Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Mauricio dos Santos Macedo
Natanael Freitas Cabral

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

Belém
2020

Mauricio dos Santos Macedo

Uma Sequência Didática para o Ensino de Função Afim

Produto educacional apresentado como requisito para a obtenção de título de Mestre em Ensino de Matemática no Programa de Mestrado Profissional em Ensino da Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Ensino Médio.

Orientador: Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral.

Belém
2020

Diagramação e Capa: Os Autores

Revisão: Os Autores

Conselho Editorial

Profa. Dra. Acylena Coelho Costa
Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva
Prof. Dr. Antonio José Lopes
Prof. Dr. Benedito Fialho Machado
Prof. Dr. Carlos Alberto Raposo da Cunha
Profa. Dra. Celsa Herminia de Melo Maranhão
Profa. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira
Profa. Dra. Claudianny Amorim Noronha
Profa. Dra. Cristina Lúcia Dias Vaz
Prof. Dr. Dorival Lobato Junior
Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira
Profa. Dra. Eliza Souza da Silva
Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves
Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva
Prof. Dr. Geraldo Mendes de Araújo
Profa. Dra. Glaudianny Amorim Noronha
Prof. Dr. Gustavo Nogueira Dias
Prof. Dr. Heliton Ribeiro Tavares
Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma
Prof. Dr. José Antonio Oliveira Aquino
Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes
Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes
Prof. Dr. Márcio Lima do Nascimento
Prof. Dr. Marcos Antônio Ferreira de Araújo
Prof. Dr. Marcos Monteiro Diniz
Profa. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos
Profa. Dra. Maria Lúcia P. Chaves Rocha
Prof. Dr. Miguel Chaquiam
Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral
Prof. Dr. Pedro Franco de Sá
Prof. Dr. Raimundo Otoni Melo Figueiredo
Profa. Dra. Rita Sidmar Alencar Gil
Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho
Profa. Dra. Talita Carvalho da Silva de Almeida

Comitê de Avaliação

Natanael Freitas Cabral
Miguel Chaquiam
Gustavo Nogueira Dias

MACEDO, Mauricio dos Santos e CABRAL, Natanael Freitas. Uma sequência didática para o ensino de função afim. Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2020.

ISBN:

Ensino de Matemática; Ensino por Atividades. Matemática Financeira.

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO

O presente produto educacional é resultante de uma dissertação de mestrado elaborada por Macedo (2019), que teve como intuito gerar uma sequência didática para o ensino de Função Afim. O interesse em elaborar este trabalho surgiu por conta das dificuldades que notamos no ensino e aprendizagem de Matemática, vivenciados durante a prática docente e constatado em levantamentos bibliográficos.

No primeiro momento, fizemos uma investigação sobre o panorama do ensino de Função Afim no Ensino Médio, principalmente por meio de levantamento bibliográfico de monografias de especialização *Lato-Sensu* e dissertações de mestrado *Strictu-Sensu*, onde desse levantamento analisamos alguns pontos considerados pertinentes, tais como objetivos, questões de pesquisa, estratégias metodológicas e resultados obtidos.

Em seguida, realizamos uma consulta aos alunos egressos do 1° ano do Ensino Médio, por meio de questionários, cujo objetivo foi investigar os aspectos sociais dos alunos, fatores didático-pedagógicos dos professores e, principalmente, as dificuldades em aprender conceitos de Função Afim. Os alunos foram submetidos também a um teste para verificarmos as dificuldades em resolver exercícios sobre Função Afim.

Uma tendência atual para o ensino na educação básica são as Sequências Didáticas. É um tipo de abordagem que permite a construção do conhecimento, possibilita a experimentação, a generalização, a abstração e a formação de significados.

A Sequência Didática de acordo com Perreti e Costa (2013), permite a interdisciplinaridade, pois trabalhando um tema numa determinada disciplina, pode buscar aplicar em outras áreas, e com isso, fazer a ligação entre essas diferentes áreas de conhecimento. É uma maneira de encaixar os conteúdos a um tema, e por sua vez, a outro, tornando o conhecimento lógico ao trabalho pedagógico desenvolvido.

As Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC), baseiam-se num modelo de sequência didática proposto por Cabral (2017), que serve de referência para a produção de novas propostas didáticas, cujo objetivo é ensinar conteúdos curriculares da disciplina de Matemática na educação básica. É uma concepção nova, mas já utilizada em alguns trabalhos da UEPA, e apresentando resultados positivos no processo de ensino e aprendizagem.

De acordo com Cabral (2017), atividades baseadas nas Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC) possibilitam aos estudantes explorar regularidades, e perceber, mesmo que intuitivamente, a importância de se estabelecer generalizações, além de participação mais ativa no processo de ensino e aprendizagem. Para saber mais sobre as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC), recomendamos a leitura da obra intitulada "Sequências Didáticas: Estrutura e Elaboração", de Cabral (2017).

Para fazermos a sequência didática, levamos em consideração a natureza e os objetivos de algumas pesquisas analisadas através um levantamento bibliográfico de trabalhos que tratam do ensino de Função Afim, principalmente dissertações de mestrados na área Matemática. Como referências de trabalhos, temos Ardenghi (2008), Dornelas (2007) e Pinto (2014), que trabalharam os conceitos de função afim através de sequências didáticas.

Através dessas pesquisas, conseguimos elaborar essa proposta de sequência didática para o ensino de Função Afim. Como principais aportes teóricos para a elaboração da nossa pesquisa, adotamos a Engenharia Didática segundo Artigue (1996) como metodologia de pesquisa; as Sequências Didáticas na visão de Zabala (1998) como ferramenta de apoio da Engenharia Didática; os Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio (2002) para ter a referência do que trabalhar na minha sequência didática; as Unidades Articuladas de Reconstrução proposta por Cabral (2017) para construir a sequência didática com mais interação entre professor e aluno; a Análise Microgenética proposta por Góes (2000) e a Análise do Discurso segundo Mortimer e Scott (2002) para fazer os indícios de aprendizagem e a validação da minha sequência didática. Para se aprofundar mais, recomendo visitar a dissertação de mestrado de Macedo (2019).

Para ampliar as possibilidades de uso da sequência didática, este produto foi concebido para ser reaplicado ou utilizado para que o leitor que tenha interesse em buscar outras alternativas de ensinar Função Afim. A sua estrutura está dividida em dois capítulos: o primeiro trata dos conteúdos matemáticos relacionados à função afim, afim de contribuir para a formação continuada do professor; e o segundo desdobra a sequência didática. O segundo trata da sequência didática, dividido entre orientações gerais para os professores, apresentação da sequência didática, materiais do aluno e materiais para o professor.

Em relação às atividades que compõem a sequência didática, o quadro abaixo sistematiza os objetivos de cada uma das cinco atividades propostas.

Quadro 1: Atividades que compõem a sequência didática sobre Função Afim

ATIVIDADES	OBJETIVOS
Função afim	Reconhecer uma função afim
Taxa de variação	Reconhecer a importância da taxa de variação na função afim.
Gráfico da função afim	Descobrir a representação gráfica da função afim.
Função crescente e função decrescente	Descobrir uma relação entre a taxa de variação da função afim e o seu gráfico.
O zero da função	Identificar o zero da função afim.

Fonte: Elaborado pelo autor (2019)

Este produto educacional, assim como a dissertação mencionada podem ser acessadas no site do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM), da Universidade do Estado do Pará (UEPA), por meio do endereço ccse.uepa.br/pmpem.

2. FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA SOBRE FUNÇÃO AFIM

Neste capítulo mostraremos alguns conceitos que são importantes para o ensino de Função Afim. Começaremos com a parte histórica sobre funções, depois vamos apresentar a ideia de correspondência, o conceito de função, gráfico da função afim, a definição de função afim, a taxa de variação e caracterização da função afim. Embora o foco do trabalho seja uma proposta de Sequência Didática para o ensino do tema para turmas de 1° Ano do Ensino Médio, acreditamos ser importante fazer uma abordagem mais profunda, com o intuito de contribuir na formação continuada do professor

2.1. A PARTE HISTÓRICA DE FUNÇÕES

Quando pensamos em aprofundar a pesquisa em função afim, percebemos que é importante fazer um apanhado de como evoluiu o conceito de função. Analisando essa sequência histórica será possível organizar melhor algumas novas etapas da pesquisa, como por exemplo a nossa sequencia didática.

Segundo Guimarães (2010), a formulação do conceito de função como é apresentado hoje no ensino básico é bastante recente, datando do final do século XIX. Porém, mesmo sem uma formalização abrangente e aceita universalmente, as noções ligadas ao conceito eram legalmente utilizadas desde épocas antigas, como por exemplo, na contagem, que pode ser interpretada como a relação entre um conjunto de objetos e um conjunto de símbolos (números).

Para Zuffi (2001), o desenvolvimento da noção de função compreende três fases: a Antiguidade, momento em que são verificados alguns casos de dependência entre duas quantidades, sem destacar ainda as noções gerais de quantidades variáveis e de funções. A Idade Média, onde visualizamos as noções funcionais expressas sob forma geométrica e mecânica, em que cada caso concreto de dependência entre duas quantidades era representado preferencialmente por meio de um gráfico ou por uma descrição verbal. E, por fim, o período Moderno, no qual começam a prevalecer expressões analíticas de funções, sendo, no final do século XVII, o momento mais intenso no desenvolvimento da noção de função, aproximando da que atualmente conhecemos.

Segundo Zuffi (2001), na Grécia Antiga, a noção de função aparece em estudos ligados a fenômenos naturais, como por exemplo, entre os pitagóricos que estudavam a interdependência quantitativa de diferentes quantidades físicas. Nesta época, cada problema era tratado de maneira particular o que exigia uma nova análise, não havendo preocupação com generalizações.

Segundo Boyer (1974), Nicole Oresme (1323-1382), matemático francês, é considerado o primeiro matemático a contribuir efetivamente para a obtenção da representação gráfica de uma função. Mesmo tendo vivido no século da Peste Negra, quando as produções científicas foram escassas, Nicole Oresme publicou "De configurationibus qualitatum et motuum", onde explica seu método de representar, através de uma figura geométrica, as características mutáveis de grandezas como velocidade e tempo.

Para Guimarães (2010), um dos objetivos era permitir a percepção visual da natureza das variações. Porém, ele nunca usou de fato funções. Suas representações eram meramente qualitativas, não sendo realizadas medições para confeccionar os desenhos. A teoria de Nicole Oresme de localização de pontos por coordenadas, latitude e longitude, influenciou o trabalho de outros matemáticos, principalmente daqueles que contribuíram para o surgimento da Geometria Analítica, como René Descartes e Pierre de Fermat.

De acordo com Eves (2004), coube a Descartes (1696-1750), em seus estudos sobre equações indeterminadas, introduzir a ideia de que uma equação em x e y é uma forma de expressar uma relação de dependência entre quantidades. Nesta época, as curvas eram o principal objeto de estudo na Matemática. Alguns fenômenos passaram a ser representados por curvas e estas passaram a ser expressas por equações.

Segundo Boyer (1974), Isaac Newton (1642-1727) foi o primeiro a usar termos específicos para indicar variáveis independentes ("fluente") e dependentes ("relata quantitas"). Através da representação de funções como expansões em séries infinitas de potência, Newton abriu campo para o estudo de processos infinitos. E, em 1673, Leibniz utiliza a palavra "função" em seu manuscrito intitulado "Methodus tangentium inversa, seu de fonctionibus" para se referir à quantidade variando ponto a ponto de uma curva. Alguns anos mais tarde, em 1698, Jean Bernoulli utiliza a palavra "função" ao se referir a quantidades que dependem de uma variável e propõe a primeira definição explícita de uma função como expressão analítica, sem estabelecer, no entanto, o modo de construir uma função a partir da variável independente.

Leonard Euler, no século XVIII, foi o primeiro a tratar o cálculo como uma teoria das funções. Euler introduz a notação com parênteses para designar uma função. A definição de função de Leonard Euler é: “ uma função de quantidade variável é uma expressão analítica composta de qualquer modo que seja, desta quantidade e números ou quantidades constantes”. A definição de função proposta por ele, distingue quantidades variáveis das quantidades constantes, no entanto, não explicita o que seria uma “expressão analítica”, termo presente em sua definição.

Passado algum tempo, Euler propõe uma nova definição sobre o conceito de função:

> Se certas quantidades dependem de outras quantidades de maneira que, se as outras mudam, estas quantidades também mudam, então temos o hábito de chamar estas quantidades de funções destas últimas. Esta denominação é bastante extensa e contém nela mesma todas as maneiras pelas quais uma quantidade pode ser determinada por outras. Consequentemente, se x designa uma quantidade variável,então todas as outras quantidades que dependem de x, de qualquer maneira, ou que são determinadas por x, são chamadas de funções de x. (ROQUE, 2012, p. 232-233).

Durante todo o século XVIII, observamos uma despreocupação em formalizar o conceito de função. Mas, no século seguinte, a fundamentação rigorosa da Análise passou a fazer parte dos trabalhos de vários matemáticos da época.

De acordo com Zuffi (2001), o matemático francês Augustin Cauchy (1789-1857) estudou e aprofundou a concepção de função, desenvolvendo uma teoria sobre variáveis complexas. No entanto, sua definição para funções ainda era imprecisa.

Das definições para funções propostas naquela época, a que mais se aproxima da aceita atualmente foi apresentada, em 1837, por Peter Gustav Lejeune Dirichlet:

> […] se uma variável y está relacionada com uma variável x de tal modo, que sempre que é dado um valor numérico a x, existe uma regra segundo a qual um valor único de y fica determinado, então diz-se que y é função da variável independente x. (BOYER,1974, p. 405).

Em meados do século XX, um grupo de matemáticos franceses, entre eles André Weil e Jean Dieudonné, que adotou o pseudônimo de Nicolas Bourbaki, publicou vários trabalhos apresentando a matemática moderna, que teve como consequência a redefinição de conceitos básicos na linguagem de conjuntos. Em 1939, em uma de suas publicações, este grupo propõe a seguinte definição de função:

> Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. A relação entre uma variável x de E e uma variável y de F, é chamada de uma relação funcional em y se, para todo $x \in E$, existe um único $y \in F$ que está associado, na relação dada, com x. Damos o nome de função para a operação que, de alguma forma, associa a cada elemento $x \in E$ o elemento $y \in F$ que é associado a x pela relação estabelecida; diz-se que y é o valor da função relativo ao elemento x, e que a função está determinada pela relação funcional dada. Duas relações funcionais equivalentes determinam a mesma função. (KLEINER, 1989, p. 18).

Este breve panorama histórico nos mostra como foi complexo o caminho percorrido pelos matemáticos em relação ao desenvolvimento histórico do conceito de função. De acordo com Zuffi (2001), os problemas que ocuparam os matemáticos no decorrer dos tempos exerceram forte influência na elaboração do conceito de função.

