio.

(1713) Professor: O que ele pede pra vocês, considerando o cone a seguir e a planificação da sua? Área lateral ao lado, represente seus elementos na sua planificação, vocês já fizeram isso, agora vão usar esses elementos aí, e pede pra vocês determinar o valor de quem?

(1714) D-Al 03: De alfa.

(1715) D-Al 01: Alfa.

(1716) Professor: Façam isso!

(1717) D-Al 05: Vai ser quanto aqui?

(1718) D-Al 02: Vai ser vinte.

(1719) D-Al 01: Vinte.

(1720) D-Al 02: Olha aqui a geratriz, ó!

(1721) D-Al 05: O raio é cinco.

(1722) D-Al 06: Num é R não menino, é G!

(1723) D-Al 02: Geratriz pô!

(1724) Professor: Você já encontrou a fórmula pra isso?

(1725) D-Al 02: Alfa aqui vai ser o que?

(1726) D-Al 05: Alfa igual a dois pi raio sobre g.

(1727) D-Al 02: Agora é só substituir.

(1728) D-Al 05: Então, aqui coloca dois pi raio, quem é o raio?

(1729) D-Al 02: O raio é cinco.

(1730) D-Al 01: O raio é cinco mesmo.

(1731) D-Al 02: Dois pi é trezentos e sessenta. Aqui é só matar, pera aí! Aqui vai dá quatro né?

(1732) D-Al 05: Sim.

(1733) D-Al 02: Isso aqui agora divide por isso, vai dar noventa, né?

(1734) D-Al 01: Noventa graus.

A análise dos discursos nos mostra que na última atividade da sexta unidade o professor tem várias e importantes intervenções principalmente no início da atividade, mas também constatamos espaços que os alunos se desprendem do professor e mostraram certa autonomia no desenvolvimento da atividade, como pode ser visto na discussão acima. Vejamos as discussões entre os alunos do grupo B: “B-Al 03: Raio é cinco né?”, “B-Al 02: É. Vamos colocar o raio dividido por vinte que é a geratriz.”, “B-

Al 04: Dividido?”, “B-Al 02: Pela geratriz, que a geratriz é vinte.”, “B-Al 03: Então alfa.”, “B-Al 02: É igual trezentos e sessenta vezes cinco, mil e oitocentos.”, “B-Al 03: Tá certo.”, “ B-Al 02: Dividido por vinte.”, “B-Al 03: Quanto é que é?”, “B-Al 02: Corta os dois zeros, fica cento e oitenta.”, “B-Al 03: Dividido pra dois vai dá noventa.” e “B-Al 02: É noventa.”. Consideramos significativa a qualidade dos processos cognitivos que os alunos expressam, isso mostra que eles são potencialmente favoráveis à aprendizagem.

Mais uma vez citamos a estrutura de encadeamento com caráter sequencial que caracteriza a sequência didática como uma possível razão para que nas atividades que finalizam as unidades os alunos apresentam maior autonomia, melhor desempenho na resolução de atividade. O encadeamento das atividades de forma sequenciadas, como já destacado anteriormente, permite que as aprendizagens sejam construídas nos moldes de processos. A análise dos discursos mostrou importantes indícios de aprendizagens, evidenciaram que os alunos são inteligentes, tem percepções aguçadas, apresentaram cognição potencialmente favoráveis a aprendizagem.

A análise das atividades escritas mostrou que todos os grupos concluíram a sexta UARC ao determinar o valor de α na sétima atividade. Os grupos A, B e D chegaram ao resultado acertadamente colocando suas respostas em graus, enquanto que o grupo C chegou também acertadamente na solução colocando o resultado em radianos. A análise da atividade escrita tem maior importância nas últimas Unidades de Articulação de Reconstrução Conceitual em razão do grupo C não apresentar discursos referentes as últimas atividades da sexta unidade e em toda sétima unidade. Acreditamos que o aparelho de captura dos áudios usado pelo grupo teve problemas com falta de espaço de memória. O problema só foi constatado quando fomos fazer a transcrição escrita dos discursos.

7ª UARC

Na sétima Unidade de Articulação de Reconstrução Conceitual foi estudado o volume de um cone circular reto e o interesse da unidade era levar os alunos a fazer compreensão das características, propriedades e implicações que envolver o volume do sólido geométrico estudado. A primeira atividade oportunizou os alunos a aprendizagem sobre volume do cone a partir de um interessante experimento. A segunda explorou a formalização de compreensões produzidas na execução do experimento proposto na atividade anterior, em que o aluno devia indicar o conjunto (cone e cilindro ou cone e cubo) que possuía uma regularidade quando manipulados no experimento da primeira atividade. Na terceira atividade foi aprofundadas as assimilações feitas no experimento ao solicitar que os alunos indicassem a regularidade existente no conjunto indicado na atividade antecedente. A quarta atividade proporcionou aos grupos espaços de aprendizagem explorando análises dos cones circulares retos, solicitando que os alunos observassem as figuras representativas dos cones expostos na atividade e preenchessem as colunas medida do raio e medida da altura na tabela.

Na atividade cinco, foi solicitado aos alunos que, fazendo uso das medidas dos raios colocados na tabela, preenchessem a coluna área da base. A sexta tarefa solicitou que a aluno considerando a coluna área da base, como sendo área da base de um cilindro e coluna medida da altura, como sendo altura do cilindro, preenchessem a coluna volume do cilindro. Na sétima questão desta UARC foi solicitado que os alunos usando os valores da tabela, fazendo assimilações e observando as atividades dois e três descobrissem o volume de cada cone. A atividade oito pediu que o aluno descrevesse o caminho que construiu através das suas assimilações na atividade anterior para calcular o volume do cone. Fechando a sétima UARC é apresentado aos grupos, na atividade nove, uma situação-problema abordado o volume do cone.

Episódio: VII
Turnos de 1735 - 2034

Segmento 1
Turnos 1735 - 1785

A primeira atividade colocou para os alunos uma situação didática em que a aprendizagem aconteceu por meio de experimento. A atividade orientou os alunos a usar os materiais concretos cone, cilindro, cubo e soja que eles tinham a disposição. Com posse dos materiais os alunos deveriam preencher totalmente o cilindro com a soja e em seguida deveriam esvaziar o cilindro completamente usando o cone para retirar a soja. Feito o processo de retirada da soja do cilindro com o cone, os alunos deveriam novamente encher o cilindro completamente com a soja utilizando o cone. Depois os alunos deveriam repetir o mesmo processo usando o cone, o cubo e a soja. A atividade colocou para os alunos a possibilidade de refazer os processos quantas vezes julgassem necessário. Ao fazer os processos os alunos deveriam refletir sobre em quais dos processos mostrou haver uma relação de regularidade, se nos processos que envolvia o cone e o cilindro e/ou nos processos que envolvia o cone e o cubo.

(1735) Professor: A primeira atividade pede o que? Usando os materiais concretos cone, cilindro, cubo e soja, preencham totalmente o cilindro com a soja, em seguida esvazie o cilindro completamente. Você vai seguir esses comandos. Usando o cone para retirar a soja. Feito isso, utilize o cone enchendo-o inteiramente para encher novamente o cilindro com a soja. Refaça os processos quantas vezes julgar necessário. Então o que é pedido primeiramente pra você?
(1736) A-Al 01: Encher o cilindro.
(1738) B-Al 02: Enche o cilindro aí!
(1739) D-Al 03: O cilindro.
(1740) D-Al 06: Cilindro.
(1741) Professor: Deu pra encher direito?
(1742) A-Al 05: Deu.
(1743) Professor: Deu certo, né?
(1744) A-Al 01: Deu certo.
(1745) Professor: Aí pede pra você encher completamente o cilindro. Tá cheio, né?
(1746) B-Al 04: É.
(1747) Professor: Deu pra encher certinho?
(1748) D-Al 03: Sim senhor.
(1749) Professor: Em seguida pede o que pra vocês ...?
(1750) A- Al 01: Esvaziar o cilindro.
(1751) Professor: Esvazie o cilindro completamente. Então você vai esvaziar o cilindro completamente usando o cone para retirar a soja. Observe quantas vezes ocorre isso. Feito isso, utilize o cone enchendo-o inteiramente para encher novamente o cilindro.
(1752) A-Al 01: Pera aí! Enchi o cilindro.
(1753) A-Al 04: Já encheu?
(1754) A-Al 01: Enchi. Em seguida esvazie o cilindro usando o cone para retirar a soja. Feito isso, utilize o cone enchendo-o inteiramente para encher novamente o cilindro.
(1755) A-Al 04: Enchi.
(1756) A-Al 01: Três. Assim né?
(1757) B-Al 02: Para encher o cilindro.
(1758) B-Al 04: Bota aqui, bota aqui.
(1759) B-Al 05: É pra ver quantos enche.

(1760) B-Al 04: Vocês estão anotando?
(1761) D-Al 02: Tem que botar quantas vez? Enche o cone. Quantas vezes D-Al 03 vai ser preciso botar para encher o cilindro? Duas com essa aí é?
(1762) D-Al 04: Uma. Duas.
(1763) D-Al 02: Três né? Três certinho.
(1764) D-Al 03: Três vezes.
(1765) D-Al 02: Aí depois tu vai pegar, tirar pelo cone e botar aqui.

(1766) Professor: Pessoal, depois que vocês concluírem esses processos, em seguida repita o mesmo processo o cone e o cubo. Então você vai passar de quem? Do cone para o cubo, sigam os processos, cada etapa. Isso?
(1767) A-Al 01: Professor a gente percebeu que pra encher o cilindro tem que ser três cones.
(1768) Professor: Então anotem aí. Agora ele pediu pra você o que? Repita o mesmo processo usando o que?
(1769) A-Al 04: O cone e o cubo.
(1770) Professor: Então você vai passar do cone pra onde?
(1771) A-Al 04: Pro cubo.
(1772) B-Al 02: Ei mais aqui não encheu todinho não?
(1773) B-Al 04: Esse aqui encheu não, inteiramente não.
(1774) B-Al 02: Então foram três e um pouquinho né?
(1775) B-Al 03: O cone e o cubo também foram três num foi?
(1776) B-Al 01: Foi, mas não encheu.
(1777) D-Al 05: É! Não encheu não.
(1778) D-Al 01: Se do cilindro pro cubo deu três, por que do cubo pro cilindro não ia dá três também?
(1779) D-Al 02: Vamos repetir de novo?
(1780) D-Al 04: Você que manda.
(1781) Professor: Refletindo sobre os processos realizados, em quais deles existe uma relação de regularidade. Marque o conjunto que possui a regularidade. Possui regularidade no cone e cilindro ou cone e cubo?
(1782) C-A 01: O cone e o cilindro.
(1783) A-Al 04: Três vezes.
(1784) B-Al 01: No cone e no cilindro.
(1785) D-Al 01: O cone e o cilindro.

Vemos que atividades que propõem aprendizagem a partir de experimento são interessantes e enriquecedoras porque permitem que as abstrações sejam provocadas pelas evidências, pelos resultados, pelas (re)descobertas produzidas na experiência. Essa perspectiva reafirma que "a Geometria desempenha um papel fundamental na educação porque ativa as estruturas mentais na passagem de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização.” (FAINGUELERNT,1995 apud SALIN, 2013, p. 263).

