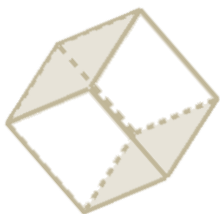




**Universidade do Estado do Pará**  
**Centro de Ciências Sociais e Educação**  
**Programa de Pós-Graduação em Educação**  
**Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática**



$$a = \sqrt[n]{V}$$

Índice

Radical

**SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES DE  
RADICAÇÃO COM O GEOGEBRA**

Radicando

$$L = \sqrt{A}$$



Samuel Alves de Araújo

Fábio José da Costa Alves

Acylena Coelho Costa

**Universidade do Estado do Pará**  
**Centro de Ciências Sociais e Educação**  
**Programa de Pós-Graduação em Educação**  
**Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática**

## **Sequência de Atividades de Radiciação com o GeoGebra**

**1ª Edição**

**Autores:**

Samuel Alves de Araújo  
Fábio José da Costa Alves  
Acylena Coelho Costa

Belém/Pa – 2019

## **Diagramação e Capa: Os Autores**

**Revisão: Os Autores**

## **Conselho Editorial**

Profa. Dra. Acylena Coelho Costa  
Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva  
Prof. Dr. Antonio José Lopes  
Prof. Dr. Benedito Fialho Machado  
Prof. Dr. Carlos Alberto Raposo da Cunha  
Profa. Dra. Celsa Herminia de Melo Maranhão  
Profa. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira  
Profa. Dra. Claudianny Amorim Noronha  
Profa. Dra. Cristina Lúcia Dias Vaz  
Prof. Dr. Dorival Lobato Junior  
Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira  
Profa. Dra. Eliza Souza da Silva  
Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves  
Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva  
Prof. Dr. Geraldo Mendes de Araújo  
Profa. Dra. Glaudianny Amorim Noronha  
Prof. Dr. Gustavo Nogueira Dias  
Prof. Dr. Heliton Ribeiro Tavares

Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma  
Prof. Dr. José Antonio Oliveira Aquino  
Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes  
Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes  
Prof. Dr. Márcio Lima do Nascimento  
Prof. Dr. Marcos Antônio Ferreira de Araújo  
Prof. Dr. Marcos Monteiro Diniz  
Profa. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos  
Profa. Dra. Maria Lúcia P. Chaves Rocha  
Prof. Dr. Miguel Chaquiam  
Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral  
Prof. Dr. Pedro Franco de Sá  
Prof. Dr. Raimundo Otoni Melo Figueiredo  
Profa. Dra. Rita Sidmar Alencar Gil  
Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho  
Profa. Dra. Talita Carvalho da Silva de Almeida

## **Comitê de Avaliação**

Fábio José da Costa Alves  
Miguel Chaquiam  
Acylena Coelho Costa  
Eliza Souza da Silva

**Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)**  
**Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA**

---

ARAÚJO, Samuel Alves de, ALVES, Fábio José da e COSTA, Acylena Coelho. Sequência de atividades de radiciação com geogebra, 2019

Produto educacional vinculado à dissertação “Ensino de radiciação com o uso do geogebra” (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) Universidade do Estado do Pará, 2019

1. Geogebra (Software educacional) 2. Ensino de matemática auxiliado por computador. 3. Radiciação. I. Alves, Fábio José da Costa, . II. Costa, Acylena Coelho, coorientadora. III. Título.

CDD. 23º ed.510.7

---



## SUMÁRIO

<b>1. APRESENTAÇÃO</b>	<b>5</b>
<b>2. O SOFTWARE GEOGEBRA</b>	<b>7</b>
<b>3. PROPOSTA DE ATIVIDADE</b>	<b>10</b>
3.1 ANÁLISE A PRIORI DAS ATIVIDADES PARA O ENSINO DE RADICIAÇÃO	10
3.1.1 atividade 01	10
3.1.2 Atividade 02	13
3.1.3 Atividade 03	15
3.1.4 atividade 04	18
3.1.5 Atividade 05	20
3.1.6 Atividade 06	23
3.1.7 Atividade 07	25
3.1.8 Atividade 08	27
3.1.9 Atividade 09	30
3.1.10 Atividade 10	32
3.1.11 Atividade 11	35
<b>4. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>38</b>
<b>REFERÊNCIA</b>	<b>40</b>

## 1. APRESENTAÇÃO

O presente produto educacional é resultante de uma dissertação de mestrado elaborada por Araújo (2019), que teve como finalidade gerar uma sequência de atividades didáticas para o ensino de Radiciação. O interesse em elaborar essa pesquisa surgiu por conta do grande número de erros que os alunos cometem nos ensinamentos fundamental e médio, no que diz respeito à radiciação, suas propriedades e operações. Um conteúdo de fácil compreensão, mas que a maioria dos alunos não consegue entender (FELTES, 2007).

Quando decidimos pela construção da atual proposta de Sequência de Atividades Didáticas, pensamos em construir um material que propicie ao educando construir seu próprio conhecimento com a utilização do comando do GeoGebra, de forma a ajudá-lo no ensino de Radiciação. Essa ideia foi produzida por mediações possibilitadas pelo componente curricular Tecnologias de Informática no Ensino de Matemática do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará.

Nossos estudos, a respeito da construção da presente sequência didática, ocorreram temporalmente com as reflexões e implementação da nova Base Nacional Comum Curricular no Brasil, que assegura o desenvolvimento dos estudantes e definiram algumas competências gerais, uma dessas competências fala da tecnologia.

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018. p. 9)

Diante disso, vemos a necessidade de rupturas com os velhos métodos de ensino que é pela memorização e transmissão de informação, além de utilizar os recursos tecnológicos que usamos frequentemente, como a lousa, pincel, livro didático, lista de exercícios etc., devemos acrescentar os *softwares*. No mundo em que vivemos o uso dos computadores, *softwares*, celulares e outros no ensino de

matemática não podem ser desprezados, caso contrário, podemos cair no erro de construir uma escola completamente descontextualizada, desconectada da realidade, muito aquém do público para o qual é direcionada. Moran (Apud Silva, 2016, p. 18) “acrescenta que, com o avanço das tecnologias, uma escola sem conexão com o mundo virtual e as multimídias é uma escola incompleta”.

O GeoGebra por ser dinâmico é um dos *softwares* que vem sendo aproveitado no processo ensino e aprendizado de matemática, pois permite a exploração geométrica, algébrica, aritmética e de cálculo além de ser gratuito, portátil e aplicável em todos os níveis de ensino.

