



Universidade do Estado do Pará  
Centro de Ciências Sociais e Educação  
Departamento de Matemática, Estatística e Informática  
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Airton da Silva Costa  
Natanael Freitas Cabral

## **UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS**

BELÉM/PA  
2020

Airton da Silva Costa  
Natanael Freitas Cabral

## **UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS**

Produto educacional apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia para Ensino de Matemática no Ensino Fundamental. Orientador: Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral.

BELÉM/PA  
2020

**Diagramação e Capa: Os Autores**

**Revisão: Os Autores**

**Conselho Editorial**

Profa. Dra. Acylena Coelho Costa	Prof. Dr. Heliton Ribeiro Tavares
Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva	Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma
Prof. Dr. Antonio José Lopes	Prof. Dr. José Antonio Oliveira Aquino
Prof. Dr. Benedito Fialho Machado	Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes
Prof. Dr. Carlos Alberto Raposo da Cunha	Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes
Profa. Dra. Celsa Herminia de Melo Maranhão	Prof. Dr. Márcio Lima do Nascimento
Profa. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira	Prof. Dr. Marcos Antônio Ferreira de Araújo
Profa. Dra. Claudianny Amorim Noronha	Prof. Dr. Marcos Monteiro Diniz
Profa. Dra. Cristina Lúcia Dias Vaz	Profa. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos
Prof. Dr. Dorival Lobato Junior	Profa. Dra. Maria Lúcia P. Chaves Rocha
Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira	Prof. Dr. Miguel Chaquiam
Profa. Dra. Eliza Souza da Silva	Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral
Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves	Prof. Dr. Pedro Franco de Sá
Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva	Prof. Dr. Raimundo Otoni Melo Figueiredo
Prof. Dr. Geraldo Mendes de Araújo	Profa. Dra. Rita Sidmar Alencar Gil
Profa. Dra. Glaudianny Amorim Noronha	Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho
Prof. Dr. Gustavo Nogueira Dias	Profa. Dra. Talita Carvalho da Silva de Almeida

**Comitê de Avaliação**

Natanael Freitas Cabral  
Miguel Chaquiam  
Gustavo Nogueira Dias

---

COSTA, Airton da Silva e CABRAL, Natanael Freitas. Uma sequência didática para o ensino de expressões algébricas. Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2020.

ISBN:

Ensino de Matemática; Ensino por atividades; Expressões algébricas.

---

## SUMÁRIO

<b>1. APRESENTAÇÃO .....</b>	<b>4</b>
<b>2. ESTUDOS SOBRE O ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS .....</b>	<b>5</b>
<b>2.1. Estudo sobre o Ensino de Expressões Algébricas.....</b>	<b>5</b>
2.1.1. Estudos diagnósticos .....	6
2.1.2. Estudos de análises em livros didáticos .....	11
2.1.3. Estudos experimentais.....	15
<b>3. ASPECTOS MATEMÁTICOS .....</b>	<b>20</b>
<b>4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS ..</b>	<b>22</b>
<b>5. ORIENTAÇÕES E SUGESTÕES DE LEITURAS.....</b>	<b>30</b>
<b>6. SUGESTÕES DE LEITURA.....</b>	<b>31</b>
<b>7. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>32</b>
<b>8. REFERÊNCIAS.....</b>	<b>33</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>36</b>

## 1. APRESENTAÇÃO

O acesso ao conhecimento matemático é imprescindível para as relações sociais, por exemplo, no comércio, na leitura e interpretação das informações apresentadas nos diversos meios. O domínio dos conteúdos matemáticos além de provocar o desenvolvimento cognitivo do estudante poderá facilitar sua ascensão social.

Sobre o ensino da álgebra na atualidade Brum e Cury (2013) apontam que tem sido trabalhada como algo inativo, sem relação com o ambiente social do aluno, sem analogia com os movimentos vivenciados habitualmente, como se não fizesse parte da história da matemática, ou seja, com uma abordagem distante e tradicional.

Apesar de existirem diversas metodologias para a construção do conhecimento matemático, o ensino das expressões algébricas nos anos finais do ensino fundamental tem acontecido com pouca diversificação de métodos. Na maioria das vezes o professor dá as definições, seguidas de exemplos e exercícios e os alunos as recebem de forma passiva. Desta forma, uma minoria de estudantes consegue reproduzir o que lhe foi repassado, ficando a maioria marginalizada.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) as expressões algébricas estão inseridas no ramo da álgebra. É imprescindível que o aluno assimile os conceitos e a representação dos fenômenos na forma algébrica para que possa construir o conhecimento.

Para a BNCC (2016) nos anos finais do ensino fundamental a álgebra tem como finalidade o desenvolvimento do pensamento algébrico que dará subsídio ao estudante para a compreensão e utilização dos modelos na representação de fenômenos matemáticos.

Iniciei a docência na rede pública no ano de 2005, desde então percebi dificuldades no ensino das expressões algébricas. Busquei apoio nos livros didáticos. Nas primeiras aulas constatee que a maioria dos livros trazia definições, exemplos e exercícios, tudo já vinha pronto para ser repassado e muitas das vezes não conseguia atingir a maioria dos alunos.

Os dados da Prova Brasil 2017, divulgados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), mostram apenas 24% dos alunos

do 9º ano do ensino fundamental apresentando o conhecimento esperado na resolução de problemas em matemática.

No Estado do Pará o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) de 2017 aponta que apenas 4% dos alunos do 9º ano do ensino fundamental atingiram o nível proficiente em matemática, ou seja, aprenderam o adequado. O Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SisPAE) de 2018 indica que no 8º ano do ensino fundamental apenas 15,8% dos alunos estão no nível adequado em matemática.

Os exames externos têm apontado para índices baixíssimos de aprendizagem da matemática nos anos finais do ensino fundamental. Constatou-se que um número altamente significativo de alunos não consegue desenvolver o pensamento matemático, consequentemente ficando impedidos de exercer sua cidadania.

À vista disto, com o objetivo de cooperar para uma provável mudança da conjuntura apresentada de dificuldades e baixos rendimentos por parte dos alunos, este produto apresenta uma proposta de atividades para ser usada na sala de aula na educação básica.

## **2. ESTUDOS SOBRE O ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS**

Neste tópico apresentamos as principais pesquisas existentes sobre expressões algébricas, onde trazemos contribuições de vários autores que têm dedicado seus estudos à temática, procurando identificar quais seus resultados e o que estes concluíram, com objetivo de apresentar um panorama das pesquisas existentes relacionadas a este objeto de estudo.

### **2.1. Estudo sobre o Ensino de Expressões Algébricas**

A elaboração deste estudo como objetivo encontrar referências sobre o ensino de expressões algébricas. Fizemos pesquisas no google acadêmico e em livros didáticos sobre a temática expressões algébricas. Optamos por selecionar as literaturas dos últimos doze anos que foram publicadas em revistas. Em um segundo momento fizemos a leitura do material pesquisado.

Foram catalogados nove trabalhos relacionados à temática das expressões algébricas: duas dissertações (mestrado) e seis artigos, publicados em língua portuguesa do Brasil e um artigo publicado em língua portuguesa de Portugal, assim

como cinco livros didáticos. Procurou-se a literatura publicada nos anos de 2006 a 2017, porém foi analisado um trabalho publicado no ano de 1995 devido a sua relevância para o tema. Para facilitar a compreensão das pesquisas realizadas em relação ao ensino das expressões algébricas agrupamos os trabalhos em três categorias:

- **estudos diagnósticos:** constituído por trabalhos que identificaram e analisaram as dificuldades percebidas durante o processo ensino-aprendizagem de expressões algébricas;
- **análises de livros didáticos:** constituído por análises de como estão sendo abordados os conteúdos de expressões algébricas em livros didáticos;
- **estudos experimentais:** constituído por trabalhos que propõem e realizam atividades para o ensino de expressões algébricas.

