



UNIVERSIDADE REGIONAL DE BLUMENAU
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL
EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA



Autores: Manuela de Aviz Schulz
Viviane Clotilde da Silva

BLUMENAU
2017

APRESENTAÇÃO

Caro Professor!

Este material faz parte da dissertação “Números Racionais e suas Representações com Base no Ensino Híbrido”, que tem como objetivo geral “Analisar as contribuições da metodologia do Ensino Híbrido para a aprendizagem dos Números Racionais, com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval”.

Para compreender melhor o ensino dos Números Racionais na sala de aula atualmente, foram analisados os Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática de 1^a a 4^a séries (BRASIL, 1997), e de 5^a a 8^a séries (BRASIL, 1998), hoje denominados, respectivamente, Anos Iniciais do Ensino Fundamental (compreendendo do 1^o ao 5^o ano) e Anos Finais do Ensino Fundamental (do 6^o ao 9^o ano). Esta opção foi realizada, uma vez que o ensino deste conteúdo, segundo estes documentos, deve ser iniciado nos Anos Iniciais e aprofundado os estudos nos Anos Finais. Como também foi analisada a segunda versão preliminar (abril/2016) da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Para completar, avaliaram-se três coleções de livros didáticos utilizadas nos Anos Iniciais e três utilizadas nos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprovadas pelo Ministério da Educação, com o principal objetivo de analisar se as orientações dos documentos do Governo Federal estão sendo cumpridas.

Diante desses estudos, caro professor, recomenda-se que seja feita a leitura desses documentos, ou a dissertação desse caderno de estudo, onde estão descritas importantes informações sobre o estudo dos Números Racionais.

Neste caderno de estudo, apresenta-se em quatro encontros, atividades que abordam os conceitos básicos dos Números Racionais e suas diferentes representações: fração, decimal e percentual, que podem ser explorados tanto com alunos do 6^o, 7^o, 8^o e 9^o Anos do Ensino Fundamental Anos Finais.

Deseja-se a todos uma ótima leitura e que esse caderno de estudo possa contribuir para as suas futuras práticas pedagógicas.

Manuela de Aviz Schulz

Viviane Clotilde da Silva

SUMÁRIO

1. SEMIÓTICA	4
2. ENSINO HÍBRIDO	7
3. ENCONTROS	10
3.1 ENCONTRO 1 – Números Racionais	10
3.2 ENCONTRO 2 – Fração	16
3.3 ENCONTRO 3 – Números Decimais	22
3.4 ENCONTRO 4 – Porcentagem	29
REFERÊNCIAS	38
APÊNDICE A – PROVA INDIVIDUAL DIAGNÓSTICA	39
APÊNDICE B – APRESENTAÇÃO POWER POINT – AULA 1	40
APÊNDICE C – PEÇAS DO JOGO DE COMBINAÇÕES	43
APÊNDICE D – PROVA FINAL	46
ANEXO 1 – JOGO DOMINÓ DE RACIONAIS	47

1. SEMIÓTICA

Semiótica é uma palavra de origem grega, *semeion*, que significa “signo” e é considerada a “ciência geral de todas as linguagens” (SANTAELLA, 1990, p. 7).

Atualmente, na área específica da Matemática, o filósofo e psicólogo francês Raymond Duval¹ se destaca com as suas pesquisas e publicações sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Duval (2003) defende o uso de diversas representações de um mesmo objeto e diz que o aluno, para compreender a matemática, precisa encontrar diferentes formas de raciocínio e argumentação.

Segundo Souza e Moretti, (2015) isso se faz necessário porque a Matemática é uma ciência cujos objetos não estão diretamente acessíveis à percepção humana, sendo chamados de ideais, pois apenas pode ser imaginado, daí a “extrema necessidade de construir representações para poder trabalhar com eles” (p. 70). Isto significa que, pelo fato de não serem reais, para entendê-los é essencial o uso de diferentes representações, assim como a não confusão entre estas e os objetos de estudo, para as pessoas entenderem esta ciência. “As diferentes linguagens, dadas pelos signos, permitem extrapolar, superar o empírico, dialogar entre elas e formar novas combinações, que permitem dar sentido aos objetos ideais” (SOUZA e MORETTI, 2015, p. 74). Ou seja, para aprender matemática é preciso entender e saber trabalhar com seus signos.

Segundo Duval (2009) os vários registros de representação semiótica podem ser separados em quatro categorias, conforme apresentado no quadro 1.

Quadro 1 - Classificação dos diferentes registros no conhecimento matemático

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural. Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: *argumentação a partir de observações, de crenças...; * dedução válida a partir de definição ou de teoremas;	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). * apreensão operatória e não somente perceptiva; * construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: * algébricas; * numéricas (binária, decimal, fracionária...); *simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos. * mudanças de sistema de coordenadas; * interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval (2003, p. 14).

¹Raymond Duval, filósofo e psicólogo, nasceu em 1937. Atuou ativamente na área da Psicologia Cognitiva no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (Irem) de Estrasburgo, na França, período de 1970 a 1995. Atualmente é professor emérito na Universidade du Littoral Côte d’Opale da França.

O quadro 1 mostra que o autor diferencia os registros em multifuncionais e monofuncionais e, segundo ele, “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação” (DUVAL, 2003, p. 14). Ou seja, com essa diversidade de registros semióticos existentes, para que ocorra a compreensão em matemática o aluno precisa fazer essa mobilização e, mais importante que fazer a troca de representação, é como coordenar.

Em relação a apreensão de um objeto, segundo Duval (2009), ela ocorre por meio de dois processos essenciais denominados: *noésis* e *semiósisis*, sendo que não ocorre *noésis* sem *semiósisis*. Ou seja, a apreensão conceitual (*noésis*) do objeto matemático somente será possível quando ocorrer a coordenação, por diversos registros de representação, (*semiósisis*) de um mesmo objeto.

Portanto, a representação de um objeto é essencial para a apreensão do conceito matemático e deve ocorrer através das mais variadas formas possíveis. Existem três atividades cognitivas essenciais para que a semiótica seja considerada um registro de representação ligada à *semiósisis*: a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão (DUVAL, 2009).

- ✓ A formação de uma representação identificável é dada através de uma língua natural, reconhecida pela sociedade como: a escrita de um texto, a escrita de uma fórmula, o desenho de uma figura geométrica, etc.
- ✓ Os tratamentos são as transformações de representações que mantêm um mesmo registro. Ou seja, são resoluções matemáticas que não mudam a partir do seu registro inicial e, segundo Duval, é a transformação mais utilizada pelos professores nas escolas. Como exemplo pode citar a simplificação de uma fração.
- ✓ As conversões são as transformações de representações que mudam o registro inicial, porém mantêm o mesmo objeto de estudo. Esta transformação é completamente diferente do tratamento, pois o aluno até pode saber fazer uma adição e simplificação de fração, por exemplo, mas pode não saber relacionar essa fração com outra representação, seja ela decimal ou geométrica.

Nessa perspectiva, por se acreditar que para ocorrer aprendizagem é necessário criar condições aos alunos de circular entre os diferentes registros de representações semióticas, as atividades deste caderno foram elaboradas com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Para o seu desenvolvimento na sala de aula optou-se pela metodologia do Ensino Híbrido, que vem ao encontro da teoria utilizada, pois, oportuniza aos

alunos e professores, o acesso a diferentes formas de ensinar e aprender, possibilitando o uso de diferentes representações de um mesmo objeto.

2. ENSINO HÍBRIDO

É uma metodologia que está sendo desenvolvida em algumas salas de aula, mesclando a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação - TIC com outras metodologias de ensino. Segundo Horn e Staker (2015) ela busca tornar os alunos mais autônomos e responsáveis pelos seus estudos, e para isso procura juntar o que o ensino físico tem de melhor com o ensino *on-line*.

O Ensino Híbrido pode ser desenvolvido de quatro formas diferentes: rotação; flex; a la carte ou virtual enriquecido. (HORN; STAKER, 2015); (BACICH; TANZI NETO; TREVISANI, 2015). Neste momento será apresentado apenas o **modelo rotação**², na forma de rotação por estações, que foi a forma escolhida para desenvolver as atividades deste caderno.

O **modelo rotação** é um espaço de aprendizagem organizado por estações contendo propostas diferentes de aprendizagem de um mesmo conteúdo e onde, pelo menos uma estação deve ser *on-line*. É possível trabalhar qualquer disciplina ou conteúdo e as estações podem seguir uma ordem fixa ou aleatória, de acordo com o professor e seu planejamento. É muito importante que haja um controle rígido de tempo, de forma que todos os alunos possam desenvolver o trabalho em todas as estações. O modelo rotação apresenta quatro propostas diferentes: a Rotação por Estações, o Laboratório Rotacional, a Sala de Aula Invertida e a Rotação Individual.

Na **Rotação por Estações**, a turma é organizada em grupos e cada equipe realiza uma atividade proposta pelo professor em um tempo pré-determinado. Cabe ressaltar que a estação com a atividade *on-line* deve estar na mesma sala com as demais estações, ou seja, todos os alunos devem permanecer no mesmo ambiente de aprendizado. Esta proposta oportuniza um ensino enriquecedor, pois, a rotação por estações viabiliza o uso de diversos recursos, como vídeos, leituras, trabalhos individuais e colaborativos, pesquisas, exercícios, entre outros, de forma que o aluno tenha maior possibilidade de aprendizagem.

Para trabalhar com a metodologia do Ensino Híbrido, o professor além de saber manipular as tecnologias digitais, precisa identificar o problema na aprendizagem e desenvolver, por meio de formas diferenciadas, possibilidades individualizadas e personalizadas de ensino, pois as dificuldades que um aluno apresenta pode não ser as mesmas de outro aluno, é neste processo que o Ensino Híbrido se consolida.

² Os demais modelos estão descritos na dissertação a qual este caderno está relacionado.

Personalizar não é traçar um plano de aprendizado para cada aluno, mas utilizar todas as ferramentas disponíveis para garantir que os estudantes tenham aprendido. Se um aluno aprende com um vídeo, outro pode aprender mais com uma leitura, e um terceiro com a resolução de um problema – e, de forma mais completa, com todos esses recursos combinados. (LIMA e MOURA, 2015, p. 98).

