

**UNIVERSIDADE REGIONAL DE BLUMENAU
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM
ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA (PPGECIM)**

PRODUTO EDUCACIONAL

**CONCEITOS BÁSICOS DOS NÚMEROS INTEIROS
A PARTIR DE SITUAÇÕES PROBLEMA**

Caderno do Professor

Autoras:

GRAZIELA ROPELATO

ORIENTADORA: PROFA. DRA. VIVIANE CLOTILDE DA SILVA

BLUMENAU

2016

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Termômetro.....	12
Figura 2: Relação entre o termômetro e a reta numérica.....	13
Figura 3: Reta numérica	14
Figura 4: Reta numérica apresentando a soma de dois valores positivos.....	20
Figura 5: Reta numérica apresentando a soma de dois valores negativos.....	21
Figura 6: Reta numérica representando a soma de um valor positivo e outro negativo.....	22
Figura 7: Reta numérica representando a soma de um valor negativo e outro positivo.....	23
Figura 8: Variação de temperatura de dois números positivos.....	25
Figura 9: Variação de temperatura de dois números negativos.....	26
Figura 10: Variação de temperatura de dois números opostos.....	26
Figura 11: Variação de temperatura com dois números negativos.....	28
Figura 12: Multiplicação de dois números com sinais positivos.....	30
Figura 13: Multiplicação de dois números com sinais opostos.....	32
Figura 14: Resultados da multiplicação dos números com sinais positivos.....	33
Figura 15: Resultados da multiplicação dos números com sinais negativos.....	33
Figura 16: Resultados da multiplicação de números positivos por um número negativo.....	34
Figura 17: Resultados da multiplicação de núm. pos. e neg. por um número negativo.....	35

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Temperaturas	9
Quadro 2: Atividades.....	10
Quadro 3: Exercícios para casa	11
Quadro 4: Lista de compras.....	17
Quadro 5: Sistematização das compras do mercado (fechamento do “caixa”).....	18
Quadro 6: Previsão do tempo	24
Quadro 7: Multiplicação de números com sinais positivos.....	32
Quadro 8: Sequência de números com sinais negativos.....	33
Quadro 9: Multiplicação de números positivos por um número negativo	34
Quadro 10: Sequencia da multiplicação de núm. pos. e neg. por um número negativo.....	34

SUMÁRIO

1 APRESENTAÇÃO	5
2 ATIVIDADES	8
2.1 ATIVIDADE 1: INICIANDO O ESTUDO DOS NÚMEROS NEGATIVOS	8
2.2 ATIVIDADE 2: RETA NÚMÉRICA, NÚMEROS OPOSTOS OU SIMÉTRICOS	12
2.3 ATIVIDADE 3: MERCADO	16
2.4 ATIVIDADE 4: ADIÇÃO.....	19
2.5 ATIVIDADE 5: SUBTRAÇÃO	24
2.6 ATIVIDADE 6: MULTIPLICAÇÃO	29
2.7 ATIVIDADE 7: DIVISÃO.....	36
3 FINALIZANDO.....	40
REFERÊNCIAS	41

1 APRESENTAÇÃO

Pesquisas mostram que muitas dificuldades apresentadas pelos alunos em sala de aula seguem os obstáculos enfrentados pelos matemáticos no desenvolvimento deste conjunto numérico ao longo dos anos (PONTES, 2010; RAUL NETO, 2011; SOUZA, 2015).

De acordo com Gonçalves e Bittar (2015) os números inteiros foram estudados por matemáticos, não para uma aplicação no cotidiano e, sim para resolver alguns problemas internos da matemática, de forma que o seu desenvolvimento e sua aceitação demorou muitos séculos. Segundo estes autores o fato nos leva a compreender melhor a situação de os alunos apresentarem dificuldades na compreensão deste conjunto numérico.

Desta forma, acredita-se que o trabalho explorando os conceitos básicos dos Números Inteiros a partir de Situações Problema auxilia no entendimento do conteúdo e na aprendizagem dos alunos, pois no nosso entender

A Matemática trabalhada de forma rígida, em sala de aula, que é acompanhada de regras prontas, descontextualizadas do cotidiano social, pode ser uma das causas desse baixo desempenho. O fato não está na Matemática em si, mas possivelmente relacionada aos programas de ensino, à clareza dos objetivos e à maneira como é abordada com os estudantes. (KLIEMANN, 2015, p. 13)

Quando se fala em situação problema refere-se a problemas introdutórios elaborados pelo professor ou pesquisados em livros com o objetivo de levar os alunos a analisar uma situação “concreta”, buscar resolvê-la e, a partir desta, estudar os conteúdos matemáticos desejados.

Os PCN¹ reforçam esta ideia quando apresentam que

A situação-problema é o ponto de partida da atividade Matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem algum tipo de estratégias para resolvê-las. (BRASIL, 1998, p. 40)

Seguindo a mesma ideia dos PCN, a versão preliminar da BNCC² relata a Resolução de Problemas como uma metodologia de trabalho para a matemática escolar onde

¹ PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais.

² BNCC: Base Nacional Comum Curricular: Documento que irá substituir os atuais PCN: 2ª versão preliminar, abril/2016.

o processo de contextualizar, abstrair e voltar a contextualizar envolve outras capacidades essenciais, como questionar, imaginar, visualizar, decidir, representar e criar. Nessa perspectiva, alguns dos objetivos de aprendizagem formulados começam por: “resolver e elaborar problemas envolvendo...”. Nessa formulação, está implícito que o conceito em foco deve ser trabalhado por meio da resolução de problemas, ao mesmo tempo em que, a partir de problemas conhecidos, deve-se refletir e questionar o que ocorreria se algum dado fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida. Nesse sentido, indicamos a elaboração de problemas pelo próprio estudante e não somente sua proposição, com enunciados típicos que, muitas vezes, apenas simulam alguma aprendizagem. (BRASIL, 2016, p. 132)

Este documento deixa claro que, o trabalho com resolução de problemas, explorando conteúdos matemáticos, pode seguir dois caminhos: um trabalhando com problemas elaborados pelos alunos e outro a partir de situações problemas apresentados aos mesmos para serem analisadas, resolvidas, alteradas, etc.

Para finalizar apresentam-se algumas etapas que, segundo Allevato e Onuchic (2009), podem orientar o professor na organização do trabalho com resolução de situações problema.

- 1) Selecionar um problema com o objetivo de construir um novo conceito, princípio ou procedimento (antes de se explorar o conteúdo em sala de aula).
- 2) Solicitar que inicialmente os alunos façam uma leitura individual do problema.
- 3) Depois da leitura individual, leitura e discussão em pequenos grupos.

* Em caso de dificuldade o professor pode ler para auxiliar.

- 4) Quando não houver mais dúvidas em relação ao enunciado do problema os alunos, em grupo ou individualmente devem procurar resolvê-los.
- 5) O professor deve observar e incentivar os alunos a resolver o problema, questionando-os e levando-os a pensar.
- 6) Quando todos tiverem resolvido os problemas as resoluções devem ser registradas no quadro para serem analisadas e discutidas.
- 7) Por meio da discussão busca-se um consenso e o resultado correto.
- 8) A última etapa é a da formalização do conteúdo. Quando o professor apresenta os conceitos, princípios e procedimentos, construídos por meio da resolução de problemas, de forma “organizada e estruturada em linguagem matemática” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009)

Esse material vinculado a dissertação de mestrado “Conceitos Básicos dos Números Inteiros a partir de Situações Problema”, que teve como objetivo geral verificar quais as contribuições do estudo a partir de situações problema para a aprendizagem dos conceitos

básicos de Números Inteiros para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, utiliza a segunda forma para desenvolver os conceitos básicos de Números Inteiros e suas operações básicas.

As situações problemas aqui apresentadas são extraídas de livros didáticos e/ou criados pelas pesquisadoras. Nas situações extraídas de livros procurou-se desenvolver questões aproximando o tema trabalhado da realidade da turma como uma forma de levar o aluno a identificar os conceitos trabalhados em questões que envolvam sua realidade.

Ressalta-se que este material apenas apresenta sugestões de atividades que sejam utilizadas como introdução do conteúdo. É importante que se explorem outras situações problema envolvendo os conceitos explorados para que os alunos possam abstraí-los e generalizá-los.

Graziela Ropelato
Viviane Clotilde da Silva

2 ATIVIDADES

2.1 ATIVIDADE 1: INICIANDO O ESTUDO DOS NÚMEROS NEGATIVOS

Objetivo: Explorar o conceito e a escrita dos Números Inteiros.

Material Necessário: Dois termômetros de temperatura de ambiente.

Caro professor!

