

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática



Adan Rodrigo Vale Pacheco
Maria de Lourdes Silva Santos

**Medidas de Comprimento: Uma sequência didática na
perspectiva do ensino por atividades**

Belém - PA
2020

Diagramação e Capa: Os Autores

Revisão: Os Autores

Conselho Editorial

Profa. Dra. Acylena Coelho Costa
Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva
Prof. Dr. Antonio José Lopes
Prof. Dr. Benedito Fialho Machado
Prof. Dr. Carlos Alberto Raposo da Cunha
Profa. Dra. Celsa Herminia de Melo Maranhão
Profa. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira
Profa. Dra. Claudianny Amorim Noronha
Profa. Dra. Cristina Lúcia Dias Vaz
Prof. Dr. Dorival Lobato Junior
Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira
Profa. Dra. Eliza Souza da Silva
Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves
Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva
Prof. Dr. Geraldo Mendes de Araújo
Profa. Dra. Glaudianny Amorim Noronha
Prof. Dr. Gustavo Nogueira Dias

Prof. Dr. Heliton Ribeiro Tavares
Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma
Prof. Dr. José Antonio Oliveira Aquino
Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes
Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes
Prof. Dr. Márcio Lima do Nascimento
Prof. Dr. Marcos Antônio Ferreira de Araújo
Prof. Dr. Marcos Monteiro Diniz
Profa. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos
Profa. Dra. Maria Lúcia P. Chaves Rocha
Prof. Dr. Miguel Chaquiam
Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral
Prof. Dr. Pedro Franco de Sá
Prof. Dr. Raimundo Otoni Melo Figueiredo
Profa. Dra. Rita Sidmar Alencar Gil
Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho
Profa. Dra. Talita Carvalho da Silva de Almeida

Comitê de Avaliação

Maria de Lourdes Silva Santos
Pedro Franco de Sá
José Messildo Viana Nunes

PACHECO, Adan Rodrigo Vale e SANTOS, Maria de Lourdes Silva. Medidas de Comprimento: Uma sequência didática na perspectiva do ensino por atividades. Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2020.

ISBN:

Ensino de Matemática; Ensino por atividades; Medidas de comprimento.

SUMÁRIO

1 APRESENTAÇÃO	3
2 ASPECTOS HISTÓRICOS	4
3 ASPECTOS MATEMÁTICOS	7
4 ASPECTOS CURRICULARES	8
5 ESTUDOS SOBRE O ENSINO DE MEDIDAS DE COMPRIMENTO	17
6 PROPOSTA DE SEQUENCIA DIDÁTICA	20
6.1 Ensino por atividades	21
6.2 Atividade 1	23
6.3 Atividade 2	27
6.4 Atividade 3	32
6.5 Atividade 4	39
6.6 Atividade 5	46
6.7 Atividade 6	51
6.8 Atividade 7	60
6.9 Atividade 8	61
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	65
8 REFERÊNCIAS	66
ANEXOS	70
APÊNDICE	71

1 APRESENTAÇÃO

A Geometria é uma das áreas fundamentais da Matemática. Por este motivo, professores e pesquisadores se preocupam em executar possibilidades que busquem transpor as dificuldades comumente encontradas no tratamento desse tema.

A importância de seu estudo se sustenta em aspectos utilitários, destacando as contribuições que seus recursos geométricos disponibilizam à resolução de problemas da vida rotineira, ao exercício de atividades profissionais ou à própria compreensão de outros conteúdos escolares.

Entretanto, sua relevância extrapola esse uso imediato para vincular-se a aspectos mais formativos. Neste sentido, a Geometria desenvolve habilidades e competências como a percepção espacial e a resolução de problemas escolares ou não, pois, segundo Sherard III, 1981 através de Fonseca et al, 2009, oferece aos alunos oportunidade de olhar, comparar, medir, adivinhar e abstrair. Tais oportunidades podem, ainda, favorecer o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo nos alunos (PAVANELLO, 1993 apud FONSECA, 2009, p. 92).

De acordo com essas duas características da função da Geometria, é conveniente destacar dois objetivos básicos desse estudo no ensino fundamental.

O primeiro, associado à dimensão formativa, se refere a habilidades de percepção e classificação. É a base para o exercício de outras atividades que exijam competências geométricas e para o desenvolvimento da aptidão de pesquisar regularidades. O segundo, relacionado à dimensão instrumental, compreende um conceito essencial na construção da Matemática, capacidade de medir.

A partir desse entendimento, emergiu o interesse no estudo sobre medidas de comprimento.

Portanto, o objetivo deste trabalho é apresentar uma sequência didática para o ensino de medidas de comprimento. Dessa forma, pretendemos contribuir com os professores através de uma maior diversidade de elementos para conhecer e ensinar medidas de comprimento. Sugerimos este produto educacional, que ponderou várias pesquisas na área, apoiou-se nos documentos oficiais e oportuniza aos alunos uma participação ativa na construção do conhecimento.

A seguir apresentamos aspectos históricos sobre medidas de comprimento.

2 ASPECTOS HISTÓRICOS

Segundo Zuin (2009, p. 19), podemos dizer que até o final do Setecentos, todos os sistemas de pesos e medidas existentes eram consuetudinários, ou seja, os padrões utilizados eram heranças dos costumes e das tradições, não havendo uma padronização em um nível mais amplo. Era como atribuir dimensões diferentes a uma mesma unidade.

Em terras francesas ocorriam as mesmas situações encontradas na Europa. Diversos núcleos independentes, feudos, que tinham suas próprias leis e portanto seus próprios sistema de medidas.

A autora destaca que a toesa¹, utilizada como unidade de medida linear, foi padronizada no século XVII. Esta unidade equivalia a distância de pinos de ferro encontrados nas extremidades da parede externa do Grand Châtelet. Assim, todas as pessoas poderiam ter acesso a esse padrão.

O primeiro a medir a distância entre dois meridianos e que propôs como medida a longitude percorrida por um pêndulo simples em um segundo foi o clérigo e astrônomo francês Jean Felix Picard (1620 – 1682). Entretanto, foi verificado, em 1740, por ordem da Academia Francesa, que a medida do percurso do pêndulo não era constante, pois, dependia da aceleração do peso dependurado ao fio além de que a aceleração variava com a altitude. Foram várias tentativas para solucionar o problema.

Zuin (2009) destaca que a Academia de Ciências de Paris havia organizado duas expedições para que se efetivasse a medição de dois arcos do meridiano: um na região polar, na Lapônia e, outro, próximo à linha do Equador, no Peru. Segundo a mesma autora, esta era uma iniciativa em prol da definição da equivalência dos padrões de medidas tradicionais com as constantes físicas, sendo realizada entre 1735 e 1744. Foi estabelecido que a medida de 1 grau correspondesse a 57074,5 toesas, vindo a originar um padrão em ferro da toesa de Paris, que, por resolução de Luiz XV, passaria a ser empregada a partir de maio de 1766 substituindo a toesa de Châtelet e sendo denominada toesa da Academia. Entretanto, Dias (1998 apud Zuin, 2009, p. 20) afirma que houve entraves devido a não aceitação da utilização desse padrão pelos senhores feudais e comerciantes.

¹ O padrão toesa, fixado nas paredes do Grand Châtelet, foi construído com um comprimento equivalente a seis pés ou, aproximadamente 182,9 cm.

Dessa forma, as proposta de padronização seguiram. Charles-Maurice de Talleyrand, bispo de Autun e delegado do clero dos Estados Gerais, sugeriu que se abandonassem as ideias utilizadas em Paris e que fosse fixado um protótipo baseado na natureza, fixo e invariável, o qual seria um padrão de medida empregado em todo o mundo. Para ele, o ideal seria usar a longitude do pêndulo que reproduz seu movimento uma vez a cada dois segundos na latitude de 45° . Já, Claude-Antoine Prieur-Duvernois, argumentava para a reforma do sistema de pesos e medidas a utilização da longitude do pêndulo, e mais, sustentava que a relação entre os múltiplos e submúltiplos da unidade deveria ser decimal.

Zuin (2009, p. 21) esclarece que um sistema de medidas decimal já havia sido proposto no século XVII na própria França. Gabriel Mouton (1618 – 1694) publicou em Lyon no ano de 1670 “Observações sobre o diâmetro do sol e da lua seguidas por breve dissertação sobre a ideia de novas medidas geométricas”. Esta obra apresentava um sistema de medidas no qual a unidade básica seria estabelecida baseada em uma fração da circunferência da Terra. O conjunto de medidas lineares proposto estaria vinculado por relações decimais. A autora destaca ainda que a ideia de Mouton era tomar uma medida linear inteira, sujeita a divisão decimal, denominando os termos de miliare, centúria, decúria, virga, virgula, decima, centésima, milésima.

Em 1790, a Assembleia Nacional Francesa decidiu nomear cientistas da Academia de Ciências de Paris para desenvolver um novo sistema de pesos e medidas. Foram chamados: Jean Charles de Borda (1733 – 1799), Joseph Louis Lagrange (1736 – 1813), Charles Augustin Coulomb (1736 – 1806), Jean Antoine Nicolas de Caritat (1743 – 1794), Mathieu Tillet (1714 – 1791) e Antoine Laurent de Lavoisier (1743 – 1794).

Com isso, foi apresentado um relatório em que foi sugerida a relação decimal entre todas as unidades baseado no sistema de comprimento do pêndulo que oscila à latitude de 45° . Este não foi aceito pela Assembleia Nacional devido a longitude do pêndulo não ser constante em todos os lugares do planeta. Foi então convocada uma nova reunião com a inclusão de Pierre Simon Laplace (1749 – 1827), e Gaspard Monge (1746 – 1818). Neste momento, a proposta era determinar um novo padrão baseando-se na medida de um arco do Equador.

Dessa forma, outro relatório foi apresentado em março de 1791. Ele informava, dentre outras coisas, que as unidades de comprimento existentes,

côvado, braça, pé, milha, polegada, entre outras, fossem substituídas pelo metro, definido como uma fração da medida do quarto do meridiano terrestre que liga Dunkerque, na França, à Barcelona, na Espanha.

Segundo Zuin (2009, p. 23), essa nova proposta foi sancionada em 26 de março de 1791 pela Assembleia e por Luiz XVI em 30 de março do mesmo ano.

A autora afirma ainda que Borda, Jean Baptist Joseph Delambre (1749 – 1822) e Pirre François André Méchain (1744 – 1804) trabalharam medindo o arco do meridiano desde Dunkerque a Barcelona. Os pesquisadores utilizaram o método da triangulação usado na Topografia. Como as medições apresentaram muitas dificuldades como pontos marcados suprimidos e agitações políticas na França colocando em risco a vida dos expedicionários, então, a Assembleia Nacional percebendo que a trabalhosa empreitada não seria encerrada rapidamente autorizou a construção de padrões de comprimento e massa para uso provisório.

Uma barra de platina pura representou o metro e um cilindro reto de cobre, um quilograma. As medidas do meridiano de Paris feitas por Louis de la Calle, em 1740, foram consideradas para o estabelecimento desses padrões.

O mètre, termo sugerido pelo matemático Auguste Savinien Leblond em 1790, foi apresentado em 29 de maio de 1793. Era derivado do latim metru, ou seja, uma medida e do termo grego metron que significa medir. Para os submúltiplos foram utilizados os prefixos latinos, déci, centi e mil, e, para os múltiplos, prefixos gregos, deca, hepto e kilo.

Em 8 de agosto de 1793, todas as Academias da França foram dissolvidas, sendo nomeada uma Comissão provisória de pesos e medidas presidida por Borda. No dia 7 de abril de 1795, instituiu-se o sistema métrico decimal em toda a república francesa. Esse sistema tinha o mètre como unidade de longitude.

Como os resultados das medições Delambre e Méchain não tinham acabado, então aquele padrão provisório, já citado, equivalente a 0,512907 toesas, foram gravados em mármore e fixados em vários locais em Paris para que a população se familiarizasse com a nova medida.

Zuin (2009, p. 27) afirma que, apenas em 1798, foram concluídas as medições do meridiano de Dunkerque a Montjuich. Definiu-se a unidade padrão de comprimento, o metro, a décima milionésima parte de um quarto de meridiano terrestre.

A autora destaca ainda que, em 1799, representantes de oito países compareceram na Conferência do Metro. O sistema métrico decimal tornou-se oficial a partir de 1801. Apesar da aclamação popular pela unificação dos pesos e medidas, suas novas medidas não foram bem aceitas pela população francesa.

Em 20 de maio de 1875, foi assinada em Paris a Convenção do Metro com a participação de vinte países, entre eles o Brasil. Nesta data, foi criada também a Agência Internacional para Pesos e Medidas, onde seriam depositados os padrões de medida, sendo ainda, constituída a Conferência Geral de Pesos e Medidas para tratar dos assuntos relativos ao sistema métrico. Foi depositada na Oficina Internacional de Pesos e Medidas, em Paris, no ano de 1889, uma barra de platina iridiada com 10% de irídio, como sendo a medida padrão do metro.

Em seguida, apresentamos uma construção da função medida no conjunto dos racionais estritamente positivos.

3 ASPECTOS MATEMÁTICOS

O processo de medida, isto é, de obtenção de uma medida, é uma operação lógica e não é realizada por instrumentos de mensuração de qualquer natureza. Dessa forma, o conjunto numérico adequado para a construção da medida deveria ser o conjunto dos reais, face ao conhecido fenômeno da existência de quantidades incomensuráveis.

Entretanto, diante da impossibilidade de tal construção e como ao mesmo tempo, todas as medidas físicas possuem valor dado por um número racional afetado pelo erro associado ao instrumento de medição utilizado, então, um modelo matemático para as grandezas físicas poderia utilizar os racionais como sistema numérico para as medidas. Além disso, há predominância, no âmbito da ciência que se aprende na escola, das grandezas de medida estritamente positiva, o que torna razoável discutir um modelo matemático em que as medidas fossem apenas números do conjunto, Q^+ , dos racionais estritamente positivos.

No modelo abstrato construído axiomaticamente em Pacheco (2018), os elementos primitivos não são definidos e os axiomas não se demonstram. São admitidas, por princípio, a teoria dos conjuntos e as regras lógicas matemáticas. O conjunto \mathbb{N} dos números naturais, com sua estrutura usual de semigrupo aditivo ordenado e comutativo, é suposto construído. Vale destacar, que são tratadas no

modelo, apenas as grandezas escalares (massa, área, temperatura, etc), em especial, o comprimento. As grandezas vetoriais- velocidade, aceleração, força, etc- não farão parte desta abordagem.

Para esclarecer a ideia geral subjacente ao modelo, observamos que ao se dizer, “o comprimento deste objeto é adequado”, o termo comprimento aparece como um atributo do objeto. Portanto, construir de maneira formal o conceito de comprimento ou o conceito mais geral de grandeza, remeteria à busca de tornar logicamente preciso o conceito vago de “o atributo A de elementos de um conjunto”. Em Matemática, o caminho usual para isso tem sido definir uma relação de equivalência entre dois elementos do referido conjunto e, em seguida, considerar o conjunto das classes induzido por essa relação; cada uma dessas classes passando a ser, então, “o atributo A”.