O Ensino Híbrido segue em linha oposta à ideia de que todos os alunos devem aprender da mesma forma, sempre caminhando juntos. Segundo esta proposta, todos os alunos têm o direito de aprender, porém, cada aluno do seu jeito, no seu ritmo. Esse é o grande diferencial desta metodologia, de personalizar as aulas, misturando o uso das TIC com outros métodos de ensino. De acordo com Santos (2015), existem cinco passos fundamentais para a sua inserção, que é importante que sejam seguidos:

Primeiro Passo:

O professor deve iniciar seu trabalho com uma avaliação diagnóstica com o objetivo de verificar as dificuldades e as potencialidades de seus alunos.

Esta avaliação pode ser realizada por meio de uma prova ou outra atividade onde o professor consiga diagnosticar o que os alunos já sabem e quais suas dúvidas em relação ao conteúdo a ser explorado. A seguir apresenta-se três possibilidades de atividades diagnósticas.

1. Mapa Conceitual

Esta atividade tem como objetivo, resgatar os conhecimentos já adquiridos, referente ao estudo dos Números Racionais, utilizando o Mapa Conceitual. Inicialmente o professor pode apresentar modelo de mapa conceitual para os alunos, mostrando como este instrumento de estudo pode ser utilizado na disciplina de Matemática. O professor entrega uma folha e solicita que, individualmente, elabore o seu mapa, escrevendo o que lembra sobre o estudo dos Números Racionais. Os alunos podem fazer o mapa manualmente ou por meio de uma ferramenta *on-line* desenvolvido especificamente para este fim como Mindomo.

2. Prova Individual

No Apêndice A há um modelo de prova que foi elaborada com o objetivo de verificar se os alunos reconhecem as representações dos Números Racionais e conseguem transitar entre as suas diferentes representações: fração, decimal e percentual.

3. Jogo

Para esta atividade foi escolhido um jogo que tem como objetivo levar o aluno a comparar as diversas representações dos Números Racionais, relacionando as que representam o mesmo valor numérico. Apresenta-se, no anexo 1 as etapas de construção, modelos das peças e regras do jogo “Dominó dos Racionais”³. Neste jogo o aluno deve encontrar e identificar os pares de diferentes representações de um mesmo número racional e uni-las, formando um dominó, vence quem ficar com as mãos vazias ou com o menor número de peças.

**Segundo Passo:**

O resultado do diagnóstico deve fornecer ao professor as informações necessárias para elaborar as atividades de acordo com as necessidades dos alunos e o conteúdo a ser trabalhado. Estas atividades podem servir como introdução de conteúdo, aprofundamento ou revisão. É importante que dentre as atividades desenvolvidas, pelo menos uma utilize tecnologia. Para a realização das atividades em todas as estações é importante deixar disponível o acesso as explicações, por meio de vídeos ou a apresentações disponibilizados antecipadamente. Ou seja, os alunos podem utilizar seus celulares para fazer a consulta quando e quantas vezes achar necessário, durante a aula.

Na sequência apresenta-se, como sugestão, o desenvolvimento de quatro encontros com o objetivo geral de explorar as diferentes representações dos Números Racionais, podendo ser aplicado para alunos do 6º, 7º, 8º e 9º ano do Ensino Fundamental Anos Finais. Para realização dos encontros a turma deve ser dividida em grupos de 4 ou 3 alunos. Em algumas estações, apesar de estarem em grupos, os alunos realizarão atividades individualmente, em outras em duplas ou todos juntos.

³Dominó de Racionais, retirado do livro SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; MILANI, Estela. Jogos de matemática do 6º ao 9º ano. **Cadernos do Mathema**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

3 ENCONTROS

3.1 ENCONTRO 1 – NÚMEROS RACIONAIS (90 minutos)

Objetivo do encontro: Identificar quais números pertencem ao conjunto dos Números Racionais.

Sugestões:

- Assistir, no início da aula ao vídeo ⁴ de 5 min, referente a definição dos Números Racionais e a uma apresentação de 10 minutos no *PowerPoint*⁵ referente aos números que pertencem ao conjunto dos Números Racionais e a reta numérica, elaborada pelas pesquisadoras.
- Para facilitar a comunicação fora do horário de aula, pode ser criado um grupo fechado em uma rede social ou outro meio de comunicação, onde todos os alunos possam ser inseridos e que todos tenham acesso. Neste grupo podem ser postados, com antecedência, os conteúdos que serão estudados em sala de aula.

ESTAÇÃO 1 – Individual (15 min)

Objetivo da estação: Identificar o Número Racional e a forma como estava representado (fracionária, decimal, porcentagem ou inteiro).

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, nessa atividade, pode-se reconhecer um registro monofuncional (quando o número está escrito na forma numérica), realizar a conversão entre dois registros monofuncionais ou, ainda, fazer a conversão do registro multifuncional (língua natural) para o registro monofuncional (numérica).

⁴O vídeo completo está disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Q9CRBy0KnOo>. Este vídeo foi editado pelas pesquisadoras, sendo utilizada somente a parte sobre os números que pertencem ao Conjunto dos Números Racionais e a definição deste conjunto numérico. Acesso em: 21 jun. 2016.

⁵ Apresentação encontra-se em apêndice B.

Nesta estação, disponibilizar algumas folhas com um texto onde apareçam várias representações dos Números Racionais, sugere-se o texto “Refugiados Sírios são 4,8 mi em países vizinhos e 900 mil na Europa, diz ONU”, apresentado a seguir.

Texto retirado da internet⁶ foi escolhido por ser um tema relevante no ano de 2016, devido ao grande número de refugiados Sírios fugindo da guerra, e por apresentar várias representações de Números Racionais para os alunos analisarem.

Atividade 1: Leitura do texto individual

Figura 1 – Texto para leitura individual

Refugiados sírios são 4,8 mi em países vizinhos e 900 mil na Europa, diz ONU



Imagem de arquivo mostra refugiados sírios chegando a ilha de Lesbos, na Grécia (Foto: Petros Giannakouis/AP)

Três em cada quatro sírios vivem na pobreza, diz Acnur. Guerra da Síria completará cinco anos nesta terça-feira. O número de sírios que buscaram refúgio em países vizinhos desde o início do conflito no país é de mais de 4,8 milhões, enquanto os que fugiram para a Europa chegam a quase 900 mil, segundo divulgado nesta segunda-feira (14) o Alto Comissariado da ONU para Refugiados (Acnur). Os dados foram divulgados por ocasião do aniversário da guerra civil na Síria, que completará cinco anos nesta terça-feira (15).

De acordo com o órgão, desde 2011 até o dia 3 de março deste ano, 4.815.868 sírios deixaram o país para pedir refúgio em países como Egito, Iraque, Jordânia, Líbano e Turquia. Além disso, entre abril de 2011 e dezembro de 2015, quase 900 mil sírios, mais precisamente 897.645, pediram asilo em 37 países da Europa. Os números mostram que, apesar da quantidade crescente de sírios se mudando para a Europa, ali eles são bem menos do que os registrados nas nações vizinhas da Síria. Os países europeus em que os sírios mais buscam refúgio são Sérvia, Alemanha, Suécia, Hungria, Áustria, Holanda e Dinamarca. Apenas em 2016 o Acnur contabilizou a chegada de 129.994 refugiados e imigrantes de diversas nacionalidades na Europa pelo mar, sendo que 41% deles eram sírios. O número foi 10 vezes maior do que os que atravessaram para o continente europeu no mesmo período de 2015. “Uma tragédia desta escala demanda uma solidariedade além dos recursos financeiros. Simplificando, precisamos de mais países para compartilhar o fardo, tomando uma parcela maior de refugiados desta que se tornou a maior crise de deslocamento de uma geração”, disse em nota Filippo Grandi, o Alto Comissário das Nações Unidas para Refugiados. O órgão da ONU também divulga números que retratam a devastação que o conflito sírio provocou no interior do país. Segundo o Acnur, 3 em cada 4 sírios vivem na pobreza, sendo que 1 em cada 3 não consegue satisfazer suas necessidades básicas de alimentação. Cerca de 8,7 milhões de pessoas precisam de assistência relacionada a alimentos, enquanto 2,4 milhões têm alto risco de insegurança alimentar. Em relação à saúde, 11 milhões de pessoas precisam de assistência médica, e 25 mil casos de traumas são registrados por mês. Segundo dados divulgados anteriormente, mais de 270 mil pessoas morreram na guerra da Síria.

Fonte: Acervo da pesquisa (2016).

⁶Disponível em: <http://g1.globo.com/mundo/noticia/2016/03/refugiados-sirios-sao-48-mi-em-paises-vizinhos-e-900-mil-na-europa-diz-onu.html> Acesso em 21 jun. 2016.

Após a leitura, sugere-se o desenvolvimento de uma atividade para os alunos resolverem, mostrando o que entenderam. Como sugestão apresenta-se a Atividade 2, relacionada ao texto indicado apresentado. Os alunos devem responder, individualmente, as questões a seguir.

Atividade 2: Classificar oito números no texto conforme suas representações.

- 1) De acordo com o texto, escreva 8 Números Racionais, sendo:
 - 2 Números Inteiros:
 - 2 Números Fracionários:
 - 2 Números Decimais:
 - 2 Porcentagens:

Observação: Ressalta-se que não há dois números na representação percentual no texto. Esta questão foi colocada para verificar se os alunos percebem esta falta e as possíveis respostas que eles podem apresentar.

- 2) Comente, em cinco linhas, o que mais lhe chamou atenção no texto “Refugiados sírios são 4,8 mi em países vizinhos e 900 mil na Europa, diz ONU”.

ESTAÇÃO 2 – dupla (15 min)

Objetivo da estação: Elaborar um mapa conceitual referente ao Conjunto dos Números Racionais.

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, nessa atividade, pode ocorrer a conversão por meio do registro multifuncional, como também da língua natural para o sistema de escrita numérica.

Para esta estação, pode ser disponibilizado o acesso a uma ferramenta *on-line*⁷ que elabore mapas conceituais gratuitamente. Esta atividade pode ser realizada em dupla para que os alunos possam discutir e, caso ocorra dúvida em relação ao programa, um ajudar o outro.