É interessante que você solicite, na aula anterior, aos alunos para que trouxessem um termômetro de ambiente (quem o possuir).

Dependendo do local onde se encontra sua escola talvez os alunos não tenham aparelho em casa por isso sugere-se que você providencie para esta aula pelo menos dois termômetros para fazerem testes. Os termômetros podem ser digitais, mas se você conseguir um do modelo que utiliza mercúrio é interessante, pois muitos alunos não conhecem este tipo e ele pode servir para você introduzir a reta numérica.

Analisando oito livros didáticos do 7º ano do Ensino Fundamental, observou-se que todos iniciam este conteúdo explorando textos e situações problema que envolvem temperatura. Uma das razões para isto acontecer pode ser o fato deste assunto envolver valores positivos e negativos e os alunos estarem em contato com ele diariamente. Observou-se também que nestes textos a maioria dos autores exploram questões relacionadas a locais no estrangeiro, não fazendo relação com cidades e locais no nosso país que também possuem grandes variações de temperaturas, muitas vezes tendo inclusive negativas.

Para esta primeira atividade utilizou-se um texto adaptado do livro didático dos alunos onde ela foi aplicada (Quadro 1). Para fazer aproximação com os alunos foram desenvolvidas algumas questões para serem exploradas após a leitura do texto, relacionando o tema do mesmo com o conteúdo matemático a ser estudado e a região onde os alunos vivem.

Também foram criadas questões envolvendo outras aplicações dos números negativos para que os alunos pudessem relacionar este conteúdo a outras situações perto do local onde vivem.

Após explorar as questões é possível formalizar o conceito de Números Inteiros, questionando os alunos sobre que tipos de números eles já conhecem e trabalham (eles devem falar sobre os números naturais e os racionais). A partir do conhecimento dos alunos e do que

foi explorado até o momento é possível introduzir o conteúdo de números inteiros e a representação dos conjuntos numéricos por meio do Diagrama de Venn.

Quadro 1: Temperaturas

ANTÁRTICA

A Antártica (ou Antártida) é o continente localizado no polo sul do planeta. Uma imensa camada de gelo cobre quase toda sua superfície, estendendo-se também para o mar. Em sua região, que consiste basicamente em um continente extremamente frio e coberto de gelo, a ocupação permanente de humanos não foi possível, e a população existente hoje é formada basicamente por equipes de pesquisa de vários países, que se instalam temporariamente em estações científicas. De tão hostil, a sobrevivência humana nesse continente só é possível com o uso de tecnologias que, muitas vezes, causam poluição. Porém, algumas espécies de animais são adaptadas a esse ambiente e conseguem se proteger de baixas temperaturas. O pinguim é um animal típico da Antártica e forma vastas colônias. Outras aves marinhas, como gaivotas e albatrozes, podem ser vistas durante o verão. A foca é outro animal marinho típico do continente que, devido à caça predatória, já esteve em sério risco de extinção.

Apesar de estar longe das grandes cidades e da ação do ser humano, a Antártica é bastante sensível às mudanças que ocorrem no planeta, e é lá que as alterações climáticas são percebidas primeiro. Outra característica que merece atenção é que esse é um dos poucos locais do planeta que ainda permanecem intocados, sendo um patrimônio valioso para a humanidade que deve ser preservado.

Na Antártica, a temperatura de 0° C é considerada agradável, pois lá as temperaturas são abaixo de zero praticamente o ano inteiro. Veja no quadro abaixo as temperaturas médias no litoral e no interior do continente durante o verão e o inverno.

	Verão	Inverno
Litoral	0° C	15° C abaixo de zero
Interior	32° C abaixo de zero	65° C abaixo de zero

O Brasil possui uma base (um local) para desenvolvimento de pesquisas neste continente denominada Estação Antártica Comandante Ferraz (EACF). Em 2012 esta base

foi atingida por um incêndio e teve seu módulo principal destruído. Essa estação foi instalada em uma ilha denominada Rei George, uma região onde o frio não chega a ser tão intenso como no interior do continente, mas, ainda assim apresenta baixas temperaturas, com uma média anual de 2,8 abaixo de zero.

Fonte: Texto Adaptado de – SOUZA, J. R. de; PATARO, P. R. M. **Vontade de saber matemática**: 7º ano. 2. ed. São Paulo: FTD, 2012, p. 19.

Quadro 2: Atividades

1) O que é um termômetro? Para que serve? Vocês têm o costume de verificar a temperatura ambiente em um termômetro?

* Sugestão: colocar por algum tempo um termômetro dentro de um freezer e outro em um lugar quente (próximo a um fogão ou no sol) depois solicitar que os alunos os busquem e verifiquem a temperatura marcada em cada um deles. Esta pode ser a primeira vez que alguns alunos constatem, por eles mesmos, a temperatura negativa em um termômetro.

2) O texto apresenta temperaturas abaixo de zero, como você faria para escrevê-las de forma diferente daquelas que são acima de zero?

3) Você já viu essa forma de números de temperaturas abaixo de zero, escritas em outros lugares? Onde?

4) Escreva os números apresentados a seguir na forma de números inteiros:

a) O Parque Ecológico Freymund Germer, mais conhecido por Morro Azul, tem sua altitude máxima de 758 metros acima do nível do mar.

b) Em Timbó, o clima é temperado, variando entre 40° C a máxima, podendo a mínima chegar a 3° C negativos.

c) Em Timbó, no dia 04/10/2015 às 11:30, a temperatura foi de 18° C.

d) Andrei possuía em sua conta um saldo de R\$ 30,00 e gastou R\$ 50,00. Como você representaria esses dois números?

e) No amistoso da seleção Brasileira contra os Estados Unidos da América que ocorreu no dia 08/09/2015 o saldo de gols foi o seguinte: 4 gols a favor do Brasil e um contra. Escreva como você representa esses gols.

Fonte: Elaborado pelas autoras e adaptado de – SOUZA, J. R. de; PATARO, P. R. M. **Vontade de saber matemática**: 7º ano. 2. ed. São Paulo: FTD, 2012, p. 19.

Quadro 3: Exercícios para casa

Converse com seus pais ou com algum conhecido e responda as questões abaixo:

- 1) O que acontece na sua região quando é muito frio, isto é, muito próximo de zero ou abaixo de zero? Isto atrapalha seu trabalho? Em que?

- 2) Você acredita que haja, em Santa Catarina, alguma cidade que, no inverno, possua dias com temperatura abaixo de 0° C? Cite.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

2.2 ATIVIDADE 2: RETA NÚMÉRICA, NÚMEROS OPOSTOS OU SIMÉTRICOS

Objetivo: Explorar a Reta Numérica e os conceitos de — Módulo de um Número e Número Oposto ou Simétrico.

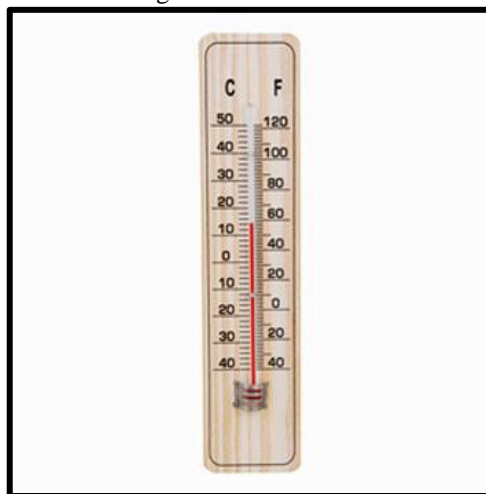
Material Necessário: Termômetro de temperatura ambiente de mercúrio.

Caro professor!

Sugere-se começar esta aula analisando o termômetro de temperatura ambiente de mercúrio utilizado na aula anterior, aproveitando as observações feitas pelos alunos para introduzir os conceitos que serão explorados nesta atividade.

Inicia-se esta aula analisando um termômetro de mercúrio, conforme o apresentado na figura 1, salientando que serão observados apenas os valores que representam os graus centígrados.

Figura 1: Termômetro



Fonte: Disponível em: <http://www.supermedy.com.br/termometro_ambiente.html>.
Acesso em: 17 out. 16.

Para discutir e construir a reta numérica propõe-se mostrar como aparecem os números que marcam a temperatura no termômetro e questiona-se como fazer: Como deve ser a reta? Que cuidados deve-se ter ao construí-la?

É importante deixar os alunos pensarem, discutirem e até pedir que eles construam uma reta como eles acham que ela deveria ser, de -10 até 10.