Diante disso, sugerimos Pacheco (2018) para a visualização da construção da função medida.

Em seguida, apresentamos aspectos curriculares sobre o ensino de medidas de comprimento.

4 ASPECTOS CURRICULARES

Nesta seção, apontamos as sugestões de trabalho com medidas de comprimento de acordo com os documentos oficiais – PCN, SAEB e SisPAE.

Nos PCN, os conteúdos matemáticos a serem abordados nos quatro ciclos do Ensino Fundamental estão organizados em quatro blocos: “Números e operações”; “Espaço e forma”; “Grandezas e medidas” e “Tratamento de informações”. A presença de um bloco dedicado às grandezas e medidas revela que se atribui nesse documento de referência curricular uma importância considerável ao tema.

O estudo de medidas de comprimento encontra-se localizado no bloco grandezas e medidas.

Observe os quadros 1, 2, 3 e 4 sobre o bloco Grandezas e medidas no que se refere ao estudo de medidas de comprimento nos quatro ciclos do ensino fundamental.

Quadro 1 – Medidas de Comprimento no 1º Ciclo

1º Ciclo	
Características	Partindo de situações problema nas quais se resgatam as experiências pessoais dos alunos, sejam exploradas comparações de grandezas, de modo que possam identificar atributos de um objeto passíveis de mensuração, como um conceito aproximado de medida e usar procedimentos de medida.
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> - Enfatizar a compreensão do procedimento de medir. - Reconhecer grandezas mensuráveis, como o comprimento. - Elaborar estratégias pessoais de medida. - Usar instrumentos de medida, usuais ou não. - Estimar resultados por meio de representações não necessariamente convencionais.
Conteúdos Conceituais, Procedimentais e atitudinais	<ul style="list-style-type: none"> - Utilização de diferentes estratégias para identificar números em situações que envolvem contagens e medidas. - Comparação de coleções pela quantidade de elementos e ordenação de grandezas pelo aspecto da medida. - Comparação de grandezas de mesma natureza por meio de estratégias pessoais e uso de instrumentos de medida conhecidos. - Identificação dos elementos necessários para comunicar o resultado de uma medida. - Valorização da importância das medidas e estimativas para resolver situações problema.
Espera-se ao final que...	<p>Os alunos sejam capazes de:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Resolver situações problema e utilizar conhecimentos relacionados às medidas; - Medir utilizando unidades de medida não convencionais; - Realizar estimativas de resultados de medições.

Fonte: Bellemain e Lima (2002)

Quadro 2 – Medidas de Comprimento no 2º Ciclo

2º Ciclo	
Características	<p>Indicam que neste processo:</p> <ul style="list-style-type: none"> --Deve-se explorar mudanças de unidades evidenciando que o resultado da medição depende da unidade escolhida e a escolha da unidade deve ser feita em função do que se pretende medir - Deve-se abordar mudança de unidades usuais. - Deve-se relacionar os sistemas decimais de medida, monetário e decimal.
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> - Construir o significado das medidas, a partir de situações problema que expressem seu uso no contexto social e em outras áreas do conhecimento; -Utilizar procedimentos e instrumentos de medida usuais ou não, selecionando o mais adequado em função da situação problema e do grau de precisão do resultado; - Representar resultados de medições, utilizando a terminologia convencional para as unidades mais usuais dos sistemas de medida.
Conteúdos Conceituais, Procedimentais e atitudinais	<ul style="list-style-type: none"> - Comparação de grandezas de mesma natureza, com escolha de uma unidade de medida da mesma espécie do atributo a ser mensurado; - Identificação de grandezas mensuráveis no contexto diário: comprimento; - Reconhecimento e utilização de unidades usuais de medida como metro, centímetro, etc; -Estabelecimento das relações entre unidades de medida de uma mesma natureza. - Utilização de procedimentos e instrumentos de medida em função do problema e da precisão do resultado; - Cálculo e comparação do perímetro de figuras planas em malhas quadriculadas sem uso de fórmulas; - Curiosidade em conhecer a evolução histórica das medidas, unidades de medida e instrumentos realizados por diferentes grupos

	culturais.
Espera-se ao final que...	<p>Os alunos sejam capazes de:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ampliar conceitos trabalhados no ciclo anterior como medida; - Estabelecer relações que permitam a construção de novos conceitos; - Aperfeiçoar procedimentos conhecidos e construam novos procedimentos. - Resolver situações problema envolvendo medidas; escolher a unidade de medida e o instrumento mais adequado a cada situação; fazer previsões razoáveis; ler, interpretar e produzir registros utilizando a notação convencional das medidas.

Fonte: Bellemain e Lima (2002)

Quadro 3 – Medidas de Comprimento no 3º Ciclo

3º Ciclo	
Características	<p>Indicam que neste processo:</p> <ul style="list-style-type: none"> -- Os alunos vivenciem experiências que permitam ampliar sua compreensão sobre o processo de medição e percebam a utilidade das medidas de comprimento pra descrever e comparar fenômenos; - Deve-se retornar e aprofundar o estudo de medidas de comprimento iniciado nos ciclos anteriores; - Deve-se fazer uma abordagem estimada acerca da natureza da medida de comprimento e refletir sobre ela, destacando o aspecto numérico; - Deve-se manusear instrumentos de medida de comprimento; - Deve-se romper com o ensino de medidas de comprimento que privilegia a memorização sem compreensão de fórmulas e conversões entre diferentes unidades de medidas pouco usuais; - Deve-se privilegiar a resolução de problemas e a prática de estimativas..
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> - Ampliar e construir noções de medidas de comprimento a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns problemas históricos que motivaram sua construção;

	<ul style="list-style-type: none"> - Resolver problemas que envolvam a grandeza comprimento, selecionando unidades de medidas de comprimento e instrumentos adequados à precisão requerida.
<p>Conteúdos Conceituais, Procedimentais e atitudinais</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Transformação de uma figura por meio de reflexões, translações e rotações e identificação de medidas que permanecem invariantes nessas transformações, como a medida de comprimento dos lados; - Reconhecimento de grandezas como comprimento e identificação de unidades adequadas, padronizadas ou não, para medi-las, fazendo uso de terminologia própria; - Obtenção de medidas por meio de estimativas e aproximações e decisão quanto a resultados razoáveis dependendo da situação problema; - Utilização de instrumento de medida, como régua e escalímetro, para fazer medições, selecionando os instrumentos e unidades de medida adequados à precisão que se requerem, em função da situação problema; - Estabelecimento de conversões entre algumas unidades de medida de comprimento mais usuais em resolução de situações problema.
<p>Espera-se ao final que...</p>	<p>Os alunos sejam capazes de:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Decidir sobre os procedimentos matemáticos adequados para construir soluções num contexto de resolução de problemas métricos; - Obter e expressar resultados de medições utilizando as principais unidades padronizadas de medidas de comprimento

Fonte: Bellemain e Lima (2002)

Quadro 4 – Medidas de Comprimento no 4º Ciclo

4º Ciclo	
Características	<p>Indicam que neste processo:</p> <ul style="list-style-type: none"> -- Deve-se destacar que as medidas quantificam grandezas, como comprimento, do mundo físico e são fundamentais para a interpretação deste; - Deve-se realizar atividades de

	<p>medições do mundo físico, salientando o caráter aproximado dessas medições e desenvolvendo com elas, no aluno, a capacidade de utilizar instrumentos de medição;.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Deve-se introduzir o erro nas medições e o arredondamento..
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> - Ampliar as noções de medidas de comprimento, utilizando dígitos significativos para representar as medidas, efetuar cálculos e aproximar resultados de acordo com o grau de precisão desejável.
Conteúdos Conceituais, Procedimentais e atitudinais	<ul style="list-style-type: none"> - Constatação que existem situações problema cujas soluções não são dadas por números racionais; - Estabelecimento da razão aproximada entre a medida do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro; - Resolução de situações problema envolvendo grandezas, inclusive comprimento, e suas respectivas unidades de medida, fazendo conversões adequadas para efetuar cálculos e expressar resultados ; - Análise da variação do perímetro de um quadrado em relação à variação da medida de seu lado; - Compreensão do erro na medição na utilização de instrumentos de medida; - Estabelecimento da relação entre a medida do lado de um quadrado e a medida de sua diagonal, e a relação entre as medidas do perímetro e do diâmetro de um círculo.
Espera-se ao final que...	<p>Os alunos sejam capazes de:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Decidir sobre os procedimentos matemáticos adequados para construir soluções num contexto de resolução de problemas métricos; - Obter e expressar resultados de medidas de comprimento utilizando unidades e instrumentos convenientes com a precisão desejada e resolver situações problema envolvendo essas medidas.

Outros dois documentos oficiais que convém destacar, tratam de sistemas de avaliação: SAEB e SisPAE. Eles têm como objetivo analisar as informações produzidas através das provas resolvidas pelos alunos da rede pública de ensino de modo a orientar o planejamento das ações para contribuir com a melhoria da qualidade de ensino. Entre as orientações presentes nos documentos do Ministério da Educação e Secretaria de Estado de Educação do Pará, destacamos a matriz de referência do SAEB e as habilidades e competências do SisPae sobre nosso objeto de estudo, medidas de comprimento. Observe os quadros 5, 6 e 7 a seguir.

Quadro 5 - Habilidades e Competências sobre Medidas de Comprimento no Sistema Paraense de Avaliação Educacional

Tema	Habilidade	Conteúdo	Descrição	Ano
Grandezas e Medidas	MPA41	Unidades de medida de Comprimento	Reconhecer unidades de medida usuais de comprimento	4 ^o , 5 ^o e 8 ^o
	MPA43	Estimativa e Medidas	Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não	4 ^o , 5 ^o , 8 ^o e 9 ^o
	MPA44	Situações Problema que envolvam transformação de unidades ou não	Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas	4 ^o , 5 ^o , 8 ^o e 9 ^o
	MPA45	Perímetro de figuras planas	Resolver problemas que envolvam o cálculo do perímetro de figuras planas em malhas quadriculadas	4 ^o , 5 ^o , 8 ^o e 9 ^o
	MPA52	Perímetro de figuras planas	Resolver problemas que envolvam o cálculo do perímetro de	8 ^o e 9 ^o

			figuras planas	
	MPA54	Perímetro da Circunferência	Utilizar a razão π no cálculo do perímetro da circunferência	9º
	MPA57	Transformação de Unidades de Medida de Comprimento	Resolver problemas utilizando relações entre diferentes unidades de medida	9º

Fonte: SisPAE 2015

Quadro 6 – Medidas de Comprimento no Sistema Nacional da Avaliação da Educação Básica – 5º ano

Tema	Conteúdo	Descritores	5º Ano
Grandezas e Medidas	Estimativa e Medidas	Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medidas convencionais ou não	D6
	Situações Problema com unidades de medida de comprimento	Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas	D7
	Perímetro de figuras planas	Resolver problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas	D11

Fonte: Matriz de Referência – SAEB

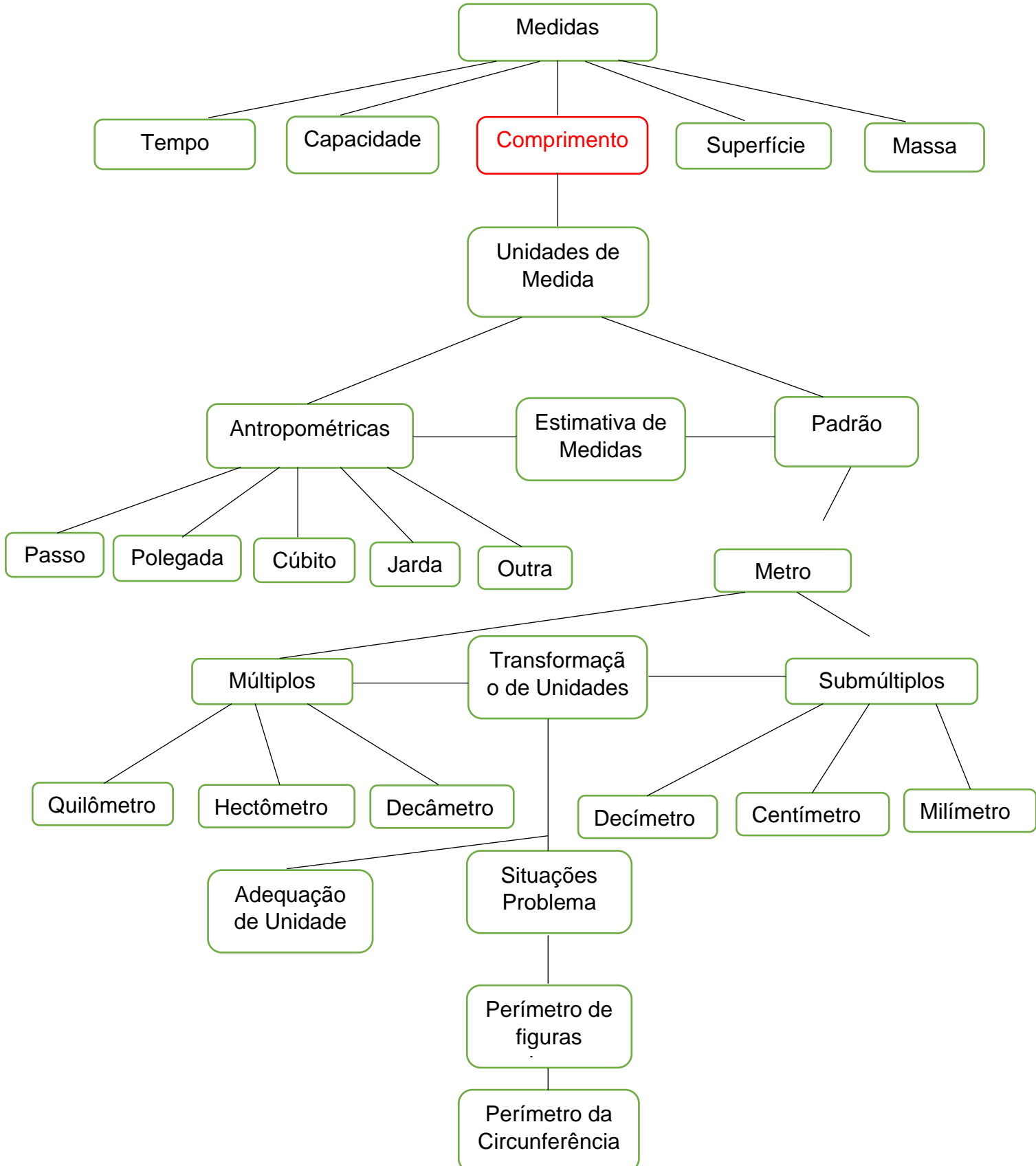
Quadro 7 – Medidas de Comprimento no Sistema Nacional da Avaliação da Educação Básica – 9º ano

Tema	Conteúdo	Descritores	9º Ano
Grandezas e Medidas	Perímetro de figuras planas	Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas	D12
	Situações Problema com transformação de unidades de medida de comprimento	Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida	D15

Fonte: Matriz de Referência – SAEB

Para organizar e representar parte do conhecimento exposto nesta seção, apresentamos um mapa conceitual que nos auxiliou na construção da Sequência Didática.