Nesse sentido, vemos que os resultados apresentados pelos alunos autenticam as compreensões expostas por Salin (2013), ao demostrarem que os alunos ao fazer o experimento proposto pela atividade perceberam que ao retira a soja que enchia o cilindro e depois ao recolocar a soja no cilindro, usando o cone, os alunos usaram três vezes o cone para transportar toda a soja que o completava. Ou seja, os alunos concluíram que três medidas do cone com soja preenchia o cilindro e que o resultado não era o mesmo quando o processo foi realizado com o cubo. Portanto, os alunos deixaram claro que na situação didática proposta ativaram estruturas cognitivas que resultaram em abstrações que caracterizam aprendizagens. Outra realidade que observamos com a análise dos discursos é que as intervenções do professor foram pontuais, não vemos o professor conduzindo todas as abstrações necessária para resolução da atividade. Vemos que os alunos, para responder a atividade, se concentram mais nas evidências produzidas no experimento.

Segmento 2

Turnos 1786 - 1794

A segunda atividade dá sequência propôs que os alunos refletissem sobre os processos realizados e marcassem entre os conjuntos cone e cilindro e cone e cubo quais deles apresentou uma regularidade. E a terceira atividade pediu que os alunos descrevessem a regularidade observada no desenvolvimento do experimento.

(1786) Professor: Vocês já perceberam que o cone e o cilindro é o conjunto que tem a regularidade, e o que, que vocês observaram?

(1787) A-Al 01: São três cones para encher o cilindro.

(1788) B-Al 03: Três cones encheu um cilindro, mas não encheu o cubo.

(1789) C-Al 01: É três cones para encher um cilindro.

(1790) D-Al 06: Por que ó! O cilindro e o cone eles enchem e o cone e o cubo não enchem.

(1791) Professor: O volume do cilindro é quantas vezes o volume do cone?

(1792) A-Al 04: Três.

(1793) A-Al 01: Três.

(1794) D-Al 06: Três.

Percebemos que as atividades ao pedir que os alunos marcassem e em qual conjunto de sólidos apresentou uma regularidade vemos que os alunos compreenderam que foi com o cone e o cilindro. A atividade três ao solicitar que os alunos descrevessem a regularidade evidenciada no experimento desenvolvido na atividade anterior, permitiu que os alunos apesentassem uma síntese dos processos cognitivos produzidos no experimento e por isso as atividades aprofundam a atividade que compõe o primeiro segmento.

É possível afirmar que a segunda e a terceira atividade, ao pedir que os alunos marquem e indiquem a regularidade que é percebida no experimento realizado na atividade anterior, explora a capacidade de síntese dos educandos. Isso acontece porque na aprendizagem de geometria espacial, as atividades são essenciais, pois oportuniza ao aluno posicionar-se diante de questionamentos e pensar por si próprio, possibilitando o exercício do raciocínio lógico e espacial e não somente com o uso de fórmulas (SALIN, 2013). Os resultados mostram que os alunos conseguiram perceber a regularidade que marca o volume do cone, pois a fala do aluno do grupo B deixa claro a conclusão da observação, “B-Al 03: Três cones encheu um cilindro, mas não encheu o cubo”.

Segmento 3

Turnos 1795 - 1829

Na quarta atividade as análises dos alunos voltaram-se a observação da série de seis figuras do cone circular reto que são apresentadas no início da UARC. Os alunos nessa tarefa deveriam fazer a indicação de medidas do raio (R) e altura (h). Após observar as medidas do raio (R) e altura (h) presentes nas figuras dos cones, alunos foram solicitados a completarem a segunda e terceira coluna de uma tabela de cincos campos a serem preenchidos. Ou seja, as colunas dois e três solicitava medida do raio (R) e medida da (h).

(1795) Professor: A quarta. Analisando os cones do quadro, preencha as colunas medida do raio e medida da altura na tabela a seguir. Então, você tem os cones, “a”, “b”, “c”, “d”, “e” e “f”. Aqui eles foram chamados de 1, 2, 3, 4, 5 e 6. O um é a letra?

(1796) A-Al 04: “a.

(1797) Professor: O dois é a letra?

(1798) A-Al 04: “b”.

(1799) Professor: Onde tem um você coloca letra “a” na frente, “b”, “c”, “d”, entenderam, né?

(1800) A-Al 05: Sim.

(1801) Professor: Aí é pedido pra vocês preencher a coluna da medida raio e a medida da altura. Façam isso! Vocês vão lá nos cones e vão identificar essas medidas.

(1802) A-Al 05: Um, dois, quatro, oito.

(1803) B-Al 02: Um, dois, três, quatro, seis, oito.

(1804) B-Al 03: Já tô terminando, é só continuar aqui, ó!

(1805) B-Al 02: Área da base, volume do cilindro, mas aqui não tem cilindro! Tem o cilindro?

(1806) B-Al 03: Tô vendo não.

(1807) B-Al 04: Onde?

(1808) B-Al 02: Volume do cilindro?

(1809) B-Al 04: O volume é assim ó, pi vezes raio ao quadrado vezes ... .

(1810) B-Al 02: Altura.

(1811) B-Al 04: Área da base.

(1812) B-Al 02: É pi vezes raio ao quadrado.

(1813) B-Al 04: Raio ao quadrado é?

(1814) B-Al 02: É! Tu coloca três vírgula quatorze vezes o raio ao quadrado. Desse aqui, o raio é? Um ao quadrado, um vezes um, um.

(1815) B-Al 03: O que que tu tá falando aí, B-AL02? Bicho é três vírgula quatorze vezes um!

(1816) B-Al 02: É.

(1817) B-Al 03: Então.

(1818) B-Al 02: Então a área da base é três vírgula quatorze.

(1819) D-Al 02: A altura é três da “a”.

(1820) D-Al 03: É três.

(1821) D-Al 01: Do raio.

(1822) D-Al 02: O raio é um.

(1823) D-Al 01: A primeira é um.

(1824) D-Al 02: O raio é um.

(1825) D-Al 05: Ei, área da base tem que calcular área daqui, ó! Área da base é quanto?

(1823) D-Al 02: Num é pi de R ao quadrado? Quem é o raio?

(1824) D-Al 05: É um.

(1825) D-Al 01: R aqui é oito. Como é que tá a de vocês, aí?

(1826) D-Al 06: Um, dois, três, quatro, seis, oito. Três, seis, cinco, nove, dezesseis e quinze.

(1827) D-Al 05: Volume do cilindro?

(1828) D-Al 06: Não tem.

(1829) D-Al 05: Então aqui é pra calcular.

Os alunos apresentaram facilidade para resolver a atividade proposta, isso pode ser justificado pelo fato das medidas que são pedidas na atividade estarem indicadas nas figuras apresentadas para análise e ainda pelo fato das atividades anteriores terem explorados bem os conhecimentos sobre os elementos e características que constituem o cone. É nítido que os alunos mencionaram os elementos raio e altura com propriedade. Além disso, é notado que os alunos anteciparam assimilações que foram abordadas nas atividades posteriores. A segurança que os alunos apresentam nas conjecturas que realizam e as antecipações que os alunos fizeram podem ser relevantes indícios de aprendizagens.

Segmento 04

Turnos 1830 - 1867

Dando sequência ao estudo do volume do cone, a quinta atividade solicitou aos alunos, que explorando os valores das medidas do raio dos cones indicados na coluna medida do raio (R), preenchessem na tabela o campo área da base (A_b).

(1830) Professor: Agora vamos pra cinco. Explorando os valores das medidas do raio dos cones que você já colocou aí, indicados na coluna medida do raio, preencha a coluna área da base. A área da base forma que figura?

(1831) C-Al 01: Círculo.

(1832) B-Al 02: Um círculo.

(1833) Professor: Como que você calcula área do círculo?

(1834) A-Al 01: Pi raio ao quadrado.

(1835) B-Al 02: Pi raio ao quadrado.

(1836) D-Al 02: Pi raio ao quadrado.

(1837) Professor: A área é o que?

(1838) A-Al 06: Pi raio ao quadrado.

(1839) D-Al 02: Pi raio ao quadrado.

(1840) Professor: Então, vocês vão usar o raio e encontrar a área da base. Façam isso! Deixem o pi, não precisa substitui, deixa em função de pi. Quem é a relação pra você calcular a área?

(1841) A-Al 01: Pi raio ao quadrado.

(1842) B-Al 04: Pi raio ao quadrado.

(1843) Professor: Isso! O raio vale quanto no “a”?

(1844) A-Al 01: Um.

(1845) A-Al 04: Um.

(1846) B-Al 04: Um.

(1847) B-Al 01: Um.

(1848) Professor: Então vai ficar o que?

(1849) C-Al 04: Raio ao quadrado.

(1850) Professor: Vezes quem?

(1851) C-Al 01: Pi.

(1852) B-Al 04: Pi.

(1853) Professor: E quem é raio ao quadrado nesse caso?

(1854) A-Al 04: Um.

(1855) B-Al 04: Um.

(1856) Professor: Vezes quem? Um vezes quem?

(1857) B-Al 03: Pi.

(1858) C-Al 01: Pi.

(1859) B-Al 02: Aqui vai ser quatro pi.

(1860) B-Al 04: Nove pi, dezesseis pi, trinta e seis pi.

(1861) B-Al 02: Sessenta e quatro pi.

(1862) B-Al 04: Pronto.

(1863) Professor: Quando o raio for três, qual vai ser a área da base?

(1864) D-Al 05: Nove.

(1865) Professor: Nove o que?

(1866) D-Al 05: Nove pi.

(1867) Professor: Isso.

Vemos que para resolver a atividade o professor realizou uma série de intervenções que os alunos responderam prontamente. As intervenções do professor fizeram com que os alunos evidenciassem saberes sobre a área da base produzidos em atividades anteriores. A atividade ao abordar mais uma vez área da base pode ter permitido a produção de novas percepções, mas também pode ter oportunizado que os alunos concretizassem aprendizagens suscitadas anteriores. Isso pode ser visto quando a atividade ao propor o estudo do raio da base mais vez mostrou para o aluno o raio como um elemento que caracteriza uma parte do cone circular reto. Na realização da última atividade é compreensível que muitos saberes, abordados desde as primeiras UARCs, deixaram de ser conhecimentos imprecisos e passaram a ser saberes que os alunos se apropriaram de forma consolidada, firme, segura.

Segmento 05

Turnos 1868 - 1915

Assim como a atividade anterior, a sexta atividade também dá sequência ao estudo do volume do cone. Essa atividade colocou para os alunos o preenchimento do campo da tabela que pediu o volume do cilindro. A atividade propôs que tomando os valores das medidas das áreas da base presentes na quarta coluna da tabela e considerando-as como área da base de um cilindro e, ainda, tomando os valores das alturas presentes na terceira coluna como altura de um cilindro, calculassem o volume de cada cilindro e preenchessem a quinta coluna volume do cilindro.