Após cada aluno ter construído a sua reta o professor deve verificar cada uma e pedir que eles expliquem como fizeram. Neste momento eles podem fazer no quadro. (É

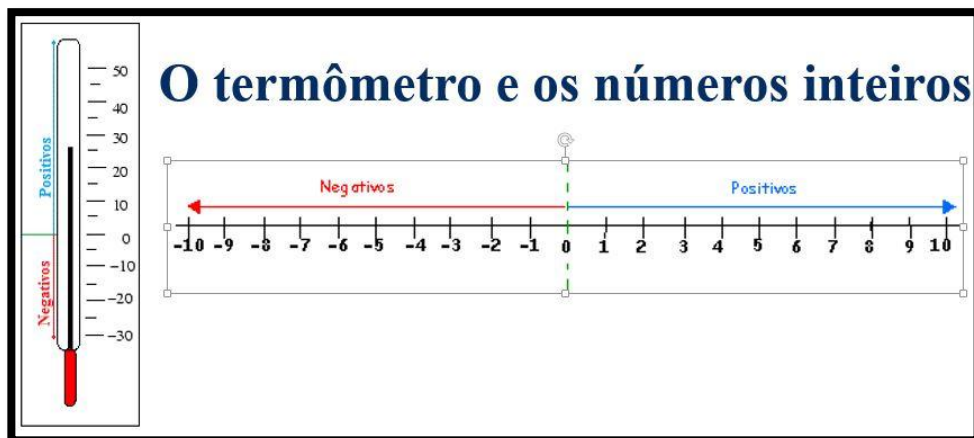
interessante pedir para que alguns alunos apresentem as suas retas, sendo algumas corretas e algumas erradas para se discutir no grande grupo).

Deve-se levar os alunos a observarem que: (1) no termômetro os números que estão acima de zero são os positivos e números abaixo de zero são os números negativos; (2) que a distância entre os números é sempre a mesma e (3) no termômetro valores são colocados verticalmente e na reta numérica, na horizontal.

Para auxiliar os alunos que tiveram dificuldade na construção da sua reta, sugerimos que cada aluno faça a construção da sua reta numérica em uma folha A4, agora levando em consideração as observações discutidas.

Caso muitos alunos tenham apresentado dificuldade, convém convidá-los a construir todos ao mesmo tempo seguindo alguns passos: Inicialmente eles devem traçar uma reta mais ou menos no meio de uma folha A4, marcando o número 0 (zero) no meio. Em seguida devem marcar o conjunto dos números naturais (números positivos) a direita do zero, tomando o cuidado para que os números tenham a mesma distância entre eles. Para finalizar, marca-se os números inteiros negativos, à esquerda do zero, iniciando pelo um negativo (-1), depois o número dois negativo (-2) e assim por diante, utilizando o mesmo espaçamento que foi usado para os números positivos.

Figura 2: Relação entre o termômetro e a reta numérica



Fonte: Disponível em: <<http://ms-matematica.blogspot.com.br/2013/09/projeto-didatico-interdisciplinar.html>>. Acesso em: 17 out. 2016

Construída a reta deve-se pedir que os alunos dobrem a folha exatamente onde se encontra o ponto zero. É importante leva-los a observar que ao dobrar a folha os números negativos devem ficar exatamente sobre os positivos correspondentes. A partir desta

observação é possível explicar o significado de “Módulo de um número” e de “Números Opostos ou Simétricos”.

A explicação pode ser dada por meio de exemplos práticos e utilizando a reta que eles construíram.

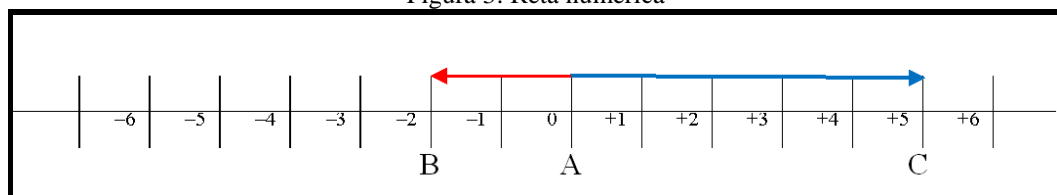
Exemplo:

- 1) Chama-se um aluno e solicita-se que ele fique parado em um determinado ponto, representando um ponto fixo (zero).
- 2) Chama-se outros dois alunos. Pede-se que eles se posicionassem em direções opostas, em relação ao aluno que representa o zero. O primeiro a três passos a esquerda e o segundo a cinco passos a direita.

Pergunta-se aos alunos se os dois alunos estão a mesma distância do aluno que representa o ponto fixo. Os alunos observarão que as distâncias são diferentes.

Propõe-se o uso da reta numérica para identificar esta distância, marcando com A o ponto zero (ponto fixo), depois marca-se com B o deslocamento para esquerda sendo o número de passos equivalente a quantidade de números que ele irá se deslocar. Repete-se o processo com o deslocamento à direita e marca-se ponto C.

Figura 3: Reta numérica



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Feita a análise na reta, questiona-se novamente aos alunos: De quantas unidades é a distância dos pontos A e B? E dos pontos A e C? Como pode-se escrever isso?

Sugere-se escrever no quadro as respostas dos alunos e no final, chegar na de qual é a correta e porque: A distância de A até B é de 2 unidades e a distância de A até C é de 5 unidades.

Observe que quando falamos em distância, não levamos em consideração a direção, não importa se o deslocamento foi para esquerda (valores negativos) ou para direita (valores positivos), por isso o número que a indica não possui sinal.

Na sequência pode-se explicar que este valor, em matemática tem um nome especial, é chamado de “Módulo de um Número”, ou seja, Módulo de um Número é “a distância de um ponto na reta numérica até a origem” (SOUZA; PATARO, 2012, p. 96), sendo que a origem é o zero.

Depois que os alunos entenderam o que é o Módulo de um Número é possível explorar com eles o significado de Número Oposto ou Simétrico.

Importante sempre iniciar com um questionamento: O que vocês entendem pela palavra “oposto”?

A partir das respostas apresentadas pelos alunos é possível solicitar que eles dobrem novamente a folha que tem a reta, observem os números que estão sobrepostos e que citem alguns.

Na sequência, com a reta aberta novamente, questiona-se qual o módulo dos números citados?

Eles devem notar que os números citados têm o mesmo módulo. Diante desta constatação pode-se questioná-los sobre o porquê disto ter acontecido.

Através destes questionamentos busca-se levar os alunos a observarem que estes números possuem a mesma distância da origem, apenas estão em sentidos opostos.

Assim constata-se que é possível formalizar o conceito: números opostos são números que possuem a mesma distância em relação a origem (zero), mas que estão em sentidos opostos (um está no sentido positivo e o outro no sentido negativo).

2.3 ATIVIDADE 3: MERCADO

Objetivo: Explicar o significado do resultado negativo em uma subtração de forma prática, por meio de uma atividade do dia a dia do aluno.

Material necessário: Embalagens de produtos a serem comprados. Espaço físico na escola para guardar as embalagens enquanto estão sendo juntadas pelos alunos.

Caro professor!

Para a realização desta atividade será necessário que os alunos tragam embalagens vazias e limpas de comida, de higiene pessoal ou de limpeza. Aconselha-se fazer a coleta das embalagens com aproximadamente um mês de antecedência para que tudo esteja organizado no dia da aplicação.

Paralelamente a isso, é necessário que os alunos, juntamente com os pais, façam uma pesquisa verificando o preço real dos produtos cujas embalagens foram trazidas.

Se você não quiser trabalhar com números decimais, assim que as embalagens necessárias para a atividade forem selecionadas e seus preços obtidos, você pode, junto com seus alunos, arredondar os valores, trabalhando somente com números inteiros. Finalizada esta etapa este material deve ser devidamente guardado até o dia da aplicação da atividade.

Para a preparação do minimercado, você deve dividir os alunos em equipes, elaborar uma lista de compras com produtos diferenciados para cada uma das equipes, que deve ser colocada em um envelope, juntamente com uma quantia em “dinheiro³” e uma folha para serem feitos os cálculos.

É importante que algumas equipes recebam em seu envelope o valor estritamente necessário para a compra; outras tenham uma quantia superior ao valor da compra (para receber troco); outras ainda recebam um valor menor que o custo da compra dos produtos da lista que se encontra em seu envelope.

A seguir apresentam-se cinco sugestões de lista de compras de produtos cujas embalagens podem ser facilmente obtidas pelos alunos.

³ As notas de dinheiro podem ser compradas em lojas de preço único ou confeccionadas pelos alunos.