⁷Encontra-se disponível em: <https://www.mindomo.com/pt/dashboard/home> Acesso em: 21 jun. 2016.

ESTAÇÃO 3 – dupla (15min)

Objetivo da estação: Relacionar os números fracionários com as outras representações dos Números Racionais: número inteiro, decimal finito ou infinito periódico, através do quociente. De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, nessa atividade, ocorre conversão entre registros monofuncionais.

Os alunos, em dupla, recebem a atividade a seguir, impressa em uma folha A4, para ser resolvida no período estipulado.

Atividade:

- 1) Conforme o vídeo “**todo número racional pode ser escrito na forma de fração $\frac{a}{b}$ sendo a e b números inteiros e b diferente de zero ($b \neq 0$)**”. Sendo assim, toda fração é uma divisão, diante disso relacione os números fracionários com as suas respectivas representações: inteiro ou decimal finito ou decimal infinito periódico.

Atenção: qualquer cálculo faça na folha de monobloco e entregue junto com a atividade.

a) $-\frac{9}{4}$		(E) -0,5
b) $-\frac{10}{2}$		(D) 3
c) $\frac{4}{9}$		(A) -2,25
d) $\frac{12}{4}$		(F) 0,04444...
e) $-\frac{2}{4}$		(C) 0,44444...
f) $\frac{2}{45}$		(B) -5

- 2) Descreva, com suas próprias palavras, como vocês resolveram as letras: **a, d, f**.

ESTAÇÃO 4 – grupo (15min)

Objetivo da estação: Resolver um questionário com perguntas referentes à definição dos Números Racionais, símbolos, usos no cotidiano e os números que pertencem a esse conjunto, conforme o que foi visto no vídeo e na apresentação do *PowerPoint*.

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, nessa atividade, ocorre o registro multifuncional, a representação discursiva: associações verbais (conceituais) por meio da formação de uma representação identificável.

Este questionário pode ser disponibilizado impresso e, nesta estação, os alunos devem entrar em consenso, pois eles têm que entregar uma resposta por grupo.

Atividade:

- 1) De acordo com a apresentação do *PowerPoint* e o vídeo sobre o conjunto dos Números Racionais, descreva com as suas próprias palavras uma definição desse conjunto.
- 2) Explique com as suas palavras porque os números: 9; -10; -1,7; 9,888... e $\frac{7}{4}$, pertencem aos Números Racionais.
- 3) O grupo consegue identificar representações dos Números Racionais em nossas vidas? Registre três situações do seu cotidiano onde você utiliza ou ocorre a existência do conjunto dos Números Racionais.
- 4) O conjunto dos Números Racionais é representado por qual letra do nosso alfabeto?
(a) R (b) N (c) I (d) Q

ESTAÇÃO 5 – dupla (15min)

Objetivo da estação: Organizar os Números Racionais em uma reta numérica.

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, nessa atividade ocorrem duas situações: fazer a conversão da representação fracionária para a decimal e o registro desses números na reta numérica.

Cada dupla recebe um envelope contendo quatro números fracionários e quatro números decimais, juntamente com uma faixa de cartolina. Também é interessante disponibilizar outros materiais necessários para a confecção da reta numérica, tais como: canetas, régua, tesoura e cola. Para essa atividade a sugestão é confeccionar vários envelopes com números diferentes, conforme o quadro 2, para que as duplas não copiem a atividade uma da outra.

Quadro 2- Números fracionários e decimais de cada envelope

Envelopes	Números Fracionários	Números Decimais
1 e 7	$\frac{9}{5}, -\frac{16}{6}, \frac{18}{30}, -\frac{3}{8}$	-1,9; 2,06; 3,2; -3,80; 2,60
2	$-\frac{7}{4}, \frac{23}{8}, \frac{16}{20}, -\frac{42}{12}$	-2,45; 1,5; 3,75; -0,888...
3 e 10	$-\frac{9}{5}, \frac{16}{6}, -\frac{18}{30}, \frac{3}{8}$	-3,2; 1,9; 3,80 -2,06; -2,60
4 e 8	$\frac{7}{4}, -\frac{23}{8}, -\frac{16}{20}, \frac{42}{12}$	2,45; -1,5; -3,75; 0,888...; -1,75
5	$\frac{27}{36}, -\frac{5}{4}, \frac{7}{20}, -\frac{17}{8}$	-0,6; -3,9; 2,7; -2,04; -3,05
6	$-\frac{27}{36}, \frac{5}{4}, -\frac{7}{20}, \frac{17}{8}$	0,6; 3,9; -2,7; 2,04; 3,05

Fonte: Dados da pesquisa (2016).

3.2 ENCONTRO 2 – FRAÇÃO (90 minutos)

Objetivo do encontro: Explorar os conceitos básicos de frações.

Sugestões:

- Neste encontro os alunos se organizam em grupos e em seguida assistem ao vídeo 2⁸, sobre os conceitos básicos de fração. Após assistirem o vídeo cada grupo se dirige a uma estação.
- Disponibilizar na semana que antecede este encontro no grupo da rede social, o vídeo referente aos conceitos básicos da fração, para que os alunos possam ter acesso ao assunto antecipadamente.
- Importante no início da aula a turma inteira assistir o vídeo para depois tirar as possíveis dúvidas sobre o mesmo.

ESTAÇÃO 1 – Individual (16 min)

Objetivo da estação: Identificar as propriedades de uma fração.

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, nessa atividade ocorre o registro multifuncional, a representação discursiva: associações verbais (conceituais).

Disponibilizar nesta estação *notebooks* de acordo com o número de alunos nos grupos, para que cada aluno responda individualmente um questionário elaborado no *Google Docs*⁹. A seguir apresentam-se algumas perguntas relacionadas ao vídeo.

Atividade:

- 1) Conforme o vídeo apresentou, fazemos o uso das frações no nosso dia a dia constantemente e não percebemos. Diante desta afirmação, cite três situações do seu cotidiano que você faz ou poderia fazer o uso das frações.

⁸O vídeo completo está disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=LP8GZ1E9I5o> Este vídeo foi editado pelas pesquisadoras, de forma que foram retiradas as propagandas para reduzir o tempo do mesmo, porém preservou-se toda parte que explora o conteúdo. Acesso em: 23 jun. 2016.

⁹Encontra-se disponível em: <https://docs.google.com/forms/d/1MVeV033vVY9HIACtfAaRE4NFvHmSaRIYL-2BIhwURzs/edit?ts=57892edd>. Acesso em: 23 jun. 2016.

- 2) O vídeo explicou o que é uma fração. Escreva com suas palavras a definição, conforme você entendeu.
- 3) O vídeo apresentou o surgimento das Frações. Onde aconteceu?
- 4) De acordo com o vídeo, porque surgiram as frações?
- 5) Defina o que é **numerador** e **denominador**. Se preferir exemplifique utilizando o quadro a seguir para fazer uma representação geométrica.



Observação: No formulário do *Google Docs* não é possível fazer desenhos, por esse motivo, os alunos podem ser orientados a fazer a representação no *Paint*.

ESTAÇÃO 2 – dupla (16 min)

Objetivo da estação: Resolver problemas envolvendo fração, com o auxílio da representação geométrica.

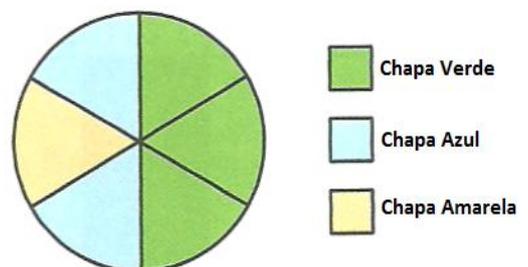
De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, nessa atividade ocorre a mudança do registro multifuncional: representação não-discursiva (figuras geométricas) para o registro monofuncional: representação discursiva (numérica).

Esta estação deve conter duas folhas de atividade para cada dupla: a atividade principal e uma atividade extra para ser resolvida, caso a dupla termine a primeira antes do tempo estipulado.

Atividade:

- 1) Uma escola possui 900 alunos no total. O resultado das eleições do grêmio dessa escola foi apresentado conforme a figura abaixo.

- a) Quais são as frações que correspondem aos votos de cada chapa?



Resposta: Verde: 3/6; Azul: 2/6; Amarelo: 1/6

b) Quem ganhou a eleição?

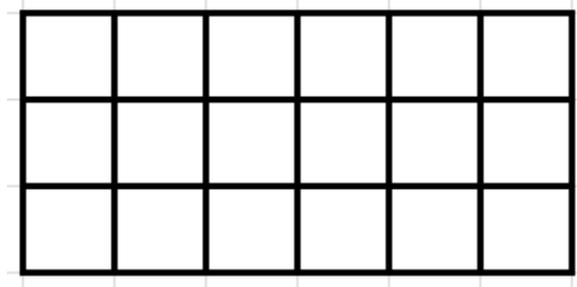
Resposta: Chapa Verde

c) Supondo que todos os alunos votaram, quantos votos obteve a chapa Amarela? A chapa Azul? E a chapa Verde?

Resposta: Chapa Amarela: 150; Chapa Azul: 300; Chapa Verde: 450.

2) Escreva quantos quadradinhos devem ser coloridos para representar:

a) $\frac{1}{2}$ da figura = 9
b) $\frac{2}{3}$ da figura = 12
c) $\frac{5}{6}$ da figura = 15
d) $\frac{4}{9}$ da figura = 8



Atividade extra:

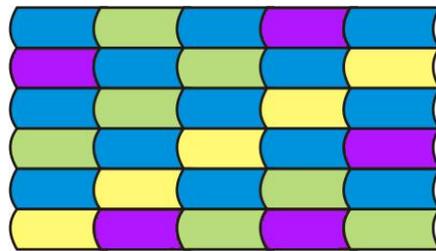
Observe o desenho e escreva qual a fração que representa:

a) A parte pintada azul: 13/30

b) A parte pintada de amarelo: 5/30

c) A parte pintada de verde e amarelo: 12/30

d) A parte pintada de azul e roxo: 18/30



ESTAÇÃO 3 – dupla (16 min)

Objetivo da estação: Solucionar problemas com frações e relacionados com o cotidiano, sem a representação geométrica.