(1868) Professor: A atividade seis diz o que? Tomando os valores das medidas das áreas da base ó! Vocês num calcularam a área da base? Então pegando esses valores presentes na quarta coluna que você acabou de calcular na tabela, e considerando-as como área da base de um cilindro e, ainda, tomado os valores ... . Você tá considerando o que?
(1869) C-Al 04: De um cilindro.
(1870) B-Al 02: De um cilindro.
(1871) D-Al 05: De um cilindro.
(1872) Professor: Do cilindro né isso? A altura que você tem na terceira coluna é a altura do cilindro. Vocês lembram como que calcula o volume de um cilindro.
(1873) A-Al 04: Área da base vezes altura.
(1874) B-Al 01: Área da base vezes altura.
(1875) D-Al 01: Área da base vezes altura.
(1876) Professor: Então, você num já tem a área da base? Ele num deu a altura? Num pediu pra você considerar que a área da base e a área da base do cilindro? Calcule esse volume agora.
(1877) A-Al 01: professor concluímos aqui ó!
(1878) B-Al 02: Então, vai ser um vezes altura que é ... ?
(1879) B-Al 04: É dividido num é não?
(1880) B-Al 02: É não. È vezes, uma vezes três. Tá aqui a altura do cilindro, vai ser três. Mas nós já tem a área da base, né?
(1881) B-Al 02: Pega esse, vezes esse.
(1882) B-Al 04: Aí tu esqueceu do pi.
(1883) B-Al 02: É, tem que botar. Três pi. Aqui vai ser quatro pi vezes.
(1884) B-Al 03: Três.
(1885) B-Al 02: Não, vezes seis né?
(1886) B-Al 03: É.
(1887) B-Al 02: E o quatro vezes seis é vinte quatro, vinte e quatro pi né? Nove pi vezes o que? Cinco né?
(1888) B-Al 03: É.
(1889) B-Al 02: Vai dá quarenta e cinco pi, né?
(1890) B-Al 03: É.
(1891) B-Al 02: Aí aqui é dezesseis, agora aqui complicou! Dezesseis pi vezes nove, vai dá ... ?
(1892) B-Al 03: Cento e quarenta e quatro.
(1893) Professor: E aí, tão conseguindo?
(1894) B-Al 04: Sim. Multiplica aí.

(1895) B-Al 03: Multiplicar o que?

(1896) B-Al 04: A área da base vezes a medida da altura.

(1897) B-Al 02: Aqui é dezesseis vezes seis né? Que deu noventa e seis. Eu botei foi dezoito foi?

(1898) B-Al 03: Tu num botou num foi aqui? Dezesseis vezes seis?

(1899) B-Al 02: Eu botei foi dezesseis vezes nove, fiz foi errar aqui!

(1900) B-Al 03: Aqui é quanto a três? Calma aí! Deixa eu ver o que é isso. Isso aqui é um seis aqui na “d”?

(1901) B-Al 02: B-Al 03 botou um nove aí!

(1902) B-Al 03: Isso aqui já era.

(1903) D-Al 05: Um vezes três?

(1904) D-Al 02: Um vezes três é três. Três vai ser a base vezes a altura.

(1905) D-Al 03: Aí tem que colocar o pi também.

(1906) D-Al 02: Aí vinte e quatro pi, né?

(1907) D-Al 04: Vinte e quatro pi.

(1908) D-Al 01: Altura e multiplicado esse por esse, só que de cá pra cá que é área da base vezes altura. Aqui vai ser dezesseis vezes nove.

(1909) D-Al 04: Coloca pi pô!

(1910) Professor: A área da base é isso?

(1911) D-Al 03: É.

(1912) Professor: Tá multiplicando por quem?

(1913) D-Al 02-03: Altura.

(1914) D-Al 05: Nove vezes cinco?

(1915) D-Al 02: Quarenta e cinco.

O grupo A não apresentou discursos que registram os desdobramentos que o grupo realizou para encontrar o resultado proposto pela atividade. Já os grupos B e D deixam nítidos os processos cognitivos que foram realizados para encontrar os resultados. Os alunos mostraram análises claras e considerações diretas e assertivas nas formulações que fizeram. As produções cognitivas apresentadas pelos os alunos no desenvolvimento da atividade corroboram com Lorenzato (1995, p. 06) quando o autor afirma que “aqueles que procuram um facilitador de processos mentais, encontrarão na Geometria o que precisam”. O autor defende ainda que “prestigiando o processo de construção do conhecimento, a Geometria valoriza o descobrir, o conjecturar e o experimentar” (LORENZATO,1995, p. 06). Os discursos mostraram os alunos com posse de conhecimentos abordados anteriormente, principalmente os processos que devem ser feitos para encontrar os valores sugeridos na atividade. O quadro apresentado na análise das discussões da atividade pode apresentar relevantes indícios de que a sequência didática desenvolvida apresentou resultados satisfatórios.

Segmento 06

Turnos 1916 - 1978

Ainda dando sequência ao estudo do volume do cone a sétima atividade dá continuidade ao processo de aprendizagem colocando para os alunos o desafio de descobrir o valor do volume do cone. Portanto, a atividade explicou que os alunos deveriam considerar os valores da tabela e as assimilações feitas das atividades anteriores, especialmente da segunda e terceira atividades.

(1916) Professor: Agora vocês podem ir lendo o comando da sete pra poder fazer o que é pedido. Pessoal, atenção agora! Usando os valores do quadro e as assimilações feitas, vocês num fizeram aquelas observações lá no item dois e três? Vocês fizeram as manipulações usando a soja e os recipientes e você verificaram o que na dois?

(1917) A-Al 01: Que era três cones para encher um cilindro.

(1918) Professor: Você conseguiu perceber essa regularidade, não foi?

(1919) A-Al 01: Isso.

(1920) Professor: Então, o que ele tá pedindo pra vocês agora? Descubra o valor do volume do cone e preencha a sexta coluna. Existe uma regularidade entre quem lá na dois?

(1921) A-Al 04: Cone e cilindro.

(1922) B-Al 02: O cone e o cilindro.

(1923) D-Al 04: Cone e cilindro.

(1924) Professor: O que você encontrou agora pouco, o volume de quem?

(1925) C-Al 04: Volume do cilindro.

(1926) Professor: Ele pede pra você encontrar o volume do cone?

(1927) A-Al 04: Sim.

(1928) B-Al 02: Hamrãm.

(1930) Professor: Quem é o volume do cone? Lá quando você manipulou a soja usando os recipientes, você usou o que?

(1931) A-Al 01: O cone.

(1932) D-Al 01: O cone.

(1933) Professor: Quantas vezes?

(1934) A-Al 05: Três.

(1935) B-Al 03: Três.

(1936) D-Al 01: Três.

(1937) Professor: Encheu completamente?

(1938) A-Al 05: Sim.

(1939) B-Al 03: Sim.

(1940) D-Al 01: Sim.

(1941) Professor: Se você tivesse o volume do cone e você quisesse o volume do cilindro você poderia fazer uma multiplicação? Se ele tivesse a mesma base e a mesma altura, como vocês tem dos sólidos que foram entregues pra vocês, se tivesse o volume do cone e pedisse pra você, calcule o volume do cilindro, o que que você faria?

(1942) A-Al 04: Ia multiplicar por três.

(1943) B-Al 04: Multiplicava por três.

(1944) D-Al 04: Multiplicar por três.

(1945) Professor: E se você tem o volume do cilindro e é pedido o volume do cone o que você faz?

(1946) A-Al 02: Divide por três.

(1947) B-Al 01: Dividi por três.

(1948) D-Al 02: Divide por três.

(1949) Professor: Então façam ai, preencham!

(1950) A-Al 01: Pra dividir o volume do cilindro por três.

(1951) Professor: Por que por três?

(1952) A-Al 01: Por que é a quantidade de vezes que é pra encher o cilindro. Doze dividido pra três é quatro.

(1953) Professor: Então, cuidado para não esquecer de algumas coisas.

(1954) B-Al 03: Bora dividir.

(1955) B-Al 04: O volume do cilindro dividido por três é?

(1956) B-Al 02: É.

(1957) B-Al 02: Vai ser por três, trinta e dois.

(1958) B-Al 02: Vamos fazer o cálculo mesmo. Vinte e quatro dividido por três, três vezes oito é vinte e quatro, quarenta e cinco dividido por três.

(1959) B-Al 03: Quinze é?

(1960) B-Al 02: Quinze.

(1961) B-Al 04: De cento e noventa foi? Quinhentos e setenta dividido por três foi?

(1962) B-Al 02: Não sei, ainda não cheguei lá não.

(1963) B-Al 04: Cento e noventa, entendeu?

(1964) D-Al 06: Quanto é vinte e quatro dividido pra três?

(1965) D-Al 02: Oito.

(1966) D-Al 06: Tu divide o volume do cilindro pra três.

(1967) D-Al 05: Dá onde tu tirou esse noventa e cinco D-Al 06? É quarenta e cinco.

(1968) D-Al 06: Do D-Al 03.

(1969) D-Al 03: Quarenta e cinco.

(1970) Professor: Mas a área da base num tem pi?

(1971) D-Al 03: Sim.

(1972) Professor: Esse pi ...?

(1973) D-Al 04: Quarenta e cinco dividido por três?

(1974) D-Al 02: Vai dá quinze.

(1975) D-Al 04: Quinze pi.

(1976) D-Al 06: Trinta e dois é?

(1977) D-Al 02: Trinta e dois não, esqueci o zero, trezentos e vinte.

(1978) D-Al 05: A da última é trezentos e vinte pi.

No desenvolvimento da atividade vemos que o professor fez intervenções que provocaram nos alunos ações e reflexões feitas nas atividades anteriores. Os questionamentos que o professor fez apresentou as ações e as assimilações que os alunos fizeram nas atividades anteriores e outras que precisaram ser feitas para determinar o volume do cone. Ou seja, o professor nas suas intervenções retomou aprendizagens anteriores. Em suas intervenções o professor mostrou que o conjunto de atividades propostas na unidade marcou os caminhos que os alunos precisaram percorrer e os processos cognitivos que precisaram realizar para aprender os saberes sobre o volume do cone.

Uma leitura simples ou rasa da atividade pode parecer que o objetivo da unidade seja a determinação do valor do volume do cone. Mas a análise dos discursos invalida essa leitura ao vermos as percepções que os alunos realizaram, ao vermos que a atividade propôs uma aprendizagem ampla e construtiva. A unidade iniciou com um instigante e interessante experimento, partiu para análise do raios e alturas dos cones representados no quadro de figuras, depois a aprendizagem dos alunos foi direcionada para a identificação da área da base e para compreensões da relação do volume do cilindro com o volume do cone e finalmente os alunos conseguiram aprendizagens que os permitiram a identificação do valor do volume do cone.

A sequência de atividades oportunizou aos alunos a realização de processos e interações que ficam tão distante das práticas pedagógicas que propõe o estudo do volume do cone por meio da mera transmissão e recebimento de informação. A análise dos discursos mostrou os alunos respondendo de forma clara e direta os questionamentos do professor, notamos que os alunos retomaram de forma autenticas e consolidadas aprendizagens oportunizadas em atividades anteriores. É animador constatar o quanto saberes sobre o cone preenchem os educandos.