Quadro 4: Lista de compras

Lista 1	<ul style="list-style-type: none"> - 4 caixas de 1 litro de leite; - 2 latas de 350 ml de refrigerante; - 2 garrafas de 2 litros de refrigerante; - 2 latas de 400g de achocolatado; - 3 tubos de 90g de pasta de dente.
Lista 2	<ul style="list-style-type: none"> - 1 suco em pó 30 g; - 1 frasco de 500 ml de detergente; - 3 garrafas de 350 ml de água – mineral; - 6 garrafas de 1 litro de refrigerante; - 5 caixas de 1 litro de leite.
Lista 3	<ul style="list-style-type: none"> - 2 caixas de 500 g de café; - 3 caixas de Filtro de café de papel; - 5 pastas de dente; - 1 pacote de salgadinho; - 3 potes de 100g de iogurte.
Lista 4	<ul style="list-style-type: none"> - 2 pacotes de 1 kg de ração; - 3 potes de 500g de maionese; - 8 garrafas de 3 litros de refrigerante; - 2 caixas de uma dúzia de ovos; - 2 pacotes de 500 g de macarrão.
Lista 5	<ul style="list-style-type: none"> - 480 g de ovo de chocolate; - 2 garrafas de 1 l de amaciante de roupa; - 3 potes de 500 g de margarina; - 2 latas de achocolatado; - 3 caixas de gelatinas.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

No dia da aplicação deve-se organizar uma sala com os “produtos” a serem vendidos e selecionar uma equipe para ser o “caixa” do mercado. A equipe que representará o “caixa” deve receber uma caixa com “dinheiro” para ser utilizado como troco e um caderno para anotar os valores das compras, quanto receberam e quanto deram de troco para cada equipe. As outras equipes recebem cada uma um envelope.

Feitas as compras todas as equipes devem passar pelo “caixa” para pagá-las. Neste momento algumas equipes verificarão que não tem dinheiro suficiente para isso. Uma sugestão é dizer para o “caixa” deixar a equipe levar suas mercadorias e anotar quanto ela ficou devendo, como se faz em alguns mercadinhos do interior.

Após todas as equipes fazerem suas compras, chega o momento de análise da atividade, fazendo o fechamento do “caixa” no grande grupo. Este fechamento pode ser feito

no quadro negro onde a equipe responsável monta um quadro, como apresentado a seguir (quadro 5), colocando os devidos valores:

Quadro 5: Sistematização das compras do mercado (fechamento do “caixa”)

Equipes	Valor da compra	Valor pago	Troco ou Dívida
1			
2			
3			
4			
5			

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Neste momento o professor pode reforçar conceitos já trabalhados por meio de questionamentos como:

- “*Como diferenciar o que é troco do que é dívida na última coluna?*” Os alunos podem responder esta questão dizendo para se colocar a letra “D” para indicar a dívida (como alguns lugares fazem) ou utilizar a cor vermelha, como aparece nos extratos bancários, por exemplo. Neste caso é interessante fazer uma pergunta complementar: “*Como se representa, matematicamente, a dívida?*”;

- “*De que forma vocês chegaram ao valor dos trocos e das dívidas?*” Pode-se pedir para os alunos resolverem as operações no quadro para ver como eles a montam e a resolvem. Neste momento sugere-se começar a explorar as operações com números inteiros reforçando que nos dois casos o valor pago deve ser o minuendo e o valor da compra o subtraendo.

Como o objetivo desta atividade é explicar de forma prática porque em algumas subtrações o resto pode ser negativo, é importante reforçar a explicação da última questão para que os alunos entendam que com os Números Inteiros é possível subtrair um valor maior de um menor.

Para finalizar a atividade é interessante pedir que os alunos escrevam um texto na forma de problema matemático, descrevendo a sua compra.

2.4 ATIVIDADE 4: ADIÇÃO

Objetivo: Explorar as quatro possibilidades de adição de números inteiros.

Material Necessário: Nesta aula não será utilizado nenhum material extra.

Caro professor!

Na adição de números inteiros são trabalhadas as possibilidades de relação entre os valores, adicionando: números inteiros positivos, números inteiros negativos e números inteiros com sinais opostos.

Será explorada a resolução aritmética por meio da reta numérica, buscando levar os alunos a entenderem quando o resultado é positivo ou negativo, através da compreensão das situações propostas.

É importante deixá-los tentar resolver, inicialmente, sozinhos para verificar como eles interpretam os problemas e de que forma chegam às respostas. Depois de todos terem resolvido, a partir das resoluções apresentadas é o momento de sistematizar o processo.

Situação 1:

Andrei recebeu de seus pais, no mês de agosto, uma mesada de R\$ 15,00. Ele resolveu guardar sua mesada até o mês de setembro para poder comprar um pen drive de 16 GB que custa R\$ 16,90. Seu avô sabendo do desejo de Andrei lhe deu R\$ 5,00. Quanto Andrei conseguiu juntar?

Nesta situação problema explora-se a ideia de juntar as quantidades que representam o valor que Andrei recebeu de mensalidade e o que o avô lhe deu, ou seja, envolve dois valores positivos.

Os alunos provavelmente resolverão este problema como faziam com os Números Naturais, sem a utilização do sinal de positivo para representar os valores. Neste exemplo as resoluções serão apresentadas sempre fazendo uso das duas formas de representação, buscando levar os alunos a verificarem que elas são equivalentes.

(a) Somando os dois valores recebidos por Andrei, encontramos:

$$15 + 5 = (+15) + (+5) = 20$$

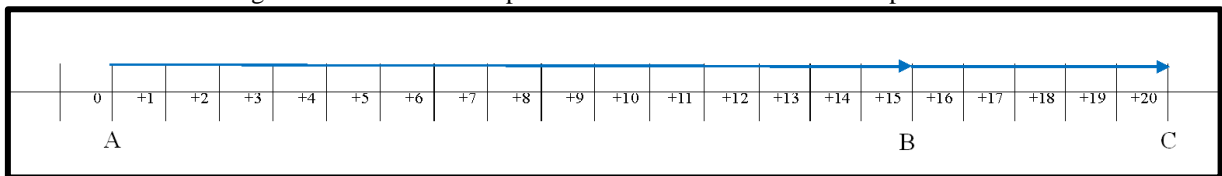
(b) Se desejar é possível utilizar a reta numérica na resolução deste cálculo como mostra a figura 4 a seguir.

Quando se faz uso da reta numérica, sempre se inicia a operação no número 0 (zero) e os valores indicam a quantidade de deslocamentos que devem ser feitos, se o número for positivo o deslocamento deve ser feito para a direita e se for negativo, para a esquerda.

Desta forma, a partir do zero se realiza a quantidade de deslocamentos equivalente ao primeiro número da adição, neste caso o (+15), ponto B. A partir do ponto B (onde se parou) começa-se a fazer a contagem de deslocamentos equivalente aos segundo valor, (+5). Ao terminar os deslocamentos relacionados ao segundo valor marca-se o ponto C que representa o resultado final.

A figura 4 apresenta que os deslocamentos pararam no valor (+20), que corresponde a soma: $(+15) + (+5)$.

Figura 4: Reta numérica apresentando a soma de dois valores positivos



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Verificamos então que Andrei possui R\$ 20,00 e pode comprar seu *pendrive*.

Situação 2:

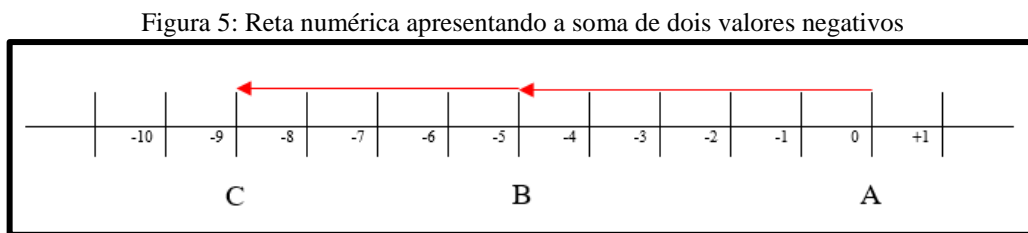
No dia 01 de novembro de 2016, Ellen estava com muita vontade de comprar um refrigerante, mas não possuía dinheiro. Pediu emprestado a seu colega de sala chamado Luiz, R\$ 5,00. No dia seguinte, ela estava com vontade de comer um sanduiche e como, novamente havia esquecido o dinheiro em casa mais uma vez pediu dinheiro para comprar um sanduiche. Neste dia a sua colega Ana lhe emprestou R\$ 4,00. Quantos reais, Ellen está devendo para seus colegas de sala?

Na situação problema explora-se a ideia de juntar quantidades que são: o valor que Ellen está devendo para seus colegas Luiz e Ana, ou seja, envolve dois valores negativos, pois ao contrário da primeira situação, aqui estes valores estão faltando.