2.2. FUNÇÃO

Para se entender melhor o conceito de função, é preciso dar ênfase na ideia de correspondência, ao conceito propriamente de função, ao gráfico de função e a definição de Função Afim, que é o nosso objeto de estudo na pesquisa.

2.2.1. A Ideia de correspondência

Segundo Camelo (2013), a ação de "fazer corresponder" está intimamente ligada à ideia de correspondência. Ela surgiu com o conceito de número natural. Podemos citar como exemplo dessa ação o processo de contagem. Ele se realiza fazendo corresponder sucessivamente, a cada objeto da coleção, um número da sucessão natural. A operação "fazer corresponder" é uma das operações mentais mais importantes e que utilizamos constantemente no dia-a-dia. A correspondência ou a associação de dois objetos, exige que haja um antecedente e um consequente. A fim de exemplificar, consideremos os estados brasileiros e suas capitais. Ao pensarmos em um nome de um estado brasileiro, imediatamente o associamos a sua capital, temos, então, uma correspondência: estado brasileiro (antecedente) e capital (consequente). Por outro lado, ao tomarmos o nome de uma determinada capital, logo o associamos ao nome do estado, obtemos, assim, a correspondência: capital (antecedente) estado brasileiro (consequente).

Levando em consideração Camelo (2013), a diferença entre as correspondências citadas aparece ao trocarmos os papéis de antecedente e consequente; nestas condições as correspondências dizem-se recíprocas.

A correspondência em que todo antecedente possui consequente, chama-se completa. Toda correspondência completa em que cada antecedente possui um único consequente chama-se unívoca (um-a-um). Se pelo menos um dos antecedentes possui mais de um consequente, a correspondência chama-se não unívoca (um-a-mais). Quando uma correspondência completa é unívoca e a sua recíproca também, a correspondência chama-se biunívoca.

2.2.2. Noção da Lei de Correspondência

Fenômeno Natural, segundo Caraça (1951), é uma secção da realidade nela recortada arbitrariamente. Há fenômenos que apresentam regularidades, ou seja, comportamento idêntico, dado que as condições iniciais sejam as mesmas. Uma das tarefas mais importantes no trabalho de investigação da natureza é a procura de regularidades dos fenômenos naturais, porém nem todos os fenômenos possuem regularidades. A determinação de regularidades permite a repetição e previsão sobre etapas que não são observáveis.

Para Camelo (2013), a essa regularidade, pela qual o antecedente está associado ao consequente, denominamos *a lei da correspondência*. De acordo com esse conceito, pode haver dois tipos de lei: lei qualitativa, que considera a variação qualitativa do fenômeno, e lei quantitativa, que considera a variação da quantidade do fenômeno. A lei quantitativa que consiste na forma de correspondência unívoca dos elementos de dois conjuntos é um instrumento matemático.

Segundo Camelo (2013), a lei quantitativa pode ser expressa de forma verbal (em linguagem corrente), gráfica (usando sistemas de coordenadas, diagrama de flechas, tabelas ou outras formas não convencionais) e analíticas (expressões matemáticas). A representação de uma correspondência através de tabelas ou diagrama de flechas é uma representação adequada quando os conjuntos envolvidos (antecedentes e consequentes) possuem um pequeno número de elementos. Pode ser bastante útil também, caso os conjuntos envolvidos possuam um número grande de elementos, quando serve para observação do comportamento da correspondência entre os conjuntos e, a partir de casos particulares, identificar regularidades levando à generalização.

2.2.3. Conceito de Função

Para apresentarmos a definição de função, é necessário que tomemos dois conjuntos não-vazios A e B. Diz-se que f é uma *aplicação* de A em B ou *função* de A em B, sendo que de A em B, denota-se por f:$A \longrightarrow B$ quando para cada elemento $x \in A$, corresponde um único elemento $y \in B$, em outras palavras, diz-se que o par ordenado $(x,y) \in f$, simbolicamente:

$$f \text{ é } função\ de\ A\ em\ B \Leftrightarrow (\forall x \in A, \exists|\ y \in B / (x,y) \in f)$$

Segundo Pinedo (2007), para que toda relação f:$A \longrightarrow B$ seja uma função, duas condições devem ser cumpridas:

(i) $Existência$: $\forall x \in A$, $\exists\ y \in B/ (x,y) \in f$

(ii) $Unicidade$: $\forall x \in A$, $\exists|\ y \in B/ (x,y) \in f$,

isto é, se $(x, y_1) \in f \wedge (x, y_1) \in f \Longrightarrow y_1 = y_2$.

Da definição de função, sabe-se que toda função é uma relação, porém, nem toda relação é uma função, o domínio e a imagem de uma função são respectivamente o domínio e imagem da relação que ela representa.

Assim, o conjunto A denomina-se *domínio* de f e pode ser indicado com a notação $D(f)$. Quando uma função tem domínio A, diz-se que ela é definida em A. O conjunto B denomina-se *contradomínio* de f e pode ser indicado com a notação $CD(f)$. Se x é um elemento qualquer de A, então o único y de B associado a x é denominado *imagem* de x pela função f ou *valor da função* f em x e será indicado com a notação $f(x)$.

O conjunto de todos os elementos de B que são imagem de algum elemento de A denomina-se *conjunto-imagem* de f, e pode ser indicado com a notação $I(f)$ ou $Im(f)$.

$$Im(f)=\{y \in B \mid \exists x, x \in A \wedge y=f(x)\}$$

2.2.4. Gráfico de uma Função

A representação da função, pode ser dada também por meio de um gráfico no plano cartesiano. Para tal, além dos conceitos expostos serão necessários os conceitos de *par ordenado*, *produto cartesiano* e de *plano cartesiano*.

Dados dois números reais x e y, o par ordenado destes números reais, denotado por (x, y), é formado quando se escolhe x para ser a primeira coordenada e, consequentemente, y para ser a segunda. Os pares ordenados (x_1, y_1) e (x_2, y_2) são iguais se, somente se, $x_1 = x_2$ e $y_1 = y_2$.

Dados dois conjuntos A e B o produto cartesiano de A por B, indicado por A x B, é o conjunto formado por todos os pares ordenados (x, y), com $x \in$ A e $y \in$ B, ou seja,

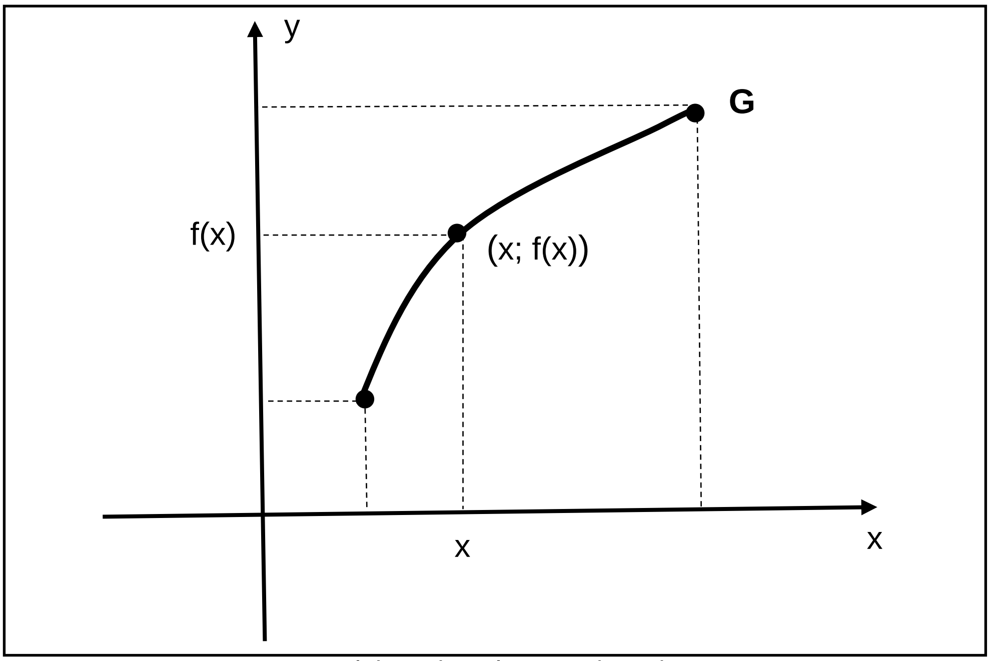
$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ e } y \in B\}.$$

Sejam A e B subconjuntos dos números reais, e f uma função de A em B. Algebricamente, o gráfico de f é o conjunto de todos os pares ordenados (x, y) pertencentes ao conjunto A x B para os quais $y = f(x)$. Assim, o gráfico de f é o conjunto

$$G(f) = \{(x, y) \in A \times B \mid y = f(x)\}.$$

A representação geométrica do gráfico de f é o conjunto de todos os pontos do plano cartesiano que estão em correspondência biunívoca com os pares ordenados de G(f). (Figura 3)

Figura 1: Gráfico de uma função.



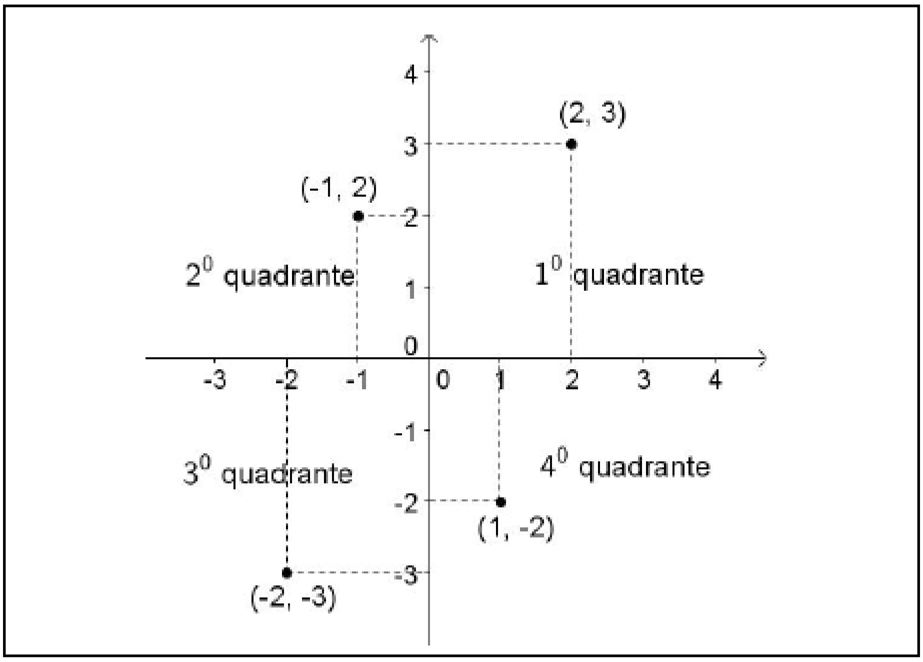
Fonte: Elaborado pelo autor (2017)

O Plano Cartesiano (Plano Numérico ou $\mathbb{R}^2$) é uma representação geométrica do produto cartesiano $\mathbb{R}$ X $\mathbb{R}$. É representado por duas retas (eixos) perpendiculares e orientadas, uma horizontal e outra vertical, onde cada uma das retas representa o conjunto dos números reais e o ponto *O* de interseção é chamado de origem. Chamamos, geralmente, de eixo x ou *eixo das abscissas*, a reta horizontal e a reta vertical denominamos de eixo y ou *eixo das ordenadas*. O Plano cartesiano permite representar graficamente representações algébricas, por exemplo, um ponto P do plano cartesiano é a representação gráfica de um par ordenado de números reais $(x, y) \in \mathbb{R}$ X $\mathbb{R}$ e denotamos por P = (x, y) , onde x e y são suas *coordenadas*.

Dado um ponto de coordenadas $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, a coordenada x indica a medida do deslocamento a partir da origem para a direita (se positivo) ou para a esquerda (se negativo), e a coordenada y indica o deslocamento a partir da origem para cima (se positivo) ou para baixo (se negativo) (Figura 4).

O Plano Cartesiano é dividido em quatro regiões, chamadas de *quadrantes*, quando $x > 0$ e $y > 0$, o ponto está localizado no primeiro quadrante; quando $x < 0$ e $y > 0$, no segundo; $x < 0$ e $y < 0$, no terceiro; e quando $x > 0$ e $y < 0$, o ponto está localizado no quarto quadrante.

Figura 2: Plano cartesiano



Fonte: Elaborado pelo autor (2017)

2.2.5. Função Afim

Em relação à definição da função afim temos que:

> Uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ chama-se afim quando existem constantes a e b $\in \mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in R$. (LIMA et al,2012, p.98)

Os autores citam ainda que *a função identidade $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x$ para todo $x \in \mathbb{R}$, é afim. Também são afins as translações $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + b$. São ainda casos particulares de funções afins as funções lineares, $f(x) = ax$ e as funções constantes $f(x) = b$.*(LIMA et al, 2012, p.98).

Um caso particular de função afim, a função linear, dada por $f(x) = ax$ é o modelo matemático para os problemas de proporcionalidade.

Segundo Lima (2012), proporcionalidade é uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que, para quaisquer números reais c e x, tem-se $f(cx) = c.f(x)$, chamada *proporcionalidade direta*; ou $f(cx) = \frac{f(x)}{c}$, se c ≠ 0, chamada *proporcionalidade inversa*.

Na definição de proporcionalidade direta, fazendo $a = f(1)$, tomando $x = 1$ temos que $f(c) = f(c.1) = c.f(1) = ac$, para todo $c \in \mathbb{R}$. Fazendo $c = x$, temos $f(x) = ax$, para todo x real. Portanto o modelo que estuda os problemas de proporcionalidade (direta) é a função linear e a é chamado de constante de proporcionalidade.

Teorema: Teorema Fundamental da Proporcionalidade.

Seja $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função linear crescente. As seguintes afirmações são equivalentes:

(1) $f(kx) = k.f(x)$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$ e $\forall\, k \in \mathbb{Z}$.

(2) Pondo $a = f(1)$, tem-se $f(x) = ax$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$.

(3) $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$, para quaisquer $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$.

Demonstração

Primeiramente, suponha que f verifica a condição (1).

Tomemos o número racional $q = \frac{n}{m}$, n, m $\in \mathbb{Z}$ e não nulos. Assim, $nf(x) = f(nx) = f(qmx) = f(mqx) = mf(qx)$, Implica que $\frac{n}{m} f(x) = f(qx)$, ou seja, $qf(x) = f(qx)$.

Assim, a igualdade $f(kx) = kf(x)$, é ampliada para $\forall\, x \in \mathbb{R}$ e $\forall\, k \in \mathbb{Q}$.

Seja $a = f(1)$. Como $f(0) = f(0.0) = 0.f(0) = 0$ e f é crescente, temos que $a = f(1) > f(0) = 0$. Logo, a é positivo e $f(q) = f(q.1) = q.f(1) = a.q$; $\forall\, q \in \mathbb{Q}$.

Mostremos agora que se tem $f(x) = ax$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Vamos supor, por absurdo, que existe algum número real x (necessariamente irracional) tal que $f(x) \neq ax$ ($f(x) > ax$ ou $f(x) < ax$. Vamos considerar que $f(x) > ax$ (O caso $f(x) < ax$ é tratado de maneira análoga).