Apresentamos a seguir um resumo destes trabalhos.

#### 2.1.1. Estudos diagnósticos

Classificamos como estudos não experimentais as literaturas que buscam refletir sobre o ensino da álgebra do passado ao presente, enfatizando os objetivos das pesquisas, os grupos pesquisados, as metodologias e os resultados.

Os trabalhos analisados nesta categoria foram desenvolvidos por: Ponte (2006), Keppke (2007), Possamai e Baier (2013) e Lima e Bianchini (2017).

A pesquisa realizada por Ponte (2006) teve como objetivo analisar os diversos aspectos que devem ser levados em conta na abordagem curricular dos conceitos numéricos e algébricos. Assim como analisar as principais dificuldades dos alunos na aritmética e na passagem da aritmética para a álgebra. Para tanto realizou pesquisa bibliográfica.

Como resultados Ponte (2006) observou que os conceitos numéricos muitas das vezes constituem um assunto fácil quando, pelo contrário, se trata de construções intelectuais extremamente complexas e engenhosas. A natureza de cada campo da Matemática está relacionada com os objetos com que esse campo trabalha mais diretamente. A melhor forma de indicar os grandes objetivos do estudo da Álgebra, ao nível escolar, é dizer então que se visa desenvolver o *pensamento*

*algébrico* dos alunos. Este pensamento inclui a capacidade de manipulação de símbolos, mas vai, muito além disso.

Segundo Ponte (2006) em Portugal a experiência mostra que muitos alunos têm grandes dificuldades nos números e suas operações. Outros, no entanto, conseguem um nível de desempenho razoável neste campo, mas deparam-se depois com grandes dificuldades na aprendizagem da Álgebra. Para o autor uma das razões dessas dificuldades tem a ver com diversas mudanças de sentido dos símbolos quando se passa de um campo para outro. Constantemente se fala que a Álgebra envolve uma forte simbolização. Na verdade, a simbolização começa logo na Aritmética.

Ponte (2006) conclui que as grandes decisões que são necessárias assumir na construção de um currículo no campo da Álgebra em primeiro lugar, há que considerar quais são os elementos centrais na abordagem curricular. O autor sugere à necessidade de se repensar a abordagem curricular aos números, reconsiderando o papel dos algoritmos, do conceito de número racional, da calculadora e dos modelos conceptuais de base, e também a abordagem da Álgebra, valorizando o pensamento algébrico e tornando-o uma orientação transversal do currículo.

O trabalho de Keppke (2007) teve como objetivo identificar como a Álgebra aparece nos currículos do ensino fundamental e realizar uma análise comparativa entre os documentos oficiais que guiam a composição curricular de Matemática no Ensino Fundamental nas últimas décadas e o depoimento de professores atuantes na rede pública e particular.

O autor Keppke (2007) faz uma análise comparativa das diretrizes curriculares para o ensino da Álgebra no Brasil, focando em três documentos: Guias Curriculares, Propostas Curriculares para o Ensino de Matemática 1º grau e Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Busca identificar a operacionalização do currículo.

Keppke (2007) faz comparação dessas diretrizes curriculares, através da revisão bibliográfica sobre o tema ensino da Álgebra, com proposições de alguns autores dedicados a esse tipo de estudo. Faz análise em resposta de questionários aplicados a professores que ministram aulas de 6ª a 8ª séries na rede pública.

Como resultados Keppke (2007) encontrou que, de forma peculiar, cada autor ou conjunto de autores aponta sua percepção de educação algébrica. Os autores entendem que o ensino da Álgebra deve ser feito dentro de uma contextualização.



Todos consideram, mesmo que não explicitamente, que para cada concepção de Álgebra, há uma concepção de ensino e de currículo. Observa-se tanto nos Guias Curriculares quanto nas Propostas a indicação de que a passagem ao abstrato deve ser feita gradativa e cuidadosamente, etapa por etapa, atendendo ao nível de amadurecimento do aluno. Os PCN sugerem, com relação à Álgebra, que as atividades relacionadas ao tema devem favorecer aos alunos a construção do conhecimento, partindo de situações-problema. Em relação aos professores a tendência predominante é a que apresenta a chamada tendência “letrista”, isto é, traz a proposição de atividades na sequência de técnica e prática, ainda que se busque utilizar estratégias facilitadoras da demonstração do uso da Álgebra no cotidiano e propiciadoras da generalização de fórmulas para a resolução de problemas.

Keppke (2007) conclui que a realização de uma comparação entre os três documentos oficiais que guiam a composição curricular de Matemática no Ensino Fundamental nas últimas décadas nos permitiu observar, além das diferenças de abordagem para assuntos que consideramos como relevantes, um aspecto histórico evolutivo na construção do currículo, isto é, uma ampliação da composição curricular em cada documento.

O estudo de Possamai e Baier (2013) teve como objetivo refletir sobre o ensino dos conceitos iniciais da álgebra, pesquisar o entendimento de estudantes de Licenciatura em Matemática sobre os conceitos elementares da álgebra e apresentar possibilidades de superação das dificuldades.

Possamai e Baier (2013) além da pesquisa bibliográfica sobre a temática elaboraram quatro questões para serem respondidas por estudantes universitários. Para avaliar sua formação básica na linguagem e nos procedimentos algébricos, e ainda verificar se há dificuldades no entendimento dos conceitos iniciais da álgebra. As questões foram redigidas sempre apresentando diretamente o comando de traduzir para uma equação a situação dada, como realizado na maioria dos livros didáticos utilizados na educação básica que fizeram parte da formação da maioria dos pesquisados. O questionário foi aplicado inicialmente em 2009 com nove acadêmicos da primeira fase do curso de licenciatura em Matemática. No ano de 2013 outros 36 estudantes de diversas fases do curso de Matemática responderam as mesmas questões.

Possamai e Baier (2013) encontraram como resultados que estudantes de cursos universitários encontram dificuldades no entendimento das diversas concepções de álgebra que estão relacionadas com os diferentes entendimentos de variável. A análise dos dados apontou leitura incorreta das variáveis, equívocos no uso da notação algébrica e na compreensão das relações da álgebra com a aritmética e com a língua usual. É importante, no estudo inicial da álgebra, dedicar especial atenção ao conceito de variável através de situações cotidianas que envolvam a ideia de mudança, e, progressivamente, realizar a transcrição de situações descritas em linguagem usual para a linguagem algébrica.

Possamai e Baier (2013) concluíram que a maioria dos participantes dessa pesquisa utilizam a álgebra como um procedimento mecanizado, pois não demonstram analisar se suas expressões tem coerência com o problema apresentado, o que poderia ser realizado com verificação numérica. Esperam que o estudo contribua para uma reavaliação da prática pedagógica, possibilitando uma reflexão sobre modos de nortear o estudo dos conceitos iniciais da álgebra para que as dificuldades entradas pelos estudantes sejam minimizadas.

A pesquisa de Lima e Bianchini (2017) teve como objetivo realizar um levantamento de como está sendo proposto o ensino da álgebra ou do pensamento algébrico na Base Nacional Curricular Comum (BNCC), ainda que em sua versão preliminar, nos anos iniciais do ensino fundamental da educação básica. Lima e Bianchini (2017) realizaram uma pesquisa qualitativa com análise documental, de cunho teórico.

Lima e Bianchini (2017) descreveram nos resultados que a BNCC se trata de um currículo prescrito. Analisando a BNCC os autores destacam que se deve começar mais cedo o trabalho com a álgebra e de maneira que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas. Para os autores a partir de algumas ideias sobre Álgebra e Pensamento Algébrico, apontam para uma reflexão que contribua com a construção dos currículos. Um processo muito importante e destacado em tal documento, também para os anos iniciais, é a resolução de problemas, que proporciona discussão em sala de aula e comparação de estratégias, como, por exemplo, o cálculo mental, utilizadas pelos diferentes estudantes. Deve-se iniciar o desenvolvimento do pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade, desenvolvê-lo no ciclo de alfabetização, colaborará para a evolução do mesmo, sua formulação e sistematização com uso da escrita simbólica da álgebra.