(a) Na resolução da soma dos valores que Ellen está devendo, devemos reforçar que estamos juntando dois valores negativos, pois eles representam quanto ela está devendo para cada um dos colegas e, no final o resultado deverá também ser negativo porque representa a dívida total. Assim:

$$(-5) + (-4) = -9$$

(b) Para mostrar este cálculo por meio da reta numérica, deve-se lembrar de que como os valores são negativos os deslocamentos devem ser feitos para a esquerda. Primeiro marcamos a partir do zero (ponto A), os deslocamentos referentes ao primeiro valor encontrando o ponto B. Depois, de B em diante marcam-se os deslocamentos referentes ao segundo valor, chegando ao ponto C, como na figura 5.



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Neste problema vemos que Ellen deve R\$ 9,00 para seus colegas.

Situação 3:

Vanessa possuía no seu cofrinho o equivalente a R\$ 15,00. Devido a este mês seus pais terem dificuldades em pagar a contribuição espontânea da escola, ela retirou R\$ 10,00 para poder ajuda-los. Com essa situação, quanto dinheiro Vanessa ainda possui no seu cofrinho?

Nesta situação problema explora-se a ideia de juntar quantidades com sinais opostos que são: o saldo que Vanessa possuía antes da retirada (valor positivo) e a quantia que retirou (valor negativo), ou seja, envolve a soma de dois valores com sinais opostos – um positivo e o outro negativo.

Grande parte dos alunos poderá resolvê-lo como uma subtração, o que não está errado. Mas é necessário mostrar a forma de resolvê-lo como adição de números com sinais

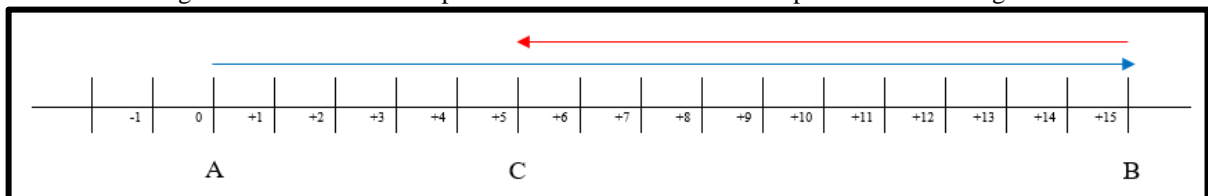
opostos para que eles verifiquem que a soma deste tipo de números é na realidade uma subtração e o sinal do resultado será equivalente ao do número com maior valor absoluto.

(a) Utilizando a subtração e a adição, para mostrar que o resultado é o mesmo, temos:

$$15 - 10 = (+15) + (-10) = 5$$

(b) Utilizando a reta deve-se reforçar o fato de que o primeiro valor é positivo e o segundo é negativo. Assim, sendo o primeiro valor (+15), deve-se deslocar do número zero (ponto A) até o número 15 (ponto B). Na sequência, a partir do ponto B o deslocamento deve ser feito para a esquerda, pois o segundo número é negativo (-10). “Voltando” dez unidades paramos no número (+5), ponto C, que representa o resultado da operação, conforme a figura 6.

Figura 6: Reta numérica representando a soma de um valor positivo e outro negativo



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Como resposta para este problema, Vanessa ficou com R\$ 5,00 no seu cofrinho.

Situação 4:

Andrews possuía uma dívida com seu colega Lucas de R\$ 10,00. Seu pai, ao saber de sua situação, lhe entregou R\$ 5,00 para ajudá-lo a pagar o seu colega. Ao receber o dinheiro, Andrews foi ao encontro de seu amigo e lhe entregou o dinheiro. Andrews ainda deve para Lucas? Quanto?

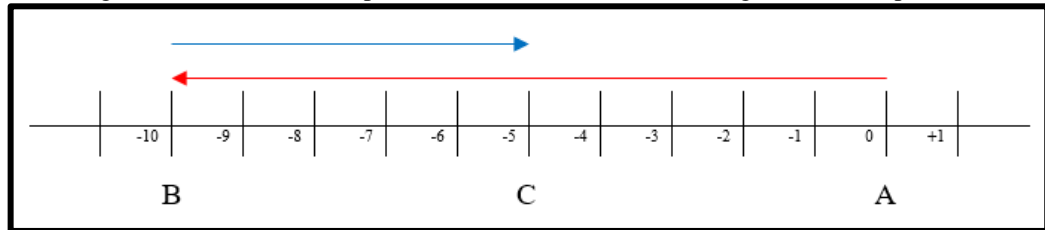
Este problema também explora a ideia de juntar quantidades com sinais opostos representando a dívida de Andrews e o dinheiro do pagamento. A diferença deste para o anterior é que o resultado da operação será negativo. É importante apresentar os dois exemplos para que os alunos entendam que quando se adiciona dois números com sinais opostos o resultado pode ser positivo ou negativo.

(a) Somando a dívida com o valor pago temos:

$$-10 + 5 = (-10) + (+5) = -5$$

(b) Neste problema, como o primeiro valor é negativo, na reta numérica, o primeiro deslocamento deverá ser feito para a esquerda e o segundo para a direita, a partir do ponto onde se parou. A figura 7 apresenta a operação.

Figura 7: Reta numérica representando a soma de um valor negativo e outro positivo



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Através da resolução foi possível verificar que Andrews ainda deve R\$ 5,00 para Lucas.

É importante fazer mais alguns exemplos para que os alunos entendam que quando se adiciona dois números positivos o resultado sempre será positivo, quando se adiciona dois números negativos a soma será negativa e quando os valores adicionados tiverem sinais opostos, o resultado será equivalente ao que tiver maior valor absoluto.

2.5 ATIVIDADE 5: SUBTRAÇÃO

Objetivo: Explorar as quatro possibilidades de subtração de números inteiros.

Material Necessário: Nesta aula não será utilizado nenhum material extra.

Caro professor!

Para trabalhar subtração de Números Inteiros serão exploradas quatro situações envolvendo a variação de temperatura, buscando levar os alunos a entenderem as regras dos sinais por meio da análise das situações apresentadas.

Situação 1:

O dia 27 de abril de 2016 foi um dia muito frio em Santa Catarina, a seguir temos um quadro com a temperatura mínima e máxima de algumas cidades do estado. Vamos calcular a variação de temperatura ocorrida em cada cidade?

Quadro 6: Previsão do tempo

Cidades	Temperaturas (em °C)	
	Mínima	Máxima
Blumenau	7	21
Bom Jardim da Serra	-13	-6
São Joaquim	-1	3

Fonte: Disponível em: <<http://ricmais.com.br/sc/clima/noticias/previsao-do-tempo-para-quarta-feira-27-de-abril-em-sc/>>. Acesso em: 26 abr. 16.

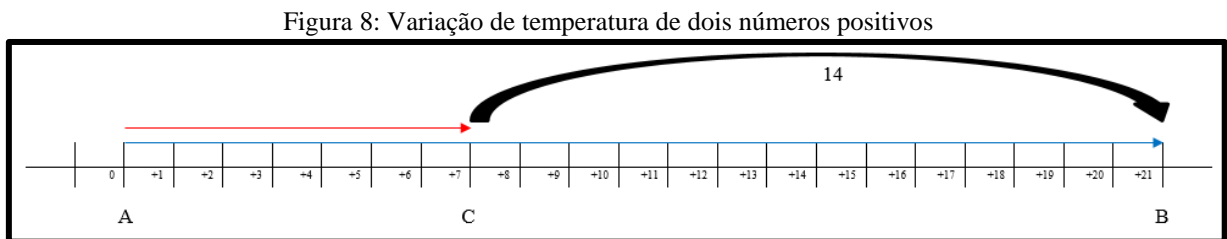
Quando se pensa em variação de temperatura, pode-se supor em tirar a temperatura mínima da máxima e ver quanto sobra, este valor representa a variação. Sugere-se pensar na diferença entre estes dois valores (ideia subtrativa da subtração), partindo da temperatura mínima, quantos graus a mais é a temperatura máxima (ideia aditiva da subtração). Nos dois casos utiliza-se a operação de subtração, mas a forma de abordagem será diferente. Neste caderno será utilizada a ideia aditiva, buscando a diferença entre estes dois valores.

Iniciaremos a resolução utilizando a reta numérica para os alunos entenderem a operação apresentada depois.

Calculando a variação de temperatura em Blumenau.

a) Resolução por meio da reta numérica.

Nesta operação a marcação na reta será um pouco diferente. Marcaremos os dois valores como deslocamentos a partir do número zero (ponto A). O ponto B ficará localizado no número 21, temperatura máxima em Blumenau e o ponto C no número 7, temperatura mínima. A variação da temperatura corresponde a quantidade de deslocamentos que há entre o valor sete e o vinte e um, como apresentado na figura 8.