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, nas três primeiras questões ocorre a conversão por meio do registro multifuncional (língua natural) para o registro monofuncional (numérico) e, em algumas, é necessário também realizar o tratamento para se encontrar a resposta final. Na última questão, ocorre a conversão entre os registros monofuncionais.

Os alunos sentam em duplas e recebem uma folha com as questões apresentadas a seguir para serem resolvidas.

Atividade:

- 1) No aniversário de Rita havia 60 brigadeiros sobre a mesa. No final da festa Rita notou que haviam sido consumidos 45 brigadeiros. Considerando o total de brigadeiros, qual fração que representa o número de brigadeiros que sobraram?

Resposta: 15/60

- 2) Dos 11 jogadores de um time de futebol, apenas 5 tem menos de 25 anos de idade. A fração de jogadores desse time, com menos de 25 anos de idade, é:

(A) $\frac{5}{6}$

(B) $\frac{6}{5}$

(C) $\frac{5}{11}$ X

(D) $\frac{11}{5}$

- 3) Dois terços de uma dúzia de ovos foram utilizados para fazer bolo. Quantos ovos sobraram?

Resposta: 2/3 de 12 = 8 utilizados. Sobraram 4 ovos.

- 4) De um total de 40 pessoas, verifica-se que, $\frac{1}{4}$ delas são engenheiros e $\frac{1}{2}$ são advogados.

Desse total, quantos **não são** engenheiros e **não são** advogados:

(A) 4

(B) 8

(C) 10 X

(D) 24

- 5) Explique com suas próprias palavras como vocês resolveram o problema 3 ou o problema 4.

Resposta pessoal.

A resposta da questão 4 envolve os seguintes cálculos: $\frac{1}{4}$ de 40 = 10 engenheiros e $\frac{1}{2}$ de 40 = 20 advogados. Assim, $10 + 20 = 30$ pessoas são engenheiros e advogados. Sobrando 10 pessoas.

ESTAÇÃO 4 – grupo (16 min)

Objetivo da estação: Representar geometricamente os números fracionários.

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, nessa atividade ocorre a conversão por meio do registro monofuncional (fracionário) para o registro multifuncional (figuras geométricas).

O grupo deve representar três números racionais, por meio das representações: geométrica, fracionária e escrita na língua materna (por extenso). É interessante o professor disponibilizar materiais diversos como: pratos de papelão, pedaços de cartolinas, papel colorido, canetas coloridas, régua, tesoura e cola para a confecção das representações. Para tornar a atividade mais desafiadora, o professor pode solicitar para que cada grupo represente uma fração imprópria.

Atividade:

Representar geometricamente três frações (a escolha de cada grupo) utilizando diversos materiais e, em seguida escrever por extenso a fração representada.

Desafio para cada grupo:

Grupo 1: representar com os materiais disponíveis uma fração imprópria, $\frac{10}{8}$.

Grupo 2: representar com os materiais disponíveis uma fração imprópria, $\frac{9}{8}$;

Grupo 3: representar com os materiais disponíveis uma fração imprópria, $\frac{12}{8}$;

Grupo 4: representar com os materiais disponíveis uma fração imprópria, $\frac{14}{8}$;

Grupo 5: representar com os materiais disponíveis uma fração imprópria, $\frac{13}{8}$;

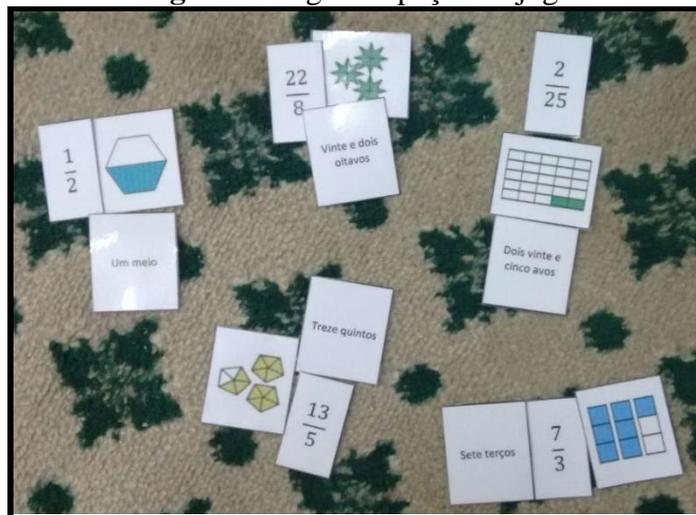
ESTAÇÃO 5 – dupla (16 min)

Objetivo da estação: Relacionar as representações geométricas de um número racional com suas respectivas representações fracionária e escrita na língua materna.

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, nessa atividade ocorre a conversão por meio do registro monofuncional para o registro multifuncional.

Nesta estação os alunos participam de um jogo de combinações ¹⁰, sentados em dupla. O jogo tem como objetivo formar trios de cartas envolvendo a representação geométrica, fracionária e a escrita na língua materna de um número racional na forma fracionária. Vence o aluno que formar corretamente e o mais rápido possível, os trios. Ao encerrar a dupla deverá registrar através de uma foto as peças montadas e mandar para o *Whatsapp* da professora, com o nome da dupla e do aluno que vencer a partida. A figura 2 apresenta algumas peças desse jogo.

Figura 2–Algumas peças do jogo



Fonte: Acervo da pesquisa (2016).

¹⁰A ideia principal desse jogo denominado como “Encaixe as frações” e as imagens foram retiradas do site http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/objetos/encaixe.htm. Acesso em: 23 jun. 2016. Os modelos das peças se estão em Apêndice C.

3.3 ENCONTRO 3 – NÚMEROS DECIMAIS (90 minutos)

Objetivo do encontro: Oportunizar uma revisão nos estudos das representações dos números decimais.

Sugestões:

- Neste encontro foram criadas apenas quatro estações devido ao fato de a apresentação do vídeo ³¹¹ ser extensa, com 12 minutos de duração. É possível utilizar ainda 4 minutos para discutir o vídeo com os alunos, pois este tempo está sobrando do total da aula.
- Após a exibição do vídeo os alunos devem ser separados em quatro grupos.
- Este vídeo, como os outros, também poderá ser disponibilizado com antecedência na rede social, pelo professor.

ESTAÇÃO 1 – Todos os alunos (16 min)

Objetivo da estação: Revisar o estudo dos números decimais. Todos os alunos assistiram juntos ao vídeo. Como o vídeo tinha 12 minutos de duração e o tempo estipulado para esta estação é de 16 minutos, sugere-se utilizar o tempo restante discutindo junto aos alunos questões importantes sobre esse estudo.

ESTAÇÃO 2 – Individual (18 min)

Objetivo da estação: Transformar os números da representação decimal para a fracionária. De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, nessa atividade ocorre a conversão por meio do registro monofuncional.

¹¹O vídeo completo está disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=a5Nh49uhWAc>. Este vídeo foi editado pelas pesquisadoras, de forma que foram retiradas as propagandas para reduzir o tempo do mesmo, porém preservou-se toda parte que explora o conteúdo. Acesso em: 28 jun.2016

Nesta estação disponibilizar *notebooks* para que os alunos, individualmente, assistam ao vídeo 4¹² que explica como transformar números decimais em fração. Em seguida, responderão a atividade apresentada a seguir, disponibilizada no *Google Docs*¹³.

Atividade:

1) Transforme os números decimais em fração decimal:

a) 51,9	b) 0,87	c) 5,116	d) 12,08	e) 2,3
---------	---------	----------	----------	--------

Resposta

a) $\frac{519}{10}$	b) $\frac{87}{100}$	c) $\frac{5116}{1000}$	d) $\frac{1208}{100}$	e) $\frac{23}{10}$
---------------------	---------------------	------------------------	-----------------------	--------------------

2) Transforme os números decimais em fração decimal, em seguida faça a simplificação da fração. (Simplificar fração é dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número, até torná-la uma fração irredutível).

Questão	Fração Decimal	Irredutível
a) 1,36	$\frac{136}{100}$	$\frac{34}{25}$
b) 2,025	$\frac{2025}{1000}$	$\frac{81}{40}$
c) 0,04	$\frac{4}{100}$	$\frac{1}{25}$
d) 0,125	$\frac{125}{1000}$	$\frac{1}{8}$
e) 1,2	$\frac{12}{10}$	$\frac{6}{5}$

¹²O vídeo completo está disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=oe64-t2d6IM>. Este vídeo foi editado pelas pesquisadoras, de forma que foram retiradas as propagandas para reduzir o tempo do mesmo, porém preservou-se toda parte que explora o conteúdo. Acesso em 28 jun. 2016.

¹³Encontra-se disponível em: https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSe9Cc9jHvr5NZKIawGHn1Me3zgPyYBQblrk7_qHbSJtBZmZdQ/viewform?c=0&w=1. Acesso em 28 jun. 2016.

ESTAÇÃO 3 – Dupla (18 min)

Objetivo da estação: Representar e relacionar os números decimais através de material manipulável.

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, nessa atividade ocorre a conversão do registro monofuncional (representação discursiva: numérica) para o registro multifuncional (representação não discursiva: construção com instrumentos).

Cada dupla deve receber um jogo de Material Dourado para representar os números decimais que estão descritos em cartões dentro de um envelope, conforme a atividade abaixo.

Atividade:

Envelope 1	2,03	3,12	2,5
	0,36	0,07	0,4

Envelope 2	2,13	3,57	2,6
	0,48	0,09	0,9

Ao término desta atividade a dupla deve registrar a representação por meio de uma foto e mandar para o *Whatsapp* da professora com o nome dos alunos.

Caso a dupla termine a atividade antes do tempo estipulado, disponibilizar na estação a atividade extra a seguir.

Atividade extra:

1) Complete o quadro.

Atenção: você deve escrever o número por extenso ou escrevê-lo utilizando algarismos, conforme a coluna onde se encontra a célula vazia.