Lima e Bianchini (2017) concluem que os eixos e os objetivos de aprendizagem deste eixo específico dos quais fizeram um breve estudo, não têm apresentado grandes mudanças entre as versões já apresentadas. O estudo da BNCC é essencial para que seu conteúdo seja debatido, para que os professores e pesquisadores possam se apropriar e opinar quando for o caso, uma vez que tal documento influenciará a educação brasileira. Além disso, tal estudo tem importância, pois está diretamente ligada a políticas públicas, pode influenciar na formação inicial e continuada dos professores e nas metodologias que serão empregadas pelos mesmos, além de influenciar na elaboração dos currículos escolares e de materiais curriculares.

**Quadro 1:** Síntese dos estudos sobre o ensino de expressões algébricas

Natureza do estudo	Autor (es)	Tema	Instituições/periódicos	Objetivo (s)	Dificuldades
Artigo	Ponte (2006)	Números e álgebra no currículo escolar	Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa	Analisar os diversos aspectos que devem ser levados em conta na abordagem curricular dos conceitos numéricos e algébricos. Assim como analisar as principais dificuldades dos alunos na aritmética e na passagem da aritmética para a álgebra.	Os conceitos numéricos tratam de construções intelectuais extremamente complexas e engenhosas.
Dissertação	Keppke (2007)	Álgebra nos currículos do Ensino fundamental	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC-SP	Identificar como a Álgebra aparece nos currículos do ensino fundamental e realizar uma análise comparativa entre os documentos oficiais que guiam a composição curricular de Matemática no Ensino Fundamental.	A forte crença no valor cultural dos conteúdos como o aspecto da aprendizagem mais valorizado, ou essencial, para o aluno aprender.

Artigo	Possamai e Baier (2013)	Primeiros passos na álgebra: conceitos elementares e atividades pedagógicas	Revista Dynamis	Refletir sobre o ensino dos conceitos iniciais da álgebra, pesquisar o entendimento de estudantes de Licenciatura em Matemática sobre os conceitos elementares da álgebra e apresentar possibilidades de superação das dificuldades.	O não entendimento dos conceitos básicos da álgebra podem ocasionar futuros obstáculos mesmo que o educando não escolha um caminho profissional diretamente relacionado às ciências exatas.
Artigo	Lima e Bianchini (2017)	A álgebra e o pensamento algébrico na proposta de Base Nacional Curricular Comum para os anos iniciais do Ensino Fundamental	Rev. Prod. Disc. Educ. Matem.	Realizar um levantamento de como está sendo proposto o ensino da álgebra ou do pensamento algébrico na Base Nacional Curricular Comum (BNCC), ainda que em sua versão preliminar, nos anos iniciais do ensino fundamental da educação básica.	Foi feita a análise da segunda versão-revisada, preliminar da BNCC. Ainda não se tinha a versão final, pois tal documento ainda estava em discussão.

**Fonte:** Pesquisa bibliográfica (2019)

Estes estudos diagnósticos, sintetizados no quadro acima, contribuíram para a nossa pesquisa no sentido de possibilitar uma busca pela construção de atividades que pudessem superar barreiras na construção do conhecimento de expressões algébricas. Esta contribuição é evidenciada quando os autores identificarem e analisarem as dificuldades no ensino de expressões algébricas.

### 2.1.2. Estudos de análises em livros didáticos

Nesta seção exibimos as análises de cinco livros didáticos do 8º ano do ensino fundamental, com o objetivo de observar como são abordados pelos autores os conteúdos de expressões algébricas. Será destacado o espaço dado ao conteúdo, quantidade de questões sobre o tema, tipos de questões, quantidade de questões relacionadas aos exames de avaliação externa por descritores e como se dá a apresentação dos conteúdos.

Nessa categoria analisamos as seguintes obras: Leonardo (2010), Bianchini (2011), Mazzeiro e Machado (2012), Mori e Onaga (2012) e Dante (2012).

O livro Projeto Araribá: Matemática, composto por 304 páginas em seu capítulo de número 3 dedica 21 páginas para tratar das expressões algébricas. O livro apresenta 101 questões para os alunos resolverem, sendo que nenhuma destas questões é de múltipla escolha e nenhuma do tipo Prova Brasil ou SISPAE.

Esta obra apresenta questões que fazem referência aos descritores dos exames externos, sendo 11 exercícios relacionados aos descritores da Prova Brasil e 47 exercícios relacionados aos descritores do SISPAE. Apresentando questões rotineiras e questões não rotineiras sobre o conteúdo.

O autor faz a apresentação dos conteúdos a partir de situações problemas e utilização de imagens. Para em seguida inserir as definições de cada um dos subtemas das expressões algébricas.

O livro Matemática: Bianchini, apresenta 264 páginas, no seu capítulo 3 utiliza 15 destas páginas para abordar o tema expressões algébricas. Esta obra apresenta 52 questões para resolução dos estudantes. Destas questões apenas 1 é de múltipla escolha, porém, não sendo do tipo Prova Brasil ou SISPAE.

As questões presentes nos exercícios abordam os descritores dos exames externos, apresentando 9 exercícios referindo-se aos descritores da Prova Brasil e 26 exercícios fazendo referência aos descritores do SISPAE. Observamos a presença de questões rotineiras e não rotineiras sobre o conteúdo.

Para a apresentação dos conteúdos são apresentados aos estudantes situações problemas, uso de imagens em especial de figuras planas para em seguida definir os tópicos.

O livro Descobrimos e aplicamos a matemática, composto por 280 páginas, no seu capítulo 3 faz uso de 7 páginas para a abordagem da temática expressões algébricas. Apresentando nestas páginas 16 questões para a resolução dos alunos. Nenhuma destas questões é de múltipla escolha, nem do tipo Prova Brasil ou SISPAE.

Esta obra apresenta 4 questões abordando os descritores da Prova Brasil e nenhuma questão abordando os descritores do SISPAE. Apresenta questões rotineiras sobre a temática e ausência de questões não rotineiras.

Os autores desta obra apresentam apenas as definições de expressões algébricas e termos algébricos após os exercícios que devem ser resolvidos pelos alunos. Solicitam que o aluno calcule o valor numérico a partir dos exercícios sem

fazer a definição. Deixando de abordar os demais tópicos das expressões algébricas.

O livro Matemática: ideias e desafios, possui 320 páginas, no capítulo 3 em 22 páginas faz a abordagem das expressões algébricas. Nestas páginas existem 70 questões a serem resolvidas pelos alunos, destas questões apenas 2 são múltipla escolha e do tipo Prova Brasil ou SISPAE.

Este livro apresenta 10 questões relacionadas aos descritores da Prova Brasil e 19 questões relacionadas aos descritores do SISPAE. Trazendo para os estudantes questões rotineiras e não rotineiras para os alunos.

Para a apresentação dos conteúdos as autoras fazem utilização de situações problemas, de imagens e figuras planas para apresentar as definições dos tópicos aos alunos.

O livro Projeto Teláris: Matemática, possuindo 312 páginas, nos capítulos 2 e 4 são destinadas 30 páginas para abordar as expressões algébricas. Este bloco apresenta 74 questões para a resolução dos estudantes, sendo nenhuma destas questões do tipo Prova Brasil ou SISPAE.

São apresentadas aos alunos 16 questões onde estão relacionados os descritores da Prova Brasil e 29 questões onde estão relacionados os descritores do SISPAE. Apresentando para a resolução dos estudantes questões rotineiras e não rotineiras.

O autor faz a apresentação dos conteúdos a partir situações problemas, ilustrações e figuras planas na maioria das vezes. A seguir apresentando as definições dos conteúdos dos tópicos das expressões algébricas.