Fonte: Elaborado pelas autoras.

O sentido da seta que representa a diferença deverá sempre apontar para o valor que representa o minuendo na operação.

b) Resolução aritmética. Como os dois valores são positivos não há problema:

$$21 - 7 = (+21) - (+7) = 14$$

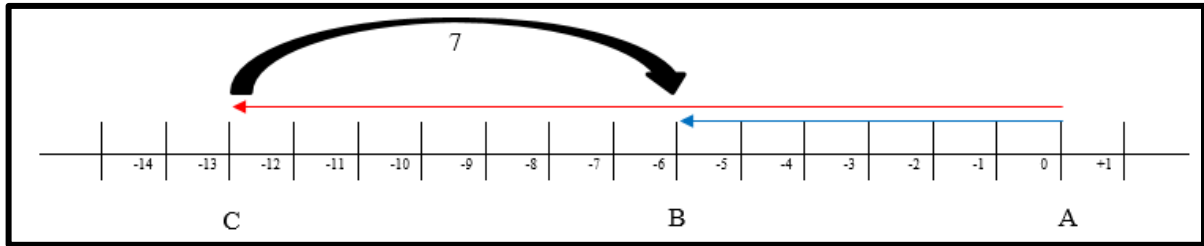
A variação de temperatura em Blumenau foi de 14° C.

Calculando a variação de temperatura em Bom Jardim da Serra.

a) Resolução por meio da reta numérica.

Repetimos o processo feito anteriormente, lembrando que neste caso temos dois valores negativos, a representação deles será à esquerda do zero (Figura 9).

Figura 9: Variação de temperatura de dois números negativos



Fonte: Elaborado pelas autoras.

O resultado é positivo porque a diferença é calculada a partir do valor menor (-13) para o maior (-6). A seta que representa esta operação está apontada para a direita, sentido positivo.

b) Resolvendo aritmeticamente, temos:

$$(-6) - (-13) = 7 = (-6) + 13$$

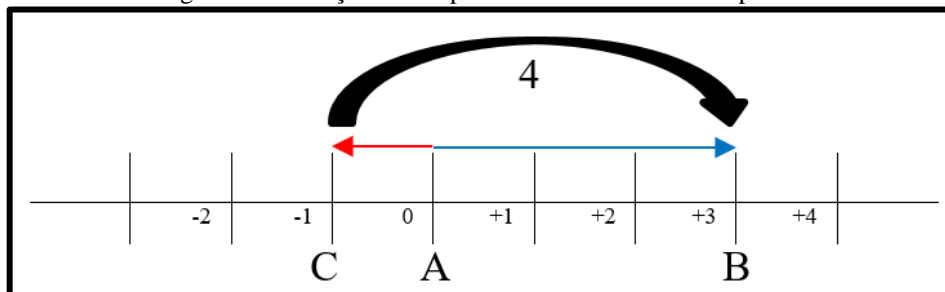
Em Bom Jardim da Serra a temperatura variou 7° C.

Calculando a variação de temperatura em São Joaquim.

a) Resolução por meio da reta numérica.

Como em São Joaquim a temperatura mínima é negativa e a máxima positiva, os deslocamentos serão realizados em sentidos opostos, como indicado na figura 10.

Figura 10: Variação de temperatura de dois números opostos



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Reforçamos que o resultado é positivo porque a diferença é calculada a partir do valor menor (-1) para o maior (3). A seta que representa esta operação está apontada para a direita, sentido positivo.

Neste caso é possível reforçar que o deslocamento representa a parte positiva junto com a negativa e por isso as temperaturas, nesta subtração, são somadas.

b) Resolvendo aritmeticamente, temos:

$$(+3) - (-1) = 4 = 3 + 1$$

Em São Joaquim a variação da temperatura foi de 4° C.

Situação 2:

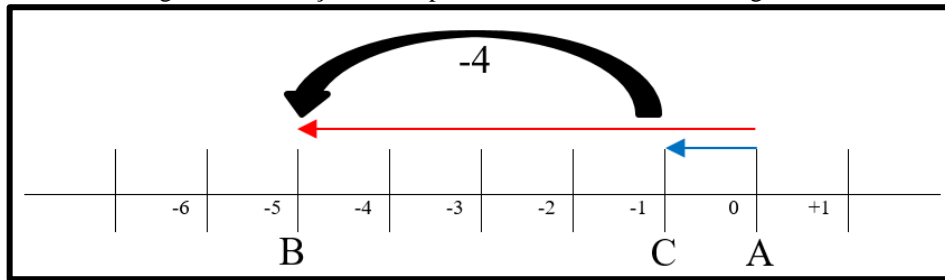
Para mostrar que na subtração de números com sinais opostos, assim como na adição, o resultado pode ser tanto positivo quanto negativo, dependendo dos valores que estão sendo operados, vamos resolver mais um problema sobre variação de temperatura, neste caso utilizando dados fictícios.

Em um dia do inverno de 2016 os termômetros da cidade de São Joaquim marcavam a temperatura de -1° C às 7h da manhã. Ao meio dia chegou na cidade uma massa polar de forma que a temperatura foi para -5° C às 15h. Calcule quanto a temperatura na cidade caiu das 7h às 15h.

a) Resolução por meio da reta numérica.

Novamente as duas temperaturas são negativas e por isso os deslocamentos são realizados para esquerda. Neste caso a seta que representa a operação deve estar voltada para à esquerda, pois quando se deseja saber quanto caiu a temperatura das 7h até as 15h, temos que montar a operação subtraindo a temperatura da manhã (-1° C) da temperatura que havia a tarde (-5° C). O resultado é negativo informando que a temperatura diminuiu como mostra a figura 11.

Figura 11: Variação de temperatura com dois números negativos



Fonte: Elaborado pelas autoras.

b) Resolvendo aritmeticamente, temos:

$$(-5) - (-1) = -4 = (-5) + 1$$

Como resposta pode-se escrever que em São Joaquim, neste dia, a temperatura diminuiu 4°C .

Neste caso não se utiliza o negativo na frente do número por causa da palavra “diminuiu”.

Assim como na adição, é importante fazer mais alguns exemplos para que os alunos entendam que na subtração segue-se a mesma regra dos sinais que se usa na adição.

2.6 ATIVIDADE 6: MULTIPLICAÇÃO

Objetivo: Explorar as quatro possibilidades de multiplicação de números inteiros.

Material Necessário: Nesta aula não será utilizado nenhum material extra.

Caro professor!

Esta atividade iniciará explorando duas situações problema envolvendo questões monetárias. Elas abordarão a multiplicação de dois números inteiros positivos (primeira situação problema) e de um número inteiro positivo por um inteiro negativo (segunda situação problema), apresentando assim, para os alunos, qual será o sinal do resultado da operação nestas duas situações.

As duas outras situações, multiplicação de um número inteiro negativo por um positivo e de dois números inteiros negativos, sempre geram muitas dúvidas, pois não há exemplos do cotidiano que possam ser utilizados. Neste material serão desenvolvidas atividades buscando explicar como fica o sinal do resultado e o porquê, dentro da própria matemática. Desta forma, estas duas outras possibilidades de multiplicação serão exploradas por meio do uso da reta numérica. Esta ideia foi adaptada da apresentada em: GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI Jr, J. R. **Matemática:** pensar & descobrir – 6ª série. São Paulo: FTD, 2005, p. 46-47.

Quando não se encontram exemplos que envolvem a realidade para representar objetos matemáticos é importante explicar utilizando “questões internas da própria Matemática” (PCN, 1998, p. 23), buscando levar os alunos a entender o processo envolvido neste contexto.

Situação 1:

Camila, Vanessa e Priscila são colegas. Cada uma ganhou R\$ 7,00 para comprar o lanche no passeio até o Parque Central da cidade. Resolveram juntar os valores recebidos para facilitar na hora do pagamento do lanche. Quanto as três colegas possuem juntas?

Este problema explora a ideia de juntar o valor que as três meninas possuem, ou seja, envolve três valores positivos. É possível explorá-lo de três formas: por meio da soma de parcelas iguais; através da multiplicação e utilizando a reta numérica. Como os alunos o associarão aos Números Naturais, provavelmente não utilizarão o sinal de positivo para

representar os valores. Apresentamos sempre as resoluções fazendo uso das duas formas de representação (com e sem sinal), buscando levar os alunos a verificarem que elas são equivalentes.

(a) Utilizando a adição de parcelas iguais vamos juntar os valores que Camila, Vanessa e Priscila possuem obtendo:

$$7 + 7 + 7 = (+7) + (+7) + (+7) = 21$$

(b) Resolvendo por meio da multiplicação deve-se levar os alunos a associarem que, somar três vezes um mesmo valor é o mesmo que multiplicá-lo por três. Desta forma tomando...