Segmento 07

Turnos 1979 - 2003

A oitava atividade solicitou para os alunos que descrevessem a maneira pela qual eles fizeram para calcular o volume do cone.

(1979) Professor: Agora vocês vão fazer aqui ó! Descreva como você fez para calcular o volume do cone, né isso? Descreva a relação e coloca a fórmula.
(1980) A-Al 04: Área da base vezes altura.
(1981) Professor: Quem é o volume do cone?
(1982) A-Al 05: Pi raio ao quadrado.
(1983) Professor: Vezes quem?
(1984) A-Al 01: Altura.
(1985) A-Al 05: Altura.
(1986) Professor: Pra encontrar o volume do cone, o que que você fez com o volume do cilindro? O que você fez pra encontrar o volume do cone?
(1987) A-Al 05: Dividi por três.
(1988) Professor: Você pega o volume de quem?
(1989) A-Al 05: Do cilindro.
(1990) Professor: E faz o que?
(1991) A-Al 05: Dividi por três.
(1992) B-Al 02: O volume do cilindro dividido por três. Como é que se escreve volume do cilindro, é dois ... ?
(1993) B-Al 03: Dois pi raio.
(1994) B-Al 02: Não. É pi raio ao quadrado vezes altura dividido por três.
(1995) B-Al 03: Pi raio ao quadrado vezes a altura dividido por três, né?
(1996) B-Al 04: É.
(1997) D-Al 02: Nós pegamos o volume do cilindro e dividimos por três.
(1998) D-Al 04: Tá aqui! O volume do cone é assim, né?
(1999) D-Al 05: Colocar o pi raio ao quadrado dividido por três.
(2000) Professor: Foi isso, né?
(2001) D-Al 02: É, pi raio ao quadrado vezes altura.
(2002) D-Al 01: Pi raio ao quadrado vezes altura.
(2003) D-Al 05: Sobre três.

Observamos que os alunos ao descreverem os que eles fizeram para calcular o volume do cone apresentaram uma explicação que marca o discurso com início meio e fim acompanhador por intervenções do professor em alguns momentos, isso acontece porque os alunos apresentaram na integra a sucessão de ações e percepções que foram realizadas no discursos, evidenciando nos discursos a maneira pela qual calcularam o volume do cone. Além do mais, nas respostas observadas nas atividades escritas todos os grupos apresentaram a fórmula matemática para o cálculo do volume do cone que é o produto de pi raio ao quadrado vezes altura dividido por três.

Segmento 08

Turnos 2004 - 2034

A última atividade finalizou o estudo do volume do cone com a resolução da seguinte situação-problema: Para atender uma encomenda uma confeiteira deve fazer doces no formato de cone circular reto com 8 cm de altura e 2 cm de raio. Quantos cm^3 de doce será necessário para produzir cada doce? (Use $\pi=3$).

(2004) Professor: Agora vocês podem fazer a atividade. Aí ele diz pra usar o pi valendo quanto?

(2005) B-Al 04: Três.

(2006) B-Al 02: O raio é quanto? O raio é dois. Aqui é oito. Pi é três, né?

(2007) B-Al 03: Pi é três.

(2008) B-Al 02: Raio ao quadrado que é dois.

(2009) B-Al 03: Dois.

(2010) B-Al 04: Pi é três.

(2011) B-Al 03: O pi é três, tá lá embaixo.

(2012) B-Al 04: Oito é a altura?

(2013) B-Al 03: É a altura.

(2014) B-Al 02: Dividido por três. Trinta e dois pi, né?

(2015) B-Al 04: É não.

(2016) D-Al 02: Pi raio ao quadrado vezes altura.

(2017) D-Al 01: Pi raio ao quadrado vezes altura.

(2018) D-Al 05: Sobre três.

(2019) D-Al 02: Dividido por três.

(2020) D-Al 04: Dois é raio.

(2021) D-Al 05: Vou desenhar o cone aqui! Essa altura é quanto?

(2022) D-Al 04: Oito.

(2023) D-Al 02: Eh pô! Isso aqui não é a altura não, altura é aqui. Dois de raio. Colocou o raio?

(2024) D-Al 01: Sim.

(2025) D-Al 02: Eu simplifiquei.

(2026) D-Al 03: O pi?

(2027) D-Al 05: O pi é três.

(2028) D-Al 05: Dois ao quadrado.

(2029) D-Al 02: Aqui não dá três, três com dois trinta e dois, né?

(2030) D-Al 03: Trinta e dois.

(2031) D-Al 01: Centímetros cúbicos.

(2032) D-Al 06: Olha aqui professor.

(2033) Professor: Concluíram?

(2034) D-Al 06: sim.

A atividade colocou na situação-problema a oportunidade dos alunos avaliarem suas aprendizagens sobre o volume do cone. No desenvolvimento da atividade, os discursos produzidos mostraram percepções condizente com a resolução da atividade, apresentando uma sequência lógica de ações e formulações que evidenciaram todo o processo de resolução da atividade apresentados nos discursos do grupo D. Vale aqui mais uma vez o registro que deve ser considerado, por problemas nos equipamentos de captura dos áudios não obtivemos registro das discussões do grupo C referente as últimas atividades da sexta unidade e em todas as atividades da sétima unidade. Os poucos discursos do grupo C descritos na sétima unidade foram identificados nas análises dos áudios dos outros grupos. A análise das atividades escritas registra que todos os grupos conseguiram concluir a atividade calculando corretamente o volume de doce necessário para fazer cada doce no formato do cone como indicado na última atividade, logo os grupos apresentaram significativos indícios de aprendizagem na Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual desenvolvida.

CONCLUSÕES

Este estudo tem importantes representações. De forma ampla representa uma importante contribuição ao estudo e ensino da geometria ao colocar em discussão a relevância, os desdobramentos e os aspectos que caracterizam o ensino desse campo de conhecimento. De forma pontual este trabalho representa uma reflexão sobre propostas de ensino de geometria ao avaliar as potencialidades de uma sequência didática estruturada segundo as UARC's, concebida por Cabral (2017), desenvolvida para do ensino de cone a alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual do Pará.

As representações deste estudo constroem um significativo quadro da realidade do ensino da Geometria no Brasil, visto que é apresentado importantes discussões que registram de forma histórica e pontuais desdobramentos que revelam uma realidade do ensino da geometria no país, o abandono e/ou espaço secundário ocupado pelo ensino da geometria ao longo dos anos. A escolha de forma consciente e intencional dos estudos de Pavanello (1993) e Lorenzato (1995) para análise de estudo diagnósticos respondeu ao interesse de mostrar marcos importantes que influenciaram fortemente o ensino da geometria. Os autores nos permitiram uma análise de caráter histórico que tira do acaso, a realidade desse ensino e reafirmam que as realidades são construções históricas.

Faz parte do quadro apresentado por este estudo contribuições das instituições científicas para o ensino da geometria e, com isso temos neste a apresentação de relevantes experiencias educativas realizadas por pesquisadores de universidade de nosso país. Os estudos experimentais ao expor significativas experiencias pedagógicas deixaram claro o quanto o campo científico é imprescindível para as transformações que o ensino da geometria precisa, dado que os estudos analisados apresentam propostas, caminhos e ações que destacam a importância e a contribuição da geometria para formação intelectual e social dos sujeitos.

As Análises dos livros didáticos usados por professores e alunos nos contextos escolares é outro aspecto que ajudou a construí o quadro apresentado por este estudo. A análise dos livros didáticos selecionados apresentou compreensões didáticas do ensino da geometria, isso porque quando discutimos sobre os livros didáticos inevitavelmente evidenciamos as propostas de ensino, a organização do conteúdo e as intencionalidades ou subjetividades dos autores e outros atores. As análises dos livros deixaram claras a importância do livro como recursos pedagógico, mostraram que há semelhanças nas propostas didáticas dos livros analisados e que a proposta pedagógica atende ao modelo de aula expositiva explicativas, no modelo veja o exemplo depois faça você mesmo.

Uma pesquisa realizada com professores e alunos do ensino médio de escola pública compreende o quadro apresentado por este estudo, com isso temos configurações da realidade do ensino de geometria a partir da pratica pedagógica do professor e a vida escolar do educando. As configurações apresentadas na pesquisa mostram que um considerável número de alunos com pais e/ou responsável com baixo grau de escolaridade e alunos que não tem ajuda para resolver as atividades extraclasses, proposta de ensino de matemática a partir da exploração de conceitos e exercícios do livro didático, turmas lotadas, professores trabalhando em duas escolas, espaço escolar sem recursos tecnológicos. As configurações não são de todas ruins, visto que a pesquisa não encontrou professores sem graduação e um significativo número de profissionais com especialização concluída e em andamento e cursando mestrado.

Como já mencionado este estudo, de forma pontual, representa uma reflexão sobre propostas de ensino de geometria, isso acontece porque este teve como objetivo fundamental avaliar as potencialidades de uma sequência didática desenvolvida para o ensino do cone a alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual do Pará. Com interesse de atende ao objetivo do estudo a realização da sequência didática produziu um imenso material que foi analisado com uso da análise microgenética e da análise do discurso, campos metodológicos que evidenciaram no desenvolvimento da sequência didática significativos fenômenos.

A análise dos discursos ultrapassou o limite do ensino e aprendizagem do cone e nos levou muito além, ao mostrar que os alunos são potencialmente favoráveis a aprendizagem. Os alunos, todos eles se revelaram intelectualmente, subjetivamente socialmente propícios à aprendizagem, à (re)descoberta. Quando falamos que os alunos são intelectualmente favoráveis à aprendizagem as análises dos discursos nos apresentam as interessantes abstrações que os alunos realizaram, mesmo aquelas que não correspondiam a acertos traziam em si as conjecturas que os alunos realizaram que explicava porque o aluno fez tal assimilação.

Também chamou atenção o retorno que os alunos davam as suscitações provocadas pelo professor. Dados momentos passa a impressão que o saber estava dentro do aluno, guardadinho e que precisava apenas de alguém para provocá-lo. Outros momentos o professor precisou fazer várias e sucessivas suscitações para que o aluno conseguisse formular suas percepções. Nesses momentos o professor precisou fazer uma sequência de provocações que ajudassem os alunos a formular suas assimilações numa configuração de processo. Ou seja, as suscitações do professor precisavam provocar nos alunos assimilações que iam desde início a concretização das aprendizagens. Nas duas formas de intervenções de aprendizagem vemos que os alunos se mostraram potencialmente capazes.

Outro fenômeno evidenciado na sequência didática é o espaço de aprendizagem construído com a formação de grupo de alunos. As análises dos discursos deixam nítidas o quanto o desenvolvimento da aprendizagem de forma compartilhada constrói espaços para o fortalecimento das relações interpessoais, para manifestações das subjetividades dos alunos, e acaba ressignificando a aprendizagem. Nessa perspectiva, as compreensões das interações, do compartilhamento de aprendizagem realizadas na sequência didática vão além da simples troca de informação de saber chegando nos aspectos que nos constroem coletivos, sociais.