Mapa Conceitual de Medidas de Comprimento



5 ESTUDOS SOBRE O ENSINO DE MEDIDAS DE COMPRIMENTO

Nesta seção exibimos alguns resultados de estudos anteriores sobre medidas de comprimento que nos auxiliaram na construção de nossa Sequência Didática. Os trabalhos foram divididos em três categorias: diagnóstica, livros didáticos e experimental. Observe o quadro 8 a seguir. Nele, os resultados de cada categoria estão pareados com a ordem dos autores.

Quadro 8 – Síntese dos trabalhos revisados

Livros Didáticos	Resultados
<p>Bellemain e Silva (2011); Baldini (2004); Silva (2011)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Os critérios “percentual das páginas dedicadas ao campo das grandezas e medidas”; “posição dos capítulos” e “quantidade de páginas” dos capítulos que focam comprimento e perímetro indicam que a importância atribuída ao trabalho com esses conteúdos como objetos de estudo próprios é insuficiente. - Os livros didáticos analisados têm uma abordagem experimental que induz à descoberta e oportuniza a participação do aluno; os conceitos vão sendo introduzidos no decorrer dos estudos em direção à formalização; explora e aplica esse conceito ao longo do percurso escolar; várias atividades e exercícios trabalham área e perímetro juntos numa mesma figura ou numa mesma situação. - Na maioria das obras analisadas, a ênfase na grandeza geométrica é insuficiente e o foco é na medida e não na grandeza.
Diagnóstico	Resultados
<p>Rocha (2006); Santos (2006); Baldini (2004); Backendorf (2010); Ribeiro e Rolkouski (2010); Abbondati (2013)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - 61% dos alunos não tinham noção da ação de medir, com ou sem a régua graduada; 90% dos alunos não sabiam fazer transformação de unidades padrão; 93% dos alunos desconheciam o cálculo do perímetro de um polígono. - Os alunos possuíam conhecimentos incompletos, superficiais e primários sobre medidas, suas unidades e seus instrumentos. Eles não faziam as transformações corretas de medidas de comprimento, não costumavam relacionar cada conceito com o cotidiano e também não formalizaram o conceito

	<p>de medir.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Conceito de perímetro: 16% dos alunos erraram todas as questões, 0% dos alunos acertou todas as questões, 49% dos alunos acertaram duas ou três questões. - 11% dos alunos erraram ou não quiseram responder a medida de um segmento de reta utilizando a régua; 29% dos alunos erraram ou não quiseram responder quantos 10 m cabem em 1 Km e 63% erraram ou não quiseram responder quantos quilômetros tem 1 metro. - As dificuldades dos alunos estavam relacionadas a transformações de unidades. - 35,7% dos alunos conheciam a relação entre metro e centímetro; 7,14% deles possuíam conhecimento de escala e transformação de unidades de comprimento.
Experimentais	Resultados
<p>Rocha (2006); Santos (2006); Ribeiro e Rolkouski (2010); Baldini (2004); Backendorf (2010); Silva (2011); Chiele (2007); Bernardes (2004); Cavalcante et al (2016); Silva (2017); Brito (2003); Barbosa (2007); Abbondati (2013) e Moura (1995)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - 60,42% de respostas satisfatórias sobre medidas não padronizadas de comprimento; 60% de respostas satisfatórias sobre medidas padronizadas de comprimento. - 70% de respostas satisfatórias sobre sistemas não convencionais; 80% de respostas satisfatórias na relação entre quilômetro e decímetro e 89% de respostas satisfatórias sobre medição. - A maior dificuldade dos alunos está na resolução de problemas, pois muitos deles não tinham noção de qual operação usar para resolver determinado problema. - Os alunos conseguiram conceituar perímetro, as dificuldades presentes nesta atividade foram relacionadas à forma dos polígonos. - Foi possível promover a compreensão do conceito de medida de comprimento e perímetro dando importância à construção da unidade e representação numérica, privilegiando o raciocínio dos alunos para desenvolver habilidades e secundarizando abordagens de

	<p>mecanização ou mera aplicação de algoritmos.</p> <ul style="list-style-type: none">- É possível um rompimento com a ordem histórica dos currículos e livros didáticos; que há a necessidade de desvincular o ensino de medidas baseado em unidades e padrões estabelecidos e transformações mecânicas de múltiplos e submúltiplos.- Se a Geometria for desenvolvida de forma adequada, ou seja, partir de situações concretas para abstratas, certamente haverá um ensino da disciplina alinhado com o que estabelecem os currículos e com as reais necessidades dos estudantes.- Há uma tendência dos alunos no uso do instrumento formal de medida, régua, em relação a outros materiais manipulativos.- Trabalharam história das medidas de comprimento, medidas antropométricas, múltiplos e submúltiplos do metro. Apesar das dificuldades encontradas, os resultados foram satisfatórios tendo em vista que os alunos compreenderam o conteúdo trabalhado em sala de aula, fazendo uma ligação com seu cotidiano.- Destacou a importância da leitura, interpretação e discussão do texto acerca de pesos e medidas pois através deste, os alunos tiveram oportunidade de conhecer as primeiras práticas com matemática realizadas pelos povos antigos. Constatou também que os alunos se acostumaram a relacionar instrumentos que fazem referência à régua para comparar comprimento. Ressaltou a relevância de se explorar situações de ensino que permitam os alunos agirem, refletirem e trocarem informações em grupos a respeito da noção de comprimento como grandeza, para que os alunos percebam este como propriedade de um objeto., ou seja, não confundir esta grandeza com objetos geométricos, como segmento de retas, linhas retas e curvas. Enfatizou também a inserção da história da matemática sobre pesos e medidas como fio
--	---

	<p>condutor das atividades.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Os alunos tiveram um melhor desempenho diante das situações-problema apresentadas na medida em que fizeram uso de materiais manipulativos ou quando usaram os medianeiros da caixa de ferramentas nos dois testes. - O procedimento mais utilizado pelos alunos para a resolução das atividades foi a observação visual, com 74,2% dos casos. Os efeitos visuais ocorrem mesmo que as comparações se efetuem apenas entre pares de linhas abertas e indicou novos estudos que pudessem explorar as comparações das duas etapas da discriminação visual ativa de natureza contínua: direta e indireta. - Os alunos apresentaram dificuldade ao trabalhar com as unidades de medida de comprimento, sobretudo com suas transformações e também com potências de base dez. Pontuou ainda que o Ambiente Virtual de Aprendizagem pode proporcionar um ensino mais atraente e mais próximo da realidade dos estudantes possibilitando adaptar os processos de ensino e aprendizagem às tecnologias disponíveis e às perspectivas da sociedade moderna. - As crianças elaboram três aspectos que constituem a ideia matemática da medida: a seleção da unidade de medida, a comparação da unidade com a grandeza a ser medida e a expressão numérica da comparação.
--	--

Fonte: Revisão de literatura (2017)

6 PROPOSTA DE SEQUENCIA DIDÁTICA

Nesta seção apresentamos uma sequência didática para o ensino de medidas de comprimento, composta por 08 atividades de aprendizagem na perspectiva do ensino por atividades e questões de fixação.

6.1 Ensino por atividades

Segundo Sá (2009, p. 14), o ensino da matemática tornou-se objeto de discussões nos meios acadêmicos, preocupados com o grau seletivo acusado a ele desde o princípio de sua organização e inserção oficial nas escolas de todo o mundo. Encontros, seminários e similares foram realizados para investigar soluções para esse problema pedagógico. Neste sentido, este trabalho apropria-se de algumas informações presentes na literatura para que seja possível a utilização do saber matemático na formação de um aluno mais reflexivo e lúcido da sua possibilidade de interferência na realidade que o cerca e, também, da relevância de seu progresso intelectual para o mundo contemporâneo. Nesse processo, o ensino de matemática por atividades, adquire grande importância.

Para que o ensino da matemática atinja esses objetivos, fornecendo aos alunos habilidades e conhecimentos aproveitáveis e que o estabeleça para solucionar os problemas diários, é imprescindível a utilização de uma metodologia que prestigie a ação docente do professor, através de um ensino que inicia do concreto até a formalização abstrata. Dessa maneira, o aluno se transforma de simples espectador a um descobridor efetivo que se envolve, entende e reflete o próprio conhecimento. Incumbe ao docente encaminhar seus alunos para um autodesenvolvimento contínuo. Para isso, os professores precisam compreender a conveniência de agregar em suas aulas uma performance experimental com fator formativo na aprendizagem dos alunos e fazê-los notar a importância da matemática na percepção e transformação do mundo.

O docente deve indicar situações que conduzam o aluno à descoberta do conhecimento através do surgimento e teste de hipóteses sobre algum problema examinado e pela ação exploratória. Nessa concepção metodológica, a expectativa é que os discentes compreendam o “que” e “porque” de se fazer desta ou daquela forma, progredindo suas criatividade e criticidades, auxiliando-os a colher informações por si mesmos através da observação concreta e utilizando o saber de forma eficiente na solução de problemas do cotidiano. Neste sentido, a ação metodológica do ensino de matemática por atividades proporciona ao aluno a composição da sua aprendizagem pela obtenção do conhecimento e redescoberta de princípios.

Este comportamento interativo oportuniza ao aluno verificar um grande número de experimentos, analisá-los para em seguida, debater seu ponto de vista com o professor e colegas. Além disso, o êxito desse processo depende muito mais de um bom planejamento das atividades pelo professor, ou seja, mesmo que a escola não ofereça as condições ideais, ainda sim, é possível realizar com sucesso as atividades propostas.

A partir dessas considerações, Sá (2009, p. 18) apresenta sugestões de elementos essenciais que devem estar presentes no momento da elaboração das atividades de ensino centradas nessa concepção, quais sejam:

a) As atividades devem apresentar-se de maneira auto orientadas para que os alunos consigam conduzir-se durante a construção de sua aprendizagem;

b) Toda atividade deve procurar conduzir o aluno à construção das noções matemáticas através de três fases: a experiência, a comunicação oral das ideias aprendidas e a representação simbólica das noções construídas;

c) As atividades devem prever um momento de socialização das informações entre os alunos;

d) As atividades devem possuir características de continuidade para conduzir o aluno ao nível de representação abstrata das ideias matemáticas construídas a partir das experiências concretas vivenciadas por ele;

e) De acordo com Dockweiler (1996) através de Sá, as atividades podem se apresentar de três maneiras: desenvolvimento, conexão e abstração, de modo que sejam sequencialmente apresentadas e possam contribuir para a construção gradual dos conceitos matemáticos.

Portanto, o ensino de Matemática por atividades conjectura a perspectiva de coordenar o aprendiz a uma construção constante das noções matemáticas presentes nos objetivos da atividade.

A partir desse entendimento, apresentamos a seguir uma sequência didática alinhada com os documentos oficiais – PCN, SAEB e SisPAE, para o estudo de medidas de comprimento.

6.2 Atividade 1

Título: O metro

Objetivo: Introduzir o metro.

Material: Papel, caneta e/ou lápis.

Procedimento:

Escolha uma pessoa do grupo para medir com seu palmo o que se pede e complete a tabela abaixo.

Meça a largura da porta da sala;

Meça a largura do quadro da sala;

Meça a altura da janela da sala;

Meça a altura da carteira da sala;

Com as medidas obtidas preencha o quadro a seguir.

Grupo	Largura da Porta	Largura do Quadro	Altura da Janela	Altura da Carteira

Escolha um componente do seu grupo para copiar seus resultados na tabela que está no quadro a seguir.

Quadro de Medidas dos Grupos

Grupos	Largura da Porta	Largura do Quadro	Altura da Janela	Altura da Carteira
Grupo 01				
Grupo 02				
Grupo 03				
Grupo 04				
Grupo 05				
Grupo 06				
Grupo 07				

Com as informações do quadro de medidas dos grupos, responda as questões a seguir.

Qual é a medida correta da largura da porta?

Qual é a medida correta da largura do quadro?

Qual é a medida correta da altura da janela?

Qual é a medida correta da altura da carteira?

Houve erro na medição?

Por que os resultados foram diferentes?

Isso traz algum problema?

Como contornar esse problema?

Assista ao vídeo História do Comprimento

Surgimento do Metro

Aspectos Históricos

A ação de medir é uma faculdade inerente ao homem, faz parte de seus atributos de inteligência. Na pré-história, o homem primitivo, ao confeccionar instrumentos de caça e defesa utilizando ossos de animais e pedras lascadas, começava a avaliar dimensões. A partir do momento em que passou a se organizar em grupos, e estes grupos foram crescendo, suas necessidades de medir foram aumentando cada vez mais. As primeiras maneiras que encontrou para medir as grandezas eram bastante simples e utilizavam partes do corpo como referência, por exemplo, o comprimento do pé ou largura da mão, entre outras. Nas civilizações antigas os pesos e medidas tiveram grande importância, tendo servido como base para trocas no comércio, padronização para medir a produção e suporte dimensional para o desenvolvimento das ciências e tecnologia.

Os povos antigos - os egípcios, os babilônios, os assírios, os chineses, os persas e os gregos - possuíam padrões diferentes de comprimento. A unidade de comprimento dos babilônios era o dedo (aproximadamente 16mm). Usavam também o cúbito, que equivalia a 30 dedos. O pé e a polegada foram, em geral, para esses povos, as unidades padrões.

Os egípcios possuíam uma estranha medida denominada "polegada piramidal", encontrada na grande pirâmide de Quéops, junto ao Nilo, construída a 3 ou 4 mil a.C. Ao ser estudada, concluíram que o diâmetro da Terra mede um bilhão e meio destas polegadas. O cálculo do perímetro da base da pirâmide resulta 365 242 polegadas, resultado cujos algarismos exprimem exatamente o número de dias do ano solar (365,242 dias).

Destaca-se que o problema com “padrões” como esses é que os tamanhos das partes do corpo humano variam de pessoa para pessoa.

Logo, era natural escolher um rei ou alguma outra pessoa proeminente na qual as unidades-padrão seriam baseadas. Na Inglaterra, o rei Henry I (1068 – 1135) definiu uma jarda como sendo a distância da ponta de seu nariz à ponta de seu dedão da mão com seu braço esticado para frente. Isso se tornou a base para o comprimento no sistema inglês de medida, um sistema ainda usado comumente nos Estados Unidos (e em quase nenhum outro lugar). A principal dificuldade com o uso desse sistema é fazer os cálculos com as relações peculiares entre os diversos tamanhos de suas unidades.

Muitos sistemas diferentes de medidas foram usados em países diferentes no mundo até a parte final do século XVIII. Conforme o comércio internacional crescia, a necessidade por um padrão único universalmente aceito se tornou mais e mais premente. Dessa forma percebe-se a necessidade de se criar um sistema de medidas único que pudesse ser utilizado por todos.