$3 = (+3) \rightarrow$ número de pessoas que juntaram dinheiro.

$7 = (+7) \rightarrow$ quantidade de reais por pessoa.

... temos:

(número de pessoas que juntaram dinheiro) . (quantidade de reais por pessoa) = (total de dinheiro)

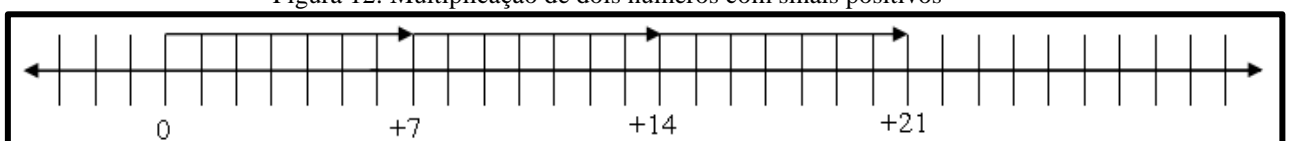
$$3 \cdot 7 = (+3) \cdot (+7) = +21$$

(c) Este cálculo também pode ser mostrado na reta numérica. Esta forma de representação irá facilitar o entendimento das outras multiplicações.

Quando se faz uso da reta numérica, nesta operação, o primeiro valor do produto indica a quantidade de deslocamentos que devem ser feitos, enquanto o segundo representa de quantas unidades será o deslocamento e o sentido da mesma. Lembre-se que, se o segundo número for positivo o deslocamento deve ser feito para a direita (direção onde aumenta os valores positivos) e se for negativo, para a esquerda.

A operação é “ $(+3) \cdot (+7) = 3 \cdot 7$ ” significa que devem ser feitos, três deslocamentos de 7 unidades para a direita, conforme a figura 12.

Figura 12: Multiplicação de dois números com sinais positivos



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Importante reforçar para os alunos que estas três formas de resolução têm que apresentar a mesma resposta, pois estão resolvendo a mesma operação, e mostrando que **o produto de dois números positivos é positivo**. Neste problema o resultado apresentou que as três meninas juntas tinham 21 reais.

Situação 2:

Andrei, Luiz, Thiago e Matheus são colegas. Na festa da escola, Andrei pediu emprestado R\$ 2,00 para cada colega com o objetivo de comprar um achocolatado. Na semana seguinte Andrei recebeu R\$ 10,00 e foi pagar os seus colegas, mas ficou em dúvida se tinha o valor suficiente. Vamos calcular a dívida de Andrei e ajudá-lo a verificar se tem dinheiro suficiente?

Ao iniciar a conversa com os alunos, após eles apresentarem as suas resoluções (é importante deixá-los tentar resolver individualmente primeiro para observar se eles utilizam números negativos), deve-se reforçar que este problema se diferencia do anterior pelo fato de que no primeiro multiplicou-se valores que as três meninas tinham e, por isso, trabalhou-se com valores positivos, neste trabalha-se com uma dívida, ou seja, deseja-se saber o valor que Andrei terá que pagar, o que em matemática é representado por valores negativos. Ou seja, escreve-se o valor que Andrei deve como (-2). Com esta explicação inicial retoma-se as três formas de resolução:

(a) Somando os valores que Andrei deve para Luiz, Thiago e Matheus:

$$(-2) + (-2) + (-2) = -6$$

Importante reforçar que o resultado continua negativo porque ele representa a dívida total de Andrei e pelo fato de que, como já foi visto, a soma de números negativos é negativa.

(b) Resolvendo por meio de produto tem-se que:

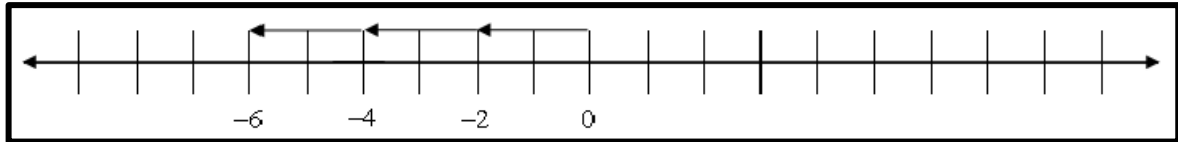
3 = (+3) → quantidade de pessoas que ele deve (este valor é positivo, pois significa o número de pessoas).

(-2) → quantidade de reais por pessoa que ele deve (este valor é negativo, pois significa dívida).

$$(+3) \cdot (-2) = -6$$

(c) A reta numérica faz com que os alunos possam verificar se acertaram ou não o resultado. Neste problema devem ser feitos três (+3) deslocamentos de duas unidades para a esquerda (-2), como mostra a figura 13.

Figura 13: Multiplicação de dois números com sinais opostos



Fonte: Elaborado pelas autoras.

As três representações mostram que o resultado é seis negativo (-6), mostrando que a dívida de Andrei é de R\$ 6,00 e, como ele possui R\$ 10,00, possui dinheiro suficiente para pagá-la. **Elas também mostram que o produto de um número positivo para um negativo é um número negativo.**

Situação 3:

Já se trabalhou a multiplicação de dois números positivos e de um número positivo por um negativo. A multiplicação de um número negativo por um positivo e de dois negativos serão exploradas a partir destas.

Observe o quadro 7 com a parte positiva da reta numérica:

Quadro 7: Multiplicação de números com sinais positivos

	0	(+1)	(+2)	(+3)	(+4)
x	(+2)	(+2)	(+2)	(+2)	(+2)
=					

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Faça as multiplicações e coloque os resultados na última linha como mostra a figura 14. Observe o que acontece com o resultado quando o valor multiplicado por (+2) diminui:

Figura 14: Resultados da multiplicação dos números com sinais positivos

X	0	(+1)	(+2)	(+3)	(+4)
	(+2)	(+2)	(+2)	(+2)	(+2)
=	0	+2	+4	+6	+8

O produto diminui duas unidades.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

E se esta reta fosse completada com os valores negativos? (Quadro 8).

Quadro 8: Sequência de números com sinais negativos

x	(-4)	(-3)	(-2)	(-1)	0	(+1)	(+2)	(+3)	(+4)
	(+2)	(+2)	(+2)	(+2)	(+2)	(+2)	(+2)	(+2)	(+2)
=					0	+2	+4	+6	+8

Fonte: Elaborado pelas autoras.

É possível calcular os produtos dos números negativos por dois positivos seguindo a mesma regra, ou seja, reduzindo duas unidades do resultado da operação à direita como mostra a figura 15.

Figura 15: Resultados da multiplicação dos números com sinais negativos

x	(-4)	(-3)	(-2)	(-1)	0	(+1)	(+2)	(+3)	(+4)
	(+2)	(+2)	(+2)	(+2)	(+2)	(+2)	(+2)	(+2)	(+2)
=	-8	-6	-4	-2	0	+2	+4	+6	+8

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Os resultados obtidos nesta tabela confirmam o que foi visto nos problemas das situações 1 e 2.

$$(+1) \cdot (+2) = +2$$

$$(+2) \cdot (+2) = +4$$

$$(+3) \cdot (+2) = +6$$

$$(+4) \cdot (+2) = +8$$

O produto de dois números positivos é positivo.

$$(-1) \cdot (+2) = -2$$

$$(-2) \cdot (+2) = -4$$

$$(-3) \cdot (+2) = -6$$

$$(-4) \cdot (+2) = -8$$

O produto de um número negativo por um positivo ou de um número positivo por um negativo é negativo.

Situação 4:

E o que acontece se o número que está sendo multiplicado for negativo? (Quadro 9).

Quadro 9: Multiplicação de números positivos por um número negativo

x	0	(+1)	(+2)	(+3)	(+4)
	(-5)	(-5)	(-5)	(-5)	(-5)
=					

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Começando com a parte positiva da reta numérica, preencha-a com os produtos resultantes da multiplicação destes números por (-5) e analise o que acontece com o resultado quando o valor multiplicado diminui, de acordo com a figura 16.

Figura 16: Resultados da multiplicação de números positivos por um número negativo

x	0	(+1)	(+2)	(+3)	(+4)
	(-5)	(-5)	(-5)	(-5)	(-5)
=	0	-5	-10	-15	-20

O produto aumenta cinco unidades.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

De acordo com o quadro 10, completando esta reta com os valores negativos...