Para Silva (2016), o GeoGebra vem se destacando cada vez mais como um recurso pedagógico possível de ser ligado aos conteúdos matemáticos, oportunizando criação, manipulação, interação e armazenamento; deixando de lado alguns recursos artesanais que tornam algumas construções geométricas menos precisas e mais lentas. Como vimos anteriormente, o Software GeoGebra é um recurso indispensável no ensino e aprendizagem de matemática.

A sequência de atividades didáticas constitui de 11 atividades para o ensino de Radiciação e abrange os seguintes tópicos:

**Quadro 01: Tópicos das atividades**

<b>TÓPICOS</b>	<b>NÚMERO DE AULAS</b>
Lado do quadrado	2
Raiz cúbica de um cubo perfeito	2
Raiz quadrada de um número natural quadrado perfeito	2
Raiz enésima de um número de potência perfeita	2
Raiz quadrada de um número quadrado perfeito fracionário	2
Produto de radicais de índices iguais	1
Quociente de radicais de índices iguais	1
Adição de radicais	1
Subtração de radicais	1
Potência de radicais	1
Radiciação de radicais	1

Fonte: Elaborado pelo autor (2019)



## 2. O SOFTWARE GEOGEBRA

O Software GeoGebra foi criado por Markus Hohenwarter em 2001, na ocasião ele estava concluindo o Mestrado em Educação Matemática e Ciências Computacionais pela Universidade de Dalzburg, na Áustria. O nome GeoGebra vem da junção de duas palavras, **Geometria** e **Álgebra**. “Hohenwarter continuou investigando e estudando esse software por meio do desenvolvimento do projeto de sua tese de doutorado em Educação Matemática” Gettys (apud ARAÚJO, 2017, p. 62).

O GeoGebra é um aplicativo totalmente gratuito e está disponível em inúmeras plataformas como Linux, Windows, etc. e é escrito em linguagem Java. Na atualidade existem versões para baixar e versão portátil. Existem muitos tradutores espalhados pelo mundo que ajudam com este projeto, ocasionando que esse software chegue a todos os lugares do planeta. O Software GeoGebra é classificado como um software educacional apto para operar cálculos algébricos, geométrico e também proporciona a construção de gráficos e tabelas.

O Software GeoGebra foi criado para ser utilizado no ambiente de sala de aula, com o objetivo de auxiliar o professor no ensino e aprendizagem de matemática, em diferentes temas como Álgebra, Geometria, Aritmética e Cálculo. O GeoGebra é uma ferramenta interativa e dinâmica, seus recursos podem proporcionar aos educandos uma investigação, uma interação, uma testagem e uma conclusão das atividades que eles mesmos construíram. Com isso, o aluno constrói seu conhecimento, pois ele participa da construção e resolução das atividades, interagindo com a ferramenta.

Segundo Schattschneider & King (1997) destacar que:

O termo dinâmico refere-se às ideias de movimento e às mudanças que permitem que os alunos visualizem as construções realizadas, facilitando a compreensão do comportamento geométrico dos elementos envolvidos nesse processo. (SCHATTSCHEIDER & KING, 1997, p. 58).

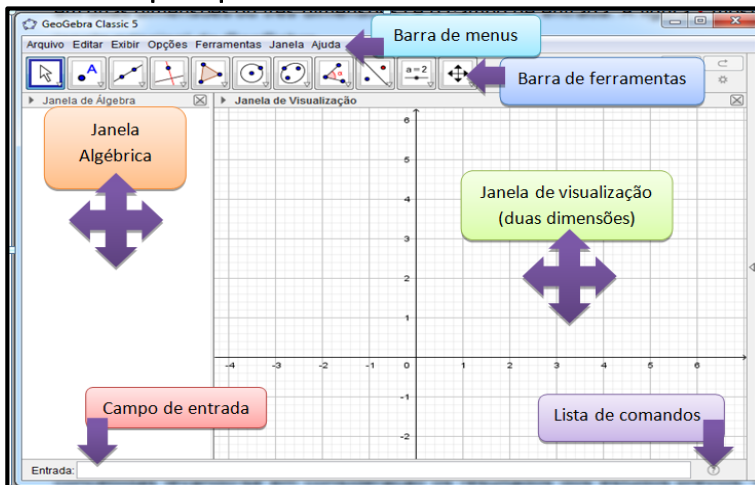
A partir da versão 5.0 é possível trabalhar geometria em três dimensões e disponibiliza o software portátil. Segundo (HENRIQUE, 2018), mostra as vantagens para alunos e para professores usarem o GeoGebra, que são:

Vantagens para os alunos: 1º Ele torna a matemática mais tangível. O GeoGebra cria uma ponte entre Geometria e Álgebra, permitindo que alunos possam tocar, experimentar e vivenciar a matemática. 2º Interativo e mais divertido. O aplicativo tem uma interface de usuário simples e completamente interativa, quando menos perceber o aluno estará usando-o como usa aplicativos de jogos e aprendendo enquanto se diverte. 3º Deixa a matemática mais acessível. Por estar presente nos computadores e tablets, o GeoGebra é completamente acessível e fácil de ser usado em qualquer lugar. Fora da classe o aluno poderá estudar no ônibus, em casa, na rua ou antes de dormir. 4º É mais fácil de aprender com mais de um sentido. O aplicativo tira a função do aprendizado apenas dos ouvidos e olhos, apenas do aprender e decorar. Ele cria experiências necessárias para a absorção de uma matéria. 5º Desafia a capacidade de investigação. O aplicativo é chamativo com as suas ferramentas o que cria a vontade nos estudantes de explorar o que ele é capaz de fazer, aumentando assim o aprendizado. Vantagens para os professores: 1º Permite uma aula mais dinâmica. A grande vantagem do aplicativo é o quão fácil ele pode ser incorporado em uma aula. Mas o GeoGebra não substitui um professor, ele apenas o ajuda a ensinar melhor. 2º Aumenta o interesse na aula. Com a infinidade de recursos, você pode criar a aula da forma que quiser, como achar que os seus alunos irão ter maior interesse e assim aumentar a produtividade da aula. 3º Conectividade em todo o mundo. Os professores que utilizam o GeoGebra fazem parte de uma comunidade mundial que troca informações e experiências. Dessa forma o professor não só ensina, mas também aprende. (HENRIQUE, 2018, p. 1).