Em 1790, o bispo Charles Maurice de Talleyrand propôs à Assembleia Nacional francesa um sistema baseado no comprimento de um pêndulo que fizesse uma oscilação completa por segundo.

A Academia de Ciências da França estudou esse plano e, depois de algum debate, decidiu que as variações na temperatura e na gravidade em diferentes partes do mundo tornariam esse comprimento não confiável.

Em junho de 1792, em meio ao caos da Revolução Francesa, dois astrônomos franceses partiram em direções opostas à cidade de Paris - Jean-Baptiste Delambre seguiu mais ao norte, enquanto que Pierre Méchain rumou para o sul, em relação à capital francesa - em uma missão extraordinária para medir um segmento do arco meridiano da Terra. O objetivo dessa aventura era estabelecer, através de extrapolação, um padrão de comprimento universal igual à décima milionésima parte da distância entre o polo Norte e a linha do Equador

(correspondente a um quarto da circunferência da Terra). Eles chamaram esse um milionésimo décimo desse arco de metro².

Dessa forma, eles propuseram um novo sistema, Sistema Internacional, em que o metro é a unidade de medida de comprimento. De acordo com o Inmetro, “a definição do metro baseada no protótipo internacional em platina ligada a 10% de irídio, em vigor desde 1889 (ver figura 1) foi substituída na 11ª CGPM (1960) por outra definição, baseada no comprimento de onda de uma radiação de criptônio 86, com a finalidade de aumentar a exatidão da realização do metro”.

A 17ª CGPM (1983) substituiu essa última definição pela seguinte: “O metro é o comprimento do trajeto percorrido pela luz no vácuo durante um intervalo de tempo de $\frac{1}{299792458}$ de segundo”.

Recomendações didáticas

Esta é uma atividade que trabalha nos alunos a percepção da necessidade de uma unidade padrão de medida de comprimento, o metro.

Ao solicitarmos as medições com a unidade palmo e em seguida a socialização dos resultados de cada grupo no quadro magnético para a visualização de todos os alunos, esperamos que o quadro de medidas dos grupos fique preenchido conforme a figura 1 abaixo, com muitos resultados diferentes.

Figura 1 – Quadro de medidas dos grupos preenchido pelos alunos

Grupos	Largura da Porta	Largura do Quadro	Altura da Janela	Altura da Carteira
Grupo 01	4,3	11,0	5	5
Grupo 02	4	10	5	4
Grupo 03	4	11	5	4,5
Grupo 04	4	11	5	4,5
Grupo 05	4,2	11	5,2	5,2
Grupo 06	4,5	13	8	6,5

Em seguida, são feitos questionamentos encaminhando o raciocínio para o entendimento de que os resultados diferentes das medições solicitadas decorrem dos tamanhos distintos da unidade requisitada. Desejamos que os discentes percebam o que uma aluna relatou: “Os resultados têm que ser diferentes porque a minha mão é maior que a dela”.

Além disso, almejamos que os respondentes discorram que não houve erros e portanto, todas as medições estão coerentes.

² Na realidade, a ortografia original em francês era “metre”, que veio da palavra grega metros, uma medida.

Mas dessa forma, qual medida devemos utilizar? Surge então um inconveniente que precisamos contornar. Como?

Neste momento, esperamos que os alunos respondam sobre a necessidade de uma padronização da unidade de medida de comprimento.

A figura 2 a seguir, representa o que desejamos que os discentes respondam.

Figura 2 – Resposta de um aluno sobre a necessidade de padronização da unidade de medida de comprimento

Houve erro na medição?	<i>Não</i>
Por que os resultados foram diferentes?	<i>Por que cada palma de mão fez medidas diferentes</i>
Isso traz algum problema?	<i>Sim</i>
Como contornar esse problema?	<i>Usando régua, fita métrica e etc.</i>

Em seguida, apresentamos um vídeo sobre a história das medidas de comprimento reforçando a discussão levantada em sala. Por fim, disponibilizamos um texto sobre os aspectos históricos do surgimento do metro.

6.3 Atividade 2

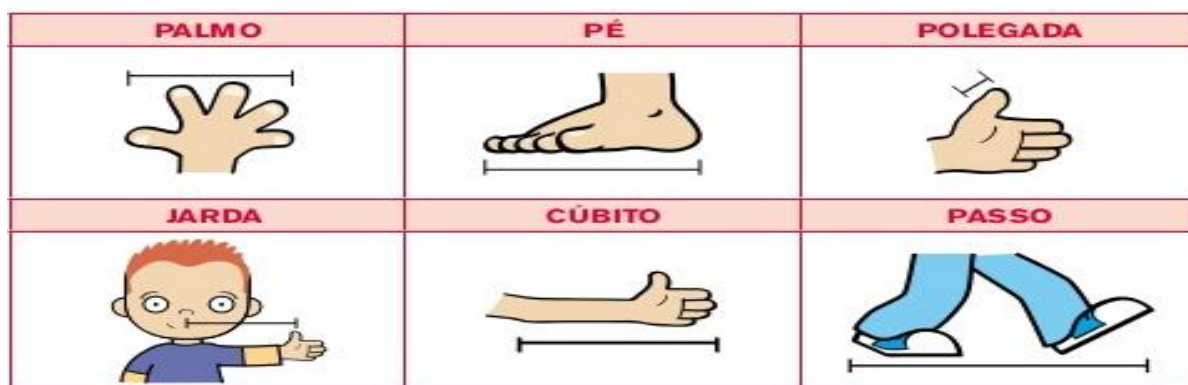
Título: Estimativa de medidas de comprimento

Objetivos: Estimar medidas de comprimento

Material: Fita métrica, fios, caneta, lápis e papel.

Procedimento:

Observe as unidades de medida abaixo.



Com o auxílio de uma fita métrica, meça o que se pede:

a) Seu Palmo.

b) Seu Pé.

c) Seu Passo.

d) Sua Polegada.

Observe na fita métrica ou nos pedaços de fios distribuídos o comprimento equivalente a 1 metro e complete o quadro a seguir.

Unidade	Estime quantas vezes essa unidade cabe no metro?	Resultado Medido
Palmo		
Pé		
Jarda		
Cúbito		
Passo		
Braça		
Chave		

Então podemos afirmar que:

- Hoje, _____ palmos seus mede aproximadamente 1 metro.
- Hoje, _____ pés seus mede aproximadamente 1 metro.
- Hoje, _____ jardas suas mede aproximadamente 1 metro.
- Hoje, _____ cúbitos seus mede aproximadamente 1 metro.
- Hoje, _____ passos seus mede aproximadamente 1 metro.
- Hoje, _____ braças suas mede aproximadamente 1 metro
- Hoje, _____ chaves suas mede aproximadamente 1 metro.

Questões

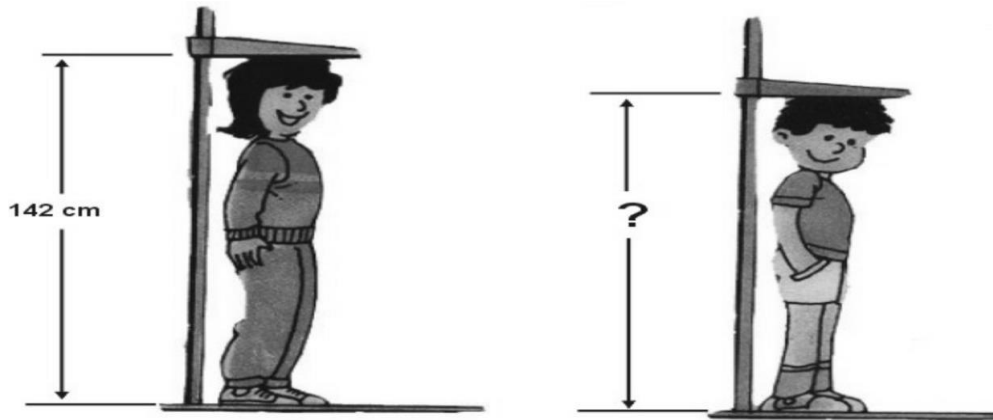
1) Qual a medida mais adequada que representa o comprimento de um ônibus?

2) Qual a medida mais adequada que representa a altura de uma trave de futebol?

3) Qual a medida mais adequada que representa altura da rede de vôlei feminino adulto?

- a) 1,90 m
- b) 2,10 m
- c) 2,24 m
- d) 3,20 m

4) Observe as figuras.



Gabriela é mais alta que Júnior. Ela tem 142 cm. Quantos centímetros aproximadamente Júnior deve ter?

- a) 50 cm
- b) 81 cm
- c) 136 cm
- d) 144 cm

5) Responda as questões sem fazer cálculo.

a) É possível um adulto, que não seja anão, consiga nadar em uma piscina de 1m de profundidade, 1m de largura e 1m de comprimento?

b) A altura de um prédio de 5 andares, com pé direito de 3 metros, pode ser igual a 150 metros?

6) Estime a medida:

a) De uma árvore que não seja bonsai.

b) Do comprimento da sua sala;

c) Da espessura do seu livro de matemática.

Recomendações didáticas

Esta é uma atividade que envolve estimativa de medidas de comprimento relacionando algumas medidas antropométricas citadas na atividade anterior com o metro. Nela, será avaliada a capacidade de flexibilização do raciocínio dos discentes. Sugerimos seu desenvolvimento em grupo para que ocorra inicialmente a interação entre seus componentes e posteriormente com a turma.

Inicialmente disponibilizamos algumas unidades antropométricas para que os discentes se familiarizem com as mesmas. As unidades jarda, cúbito e polegada podem trazer alguma dificuldade.

Em seguida, solicitamos que meçam com o auxílio de uma fita métrica seus palmos, pés, passos e polegadas para possuírem uma medida “exata” de cada unidade. Nesta etapa, esperamos que os respondentes sintam dificuldades com a manipulação dos números racionais. Talvez por isso, encontramos quadros como mostra a figura 3 abaixo.

Figura 3 – Resultado das medições de um aluno com o auxílio da fita métrica

Com o auxílio de uma fita métrica, meça o que se pede:
a) Seu Palmo. 20 CM
b) Seu Pé. 24 CM
c) Seu Passo. 53 CM
d) Sua Polegada. 2 CM

Posteriormente, disponibilizamos barbantes de 1 metro de comprimento para que os alunos possam completar um quadro estimando quantas vezes as unidades solicitadas cabem em um metro. Esperamos que o quadro fique respondido conforme a figura 4 abaixo.

Figura 4 – Estimativas de um aluno relacionando algumas unidades antropométricas e o metro

Unidade	Estime quantas vezes essa unidade cabe no metro?	Resultado Medido
Palmo	6	5,2
Pé	3	4,6
Jarda	1	1
Cúbito	3	3,4
Passo	2	1,4
Braça	1	2
Chave	8	6,1

Alguns alunos realizaram as medições fixando a unidade escolhida no fio e verificando quantas vezes o tamanho da unidade cabia em um metro. Observe a figura 5 a seguir.

Figura 5 – Estratégia utilizada por alguns alunos para realizar medições



Na próxima etapa, pedimos que os estudantes completem as frases que relacionam as estimativas de medida das unidades solicitadas e o metro. Desejamos que as frases sejam completadas conforme a figura 6 a seguir.

Figura 6 – Conclusão de um aluno sobre as estimativas de algumas unidades de medidas de comprimento

Então podemos afirmar que:

- Hoje, 5,2 palmos seus mede aproximadamente 1 metro.
- Hoje, 4,6 pés seus mede aproximadamente 1 metro.
- Hoje, 1 jardas suas mede aproximadamente 1 metro.
- Hoje, 3,4 cúbitos seus mede aproximadamente 1 metro.
- Hoje, 1,4 passos seus mede aproximadamente 1 metro.
- Hoje, 2 braças suas mede aproximadamente 1 metro.
- Hoje, 6,1 chaves suas mede aproximadamente 1 metro.

A maior dificuldade apresentada pelos alunos pode ser a estimativa da medida da unidade braça por ser em muitos casos superior ao metro, implicando portanto, algumas intervenções do docente. Este deve orientar os estudantes somente quando solicitado ou ao perceber a presença de inconsistências. Após a socialização das observações dos alunos, o professor deve junto com os estudantes formalizar a conclusão da turma. Por fim, são propostas questões de fixação sobre a temática trabalhada.

6.4 Atividade 3

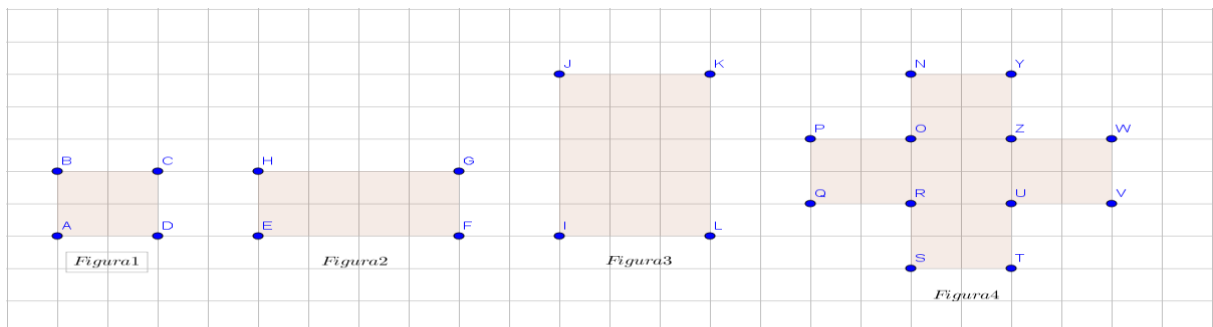
Título: Perímetro das figuras planas

Objetivo: Calcular o perímetro de figuras planas.

Material: Malha quadriculada, caneta, lápis e papel.

Procedimento:

- Considere cada lado do quadrado da malha quadriculada com o comprimento de 1 metro.
- Observe as figuras na malha.
- Responda o que se pede.



Qual a medida do contorno da figura 1?

Qual a medida do contorno da figura 2?

Qual a medida do contorno da figura 3?

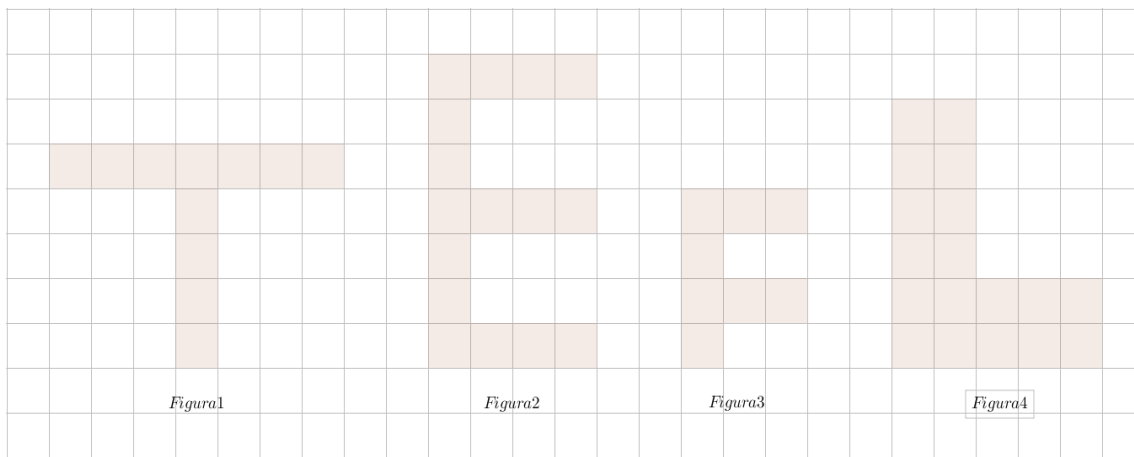
Qual a medida do contorno da figura 4?