Representação numérica	Escreva por extenso
2,03	Dois inteiros e três centésimos
0,07	Sete centésimos
9,008	Nove inteiros e oito milésimos
30,03	Trinta inteiros e três centésimos
1,9	Um inteiro e nove décimos
2,4	Dois inteiros e quatro décimos

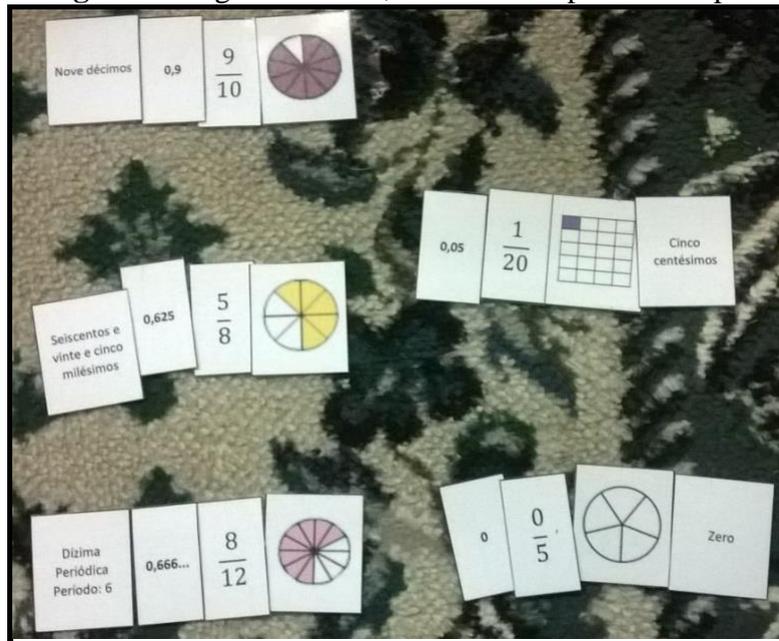
ESTAÇÃO 4 – Dupla (18 min.)

Objetivo da estação: Relacionar a representação geométrica com os números fracionários e decimais.

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, nessa atividade ocorre a conversão entre dois registros monofuncionais (numérica) e também entre registros multifuncionais (figuras geométricas e língua natural).

Nesta estação os alunos devem resolver o jogo de combinações 2, que é semelhante ao jogo de combinações 1, porém neste é preciso combinar quatro peças que contêm as seguintes representações: geométrica, fracionária, decimal e escrita do número decimal na língua materna. Vence aquele que montar mais rápido e corretamente as peças. Quando encerrar a partida o aluno deverá registrar com uma foto as peças montadas e enviar para a professora a imagem pelo *Whatsapp* com o nome da dupla e de quem venceu a partida. A figura 3 apresenta parte do jogo com as quatro representações.

Figura 3– Jogo finalizado, foto enviada por uma dupla



Fonte: Acervo da pesquisa (2016).

ESTAÇÃO 5 – Dupla (18 min)

Objetivo da estação: Resolver problemas envolvendo números decimais.

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, nas atividades 1, 4, e 5 ocorrem a conversão por meio do registro monofuncional, nas atividades 2 e 3 ocorre a formação de uma representação identificável.

Os alunos, divididos em duplas, receberão uma folha com a atividade impressa apresentada a seguir. Esta atividade envolve problemas que trabalham a conversão dos números decimais em fracionário e vice versa, aplicações e leitura de números decimais.

Atividade:

- 1) Dentre as formas de representar um número racional, a mais comum é a que utiliza vírgula, ou seja, por meio do número decimal. Valor como 0,25 está presente nos comércios, nos hospitais, nas lanchonetes e em muitos outros lugares. Esse valor também pode ser representado pela fração:

(A) $\frac{25}{10}$

(B) $\frac{1}{25}$

(C) $\frac{1}{4}$ X

(D) $\frac{4}{10}$

2) Um posto de combustível colocou um cartaz anunciando o preço da gasolina por 2,206 reais o litro. Isso significa que o posto vende a gasolina a 2 reais e:

- (A) 0,206 centésimos
- (B) 0,206 décimos
- (C) 206 décimos
- (D) 206 milésimos **X**

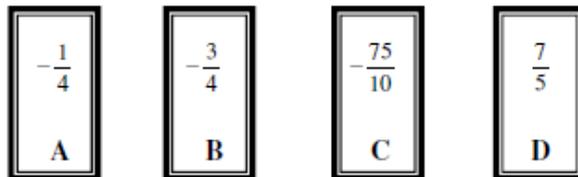
3) Um determinado produto estava marcado do seguinte preço: R\$ 12,009. Isso significa que:

- (A) 12 inteiros e 9 décimos.
- (B) 12 inteiros e 9 centésimos.
- (C) 12 inteiros e 9 milésimos. **X**
- (D) 12 inteiros e 9 décimos de milésimos.

4) Carlos fez um cálculo na calculadora e obteve resultado 2,4. Como o resultado deve ser escrito sob a forma de fração, Carlos deve escrever:

- (A) $\frac{24}{10}$ **X**
- (B) $\frac{24}{100}$
- (C) $\frac{2}{4}$
- (D) $\frac{4}{10}$

5) Observe os cartões abaixo e determine o cartão cujo valor equivale a **-0,75**.



- (A) A
- (B) B **X**
- (C) C
- (D) D

Para esta estação também é importante ter disponível uma atividade extra para, caso a dupla termine a atividade principal em um tempo inferior a 16 min. Esta atividade deverá ser feita individualmente. Além disso, serão disponibilizados um *notebook* e um *tablet* para

que os alunos possam assistir novamente o vídeo 4, em caso de dúvida, pois esse vídeo não será disponibilizado com antecedência e os alunos não terão acesso em seus celulares.

Atividade extra:

- 1) Com um panfleto de supermercado em mãos, identifique 10 números decimais, recorte-os e cole-os em ordem crescente.

Resposta Pessoal.

3.4 ENCONTRO 4 – PORCENTAGEM (90 minutos)

Objetivo do encontro: Estudar porcentagem, relacionando com o conteúdo de Números Racionais já estudado.

Sugestões:

- Todos os alunos devem assistir ao vídeo ⁵¹⁴, sobre a representação percentual e suas conversões (decimal e fracionária). Este mesmo vídeo pode ser disponibilizado antecipadamente no grupo da rede social.
- Para esse encontro os grupos devem seguir uma ordem preestabelecida para a realização das atividades nas estações. Cada grupo precisará primeiramente passar pela estação 4 para depois poder ir para a estação 5, pois a estação 4 traz informações necessárias para a estação 5. Para que isso seja possível organizou-se o quadro 3 com a sequência das estações que cada grupo deve seguir.
- Como em alguns momentos haverá mais de um grupo em determinadas estações é necessário que haja material suficiente para que dois grupos trabalhem naquela estação simultaneamente.

Quadro 3 – Organização das estações para cada grupo

GRUPO	ESTAÇÕES				
1	E1	E3	E4	E5	E2
2	E2	E1	E3	E4	E5
3	E3	E4	E5	E1	E2
4	E4	E5	E1	E2	E3
5	E4	E5	E2	E3	E1

Fonte: Dados da pesquisa (2016).

¹⁴ O vídeo completo está disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=fYubBeCo-OI> Este vídeo foi editado pelas pesquisadoras, de forma que foram retiradas as propagandas para reduzir o tempo do mesmo, porém preservou-se toda parte que explora o conteúdo. Acesso em 28 jun. 2016.

ESTAÇÃO 1 – dupla (15 min)

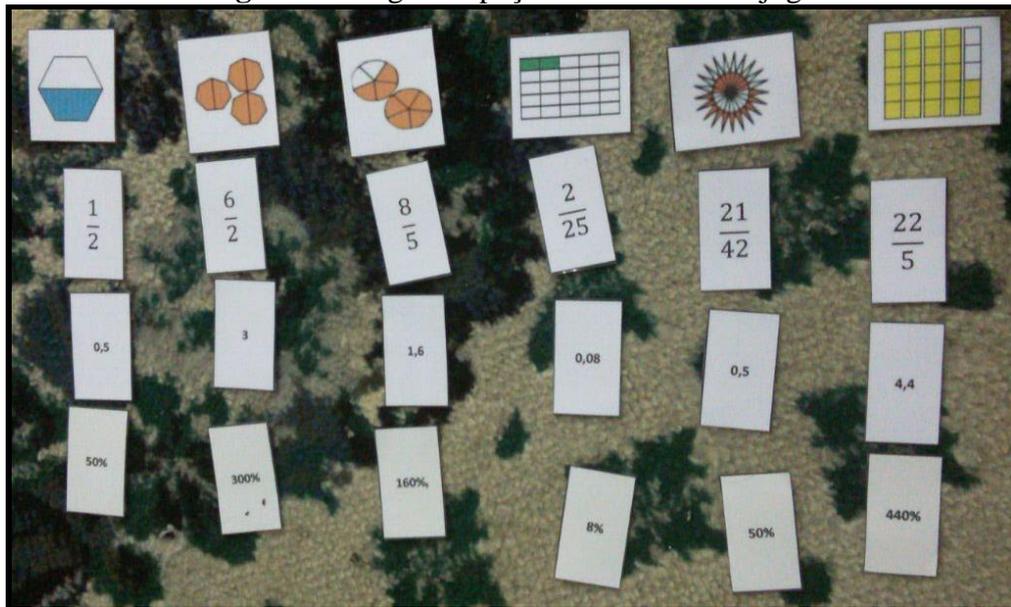
Objetivo da estação: Relacionar as representações geométricas, fracionárias, decimais e percentuais.

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, nessa atividade ocorre a conversão por meio do registro monofuncional (numérica) e também do registro multifuncional (figuras geométricas).

Nesta atividade pode ser utilizado o jogo de combinações 3 substituindo a ficha que tem a escrita do número racional na linguagem materna por uma contendo o número escrito na forma de porcentagem. Ou seja, nesta etapa o aluno precisará combinar quatro peças: figura geométrica e as representações: fracionária, decimal e percentual de um número racional. A forma de jogar é igual a dos jogos anteriores.

A figura 4 apresenta algumas combinações desse jogo.

Figura 4 – Algumas peças combinadas do jogo



Fonte: Acervo da pesquisa (2016).

ESTAÇÃO 2 – individual (15 min)

Objetivo da estação: Converter as porcentagens em frações.

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, nessa atividade ocorre a conversão por meio do registro monofuncional e o tratamento por meio da simplificação de frações.