A janela principal ou a interface do Software GeoGebra se divide em seis partes que são: Barra de menus, barra ferramentas, a janela

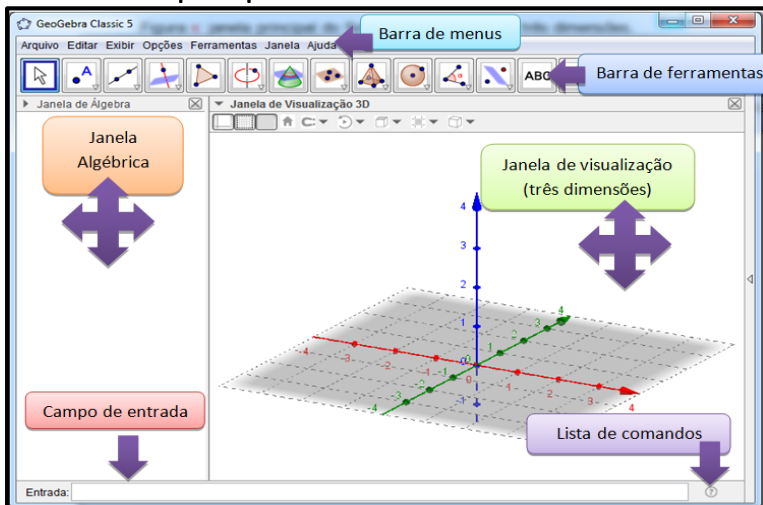
algébrica, a janela gráfica (que pode ser em duas dimensões ou três dimensões), lista de comandos e o campo de entrada. A figura 01 e a figura 02 mostram as janelas principais do GeoGebra em duas e três dimensões respectivamente, com o nome de cada parte.

**Figura 1: Janela principal do Software GeoGebra em duas dimensões.**



Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

**Figura 02: Janela principal do Software GeoGebra em três dimensões**



Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

### 3. PROPOSTA DE ATIVIDADE

A seguir, apresentaremos nossa sequência didática que é composta por 11 atividades, que foram construídas por intermédio do Software GeoGebra, Com o objetivo de contribuir como uma alternativa para professores que se encontram com dificuldade no processo ensino e aprendizagem de radiciação, como proposta de atividades a partir do uso *software* nas aulas de matemática.

#### 3.1 ANÁLISE A PRIORI DAS ATIVIDADES PARA O ENSINO DE RADICIAÇÃO

A aplicação dessa sequência didática em sala de aula deve ser numa turma do 9º ano do ensino fundamental, e a mesma pode ser em grupos ou individual, onde cada grupo ou participante terá que socializar as suas resoluções, bem como suas observações e conclusões de cada atividade proposta. Em seguida vamos formalizar os resultados encontrados pelos alunos, através de conceitos, definições e demonstrações de fórmulas.

De acordo com Almouloud (2007), as atividades devem ser desenvolvidas levando-se em consideração os resultados dos estudos prévios, com objetivos de contribuir na construção do conhecimento e saberes do educando, de uma maneira construtiva e significativa.

##### 3.1.1 ATIVIDADE 01

Foi construída com o objetivo de compreender que, para calcular o lado de um quadrado de área conhecida é preciso tirar a raiz quadrada dessa área. Quando você abrir o Geogebra 6.0, vai aparecer o campo de entrada, janela de visualização e um teclado com números, expressões e funções.

**Título:** Lado do quadrado

**Carga Horária:** 90 mim.

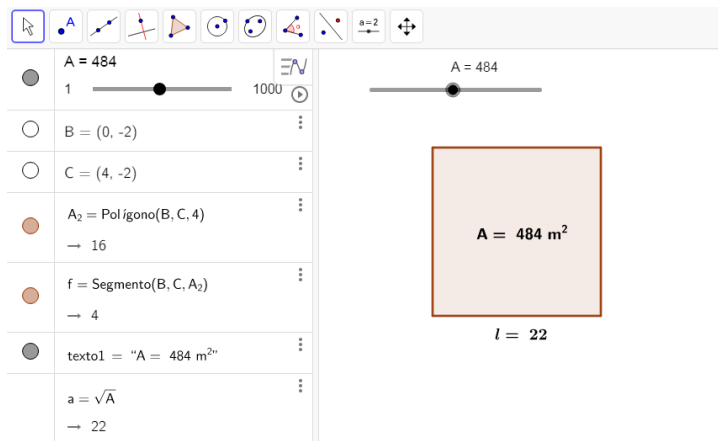
**Objetivo:** Compreender que, para calcular o lado de um quadrado de área conhecida é preciso tirar a raiz quadrada dessa área.

**Material:** Roteiro da atividade, GeoGebra, lápis ou caneta.

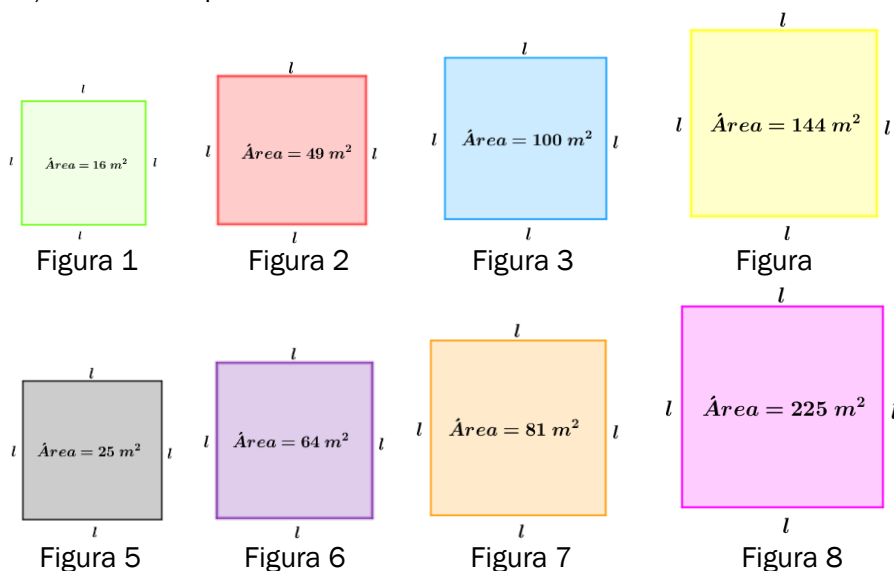
**Procedimento:** Para preencher o quadro abaixo, use o GeoGebra:

(i) Considere a imagem dada abaixo:

(ii) Substitua o valor de A, pelos valores de cada área da 2ª coluna, em seguida aperte a tecla enter e coloque o valor encontrado na 3ª coluna.