A proposta de ensino aprendizagem próprio da sequência didática é um outro fenômeno importante evidenciado. O modelo de ensino e aprendizagem da sequência didática tem como fundamento o processo, a construção do saber. A análise do discurso deixa claro que na sequência didática desenvolvida o ensino e aprendizagem do cone aconteceu de forma processual e construtiva. Os fundamentos processual e construtivo da aprendizagem proposta pela sequência didática abriram espaço para o protagonismo dos alunos, explorando as potencialidades cognitivas, as habilidades comunicativas, as especificidades subjetivas e as interações sociais. O protagonismo na sequencia didática torna a aprendizagem mais significativa para o aluno. Além disso, os caráteres processual e construtivo da aprendizagem proposta pela sequência didática definem bem o papel de orientador que o professor assume nessa proposta de ensino.

A análise do discurso deixou claro o papel que o professor tem no desenvolvimento da sequência didática e com isso vimos que no ambiente de aprendizagem proposto pela sequência didática as ações do professor consistem na orientação. Desse modo, a sequência didática desenvolvida é marcada por atuações do professor explicando para os alunos os objetivos e as implicações das atividades e fazendo questionamentos aos alunos que os conduziram a construções cognitivas necessárias à aprendizagem sugeridas nas atividades.

A imagem que temos do professor é de um provocador da aprendizagem. Outra forma de atuação do professor vista na sequência didática é a realização de sucessivas suscitações que delinearam os processos que os alunos tiveram que fazer. Em todas as atuações do professor há uma nítida consideração das capacidades e habilidades que os alunos têm à aprendizagem. Algo marcante expressado na sequência didática é que o espaço ocupado pelo professor na sequencia didática não afeta a importância desse profissional nos processos de ensino e aprendizagem, mas ressignifica sua atuação.

As construções e as configurações apresentadas pela sequência didática desenvolvida respondem ao objetivo deste estudo e a partir de então é possível afirmar que a proposta de ensino e aprendizagem desenvolvida foi significativa, relevante e importante. Portanto ao avaliar as potencialidades de uma sequência didática estruturada segundo as UARC’s, concebida por Cabral (2017), desenvolvida para o ensino de cone a alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual do Pará, os resultados mostram que a sequência didática é uma proposta didática potencialmente favorável à aprendizagem.

REFERÊNCIAS

ALVES, George. Um estudo sobre o desenvolvimento da visualização geométrica com o uso do computador. In: XVIII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, v. 1, 2007, São Paulo. **Anais** [...]. São Paulo: Universidade Mackenzie, p. 1 – 10, 2007.

ANTAR NETO, Aref *et al*. **Noções de Matemática:** Geometria - Volume 5. São Paulo: Moderna, 1982.

ARAUJO, Ciandra Augusta de. **A utilização de softwares educativos e métodos de ensino no estudo de poliedros e corpos redondos**.2017.Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso, Barra do Garças, 2017.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio (PCNEM)**. Parte III, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. MEC, Brasília, 2000. 58 p.

BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil**: texto constitucional promulgado em 5 de outubro de 1988, com as alterações determinadas pelas Emendas Constitucionais de Revisão nos 1 a 6/94, pelas Emendas Constitucionais nos 1/92 a 91/2016 e pelo Decreto Legislativo no 186/2008. Brasília, 2016, p. 496.

BRASIL. INEP, **Matriz de Referência para o ENEM 2009**. Brasília, 2009. Disponível em: http://www.enem.inep.gov.br/pdf/Enem2009_matriz.pdf. Acesso em: 02 de ago. 2018.

BRASIL. INEP, **Saeb 2017 revela que apenas 1,6% dos estudantes brasileiros do Ensino Médio demonstraram níveis de aprendizagem considerados adequados em Língua Portuguesa**. [*S.l.*]: [2018]. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/saeb-2017-revela-que-apenas-1-6-dos-estudantes-brasileiros-do-ensino-medio-demonstraram-niveis-de-aprendizagem-considerados-adequados-em-lingua-portug/21206. Acesso em: 10 de nov. 2018.

Brasil. Ministério da Educação. **Plano de Desenvolvimento da Educação, SAEB, ensino médio**: matrizes de referência, tópicos e descritores. MEC, SAEB, INEP, Brasília, 2008.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução aos estudos das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CABRAL, Natanael Freitas. **Sequências Didáticas**: estrutura e elaboração. Belém-PA: SBEM/SBEM-PA, 2017.

CARDIA, Lynk dos Santos. **Uma abordagem do ensino de geometria espacial**: a otimização de embalagens como contextualização do conceito de áreas de figuras planas e volumes dos sólidos geométricos. 2014. 97 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2014.

CAREGNATO, Rita Catalina Aquino; MUTTI, Regina. Pesquisa qualitativa: análise de discurso versus análise de conteúdo. **Texto contexto enferm**, Florianópolis, v. 15, n. 4, p. 679-84, 2006.

D' AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática**: da teoria à prática. São Paulo: Papirus, 1996.

DA SILVA, Veleida Anahi. Relação com o saber na aprendizagem matemática: uma contribuição para a reflexão didática sobre as práticas educativas. **Revista Brasileira de Educação**, v. 13, n. 37, p. 150 – 161, 2008.

DEWEY, Jonh. **Vida e Educação**. 10ª ed. São Paulo: Melhoramentos, 1978.

DOLCE, Osvaldo; Pompeo José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar**. Vol. 10, 6ª ed. São Paulo: Atual, 2005.

FERNANDES, Millôr. **POESIA MATEMÁTICA**. Disponível em: http://www.mat.uc.pt/~nep09/AniMat/7.%20Marco/Poema.pdf. Acesso em: 26 de agosto de 2018.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação Matemática:** representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

FREITAS, M. T. de A. A pesquisa em educação: questões e desafios. Vertentes, São João Del Rei, n. 29, p. 28-37, jan./jun. 2007, ISSN 0104-0332.

GATTI, Bernadete A. O professor e a avaliação em sala de aula. **Estudos em avaliação educacional**, São Paulo, n. 27, p. 97-114, 2003.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6ª ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GODTSFRIEDT, Jonas. Ciclos de vida profissional na carreira docente: revisão sistemática da literatura. **Corpoconsciência**, Cuiabá, v. 19, n. 2, p. 9-17, 2015.

GONÇALVES, José Alberto. Desenvolvimento profissional e carreira docente — Fases da carreira, currículo e supervisão. Sísifo. **Revista de Ciências da Educação**, n. 8, p. 23-36, jan./ abr., 2009.

GÓES, Maria Cecília Rafael de. A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural: uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade. **Cadernos Cedes**, Campinas, v. 50, n. 9-25, 2000.

GRILLO, Jean Daniel. **Atividades e problemas de geometria espacial para o ensino médio**. 2014. 113 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.

GUIMARÃES, Y. A. F., GIORDAN, M. Instrumento para construção e validação de sequências didáticas em um curso a distância de formação continuada de professores. In: VIII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, 2011, Campinas. **Anais**… Campinas: ABRAPEC, 2011. Disponível em: http://abrapecnet.org.br/atas_enpec/viiienpec/resumos/R0875-2.pdf. Acesso em: 05 de ago. 2018.

HARTWIG, Sandra Christ *et al*. Um olhar sobre as práticas pedagógicas na construção de conhecimentos geométricos. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 11, n. 2, p. 243-258, 2016.

Instituto de Ciencias y humanidades. **Geometría:** una visón de la estereometría. Lima-Perú: Lumbreras, 2010.

KATO, Lilian Akemi e CARDOSO, Valdinei Cezar. Atividades de modelagem matemática mediadas por vídeo e oficina: uma discussão no contexto da educação. In. Celia Finck Brandt e Méricles Thadeu Moretti. **Ensinar e aprender matemática: possibilidades para a prática educativa**. Editora UEPG, p. 161-180, 2016.

KFOURI, William; D’AMBRÓSIO, Ubiratan. Explorar e investigar para aprender matemática através da modelagem matemática. In: **Encontro Brasileiro de Estudantes em Pós - Graduação em Matemática**, 10, 2006, Belo Horizonte. Anais... Belo Horizonte, 2006.

LIMA, Elon Lages**. A matemática do ensino médio**. Vol. 1, 9ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LORENZATO, Sergio. Por que não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista**, Blumenau, ano 3, n. 4, p. 3-13, 1995.

MORAES, Ideny Espirito Santo Queiros. **O ensino de volume de sólidos geométricos por atividades**. 2018. Dissertação (Programa Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém - PA, 2018.

MORELATTI, Maria Raquel Motto *et al*. Sequências didáticas descritas por professores de matemática e de ciências naturais da rede pública: possíveis padrões e implicações na formação pedagógica de professores. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 20, n. 3, 2014.

MORTIMER, E. F.; SCOTT, P. Atividade discursiva nas salas de aula de ciências: uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino. **Investigações em ensino de ciências**, v. 7, n. 3, p. 283–306, 2002.

NACARATO, A. M. **A geometria no ensino fundamental.** In: SISTO, Fermino Fernandes, DOBRANSZKY, Enid Abreu, MONTEIRO, Alexandrina (Orgs.). Matemática e Aprendizagem. Petrópolis: Vozes, 2002.

NOGUEIRA, Cleia Alves. **Ensino de geometria**: concepções de professores e potencialidades de ambientes informatizados. 2015. Dissertação (Mestrado em educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius; PAVANELLO, Regina Maria; DE OLIVEIRA, Lucilene Adorno. Uma experiência de formação continuada de professores licenciados sobre a matemática dos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 3, n. 4, p. 138-160, 2014.

NOGUEIRA, Fernanda. **Uma experiência no ensino de geometria espacial no terceiro ano do ensino médio**.2014. 61 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2014.

PAIVA, Manoel. **Matemática-Paiva.** 1. ed. São Paulo: Moderna, 2009.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: Causas e consequências. **Zetetiké,** Campinas, ano 1, n*.* 1*,* p*.* 7-17, 1993.

PERETTI, L; TONIN DA COSTA, G.M. Sequência Didática na Matemática. **Revista de Educação do Ideau**, Getúlio Vargas, v. 8, n. 17, 2013.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. **Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do Ensino Médio**. Orientador: Nelson Antônio Pirola. 2008. 200f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2008.

QUARTIERI, Marli Teresinha. **A Modelagem Matemática na escola básica: A mobilização do interesse do aluno e o privilegiamento da matemática escolar**. Orientador: Dra. Gelsa Knijnik. 2012. 199 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade do Vale do Rio dos Sinos, UNISINOS, São Leopoldo, 2012.

REZI, Viviane. **Um estudo exploratório sobre os componentes das habilidades matemáticas presentes no pensamento em geometria**. 2001. 120 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

RIO, Ana Carla Carneiro. Análise do discurso: Fundamentos, objetos e filiações teóricas. In. Márcia Suany D. Cavalcante *et al*. Lingua(gem), **Discurso e ensino: concepções teórica e ressignificações da prática docente**. Editora América, Goiânia, 2016. p. 187-199.