Inicialmente o professor deve disponibilizar algumas folhas com o texto da Atividade 1, apresentado a seguir, para os alunos fazerem a leitura individualmente.

Atividade 1: Leitura do texto: **E se a água entrar em extinção?**¹⁵

Este texto foi escolhido por tratar de um tema bastante relevante, “a conscientização da preservação da água” e por apresentar várias representações percentuais.

Figura 5– Texto para atividade individual

E se a água entrar em extinção?

[...] O fato é que o Sistema Cantareira, nas duas últimas décadas, perdeu grandes áreas de Mata Atlântica, desmatamento que contribuiu para diminuir a quantidade e a qualidade das águas, tanto superficiais quanto subterrâneas. A crise no abastecimento de água não se deve apenas ao calor recorde e ao menor índice de chuvas já registrado nos últimos 84 anos. Uma maior cobertura vegetal evitaria o desaparecimento de nascentes, aumentaria a vida útil dos reservatórios e prolongaria o tempo de abastecimento.

Resultado do reflorestamento feito pela Fundação SOS Mata Atlântica, em parceria com a Brasil Kirin, no Centro de Experimentos Florestais, em Itu, comprovam essa relação. Em 2012, apenas cinco anos depois do reflorestamento, foi verificado que o nível dos lençóis freáticos subiu **20%** e o dos reservatórios, **5%**.

Outra ação que pede urgência é o combate ao desperdício. A média do desperdício na rede pública no país é de **40%**. São Paulo reduziu as perdas a **25,7%**, o que ainda é muito para uma região que sofre com a seca. A ANA – Agência Nacional de Águas indica que a agricultura é responsável por **70%** do consumo da água no país e é recordista de desperdício na irrigação. A indústria consome **7%**, desperdiça menos e há anos paga pelo volume de água que capta. O cidadão é responsável por **10%** do desperdício. Além disso, a poluição – com o despejo de esgoto, lixo e falta de saneamento básico – afeta mais de **70%** dos rios brasileiros que cortam nossas cidades. Portanto, a poluição é uma das formas mais perversas de desperdício.

A questão da água é estratégica. Vital para a nossa sobrevivência, é tema do presente e não do futuro, que precisa ser priorizado na agenda dos gestores públicos e da sociedade.

Fonte: Dados da pesquisa (2016).

¹⁵Disponível em: <<https://www.sosma.org.br/18065/e-se-agua-entrar-em-extincao/>>. Acesso em: 14 de jul. 2016.

Após a leitura do texto cada aluno recebe uma folha com a Atividade 2 para ser desenvolvida.

Atividade 2:

- 1) Localize todas as porcentagens no texto (sem repetir), escreva-as como fração decimal e em seguida faça a simplificação das mesmas, transformando em fração irredutível.

Porcentagem	Fração Decimal	Fração Irredutível
20%	20/100	1/5
5%	5/100	1/20
40%	40/100	2/5
25,7%	257/1000	257/1000
70%	70/100	7/10
7%	7/10	7/10
10%	10/100	1/10

ESTAÇÃO 3 – grupo (15 min)

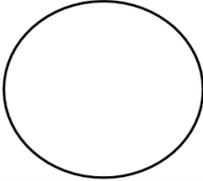
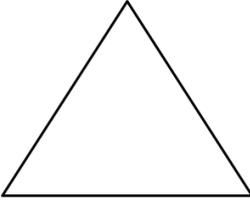
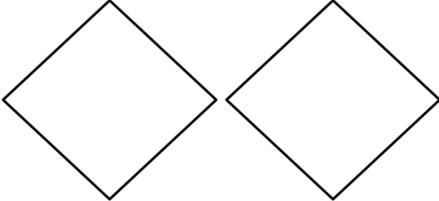
Objetivo da estação: Representar as frações nas figuras geométricas indicadas e, em seguida, converter para número decimal e percentual.

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, nessa atividade ocorre a conversão do registro monofuncional (numérica) para o registro multifuncional (figuras geométricas) e também entre registros monofuncionais.

Esta atividade pode ser realizada em grupo e devem ser disponibilizados aos alunos alguns materiais como: régua, lápis de cor, canetas coloridas, para que os mesmos possam fazer as representações das frações nas figuras geométricas. A figura 5 apresenta a atividade.

Atividade:**Figura 6 - Atividade para realizar em grupo**

1) Represente as frações abaixo utilizando as figuras geométricas, em seguida faça a conversão das representações para decimal e percentual:

Fração	Representação Geométrica	Decimal	Porcentagem
$\frac{3}{5}$		0,6	60%
$\frac{6}{8}$		0,75	75%
$\frac{1}{20}$		0,05	5%
$\frac{2}{4}$		0,5	50%
$1\frac{3}{4}$		1,75	175%

Fonte: Dados da pesquisa (2016).

ESTAÇÃO 4 – dupla (15 min)

Objetivo da estação: Estudar, por meio de vídeos, como resolver problemas envolvendo porcentagem.

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, na atividade disponível no vídeo ocorre a conversão por meio do registro monofuncional.

Disponibilizar os vídeos 7, 8 e 9¹⁶, que apresentam como calcular porcentagem de três formas diferentes. No meio do segundo vídeo há um cálculo para os alunos resolverem, optando por uma das três diferentes formas de resolução e no terceiro vídeo ocorre a correção deste cálculo. Fazendo com que eles não somente assistam, mas tentem resolver uma atividade por, pelo menos, um dos métodos apresentados.

ESTAÇÃO 5 - dupla (15 min)

Objetivo da estação: Resolver problemas envolvendo porcentagem. De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, nessa atividade ocorre a conversão por meio do registro monofuncional.

Após assistirem aos vídeos na Estação Quatro, acredita-se que os grupos terão condições de resolver os problemas nesta Estação. Será entregue para cada dupla uma folha com a atividade descrita a seguir para ser resolvida.

Atividade:

- 1) Camila comprou uma bicicleta que custa R\$ 120,00. Ela pagou à vista e ganhou um **desconto** de 15%. Quanto Camila pagou por essa bicicleta?

(A) R\$ 102,00 **X** (B) R\$ 112,00 (C) R\$ 108,00 (D) R\$ 138,00
- 2) Dos 240 convidados para uma festa de aniversário, 35% chegaram atrasados. Pode-se afirmar que **chegaram no horário certo** a essa festa, quantos convidados?

Resposta: 156 convidados chegaram no horário certo.

¹⁶ Os vídeos completos estão disponíveis em:

Vídeo 7: https://www.youtube.com/watch?v=Rv4nYrOy0_o;

Vídeo 8: <https://www.youtube.com/watch?v=VOlj5zhv2Sk>;

Vídeo 9:

https://www.youtube.com/watch?v=eGIRUjD2qI4&index=7&list=PLpBj4hR_ZLSEQ8JBm8IFERjvN3mpazb2S. Estes vídeos foram editados pelas pesquisadoras, sendo retiradas as propagandas para reduzir o tempo dos mesmos, porém preservou-se toda parte que explora o conteúdo. Acesso em 30 jun. 2016.

3) O salário de Ângela era R\$ 850,00. Ela foi promovida e **ganhou um aumento** de 28%. Logo, o novo salário dela é:

- (A) R\$ 1088,00 **X** (B) R\$ 1020,00 (C) R\$ 935,00 (D) R\$ 878,00

4) A manchete do jornal informa que o candidato Marola teve 32% da intenção de votos na pesquisa. Sabendo que a cidade tem 2500 eleitores, a quantidade de votos que teve o candidato na pesquisa foi de?



Resposta: 800 votos

Nesta estação também será disponibilizada uma atividade extra, caso a dupla termine a atividade principal em um tempo inferior a 16 minutos. Porém, esta atividade deverá ser resolvida individualmente.

Atividade extra – individual

Escreva o que é apresentado no problema abaixo na forma de porcentagem.

Em uma fábrica, sobre o preço final do produto, sabe-se que:

- $\frac{1}{4}$ desse preço são salários; **25%**
- $\frac{1}{5}$ desse preço são impostos; **20%**
- 25% desse preço é o custo da matéria prima;
- O restante é o lucro.

O percentual do preço que representa o lucro é:

- (A) 10% (B) 15% (C) 20% (D) 30% **X**

Resposta: 25% + 20% + 25% = 70%; 100% - 70% = 30%

Explique a sua resposta: **Resposta Pessoal.**

Terceiro Passo:

Com o planejamento das atividades em mãos, o professor deve pensar nos equipamentos e nos espaços físicos que fará uso para aplicação das mesmas. Ou seja, mesmo que o professor utilize a mesma sala em que os alunos estudam, ela deve ser redefinida, com algumas carteiras colocadas na forma de estações; espaço para desenvolvimento de jogos que pode

ser em uma mesa maior, sobre um tapete, etc. Na figura 6 apresenta-se imagens de uma sala de aula preparada para o desenvolvimento de atividades de Ensino Híbrido no Modelo Rotação por Estações.

Para desenvolvimento das atividades descritas neste caderno são necessários os seguintes equipamentos: *notebooks*, *tablet*, fones de ouvido, celulares dos alunos, *data show*, caixa de som, internet, mesas, cadeiras.

Figura 7 – Estações organizadas para cada atividade



Fonte: Acervo da pesquisa (2016).

Quarto Passo:

Caso aconteça alguma atividade fora da sala de aula, fora dos olhos do professor, é preciso envolver outro professor, pois será necessário alguém responsável por essa equipe. Esse acompanhamento fora da sala de aula é muito importante para analisar o entendimento dos alunos do que está sendo solicitado. Todas as atividades desse caderno foram desenvolvidas no Modelo Rotação por Estações, as aulas foram projetadas para serem realizadas dentro da sala de aula, de forma que não será necessário envolver diretamente outros professores.

Quinto Passo:

É o momento de realização das atividades que pode ter duração de uma ou várias aulas. Porém, cada nova atividade deve ser planejada desde o primeiro passo, pois é o momento do professor refletir sobre o que já foi executado e os resultados obtidos, uma vez que, cada conteúdo pode necessitar de uma dinâmica diferenciada da anterior.