Como x e $a = f(1) > 0$ são fixos, deve existir algum número racional q tal que $\frac{f(x)}{a} > q > x$. Logo, $f(x) > aq = f(q)$. Mas isto é uma contradição, uma vez que a função f é crescente e, $q > x$, deveríamos ter $f(q) > f(x)$, o que prova que f verifica a condição (2).

Agora, suponha que f verifica a condição (2): Consideremos z = x_1+x_2 onde z, x_1, x_2 ∈ ℝ. Pelo item (2), segue que $f(z) = az$. Como z = x_1+x_2, novamente por (2) temos que $f(x_1+x_2) = f(z) = az = a\ (x_1+x_2) = ax_1+ax_2 = f(x_1)+f(x_2)$, o que prova que f verifica a condição (3).

A demonstração que (3) implica em (1) pode ser encontrada em Lima (2012). Faremos a prova para k inteiro positivo (para k inteiro negativo é análoga). Seja $x \in \mathbb{R}$.

Fazendo $x_1 = x$, $x_2 = x$, . . . , $x_k = x$, temos

$$f(kx) = f(x_1 + x_2 + \cdots + x_k) = f(x_1) + [f(x_2 + x_3 + \cdots + x_k)]$$

$$f(kx) = f(x_1) + f(x_2) + [f(x_3 + \cdots + x_k) = f(x_1) + f(x_2) + \cdots + f(x_k)$$

$$f(kx) = k.f(x).$$

Observação: O teorema da proporcionalidade considera que quando a função f é *crescente*, tem-se $a = f(1) > 0$. O resultado é análogo para o caso de f ser *decrescente*, ou seja, neste caso tem-se que $a = f(1) < 0$.

Concluímos do Teorema Fundamental da Proporcionalidade que uma condição suficiente para que $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ seja uma função linear, é:

1. f deve ser crescente ou decrescente e
2. $f(n.x) = n.f(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{Z}$.

2.2.6. Taxa de Variação

A taxa de variação média de uma função real f , em relação a sua variável independente x, é a razão entre a variação sofrida pela função quando x varia. Por exemplo, tomando dois valores reais quaisquer, x_1 e x_2, definimos $\Delta x = x_2 -$

x_1 a variação de x_1 à x_2, ou seja, $x_2 = x_1 + \Delta x$. Já a variação da função f de $y_1 = f(x_1)$ à $y_2 = f(x_2)$ é definida por $\Delta y = f(x_2) - f(x_1) = (y_2 - y_1)$.

Se $x_1 \neq x_2$, podemos calcular a razão $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. E essa razão é chamada de *taxa de variação média* (ou taxa de crescimento) da função f em relação a x quando x varia de x_1 à x_2.

Proposição: A taxa de variação média de uma função afim dada por $f(x) = ax + b$ é constante e igual ao coeficiente *a*.

Demonstração:

Calculando a razão $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ obtemos:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(ax_2 + b) - (ax_1 + b)}{x_2 - x_1} = \frac{a(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a$$

O sinal da *taxa de variação* média, no caso, o coeficiente a da função afim $f(x) = ax + b$ determina se a mesma é *crescente* ou *decrescente*.

- Se $a > 0$, então a função é *crescente*. De fato: Se $x_1 < x_2$, então $ax_1 < ax_2$ logo $ax_1 + b < ax_2 + b$, ou seja, $f(x_1) < f(x_2)$;

- Se $a < 0$, então a função é *decrescente*. De fato: Se $x_1 < x_2$, então $ax_1 > ax_2$ logo $ax_1 + b > ax_2 + b$, ou seja, $f(x_1) > f(x_2)$;

- Se $a = 0$, então a função é *constante*. Neste caso, temos $f(x) = b$, para todo x real.

- Se $a \neq 0$, então o valor $x = -\frac{b}{a}$ é o *zero* da função f.

2.2.7. Caracterização de uma Função Afim

O Teorema da Caracterização de uma Função Afim vem a responder o porquê de uma função afim ser o modelo matemático adotado para um determinado problema.

Ele garante que em determinadas condições, se a taxa de variação de uma função, com relação a sua variável independente *x*, for constante (independe de *x*), então a função é uma função afim.

Teorema: *Teorema da Caracterização de uma Função Afim*.

Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função monótona crescente ou monótona decrescente. Se o acréscimo $f(x + \Delta x) - f(x)$ depender apenas de Δx, mas não de x, então f é uma função afim.

Demonstração:

Seja $h = \Delta x$. Sem perda de generalidade vamos supor f crescente. Seja f uma função qualquer e g uma função satisfazendo a condição $f(x+h) - f(x) = g(h)$, ou seja, a variação de f em relação à x depende apenas de h. Observemos que $g(0) = f(x+0) - f(x) = 0$.

Se $h_1 < h_2$, então $g(h_1) = f(x+ h_1) - f(x) < f(x+ h_2) - f(x) = g(h_2)$. Portanto g também é crescente.

Calculemos $g(v+h)$, para v e h reais quaisquer,

$$g(v+h) = f\big(x + (h+v)\big) - f(x) = f\big((x+v)+h\big) - f(x)$$

Somando e subtraindo $f(x+v)$ do lado direito, obtemos

$$g(v+h) = f((x+v)+h) - f(x+v) + f(x+v) - f(x)$$

$$g(v+h) = [f((x+v)+h) - f(x+v)] + [f(x+v) - f(x)]$$

$$g(v+h) = g(h) + g(v).$$

Visto que a função g satisfaz as condições do Teorema Fundamental da Proporcionalidade, conclui-se que g é uma função afim.

Logo, fazendo $a = g(1)$, temos $g(h) = ah$; $\forall\ h \in \mathbb{R}$. Isto quer dizer que $f(x+h) - f(x) = ah$. Tomando $x = 0$, temos que $f(0+h) - f(0) = ah$ ou $f(h) - f(0) = ah$. Chamando $f(0) = b$, temos $f(h) = ah + b$; $\forall\ h \in \mathbb{R}$.

Substituindo h por x obtemos $f(x) = ax + b$, $\forall\ x \in \mathbb{R}$, ou seja, f é uma *função afim*.

2.2.8. Gráfico da Função Afim

Nesse tópico, será comprovado que, em qualquer função afim, o gráfico é uma reta não vertical (não paralela ao eixo y).

Teorema:

O gráfico de uma função afim $f: x \to y = f(x) = a.x + b$ é uma reta.

Demonstração:

Basta verificar que três pontos quaisquer do gráfico de f são colineares. Sejam, portanto, $P_1 = (x_1, a.x_1 + b)$, $P_2 = (x_2, a.x_2 + b)$ e $P_3 = (x_3, a.x_3 + b)$.

Para verificar que P_1, P_2 e P_3 são colineares, é necessário e suficiente que o maior dos três números $d(P_1, P_2)$, $d(P_2, P_3)$ e $d(P_1, P_3)$ seja igual à soma dos outros dois. Sem perda de generalidade, pode-se supor que as abscissas x_1, x_2 e x_3, foram ordenadas de modo que $x_1 < x_2 < x_3$.

A fórmula da distância entre dois pontos apresenta:

$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + [(ax_2 + b) - (ax_1 + b)]^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + [a.(x_2 - x_1)]^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + a^2.(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{(1 + a^2).(x_2 - x_1)^2}$

$= (x_2 - x_1).\sqrt{(1 + a^2)}$

Agora, fazendo as outras duas distâncias, temos:

$d(P_2, P_3) = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2} = (x_3 - x_2).\sqrt{(1 + a^2)}$ e

$d(P_3, P_1) = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2} = (x_3 - x_1).\sqrt{(1 + a^2)}$

Desenvolvendo $d(P_3, P_1)$

$d(P_1, P_3) = (x_3 - x_1).\sqrt{(1 + a^2)}$

$d(P_1, P_3) = (x_3 - x_2 + x_2 - x_1).\sqrt{(1 + a^2)}$

$d(P_1, P_3) = [(x_3 - x_2) + (x_2 - x_1)].\sqrt{(1 + a^2)}$

$d(P_1, P_3) = (x_3 - x_2).\sqrt{(1 + a^2)} + (x_2 - x_1).\sqrt{(1 + a^2)}$

Daí, temos: $d(P_1, P_3) = d(P_2, P_3) + d(P_1, P_2)$

Será usada uma segunda prova para o mesmo teorema, usando agora a geometria.

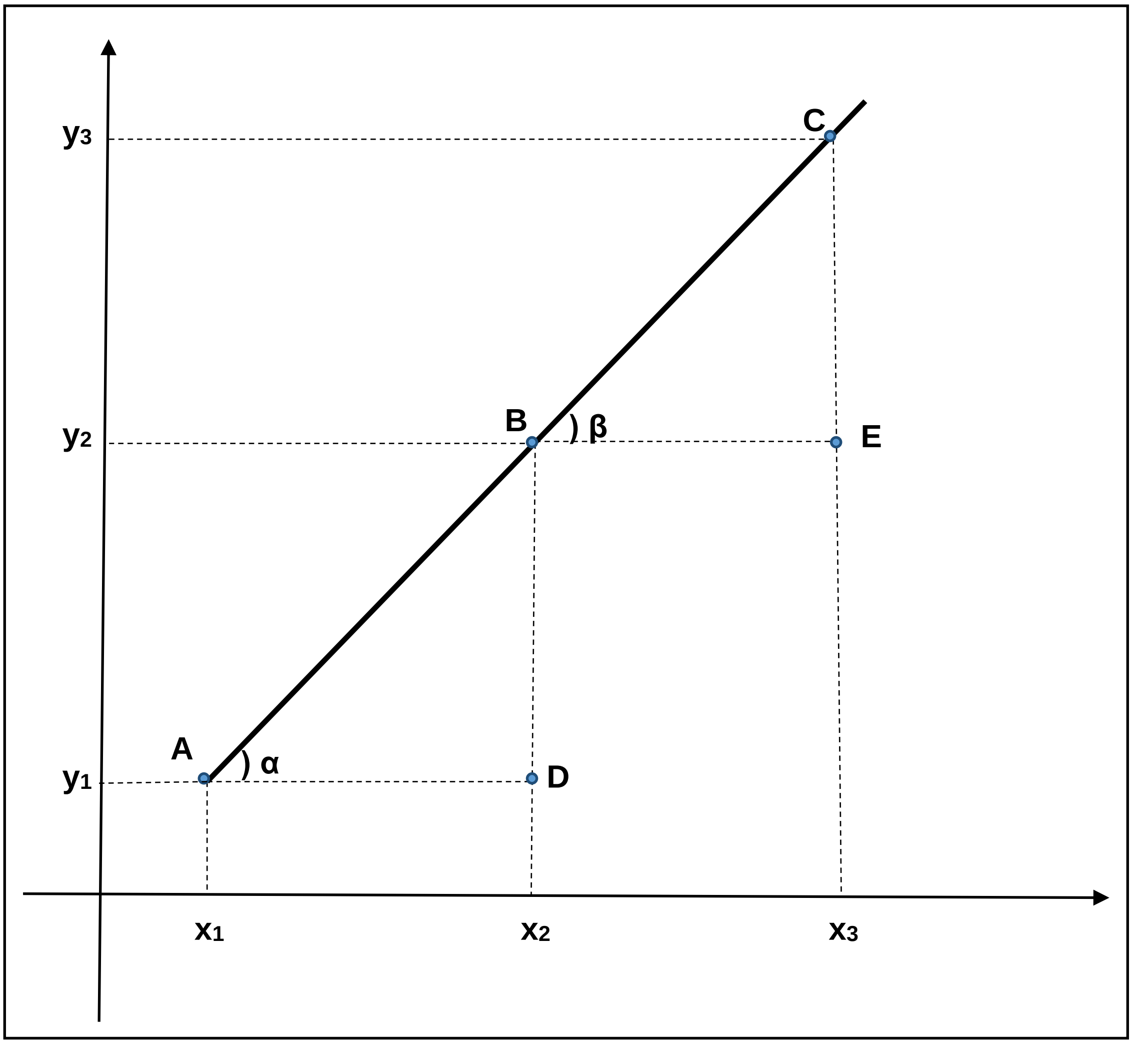
Teorema:

O gráfico cartesiano da função $f(x) = ax + b$ é uma reta.

Demonstração:

Sejam *A*, *B* e *C* três pontos quaisquer, distintos dois a dois, do gráfico cartesiano da função $y = ax + b$ e $(x_1, y_1), (x_2, y_2)\ e\ (x_3, y_3)$, respectivamente, as coordenadas cartesianas desses pontos (Figura 5).

Figura 3: Representação gráfica da função



Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

Para provar que os pontos *A*, *B* e *C* pertencem à mesma reta, mostra-se,

Inicialmente, temos que os triângulos retângulos *ADB* e *BEC* são semelhantes.

$(x_1, y_1) \in f \implies a.x_1 + b$

$(x_2, y_2) \in f \implies a.x_2 + b$

$(x_3, y_3) \in f \implies a.x_3 + b$

Subtraindo membro a membro, tem-se:

$y_3 - y_2 = a.(x_3 - x_2)$ e

$y_2 - y_1 = a.(x_2 - x_1)$

Tem-se então:

$$\frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$$

Os triângulos *ADB* e *BEC* são retângulos e lados proporcionais e, então, são semelhantes e, portanto, *α* = *β*. Segue-se que os pontos *A*, *B* e *C* estão alinhados.

Outro teorema que podemos destacar é:

Toda reta não vertical r é o gráfico de uma função afim.

Para provar, são dados dois pontos distintos: $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$ na reta *r*. Como r não é vertical, tem-se necessariamente $x_1 \neq x_2$. Logo, existe uma função afim $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x_1) = y_1$ e $f(x_2) = y_2$. O gráfico de f é uma reta que passa pelos pontos P_1e P_2. Logo, essa reta coincide com *r*.

Por intermédio da construção do gráfico da função afim, pode-se ressaltar uma característica importante sobre o conjunto imagem. Se o domínio da função afim é o conjunto dos reais, então, a imagem é o conjunto dos números reais.

Teorema:

O conjunto imagem da função afim $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ *definida por* $f(x) = ax + b$*, com* $a \neq 0$*, é* $\mathbb{R}$*.*

De fato, qualquer que seja $y \in \mathbb{R}$ existe $x = \frac{y-b}{a} \in \mathbb{R}$, tal que:

$$f(x) = f\left(\frac{y-b}{a}\right) = a.\frac{y-b}{a} + b = y$$

Neste capítulo foram apresentados conteúdos matemáticos que são abordados dentro do assunto Função Afim. Na nossa pesquisa, especificamente, trabalhamos os assuntos que serão abordados dentro da nossa sequência didática, a qual será apresentada no próximo capítulo da pesquisa.