ROCHA, Luciana Parente; ACHEGAUA, Gabriela de Araújo e CARRIJO, Manuella Heloisa de Souza. O Trabalho em Grupo e o Uso de Materiais Concreto no Ensino de Geometria Espacial para Alunos do Ensino Médio. In: XVI ENDIPE – Encontro

Nacional de Didática e Práticas de Ensino. 2012, Campinas. **Anais** [...]. Campinas: UNICAMP, 2012, p. 14 – 22.

RODRIGUES, Suely da Silva. Eficácia docente no ensino da matemática. **Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação**, Rio de Janeiro, v. 25, n. 94, p. 114 - 147, 2017.

ROMANATTO, Mauro Carlos. O livro didático: alcances e limites. In: Encontro Paulista de Matemática, v.7. 2004. São Paulo. **Anais** [...]. São Paulo, 2004. Disponível em: http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr19-Mauro.doc. Acesso em 20/08/2018.

SANTOS, Waldizia Lima Salgado dos. **O Ensino de Volume de Sólidos por atividades**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém - PA, 2012.

SCHROEDER, E.; FERRARI, N. E. M., SYLVIA R. P. A Construção dos Conceitos Científicos em Aulas de Ciências: a teoria histórico-cultural do desenvolvimento como referencial para análise de um processo de ensino sobre sexualidade humana. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia,** Florianópolis, v.3, n.1, p.21-49, 2010.

SILVA FILHO, Gilberto Beserra da. **Geometria Espacial no Ensino Médio**: Uma Abordagem Concreta. 2015. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015.

SILVA, Byanca Matias de Oliveira. **As dificuldades de alunos da 2ª série do ensino médio no reconhecimento das características de um sólido geométrico**. 2015. Monografia – Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto, 2015.

SISPAE - Sistema Paraense de Avaliação Educacional. **Resultados 2018**. Disponível em: https://sispae.vunesp.com.br/reports/RelatorioSISPAE.aspx?c=SEPA1702. Acesso em: 29 dezembro de 2018.

SISPAE - Sistema Paraense de Avaliação Educacional. **Revista pedagógica**. Ensino Médio Matemática. Belém: SEDUC-PA, 2016. ISSN 2446-9610. Disponível em: http://www.vunesp.com.br/reports/RelatorioSISPAE.aspx?c=SEPA1401. Acesso em: 02 de outubro de 2018.

SONNEVILLE, Jacques Jules; JESUS, Francineide Pereira. Complexidade do ser humano na formação de professores. In: NASCIMENTO, Antônio Dias; HETKOWSKI, Tania M. **Educação e contemporaneidade: pesquisas científicas e tecnológicas**. EDUFBA, Salvador, 2009. p. 296-319.

SALIN, Eliana Bevilacqua. Geometria Espacial: A aprendizagem através da construção de sólidos geométricos e da resolução de problemas Spatial Geometry: The learning by the geometric solids' construction and problem-solving. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 8, n. 2, p. 261-274, 2013.

SOUZA, Ângelo Ricardo de. O professor da educação básica no Brasil: identidade e trabalho. **Educar em Revista**, Curitiba, v. 29, n. 48, p. 53-74, 2013.

SOUZA, Ângelo Ricardo de. O professor da educação básica no Brasil: identidade e trabalho. **Educar em Revista**, Curitiba, v. 29, n. 48, p. 53-74, 2013.

SOUZA, Joamir e GARCIA, Jacqueline. **Contato matemática**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2016.

TARDIF, Maurice. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas consequências em relação à formação para o magistério. **Revista brasileira de educação**, Rio de Janeiro, n. 13, p. 5-13, jan./abr. 2000.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães; PASSOS, Claudio Cesar Manso. Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau. **Zetetiké**, Grenoble, v. 21, n. 39, p. 155-168, 2013.

TOMIO, Daniela; SCHROEDER, Edson e ADRIANO, Graciele Alice Carvalho. A análise microgenética como método nas pesquisas em educação na abordagem histórico-cultural. **Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v. 25, n. 3, p. 28-48, 2017.

UNESCO. Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura. **Os desafios do ensino de matemática na educação básica**. Brasília: UNESCO; São Carlos: EdUFSCar, 2016.

WESTRCH, J. V. A necessidade a ação na pesquisa sociocultural. In: WERSTCH, J. V.; DEL RÍO, P.; ALVAREZ, A. **Estudos sociais da mente.** Porto Alegre: Artmed, 1998a. p. 56-71.

VAZ, Duelci Aparecido de Freitas; JESUS, Paulo Cesar Cruvinel de. Uma sequência didática para o ensino da Matemática com o software Geogebra. **Ciências Ambientais e Saúde**, Goiânia, *v.* 41, n. 1, p. 59-75, 2014.

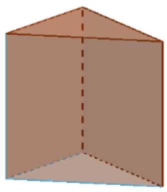
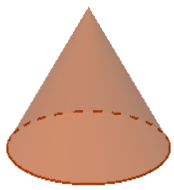
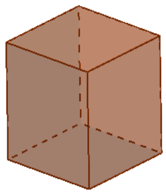
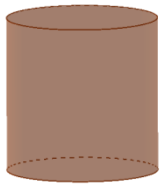
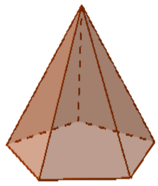
VYGOTSKY, Lev S. Thinking and Speech. T**he Collected Works of LS Vygotsky**, v. 1, p. 39-285, 1987.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa**: como ensinar. Tradução: Ernani F. da F. Rosa; revisão técnica: Nalú Farenzena. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

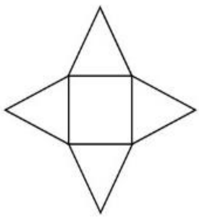
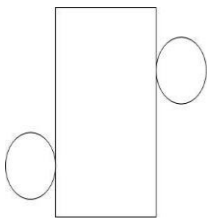
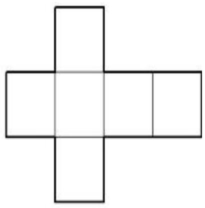
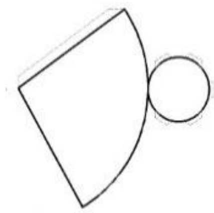
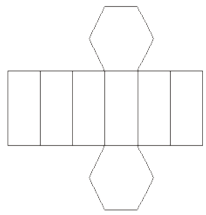
APÊNDICES

APÊNDICE A: TESTE DE VERIFICAÇÃO ALUNO EGRESSO

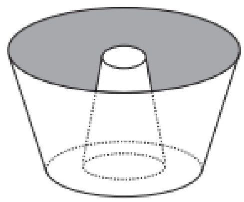
1. Marque abaixo o objeto que possui a forma de um Cone circular reto.

a)	b)	c)	d)	e)
				

2. Dentre as planificações abaixo, qual delas representa a planificação de um Cone:

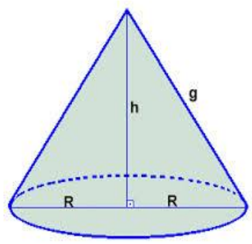
a)	b)	c)	d)	e)
				

3. (Enem 2013) Uma cozinheira, especialista em fazer bolos, utiliza uma forma no formato representado na figura:



a) um tronco de cone e um cilindro.
b) um cone e um cilindro.
c) um tronco de pirâmide e um cilindro.
d) dois troncos de cone.
e) dois cilindros.

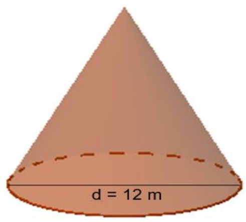
4. Dado o cone circular reto ao lado, cujo geratriz (g) mede 5 m, o raio (R) mede 3 m e a altura (h) mede 4 m. A área lateral do cone ao lado é:



a) 8π b) 15π c) 20π d) 24π e) 60π

5. A área da base do cone circular reto representado na figura ao lado de diâmetro (d), vale:

a) 18π m² b) 36π m² c) 48π m² d)64π m² e) n.d.a



6. O volume do cone circular reto, cujo diâmetro da base mede 10 cm e altura mede 3 cm é:

a) 7π cm² b) 15π cm² c) 25π cm² d) 75π cm² e) n.d.a

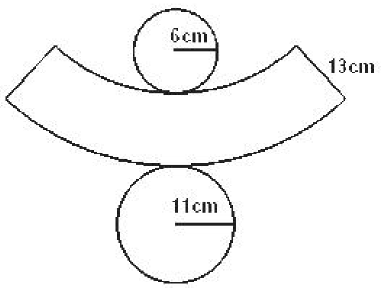
7. A medida do ângulo do setor circular de um cone circular reto de geratriz, 8 mm e o diâmetro da base, 6 mm, vale:

a) 24° b) 135° c) 240° d) 270° e) n.d.a.

8. (EsPCEx 2010) A figura abaixo representa a planificação de um tronco de cone reto com a indicação das medidas dos raios das circunferências das bases e da geratriz.

A medida da altura desse tronco de cone é:

a) 13 cm
b) 12 cm
c) 11 cm
d) 10 cm
e) 9 cm



9. Para atender uma encomenda uma confeiteira deve fazer doces no formato de cone circular reto, com 4 cm de altura e 1 cm de raio, cada doce. Para isso usou um volume de 1800 cm³ de doce de chocolate. Quantos unidades de doces a confeiteira conseguiu produzir com esse volume de doce?

Observação: (Use $\pi = 3$).

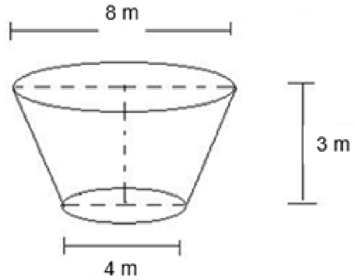
a) 150 b) 257 c) 450 d) 600 e) n.d.a.

10. Um reservatório de água foi construído em forma de tronco de cone circular reto de bases paralelas, conforme as dimensões indicadas na seguir:

Qual a capacidade máxima do reservatório em m³?

Observação: (Use $\pi = 3$).

a) 84 m³ b) 108 m³ c) 336 m³ d) 1008 cm³ e) n.d.a.

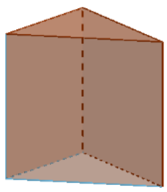
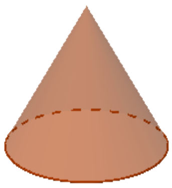
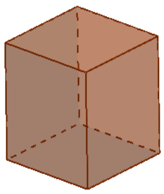
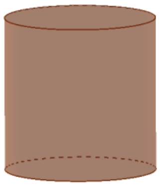
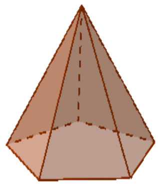


□ **Fácil** □ **Médio** □ **Difícil**

APÊNDICE B: AVALIAÇÃO DO PROFESSOR QUANTO AO GRAU DE DIFICULADES DO TESTE APLICADO AOS ALUNOS EGRESSOS

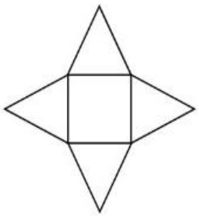
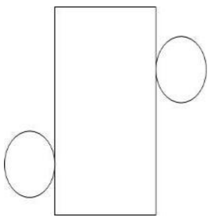
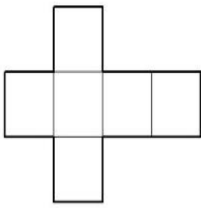
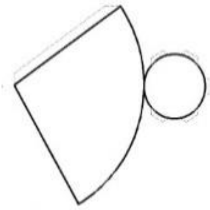
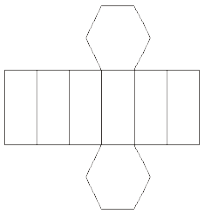
Levando em consideração os conhecimentos dos alunos egressos ao estudo do cone, analise as questões a seguir e classifique as, em: fácil, médio e difícil.