**Quadro 2:** Síntese dos estudos sobre o ensino de expressões algébricas

Natureza do estudo	Autor (es)	Tema	Instituições/periódicos	Objetivo (s)	Limitações
Livro didático	Leonardo (2010)	Projeto Araribá: Matemática	Editora Moderna	Observar como são abordados pelos autores os conteúdos de expressões algébricas, com destaque ao tratamento dado aos exames externos.	Ausência de questões de múltipla escolha e do tipo Prova Brasil ou SISPAE.
Livro didático	Bianchini (2011)	Matemática: Bianchini	Editora Moderna	Observar como são abordados pelos autores os conteúdos de expressões algébricas, com	Apresenta apenas uma questão de múltipla escolha e nenhuma questão

				destaque ao tratamento dado aos exames externos.	do tipo Prova Brasil ou SISPAE.
Livro didático	Mazzeiro e Machado (2012)	Descobrimos e aplicando a matemática	Editora Dimensão	Observar como são abordados pelos autores os conteúdos de expressões algébricas, com destaque ao tratamento dado aos exames externos.	Apresenta poucos exercícios, nenhum de múltipla escolha. Não traz os conceitos, não possui questões de múltipla escolha, não apresenta questões do tipo Prova Brasil ou SISPAE e somente em 3 descritores dos exames externos.
Livro didático	Mori e Onaga (2012)	Matemática: ideias e desafios	Editora Saraiva	Observar como são abordados pelos autores os conteúdos de expressões algébricas, com destaque ao tratamento dado aos exames externos.	Apresenta apenas 2 questões de múltipla escolha e do tipo Prova Brasil ou SISPAE.
Livro didático	Dante (2012)	Projeto Teláris: Matemática	Editora Ática	Observar como são abordados pelos autores os conteúdos de expressões algébricas, com destaque ao tratamento dado aos exames externos.	Não apresenta questões de múltipla escolha ou do tipo Prova Brasil ou SISPAE.

**Fonte:** Pesquisa bibliográfica (2019)

Os estudos de análises em livros didáticos, sintetizados no quadro acima, contribuíram para a nossa pesquisa no sentido de possibilitar uma busca pela construção de atividades que pudessem superar barreiras na construção do conhecimento de expressões algébricas. Esta contribuição fica evidente quando ao analisarmos os livros encontramos ausências de conteúdos e definições da temática em questão.

### 2.1.3. Estudos experimentais

Classificamos como estudos experimentais, os quais apresentam experimentos com estudantes para o ensino de expressões algébricas. Serão observados os objetivos, os sujeitos, as metodologias e os resultados obtidos.

Nesta categoria analisamos os trabalhos de Booth (1995), Rodrigues e Sousa (2009), Silva e Savioli (2012), Veloso (2012) e Brum e Cury (2013).

A autora Booth (1995) em um projeto de pesquisa intitulado “Strategies and Errors in Secondary Mathematics” que teve por objetivo identificar os tipos de erros que os alunos comumente cometem em álgebra e investigar as razões desses erros.

Nessa pesquisa Booth (1995) elaborou questões de álgebra e aplicou a alunos da oitava a décima série (com idade de treze a dezesseis anos), estes alunos já estudavam álgebra desde a sétima série em um programa de matemática integrado.

Booth (1995) encontrou como resultados que independente das diferenças de idade verificou-se erros comuns em todas as séries analisadas. Alguns erros podem ter ocorrido pela dificuldade cognitiva dos alunos em aceitar a ausência de fechamento ou pela dificuldade de interpretação do símbolo operatório, como ao simplificar a expressão  $2a+5b$  para  $7ab$ . Em álgebra existe a necessidade de uma precisão absoluta no registro das afirmações, em aritmética faz pouca diferença o aluno escrever  $12/3$  ou  $3/12$ , desde que ele efetue corretamente o cálculo. Uma das diferenças mais flagrantes entre a aritmética e a álgebra é, obviamente, a utilização, nesta última, de letras para indicar valores. Um dos aspectos mais importantes da álgebra talvez seja a própria ideia de “variável”. Mesmo quando as crianças interpretam as letras como representações de números, há uma forte tendência a considerar que as letras representam valores específicos únicos.

Booth (1995) conclui que as dificuldades apresentadas pelos alunos no entendimento de álgebra não são especificamente da álgebra, mas de problemas de aritmética que não foram sanados. Para muitos alunos apenas o contexto em que está escrita a expressão determina sua resolução, independente de como a expressão foi escrita. O uso de métodos informais em aritmética pode também ter implicações na habilidade do aluno para estabelecer afirmações gerais em álgebra.

Rodrigues e Sousa (2009) desenvolveram um estudo com alunos do 7º ano do ensino fundamental o qual teve como objetivo desenvolver a pré-álgebra sob a metodologia de jogos em sala de aula. Para os autores o campo da pré-álgebra



assumem papel importante na aprendizagem, mas quando os estudantes possuem dificuldades na aritmética, transformam este momento em uma fábrica de dúvidas. Assim, a introdução à álgebra (pré-álgebra) deve se basear na noção de que as variáveis podem ser manipuladas de uma maneira que corresponde exatamente a muitos aspectos do mundo real.

A pesquisa de Rodrigues e Sousa (2009) é qualitativa uma vez que dela faz parte a obtenção de dados descritivos mediante contato direto e interativo da pesquisadora com o objeto de estudo. Os autores utilizaram como instrumentos: atividades de ensino na perspectiva de jogos, observação em sala de aula e discussão com o professor sobre as dificuldades encontradas por eles no processo de ensinar álgebra. As atividades de jogos desenvolvidas tiveram um papel lúdico e significativo para a aprendizagem.

Rodrigues e Sousa (2009) como resultados descrevem que na atualidade o ensino de álgebra ocorre com a valorização da mecanização do raciocínio, mostrando que os estudantes sabem calcular algoritmos, mas não entendem e nem constroem o pensamento matemático. Os focos de respostas da aritmética e da álgebra diferem uma vez que, na aritmética, o estudante, ao solucionar situações problemas, deve encontrar respostas numéricas enquanto que na álgebra, respostas generalizadas, respectivamente. Um mesmo jogo pode ser utilizado, num determinado contexto, como construtor de conceitos e, num outro contexto, como aplicador ou fixador de conceitos.

Rodrigues e Sousa (2009) concluem o uso de jogos em sala de aula implica numa mudança significativa nos processos de ensino e aprendizagem que permite alterar o modelo tradicional do ensino. Os alunos poderão desenvolver com a inserção dos jogos tanto objetivos cognitivos como objetivos afetivos.

Silva e Savioli (2012) desenvolveram uma pesquisa com objetivo de identificar e analisar características do pensamento algébrico em tarefas aplicadas a estudantes do Ensino Fundamental I. Mais especificamente, buscar compreender como trinta e cinco estudantes do 5º Ano do Ensino Fundamental I lidam com tarefas que promovem o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Silva e Savioli (2012) utilizaram tanto para a organização, como também para análise e interpretação dos dados, como método investigativo a Análise de Conteúdo, a qual se configura como uma das modalidades da pesquisa qualitativa.

Os instrumentos utilizados foram diário de campo e protocolos escritos, produzidos pelos estudantes na resolução das tarefas propostas.

Silva e Savioli (2012) aplicaram tarefas na perspectiva da Early Algebra, sendo esta uma área de pesquisa que visa uma abordagem para o ensino e aprendizagem da álgebra inicial. Early Algebra é um projeto que foi criado em 1998, a qual conta com uma equipe de psicólogos e educadores matemáticos. Neste projeto são desenvolvidos materiais sobre a álgebra do Ensino Fundamental que tratam de vários temas matemáticos, como por exemplo, números, símbolos, comparações, etc., focando na aprendizagem e raciocínio dos estudantes.

Silva e Savioli (2012) como resultados descreveram que introduzir a álgebra nas séries iniciais é altamente viável, uma vez que uma profunda compreensão da aritmética requer generalizações matemáticas e compreensão dos princípios algébricos. Aritmética e álgebra elementar estão intimamente interligadas.