É por meio da avaliação que este trabalho se consolida e para isso ela deve ser processual, analisando o processo de aprendizagem do aluno, que servirá de base para formulação das próximas atividades, ou seja, diante do resultado apresentado o professor deve repensar a elaboração, a aplicação e a verificação da atividade seguinte. Quando o professor começa a trabalhar com esta metodologia o seu método de avaliação deve se adequar aos objetivos traçados para cada aluno, conforme Rodrigues (2015, p. 130-131),

Uma vez definidas quais habilidades e capacidades se pretende desenvolver, surge a necessidade de escolher uma ferramenta que se adapte a essas intenções. Esse é, certamente, um dos pontos cruciais da noção de personalização do ensino híbrido: com a flexibilidade da tecnologia, a forma de avaliar é que deve se adequar ao aluno e ao desenvolvimento almejado, e não o inverso.

Diante de tantos desafios que a escola e os professores têm diariamente, o Ensino Híbrido busca proporcionar ao aluno a compreensão que as avaliações não são meras exposições de notas e sim o resultado do seu desenvolvimento, onde ele é o sujeito principal da sua aprendizagem e o professor, seu orientador.

As atividades apresentadas neste caderno foram projetadas como sugestão para o professor, mas devem ser adaptadas a realidade de cada sala de aula, de acordo com a evolução dos alunos. Lembra-se que cada sala de aula é uma realidade e a avaliação das atividades de cada encontro é que irá dizer se as atividades projetadas para o encontro seguinte estão de acordo ou devem ser reformuladas.

No final da aplicação de todos os encontros sugere-se que seja aplicada uma avaliação final individual, para verificar o desenvolvimento de cada aluno. No Apêndice D, há um modelo de prova desenvolvida com base nas atividades aplicadas nos encontros e na teoria que se está utilizando. São dez questões que envolvem tanto múltipla escolha, quanto com questões abertas.

Caro professor, o Ensino Híbrido – modelo por estações exige um pouco mais do seu tempo, seja para formular as atividades, arrumar a sala para as aulas, verificar com antecedência os materiais necessários, etc. por outro lado, nesta metodologia há o envolvimento dos alunos de forma que possibilita além da aprendizagem, o desenvolvimento da autonomia e da cooperação, o uso às tecnologias para fins educacionais, o trabalho em equipe e o interesse pelo estudo.

REFERÊNCIAS

DUVAL, R. Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, São Paulo: Papirus, 2003, p. 11-33.

DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

LIMA, Leandro Holanda Fernandes de, MOURA, Flavia Ribeiro. O Professor no ensino híbrido. In: BACICH, L.; TANZI NETO, A.; TREVISANI, F. de M. (org.) **Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso Editora, 2015, p. 89-102.

RODRIGUES, Eric Freitas. A avaliação e a tecnologia: A questão da verificação de aprendizagem no modelo de ensino híbrido. In: BACICH, L.; TANZI NETO, A.; TREVISANI, F. de M. (org.) **Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso Editora, 2015, p. 123-137.

SANTAELLA, Lúcia. **O que é semiótica**. 9. ed. São Paulo: Brasiliense, 1990.

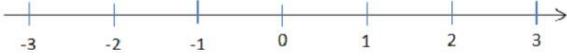
SOUZA, Roberta Nara Sodré; MORETTI, Mércles Thadeu. Objeto real versus ideal: consequências na constituição de sistemas semióticos para a aprendizagem intelectual.

Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 6, n. 2, p. 70-85, 2015.

<http://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/995/787> Acesso em: 15 nov. 2016.

APÊNDICE A – PROVA INDIVIDUAL DIAGNÓSTICA

ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

<p>1) Das 15 bolinhas de gude que tinha, Paulo deu 6 para o seu irmão. Considerando-se o total de bolinhas, a fração que representa o número de bolinhas que o irmão de Paulo ganhou é?</p> <p>Resposta: _____</p> <p>2) Observe as figuras:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>José</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>Pedrinho</p>  </div> </div> <p>Pedrinho e José fizeram uma aposta para ver quem comia mais pizza. Pediram duas pizzas de igual tamanho. Pedrinho dividiu a sua em oito pedaços iguais e comeu seis; José dividiu a sua em doze pedaços iguais e comeu nove. Então:</p> <p>(A) Pedrinho e José comeram a mesma quantidade de pizza. (B) José comeu o dobro do que Pedrinho comeu. (C) Pedrinho comeu o triplo do que José comeu. (D) José comeu a metade do que Pedrinho comeu.</p> <p>3) Em qual das figuras abaixo o número de bolinhas pintadas representa $\frac{2}{3}$ do total de bolinhas?</p> <p>(A) ●●○○○○ (B) ●●●○○○ (C) ●●●●○○ (D) ●●●●●●</p> <p>4) Juliana durante o seu treinamento de arremesso livre de basquete obteve 75% de acerto. A alternativa que melhor associa ao aproveitamento de Juliana é:</p> <p>(A) </p> <p>(B) </p> <p>(C) </p> <p>(D) </p> <p>5) A fração que corresponde ao número 0,56 é:</p> <p>(A) $\frac{14}{25}$ (B) $\frac{7}{100}$ (C) $\frac{56}{25}$ (D) $\frac{28}{100}$</p> <p>6) A representação decimal de $\frac{17}{20}$ é:</p> <p>(A) 8,5 (B) 17,20 (C) 0,172 (D) 0,85</p> <p>7) Represente 36% em número decimal?</p> <p>Resposta: _____</p> <p>8) Comprei uma bicicleta em prestações. De entrada dei R\$ 75,00, que correspondem a 25% do preço da bicicleta. O preço da bicicleta é?</p> <p>Resposta: _____</p>	<p>9) Represente os números abaixo na reta numérica:</p> <p>(A) 0,5 (B) $\frac{1}{4}$ (C) $-\frac{3}{2}$ (D) $1\frac{1}{2}$</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>10) No pátio da concessionária tinha 25 carros, no mês de Janeiro um vendedor vendeu 16 carros. Considerando o total de carro: qual a fração que representa o número de vendas de carros no mês de janeiro por esse vendedor?</p> <p>(A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{25}{16}$ (C) $\frac{16}{25}$ (D) $\frac{5}{6}$</p> <p>Que porcentagem de carros, em relação ao total que havia no pátio, foi vendida?</p> <p>(A) 25% (B) 16% (C) 75% (D) 64%</p> <p>11) O professor de matemática selecionou de uma relação de 73 exercícios alguns que iriam cair no trabalho final do bimestre. Até o momento Ana já resolveu $\frac{3}{5}$, Bernardo $\frac{2}{8}$, Cláudio 50% e Dudu 0,6. Assinale a alternativa que represente a sequência correta dos nomes dos alunos que resolveram a maior quantidade de exercícios (do que resolveu a maior quantidade até o que resolveu a menor):</p> <p>(A) Bernardo e Cláudio resolveram a mesma quantidade de exercícios, em seguida Ana e quem resolveu menor número de questões foi Dudu. (B) Ana e Dudu resolveram a mesma quantidade de exercícios, em seguida Cláudio e quem resolveu menor número de questões foi Bernardo. (C) Bernardo e Dudu resolveram a mesma quantidade de exercícios, em seguida Cláudio e quem resolveu menor número de questões foi Ana. (D) Ana e Cláudio resolveram a mesma quantidade de exercícios, em seguida Dudu e quem resolveu menor número de questões foi Bernardo.</p> <p>12) A enchente desabrigou cerca de 30% da população de uma cidade que tem aproximadamente 50000 habitantes. De acordo com a notícia, os números de habitantes desabrigados são?</p> <p>Resposta: _____</p> <p>13) Ana, Bia, Cris e Dani estão colecionando figurinhas para completar seus álbuns. Ana completou $\frac{2}{6}$ de seu álbum. Bia completou $\frac{2}{3}$, Cris $\frac{4}{6}$ e Dani $\frac{1}{4}$. As amigas que completaram a mesma fração do álbum são:</p> <p>(A) Ana e Bia (B) Bia e Cris (C) Ana e Dani (D) Bia e Dani</p> <p>14) Veja os números abaixo. O algarismo 4 está ocupando a ordem dos milésimos em qual dos números abaixo?</p> <p>(A) 1,48 (B) 1,048 (C) 1,0048 (D) 1,00048</p>
--	---

APÊNDICE B – APRESENTAÇÃO POWER POINT – AULA 1

Conjunto dos Números Racionais

•

•1

Definição dos Números Racionais

Todo número que pode ser **representado por uma fração** $\frac{a}{b}$, em que a e b são números inteiros, com $b \neq 0$, é um **número racional**.

$$\mathbb{Q} = \{-7; 1,5; \frac{10}{2}; 0,333\dots; \sqrt{25}; 5\}$$

•

•2

Números que pertence ao Conjunto dos Números Racionais

- **Números Naturais N:** Ex.: 5, 8, 10, 15.

$$5 = \frac{10}{2} \text{ OU } \frac{5}{1}$$

$$8 = \frac{24}{3} \text{ OU } \frac{16}{2}$$

$$10 = \frac{60}{6} \text{ OU } \frac{100}{10}$$

$$15 = \frac{75}{5} \text{ OU } \frac{30}{2}$$

Reta numérica dos números Naturais N:



Ou seja, qualquer número natural pode ser representado através de uma fração.

•

• 3

- **Números Inteiros Z:** Ex.: -3, -12, +9, 54

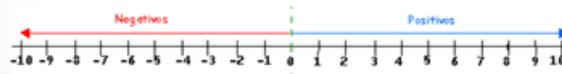
$$-3 = -\frac{9}{3} \text{ OU } -\frac{30}{10}$$

$$-12 = -\frac{24}{2} \text{ OU } -\frac{12}{1}$$

$$+9 = \frac{18}{2} \text{ OU } \frac{81}{9}$$

$$54 = \frac{162}{3} \text{ OU } \frac{324}{6}$$

Reta numérica dos números Inteiros Z:



Ou seja, qualquer número Inteiro, pode ser representado através de uma fração.