1ª) Observe os quadrados abaixo:



Agora preencha o quadro abaixo:

QUADRADOS	ÁREA DO QUADRADO	LADO QUADRADO (l)
FIGURA 1 VERDE		
FIGURA 2 VERMELHO		
FIGURA 3 AZUL		
FIGURA 4 AMARELO		
FIGURA 5 PRETO		
FIGURA 6 ROXO		
FIGURA 7 LARANJADO		
FIGURA 8 ROSA		

a) Ao observar os valores da área e do lado dos quadrados, o que você pode concluir? Justifique sua resposta.

b) Agora calcule o valor do lado de um quadrado que a área mede: 900 cm<sup>2</sup> e 256 cm<sup>2</sup>, sem usar o GeoGebra ou qualquer outra forma de consulta.

Formalização:

**Análise a priori da Atividade 01:** Avaliamos nessa atividade que os alunos possam descobrir como calcular o lado do quadrado de área e a partir daí relacionar com a raiz quadrada da área. Esperamos que os alunos não encontrem nenhuma dificuldade, uma vez que já tiveram contato com essa figura plana em séries anteriores.

### 3.1.2 ATIVIDADE 02

Tem como objetivo compreender que, para calcular a aresta do cubo de volume conhecido é preciso tirar a raiz cúbica desse volume.

**Título:** Raiz cúbica de um cubo perfeito

**Carga Horária:** 90 mim.

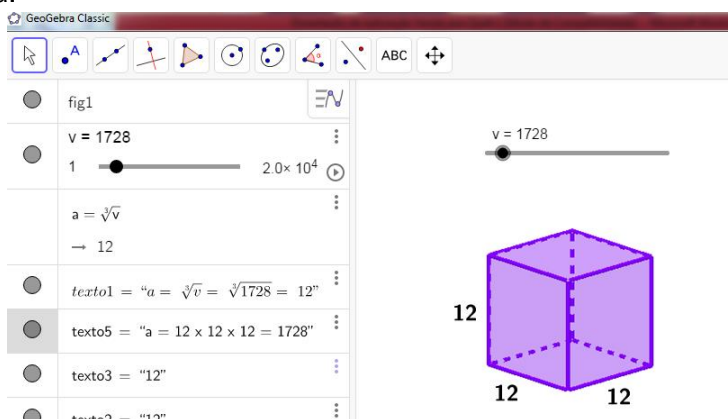
**Objetivo:** Compreender que, para calcular a aresta do cubo de volume conhecido é preciso tirar a raiz cúbica desse volume.

**Material:** Roteiro da atividade, GeoGebra, lápis ou caneta.

**Procedimento:** Para preencher o quadro abaixo, use o GeoGebra:

(i) Considere a imagem dada abaixo:

(ii) Substitua o valor de V, pelos valores de cada volume da 2ª coluna, em seguida aperte a tecla enter e coloque o valor encontrado na 3ª coluna.



1ª) Observe as figuras abaixo:

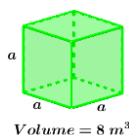


Figura 1

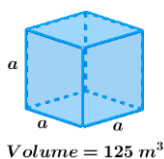


Figura 2

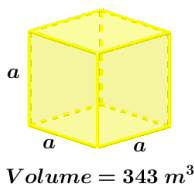


Figura 3

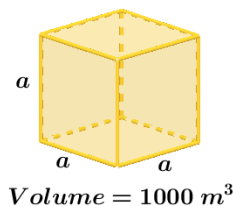
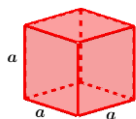
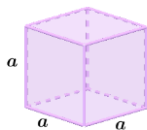


Figura 4



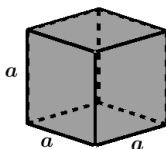
Volume =  $27 \text{ m}^3$

Figura 5



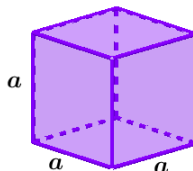
Volume =  $64 \text{ m}^3$

Figura 6



Volume =  $216 \text{ m}^3$

Figura 7



Volume =  $512 \text{ m}^3$

Figura 8

Agora preencha o quadro abaixo

CUBOS	VOLUME DO CUBO	ARESTA DO CUBO (a)
FIGURA 1 VERDE		
FIGURA 2 AZUL		
FIGURA 3 AMARELO		
FIGURA 4 LARANJADO		
FIGURA 5 VERMELHO		
FIGURA 6 ROSA		
FIGURA 7 PRETO		
FIGURA 8 ROXO		

a) Explique a relação entre o volume do cubo e sua aresta?

b) Agora sem o GeoGebra ou qualquer outra forma de consulta, calcule a aresta do cubo, que tem o volume de  $729 \text{ cm}^3$ .

Formalização:



**Análise a priori da Atividade 02:** Esperamos que os alunos nessa atividade possam descobrir como calcular a aresta do cubo e a partir daí relacionar com a raiz cúbica do volume. Esperamos que o comando do GeoGebra seja um facilitador nessa atividade, principalmente o entendimento de que o volume é resultado do produto dos fatores.

### 3.1.3 ATIVIDADE 03

Tem como objetivo calcular a raiz quadrada de um número natural. Quando você abrir o Geogebra 6.0, vai aparecer o campo de entrada, janela de visualização e um teclado com números, expressões e funções.

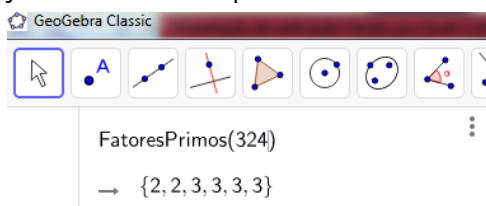
**Título:** Raiz quadrada de um número natural quadrado perfeito

**Carga Horária:** 90 mim.

**Objetivo:** Calcular raiz quadrada de um número de natural quadrado perfeitos.

**Material:** Roteiro de atividade, GeoGebra, lápis ou caneta.

**Procedimento:** Para preencher o quadro abaixo, use o GeoGebra para fatorar os números. Para isso digite a palavra FatoresPrimos (número) juntos no campo de entrada do GeoGebra 6.0. Exemplo:



\_\_\_\_\_, colocar o número na forma de pruduto de potência de expoente 2 (quadrado), exemplo:  $2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2$ , logo após calcular a raiz quadrada.