Silva e Savioli (2012) concluem que esses estudantes investigados têm condições de lidar e de desenvolver aspectos relacionados ao pensamento algébrico, de modo que este pode ser desenvolvido antes de o estudante apresentar uma linguagem simbólica algébrica.

Veloso (2012) realizou uma pesquisa com o objetivo de refletir acerca das dificuldades dos alunos que se iniciam no estudo da álgebra. Tais reflexões são estabelecidas a partir de um diálogo entre as experiências docentes de uma das pesquisadoras e a literatura.

Como resultados Veloso (2012) descreve como primeira fonte de as relacionadas à natureza da Álgebra e aquelas que surgem dos processos de desenvolvimento cognitivo dos alunos e da estrutura e organização de suas experiências. A segunda fonte de dificuldade apontada pela autora diz respeito à natureza do currículo, à organização das aulas e aos métodos de ensino usados. Muitas vezes ocorre uma fixação exagerada nas manipulações mecânicas com símbolos, produzindo uma impressão muito forte de inutilidade de tal conteúdo. Muitas vezes os alunos não aceitam uma expressão algébrica simplificada como resposta final de um exercício.

A ideia de que o símbolo da adição pode ser tanto a indicação de uma soma como a ação, ou de que o símbolo de igualdade possa representar uma relação de equivalência e não uma resposta propriamente dita pode não ser percebida de imediato pelos alunos. O aluno conhecendo os vários significados que as letras

assumem de acordo com o contexto em que está empregada, acredita que será mais fácil que o estudante aceite uma expressão algébrica como resposta de algum exercício ou problema.

Veloso (2012) concluiu que as dificuldades dos alunos não são em Álgebra propriamente dita, mas estão em deficiências em Aritmética que não foram corrigidas. A autora acredita que a Álgebra representa para o aluno um importante suporte conceitual tanto para a análise e interpretação de situações cotidianas quanto para estudos mais avançados. Dessa forma, sua introdução deve se basear na noção de que os símbolos algébricos podem ser manipulados de uma maneira que corresponde a aspectos do mundo real.

Brum e Cury (2013) realizaram uma investigação com o objetivo de analisar erros cometidos por estudantes de 8º ano do Ensino Fundamental na resolução de questões algébricas. A metodologia utilizada foi a análise de conteúdo dos erros, dividida em três fases: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados. As autoras realizaram os testes com 23 alunos de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública. Os estudantes resolveram 5 questões de álgebra retiradas do livro didático e suas respostas foram analisadas.

Como resultados Brum e Cury (2013) descrevem a álgebra sendo trabalhada como algo inativo, sem relação com o ambiente social do aluno, sem analogia com os movimentos vivenciados habitualmente, como se não fizesse parte da história da Matemática, ou seja, com uma abordagem distante e tradicional. É o conhecimento visível que acorda o aluno para as abstrações da Aritmética.

Assim, o pensamento algébrico abrange abstração, invenção, entrosamento para operacionalidade presente na Aritmética, ideia de equivalência, de variação. Com isso o aluno precisa ser guiado a trabalhar com essas ideias, não conseguindo estabelecer esse tipo de conhecimento por si só, porque não é algo natural. Os erros técnicos, que envolvem a manipulação algébrica, são muito frequentes, além dos erros que envolvem a passagem da linguagem natural ou figural para a matemática, como é o caso da generalização de um determinado padrão.

Brum e Cury (2013) concluíram que devem ser empregados recursos tecnológicos para enfatizar as operações e propriedades necessárias para o estudo da Álgebra no 8º ano do Ensino Fundamental. Em especial, o uso do software *Hot Potatoes*, para criar problemas e exercícios de Álgebra que podem levar a erros semelhantes aos analisados na pesquisa e a sua superação.

**Quadro 3:** Síntese dos estudos sobre o ensino de expressões algébricas

Natureza do estudo	Autor (es)	Tema	Instituições/periódicos	Objetivo (s)	Observações
Artigo	Rodrigues e Sousa (2009)	Ensino de pré-álgebra através de jogos no 7º ano do ensino fundamental	Revista de Educação Matemática	Desenvolver a pré-álgebra sob a metodologia de jogos em sala de aula.	Muitas vezes os educadores utilizam jogos
Artigo	Silva e Savioli (2012)	Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I	Revista Eletrônica de Educação	Identificar e analisar características do pensamento algébrico em tarefas aplicadas a estudantes do Ensino Fundamental I.	No que diz respeito à exploração do material, esta etapa é muitas vezes longa e enfadonha.
Dissertação	Veloso (2012)	O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébricos no ensino fundamental: análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano	Universidade Federal de Ouro Preto	Refletir acerca das dificuldades dos alunos que se iniciam no estudo da álgebra.	Nenhum trabalho pesquisado tem como tema central de estudo problemas algébricos e a tradução da linguagem escrita corrente para a linguagem algébrica.
Artigo	Brum e Cury (2013)	Análise de erros em soluções de questões de álgebra: Uma pesquisa com alunos do ensino fundamental	REnCiMa	Objetivo de analisar erros cometidos por estudantes de 8º ano do Ensino Fundamental na resolução de questões algébricas.	Álgebra é trabalhada como algo inativo, sem relação com o ambiente social do aluno, sem analogia com os movimentos vivenciados habitualmente, como se não fizesse parte da história da Matemática, ou seja, com uma abordagem distante e tradicional.

**Fonte:** Pesquisa bibliográfica (2019)

Os estudos experimentais, sintetizados no quadro acima, colaboraram para a nossa pesquisa no sentido de possibilitar uma busca pela elaboração de atividades com o uso do concreto objetivando superar barreiras na construção do conhecimento de expressões algébricas.

### 3. ASPECTOS MATEMÁTICOS

Neste tópico abordaremos a concepção matemática das expressões algébricas adaptadas a partir de Oliveira (2009) e Dante (2012), assim como, apresentaremos as atividades da sequência didática que será aplicada aos alunos do 8º ano do ensino fundamental.

O conhecimento dos conceitos de expressões algébricas é imprescindível para os estudantes, este serve como alicerce para outras temáticas da matemática, assim como auxilia os alunos na tomada de decisões em seu cotidiano. Apresentamos algumas considerações sobre este tema a seguir.

Para o dicionário Di em sua versão *online* expressões algébricas são definidas como sendo “expressões matemáticas que apresentam letras e podem conter números”.

#### **Definição 1:** Expressão algébrica

É o resultado de um número finito de operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação), entre variáveis, sempre que os resultados de tais operações fizerem sentido no conjunto  $\mathbb{R}$  dos números reais.

Na matemática em diversas circunstâncias é apropriado representar um número real desconhecido por uma letra, com o propósito de realizar operações com esse número, mesmo desconhecendo seu valor. Por exemplo, se representarmos um número real por  $y$ , logo seu dobro será  $2y$ , seu quíntuplo  $5y$  e sua metade  $y/2$ . Os números reais desconhecidos são representados por letras por letras minúsculas do alfabeto:  $y, w, z$ , etc. e as expressões algébricas por letras maiúsculas:  $M, N, P$ , etc.

São exemplos de expressões algébricas:  $M = 2y + w$  e  $P = x^3 - z$ . Podemos escrever  $M(y, w)$  e  $P(x, z)$  para representar as expressões algébricas  $M$  e  $P$ . Escreveremos  $M(y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$  para representar uma expressão algébrica nas variáveis  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ .

#### **Definição 2:** Valor numérico

É o número real obtido quando atribuímos valores as variáveis que compõem a expressão e efetuamos as operações indicadas.

Fazendo a substituição das variáveis de uma expressão algébrica por números reais, a expressão algébrica transforma-se em uma expressão numérica. Por exemplo, o valor numérico da expressão  $P(x, y) = x^3 - z$  para os valores de  $x = 2$  e  $z = 5$  é  $2^3 - 5 = 8 - 5 = 3$ .