3. A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nesta seção, apresentamos o conjunto de cinco Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC's) quem compõem a sequência didática proposta para o ensino de Função Afim. Porém, antes de mostrar a sequência didática, apresentamos algumas orientações para que o leitor possa se familiarizar com a proposta, e tomar alguns cuidados para que se tenha êxito em sua aplicação. Caso você não tenha o domínio da metodologia utilizada neste trabalho, recomenda-se a leitura do capítulo 4 da dissertação de Macedo (2019).

3.1. ORIENTAÇÕES GERAIS PARA OS PROFESSORES

O conteúdo de Função Afim é trabalhado no 1° ano do Ensino Médio, geralmente após o ensino de Conjuntos. Apesar dos alunos chegarem ao ensino médio, sabe-se que na maioria das vezes, estes sujeitos trazem consigo muitas dificuldades em matemática básica devido a inúmeros fatores.

Para Souza (2016), uma das dificuldades que pode desestimular os alunos é com relação a assimilação de conteúdos que foram trabalhados no ensino fundamental, os quais não são esclarecidos e, ao passar para os anos seguintes, carregam estas dificuldades, que muitas vezes não são supridas por professores da série atual. Ou seja, como consequência, este aluno que está de certa forma atrasado com a matéria, dificilmente consegue compreender os conteúdos que obedecem uma sequência, uma vez que falta a base para a nova aprendizagem, o que ocasiona o acumulo de dificuldades, que por sua vez causam desinteresse nesses alunos.

Por conta disso, para minimizar as possíveis dificuldades que possam vir a ocorrer durante o processo de aplicação da sequência didática, optamos por utilizar dois instrumentos de apoio, chamados de "Teste de Verificação" e "Oficina de Nivelamento".

O Teste de Verificação corresponde a um instrumento em folha de papel A4, contendo questões sobre assuntos considerados como pré-requisito para a realização da sequência didática relativa ao tema que se pretende abordar. Para a

Função Afim, os conteúdos elegidos e abordados no teste são:

Quadro 2: Assuntos abordados no Teste de Verificação

CONTEÚDOS	**JUSTIFICATIVAS**
Conjuntos Numéricos	Trabalhar domínio e imagem da Função Afim
Polinômios	Identificar o grau do polinômio e o cálculo da imagem da Função Afim
Expressão Numérica	Montar a Função Afim
Valor Numérico	Calcular a imagem da Função Afim
Plano Cartesiano	Representar o gráfico da Função Afim

Fonte: Elaborado pelo autor (2019)

O objetivo deste teste é verificar se os alunos apresentam as condições mínimas para a execução das atividades relacionadas a sequência didática. O professor não precisa ficar preso a esses assuntos, ou seja, pode incluir outros conteúdos que achar necessário ou retirar alguns, trabalhar com questões objetivas, entretanto, sugerimos que as questões do teste sejam todas ou em sua maioria discursivas, pois desta forma, é melhor para analisar as respostas dos alunos e seu conhecimento básico sobre cada tema.

Como recomendação, faça que o teste de verificação seja aplicado individualmente, sem consulta a qualquer tipo de material (livro, caderno, calculadora, celular, etc.) e sem a interferência do professor, pois assim será possível verificar em que nível os alunos se encontram. A seguir, apresentamos o teste de verificação que foi aplicado aos alunos.

Teste de Verificação

1) Use $\in$ (pertence) ou $\notin$ (pão pertence) nas lacunas abaixo.

a) 2 _____ $\mathbb{N}$ e) 0,2 ______ $\mathbb{Z}$ f) 0,333... ______ $\mathbb{R}$
b) -3 _____ $\mathbb{N}$ f) 0,3 ______ $\mathbb{Q}$ g) -7 _______ $\mathbb{R}$
c) 5 _____ $\mathbb{Z}$ g) $\sqrt{5}$ ______ $\mathbb{Q}$ h) $\sqrt{7}$ _______ $\mathbb{R}$
d) -4 _____ $\mathbb{Z}$ h) $\frac{1}{4}$ _______ $\mathbb{Z}$ i) $\frac{1}{3}$ ________ $\mathbb{R}$

2) Identifique o grau do polinômio:

a) $2x^3 + 5x^2 - 3x + 4$

d) $x^2 + x - 2$

b) $6x^5 - 4x^4 + x^3 + 5x - 10$

e) $3x + 5$

c) $2x - 4$

f) $3x^3 + 5$

3) Junte os termos semelhantes:

a) $4x - 3y + 5y + x - 4$

d) $4x^2 + 3x^3 - 3x^2 - 4x^3 + x^2$

b) $2y + 3x - 4x + 3y + 2 + 4$

e) $7x^2 - x + 3x - 5x^2 + 5$

c) $4m + 3p - 5m + 6m - 2p$

f) $4 - 3x + 5x^2 + 6x - 7x^2 - 2$

4) Determine o valor numérico na expressão $x^2 - 3x + 5$, quando:

a) $x = -2$

b) $x = 0$

c) $x = 2$

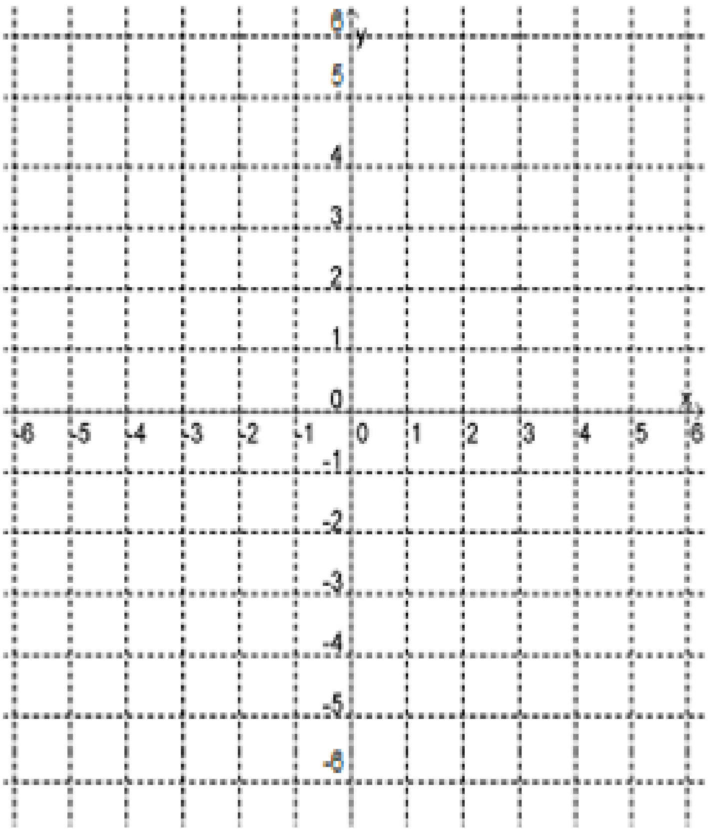
5) Na Física S representa o espaço percorrido, em metros (m), e t representa o tempo, em segundos (s). Determine o espaço percorrido por um objeto que se movimenta segundo a expressão S = 50 – 2t, nos seguintes tempos:

a) t = 2 s

b) t = 10 s

c) t = 20 s

4) Coloque os pontos A (-2;2), B (-2;3), C(2;-2), D (2;0), E (-3;0), F (-1;-1), G (0;1), H (0;-3), I (0;0) no plano cartesiano.



Ao aplicar o teste de verificação e analisar os resultados, se o professor constatar que os alunos participantes apresentaram um bom desempenho, estes podem ser submetidos de imediato as UARC's propostas na sequência didática. Caso contrário, o professor deverá realizar o que nós definimos de "Oficina de Nivelamento". A Oficina de Nivelamento corresponde a uma aula, em forma de revisão, onde o professor deve resgatar os conteúdos considerados preliminares que foram explorados no teste de verificação. Pode usar a própria sequência do teste de verificação para trabalhar a oficina de nivelamento.

A oficina dos conteúdos básicos para a função afim utilizada neste trabalho foi na forma de aula expositiva e dialogada, entretanto, ressaltamos que neste momento, o professor é livre para fazer adaptações que venham atender as suas necessidades.

A elaboração do Teste de Verificação e a Oficina de Nivelamento tem como objetivo minimizar as possíveis dificuldades que possam vir a ocorrer durante a aplicação da sequência didática. Funcionam como um apoio pedagógico extra para que o professor tenha êxito na sua aplicação.

Caso o professor queira fazer uma avaliação minuciosa usando a Análise Microgenética e a Análise do Discurso, será necessário registrar o processo em áudio e/ou vídeo. Dessa forma, recomendamos que pelo menos outra pessoa esteja presente com o professor para dar apoio durante o registro das interações verbais dos alunos.

3.2. SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

Nesse momento, apresentaremos a Sequência Didática para o Ensino de Função Afim. Essa sequência é composta por cinco UARC's, onde cada uma trata de um ou mais tópicos relacionados ao tema em questão. A UARC 1 trabalha a ideia inicial de Função Afim, onde mostra a relação entre as variáveis e como elas se comportam. A UARC 2 trata da Taxa de Variação, que é importante para identificar crescimento e decrescimento da função. Nessa UARC, exploramos a taxa de variação sem formalizar o gráfico no primeiro momento. Vamos analisar se os alunos conseguem responder observando o gráfico. Na UARC 3 será tratado o gráfico da Função Afim. A UARC 4 trabalha o Crescimento e Decrescimento da Função Afim. E a UARC 5 trata do Zero da Função.

Após cada UARC é feita uma Intervenção Formalizante, aonde será dado o teor formal da Matemática ao tema abordado.

Em cada uma das UARC's que compõem a sequência didática proposta, você poderá identificar os seguintes elementos: título, objetivo de aprendizagem do aluno, material a ser utilizado e orientações ao professor. Além disso, propomos a quantidade de aulas destinadas a execução de cada uma das atividades, no quadro abaixo.

Quadro 3: Previsão de tempo para as atividades

Encontros	Título da UARC	Tempo estimado
1	Função afim + Intervenção Formalizante 1	3 aulas de 45 min
2	Taxa de variação + Intervenção Formalizante 2	2 aulas de 45 min
3	Gráfico da função afim + Intervenção Formalizante 3	2 aulas de 45 min
4	Função crescente e função decrescente + Intervenção Formalizante 4	2 aulas de 45 min
5	O zero da função + Intervenção Formalizante 5	2 aulas de 45 min

Fonte: Elaborado pelo autor (2019)

3.2.1. Material do Aluno

UARC 1: Função Afim

[I_i] Um produto muito consumido pelos bujaruenses é o açaí. O litro do açaí em Bujaru está R$ 12,00. Responda:

[I_r] a) Quanto você pagaria por 2 litros?

[I_r] b) Quanto você pagaria por 3 litros?

[I_r] c) Quanto você pagaria por 4 litros?

[I_r] d) O que é constante nessa atividade?

[I_r] e) Quantas quantidades estão variando nessa atividade? Quais são?

[I_r] f) A variação da quantidade de litros comprados implica, de alguma forma, no preço a ser pago? De que forma?

[I_r] g) Quanto você pagaria por x litros?

[I_r] h) Se representarmos por P o valor a ser pago e x a quantidade de litros comprados, estabeleça a relação Matemática que calcula o valor a ser pago levando em consideração a quantidade de litros comprados.

[I_E] i) Usando a relação que montou na letra “h”, calcule o valor a pagar quando comprar:

i.1) 4 litros.

i.2) 15 litros

[I_i] Quem possuí veículos sabe que a gasolina teve sucessivos aumentos. O litro da gasolina está R$ 4,20 em Bujaru. Responda:

[I_r] a) Quanto você pagaria por 2 litros?

[I_r] b) Quanto você pagaria por 3 litros?

[I_r] c) Quanto você pagaria por 4 litros?

[I_r] d) O que é constante nessa atividade?

[I_r] e) Quantas quantidades estão variando nessa atividade? Quais são?

[I_r] f) A variação da quantidade de litros comprados implica, de alguma forma, no preço a ser pago? De que forma?

[I_r] g) Quanto você pagaria por x litros?

[I_r] h) Se representarmos por P o valor a ser pago e x a quantidade de litros comprados, estabeleça a relação Matemática que calcula o valor a ser pago em consideração da quantidade de litros comprados.

[I_i] 3) Numa corrida de táxi sempre é cobrado um valor fixo da bandeirada de R$4,00, mais R$2,00 por Km rodado. Seguindo essas informações, responda:

[I_r] a) Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de 2 Km?

[I_r] b) Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de 3 Km?

[I_r] c) Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de 4 Km?

[I_r] d) Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de 5 Km?

[I_r] e) O que é constante nessa atividade?

[I_r] f) Quantas quantidades estão variando nessa atividade? Quais são?

[I_r] g) A variação da quantidade de quilômetros rodados implica, de alguma forma, no preço a ser pago na corrida de táxi? De que forma?

[I_r] h) Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de x Km?

[I_r] i) Se representarmos por V o valor a ser pago e x a quantidade de quilômetros percorridos, estabeleça a relação Matemática que calcula o valor a ser pago em consideração a quantidade de quilômetros percorridos.

[I_E] j) Usando a relação que montou na letra "i", calcule o valor a ser pago quando percorrer:
j.1) 4 Km

j.2) 20 Km

[I_i] 4) O salário de um entregador de gás de cozinha é R$ 700,00 fixo mais R$2,00 por cada gás que ele entrega. Seguindo essas informações, responda:
[I_r] a) Qual seria o salário final do entregador de gás se ele entregasse 30 botijões de gás no mês?

[I_r] b) Qual seria o salário final do entregador de gás se ele entregasse 40 botijões de gás no mês?

[I_r] c) Qual seria o salário final do entregador de gás se ele entregasse 50 botijões de gás no mês?

[Ir] d) Qual seria o salário final do entregador de gás se ele entregasse 60 botijões de gás?

____

[Ir] e) O que é constante nessa atividade?

____

[Ir] f) Quantas quantidades estão variando nessa atividade? Quais são?

____

[Ir] g) A variação da quantidade de botijões entregues implica, de alguma forma, no salário do entregador de botijões? De que forma?

____

[Ir] h) Qual seria o salário final do entregador de gás se ele entregasse x botijões de gás?

____

[Ir] i) Se representarmos por S o salário do entregador de gás e x a quantidade de botijões entregues, estabeleça a relação Matemática que calcula o valor do salário do entregador em consideração a quantidade botijões que foram entregues.

____

[IE] j) Usando a relação que você montou na letra “i”, calcule o salário do entregador quando deixar:
j.1) 50 botijões.

____

j.2) 80 botijões.

____

[Ii] 5) O custo fixo é aquele que não varia conforme a alteração na produção, ou seja, se mantém estático seja qual for o volume produzido na empresa. Por outro lado, o custo variável flutua em proporção direta com as mudanças na produção, ou seja, seus valores se alteram de acordo com as unidades que são produzidas. Na produção de peças, uma indústria tem um custo fixo de R$15,00 mais um custo variável de 3 reais por unidade produzida. Seguindo essas informações, responda:
[Ir] a) Qual o custo total para a produção de 5 peças?