O número que representa a medida do contorno de uma figura recebe o nome de **Perímetro**.

A palavra Perímetro tem sua origem no idioma grego: peri (em volta de) + métron (medida).

Observe as figuras na malha quadriculada.

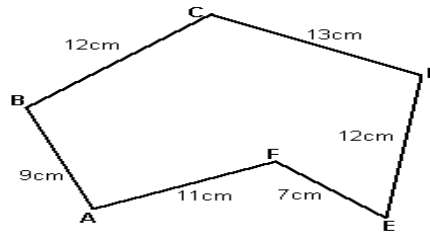
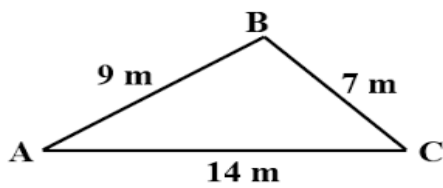
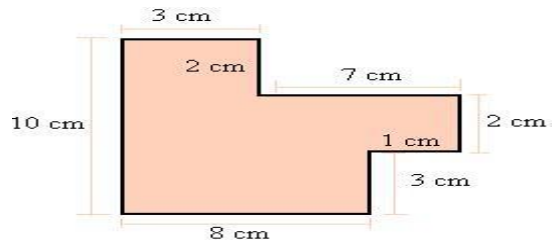
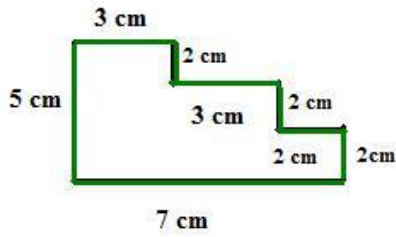
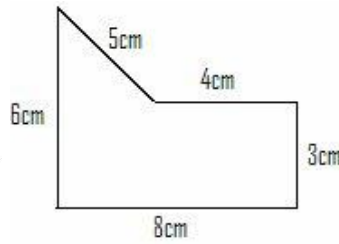
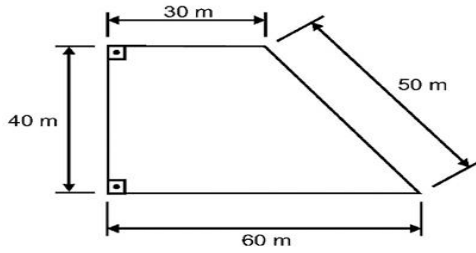
Considere cada lado do quadrado da malha quadriculada com 1 metro.



Complete o quadro abaixo.

Figura	Perímetro
1	
2	
3	
4	

Observe as figuras abaixo.

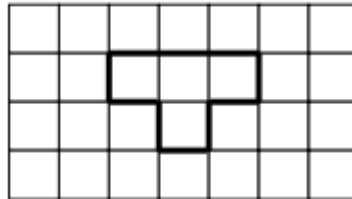


Complete o quadro a seguir.

Figura	Perímetro
1	
2	
3	
4	
5	
6	

- b) multiplicada por 2.
- c) aumentada em 2 unidades.
- d) dividida por 3.

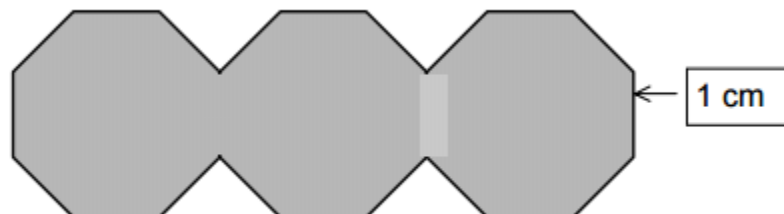
3) A parte destacada na malha quadriculada abaixo representa uma figura na bandeira da escola de João. Cada lado do quadradinho mede 1 metro.



Quantos metros de fita serão necessários para contornar essa figura?

- a) 4
- b) 6
- c) 8
- d) 10

4) O símbolo abaixo será colocado em rótulos de embalagens.



Sabendo-se que cada lado da figura mede 1 cm, conforme indicado, a medida do contorno em destaque no desenho é:

- a) 18 cm
- b) 20 cm
- c) 22 cm
- d) 24 cm

5) Uma folha de papel de seda tem 40 cm de perímetro. Ela tem a forma de um retângulo e um de seus lados tem 4 cm de comprimento. Então, os outros dois medem:

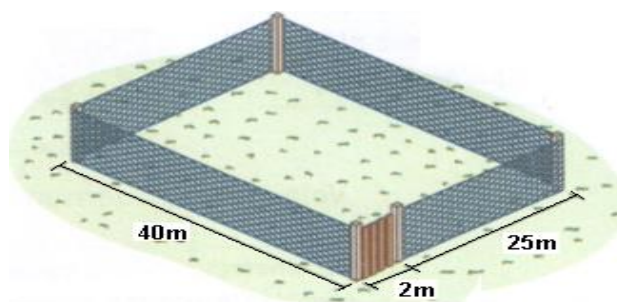
- a) 6cm
- b) 9cm

- c) 12cm
- d) 16cm

6) A quadra de futebol de salão de uma escola possui 22 metros de largura e 42 metros de comprimento. Um aluno que dá uma volta completa nessa quadra percorre:

- a) 64m
- b) 84m
- c) 106m
- d) 128m

7) Rodrigo reservou em sua chácara um terreno de forma retangular para o plantio de flores. Para cercá-lo ele utilizou tela e um portão de 2m de madeira.



Rodrigo gastará quantos metros de tela?

Recomendações didáticas

Esta atividade foi desenvolvida para conceituar e calcular o perímetro de figuras planas em malhas quadriculadas ou não. A atividade pode ser desenvolvida em grupos de 4 alunos.

Inicialmente o professor deve organizar a turma em grupos; fornecer aos discentes o material necessário; oferecer liberdade para as equipes trabalharem livremente e supervisionar as ações, tirando as dúvidas quando solicitado ou ao perceber alguma dificuldade.

Para executar as atividades, os alunos devem observar as 4 figuras disponibilizadas na malha quadriculada e considerar o lado do quadrado com 1 metro de comprimento. Em seguida necessitam responder quanto mede o contorno de cada figura. Esperamos que os discentes fixem um ponto qualquer e comecem a

contagem até chegar novamente no ponto de partida. Nossa expectativa é encontrar as seguintes respostas como mostra a figura 7 abaixo.

Figura 7 – Resposta de um aluno sobre a medida do contorno das figuras

Qual a medida do contorno da figura 1?
08 metros

Qual a medida do contorno da figura 2?
12 metros

Qual a medida do contorno da figura 3?
16 metros

Qual a medida do contorno da figura 4?
24 metros

Posteriormente, informamos que o número que expressa as medidas do contorno das figuras recebe o nome de Perímetro.

Após resolução dos alunos no material, os componentes dos grupos precisam socializar seus resultados no quadro para suscitar discussão. Em seguida, o docente define Perímetro e solicita a execução do restante da atividade. A calculadora pode ser utilizada no desenvolvimento da atividade.

Posteriormente a consolidação desse conhecimento, sugerimos empenho na resolução de situações problema relacionado ao tema. Dessa forma, são propostas questões de fixação envolvendo perímetro de figuras planas.

Na próxima etapa da atividade, fornecemos mais quatro figuras na malha quadriculada e solicitamos aos estudantes que completem o quadro com o cálculo dos perímetros de cada figura. Esperamos que os resultados encontrados pelos respondentes sejam o da figura 8 a seguir.

Figura 8 – Resposta de um aluno para o cálculo do perímetro das figuras planas na malha quadriculada

Figura	Perímetro
1	24 m
2	34 m
3	18 m
4	22 m

Ao notarmos a consolidação do conceito de perímetro pelos alunos, apresentamos seis figuras planas sem a malha quadriculada para a determinação do perímetro. Almejamos que os consultados completem o quadro conforme figura 9 abaixo.

Figura 9 – Resposta de um aluno para o cálculo de figuras planas sem a malha quadriculada

Figura	Perímetro
a	180m
b	26cm
c	26 cm
d	36 cm
e	30 m

Por fim, são propostas questões de fixação sobre o conteúdo trabalhado.

6.5 Atividade 4

Título: O número Pi

Objetivo: Descobrir uma relação entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro.

Material: Objetos, caneta, lápis, papel, barbante e fita métrica.

Procedimento:

Meça o que se pede e complete o quadro abaixo.

Objetos	Comprimento	Diâmetro	$\frac{\text{Comprimento}}{\text{Diâmetro}}$
Tampa da lata de leite			
Circunferência 1			
Circunferência 2			
Circunferência 3			
Tampa de remédio			
Moeda R\$1,00			
Moeda R\$0,50			
Moeda R\$0,25			
Lixeira			
Anel			

Observação**Conclusão****O Número Pi**

O símbolo usado para designar a constante obtida pela razão entre a medida do contorno de uma circunferência e seu diâmetro é a letra grega π , inicial da palavra contorno, escrita em grego: περιμετροξ. Foi popularizado pelo matemático suíço Leonhard Euler, em 1937 (BIGODE, 1994, p. 32).

Há cerca de 4000 anos já se falava do número π e o interesse que ele desperta parece não acabar. Podemos também dizer que π é a razão entre o comprimento (perímetro) de uma circunferência e o seu diâmetro. Essa definição baseia-se no fato de ser constante o quociente entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro, o que permite escrever $\frac{C}{D} = \pi$.

Não se sabe exatamente como na antiguidade se chegou a essa conclusão, mas muito provavelmente o interesse pelo número π terá tido a sua origem em problemas de determinação de áreas e na constatação empírica de que, duplicando ou triplicando o diâmetro de uma circunferência, o seu perímetro também duplica ou triplica. Isto é, permanece constante a razão entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência, qualquer que seja o seu raio.

Segundo Eves (2004, p.141), na Bíblia (1Reis 7:23) é possível encontrar que os hebreus utilizavam o valor 3 como aproximação de π .

Os matemáticos egípcios (1500 anos a.C.) mostraram no Papiro de Ahmes a utilização do valor de 3,16 para o π . Também se sabe que um matemático chinês, por volta de 480 d.C., chegou a um resultado surpreendente para a época, um valor entre 3,1415926 e 3,1415927.

Arquimedes calculou o valor de π como $3\frac{1}{7} > \pi > 3\frac{10}{71}$

O cálculo feito pelo matemático árabe al-Kashi, por volta de 1430, escreveu o número π com 16 casas decimais. Na Europa, no período de 1600 a 1700, o π foi calculado com 30 casas decimais.

O símbolo π foi introduzido na Inglaterra, por volta de 1700, mas, em 1859, o professor Benjamin Pierce de Harvard apresentou a alternativa @ para substituí-lo, mas não foi aceita. Há 100 anos, aproximadamente, o matemático William Shanks calculou π com 707 cifras decimais. Consta que levou 15 anos nesse trabalho e enganou-se nas últimas cem cifras. Atualmente, com os modernos computadores, podemos calcular o valor de π com mais de cem mil casas decimais em alguns minutos.

Somente a partir dos anos 90, os livros didáticos e paradidáticos começaram a trazer um resumo da História e da aplicação do número π , pois os autores perceberam que leituras de histórias curiosas, envolvendo conteúdos matemáticos, motivariam os alunos para aquisição do conhecimento matemático.

O número π é um número fascinante que tem atraído os matemáticos ao longo dos tempos e que desde a antiguidade ocupa um lugar especial.

Para saber mais leia:

- <https://educacao.uol.com.br/matematica/numero-pi.jhtm> Livro A Matemática através dos tempos, esboço 7: Medindo o Círculo: A história de π .
- <https://pt.wikipedia.org/wiki/Pi>
- <http://www.estudopratico.com.br/numero-pi-%CF%80/>

Questões

1) Qual o comprimento da circunferência que tem:

a) Raio igual a 5 cm?

b) Diâmetro igual a 7 cm?

c) Diâmetro igual a 12 cm?

d) Raio igual a 3,5 cm?

2) Uma roda gigante tem 8 metros de raio. Quanto percorrerá uma pessoa na roda gigante em 6 voltas?

3) Uma praça circular tem 40 m de raio. Quantos metros anda uma pessoa quando dá 3 voltas na praça?

4) Com um fio de arame deseja-se construir uma circunferência de diâmetro igual a 10 cm. Qual deve ser o comprimento do fio?

5) Na chácara do Sr. José, será cercado um canteiro circular de raio 2 metros para proteger dos animais domésticos.



Considere $\pi = 3,14$. Qual a quantidade de metros de tela gastos aproximadamente para cercá-lo?

6) A roda de um automóvel tem um diâmetro que mede 50 cm. Determine a distância percorrida por esse veículo após uma de suas rodas completar 1750 voltas. Adotar $\pi = 3,14$ e supor que a roda não deslize durante a rolagem.

- a) 2,82 Km
- b) 3 Km
- c) 3,6 Km
- d) 2,75 Km
- e) 2,91 Km

7) Ao percorrer uma distância de 6280 metros, uma roda dá 2000 voltas completas. Qual é o raio dessa circunferência?

Recomendações didáticas

Esta é uma atividade de aprendizagem cujo objetivo é descobrir uma relação entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro. Ela pode ser desenvolvida em grupos de 4 alunos.

O professor deve dirigir as ações, orientando a formação das equipes para que os alunos não desperdicem tempo com ações alheias à organização. Em seguida, distribuir aos discentes o material necessário; oferecer liberdade para as equipes trabalharem livremente e supervisionar as ações, tirando as dúvidas quando solicitado ou ao perceber alguma dificuldade.

Inicialmente, os discentes devem realizar, com o auxílio da fita métrica, medições dos objetos solicitados e completar o quadro com as medidas do comprimento, diâmetro e $\frac{\text{Comprimento}}{\text{Diâmetro}}$ de cada objeto.

Os respondentes podem apresentar dúvidas relacionadas ao comprimento da circunferência e à razão $\frac{\text{Comprimento}}{\text{Diâmetro}}$. Para superar a primeira dificuldade, basta retomar a atividade anterior; quanto à segunda, será necessário a compreensão de que estão diante de uma razão e que representa uma divisão. Vale destacar ainda, a dificuldade no manuseio do barbante que não se ajusta perfeitamente as circunferências de EVA para posterior medição. Nesse caso, recomendamos a fixação das circunferências em uma base sólida.

Nossa expectativa é que você, professor, encontre um quadro como mostra a figura 10 a seguir.