### **Definição 3:** Monômios

É uma expressão algébrica dada pelo produto de um número real não nulo por um número finito de potências e expoentes inteiros e não negativos, cujas bases são variáveis. Um monômio é formado por uma parte literal constituída pelo produto das potências das variáveis e uma parte numérica (coeficiente) constituída pelo número real que antecede a parte literal.

As expressões algébricas  $4l$ ,  $3x^2$ , e  $10ab$  são exemplos de monômios, pois são inteiras e apresentam somente multiplicações entre números e letras, as mesmas possuem apenas números naturais como expoentes. Nestes exemplos as partes literais são, respectivamente,  $l$ ,  $x^2$ , e  $ab$ , enquanto que os coeficientes são 4, 3, e 10.

O grau de um monômio é igual à soma dos expoentes das variáveis que forma o monômio que compõem sua parte literal. Nos exemplos anteriores o grau são, respectivamente, 1, 2, e 2.

Quando dois ou mais monômios possuem mesma parte literal definimos como monômios semelhantes ou termos semelhantes. Os monômios  $x^2$ , e  $3x^2$  apresentam como parte literal  $x^2$ , portanto, são monômios semelhantes.

### **Definição 4:** Soma e subtração de monômios

Para somar (ou subtrair) dois ou mais monômios semelhantes devemos adicionar (ou subtrair) seus coeficientes e conservar a parte literal comum.

Reduzir os monômios semelhantes equivale a somar ou subtrair todos os monômios semelhantes, sintetizando cada um desses grupos, em um só monômio. Como exemplo, podemos reduzir  $-3y^2 + 4z^2 - 2y + 6y^2 + 7z^2 + 2y$  para  $3y^2 + 11z^2$ .

**Definição 5:** Multiplicação de monômios

O resultado da multiplicação de dois ou mais monômios é um monômio cujo coeficiente é igual ao produto dos coeficientes de todos os termos e cujos expoentes das variáveis são iguais às somas dos expoentes respectivos a cada variável.

Para efetuar a multiplicação dos monômios  $(4x^2y^3)(-3x^2y^6)(5y^5z^4)$ , efetuamos multiplicação dos coeficientes dos três termos e somamos os expoentes das variáveis iguais, como demonstrado a seguir,  $(4x^2y^3)(-3x^2y^6)(5y^5z^4) = [(4)(-3)(5)]x^{2+2}y^{3+6+5}z^4 = -60x^4y^{14}z^4$ .

**Definição 6:** Divisão de monômios

O resultado da divisão de um monômio P por outro H é igual a um monômio cujo coeficiente é igual a razão dos coeficientes de P e H e cuja parte literal é igual à razão entre as partes literais de P e H.

Pelas condições de divisibilidade deve-se observar que um monômio é divisível por outro quando o resultado desta divisão é um monômio que apresenta todos os expoentes das suas variáveis sendo números naturais. Vejamos, por exemplo, o monômio  $P = 15x^4y^7z^5$  é divisível pelo monômio  $H = -3x^2y^3z^5$  uma vez que  $\frac{15x^4y^7z^5}{-3x^2y^3z^5} = \frac{15}{-3}x^{4-2}y^{7-3}z^{5-5} = x^2y^4$ .

**4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS**

Esta sequência didática é formada por 9 atividades para o ensino de expressões algébricas. Estas atividades foram constituídas com o objetivo de conceituar expressões algébricas, definir termo algébrico, classificar expressões algébricas, reconhecer termos semelhantes, calcular o valor numérico, somar e subtrair termos semelhantes, multiplicar monômios e dividir monômios.

**ATIVIDADE 1**

**Título:** Expressões algébricas.

**Objetivo:** Conceituar uma expressão algébrica.

**Material:** Roteiro da atividade, caneta ou lápis e lista de questões.

**Procedimento:** Traduza em linguagem matemática cada uma das seguintes situações:

- 01.** Maria recebeu o seu salário de R\$ 1250,00 mais R\$ 150,00 de bônus pela venda de determinado produto.
- 02.** O preço de quatro lápis e duas borrachas.
- 03.** O número 10 acrescido de seu dobro.
- 04.** Se Luiz tivesse R\$ 2500,00 a mais do que tem, poderia comprar o carro que deseja.
- 05.** João tinha 50 figurinhas mês passado. Hoje ele tem o dobro de figurinhas.
- 06.** O cubo de um número subtraído de seu quadrado.
- 07.** O dobro de 5 somado ao triplo de 4.

De acordo com a tradução em linguagem matemática que você realizou em cada uma das sete situações acima, preencha o **quadro** a seguir.

SITUAÇÃO	SÍMBOLOS USADOS		NOS QUE USOU LETRA(S) O QUE SIGNIFICA	REPRESENTAÇÃO DA SITUAÇÃO
	LETRA(S)	NÚMEROS		
<b>01</b>				
<b>02</b>				
<b>03</b>				
<b>04</b>				
<b>05</b>				
<b>06</b>				
<b>07</b>				

- a.** Você percebe similaridades ou diferenças entre estas representações matemáticas?
- b.** O que podemos concluir observando essas duas formas de representar?

**Análise a priori:** Nesta atividade o objetivo é que os alunos conceituem as expressões algébricas. Após completar o quadro com as representações de cada uma das situações, o aluno deverá observar que determinadas situações são representadas por números e operações e outras situações são representadas por letras, números e operações. Esta primeira forma de representar chamamos



expressões numéricas e a segunda forma de expressões algébricas. Nesta atividade estamos de acordo com Lima e Bianchini (2017) analisando a BNCC os autores destacam que se deve começar mais cedo o trabalho com a álgebra e de maneira que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas. Concordamos com Possamai e Baier (2013) que salientam no estudo inicial da álgebra realizar a transcrição de situações descritas em linguagem usual para a linguagem algébrica.

## ATIVIDADE 2

**Título:** Termo algébrico.

**Objetivo:** Definir termo algébrico.

**Material:** Roteiro da atividade, caneta ou lápis e lista de questões.

**Procedimento:**

Observe as expressões no quadro a seguir:

$2x + 3$	$3 + b - c + 2d - 5e$
$3m + 3p + 5x - 2y + z + 6$	
$a - b + c - d$	$m - 2n + 5$

a. Considere que as adições e subtrações separam as expressões em partes. Essas expressões são constituídas pela mesma quantidade de partes?

**Análise a priori:** Esta atividade tem como objetivo definir termo algébrico. Após analisar as expressões no quadro, os estudantes devem observar que os sinais de adição e subtração separam os termos. Cada termo apresenta uma parte numérica e uma parte não numérica. Concordamos com Rodrigues e Sousa (2009) afirmam que introdução à álgebra (pré-álgebra) deve se basear na noção de que as variáveis podem ser manipuladas de uma maneira que corresponde exatamente a muitos aspectos do mundo real.

### ATIVIDADE 3

**Título:** Tipos de expressões algébricas.

**Objetivo:** Classificar expressões algébricas quanto ao número de termos.

**Material:** Roteiro da atividade, caneta ou lápis e lista de questões.

**Procedimento:**

Observe as expressões no quadro a seguir:

$2x + 5$	$3 + b - c$	$3m + 3p + 5x - 2y$
$3x + y$	$-1y$	$3p - 1$
$3m$	$m - 3$	$a - b + c - d$
$m - 2n + 5$	$1$	$2a$
		$3$
		$3 - 2a$

Tomando com relação à quantidade de termos, separe as expressões em grupos no quadro a seguir:

UM TERMO ALGÉBRICO	DOIS TERMOS ALGÉBRICOS	TRÊS TERMOS ALGÉBRICOS	MAIS DE TRÊS TERMOS ALGÉBRICOS

a. O que podemos concluir a partir da observação da quantidade de termos algébricos que cada expressão apresenta?