1. Marque abaixo o objeto que possui a forma de um Cone circular reto.

a)	b)	c)	d)	e)
				

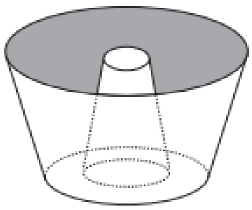
□ **Fácil** □ **Médio** □ **Difícil**

2. Dentre as planificações abaixo, qual delas representa a planificação de um Cone:

a)	b)	c)	d)	e)
				

□ **Fácil** □ **Médio** □ **Difícil**

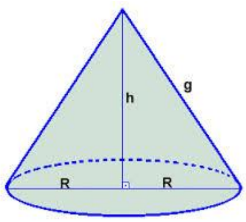
3. (Enem 2013) Uma cozinheira, especialista em fazer bolos, utiliza uma forma no formato representado na figura:



f) um tronco de cone e um cilindro.
g) um cone e um cilindro.
h) um tronco de pirâmide e um cilindro.
i) dois troncos de cone.
j) dois cilindros.

□ **Fácil** □ **Médio** □ **Difícil**

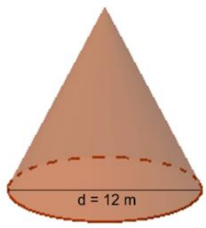
4. Dado o cone circular reto ao lado, cujo geratriz (g) mede 5 m, o raio (R) mede 3 m e a altura (h) mede 4 m. A área lateral do cone ao lado é:



b) 8 π b) 15 π c) 20 π d) 24π e) 60π

□ **Fácil** □ **Médio** □ **Difícil**

5. A área da base do cone circular reto representado na figura ao lado de diâmetro (d), vale:



a) 18π m² b) 36π m² c) 48π m² d)64π m² e) n.d.a

□ **Fácil** □ **Médio** □ **Difícil**

6. O volume do cone circular reto, cujo diâmetro da base mede 10 cm e altura mede 3 cm é:

b) $7\ \pi$ cm² b) $15\ \pi$ cm² c) $25\ \pi$ cm² d) $75\ \pi$ cm² e) n.d.a

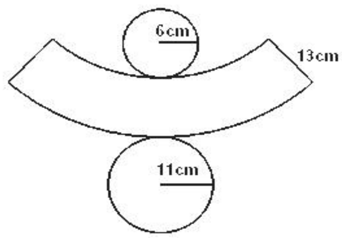
□ **Fácil** □ **Médio** □ **Difícil**

7. A medida do ângulo do setor circular de um cone circular reto de geratriz, 8 mm e o diâmetro da base, 6 mm, vale:

b) 24° b) 135° c) 240° d) 270° e) n.d.a.

□ **Fácil** □ **Médio** □ **Difícil**

8. (EsPCEx 2010) A figura abaixo representa a planificação de um tronco de cone reto com a indicação das medidas dos raios das circunferências das bases e da geratriz.



A medida da altura desse tronco de cone é:

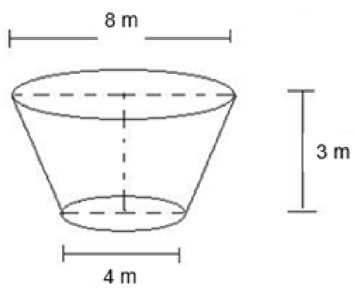
a) 13 cm
b) 12 cm
c) 11 cm
d) 10 cm
e) 9 cm□ **Fácil** □ **Médio** □ **Difícil**

9. Para atender uma encomenda uma confeiteira deve fazer doces no formato de cone circular reto, com 4 cm de altura e 1 cm de raio, cada doce. Para isso usou um volume de 1800 cm³ de doce de chocolate. Quantos unidades de doces a confeiteira conseguiu produzir com esse volume de doce?
Observação: (Use $\pi = 3$).

a) 150 b) 257 c) 450 d) 600 e) n.d.a.

□ **Fácil** □ **Médio** □ **Difícil**

10. Um reservatório de água foi construído em forma de tronco de cone circular reto de bases paralelas, conforme as dimensões indicadas na seguir:



Qual a capacidade máxima do reservatório em m³?
Observação: (Use $\pi = 3$).

a) 84 m³ b) 108 m³ c) 336 m³ d) 1008 cm³ e) n.d.a.

□ **Fácil** □ **Médio** □ **Difícil**

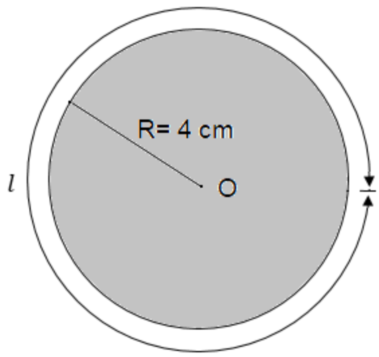
APÊNDICE C TESTE DE CONHECIMENTOS PRÉVIOS

Teste de conhecimentos prévios

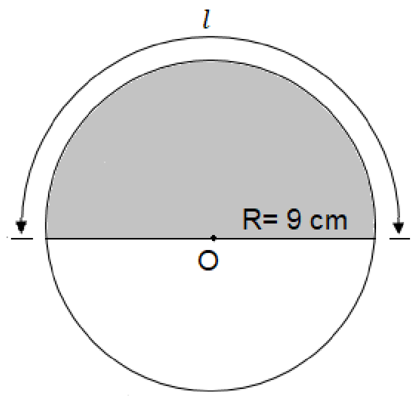
1) Calcule o valor de $A = \frac{\pi.R^2.h}{2}$, sabendo que R= 3 e h= 8.

2) Calcule o comprimento (l) dos arcos das circunferências a seguir:
Adote: $\pi = 3{,}14$.

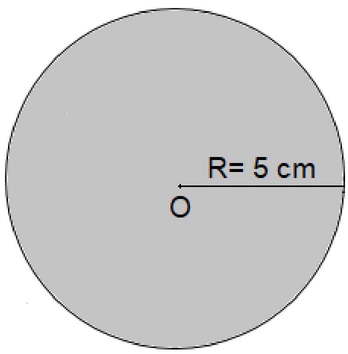
a)



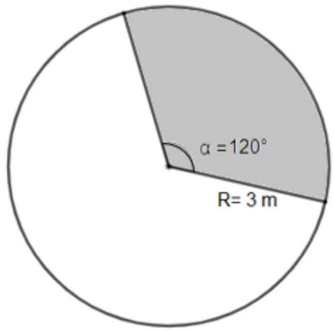
b)



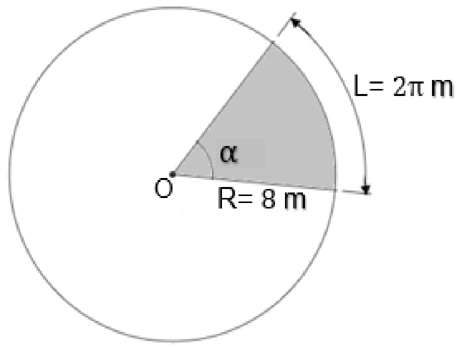
3) Calcule a área do círculo a seguir:



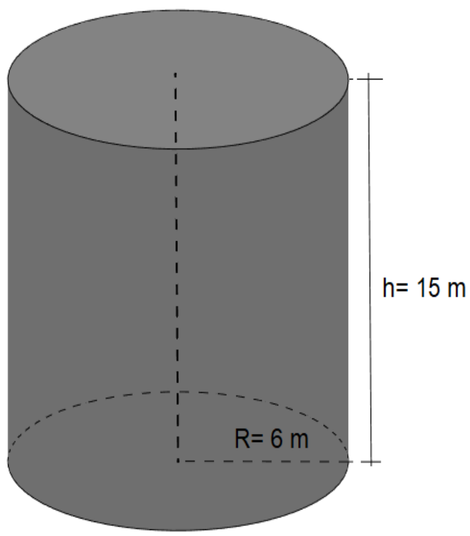
4) Calcule a área do setor circular destacado em cinza no círculo a abaixo:



5) Calcule os valores de α no setor circular a seguir:



6) Um cilindro circular reto tem raio igual a 8 cm e altura 15 cm. Calcule o volume do cilindro.



ANEXOS

ANEXO A - TCLE ALUNOS

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) Aluno(a), você está sendo convidado(a) para participar da pesquisa a nível de Mestrado, sob a responsabilidade dos pesquisadores **Wedson Nascimento Pereira** e Prof. Dr. **Miguel Chaquiam**, vinculados à Universidade do Estado do Pará (UEPA), Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE).

O objetivo desta pesquisa é propor alternativas metodológicas de ensino que venham minimizar as dificuldades de aprendizagem em Matemática. A sua colaboração consistirá em participar das tarefas que iremos propor. Em nenhum momento você será identificado e os resultados da pesquisa poderão ser publicados e ainda assim a sua identidade será preservada.

O participante não terá nenhum gasto ou ganho financeiro pela participação na pesquisa. Os benefícios serão de cunho acadêmico objetivando melhorias no processo de ensino aprendizagem de matemática na educação básica.

Você é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo ou coação. Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você, contendo a sua assinatura e a assinatura de seu responsável.

Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com os pesquisadores: **Wedson Nascimento Pereira** (wednasp@hotmail.com) ou **Miguel Chaquiam** (miguelchaquiam@gmail.com). Você poderá também entrar em contato com a Coordenação do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n. Bairro: Telégrafo. Fone: 4009-9542 e **informar o nome dos pesquisadores a instituição a qual estão vinculados**Belém - Pará - CEP: 66113 - 010.

Belém,_____ de___________de 2018.

____

Assinatura dos pesquisadores

Eu, _______________________ autorizo o(a) aluno(a) _______________________ a participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

Assinatura do responsável

ANEXO B - TCLE PROFESSORES

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) Professor(a), você está sendo convidado (a) para participar da pesquisa intitulada inicialmente: **UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DO CONE** sob a responsabilidade dos pesquisadores **Wedson Nascimento Pereira** e **Miguel Chaquiam,** vinculados à Universidade do Estado do Pará (UEPA).

A sua colaboração será de permitir que as atividades sejam realizadas em sua turma e auxiliar os pesquisadores durante a execução das atividades, dentre outras.

Em nenhum momento você será identificado. Os resultados da pesquisa poderão ser publicados e ainda assim a sua identidade será preservada.