Figura 10 – Resposta de um aluno sobre as medições e razões entre o comprimento e diâmetro das circunferências

Objetos	Comprimento	Diâmetro	$\frac{\text{Comprimento}}{\text{Diâmetro}}$
Circunferência 1	28,4	8,2	3,505
Circunferência 2	73,2	23	3,1826086957
Circunferência 3	80	26	3,076923076
Circunferência 4	100	32	3,125
Tampa de remédio	7,1	2	3,55
Moeda R\$1,00	9,1	2,9	3,137931034
Moeda R\$0,50	7,3	2,3	3,173913043
Moeda R\$0,25	8	2,2	3,636364
Tampa de leite	33	10	3,3
Lixeira	92	29	3,17

Neste momento, desejamos que os alunos observem que a razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro sempre terá resultado em torno de 3. E mais, elabore uma observação válida como mostra a figura 11 a seguir.

Figura 11 – Observação de um aluno sobre a razão entre o comprimento e o diâmetro das circunferências

Pi da parte de 3 mas é um pouco maior que 3

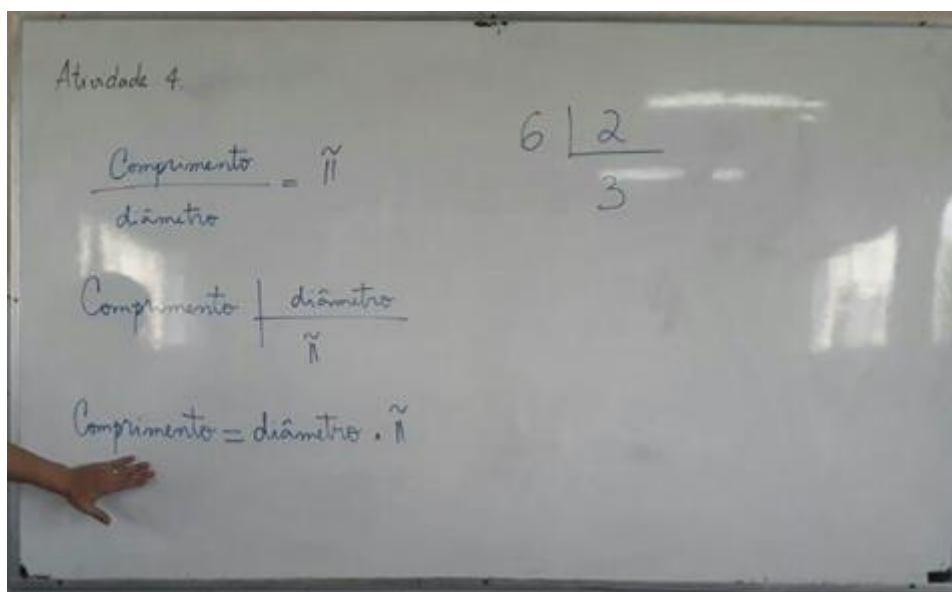
Após a percepção das regularidades pelos grupos, o docente deve explicar que se trata do número Pi, representado pelo símbolo π , apresentar alguns

aspectos históricos sobre o Pi através do texto disponibilizado e oportunizar aos estudantes lugares – sites, livros, periódicos, etc – para pesquisa.

Nesta etapa, esperamos despertar nos alunos curiosidade para que extrapolem os aspectos históricos destacados no texto.

Posteriormente, sugerimos que o professor institucionalize a fórmula do comprimento da circunferência utilizando o algoritmo de Euclides. Observe a figura 12 a seguir.

Figura 12 – Institucionalização da fórmula do comprimento da circunferência



Em seguida, desejamos que os discentes construam uma conclusão no formato adequado conforme a figura 13 a seguir.

Figura 13 – Conclusão de um aluno sobre o cálculo aproximado do comprimento de uma circunferência qualquer

o comprimento de uma circunferência é igual a multiplicação do diâmetro pelo pi.

O docente deve pedir aos alunos escreverem suas conclusões no quadro e caso necessário, fazer conjuntamente com a classe, a *conclusão da turma*.

Por fim, são propostas questões para fixar o conteúdo, inclusive com situações problema.

6.6 Atividade 5

Título: Submúltiplos do metro

Objetivo: Descobrir uma maneira prática de transformar submúltiplos do metro.

Material: Papel, lápis, caneta e trena.

Procedimento:

Observe o metro na trena dada e responda as questões abaixo.

Um metro pode ser dividido em 10 partes iguais?

Essa distância recebe o nome de **Decímetro**.

Um metro possui quantos decímetros?

Um decímetro corresponde a que fração do metro?

Um decímetro pode ser dividido em 10 partes iguais?

Essa distância recebe o nome de **Centímetro**.

Um metro possui quantos centímetros?

Um decímetro possui quantos centímetros?

Um centímetro corresponde a que fração do decímetro?

Um centímetro corresponde a que fração do metro?

Um centímetro pode ser dividido em 10 partes iguais?

Essa distância recebe o nome de **Milímetro**.

Um metro possui quantos milímetros?

Um decímetro possui quantos milímetros?

Um centímetro possui quantos milímetros?

Um milímetro corresponde a que fração do centímetro?

Um milímetro corresponde a que fração do decímetro?

Um milímetro corresponde a que fração do metro?

O **decímetro**, **centímetro** e **milímetro** são os submúltiplos do metro.

Complete o quadro abaixo.

Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
1			
2			
3			
5			
		1700	
	220		
			54000
	450		
		5500	
			1000000
12,6			
		43,9	
			234,05
	25,7		

Observação

Conclusão

Questões

1) Ao usar uma régua de 20 cm para medir uma mesa, Henrique observou que ela cabia 27 vezes no comprimento da mesa. Ele multiplicou esses valores e encontrou 540 cm. Qual é o comprimento da mesa em metros?

2) Exatamente no centro de uma mesa redonda com 1m de raio, foi colocado um prato de 30cm de diâmetro, com doces e salgados para uma festa de final de ano. Qual a distância em centímetros entre a borda desse prato e a pessoa que se serve dos doces e salgados?

3) A Bíblia nos diz que a arca de Noé tinha 300 côvados de comprimento. Sabendo que um côvado tem 525 mm, qual o comprimento dessa arca em metros?

4) Quanto devo pagar por 380 cm de uma fita que custa R\$2,50 o metro?

5) Diana mediu com uma régua o comprimento de um lápis e encontrou 17,5 cm. Essa medida equivale, em mm, a:

- a) 0,175
- b) 1,75
- c) 175
- d) 1750

6) Uma caixa de papelão tem 40 mm de altura. Quantas caixas são necessárias empilhar para atingir a altura de 1 metro?

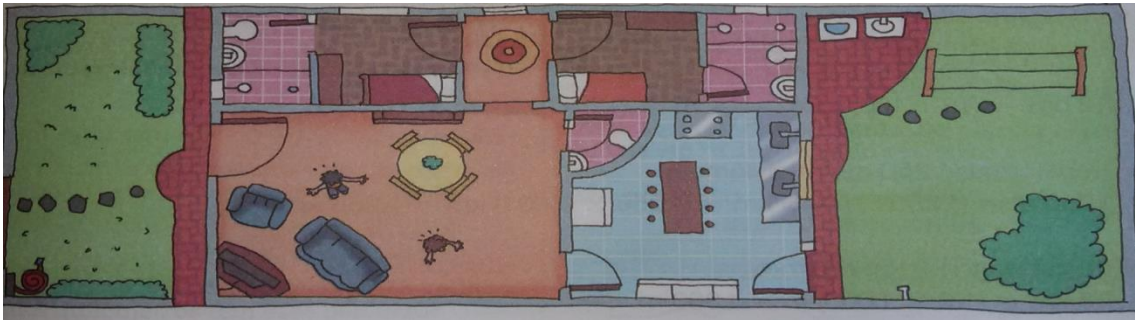
- a) 24
- b) 25

- c) 26
- d) 27

7) Quando nasci tinha 56 cm. Hoje a minha altura é 1,46 m. Quantos centímetros cresci?

- a) 75 cm
- b) 80 cm
- c) 85 cm
- d) 90 cm

8) Para chegar ao quintal, Vera andou 5,63 m e Neusa, 423 cm. Quem percorreu a maior distância?



9) Tenho 64 metros de tecido e vou dividi-lo em 20 retalhos do mesmo comprimento. Quantos centímetros de comprimento terá cada retalho?



Recomendações didáticas

Esta atividade envolve os submúltiplos do metro e tem como objetivo descobrir uma maneira prática de transformar estas unidades.

Inicialmente o professor deve orientar a formação de equipes com quatro alunos cada. Em seguida, distribuir o material necessário para realização da atividade.

Talvez seja necessário revisar o significado das frações e suas representações, e também, explicar aos alunos a maneira prática de multiplicarmos e dividirmos por 10, 100, 1000.

Durante a execução da atividade, o docente deve fornecer liberdade para as equipes trabalharem livremente e supervisionar o desenvolvimento das ações tirando dúvidas quando solicitado ou ao perceber alguma dificuldade. Neste momento, os alunos devem fazer suas observações na trena e responder o que se pede.

Após as respostas dos discentes, o professor deve utilizar a fita métrica para verificar os questionamentos apresentados com a turma e depois introduzir uma informação para definir cada um dos submúltiplos do metro. Dessa forma, os alunos terão as definições e relações entre os submúltiplos do metro.

Em seguida, o docente deve pedir aos alunos que completem o quadro proposto e disponibilizar espaço no quadro para a socialização de suas anotações como mostra a figura 14 a seguir.

Figura 14 – Socialização dos alunos sobre as transformações entre os submúltiplos do metro

The image shows two handwritten tables on a whiteboard. The left table shows the conversion of meters to decimeters, centimeters, and millimeters for values 1, 2, 3, 5, 17, 22, 54, 45, and 55. The right table shows the conversion of meters to decimeters, centimeters, and millimeters for values 1000, 12,6, 0,439, 23405, and 2,57.

Metro	Decímetros	Centímetros	Milímetros
1	10	100	1000
2	20	200	2000
3	30	300	3000
5	50	500	5000
17	170	1700	17000
22	220	2200	22000
54	540	5400	54000
45	450	4500	45000
55	550	5500	55000

Metro	Decímetros	Centímetros	Milímetros
1000	10000	100000	1000000
12,6	126	1260	12600
0,439	4,39	43,9	439,00
23405	23405	23405	23405
2,57	25,7	257,0	2570

A maior dificuldade nesta etapa é o manuseio com os números decimais. Neste caso, reforce com os estudantes que está ocorrendo multiplicações e divisões por 10, 100 e 1000.

Em seguida, os discentes devem elaborar suas observações e conclusões sobre a atividade. Caso esses textos apresentem incoerências, o docente precisa encaminhá-los através de questionamentos para desfazer as inconsistências presentes. Vale ressaltar que a conclusão é uma redação que permite a uma pessoa que não participou da atividade compreenda a definição. Esperamos que os discentes apresentem observações e conclusões, respectivamente, conforme as figuras 15 e 16 a seguir

Figura 15 – Observação de um aluno sobre as transformações entre os submúltiplos do metro

Quando ando pra direita a vírgula vai pra direita ou coloco zero, quando ando pra esquerda a vírgula vai pra esquerda ou tiro zero.

Figura 16 - Conclusão de um aluno sobre as transformações entre os submúltiplos do metro

Para transformarmos de metro para decímetro, centímetro e milímetro basta multiplí carmos por 10, 100, 1000 respectivamente.

As conclusões elaboradas podem estar parcialmente válidas com a acima. O docente necessita orientar os discentes para a construção de uma conclusão adequada junto com a classe, a *conclusão da turma*.

Por fim, o professor deve propor questões para fixar o conteúdo estudado.

6.7 Atividade 6

Título: Múltiplos do metro

Objetivo: Descobrir uma maneira prática de transformar múltiplos do metro.

Material: Papel, lápis, caneta.

Procedimento:

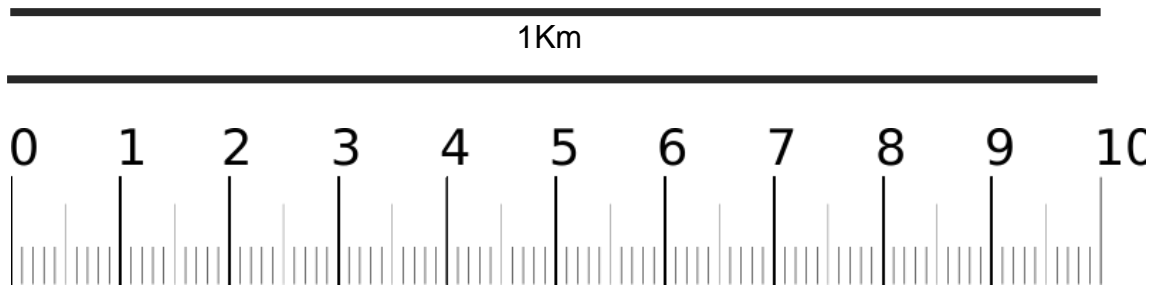
Existem somente as unidades de medidas estudadas até o momento?

Qual a distância entre Belém e Mosqueiro?

A palavra **quilômetro (Km)** resulta da combinação do prefixo grego Kilo (mil) com a palavra metro, razão pela qual um quilômetro equivale a 1000 mettros.

Observe o segmento de reta abaixo.

Considere que o segmento de reta possui o comprimento de 1 Km e responda o que se pede.



Um quilômetro pode ser dividido em 10 partes iguais?

Essa distância recebe o nome de **Hectômetro**.

Um quilômetro possui quantos hectômetros?

Um hectômetro representa que fração do quilômetro?

Um hectômetro pode ser dividido em 10 partes iguais?

Essa distância recebe o nome de **Decâmetro**.

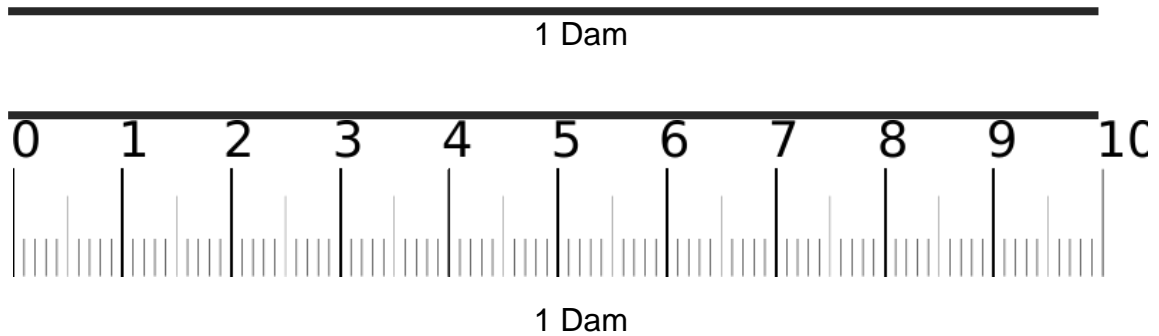
Um quilômetro possui quantos decâmetros?