Quadro 10: Sequencia da multiplicação de núm. pos. e neg. por um número negativo

x	(-4)	(-3)	(-2)	(-1)	0	(+1)	(+2)	(+3)	(+4)
	(-5)	(-5)	(-5)	(-5)	(-5)	(-5)	(-5)	(-5)	(-5)
=					0	-5	-10	-15	-20

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Seguindo a regra observada podemos preencher a parte que falta como mostra a figura 17.

Figura 17: Resultados da multiplicação de núm. pos. e neg. por um número negativo

x	(-4)	(-3)	(-2)	(-1)	0	(+1)	(+2)	(+3)	(+4)
	(-5)	(-5)	(-5)	(-5)	(-5)	(-5)	(-5)	(-5)	(-5)
=	+20	+15	+10	+5	0	-5	-10	-15	-20

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Observando as multiplicações dos números negativos por (-5) é possível notar que em todas o resultado foi positivo, ou seja,

$$\left. \begin{array}{l} (-1) \cdot (-5) = +5 \\ (-2) \cdot (-5) = +10 \\ (-3) \cdot (-5) = +15 \\ (-4) \cdot (-5) = +20 \end{array} \right\} \text{O produto de dois números negativos é um número positivo.}$$

Você também pode explorar esta situação dividindo os alunos em grupos e solicitando que cada grupo resolva uma multiplicação diferente. No final os grupos socializam a sua resolução mostrando que esta relação vale para qualquer multiplicação.

2.7 ATIVIDADE 7: DIVISÃO

Objetivo: Explorar as quatro possibilidades de divisão de números inteiros.

Material Necessário: Nesta aula não será utilizado nenhum material extra.

Caro professor!

Para mostrar aos alunos que as mesmas relações que envolvem a multiplicação de Números Inteiros valem também para a divisão, é possível trabalhar com situações problema (explorando a divisão de dois números positivos e de um número negativo por um positivo) e nas outras explorar a ideia da divisão como operação inversa da multiplicação.

Começando com as situações problema...

Situação 1:

Senhor João tem R\$ 100,00 para dividir igualmente entre seus quatro filhos, quanto ganhará cada um?

É possível observar, nesta situação problema, que os valores explorados são positivos, pois significam o valor que Seu João possui e o número de pessoas que ganharão uma parte deste dinheiro.

Desta forma a operação de divisão de Números Inteiros é igual a divisão de Números Naturais, tendo um resultado positivo que significa a quantia que cada um ganhará:

$$(+100) : (+4) = +25$$

Acredita-se que os alunos não terão dificuldades neste problema visto que explora apenas números positivos, o que eles já estão trabalhando desde os anos iniciais.

Importante reforçar que neste problema resolve-se a *divisão de dois números positivos* tendo como *resultado um valor positivo*. Isto é importante para que os alunos comecem a associar as regras dos sinais da divisão com as da multiplicação e para fazer uma ligação com as próximas situações apresentadas.

Situação 2:

Seu Joaquim é um senhor idoso e possui uma casa financiada. Este mês ele foi ao banco e verificou que ainda falta pagar 40 mil reais para acabar seu financiamento.

Sabendo disso, seus quatro filhos decidiram pegar a economia que cada um tinha pagando a casa para seu pai. Eles decidiram dividir a dívida em partes iguais e desejam saber quanto cada um terá que pagar. Vamos ajudá-los?

Para resolver este problema é necessário inicialmente lembra que os quarenta mil reais representam uma dívida e, por isso, devem ser representados com um número negativo, (-40 000). Como desejamos dividir este valor pelo número de filhos que é (+4), temos:

$$(-40\ 000) : (+4) =$$

Como estamos dividindo uma dívida por um determinado número de pessoas, o resultado deve representar a parte da dívida que cada um deverá pagar. Desta forma o resultado também deve ser negativo. Assim:

$$(-40\ 000) : (+4) = -10\ 000$$

Vimos então que, neste problema a divisão de um número negativo por um positivo resultou em um valor negativo. Desta forma, este exemplo seguiu a mesma regra utilizada na multiplicação.

Situação 3:

Novamente chegam as situações onde não se consegue exemplos práticos para que os alunos entendam as regras da operação. Neste caso ou se trabalha com analogias associando os sinais a cores, por exemplo, ou procura-se explicar utilizando os processos matemáticos. Neste material optou-se pela segunda forma e a explicação será dada explorando a ideia de divisão como operação inversa da multiplicação.

Para que os alunos entendam o trabalho a ser desenvolvido sugere-se que antes se tenha trabalhado bastante com a operação de multiplicação para que eles já possuam o entendimento das relações entre os sinais.

Uma dinâmica interessante é explorar esta situação no grande grupo e, como desafio deixar a Situação 4 para eles tentarem resolver sozinhos ou em pequenos grupos.

Observe a divisão a seguir:

$$(+42) : (-6) =$$

Ignorando os sinais sabe-se que quarenta e dois dividido por seis é igual a sete. A pergunta é: qual o sinal do resultado?

$$(+42) : (-6) = ?7$$

Utilizando a operação inversa tem-se que:

$$(?7) \cdot (-6) = +42$$

Neste caso a pergunta muda. Como se sabe que um dos fatores é negativo e o produto positivo deseja-se saber se o outro fator será positivo ou negativo. Assim, para que o produto seja positivo temos que multiplicar um número positivo por um negativo ou dois números negativos?

Se os alunos já entenderam bem as relações entre sinais na operação de multiplicação eles saberão que o outro fator deve ser negativo. Tem-se então que:

$$(-7) \cdot (-6) = +42$$

E, conseqüentemente,

$$(+42) : (-6) = -7$$

Ou seja, *a divisão de um número positivo por um negativo resulta em um número negativo.*

Situação 4:

Para se explorar a divisão de dois números negativos procede-se da mesma forma. Buscando saber qual o resultado da divisão:

$$(-32) : (-4) =$$

Como se sabe que o valor numérico é oito, a dúvida é: Qual é o sinal deste algarismo?

$$(-32) : (-4) = ?8$$

Utilizando a operação inversa temos que:

$$(?8) \cdot (-4) = -32$$

Neste caso, em uma multiplicação, quando um dos fatores é negativo e o produto também: O outro fator será positivo ou negativo?

$$(+8) \cdot (-4) = -32$$

Podemos então dizer que:

$$(-32) : (-4) = +8$$

E dizer, ainda, que o *resultado da divisão de dois números negativos é positivo*.

É importante explorar mais algumas situações para que os alunos verifiquem que as relações entre os sinais na divisão seguem as mesmas regras aplicadas na multiplicação.

3 FINALIZANDO...

Este caderno apresenta apenas algumas sugestões de atividades a serem exploradas para introduzir o conceito e as operações básicas com Números Inteiros. A ideia é motivar você, professor, a trabalhar com situações problema, levando o aluno a relacionar o conteúdo que está estudando com questões que ele costuma trabalhar ou pelo menos ouvir, no seu dia dia. Sugere-se buscar problemas que envolvam outras aplicações dos Números Inteiros para que os alunos possam reforçar e entender melhor os conceitos explorados.

Espera-se que este material lhe auxilie e que tenha despertado em você o gosto por este tipo de trabalho que se entende ser muito produtivo quando a preocupação e o objetivo é a aprendizagem dos alunos.

Agora é com você... Bom trabalho!

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R.. Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. Boletim GEPEM, v. 55, p. 133-154, 2009

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática**. Brasília, D. F: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, D.F.: 2016 Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/pnld>>. Acesso em: 22 jul. 16.

GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI Jr, J. R. **Matemática: pensar & descobrir – 6ª série**. São Paulo: FTD, 2005, p. 46-47.

GONÇALVES, K. R.; BITTAR, M. **As Operações de Adição e Subtração dos Números Inteiros em Livros Didáticos do 7º ano do Ensino Fundamental**. In: Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática (SESEMAT). Anais. Campo Grande, MS: Ed. UFMS, 2015. p. 164.

KLIEMANN, G. L. **Potencialidades e limitações de material didático para explorar resolução de problemas matemáticos**. 2015. 142 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Exatas, Centro Universitário Univates, Lajeado, 2015.

PONTES, M. de O. **Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade: a polêmica multiplicação de números inteiros**. 2010, 157f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Norte/UFRN, Natal, 2010.

RAUL NETO, F. **Sobre a oposição entre grandezas positivas e negativas (1817) de Wilhelm August Förstemann (1791-1836)**. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA (SNHM), 1., 1995, Recife. *Anais...* Recife: UFRPE, 2011. v. 1, p. 175-187.

SOUZA, F. C. de. **Números Inteiros e suas operações**: uma proposta de estudo para alunos do 6º ano com o auxílio de tecnologia. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2015.

SOUZA, J. de; PATARO, P.R.M. **Vontade de saber matemática**, 7º ano. 2. ed. São Paulo: FTD, 2012.