____

[I_r] b) Qual o custo total para a produção de 8 peças?

[I_r] c) Qual o custo total para a produção de 10 peças?

[I_r] d) Qual o custo total para a produção de 80 peças?

[I_r] e) O que é constante nessa atividade?

[I_r] f) Quantas quantidades estão variando nessa atividade? Quais são?

[I_r] g) Qual o custo total para a produção de x peças?

[I_r] h) Se representarmos por C o custo total para a produção das peças e x a quantidade de peças produzidas, estabeleça a relação Matemática que calcula o custo total para a produção das peças em consideração a quantidade de peças produzidas.

[I_E] i) Usando a relação que montou na letra “h”, calcule o custo total para a produção de:

i.1) 10 peças.

i.2) 220 peças

[I_E] Observe os modelos que foram gerados nas atividades desenvolvidas e preencha o quadro a seguir:

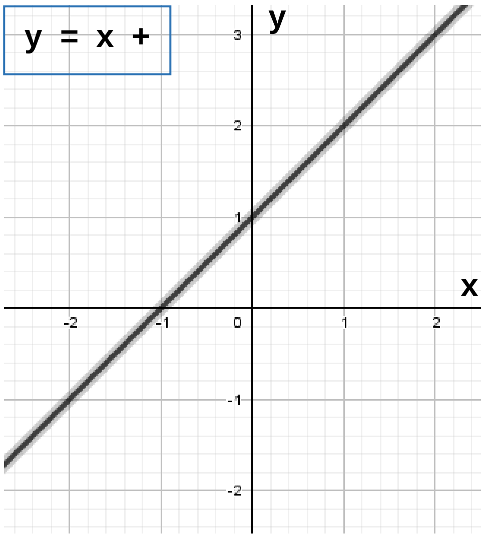
Atividade	**Modelo gerado**	**Quais são as variáveis?**	**Qual a variável dependente?**	**Qual a variável independente?**
1ª	P =12. x			
2ª	P = 4,2. x			
3ª	V = 4 + 2. x			
4ª	S = 700 + 2. x			
5ª	C = 15 + 3. x			

[I_r] 2) As expressões que relacionam as variáveis em cada modelo são expressões algébricas polinomiais de que grau?

____

UARC 2: Taxa de Variação

[I_i]1) Observe o gráfico a seguir e responda as perguntas:



[I_r] a) Qual o valor de y quando x= -1 ? (situação 1)

[I_r] b) Qual o valor de y quando x = 0? (situação 2)

[I_r] c) Faça a diferença dos valores de y entre a situação 2 e situação 1.

[I_r] d) A diferença na letra “c” deu positiva ou negativa?

[I_r] e) Qual o valor de y quando x= 1 ? (situação 3)

[I_r] f) Qual o valor de y quando x= 2 ? (situação 4)

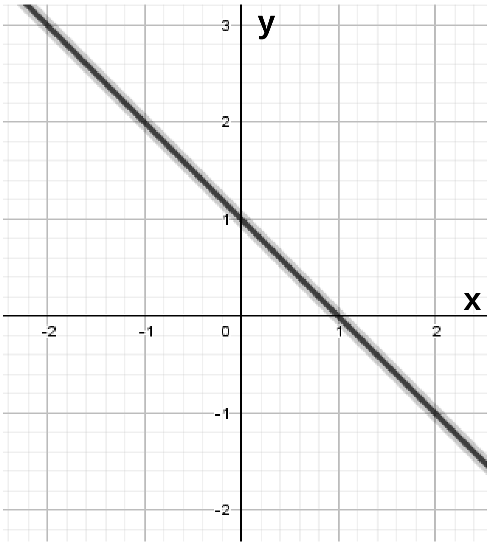
[I_E] g) Faça a diferença dos valores de y entre a situação 4 e situação 3.

[I_r] h) A diferença na letra “g” deu positiva ou negativa?

[I_r] i) Os valores encontrados nas letras “c” e “g” foram iguais?

____

[I_i] 2) Observe o gráfico a seguir e responda as perguntas:



y = - x +

[I_r] a) Qual o valor de y quando x= -1 ? (situação 1)

____

[I_r] b) Qual o valor de y quando x = 0? (situação 2)

____

[I_E] c) Faça a diferença dos valores de y entre a situação 2 e situação 1.

____

[I_r] d) A diferença na letra “c” deu positiva ou negativa?

____

[I_r] e) Qual o valor de y quando x= 1 ? (situação 3)

____

[I_r] f) Qual o valor de y quando x= 2 ? (situação 4)

____

[I_E] g) Faça a diferença dos valores de y entre a situação 4 e situação 3.

____

[I_r] h) A diferença na letra “g” deu positiva ou negativa?

[I_r] i) Os valores encontrados nas letras “c” e “g” foram iguais?

[I_r] j) Comparando a primeira com a segunda questão, o que está mudando nas funções?

[I_r] k) O que mudou nas funções interferiu na diferença entre os valores dos y?

[I_r] l) Acha que essa diferença interfere na construção do gráfico da função?

UARC 3: Gráfico da Função Afim

[Iᵢ] 1) Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x + 2$, responda:

[Iᵣ] a) Qual o valor da função quando $x = -2$?

[Iᵣ] b) Qual o valor da função quando $x = -1$?

[Iᵣ] c) Qual o valor da função quando $x = 0$?

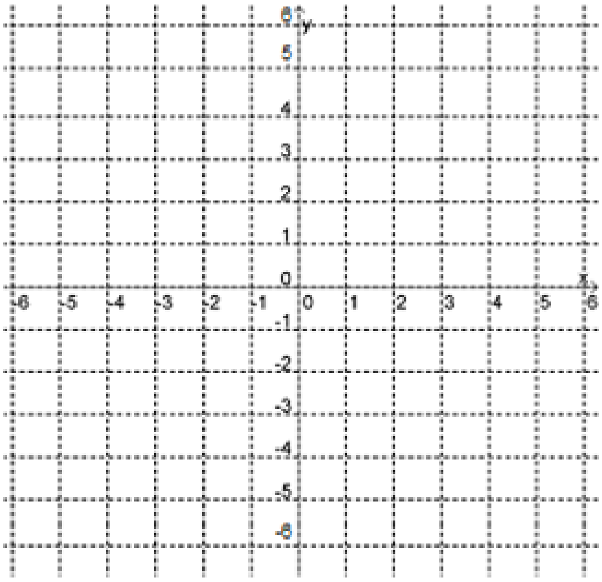
[Iᵣ] d) Qual o valor da função quando $x = 1$?

[Iᵣ] e) Qual o valor da função quando $x = 2$?

[I_E] f) A partir dos valores encontrados preencha o quadro:

$\boldsymbol{x}$	**f(x)**	$(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$	**Pontos**
-2			A
-1			B
0			C
1			D
2			E

[IE] g) No plano cartesiano a seguir, marque os pontos da tabela acima.



[Ir] h) Ligue os pontos A, B, C, D e E. O que percebeu após ligar os pontos?

____

[Ir] i) Os pontos (3,5), (4,6) e (5,7) pertencem a função $f(x) = x + 2$?

____

[IE] i) Coloque agora os pontos (3,5), (4,6) e (5,7) no mesmo plano cartesiano do item "g".

[Ir] j) Se os pontos (3,5), (4,6) e (5,7) também forem localizados no mesmo plano cartesiano do item "g", eles estarão na mesma linha que contém os pontos já obtidos?

____

[Ir] k) Os pontos (2, 1) e (3, 6) pertencem a função $f(x) = x + 2$?

____

[IE] l) Coloque agora os pontos (2, 1) e (3, 6) no mesmo plano cartesiano do item "g".

[I_r] m) Se os pontos (2, 1) e (3, 6) também forem localizados no mesmo plano cartesiano do item “g”, eles estarão na mesma linha que contém os pontos já obtidos?

[I_r] n) Observando a figura traçada no plano cartesiano do item “g”, é possível afirmar que todos os pontos analisados estão numa mesma reta?

[I_E] o) Complete com ∈ (pertence) ou ∉ (não pertence):

o.1) (3, 5) _______ f(x) = x + 2

o.2) (3, 7) _______ f(x) = x + 2

o.3) (5, 7) _______ f(x) = x + 2

o.4) (10, 12) _______ f(x) = x + 2

o.5) (-4, -2) _______ f(x) = x + 2

o.6) (-5, -1) _______ f(x) = x + 2

p.7) (-12, -10) _______ f(x) = x + 2

[I_r] p) Todos os pontos que pertencem a função f(x) = x + 2 estão numa reta?

[I_i] 2) Dada a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = -2x + 2$, responda:

[I_r] a) Qual o valor da função quando $x = -2$?

[I_r] b) Qual o valor da função quando $x = -1$?

[I_r] c) Qual o valor da função quando $x = 0$?

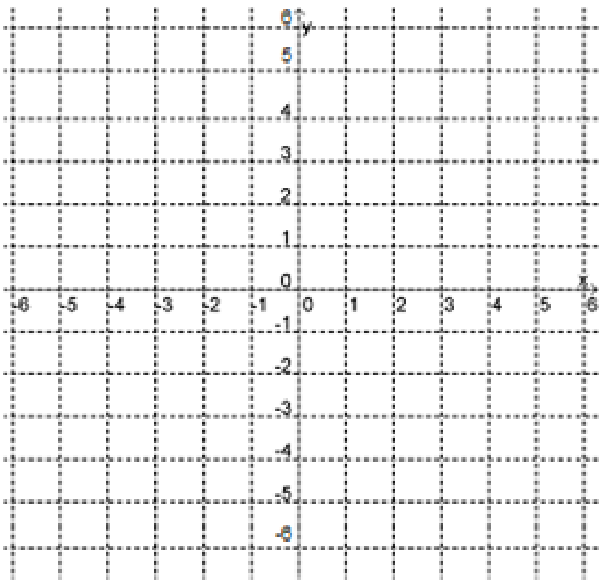
[I_r] d) Qual o valor da função quando $x = 1$?

[Ir] e) Qual o valor da função quando $x = 2$?

[IE] f) A partir dos valores encontrados preencha o quadro:

$\boldsymbol{x}$	**f(x)**	$(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$	**Pontos**
-2			A
-1			B
0			C
1			D
2			E

[IE] g) No plano cartesiano a seguir, marque os pontos da tabela acima.



[Ir] h) Ligue os pontos A, B, C, D e E. O que percebeu após ligar os pontos?

[Ir] i) Os pontos (3,-4), (4,-6) e (5,-8) pertencem a função $f(x) = -2x + 2$?

[IE] i) Coloque agora os pontos (3,-4), (4,-6) e (5,-8) no mesmo plano cartesiano do item “g”.

[Ir] j) Se os pontos (3,-4), (4,-6) e (5,-8) também forem localizados no mesmo plano cartesiano do item “g”, eles estarão na mesma linha que contém os pontos já obtidos?

____

[Ir] k) Os pontos (-3, -5) e (-4, 4) pertencem a função $f(x) = -2x + 2$?

____

[IE] l) Coloque agora os pontos (-3, -5) e (-4, 4) no mesmo plano cartesiano do item “g”.

____

[Ir] m) Se os pontos (-3, -5) e (-4, 4) também forem localizados no mesmo plano cartesiano do item “g”, eles estarão na mesma linha que contém os pontos já obtidos?

____

[Ir] n) Observando a figura traçada no plano cartesiano do item “g”, é possível afirmar que todos os pontos analisados estão numa mesma reta?

____

[IE] o) Complete com ∈ (pertence) ou ∉ (não pertence):

o.1) (-3, 5) _______ $f(x) = -2x + 2$

o.2) (-3, 8) _______ $f(x) = -2x + 2$

o.3) (0, 1) _______ $f(x) = -2x + 2$

o.4) (0, 2) _______ $f(x) = -2x + 2$

o.5) (0, 3) _______ $f(x) = -2x + 2$

o.6) (2, 0) _______ $f(x) = -2x + 2$

p.7) (1, 0) _______ $f(x) = -2x + 2$

[Ir] p) Todos os pontos que pertencem a função $f(x) = -2x + 2$ estão numa reta?

UARC 4: Função crescente e função decrescente

[I_i – I_E] 1) Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x + 2$. Preencha o quadro e responda as perguntas a seguir:

x	*y = f(x)*
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

[I_r] a) Qual o valor da taxa de variação?

[I_r] b) A taxa de variação é positiva ou negativa?

[I_r] c) Quando o x aumentou de -2 para -1 o que aconteceu com o valor de f(x)?

[I_r] d) Quando o x aumentou de -1 para 2 o que aconteceu com o valor de f(x)?

[I_r] e) Se continuarmos aumentando o valor de x, o que acontecerá com os valores de f(x)?

[I_i - I_E] 2) Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = -x + 2$ Preencha o quadro e responda as perguntas a seguir:

x	*y = f(x)*
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

[I_r] a) Qual o valor da taxa de variação?

____

[I_r] b) A taxa de variação é positiva ou negativa?

____

[I_r] c) Quando o x aumentou de -2 para -1 o que aconteceu com o valor de f(x)?

____

[I_r] d) Quando o x aumentou de -1 para 2 o que aconteceu com o valor de f(x)?

____

[I_r] e) Se continuarmos aumentando o valor de x, o que acontecerá com os valores de f(x)?

____

[I_r] f) A taxa de variação foi positiva na primeira questão? O que aconteceu com os valores de f(x) quando aumentavam os valores de x?

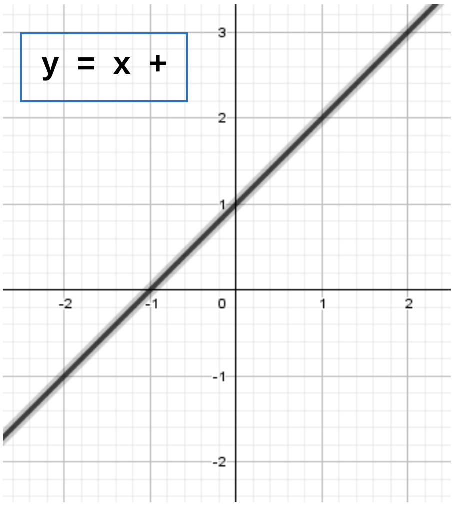
____

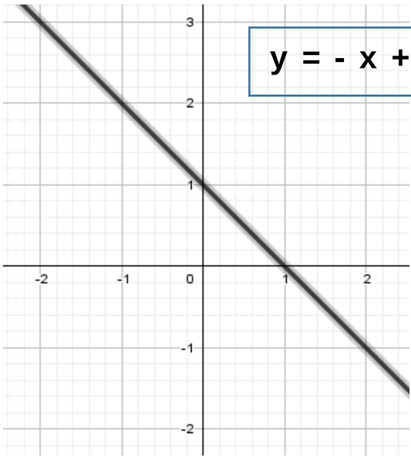
[I_r] g) A taxa de variação foi negativa na segunda questão? O que aconteceu com os valores de f(x) quando aumentavam os valores de x?