Um hectômetro possui quantos decâmetros?

Um decâmetro representa que fração do hectômetro?

Um decâmetro representa que fração do quilômetro?

Agora, considere que o segmento de reta a seguir possui o comprimento de 1 Dam e responda o que se pede.



Um decâmetro pode ser dividido em 10 partes?

Essa distância recebe o nome de **Metro**.

Um quilômetro possui quantos metros?

Um hectômetro possui quantos metros?

Um decâmetro possui quantos metros?

Um metro representa que fração do decâmetro?

Um metro representa que fração do hectômetro?

Um metro representa que fração do quilômetro?

Complete o quadro a seguir.

Quilômetro (Km)	Hectômetro (Hm)	Decâmetro (Dam)	Metro (m)
1			
2			

3			
	170		
		2500	
			15000
		3800	
	220		
			9800
	540		
23,5			
	14,9		
			78
		52,1	

Observação**Conclusão**

Questões

1) Se você percorrer 10 Km mais 150 m, você percorrerá quantos metros?

2) Emanuel instalou 2 armários de 1,60 m de comprimento cada um, em uma parede que mede 5 m de comprimento. No espaço livre, pensa em colocar uma estante de 1 m de comprimento. Ele conseguirá?

a) Sim e ainda sobra 0,80 m

b) Não e ainda falta 0,80 m

c) Sim e ainda sobra 1,40 m

d) Não e ainda falta 1,40 m

3) Um atleta foi participar de uma corrida de 12,5 Km. Após percorrer 7900 m, teve cãibra e precisou parar. Quantos quilômetros faltavam para ele terminar a prova?

4) Um navio percorreu 450 hectômetros. Quantos quilômetros o navio percorreu?

5) Em uma competição de saltos, a soma das distâncias alcançadas por dois atletas foi de 15,50 m. Se um dos atletas saltou 7,00 m, o outro saltou:

a) 7,0 m

b) 8,50 m

c) 14,0 m

d) 22,50 m

6) Uma casa tem 3,88 metros de altura. Um engenheiro foi contratado para projetar um segundo andar e foi informado que a prefeitura só permite construir casas de dois andares com altura igual a 7,80 metros. Qual deve ser a altura, em metros, do segundo andar?

a) 3,02

b) 4

- c) 4,92
- d) 11,68

e) Numa prova de Fórmula 1, o vencedor deu 61 voltas de 5040 m. Quantos quilômetros ele percorreu?

f) Beatriz caminhou 0,75 Hm de manhã e 1600 metros a tarde. Quantos quilômetros ela percorreu ao todo?

g) Numa prova de resistência, Jonas percorreu 67 Dam, Ângelo 0,685 Km e Ronaldo 645 m. Quem percorreu a maior distância?

h) O Pico da Neblina, figura a esquerda, que fica na Serra do Imeri (AM), tem 2993,78 m de altitude, e o Pico Três Estados, na serra da Mantiqueira (SP/ MG/ RJ), tem 2665 Km. Qual a diferença entre as altitudes dos dois picos, em metros?



Medidas Astronômicas e atômicas

As unidades de medida foram sendo padronizadas ao longos dos séculos até que fossem estabelecidos sistemas de medidas uniformes e comumente adotados para que todas as informações pudessem ser entendidas da mesma por todos. Isso aconteceu, em um determinado momento da história, com medidas que hoje são denominadas padrão, como exemplo, o metro (m).

Da mesma forma, foram estabelecidos conceitos para que as medidas astronômicas pudessem ter entendimento único e padronizado. Dada esta padronização, hoje os astrônomos conversam de forma uniforme entre si e fazem uso de medidas de unidade astronômica ou grandezas astronômicas que, por vezes não são bem compreendidas pelo público em geral. Falam com frequência de velocidade da luz, ano-luz, parsec, unidade astronômica, , entre outras. Desta forma, torna-se importante conhecer o que cada uma dessas grandezas e unidades de medidas significam.

Unidade Astronômica – Esta é uma unidade de distância que corresponde aproximadamente à distância média entre o planeta Terra e o Sol. O valor da Unidade Astronômica (UA) é 149.597.870.700 metros, ou seja, um pouco menos de 150 milhões de km. Esta unidade de distância é frequentemente utilizada para distâncias dentro do Sistema Solar, também para distâncias entre exoplanetas e as suas respectivas estrelas, e também a distância entre estrelas que fazem parte de sistemas binários.

Ano-Luz – É a distância percorrida pela luz no vácuo num espaço de tempo de 1 ano juliano (1 ano juliano corresponde a 365,25 dias). **1 Ano-luz corresponde a 9.460.730.472.580,8 km.** O ano-luz é utilizado para distâncias entre estrelas e galáxias. Por exemplo, a estrela mais próxima de nós, Próxima Centauri, está a cerca de 4,2 anos-luz de distância. Já a galáxia de Andrómeda, o objeto celeste mais distante que pode ser visto à vista desarmada, está a cerca de 2,5 milhões de anos-luz do Sistema Solar. Para termos uma base de comparação, podemos dizer que a Lua está a pouco mais de 1 segundo-luz da Terra e o Sol está a uma distância média de menos de 8,5 minutos-luz. Como podemos verificar, o “ano-luz” não é uma unidade de distância adequada para distâncias dentro do Sistema Solar.

Parsec (pc) - O seu nome deriva da abreviatura de parallax second (pc) - O Parsec (símbolo: pc) é uma unidade de distância usada em trabalhos científicos de astronomia para representar distâncias estelares. Equivale à distância de um objeto cuja paralaxe anual média vale um segundo de arco (1"). Devido à definição da paralaxe anual, o parsec também pode ser entendido como a distância à qual se deveria situar um observador para ver uma unidade astronômica (UA) -- equivalente à distância da Terra ao Sol -- sob o ângulo de um segundo de arco.

Têm-se ainda outros múltiplos do metro. Veja o quadro 9 abaixo.

Quadro 9 - Unidades Astronômicas

Múltiplos	Exemplo
Megametro (Mm): 10^6m	Diâmetro Lua, Terra
Gigametro (Gm): 10^9m	Diâmetro Sol
Terametro (Tm): $10^{12}m$	Distância orbital de Plutão ao Sol
Petametro (Pm): $10^{15}m$	Distância percorrida pela luz em um ano
Exametro (Em): $10^{18}m$	Galáxia Espiral

Zettametro (Zm): $10^{21}m$	Diâmetro da Via Láctea
Yottametro (Ym): $10^{24}m$	Diâmetro do Superaglomerado Local

Fonte: Wikipedia (2017)

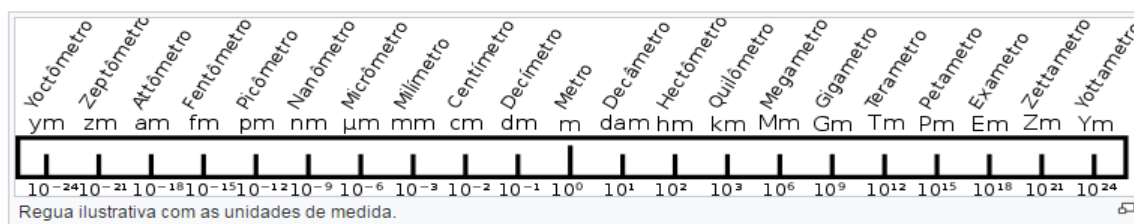
Houve também uma padronização para que as medidas atômicas pudessem ser utilizadas. As unidades atômicas formam um sistema de unidades conveniente para a física atômica, eletromagnetismo, mecânica e eletrodinâmica quântica, especialmente quando o interesse são as propriedades dos elétrons. Observe quadro 10 a seguir.

Quadro 10 – Unidades Atômicas

Submúltiplos	Exemplo
Micrômetro (μm): $10^{-6}m$	Diâmetro Bactéria
Nanômetro (nm): $10^{-9}m$	Diâmetro de um Nanotubo de Carbono
Picômetro (pm): $10^{-12}m$	Comprimento de onda dos raios gama
Fentômetro (fm): $10^{-15}m$	Tamanho Próton
Attômetro (am): $10^{-18}m$	Tamanho Elétron
Zeptômetro (zm): $10^{-21}m$	
Yoctômetro (ym): $10^{-24}m$	

Fonte: Wikipedia (2017)

Sistema Internacional de Unidades de Comprimento



Para saber mais, leia:

- https://pt.wikipedia.org/wiki/Unidades_de_comprimento#Sistema_Internacional_de_Unidades_de_comprimento

Recomendações didáticas

Esta atividade envolve os múltiplos do metro e tem como objetivo descobrir uma maneira prática de transformar estas unidades. Como seu desenvolvimento é análogo a atividade anterior, então o professor deve contemplar as mesmas etapas já citadas.

Talvez ainda persista a dificuldade no posicionamento da vírgula e na quantidade necessária de zeros para as transformações de unidades. Neste caso, faça relação com a atividade anterior.

O docente deve supervisionar e auxiliar os grupos quando solicitado ou ao perceber alguma necessidade. Além disso, realizar questionamentos aos consultados para descoberta de relações corretas. Qual a relação entre as unidades? O que ocorre nas transformações? O que isso significa? Esperamos que o quadro com as transformações dos múltiplos do metro seja completado conforme a figura 17 a seguir.

Figura 17 – Socialização dos alunos sobre o resultado das transformações dos múltiplos do metro

Km	Hm	Dam	m
1	10	100	1000
2	20	200	2000
3	30	300	3000
17	170	1700	17000
25	250	2500	25000
15	150	1500	15000
38	380	3800	38000
15	150	1500	15000
38	380	3800	38000
22	220	2200	22000
9,8	98	980	9800
54	540	5400	54000
235	235	2350	23500

Em seguida, recomendamos ao professor direcionar a classe para a elaboração da conclusão da turma. Neste momento, o docente pode disponibilizar espaço no quadro para o registro da conclusão pelos alunos. Observe a figura 18 a seguir.

Figura 18 – Conclusão dos alunos sobre as transformações dos múltiplos do metro

Conclusão:
 Para transformarmos de Km
 Para Hm, Dam, m basta multiplicarmos
 por 10, 100, 1000 respectivamente.
 Já para transformarmos
 de m para Dam, Hm, Km basta
 dividirmos por 10, 100, e 1000
 respectivamente.

Ao docente é recomendado ainda disponibilizar o texto sobre as medidas astronômicas e atômicas existente e sugerir locais de pesquisa para o aluno que possuir interesse em se aprofundar no assunto.

6.8 Atividade 7

Título: O dominó das Conversões

Objetivo: Transformar as unidades de medida de comprimento.

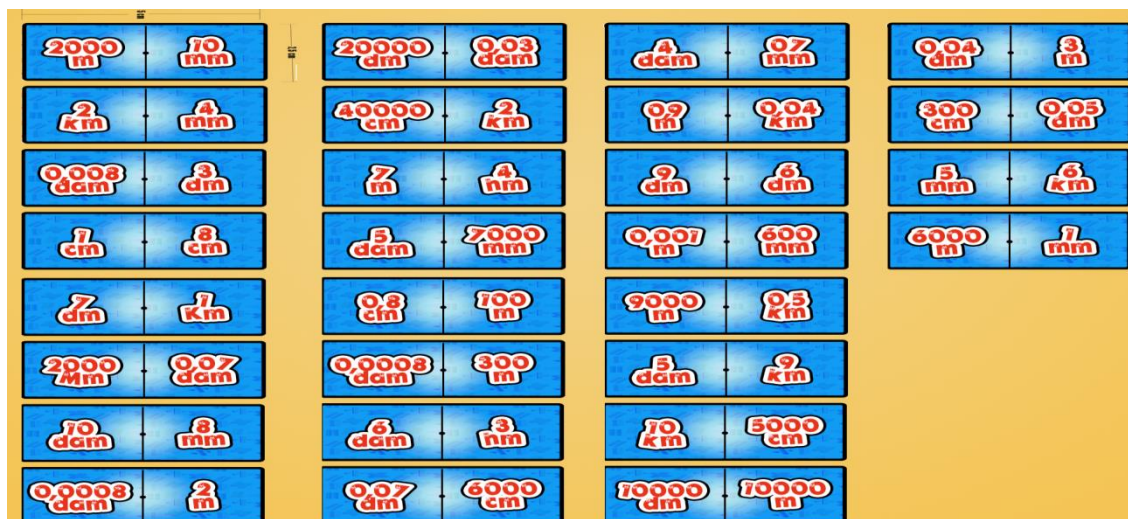
Material: Dominó de unidades de medidas de comprimento.

Procedimento:

Participantes: de 2 a 4.

Regras:

- As peças são embaralhadas;
- Cada jogador recebe 7 peças;
- As peças restantes ficam no monte pra compra;
- O jogador que tiver a maior peça começa a partida e passa a vez para o próximo;
- O jogador seguinte deve verificar se há dentre suas peças alguma que seja equivalente a que está na mesa. Se sim, ele coloca a peça e passa a vez;
- Do contrário, terá que pegar uma no monte que está disponível para compra. Caso a peça retirada não se encaixe, ele perderá a vez;
- O jogo termina quando algum jogador não tiver mais peça na mão, sendo este o vencedor.



Recomendações didáticas

Esta é uma atividade de fixação que tem o objetivo de transformar as unidades de medida de comprimento.

Após a distribuição dos dominós para os grupos formados, o professor deve explicar as regras do jogo. Como o jogo se assemelha ao dominó tradicional, a possibilidade de desentendimento é pequena. Sugerimos ao docente antes de iniciar a partida, utilizar algumas peças do jogo para realizar com a turma as possíveis transformações entre os múltiplos e submúltiplos do metro como mostra a figura 19 a seguir.

Figura 19 – Algumas transformações entre os múltiplos e submúltiplos do metro existente no jogo dominó das conversões

Km	Hm	Dam	m	dm	cm	mm
2	0	0	0	0		
2						
0,	0	4				
		4				
				6		
				6	0	0
				0,	0	4
						4

Além disso, o professor deve orientar os estudantes a realizarem as transformações no papel quando surgirem dúvidas.

6.9 Atividade 8

Título: Pif Paf das unidades de medida de comprimento

Objetivo: Escolher a unidade de medida de comprimento mais adequada.

Material: Baralho das unidades de medida de comprimento

Procedimento:

Participantes: de 2 a 8.