Valores de $a$	Forma de produto de potência de expoente 2.	$\sqrt{a}$
36		
9		
4		
25		
64		
100		
196		
49		
81		
144		
121		
256		
169		
400		
576		

a) Você percebeu alguma relação entre  $\sqrt{a}$  e seu resultado? Explique sua resposta

b) Agora calcule  $\sqrt{625}$  sem o GeoGebra ou qualquer outra forma de consulta.

Formalização:

**Análise *a priori* da Atividade 03:** Esperamos que os alunos calculem sem muitas dificuldades a raiz quadrada de um natural quadrado perfeito. É esperado que surja dificuldade de fatoração de números naturais no momento da decomposição e determinação da raiz quadrada. O uso do comando, no GeoGebra facilita o entendimento de que a decomposição de um número, é resultado de uma sequência de divisão sucessiva

### 3.1.4 ATIVIDADE 04

Apresentada a seguir, tem como objetivo calcular a raiz enésima de um número de potência perfeita.

**Título:** Raiz enésima de um número de potencia perfeita

**Carga Horária:** 90 mim.

**Objetivo:** Calcular raiz enésima de um número de potência perfeita.

**Material:** Roteiro da atividade, GeoGebra, lápis ou caneta.

**Procedimento:** Preencha o quadro abaixo, use o GeoGebra para fatorar os radicandos e usando o comando para o calculo de raiz enésima.

	RADICANDO EM FATORES PRIMOS	RAIZ
$\sqrt[5]{32}$		
$\sqrt[3]{27}$		
$\sqrt[4]{16}$		
$\sqrt[3]{125}$		
$\sqrt[10]{1024}$		
$\sqrt[5]{243}$		
$\sqrt[6]{1}$		
$\sqrt[3]{64}$		
$\sqrt[7]{128}$		
$\sqrt[3]{216}$		

a) O que você observou nos resultados encontrados? Explique sua resposta.

b) Agora é com você: elabore duas questões, uma com raiz de índice ímpar e outra com raiz de índice par e responda.

Formalização:

**Análise *a priori* da Atividade 04:** Acreditamos que os alunos relacionem a resolução da decomposição com o resultado da raiz enésima, sem muitas dificuldades. O uso do comando, no *software* facilita o entendimento de que a decomposição de um número é resultado de uma sequência de divisão sucessiva.

### 3.1.5 ATIVIDADE 05

Tem como objetivo calcular a raiz quadrada de um número fracionário.

**Título:** Raiz quadrada de um número quadrado perfeito fracionário

**Carga Horária:** 90 mim.

**Objetivo:** Calcular raiz quadrada de quadrados perfeitos fracionários.

**Material:** Roteiro de atividade, GeoGebra, lápis ou caneta.

**Procedimento:** Para preencher o quadro abaixo, siga as instruções abaixo:

(i) Considere a imagem dada abaixo:

(ii) Substitua os valores de a e b  $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)$ , pelos valores de cada raiz da 1ª coluna, em seguida aperte a tecla enter e coloque o valor encontrado na 4ª coluna.

The screenshot shows the GeoGebra interface with a table of values and a visual representation of the square root of a fraction.

	1ª	2ª	3ª	4ª
n =	2			
a =	484			
b =	441			
texto1 =	$\sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{\frac{484}{441}}$			
c =	$\sqrt{a}$			
	→ 22			
d =	$\sqrt{b}$			
	→ 21			
e =	$\frac{c}{d}$			
	→ $\frac{22}{21}$			
texto2 =	$\sqrt{\frac{484}{441}} = \frac{22}{21}$			

Visual representation of the square root of a fraction:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \sqrt[2]{\frac{484}{441}}$$

Inputs:

n = 2

a = 484

b = 441

$$\sqrt[2]{\frac{484}{441}} = \frac{22}{21}$$

$\sqrt{\frac{a}{b}}$	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	Resultado
$\sqrt{\frac{16}{9}}$			
$\sqrt{\frac{4}{25}}$			
$\sqrt{\frac{36}{49}}$			
$\sqrt{\frac{81}{64}}$			
$\sqrt{\frac{121}{100}}$			
$\sqrt{\frac{36}{225}}$			
$\sqrt{\frac{144}{289}}$			
$\sqrt{\frac{400}{169}}$			
$\sqrt{\frac{256}{729}}$			
$\sqrt{\frac{1024}{361}}$			

a) O que você observou nos resultados encontrados? Apresente sua justificativa

b) Agora calcule o valor de  $\sqrt{\frac{576}{625}}$  sem o GeoGebra ou qualquer outra forma de consulta.

Formalização:

**Análise a priori da Atividade 05:** Esperamos que os alunos percebam que a raiz de um quadrado perfeito na forma fracionária é a raiz do numerador e denominador de forma independente, que corresponde à descoberta da propriedade. Esperamos que apesar de darmos o aplicativo pronto, eles façam uso do comando já ensinado, instrumentalizando o Geogebra.



### 3.1.6 ATIVIDADE 06

Apresentada a seguir, tem como objetivo resolver produto de radicais de índice iguais.

**Título:** Produto de radicais de índice iguais **Carga Horária:** 45 mim.

**Objetivo:** Resolver produto de radicais de índice iguais.

**Material:** Roteiro da atividade, GeoGebra, lápis ou caneta.

**Procedimento:** Para preencher o quadro abaixo, use o GeoGebra para calcular o produto.

(i) Considere a imagem dada abaixo:

(ii) Substitua os valores de  $n$ ,  $a$  e  $b$  ( $\sqrt[n]{a}$  e  $\sqrt[n]{b}$ ), pelos valores de cada raiz da 1ª coluna, em seguida aperte a tecla enter e coloque o valor encontrado na 2ª coluna.

The screenshot shows the GeoGebra interface with the following elements:

- Sliders:**
  - $n = 9$  (range 2 to 30)
  - $a = 7$  (range 1 to 30)
  - $b = 8$  (range 1 to 30)
  - $c = a \cdot b \rightarrow 56$
  - texto1 = " $\sqrt[n]{a} = \sqrt[9]{7}$ "
  - texto2 = " $\sqrt[n]{b} = \sqrt[9]{8}$ "
  - texto3 = " $\sqrt[n]{56}$ "
  - Entrada...
- Expressions:**
  - $\sqrt[n]{a} = \sqrt[9]{7}$
  - $\sqrt[n]{b} = \sqrt[9]{8}$
  - $\sqrt[9]{56}$

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	Resultado
$\sqrt{2} \cdot \sqrt{7}$	
$\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{5}$	
$\sqrt[7]{11} \cdot \sqrt[7]{4}$	
$\sqrt[4]{6} \cdot \sqrt[4]{8}$	
$\sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[6]{10}$	
$\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[5]{4}$	
$\sqrt[11]{7} \cdot \sqrt[11]{7}$	
$\sqrt[8]{12} \cdot \sqrt[8]{3}$	
$\sqrt[3]{13} \cdot \sqrt[3]{4}$	
$\sqrt[10]{5} \cdot \sqrt[10]{14}$	

a) O que você conclui nos resultados encontrados? Justifique sua resposta

b) Agora calcule o valor de  $\sqrt[9]{11} \cdot \sqrt[9]{5}$  e  $\sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{6}$ , sem o GeoGebra ou qualquer outra forma de consulta.