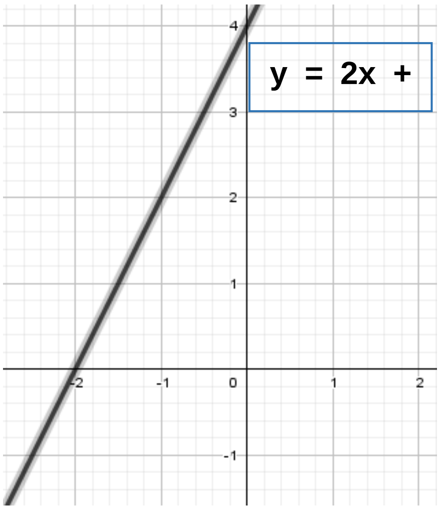
____

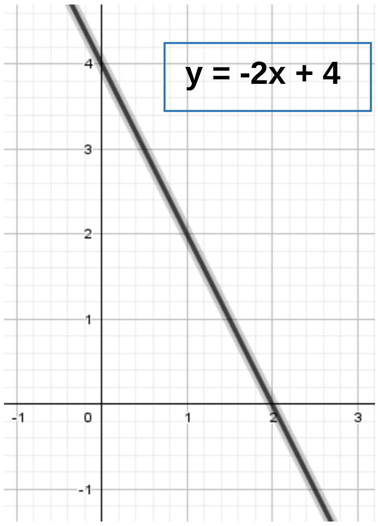
UARC 5: Zero da Função

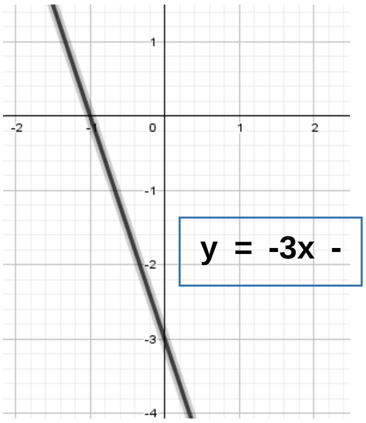
[Ii – IE] Observe, a seguir, uma parte do gráfico das funções afins f: ℝ→ℝ , preencha os quadros e responda o que se pede.

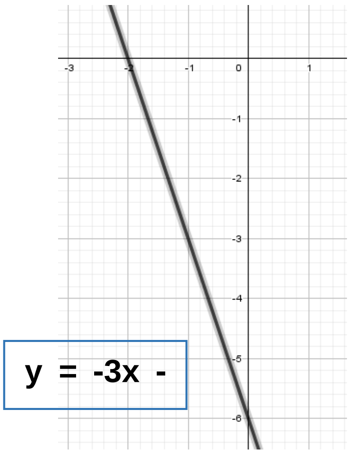


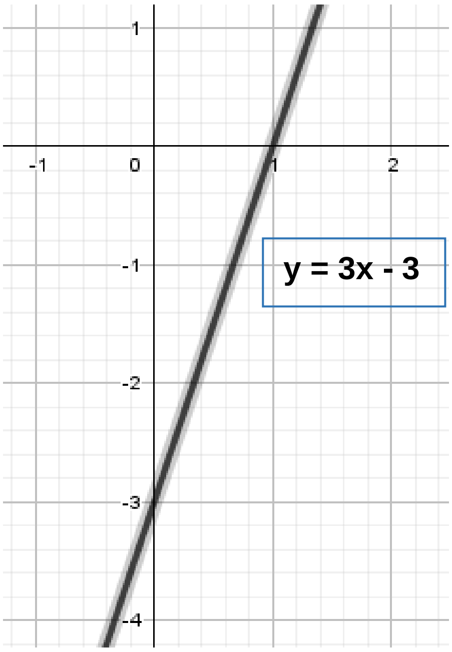


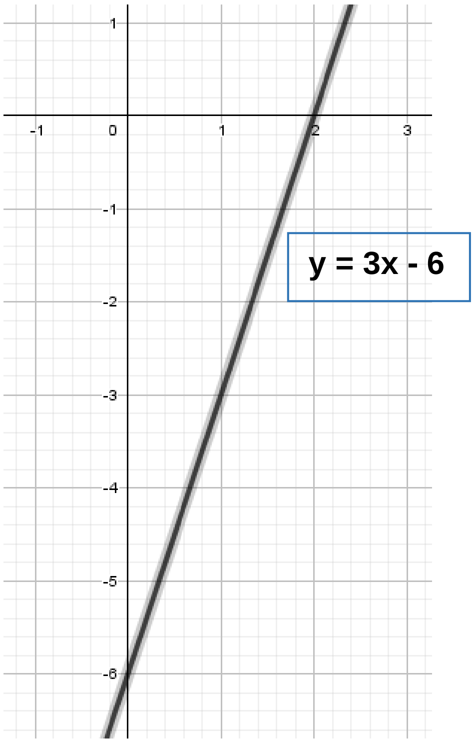


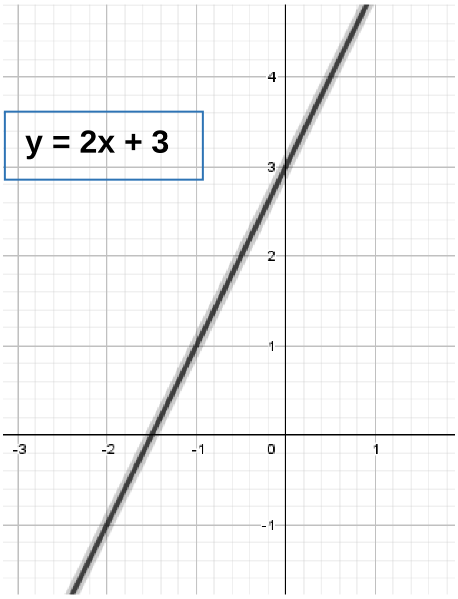


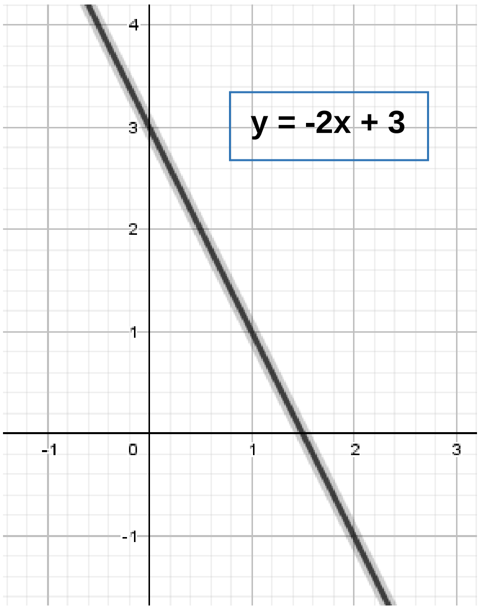












f: ℝ→ℝ	Ponto de interseção com o eixo	Ponto de interseção com o

$y = ax + b$	x	eixo y
y = x + 1	(,)	(,)
y = -x + 1	(,)	(,)
y = 2x + 4	(,)	(,)
y = -2x + 4	(,)	(,)
y = -3x - 3	(,)	(,)
y = -3x - 6	(,)	(,)
y = 3x - 3	(,)	(,)
y = 3x - 6	(,)	(,)
y = 2x + 3	(,)	(,)
y = -2x + 3	(,)	(,)

[I_r] 1) O que percebeu no valor da ordenada (y) no ponto que corta o eixo x?

____

3.2.2. Material do Professor

UARC 1: Função Afim

Título: Função afim
Objetivo: Reconhecer uma função afim
Material: Roteiro da atividade, papel, caneta e calculadora.
Orientações ao professor: Indicar ao aluno para ler com atenção e responder cada situação apresentada. Pode fazer a atividade em dupla se achar mais interessante.

[I_i] Um produto muito consumido pelos bujaruenses é o açaí. O litro do açaí em Bujaru está R$ 12,00. Responda:

[I_r] a) Quanto você pagaria por 2 litros?
R$ 24,00

[I_r] b) Quanto você pagaria por 3 litros?
R$ 36,00

[I_r] c) Quanto você pagaria por 4 litros?
R$ 48,00

[I_r] d) O que é constante nessa atividade?
O preço do litro do açaí

[I_r] e) Quantas quantidades estão variando nessa atividade? Quais são?
Duas, a quantidade de litros comprada e o valor a pagar

[I_r] f) A variação da quantidade de litros comprados implica, de alguma forma, no preço a ser pago? De que forma?
Sim, aumenta a quantidade então aumenta o valor a pagar

[I_r] g) Quanto você pagaria por x litros?
12.x

[I_r] h) Se representarmos por P o valor a ser pago e x a quantidade de litros comprados, estabeleça a relação Matemática que calcula o valor a ser pago levando em consideração a quantidade de litros comprados.
$P = 12.x$

[I_E] i) Usando a relação que montou na letra “h”, calcule o valor a pagar quando comprar:

i.1) 4 litros.
$P = 12.(4) = 48$

i.2) 15 litros
$P = 12.(15) = 180$

[I_i] Quem possuí veículos sabe que a gasolina teve sucessivos aumentos. O litro da gasolina está R$ 4,20 em Bujaru. Responda:

[I_r] a) Quanto você pagaria por 2 litros?
R$ 8,40

[I_r] b) Quanto você pagaria por 3 litros?
R$ 12,60

[I_r] c) Quanto você pagaria por 4 litros?
R$ 16,80

[I_r] d) O que é constante nessa atividade?
O preço do litro da gasolina.

[I_r] e) Quantas quantidades estão variando nessa atividade? Quais são?
Duas, a quantidade de litros de gasolina e o valor a pagar.

[I_r] f) A variação da quantidade de litros comprados implica, de alguma forma, no preço a ser pago? De que forma?
Sim, quantos mais litros comprados, maior será o valor a pagar.

[I_r] g) Quanto você pagaria por x litros?
4,2.x

[I_r] h) Se representarmos por P o valor a ser pago e x a quantidade de litros comprados, estabeleça a relação Matemática que calcula o valor a ser pago em consideração da quantidade de litros comprados.
P = 4,2.x

[I_i] 3) Numa corrida de táxi sempre é cobrado um valor fixo da bandeirada de R$4,00, mais R$2,00 por Km rodado. Seguindo essas informações, responda:

[I_r] a) Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de 2 Km?
R$ 8,00

[I_r] b) Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de 3 Km?
R$ 10,00

[I_r] c) Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de 4 Km?
R$ 12,00

[I_r] d) Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de 5 Km?

R$ 14,00

[I_r] e) O que é constante nessa atividade?
O valor da bandeirada e o valor por quilômetro rodado.

[I_r] f) Quantas quantidades estão variando nessa atividade? Quais são?
Duas, a quantidade de quilômetros rodados e o valor a pagar.

[I_r] g) A variação da quantidade de quilômetros rodados implica, de alguma forma, no preço a ser pago na corrida de táxi? De que forma?
Sim, quanto mais quilômetros rodados maior será o valor a pagar.

[I_r] h) Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de x Km?
2.x + 4 ou 4 + 2.x

[I_r] i) Se representarmos por V o valor a ser pago e x a quantidade de quilômetros percorridos, estabeleça a relação Matemática que calcula o valor a ser pago em consideração a quantidade de quilômetros percorridos.
V =2.x + 4 ou V = 4 + 2.x

[I_E] j) Usando a relação que montou na letra “i”, calcule o valor a ser pago quando percorrer:
j.1) 4 Km
V =2.x + 4 = 2.(4) + 4 = 8 + 4 = 12

j.2) 20 Km
V =2.x + 4 = 2.(20) + 4 = 40 + 4 = 44

[I_i] 4) O salário de um entregador de gás de cozinha é R$ 700,00 fixo mais R$2,00 por cada gás que ele entrega. Seguindo essas informações, responda:
[I_r] a) Qual seria o salário final do entregador de gás se ele entregasse 30 botijões de gás no mês?
R$ 760,00

[I_r] b) Qual seria o salário final do entregador de gás se ele entregasse 40 botijões de gás no mês?
R$ 780,00

[I_r] c) Qual seria o salário final do entregador de gás se ele entregasse 50 botijões de gás no mês?
R$ 800,00

[I_r] d) Qual seria o salário final do entregador de gás se ele entregasse 60 botijões de gás?
R$ 820,00

[I_r] e) O que é constante nessa atividade?
O valor fixo de R$700,00 e o valor que recebe por cada botijão.

[I_r] f) Quantas quantidades estão variando nessa atividade? Quais são?
Duas, a quantidade de botijões que entrega e o salário do entregador.

[I_r] g) A variação da quantidade de botijões entregues implica, de alguma forma, no salário do entregador de botijões? De que forma?
Sim, quanto mais botijões maior será o salário do entregador.

[I_r] h) Qual seria o salário final do entregador de gás se ele entregasse x botijões de gás?
700 + 2.x ou 2.x + 700

[I_r] i) Se representarmos por S o salário do entregador de gás e x a quantidade de botijões entregues, estabeleça a relação Matemática que calcula o valor do salário do entregador em consideração a quantidade botijões que foram entregues.
S = 700 + 2.x ou S = 2.x + 700

[I_E] j) Usando a relação que você montou na letra "i", calcule o salário do entregador quando deixar:
j.1) 50 botijões.
S = 700 + 2.x = 700 + 2.(50) = 700 + 100 = 800

j.2) 80 botijões.
S = 700 + 2.x = 700 + 2.(80) = 700 + 160 = 860

[I_i] 5) O custo fixo é aquele que não varia conforme a alteração na produção, ou seja, se mantém estático seja qual for o volume produzido na empresa. Por outro lado, o custo variável flutua em proporção direta com as mudanças na produção, ou seja, seus valores se alteram de acordo com as unidades que são produzidas. Na produção de peças, uma indústria tem um custo fixo de R$15,00 mais um custo variável de 3 reais por unidade produzida. Seguindo essas informações, responda:
[I_r] a) Qual o custo total para a produção de 5 peças?
R$ 30,00

[Ir] b) Qual o custo total para a produção de 8 peças?
R$ 39,00

[Ir] c) Qual o custo total para a produção de 10 peças?
R$ 45,00

[Ir] d) Qual o custo total para a produção de 80 peças?
R$ 255,00

[Ir] e) O que é constante nessa atividade?
O custo fixo de R$15,00 e o valor de R$3,00 por cada unidade.

[Ir] f) Quantas quantidades estão variando nessa atividade? Quais são?
Duas, a quantidade de unidades produzidas e o custo total.