•

• 4

- **Números Decimais: finito e infinito periódico**

Números Decimais Finito:

$$1,5 = \frac{15}{10} \text{ ou } \frac{1}{2} \quad -2,45 = -\frac{245}{100} \text{ ou } -\frac{49}{20}$$

Números Decimais Infinito Periódico (Dízima Periódica):

$$0,333... = \frac{3}{9} \text{ ou } \frac{1}{3} \quad -2,5454... = -\frac{252}{99} \text{ ou } -\frac{28}{11}$$

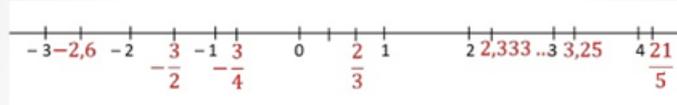
Ou seja, qualquer número decimal finito ou infinito periódico, podem ser representados através de uma fração.

•

• 5

Reta Numérica

Números Racionais



$\frac{2}{3} = 0,666... \rightarrow$ sendo assim fica entre 0 e 1, mais perto do 1;

$-\frac{3}{2} = -1,5 \rightarrow$ sendo assim fica entre -2 e -1;

$\frac{21}{5} = 4,2 \rightarrow$ sendo assim fica entre 4 e 5, mais perto do 4;

$-\frac{3}{4} = -0,75 \rightarrow$ sendo assim fica entre -1 e 0, mais perto do -1;

-2,6 \rightarrow entre -3 e -2;

2,333... \rightarrow entre 2 e 3;

3,25 \rightarrow entre 3 e 4.

•

• 6

0,25	Vinte e cinco centésimos	0,5	Cinco décimos	0,625	Seiscentos e vinte e cinco milésimos	3	Três	0,666...	Dízima Periódica Período: 6
0	Zero	0,666...	Dízima Periódica Período: 6	4,4	Quatro inteiros e quatro décimos	1	Um inteiro	0,5	Cinco décimos
0,375	Trezentos e setenta e cinco milésimos	2,75	Dois inteiros e setenta e cinco centésimos	2,6	Dois inteiros e seis décimos	0,75	Setenta e cinco centésimos	0,666...	Dízima Periódica Período: 6
0,375	Trezentos e setenta e cinco milésimos	0,5	Cinco décimos	0,25	Vinte e cinco centésimos	1	Um	0,08	Oito centésimos
0,5	Cinco décimos	0,9	Nove décimos	1,75	Um inteiro e setenta e cinco centésimos	0,125	Cento e vinte e cinco milésimos	0,05	Cinco centésimos
0,7	Sete décimos	2,33...	Dízima Periódica Período: 3	7	Sete inteiros	0,75	Setenta e cinco centésimos	0,666...	Dízima Periódica Período: 6
1,25	Um inteiro e vinte e cinco centésimos	0,5	Cinco décimos	0,5	Cinco décimos	0,555...	Dízima Periódica Período: 5	0,625	Seiscentos e vinte e cinco milésimos
3	Três	1,6	Um inteiro e seis décimos	0,05	Cinco centésimos	0,6	Seis décimos	0,08	Oito centésimos

$\frac{4}{16}$	Quatro dezesseis avos	$\frac{21}{42}$	Vinte um quarenta e dois avos	$\frac{10}{16}$	Dez dezesseis avos	$\frac{6}{2}$	Seis meio	$\frac{5}{8}$	Cinco oitavos
$\frac{0}{5}$	Zero quintos	$\frac{1}{2}$	Um meio	$\frac{22}{5}$	Vinte e dois quintos	$\frac{1}{1}$	Um inteiro	$\frac{2}{25}$	Dois vinte e cinco avos
$\frac{3}{8}$	Três oitavos	$\frac{22}{8}$	Vinte e dois oitavos	$\frac{13}{5}$	Treze quintos	$\frac{12}{16}$	Doze Dezesseis avos	$\frac{4}{4}$	Quatro inteiros
$\frac{6}{16}$	Seis Dezesseis avos	$\frac{5}{10}$	Cinco décimos	$\frac{1}{4}$	Um quarto	$\frac{1}{20}$	Um vinte avos	$\frac{12}{20}$	Doze vinte avos
$\frac{6}{12}$	Seis doze avos	$\frac{9}{10}$	Nove décimos	$\frac{14}{8}$	Quatorze oitavos	$\frac{1}{8}$	Um oitavo	$\frac{8}{5}$	Oito quintos
$\frac{7}{10}$	Sete décimos	$\frac{2}{25}$	Dois vinte e cinco avos	$\frac{7}{1}$	Sete inteiros	$\frac{3}{4}$	Três quartos	$\frac{5}{4}$	Cinco quartos
$\frac{3}{6}$	Três sextos	$\frac{12}{24}$	Doze vinte e quatro avos						

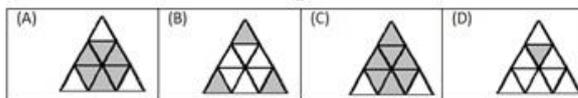
APÊNDICE D – PROVA FINAL

Atividade Final individual – Representações dos Números Racionais

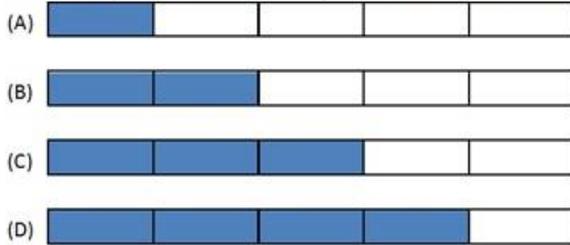
1) Pedro ganhou R\$ 50,00 de seu avô de presente. Ele deu R\$ 20,00 para seu irmão. Considerando-se o total de dinheiro que Pedro ganhou, a fração que representa a quantidade de reais que lhe restou é:

Resposta:

2) Carlinhos fez uma figura formada por vários triângulos e coloriu alguns. Em qual das figuras abaixo o número de triângulos coloridos representa $\frac{1}{3}$ do total de bolinhas:



3) Marcela ao corrigir sua tarefa, observou que acertou 60%. A alternativa que melhor associa ao aproveitamento de Marcela é:



4) A fração $\frac{19}{25}$ pode ser representada por um número decimal e por uma porcentagem, assinale a alternativa que representa corretamente as duas representações.

- (A) 7,6 --- 7,6%
 (B) 0,76 --- 76%
 (C) 19,25 --- 19%
 (D) 0,25 --- 25%

5) A fração que corresponde ao número 0,24 é:

- (A) $\frac{6}{25}$ (B) $\frac{24}{10}$ (C) $\frac{2}{4}$ (D) $\frac{12}{100}$

6) Represente 72% em número decimal?

Resposta:

7) Quatro alunos estão lendo um livro que a professora de literatura solicitou.



Maria leu 75%, Carla $\frac{9}{12}$, Patrícia $\frac{9}{13}$ e Pedro 0,57. Os alunos que leram a mesma quantidade de página até o momento são:

- (A) Maria e Pedro
 (B) Patrícia e Pedro
 (C) Carla e Patrícia
 (D) Maria e Carla

8) Em uma cidade em que as passagens de ônibus custavam R\$ 1,20, saiu em um jornal a seguinte manchete:

“NOVO PREFEITO REAJUSTA O PREÇO DAS PASSAGENS DE ÔNIBUS EM 25% NO PRÓXIMO MÊS”.

Qual será o novo valor das passagens?

- (A) R\$ 1,50
 (B) R\$ 1,45
 (C) R\$ 1,25
 (D) R\$ 1,23

9) Um posto de combustível colocou um cartaz anunciando o preço da gasolina por 2,987 reais o litro.

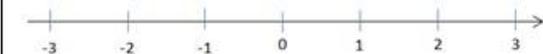


Isso significa que o posto vende a gasolina a 2 reais e:

- (A) 0,987 décimos de real
 (B) 0,987 centésimos de real
 (C) 987 milésimos de real
 (D) 987 centésimos de real

10) Represente os números abaixo na reta numérica:

- (A) $\frac{6}{4}$ (B) $-\frac{2}{5}$ (C) -1,75 (D) $1\frac{3}{4}$



ANEXO 1

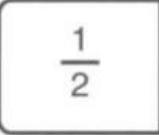
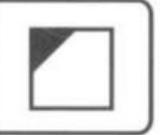
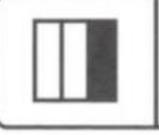
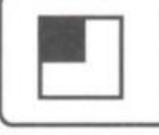
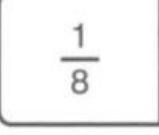
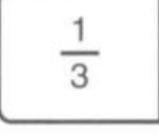
JOGO - DOMINÓ DE RACIONAIS

Regras:

1. As peças são colocadas sobre a mesa, viradas para baixo e misturadas.
2. Cada jogador pega cinco peças, enquanto as demais continuam viradas sobre a mesa.
3. Decide-se quem começa o jogo.
4. O primeiro jogador coloca uma peça virada para cima, sobre a mesa.
5. O segundo jogador tenta colocar uma peça, em que uma das extremidades represente o mesmo número que está representado em uma das extremidades da peça que está sobre a mesa.
6. Só pode ser jogada uma peça de cada vez.
7. Na sua vez, o jogador que não tiver uma peça que possa ser encaixada, deve “comprar” outra peça no monte que está sobre a mesa. O jogador deverá ir comprando até encontrar uma peça que encaixe. Se depois de comprar cinco peças ainda não conseguir uma peça adequada, o jogador poderá passar a sua vez.
8. O vencedor é o primeiro jogador que ficar sem peças.

PEÇAS

50%	$\frac{1}{3}$			0,2	12,5%
25%	$\frac{1}{5}$	12,5%	$\frac{1}{4}$	0,5	33,3%
20%	1	0,25	0,5	0,5	$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{10}$	33,3%	$\frac{1}{1}$	50%	$\frac{1}{5}$	10%
10%	0,333	33,3%	0,25	$\frac{1}{4}$	20%
$\frac{1}{8}$	0,1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	0,1	12,5%
$\frac{1}{10}$	20%	$\frac{1}{4}$	0,125	12,5%	$\frac{1}{10}$
	$\frac{1}{8}$	0,125		100%	0,25
	0,5	0,25		25%	$\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{3}$		0,2	25%

	25%	$\frac{1}{2}$			
	0,125	$\frac{1}{2}$		10%	
	50%	20%			1
	0,333	$\frac{1}{8}$		0,333	10%
	0,2	$\frac{1}{3}$		0,333	$\frac{1}{4}$
	0,2	33,3%		0,1	0,1
	$\frac{1}{3}$	0,125		50%	0,25