.

Formalização:

**Análise a priori da Atividade 06:** Esperamos que os alunos consigam resolver produto de radicais de índices iguais, com certa facilidade, e que os mesmos possam construir seus argumentos para tais conclusões. O uso do comando, no *software* facilitará o entendimento dessa operação.

### 3.1.7 ATIVIDADE 07

Apresentada a seguir, tem como objetivo resolver quociente de radicais de índices iguais.

**Título:** Quociente de radicais de índices iguais **Carga Horária:** 45 mim.

**Objetivo:** Calcular o quociente de radicais de índices iguais.

**Material:** Roteiro da atividade, GeoGebra, lápis ou caneta.

**Procedimento:** Para preencher o quadro abaixo, use o GeoGebra para calcular o quociente.

(i) Considere a imagem dada abaixo:

(ii) Substitua os valores de  $n$ ,  $a$  e  $b$  ( $\sqrt[n]{a}$  e  $\sqrt[n]{b}$ ), pelos valores de cada raiz da 1ª coluna, em seguida aperte a tecla enter e coloque o valor encontrado na 2ª coluna.

Control Panel	Radical Expression	Simplified Form
$n = 3$ <input type="text" value="2"/> 30	$\sqrt[n]{a} = \sqrt[3]{6}$	
$a = 6$ <input type="text" value="1"/> 30	$\sqrt[n]{b} = \sqrt[3]{2}$	
$b = 2$ <input type="text" value="1"/> 30		
$\text{texto2} = \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{2}$		
$\text{texto1} = \sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{6}$		
$c = \frac{a}{b}$ $\rightarrow 3$		
$\text{texto5} = \frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{6}{2}} = \sqrt[3]{3}$		

$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	Resultado
$\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}$	
$\frac{\sqrt[3]{30}}{\sqrt[3]{5}}$	
$\frac{\sqrt[7]{40}}{\sqrt[7]{4}}$	
$\frac{\sqrt[4]{125}}{\sqrt[4]{5}}$	
$\frac{\sqrt[6]{50}}{\sqrt[6]{10}}$	
$\frac{\sqrt[5]{45}}{\sqrt[5]{15}}$	
$\frac{\sqrt[11]{49}}{\sqrt[11]{7}}$	
$\frac{\sqrt[8]{36}}{\sqrt[8]{3}}$	
$\frac{\sqrt[3]{100}}{\sqrt[3]{4}}$	
$\frac{\sqrt[10]{72}}{\sqrt[10]{12}}$	

a) O que você conclui nos resultados encontrados? Justifique a resposta dada

b) Agora calcule o valor de  $\frac{\sqrt[9]{55}}{\sqrt[9]{11}}$  e  $\frac{\sqrt[5]{81}}{\sqrt[5]{3}}$ , sem o GeoGebra ou qualquer outra forma de consulta.

.

Formalização:

**Análise *a priori* da Atividade 07:** Esperamos que os alunos consigam resolver quociente de radicais de índices iguais, com certa facilidade, e que os mesmos possam construir seus argumentos para tais conclusões. E que o uso do comando, no *software* facilitará o entendimento dessa operação.

### 3.1.8 ATIVIDADE 08

Apresentada a seguir, tem como objetivo somar radicais semelhantes.

**Título:** Adição de radicais

**Carga Horária:** 45 mim.

**Objetivo:** Resolver adição de radicais.

**Material:** Roteiro da atividade, GeoGebra, lápis ou caneta.

**Procedimento:** Para preencher o quadro abaixo, use o GeoGebra para calcular:

(i) Considere a imagem dada abaixo:

(ii) Substitua os valores de  $n$ ,  $a$ ,  $x$  e  $y$  ( $x^n\sqrt[n]{a}$  e  $y^n\sqrt[n]{a}$ ), pelos valores de cada raiz da 1ª coluna, em seguida aperte a tecla enter e coloque o valor encontrado na 2ª coluna.

The screenshot shows a software interface with a toolbar at the top. Below it, there are several sliders and text boxes. The sliders are labeled:  $X = 6$  (range -14 to 30),  $n = 4$  (range 2 to 30),  $a = 9$  (range 1 to 30), and  $Y = 7$  (range -15 to 30). There are also text boxes:  $\text{texto1} = "x\sqrt[n]{a}"$ ,  $\text{texto2} = "y\sqrt[n]{a}"$ ,  $b = X + Y \rightarrow 13$ , and  $\text{texto3} = "x\sqrt[n]{a} + y\sqrt[n]{a} = 13\sqrt[4]{9}"$ . To the right of the sliders, there are visual representations of the expressions:  $x\sqrt[n]{a}$  with  $X = 6$ ,  $n = 4$ ,  $a = 9$ ,  $y\sqrt[n]{a}$  with  $Y = 7$ , and the final equation  $x\sqrt[n]{a} + y\sqrt[n]{a} = 13\sqrt[4]{9}$ .

$x^n\sqrt[n]{a} + y^n\sqrt[n]{a}$	Resultado
$3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$	
$6^5\sqrt{3} + 10^5\sqrt{3}$	
$9^3\sqrt[4]{4} + 5^3\sqrt[4]{4}$	
$\sqrt[3]{5} + 7\sqrt[3]{5}$	
$8\sqrt{11} + 4\sqrt{11}$	
$\sqrt[8]{7} + 11\sqrt[8]{7}$	
$12^4\sqrt[4]{6} + 6^4\sqrt[4]{6}$	

$7\sqrt[3]{7} + 2\sqrt[3]{7}$	
$15\sqrt{13} + 9\sqrt{13}$	
$14\sqrt[5]{8} + 10\sqrt[5]{8}$	

a) O que você observou na atividade que realizamos? Justifique a resposta dada

b) agora calcule  $10\sqrt[5]{2} + 4\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[5]{2} + 3\sqrt[3]{2}$ , sem o GeoGebra ou qualquer outra forma de consulta.