[Ir] g) Qual o custo total para a produção de x peças?
15 + 3.x ou 3.x + 15

[Ir] h) Se representarmos por C o custo total para a produção das peças e x a quantidade de peças produzidas, estabeleça a relação Matemática que calcula o custo total para a produção das peças em consideração a quantidade de peças produzidas.
C = 15 + 3.x ou C = 3.x + 15

[IE] i) Usando a relação que montou na letra “h”, calcule o custo total para a produção de:
i.1) 10 peças.
C = 15 + 3.x = 15 + 3.(10) = 15 + 30 = 45

i.2) 220 peças
C = 15 + 3.x = 15 + 3.(220) = 15 + 660 = 675

[IE] Observe os modelos que foram gerados nas atividades desenvolvidas e preencha o quadro a seguir:

Atividade	**Modelo gerado**	**Quais são as variáveis?**	**Qual a variável dependente?**	**Qual a variável independente?**
1ª	P =12. x	*x, P*	*P*	*x*

2ª	P = 4,2. x	*x, P*	*P*	*x*
3ª	V = 4 + 2. x	*x, V*	*V*	*x*
4ª	S = 700 + 2. x	*x, S*	*S*	*x*
5ª	C = 15 + 3. x	*x, C*	*C*	*x*

[I$_r$] 2) As expressões que relacionam as variáveis em cada modelo são expressões algébricas polinomiais de que grau?
Do primeiro grau

[I$_F$ - 01]

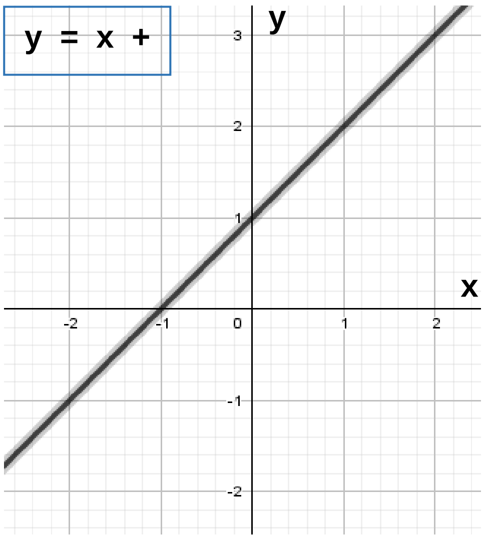
As relações algébricas que relacionam duas variáveis, normalmente nos livros didáticos as letras $\boldsymbol{y}$ e $\boldsymbol{x}$, levando em consideração o resultado da combinação das operações de adição e/ou multiplicação da primeira com números reais, onde dizemos que o valor de $\boldsymbol{y}$ está em função do valor de $\boldsymbol{x}$, representado por $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ e são do tipo $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{ax} + \boldsymbol{b}$ **,** são exemplos da ***lei de formação*** da ***função afim*** que é definida como: Uma função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, chama-se ***afim*** quando existem constantes a, b ∈ $\mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in \mathbb{R}$. O “a” é denominado ***taxa de variação***.

UARC 2: Taxa de Variação

Título: Taxa de variação

Objetivo: Reconhecer a importância da taxa de variação na função afim.
Material: Roteiro da atividade, papel, caneta.
Orientações: Pedir ao aluno para analisar as situações e responder o que se pede. O aluno poderá analisar pelo gráfico ou pela função dada.

[I_i]1) Observe o gráfico a seguir e responda as perguntas:



[I_r] a) Qual o valor de y quando x= -1 ? (situação 1)
0

[I_r] b) Qual o valor de y quando x = 0? (situação 2)
1

[I_r] c) Faça a diferença dos valores de y entre a situação 2 e situação 1.
0 – (-1) = 0 + 1 = 1

[I_r] d) A diferença na letra "c" deu positiva ou negativa?
positiva

[I_r] e) Qual o valor de y quando x= 1 ? (situação 3)
2

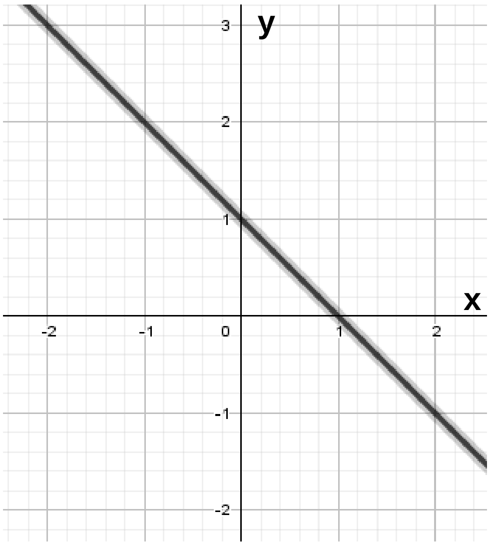
[I_r] f) Qual o valor de y quando x= 2 ? (situação 4)
3

[I_E] g) Faça a diferença dos valores de y entre a situação 4 e situação 3.
3 – 2 = 1

[I_r] h) A diferença na letra “g” deu positiva ou negativa?
positiva

[I_r] i) Os valores encontrados nas letras “c” e “g” foram iguais?
sim

[I_i] 2) Observe o gráfico a seguir e responda as perguntas:



y = - x +

[I_r] a) Qual o valor de y quando x= -1 ? (situação 1)
2

[I_r] b) Qual o valor de y quando x = 0? (situação 2)
1

[I_E] c) Faça a diferença dos valores de y entre a situação 2 e situação 1.
1 – 2 = -1

[I_r] d) A diferença na letra “c” deu positiva ou negativa?
negativa

[I_r] e) Qual o valor de y quando x= 1 ? (situação 3)
0

[I_r] f) Qual o valor de y quando x= 2 ? (situação 4)
-1

[I_E] g) Faça a diferença dos valores de y entre a situação 4 e situação 3.
-1 – 0 = -1

[I_r] h) A diferença na letra “g” deu positiva ou negativa?
negativa

[I_r] i) Os valores encontrados nas letras “c” e “g” foram iguais?
Sim

[I_r] j) Comparando a primeira com a segunda questão, o que está mudando nas funções?
O sinal no x

[I_r] k) O que mudou nas funções interferiu na diferença entre os valores dos y?
Sim

[I_r] l) Acha que essa diferença interfere na construção do gráfico da função?
Sim

[I_F - 02]

Toda função afim $\boldsymbol{f(x) = ax + b}$ tem dois valores importantes, que é o $\boldsymbol{a}$**,** chamado de *taxa de variação*, e o $\boldsymbol{b}$**,** chamado de *coeficiente linear*, que servem para a análise de muitas informações sobre a função afim, entre elas podemos citar o crescimento e decrescimento da função.

A taxa de variação depende da variação de y, Δy, e da variação de x, Δx . A variação de y, no caso Δy , indicará se a taxa de variação será positiva ou negativa.

UARC 3: Gráfico da Função Afim

Título: Gráfico da função afim	
Objetivo: Descobrir a representação gráfica da função afim.	
Material: Roteiro da atividade, papel, caneta.	
Orientações: Pedir ao aluno para ler, analisar cada situação, e responder o solicitado.	

[I$_i$] 1) Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x + 2$, responda:

[I$_r$] a) Qual o valor da função quando $x = -2$?

0

[I$_r$] b) Qual o valor da função quando $x = -1$?

1

[I$_r$] c) Qual o valor da função quando $x = 0$?

2

[I$_r$] d) Qual o valor da função quando $x = 1$?

3

[I$_r$] e) Qual o valor da função quando $x = 2$?

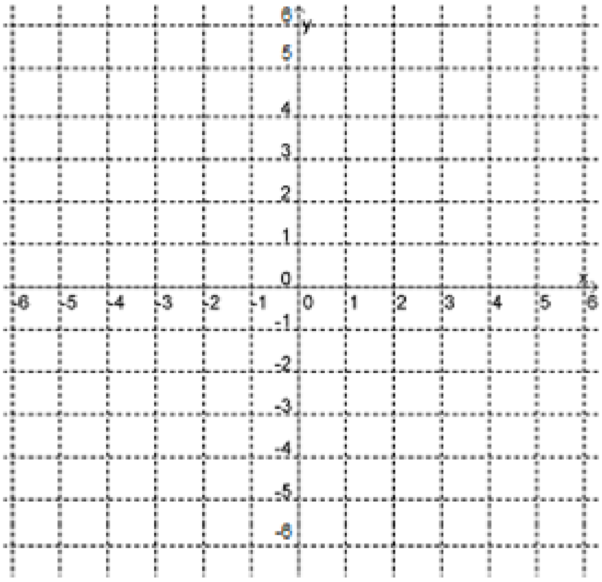
4

[I$_E$] f) A partir dos valores encontrados preencha o quadro:

$\boldsymbol{x}$	**f(x)**	$(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$	**Pontos**

-2	*0*	*(-2,0)*	A
-1	*1*	*(-1,1)*	B
0	*2*	*(0,2)*	C
1	*3*	*(1,3)*	D
2	*4*	*(2,4)*	E

[IE] g) No plano cartesiano a seguir, marque os pontos da tabela acima.



[Ir] h) Ligue os pontos A, B, C, D e E. O que percebeu após ligar os pontos?

Estão numa mesma reta

[Ir] i) Os pontos (3,5), (4,6) e (5,7) pertencem a função $f(x) = x + 2$?

Sim

[IE] i) Coloque agora os pontos (3,5), (4,6) e (5,7) no mesmo plano cartesiano do item “g”.

[Ir] j) Se os pontos (3,5), (4,6) e (5,7) também forem localizados no mesmo plano cartesiano do item “g”, eles estarão na mesma linha que contém os pontos já obtidos?

Sim

[Ir] k) Os pontos (2, 1) e (3, 6) pertencem a função $f(x) = x + 2$?

Não

[IE] l) Coloque agora os pontos (2, 1) e (3, 6) no mesmo plano cartesiano do item “g”.

[Ir] m) Se os pontos (2, 1) e (3, 6) também forem localizados no mesmo plano cartesiano do item “g”, eles estarão na mesma linha que contém os pontos já obtidos?

Não

[Ir] n) Observando a figura traçada no plano cartesiano do item “g”, é possível afirmar que todos os pontos analisados estão numa mesma reta?

Não

[IE] o) Complete com ∈ (pertence) ou ∉ (não pertence):

o.1) (3, 5) ___∈___ f(x) = x + 2

o.2) (3, 7) ___∉___ f(x) = x + 2

o.3) (5, 7) ___∈___ f(x) = x + 2

o.4) (10, 12) __∈____ f(x) = x + 2

o.5) (-4, -2) ___∈___ f(x) = x + 2

o.6) (-5, -1) ___∉___ f(x) = x + 2

p.7) (-12, -10) ___∈___ f(x) = x + 2

[Ir] p) Todos os pontos que pertencem a função f(x) = x + 2 estão numa reta?

Sim

[Ii] 2) Dada a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = -2x + 2$, responda:

[Ir] a) Qual o valor da função quando $x = -2$?

6

[Ir] b) Qual o valor da função quando $x = -1$?

4

[Ir] c) Qual o valor da função quando $x = 0$?

2

[Ir] d) Qual o valor da função quando $x = 1$?

0

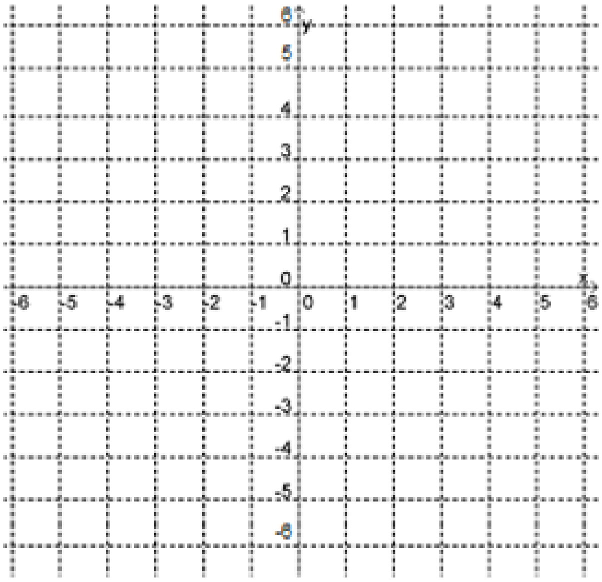
[Ir] e) Qual o valor da função quando $x = 2$?

-2

[IE] f) A partir dos valores encontrados preencha o quadro:

x	**f(x)**	(x, y)	**Pontos**
-2	*6*	*(-2,6)*	A
-1	*4*	*(-1,4)*	B
0	*2*	*(0,2)*	C
1	*0*	*(1,0)*	D
2	*-2*	*(2,-2)*	E

[IE] g) No plano cartesiano a seguir, marque os pontos da tabela acima.



[I_r] h) Ligue os pontos A, B, C, D e E. O que percebeu após ligar os pontos?

Estão numa reta

[I_r] i) Os pontos (3,-4), (4,-6) e (5,-8) pertencem a função $f(x) = -2x + 2$?

Sim

[I_E] i) Coloque agora os pontos (3,-4), (4,-6) e (5,-8) no mesmo plano cartesiano do item “g”.

[I_r] j) Se os pontos (3,-4), (4,-6) e (5,-8) também forem localizados no mesmo plano cartesiano do item “g”, eles estarão na mesma linha que contém os pontos já obtidos?

Sim

[I_r] k) Os pontos (-3, -5) e (-4, 4) pertencem a função $f(x) = -2x + 2$?

Não

[I_E] l) Coloque agora os pontos (-3, -5) e (-4, 4) no mesmo plano cartesiano do item “g”.

[I_r] m) Se os pontos (-3, -5) e (-4, 4) também forem localizados no mesmo plano cartesiano do item “g”, eles estarão na mesma linha que contém os pontos já obtidos?

Não

[I$_r$] n) Observando a figura traçada no plano cartesiano do item “g”, é possível afirmar que todos os pontos analisados estão numa mesma reta?

Não

[I$_E$] o) Complete com ∈ (pertence) ou ∉ (não pertence):

o.1) (-3, 5) __∉____ $f(x) = -2x + 2$

o.2) (-3, 8) ___∈___ $f(x) = -2x + 2$

o.3) (0, 1) ___∉___ $f(x) = -2x + 2$

o.4) (0, 2) ___∈___ $f(x) = -2x + 2$

o.5) (0, 3) ___∉___ $f(x) = -2x + 2$

o.6) (2, 0) ___∉___ $f(x) = -2x + 2$

p.7) (1, 0) ____∈__ $f(x) = -2x + 2$

[$\mathbf{I_r}$] p) Todos os pontos que pertencem a função $f(x) = -2x + 2$ estão numa reta?

Sim

[$\mathbf{I_F}$ - 03]

Toda função afim *f(x)* = *ax* + *b*, f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, terá como representação uma ***reta*** não paralela aos dois eixos do plano cartesiano. Temos alguns casos particulares: 1º) Se o b = 0, a reta passa pela origem e a função é denominada ***função linear***;

2º) Se a = 0 a função terá a forma f(x) = b, então a reta será paralela ao eixo das abscissas e a função é denominada ***função constante***.

UARC 4: Função crescente e função decrescente

Título: Função crescente e função decrescente. **Objetivo**: Descobrir uma relação entre a taxa de variação da função afim e o seu gráfico. **Material:** Roteiro da atividade, papel, caneta. **Orientações:** Pedir ao aluno para analisar as situações e responder o que se pede.