Material: 16 Cartas Objeto;

16 Cartas Medir;

20 Cartas Unidade mais adequada.

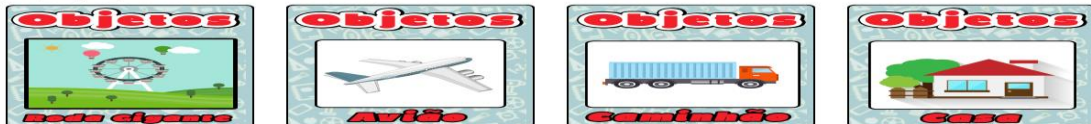
Regras:

- As cartas são embaralhadas;
- Cada jogador recebe 9 cartas;
- As cartas restantes ficam viradas sobre a mesa para compra durante o jogo;
- Os jogadores decidem quem começa a jogar;
- Na sua vez, cada jogador compra uma carta e verifica se com ela, consegue formar uma trinca com uma carta unidade mais adequada e duas cartas medir ou carta unidade mais adequada e duas cartas objeto ou carta unidade mais adequada e uma carta medir e uma carta objeto, e descarta uma das cartas;
- A carta descartada só pode ser comprada pelo próximo jogador;
- O jogo termina quando um dos jogadores consegue formar três trincas;
- Neste momento, o jogador apresenta suas trincas aos demais, que verificam a validade de cada uma;
- Se todas as trincas forem válidas, o jogador que as apresentou vence a partida;
- Do contrário, o jogo continua até que as cartas de compra acabem;
- Quem tiver o maior número de trincas válidas vence a partida;
- Em caso de dois ou mais jogadores possuírem o mesmo número de trincas válidas, a decisão acerca da vitória fica por conta dos jogadores.

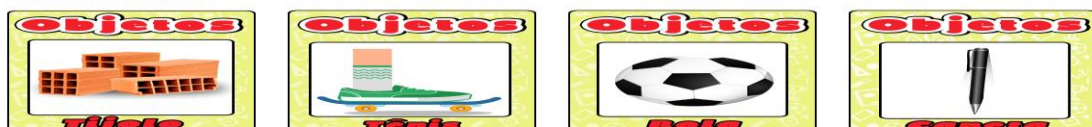
K M



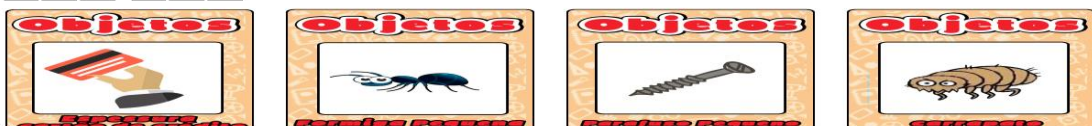
M



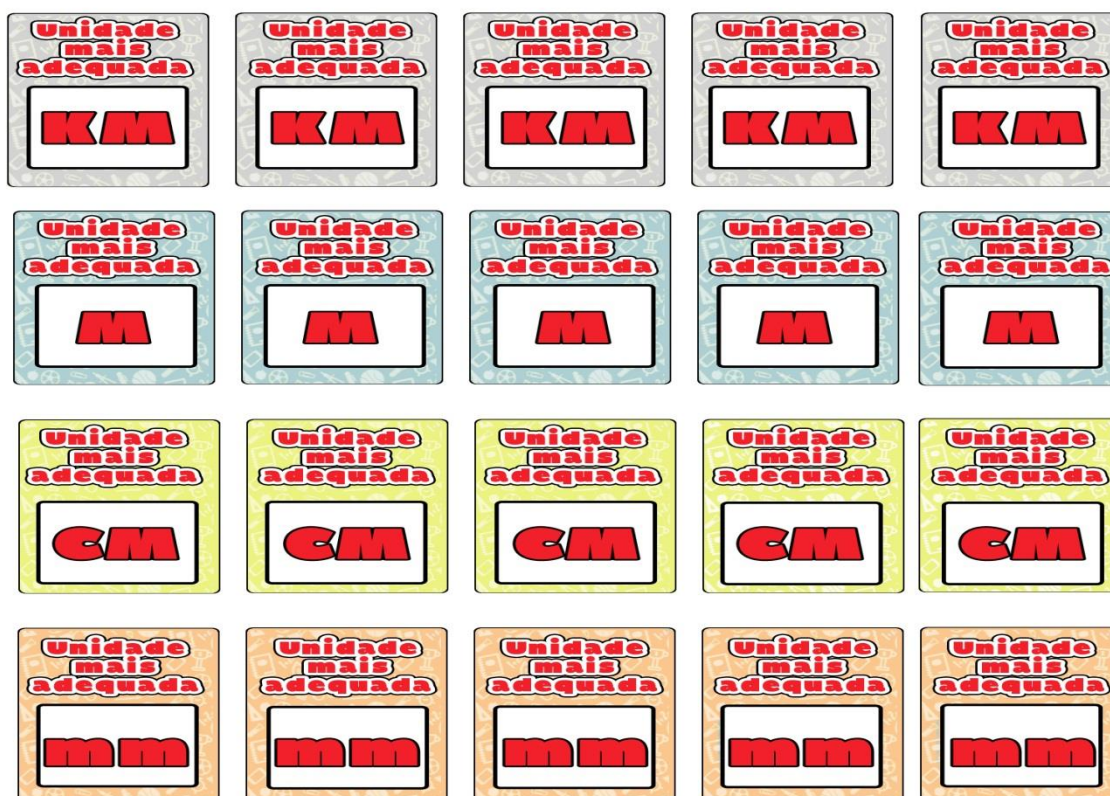
C M



m m



KM**M****Cm****mm****Costa do Baralho**



Recomendações didáticas

Esta atividade envolve a unidade de medida de comprimento mais adequada a uma dada situação.

Inicialmente, o professor precisa ordenar as ações de forma clara e objetiva para evitar que os alunos consumam tempo com comportamento inadequado.

Posteriormente, distribuir um baralho para cada equipe e explicar as regras do jogo. Se necessário reforçar a regra.

O jogo inicia após compreensão de sua dinâmica.

O professor precisa fornecer liberdade para as equipes trabalharem de forma autônoma e supervisionar o desenvolvimento das ações tirando dúvidas quando solicitado ou ao perceber alguma dificuldade.

Em seguida, o docente deve fazer questionamentos para orientar os respondentes na elaboração de um texto adequado e construir com os estudantes a conclusão da turma.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os estudos realizados durante o Mestrado Profissional em Ensino de Matemática nos conduziu a reflexões acerca da construção do conhecimento matemático sobre medidas de comprimento.

Dessa forma, elaboramos uma sequência didática fundamentada no ensino por atividades e nos documentos oficiais, PCN, SAEB e SisPae.

A sequência didática desenvolvida foi validada na dissertação de mestrado de Pacheco (2018), a qual obteve resultados significativos tanto na participação de alunos nas aulas de matemática quanto no desempenho de resolução de problemas envolvendo medidas de comprimento.

Tais resultados nos entusiasmou ao desenvolvimento deste produto educacional para que você, professor, possa promover aos seus alunos um estudo mais ativo no processo ensino de aprendizagem.

Vale ressaltar que a sequência didática é suscetível a mudanças e adaptações. Nesse caso, você, professor, poderá ajustá-la as conveniências da turma.

Logo, este produto é uma possibilidade metodológica que visa contribuir para o processo de ensino-aprendizagem de medidas de comprimento, de modo a construir uma educação de melhor qualidade. Esperamos que os docentes da Educação Básica apreciem esse produto e possam utilizá-lo em suas aulas.

REFERÊNCIAS

- ABBONDATI, M. **Um ambiente virtual de aprendizagem para o ensino de Tópicos de Matemática do Ensino Fundamental**. 2013. 183 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Centro de Ciências Exatas e Tecnologia. Universidade federal de São Carlos. São Carlos, 2013.
- BACKENDORF, Viviane Raquel. **Uma sequência didática de medidas de comprimento e superfície no 5º ano do ensino fundamental: um estudo de caso**. 2010. 187f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010.
- BALDINI, Loreni Aparecida Ferreira. **Construção do conceito de área e perímetro: uma sequência didática com auxílio de software de geometria dinâmica**. 2004. 179f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Educação) – Universidade Estadual de Londrina, 2004.
- BARBOSA, R. P. **Efeitos de visualização em atividades de comparação de comprimento em linhas abertas**. 2007. 318 f. Tese (Doutorado em Educação) – UFPE. Recife, 2007.
- BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. **Um Estudo da Noção de Grandeza e Implicações no Ensino Fundamental**. V. 8. Natal: SBHMat, 2002.
- BERNARDES, Maria de Fátima Lisboa. **Um estudo sobre a aprendizagem do conceito de medida com o uso de materiais manipulativos e em ambiente computacional**. 2004. 119f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, 2004.
- BORTOLETTO, Anésia Regina Schiavolin. **Reflexões relativas às definições do número pi e à presença da sua história em livros didáticos de matemática**. 2008. 139 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Metodista de Piracicaba, 2008.
- BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática, v.3**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRITO, A. F. **Um estudo sobre a influência do uso de materiais manipulativos na construção do conceito de comprimento como grandeza no 2º ciclo do Ensino Fundamental**. 2003. 203 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – UFPE. Recife, 2003.
- CAMARGO, Juliana Fernandes de. **Dominó das Conversões**. Disponível em http://pibiduspssc.blogspot.com.br/2014/06/01_archive.html. Acesso em 17 de dez. 2016 às 15h38m.
- CAVALCANTE, Fernando José Siqueira; NETO, Audálio Lúcio Wanderlei; NETO, João Ferreira Silva; NETO, Lauro Lopes Pereira; MIRANDA, Katiane Cavalcante de. Unidade de Medida de Comprimento: Metodologia no Processo Ensino-Aprendizagem. In: **Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades**. São Paulo: Julho, 2016.

CHIELE, Joél Nardi. **A Geometria no Ensino Médio: Um Estudo sobre o Desenvolvimento dos Conceitos de Comprimento, Área e Volume**. 2007. 134f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Luterana do Brasil, 2007.

CHIEUS, Gilberto Jr. **A Braça da Rede, uma Técnica Caiçara de Medir**. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, vol. 2, núm. 2, agosto, 2009, pp. 4-17, Red Latinoamericana de Etnomatemática Colombia

FIGUEIREDO, Nébia Maria de. **Método e Metodologia na Pesquisa Científica**. 3. ed. São Caetano do Sul, SP: Yendis, 2008.

FONSECA, Maria da Conceição F. R.; LOPES, Maria da Penha; BARBOSA, Maria das Graças Gomes. **O Ensino de Geometria na Escola Fundamental: Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

FOSSA, John A. **Ensaio sobre a Educação Matemática**. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2012.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA – INEP. Disponível em <http://provabrazil.inep.gov.br/exemplos-de-questoes2>. Acesso em 19 de dez. 2016 às 20h.

Medida das coisas. Disponível em <http://www.sobiologia.com.br/conteudos/oitava_serie/mecanica.php>. Acesso em 06 de out. 2016 às 15h52m.

Medida de todas as coisas. Disponível em <<http://www.mundodametrologia.com.br/2012/12/a-medida-de-todas-as-coisas.htm>>. Acesso em 07 de out. 2016 às 11h38m.

MOURA, A. R. L. **A medida e a criança pré-escolar**. 1995. 221 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1995.

PACHECO, Adan Rodrigo Vale. **Medidas de Comprimento: Uma sequência didática na perspectiva do ensino por atividades**. 2017, 396 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2017.

POPZEBON, Simone; LOPES, Anemari Roesler Luersen Vieira. Grandezas e Medidas: Surgimento Histórico e Contextualização Curricular. In: **VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática**. Rio Grande do Sul: Outubro, 2013.

PRÄSS, A. R., **Pesos e Medidas – Histórico**. Disponível em : <http://www.fisica.net/unidades/pesos-e-medidas-historico.pdf>. Acesso em 10 out. 2016 às 15h35m.

REVISTA DO SISTEMA PARAENSE DE AVALIAÇÃO EDUCACIONAL: Sistema Paraense de Avaliação Educacional – SisPAE 2015. Belém: Fundação Vunesp, 2015. Anual. Disponível em

https://sispae.vunesp.com.br/Arquivos/Revistas2015/RevistaSisPAE_MAT_EF_2015.pdf. Acesso em 18 de dez. 2016 às 15h54m.

RIBEIRO, Valmir; ROLKOUSKI, Emerson. **Medidas e Transformações: possibilidades para a sala de aula**. O Professor PDEe os Desafios da Escola Pública Paranaense, Paraná, v.1, p. 28, 2010.

ROCHA, Elizabeth Matos. **Uso de instrumentos de medição no estudo da grandeza comprimento a partir de sessões didáticas**. 2006. 224f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, 2006.

RODRIGUES, Marian dos Santos. **O ensino de medidas e grandezas através de uma abordagem investigatória**. 2006. 149f. Dissertação (Mestrado Ciências Exatas e da Terra) – Universidade Federal do Rio Grande Norte, 2006.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

SANTOS, Marcelo Câmara; MELO, Monica Maria Campelo. Efeitos de uma sequência didática na construção do conceito de perímetro. In: **X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Salvador: julho, 2010.

SILVA, Cília Cardoso Rodrigues da. **Construção do conceito de grandezas e medidas nos anos iniciais: comprimento, massa e capacidade**. 2011. 227f. Dissertação (Mestrado) – faculdade de Educação, Universidade de Brasília, 2011.

SILVA, J. V. G. **Análise da abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental sob a ótica da Teoria Antropológica do didático**. 2011. 195 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnologia) – UFPE. Recife, 2011.

SILVA, José Valério Gomes da; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Comprimento, perímetro e área em livros didáticos brasileiros de 6º ano. In: **XIII Comitê Interamericano de Educação Matemática**. Recife: Junho, 2011.

SILVA, Nazaré dos Santos Menezes da. **Medida de Comprimento: Uma Sequência Didática na Perspectiva da Teoria das Situações Didáticas**. 2017, 169 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Pará. Belém, 2017.

TEIXEIRA, Suelly Gomes. **Concepções de alunos de pedagogia sobre os conceitos de comprimento e perímetro**. 2004. 220f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, 2004.

UNIDADES DE COMPRIMENTO. In: Wikipédia: a enciclopédia livre. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Unidades_de_comprimento#Sistema_Internacional_de_Unidades_de_comprimento. Acesso em 09 de jan. 2017 às 23h57m.

UNIDADES DE MEDIDAS ASTRÔMICAS. In: Astronomia 21. Disponível em: <http://ncc-1501a.blogspot.com.br/2015/06/unidades-de-medidas-astronomicas.html>. Acesso em 09 de jan. 2017 às 23h16m.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Dos antigos Pesos e Medidas ao Sistema Métrico Decimal**. Belém: SBHMat, 2009.

ANEXO

2000 m	70 mm	20000 dm	0,03 dam	4 dam	07 mm	0,04 dm	3 m
2 km	4 mm	40000 cm	2 km	09 m	0,04 km	300 cm	0,05 dm
0,008 dam	3 dm	7 m	4 nm	9 dm	6 dm	5 mm	6 km
7 cm	8 cm	5 dam	7000 mm	0,007 m	600 mm	6000 m	7 mm
7 dm	7 km	0,8 cm	700 m	9000 m	0,5 km		
2000 Mm	0,07 dam	0,0008 dam	300 m	5 dam	9 km		
70 dam	8 mm	6 dam	3 nm	70 km	5000 cm		
0,0008 dam	2 m	0,07 dm	6000 cm	70000 dm	70000 m		

APÊNDICE

K M



M



Cm



mm mm



KM



Costa do Baralho



M



Cm



mm







Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Tr. Djalma Dutra, s/nº - Telégrafo
660113-010 Belém – PA
www.uepa.br