O professor não terá nenhum gasto ou ganho financeiro pela participação na pesquisa. Os benefícios serão de cunho acadêmico objetivando melhorias no processo de ensino aprendizagem de matemática na educação básica.

Você é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo ou coação. Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você, contendo a sua assinatura e a assinatura de seu responsável.

Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com os pesquisadores: **Wedson Nascimento Pereira** (wednasp@hotmail.com) ou **Miguel Chaquiam** (miguelchaquiam@gmail.com). Você poderá também entrar em contato com a Coordenação do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n. Bairro: Telégrafo. Fone: 4009-9542 e **informar o nome dos pesquisadores a instituição a qual estão vinculados** Belém - Pará - CEP: 66113 - 010.

Belém, _____ de___________de 2018.

____

Assinatura dos pesquisadores

Eu, professor(a) ____, aceito participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

____

Assinatura do professor participante da pesquisa

ANEXO C - QUESTIONÁRIO ALUNO

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Prezado (a) aluno (a),
Estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da matemática. Para o êxito deste trabalho necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato.

1.Idade: _______anos **2. Gênero**: □ Masculino □Feminino **3.Série**: ___ano

4.Tipo de escola que estuda? □Municipal □Estadual □Conveniada

5.Você já ficou em dependência (reprovado)?
□Não □Sim. Se sim, quais disciplinas? ___________________________________

6.Você gosta de matemática?
□ Não gosto □Suporto □Gosto um pouco □Adoro

7.Qual a escolaridade do seu responsável masculino?
□Superior □Médio □Fundamental □Fundamental incompleto □Não estudou

8.Qual a escolaridade da sua responsável feminina?
□Superior □Médio □Fundamental □Fundamental incompleto □ Não estudou

9.Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?
□Professor particular □Família □Ninguém □Outros. Se outros, quem? ________

10.Com que frequência você estuda matemática fora da escola?
□Todo dia □ Somente nos finais de semana □No período de prova
□Só na véspera da prova □Não estudo fora da escola.

11.Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática?
□Sempre □Quase sempre □Às vezes □Poucas vezes □Nunca

12.Quais formas de atividades e/ou trabalho o seu Professor (a) de matemática mais utiliza para a avaliação da aprendizagem?
□Provas/simulado □Testes semanais □Seminários □Pesquisas
□Projetos □ Se outros. Quais? _________________________________

13. Como você se sente quando está diante de uma avaliação em matemática?
□Tranquilo e seguro □ Tranquilo e inseguro □ Incapaz

14.As aulas de matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados?
□Sempre □Quase sempre □Às vezes □Poucas vezes □Nunca

15.Você consegue relacionar os conteúdos matemáticos ensinados em sala de aula com seu dia a dia?
□Sim □Não □Às vezes

16. As aulas de matemática são desenvolvidas com uso do computador:
□Sim □Não □Às vezes
17. Seu professor de matemática demostra domínio dos conteúdos?
□Sempre □Quase sempre □Às vezes □Poucas vezes □Nunca
18.Como você avalia as explicações do seu professor de matemática?
□Ruim □Regular □Boa □Excelente
19.Você já estudou os conteúdos relacionados ao Cone?
□Conceitos básicos
□Conceitos básicos e propriedades
□ Conceitos básicos, propriedades e problemas
□ Conceitos básicos, propriedades, problemas e aplicações
□Não
20.Se você na questão acima respondeu sim, diga em qual ano/ série?
□5° ano □6° ano □7° ano □8° ano □9° ano □1° ano □2° ano □3° ano
21.Quando você estudou Cone, o assunto foi introduzido por meio:
□De definição seguida de exemplos e exercícios
□Da história do assunto para depois explorar os conceitos
□De situação problema para depois introduzir o assunto
□De modelo para situação e em seguida analisando o modelo
□De jogos para depois sistematizar os conceitos
22.Para consolidar os conteúdos relacionados ao Cone era utilizado:
□Listas de exercícios para serem resolvidos
□Jogos envolvendo o assunto
□Exercícios do livro didático
□Questões pesquisadas pelo aluno sobre o assunto
□Softwares na resolução de questões
□Outros meios (Quais?) ____

23.Preencha (marque com um x) o quadro a seguir referente ao grau de dificuldades em aprender o assunto relacionado aos conteúdos de Cone:
(**MF**: Muito Fácil; **F**: Fácil; **R**: Regular; **D**: Difícil; **MD**: Muito difícil)

Nº	**CONTEÚDO**	**VOCÊ LEMBRA DE TER ESTUDADO?**		**QUAL GRAU DE DIFICULDADE QUE VOCÊ TEVE PARA APRENDER?**				
		SIM	**NÃO***	**MF**	**F**	**R**	**D**	**MD**
01	Cone circular reto.							
02	Cone circular reto equilátero.							
03	Cone circular oblíquo.							
04	Elementos de cone circular reto (base, vértice, eixo, raio da base, altura e geratriz).							
05	Planificação de cone circular reto							
06	Secção transversal de cone circular reto.							
07	Secção meridiana de cone circular reto.							
08	Área lateral de cone circular reto.							
09	Área total de cone circular reto.							
10	Medida do ângulo central do setor equivalente à superfície lateral de cone circular reto.							
11	Volume de cone circular reto.							
12	Tronco de cone circular reto de bases paralelas.							
13	Área lateral do tronco de cone circular reto de bases paralelas.							
14	Área total do tronco de cone circular reto de bases paralelas.							
15	Volume do tronco de cone circular reto de bases paralelas							

(*) Caso tenha marcado NÃO quando questionado se estudou determinado conteúdo, não marque o grau de dificuldades.

ANEXO D- QUESTIONÁRIO PROFESSOR

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Caro(a) Professor(a),
Este instrumento tem como objetivo obter informações para um estudo que pretende contribuir para superação dos obstáculos de ensino e aprendizagem de matemática, encontrados por professores e alunos durante as atividades em sala de aula. Nesse sentido, é de grande importância sua colaboração, respondendo este questionário, para o bom êxito do estudo em questão. As informações obtidas terão um caráter confidencial e sua identidade será preservada. Agradecemos a sua colaboração com o nosso trabalho. Muito obrigado!

1.Gênero: □ Masculino □ Feminino
2.Idade: □ até 25 anos □ de 26 a 30 anos □ de 31 a 35 anos □ de 36 a 40 anos □ de 41 a 45 anos □ de 46 a 50 anos □ 50 anos ou mais
3. Tipo de escola que trabalha?
□ Pública Municipal □ Pública Estadual □ Pública Federal □ Privada
4.Qual a sua formação acadêmica?
□ Especialização (em andamento) □ Mestrado
□ Especialização □ Doutorado (em andamento)
□ Mestrado (em andamento) □ Doutorado

5.Tempo de magistério como professor (a) de matemática:
□até 5 anos □ de 6 a 10 anos □ de 11 a 15 anos
□ de 16 a 20 anos □ Há mais de 20 anos

6. Em quantas escolas você trabalha?
□ 1 □ 2 □ 3 □ Mais de 3
7. Qual sua carga horária mensal aproximada em sala?
□ 100 h □ 150 h □ 200 h □ 300 h □ mais de 300 h
8.Qual o número médio de alunos/as por turma?
□ até 20 □ de 21 a 30 □ de 31 a 40 □ de 41 a 50 □ mais de 50
9. Você exerce outra função remunerada além de professor?
□ Sim □ Não
10. Durante sua formação inicial (graduação) você participou de alguma disciplina sobre o ensino de Cone?
□ Sim □ Não
11. Em relação ao ensino de Cone, você participou de alguma formação ou curso nos últimos 2 anos que abordou esse conteúdo? □ Sim □ Não
12. Quando você ensina o assunto de Cone, a maioria das aulas iniciam:
□ Pela definição seguida de exemplos e exercícios

□ Pela história do assunto para depois explorar os conceitos
□ Por situação problema para depois introduzir o assunto
□ Por modelo para situação e em seguida analisando o modelo
□ Por jogos para depois sistematizar os conceitos

13. Quais as principais formas de avaliar seus alunos que você usa? (Marque mais de uma opção se necessário).
□ Prova oral □ Prova escrita □ Auto avaliação □ Fichas de observação
□ Produções no caderno □ Trabalhos □ Outras(Quais?) ________________

14. Como você costuma se sentir quando está aplicando uma avaliação de matemática?
□Tranquilo e seguro □ Tranquilo e inseguro □ Incapaz

15.Você costuma investigar os conhecimentos prévios dos alunos sobre conteúdos de geometria que serão ensinados?
□Sim, através de um teste
□ Sim, no início de aula através de diálogos com a turma
□ Não costumo fazer esse tipo de investigação

16. Para consolidar os conteúdos relacionados ao Cone, você costuma utilizar:
□Listas de exercícios para serem resolvidos
□Jogos envolvendo o assunto
□Exercícios do livro didático
□Questões pesquisadas pelo aluno sobre o assunto
□Softwares na resolução de questões
□Outros meios (Quais?)____

17.Como você avalia o rendimento dos alunos em relação aos conceitos de Cone?
□ Muito ruim □ Ruim □ Regular □ Bom □ Muito bom
18.Quantas aulas normalmente você dispõem para trabalhar o assunto de Cone? (Responda em números). _____________aulas

19. Considerando o uso do computador nas aulas de matemática:
□ Não usa em sala de aula
□ Não usa porque não tem laboratório na escola
□ Não usa por falta de tempo para elaborar as atividades
□ Usa às vezes
□ Usa sempre

20. Você utiliza algum software no ensino de matemática especificamente no ensino de Cone:
□ Não □ Sim. Se sim, qual o software? ___________________

21. Em relação a informática, como usuário você se considera?
□ Excelente □ Bom □ Regular □ Sem domínio
22. Preencha (marque com um x) o quadro a seguir referente ao grau de dificuldades dos alunos em aprender o assunto de Cone:
(**MF**: Muito Fácil; **F**: Fácil; **R**: Regular; **D**: Difícil; **MD**: Muito difícil)

Nº	**CONTEÚDO**	**VOCÊ LEMBRA DE TER ENSINADO?**		**QUAL GRAU DE DIFICULDADE DO ALUNOS EM APRENDER?**				
		SIM	**NÃO***	**MF**	**F**	**R**	**D**	**MD**
01	Cone circular reto.							
02	Cone circular reto equilátero.							
03	Cone circular oblíquo.							
04	Elementos de cone circular reto (base, vértice, eixo, raio da base, altura e geratriz).							
05	Planificação de cone circular reto							
06	Secção transversal de cone circular reto.							
07	Secção meridiana de cone circular reto.							
08	Área lateral de cone circular reto.							
09	Área total do cone circular reto.							
10	Medida do ângulo central do setor equivalente à superfície lateral de cone circular reto.							
11	Volume de cone circular reto.							
12	Tronco de cone circular reto de bases paralelas.							
13	Área lateral do tronco de cone circular reto de bases paralelas.							
14	Área total do tronco de cone circular reto de bases paralelas.							
15	Volume do tronco de cone circular reto de bases paralelas							

(*) Caso tenha marcado NÃO quando questionado se ensinou determinado conteúdo, não marque o grau de dificuldades.

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA
www.uepa.br/pmpem