[I_i – I_E] 1) Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x + 2$. Preencha o quadro e responda as perguntas a seguir:

x	y = f(x)
-2	*0*
-1	*1*
0	*2*
1	*3*
2	*4*
3	*5*
4	*6*

[I_r] a) Qual o valor da taxa de variação?
1

[I_r] b) A taxa de variação é positiva ou negativa?
Positiva

[I_r] c) Quando o x aumentou de -2 para -1 o que aconteceu com o valor de f(x)?
Aumentou também

[I_r] d) Quando o x aumentou de -1 para 2 o que aconteceu com o valor de f(x)?
Aumentou também

[I_r] e) Se continuarmos aumentando o valor de x, o que acontecerá com os valores de f(x)?
Irão aumentar também

[I_i - I_E] 2) Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = -x + 2$ Preencha o quadro e responda as perguntas a seguir:

x	***y* = f(x)**
-2	*4*
-1	*3*
0	*2*
1	*1*
2	*0*
3	*-1*
4	*-2*

[I_r] a) Qual o valor da taxa de variação?
-1

[I_r] b) A taxa de variação é positiva ou negativa?
Negativa

[I_r] c) Quando o x aumentou de -2 para -1 o que aconteceu com o valor de f(x)?
Diminuiu

[I_r] d) Quando o x aumentou de -1 para 2 o que aconteceu com o valor de f(x)?
Diminuiu

[I_r] e) Se continuarmos aumentando o valor de x, o que acontecerá com os valores de f(x)?
Irão diminuir

[I_r] f) A taxa de variação foi positiva na primeira questão? O que aconteceu com os valores de f(x) quando aumentavam os valores de x?
Sim, foi positiva. Os valores de f(x) aumentavam.

[I_r] g) A taxa de variação foi negativa na segunda questão? O que aconteceu com os valores de f(x) quando aumentavam os valores de x?
Sim, foi negativa. Os valores de f(x) diminuíam.

[I_F - 04]

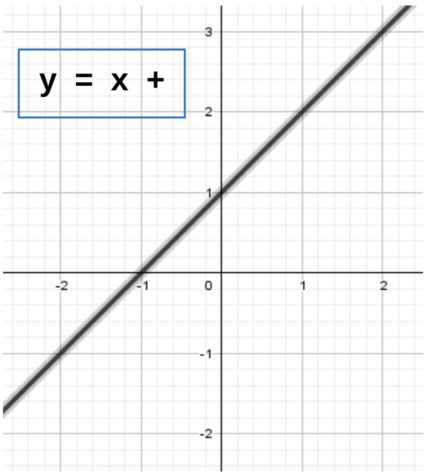
Quando aumentamos os valores da *variável independente* (no eixo das abscissas) na função afim, e ocorre o aumento dos valores da *variável dependente* (no eixo das ordenadas); ou quando diminuem valores da *variável independente* e também diminuem os valores da *variável dependente,* temos a **função crescente**. A taxa de variação será *positiva* nesse caso.

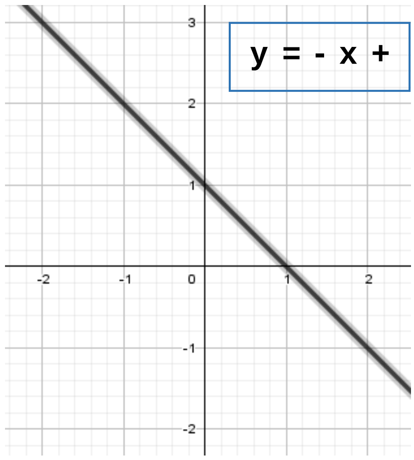
Já quando aumentamos os valores da *variável independente* (no eixo das abscissas) na função afim, e ocorre a diminuição dos valores da *variável dependente* (no eixo das ordenadas); ou quando diminuem valores da *variável independente* e aumentam os valores da *variável dependente,* temos a **função decrescente**. A taxa de variação será *negativa* nesse caso.

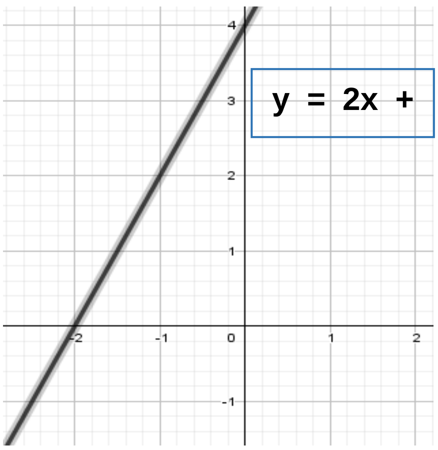
UARC 5: Zero da Função

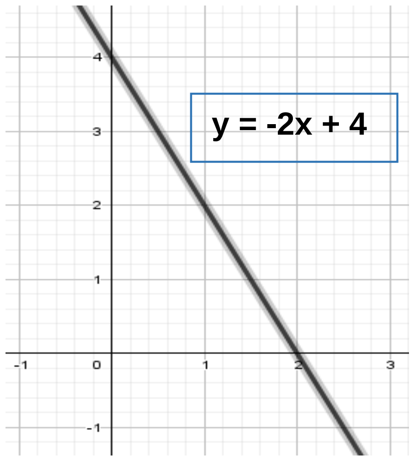
Título: O zero da função
Objetivo: Identificar o zero da função afim.
Material: Roteiro da atividade, papel, caneta.
Orientações: Pedir aos alunos para analisar cada situação e responder o solicitado

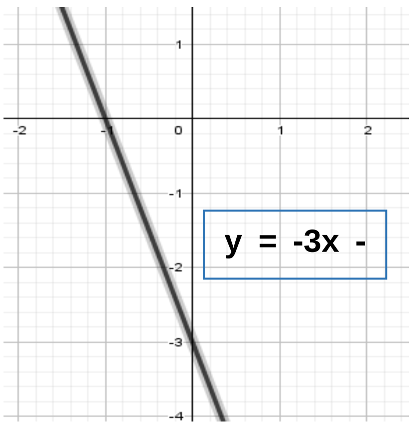
[I_i – I_E] Observe, a seguir, uma parte do gráfico das funções afins f: ℝ→ℝ , preencha os quadros e responda o que se pede.

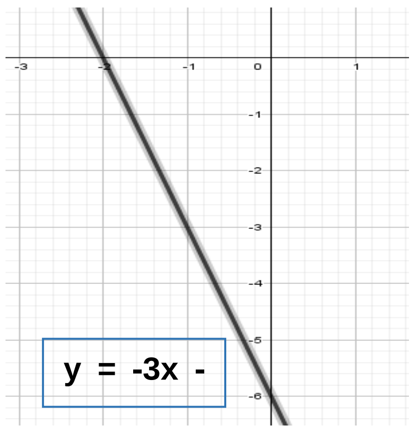


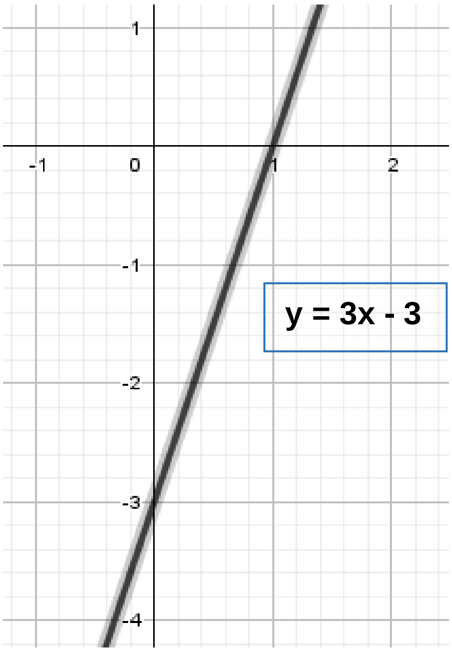




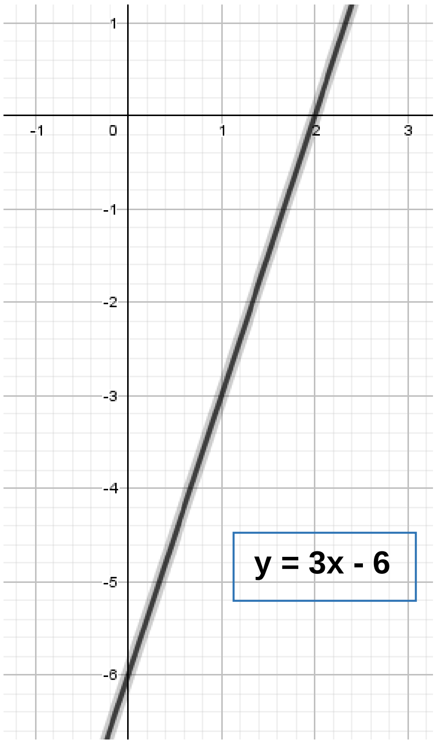




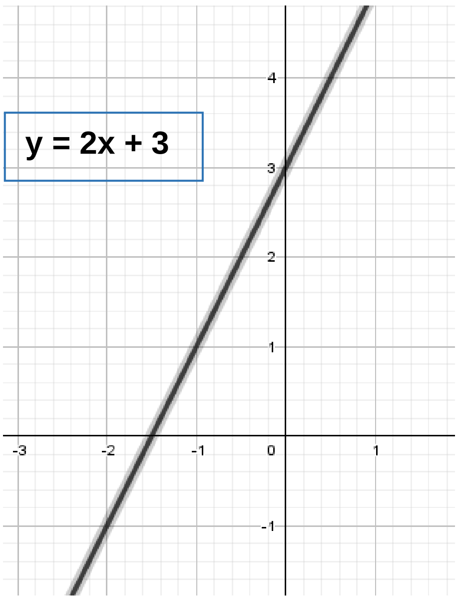




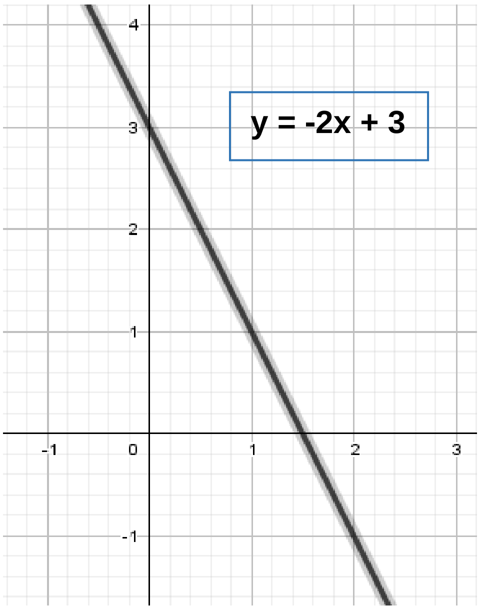
1
-1
0
1
2
-1
y = 3x - 3
-2
-3
-4



1
-1
0
1
2
3
-1
-2
-3
-4
y = 3x - 6
-5
-6



4
y = 2x + 3
3
2
1
-3
-2
-1
0
1
-1



4
y = -2x + 3
3
2
1
-1
0
1
2
3
-1

f: ℝ→ℝ $y = ax + b$	Ponto de interseção com o eixo x	Ponto de interseção com o eixo y
y = x + 1	(-1 , 0)	(0 , 1)
y = -x + 1	(1 , 0)	(0 , 1)
y = 2x + 4	(-2 , 0)	(0 , 4)
y = -2x + 4	(2 , 0)	(0 , 4)
y = -3x - 3	(-1 , 0)	(0 , -3)
y = -3x - 6	(- 2 , 0)	(0 , -6)
y = 3x - 3	(1 , 0)	(0 , -3)
y = 3x - 6	(2 , 0)	(0 , -6)
y = 2x + 3	(-1,5 , 0)	(0 , 3)
y = -2x + 3	(1,5 , 0)	(0 , 3)

[Ir] 1) O que percebeu no valor da ordenada (y) no ponto que corta o eixo x?

O valor de y sempre fica 0 (zero).

[IF - 05]

O valor do domínio da função y = ax + b, no caso o valor de **x,** para qual o valor da função é zero, no caso **y = f(x) = 0**, é conhecido como o **ZERO** da função ou **RAIZ** da função. Tem como característica o ponto que corta o eixo x (x, 0).

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática**. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4. p. 193-217.

BOYER, C.B. **História da matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRASIL. **Secretaria de Educação Média e Tecnológica**. **Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio (PCNEM)**. Parte III- Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMT, 2000b.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio: Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares**. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMT, 2002.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Básico. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília**, MEC, 2006.

CABRAL, Natanael Freitas. **Sequências didáticas: estrutura e elaboração**. Belém: SBEM / SBEM-PA, 2017.

CAMELO, Soraya Martins. **Estudo de função afim através da modelagem matemática**. Dissertação de Mestrado. UFCG, Campina Grande, 2013.

CARAÇA, D. C. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Editora Gradiva publicações, 1951.

DORNELAS, Julienne Jane Barbosa. **Análise de uma Sequência Didática para a Aprendizagem do Conceito de Função Afim**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife, 2007.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas, Editora da UNICAMP, 2004.

GOÉS, M. C. R. de. **A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural: Uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade**. v. 20. Campinas: cadernos Cedes, 2000.

GUIMARÃES, Rita Santos. **Atividades para aprendizagem do conceito matemático de função**. Dissertação de Mestrado. UFSCar, São Carlos, 2010.

KLEINER, I. **Evolution of the functions concept: A brief survery**. The College Mathematics. Journal. V.20, n. 4, Setembro 1989.
LIMA, Elon Lages. **A Matemática do ensino médio – volume 1**. 10. Ed. – Rio de Janeiro: SBM 2012.

MACEDO, Mauricio dos Santos. **Uma Sequência Didática para o Ensino de Função Afim**. 2018. 279 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

MORTIMER, E. F.; SCOTT, P. **Atividade discursiva nas salas de aula de ciências: uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino**. Investigações em ensino de ciências, v. 7, n. 3, p. 283–306, 2002.

PERRETI, Lisiane. COSTA, Gisele. **Sequência Didática na Matemática**. Revista de Educação do Ideau. V.8. n. 17. 2013. Disponível em: <https://www.ideau.com.br/getulio/restrito/upload/revistasartigos/31_1.pdf> Acesso em 22 de dezembro de 2018.

PINEDO, Christian Quintana. **Fundamentos da Matemática**. 5.ed. Araguaína: UFT, 2007

SOUZA, Rebeca Pereira de. **A construção do conceito de Função através de Atividades baseadas em situações do dia a dia**. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual do Norte Fluminense. Campos dos Goytacazes – RJ. 2016.

ZABALA, Antoni., **A prática educativa: como ensinar**. Trad. Ernani F. da Rosa – Porto Alegre: ArtMed, 1998.

ZUFFI, E. M. **Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função**. Educação Matemática em Revista. São Paulo, n. 9/10, p.10-16, abr. 2001.

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n - Telégrafo 66113-200
Belém - PA