**Análise a priori:** Nesta atividade o objetivo é classificar as expressões algébricas quanto ao número de termos. Após o estudante separar as expressões no quadro de acordo com a quantidade de termos algébricos, o professor irá fazer a intervenção explicando que de acordo com a quantidade de termos as expressões algébricas recebem uma denominação. Estamos de acordo com Brum e Cury (2013) ao afirmarem que o aluno precisa ser guiado a trabalhar com essas ideias, não conseguindo estabelecer esse tipo de conhecimento por si só, porque não é algo natural.

#### ATIVIDADE 4

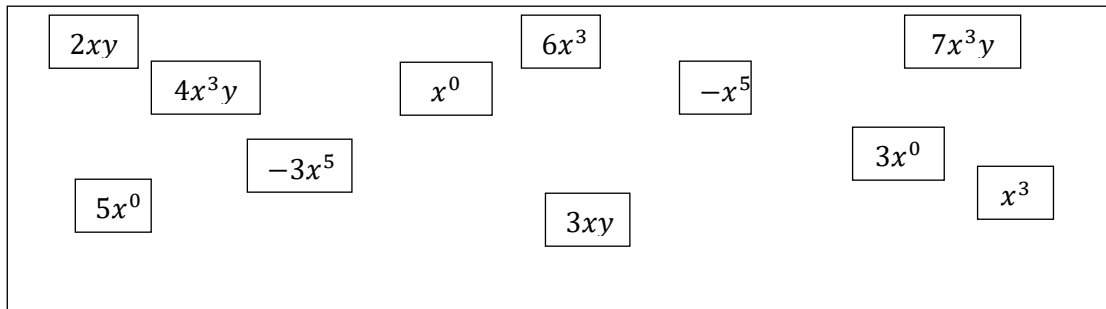
**Título:** Termos semelhantes.

**Objetivo:** Identificar termos semelhantes.

**Material:** Roteiro da atividade, caneta ou lápis e lista de questões.

**Procedimento:**

Observe os monômios no quadro a seguir:



Distribua os monômios com a mesma parte literal nos grupos a seguir:

GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3	GRUPO 4	GRUPO 5

a. O que os monômios que ficaram no mesmo grupo possuem em comum?

**Análise a priori:** Esta atividade apresenta como objetivo identificar termos semelhantes. O aluno ao separar os monômios em grupos irá perceber que os presentes em um mesmo grupo apresentam partes literais e expoentes iguais. Concordamos com Veloso (2012) quando sugere a introdução da álgebra deva se basear na noção de que os símbolos algébricos podem ser manipulados de uma maneira que corresponde a aspectos do mundo real.

#### ATIVIDADE 5

**Título:** Valor numérico.

**Objetivo:** Calcular o valor numérico.

**Material:** Roteiro da atividade, caneta ou lápis e lista de questões.

**Procedimento:** Observe o retângulo a seguir:



a. Qual expressão que representa o perímetro desse retângulo?

Preencha a tabela a seguir encontrando o perímetro do retângulo para cada valor do comprimento C e largura L.

C	L	Perímetro
3	1	
4	2	
5	3	
6	3	

b. Quando substituídos na expressão os valores de C e L o que os resultados representam?

**Análise a priori:** O objetivo desta atividade é calcular o valor numérico de uma expressão algébrica. Após o aluno efetuar o cálculo dos perímetros para os retângulos de diferentes dimensões, o professor irá intervir para que se chegue à definição de valor numérico. Concordamos com Keppke (2007) ao colocar que os PCN sugerem, com relação à Álgebra, que as atividades relacionadas ao tema devem favorecer aos alunos a construção do conhecimento, partindo de situações-problema.

## ATIVIDADE 6

**Título:** Soma de monômios.

**Objetivo:** Somar termos semelhantes.

**Material:** Roteiro da atividade e o kit área, caneta ou lápis e lista de questões.

**Procedimento:** Com auxílio do kit área calcule as adições:

1)  $x + 3x =$

2)  $2xy + 5xy =$

$$3) 2y + 3y + 4y =$$

$$4) 4y^2 + 3y^2 =$$

$$5) 6xy + 4xy + 2xy =$$

$$6) x^2 + 5x^2 + 2x^2 =$$

$$7) 2y^2 + 2y^2 + 5y^2 =$$

$$8) 2x + 5x + x =$$

Descubra uma maneira de obter os resultados sem utilizar o kit.

**Análise a priori:** Esta atividade tem como objetivo a soma de termos semelhantes. Com o auxílio do kit área o aluno irá perceber que na soma de monômios soma-se os coeficientes conservando a parte literal. Estamos de acordo com Bianchini (2011), Mori e Onaga (2012) e Dante (2012) onde para a apresentação dos conteúdos são apresentados aos estudantes situações problemas, utilização de imagens em especial de figuras planas para em seguida definir os tópicos.

## ATIVIDADE 7

**Título:** Subtração de monômios.

**Objetivo:** Subtrair termos semelhantes.

**Material:** Roteiro da atividade, kit área, caneta ou lápis e lista de questões.

**Procedimento:** Com auxílio do kit área calcule as subtrações:

$$1) 5x - 2x =$$

$$2) 6xy - xy =$$

$$3) -4y - 3y - 5y =$$

$$4) 4y^2 - 2y^2 =$$

$$5) 7xy - 4xy - 3xy =$$

$$6) 6x^2 - 3x^2 - 2x^2 =$$

$$7) 8y^2 - 4y^2 =$$

$$8) -2x - 3x - x =$$

Descubra uma maneira de obter os resultados sem utilizar o kit.

**Análise a priori:** Esta atividade tem como objetivo a subtração de termos semelhantes. Com o auxílio do kit área o aluno irá perceber que na subtração de monômios subtraem-se os coeficientes conservando a parte literal. Concordamos

com Bianchini (2011), Mori e Onaga (2012) e Dante (2012) onde para a apresentação dos conteúdos são apresentados aos estudantes situações problemas, utilização de imagens em especial de figuras planas para em seguida definir os tópicos.

## ATIVIDADE 8

**Título:** Multiplicação de monômio por monômio.

**Objetivo:** Multiplicar um monômio por monômio.

**Material:** Roteiro da atividade, aplicativo de celular photomath, caneta ou lápis e lista de questões.

**Procedimento:**

Com auxílio do aplicativo de celular photomath, calcule as multiplicações:

- 1)  $y \cdot y =$
- 2)  $(2x^3) \cdot (3x^7) =$
- 3)  $(5y^3) \cdot (2y^2) \cdot (3y^4) =$
- 4)  $(-4x^2) \cdot (-4x^5) =$
- 5)  $(3xy) \cdot (3xy) =$
- 6)  $(6x^5y^3) \cdot (4x^5y^2) =$
- 7)  $(4x^3y^6) \cdot (3x^3y^6) =$
- 8)  $0 \cdot (7x^5y^6) =$

Descubra uma maneira de obter os resultados sem utilizar o aplicativo de celular photomath.

**Análise a priori:** O objetivo desta atividade é multiplicar monômio por monômio. Com o auxílio do aplicativo de celular photomath o estudante irá observar que ao multiplicar dois ou mais monômios o resultado será um monômio, cujo coeficiente é igual ao produto dos coeficientes de todos os termos e cujos expoentes das variáveis são iguais às somas dos expoentes respectivos a cada variável. Estamos de acordo com Veloso (2012) ao apontar como segunda fonte de dificuldade ao ensino da álgebra à natureza do currículo, à organização das aulas e aos métodos de ensino usados. Muitas vezes ocorre uma fixação exagerada nas manipulações mecânicas com símbolos, produzindo uma impressão muito forte de inutilidade de tal conteúdo.