Formalização:

**Análise a priori da Atividade 08:** Esperamos que os alunos consigam calcular a soma de radicais, com certa facilidade, e que os mesmos possam construir seus argumentos para tais conclusões. O uso do comando, no GeoGebra facilitará o entendimento dessa operação.

### 3.1.9 ATIVIDADE 09

Apresentada a seguir, tem como objetivo subtrair radicais semelhantes.

**Título:** Subtração de radicais

**Carga Horária:** 45 mim.

**Objetivo:** Resolver subtração de radicais.

**Material:** Roteiro da atividade, GeoGebra, lápis ou caneta.

**Procedimento:** Para preencher o quadro abaixo, use o GeoGebra para calcular.

(i) Considere a imagem dada abaixo:

(ii) Substitua os valores de  $n$ ,  $a$ ,  $x$  e  $y$  ( $x^n\sqrt[n]{a}$  e  $y^n\sqrt[n]{a}$ ), pelos valores de cada raiz da 1ª coluna, em seguida aperte a tecla enter e coloque o valor encontrado na 2ª coluna.

The screenshot shows the GeoGebra interface with the following elements:

- Left Sidebar (Inputs):**
  - $x\sqrt[n]{a}$ :  $X = 17$
  - $n = 8$ :  $2$
  - $a = 9$ :  $1$
  - $y\sqrt[n]{a}$ :  $Y = 7$
  - $b = X - Y$ :  $\rightarrow 10$
  - texto3 =  $"17\sqrt[8]{9} - 7\sqrt[8]{9} = 10\sqrt[8]{9}"$
- Main Workspace (Outputs):**
  - Expression:  $x\sqrt[n]{a}$  with  $X = 17$
  - Expression:  $y\sqrt[n]{a}$  with  $Y = 7$
  - Calculation:  $17\sqrt[8]{9} - 7\sqrt[8]{9} = 10\sqrt[8]{9}$



$x^n\sqrt[n]{a} - y^n\sqrt[n]{a}$	Resultado
$3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$	
$10\sqrt[5]{3} - 4\sqrt[5]{3}$	
$9\sqrt[3]{4} - 5\sqrt[3]{4}$	
$\sqrt[7]{5} - 7\sqrt[7]{5}$	
$8\sqrt{11} - 4\sqrt{11}$	
$20\sqrt[8]{7} - 11\sqrt[8]{7}$	
$12\sqrt[4]{6} - 6\sqrt[4]{6}$	
$7\sqrt[3]{7} - 2\sqrt[3]{7}$	
$15\sqrt{13} - 9\sqrt{13}$	
$-20\sqrt[5]{8} - 10\sqrt[5]{8}$	

a) O que você observou na atividade que realizamos? Justifique a resposta dada

b) Agora calcule  $4\sqrt[3]{6} + 6\sqrt{5} - 2\sqrt[3]{6} - 4\sqrt{5}$ , sem usar o GeoGebra ou qualquer outra forma de consulta.

.

Formalização:

**Análise a priori da Atividade 09:** Esperamos que os alunos consigam resolver a subtração de radicais, com certa facilidade, e que os mesmos possam construir seus argumentos para tais conclusões. E que o uso do comando, no *software* facilitará o entendimento dessa operação.

### 3.1.10 ATIVIDADE 10

Apresentada a seguir, tem como objetivo resolver potência de radicais.

**Título:** Potência de radicais

**Carga Horária:** 45 mim.

**Objetivo:** Calcular a potenciação de radicais.

**Material:** Roteiro da atividade, GeoGebra, lápis ou caneta.

**Procedimento:** Para preencher o quadro abaixo, use o GeoGebra para calcular.

(i) Considere a imagem dada abaixo:

(ii) Substitua os valores de  $n$ ,  $a$ ,  $r$  e  $m$   $\left(\left(\sqrt[n]{a^r}\right)^m\right)$ , pelos valores de cada raiz da 1ª coluna, em seguida aperte a tecla enter e coloque o valor encontrado na 2ª coluna.

The screenshot shows the GeoGebra interface with the following elements:

- Top Bar:** Contains icons for selection, text, point, line, vector, angle, circle, ellipse, and a keyboard icon.
- Left Panel (Algebra View):**
  - Slider for  $n = 11$  (range 1 to 30).
  - Slider for  $a = 12$  (range 1 to 30).
  - Slider for  $r = 5$  (range 1 to 30).
  - Slider for  $m = 7$  (range 1 to 30).
  - Text object `texto1 = "(a^(r/n))^m = (12^5/11)^7"`.
  - Text object `b = r m` with a value of 35.
  - Text object `texto2 = "(12^5/11)^7 = 12^35"`.
- Right Panel (Graphics View):**
  - Displays the equation  $(\sqrt[n]{a^r})^m = (\sqrt[11]{12^5})^7$ .
  - Below the equation are four sliders for  $n = 11$ ,  $a = 12$ ,  $r = 5$ , and  $m = 7$ .
  - At the bottom, it shows the simplified result:  $(\sqrt[11]{12^5})^7 = \sqrt[11]{12^{35}}$ .

$(\sqrt[n]{a^r})^m$	Resultado
$(\sqrt[7]{5^3})^2$	
$(\sqrt[9]{7^2})^4$	
$(\sqrt[3]{10^5})^2$	
$(\sqrt{3})^5$	
$(\sqrt[5]{9})^4$	
$(\sqrt[11]{2^3})^3$	
$(\sqrt[8]{6^4})^6$	
$(\sqrt[4]{11^2})^7$	
$(2^3\sqrt{5})^2$	
$(5^7\sqrt{3})^3$	

a) O que você observou na atividade que realizamos? Explique sua resposta

b) Agora calcule  $(\sqrt[3]{6})^5$  e  $(\sqrt[9]{4^3})^4$ , sem usar o GeoGebra ou qualquer outra forma de consulta.

Formalização:

**Análise a priori da Atividade 10:** Esperamos que os alunos consigam calcular potências de radicais, com certa facilidade, e que os mesmos possam construir seus argumentos para tais conclusões. O uso do comando, no *software* facilitará o entendimento dessa operação.

### 3.1.11 ATIVIDADE 11

Apresentada a seguir, tem como objetivo calcular radiciação de radicais.

**Título:** Radiciação de radicais

**Carga Horária: 45 mim.**

**Objetivo:** Efetuar radiciação de radicais.

**Material:** Roteiro da atividade, GeoGebra, lápis ou caneta.

**Procedimento:** Para preencher o quadro abaixo, use o GeoGebra para calcular.

(i) Considere a imagem dada abaixo:

(ii) Substitua os valores de  $n$ ,  $m$  e  $a$   $\left(\sqrt[n]{m \cdot a}\right)$ , pelos valores de cada raiz da 1ª coluna, em seguida aperte a tecla enter e coloque o valor encontrado na 2ª coluna.

ABC

n = 7

2  30

⋮

m = 6

2  30

⋮

a = 13

1  30

⋮

texto1 = " $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[7]{\sqrt[6]{13}}$ "

b = n m

→ 42

⋮

texto2 = " $\sqrt[7]{\sqrt[6]{13}} = \sqrt[42]{13}$ "

⋮

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[7]{\sqrt[6]{13}}$$

n = 7

m = 6

a = 13

$$\sqrt[7]{\sqrt[6]{13}} = \sqrt[42]{13}$$

$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$	Resultado
$\sqrt[3]{\sqrt[4]{7}}$	
$\sqrt[5]{\sqrt[3]{11}}$	
$\sqrt{\sqrt[8]{5}}$	
$\sqrt[6]{\sqrt{4}}$	
$\sqrt[7]{\sqrt[9]{2}}$	
$\sqrt[3]{\sqrt[10]{13}}$	
$\sqrt{\sqrt[5]{3}}$	
$\sqrt[9]{\sqrt{6}}$	
$\sqrt[3]{\sqrt{8}}$	
$\sqrt[4]{\sqrt[5]{15}}$	

a) O que você observou na atividade que realizamos? Explique sua resposta

b) Agora calcule  $\sqrt[6]{\sqrt[3]{11}}$  e  $\sqrt[5]{\sqrt{\sqrt[3]{2}}}$ , sem usar o GeoGebra ou qualquer outra forma de consulta.

Formalização:

**Análise a priori da Atividade 11:** Esperamos que os alunos consigam resolver radiação de radicais, com certa facilidade, e que os mesmos possam construir seus argumentos para tais conclusões. E que o uso do comando, no *software* facilitará o entendimento dessa operação.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Sequência de Atividades Didáticas proposta neste livro, foram desenvolvidas a partir de análises sobre nossa prática vivenciada em sala de aula. Todo ano, sempre fazíamos a mesma pergunta: - por que passamos todo o primeiro bimestre explicando o conteúdo de radiciação, para facilitar o entendimento de outros conteúdos que dependem dela e, quando iniciávamos segundo bimestre, percebíamos que a maioria já havia esquecido ou não tinha aprendido. A revisão de estudos nos mostrou um grande número de erros que os alunos cometem no ensino fundamental e ensino médio, no que diz respeito à radiciação, suas propriedades e operações, um conteúdo de fácil compreensão, mas que a maioria dos alunos não consegue entender (FELTES, 2007).

Neste livro, propomos uma metodologia, com a finalidade de contribuir, como uma alternativa para professores que se encontram com a mesma dificuldade no processo ensino e aprendizagem de radiciação, como proposta de atividades a partir do uso de Tecnologias Digitais para as aulas de matemática. O objetivo desse estudo é de compartilhar uma sequência didática, com o uso do GeoGebra para o ensino de radiciação. Sendo que, o assunto tem mostrado que alunos sentem dificuldades de interagir com o mesmo, tornando o ensino-aprendizagem pouco satisfatório.

Avaliamos o resultado do nosso experimento como satisfatório, pois os resultados nos mostraram que a aprendizagem dos alunos/participantes foi gradativamente e que os mesmos tiveram mudanças de atitudes em relação ao comportamento, ao interesse, pois se sentiram motivados, desafiados e envolvidos com o nosso objeto de estudo em todo o experimento.

As Atividades que formam nossa Sequência Didática colocam os educandos como os personagens principais do processo de ensino e aprendizagem, levando os mesmos a tomar algumas decisões, e com isso, possam aprender a elaborar suas próprias estratégias, construir novos



procedimentos mentais, socializar suas descobertas e conjecturar sobre seu papel como estudante numa sociedade em constante mudança como a nossa.

Finalizamos, com a plena certeza, de que esse estudo no campo do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, nos possibilitou uma oportunidade ímpar para aprofundarmos nosso conhecimento em ensino de matemática. O mesmo nos propiciou uma grande e preciosa contribuição em nossa formação, como pesquisador e professor, que é possível ensinar usando metodologias que motivem e despertem nos educandos, vontade de aprender, propiciando ao mesmo um aprendizado significativo no processo ensino-aprendizagem.

Logo, desejamos que nossa sequência didática possa contribuir como uma alternativa para o ensino de radiciação, oportunizando o educando a testar suas hipóteses, argumentar e construir seus conceitos de forma significativa e mais efetiva. Assim desejamos que em estudos futuros, haja um aprofundamento no conteúdo de radiciação, pois não trabalhamos multiplicação e divisão de radicais de índices diferentes e racionalização de denominadores, e que tenha uma melhora das atividades da nossa sequência, de modo que, antes de uma aplicação dessas atividades envolvendo radiciação ou qualquer assunto matemático, o pesquisador em um ambiente colaborativo e participativo encontre alternativas que motive e incentive a participação dos alunos envolvidos na pesquisa, de modo que os resultados sejam favoráveis.

## REFERÊNCIA

ALMOULOU, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática.** – Curitiba Ed. UFPR, 2007.

ARAÚJO, Josias Júlio de. **O software GeoGebra numa proposta de formação continuada de professores de matemática do ensino fundamental.** 2017. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2017.

Educação, M. d. (2018). **Base Nacional Comum Curricular.** Acesso em 10 de setembro de 2018, disponível no Portal do mec.:  
<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>.

Ensino: Guia de Educação. Disponível em:  
<https://canaldoensino.com.br/blog/conheca-e-entenda-os-conceitos-da-geogebra>. Acesso em: 15 de set. 2018.

FELTES, Rejane Zeferino. **Análise de erros em potenciação e radiciação:** um estudo com alunos de Ensino fundamental e médio. 2007. 136 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

SCHATTSCHNEIDER, D.; KING, J. **Geometry turned on! Dynamic software in learning, teaching, and research.** Washington, D.C.: The Mathematical Association of América, 1997.

SILVA, Girleide Maria da. **Um estudo sobre o uso do GeoGebra na aprendizagem de geometria analítica no ensino médio.** 2016. 180 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) - universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2016.