## ATIVIDADE 9

**Título:** Divisão de monômios.

**Objetivo:** Dividir monômios.

**Material:** Roteiro da atividade, o aplicativo de celular photomath, caneta ou lápis e lista de questões.

**Procedimento:**

Com auxílio do aplicativo de celular photomath, as divisões:

- 1)  $(10x) : (2x) =$
- 2)  $(8y^6) : (2y^3) =$
- 3)  $(9x^4) : (3x^2) =$
- 4)  $(5x^4) : (2x^6) =$
- 5)  $(7x^5) : (7x^5) =$
- 6)  $(-12x^4y^5) : (3x^5y^6) =$
- 7)  $(6x^2) : x =$
- 8)  $0 : (3y^4) =$

Descubra uma maneira de obter os resultados sem utilizar o aplicativo de celular photomath.

**Análise a priori:** Esta atividade tem como objetivo dividir monômio por monômio. Com o auxílio do aplicativo de celular photomath o estudante irá observar que ao dividir dois monômios o resultado é igual a um monômio cujo coeficiente é igual a razão dos coeficientes e cuja parte literal é igual à razão entre as partes literais. Concordamos com Brum e Cury (2013) que sugerem devem ser empregados recursos tecnológicos para enfatizar as operações e propriedades necessárias para o estudo da Álgebra no 8º ano do Ensino Fundamental.

## 5. ORIENTAÇÕES E SUGESTÕES DE LEITURAS

As atividades apresentadas neste material poderão ser adequadas à realidade dos estudantes a fim de alcançar melhores resultados. O professor deve considerar a opinião dos alunos na busca do desenvolvimento da aprendizagem matemática. O professor deve fazer a construção do kit-área (no Apêndice) e buscar um conhecimento básico da funcionalidade do aplicativo photomath.

Para um melhor aprofundamento nas atividades indicamos a leitura de nossa dissertação sobre o ensino de expressões algébricas por meio de atividades que está entre as sugestões de leituras apresentadas. E para pesquisar outras atividades relacionadas a demais conteúdos matemáticos pode-se acessar a página do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA) no endereço <http://ccse.uepa.br/pmpem/>.

## 6. SUGESTÕES DE LEITURA

Para a obtenção de um maior aprofundamento, no que se refere ao que descrevemos em nosso produto, mostramos a seguir, algumas sugestões de leitura sobre o processo de ensino e aprendizagem envolvendo Expressões Algébricas:

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. **As ideias da álgebra**. Organizadores A. F. Coxford e A. P. Shulte; traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: ed. Atual, 1995.

CABRAL, Natanael Freitas. **Sequências didáticas: estrutura e elaboração**. Belém-PA: SBEM/SBEM-PA, 2017.

COSTA, Airton da Silva. **O Ensino de Expressões Algébricas por Meio de Atividades**. 2019. 164 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: Matemática**. 1. ed. – São Paulo: Ática, 2012.

OLIVEIRA, Marcelo Rufino de. **Coleção elementos da matemática**, 0: álgebra, proporção, frações. – 1ª ed. – Belém: 2009. 254 p.

POSSAMAI, Janaína Poffo; BAIER, Tania. **Primeiros passos na álgebra: conceitos elementares e atividades pedagógicas**. Revista Dynamis. FURB, Blumenau, v.19, n. 2, p. 72-86, edição especial. 2013.



## **7. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A sequência didática apresentada foi validada na dissertação de mestrado de Costa (2019), que objetivava avaliar os efeitos de uma sequência didática para o ensino de expressões algébricas por meio de atividades, obtendo através da referida sequência didática uma efetiva participação, bem como excelente desempenho dos discentes participantes na resolução de questões envolvendo expressões algébricas, possivelmente desenvolvendo competências e habilidades para resolverem problemas envolvendo expressões algébricas. Desse modo, este produto educacional visa contribuir de maneira efetiva para a construção do processo de ensino e aprendizagem de expressões algébricas, uma vez que é um conteúdo em que os discentes do ensino fundamental demonstram dificuldades e baixos rendimentos educacionais, e a utilização de metodologias como as que apresentamos aqui por meio de atividades que compõem nossa sequência didática, pode contribuir efetivamente para o referido processo. Assim, esperamos que os docentes da Educação Básica apreciem o produto apresentado e possam utilizá-lo em suas aulas.

## 8. REFERÊNCIAS

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática: Bianchini**. 7. ed. – São Paulo: Moderna, 2011.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. **As ideias da álgebra**. Organizadores A. F. Coxford e A. P. Shulte; traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: ed. Atual, 1995.

BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular**. Proposta preliminar. Segunda versão revista. Brasília: MEC, 2016. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc2versao.revista.pdf>>. Acesso em: 13 jun. 2019.

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros curriculares nacionais: matemática/Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRUM, Lauren Darold; CURY, Helena Noronha. **Análise de erros em soluções de questões de álgebra**: uma pesquisa com alunos do ensino fundamental. REnCiMa, v.4, n.1, p. 45-62, 2013.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: Matemática**. 1. ed. – São Paulo: Ática, 2012.

DICIONÁRIO Informal. Disponível em: <<https://www.dicionarioinformal.com.br/alg%C3%A9brico/>>. Acesso em: 15 jan. 2019.

KEPPKE, Charston Lima. **Álgebra nos currículos do ensino fundamental**. 2007.184 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

LEONARDO, Fabio Martins de. **Projeto Araribá: matemática**. 3. ed. – São Paulo: Moderna, 2010.

LIMA; José Roberto de Campos; BIANCHINI, Bárbara Lutaif. **A álgebra e o pensamento algébrico na proposta de Base Nacional Curricular Comum para os anos iniciais do Ensino Fundamental**. Rev. Prod. Disc. Educ. Matem., São Paulo, v.6, n.1, pp. 197-208, 2017.

MAZZIEIRO, Alceu dos Santos; MACHADO, Paulo Antônio Fonseca. **Descobrendo e aplicando a matemática**. Belo Horizonte: Dimensão, 2012.

MORI, Iracema; ONAGA; Dulce Satiko. **Matemática: ideias e desafios**. 17. ed. – São Paulo: Saraiva, 2012.

PORTAL do Inep. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/indicadores-educacionais/>>. Acesso em: 13 jun. 2017.

OLIVEIRA, Marcelo Rufino de. **Coleção elementos da matemática**, 0: álgebra, proporção, frações. – 1ª ed. – Belém: 2009. 254 p.

PONTE, João Pedro da. **Números e álgebra no currículo escolar**. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, & P. Canavarro (Eds.), *Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores* (pp. 5-27). Lisboa: SEM-SPCE. 2006.

POSSAMAI, Janaína Poffo; BAIER, Tania. **Primeiros passos na álgebra: conceitos elementares e atividades pedagógicas**. Revista Dynamis. FURB, Blumenau, v.19, n. 2, p. 72-86, edição especial. 2013.

RODRIGUES, Carolina Innocente; SOUSA, Maria do Carmo de. **Ensino de pré-álgebra através de jogos no 7º ano do ensino fundamental**. Revista de Educação Matemática – vol. 12, n. 14, 2009. Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional São Paulo.

SisPAE - **Sistema Paraense de Avaliação Educacional**. Disponível em <<http://www.vunesp.com.br/reports/RelatorioSISPAE.aspx?c=SEPA1401>>. Acesso em 30 jul. 2019.

SILVA; Daniele Peres da; SAVIOLI, Angela Marta Pereira das Dores. **Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I**. Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. Programa de Pós-Graduação em Educação.

VELOSO, Débora Silva. **O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébricos no ensino fundamental**: análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano. 2012. 244 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

## APÊNDICES

## APÊNDICES

KIT ÁREA					
Representação	Peças				
	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5
Positivo	$x$	$y$	$xy$	$x^2$	$y^2$
Negativo	$x$	$y$	$xy$	$x^2$	$y^2$



Universidade do Estado do Pará  
Centro de Ciências Sociais e Educação  
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática  
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo  
66113-200 Belém-PA  
[www.uepa.br/pmpem](http://www.uepa.br/pmpem)