Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática

José Augusto Freitas de Menezes
Pedro Franco de Sá

Uma sequência didática para o Ensino de Função Exponencial

Belém

2020

Diagramação e Capa: Os Autores

Revisão: Os Autores

MENEZES, José Augusto Freitas de e SÁ, Pedro Frando de. Uma sequência didática para o Ensino de Função Exponencial. Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2020.

ISBN:

Ensino de Matemática; Sequência didática; Função exponencial.

RESUMO

Este trabalho apresenta um produto validado em uma dissertação de mestrado sobre o ensino de resolução de problemas envolvendo a função exponencial, que apresentou resultados significativos tanto na participação de alunos nas aulas de matemática quanto no desempenho de resolução de problemas envolvendo função exponencial. O referido produto apresenta uma sequência didática destinada ao ensino de função exponencial e sua aplicação na resolução de problemas que utiliza o ensino por atividades e a resolução de problemas como metodologia de ensino. Ao todo foram elaboradas 5 atividades, entre o conceito de função exponencial a construção de gráficos, condição de crescimento e decrescimento e a condição de existência da função exponencial e também algumas atividades de aprendizagem e fixação. Esperamos que os docentes da Educação Básica apreciem esse produto e possam utilizá-lo em suas aulas.

Palavras-chave: Ensino. Ensino de matemática. Função Exponencial.

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO

No Ensino Médio é muito comum os alunos apresentarem muitas dificuldades em resolver problemas envolvendo função exponencial, a falta de compreensão do conceito e de como surgem as funções exponenciais bem como questões que envolvem os problemas exponenciais cujas soluções requer dos alunos o conhecimento e habilidades com potenciação, levam os alunos apresentarem baixo rendimento nesse assunto. Também os estudantes normalmente apresentam dificuldades na compreensão do enunciado do problema e isso afeta a elaboração da lei de formação da função exponencial a qual o problema está relacionado. Essas dificuldades são alvo de muitas pesquisas, no quadro a seguir apresentamos uma síntese de alguns estudos relacionados aos problemas envolvendo as funções exponenciais, no que se refere a estudos teóricos, diagnósticos e experimentais.

2. Sobre os trabalhos revisados

Nesta Subseção apresentaremos os resultados de cada revisão de estudos correspondente as análises teórico-acadêmicas. Muitos destes trabalhos também encontrei resultados de revisão de estudos da dissertação de Silva (2014), fizemos o levantamento bibliográfico acerca das dissertações e teses nacionais que discutiam o ensino de funções exponenciais. Identificamos como fontes trabalhos disponibilizados via Online, portais de algumas universidades, tais como, UEPA, dentre outras, colocando como palavras-chave “ensino da função exponencial” e “equações exponenciais”. Optamos por trabalhos, entre 2002 a 2014, que abordassem o ensino da função exponencial direcionada à educação básica na expectativa de apontar recursos metodológicos possíveis de trabalhar em sala de aula, assim como, trabalhos que problemize o ensino e a aprendizagem das funções exponenciais da educação básica.

Dentre os trabalhos encontrados, selecionamos 13 trabalhos, sendo 10 dissertações, 2 teses e um trabalho de conclusão de curso, com variadas abordagens didático-metodológicas para diferenciados conteúdos referentes a função exponencial trabalhadas na educação básica, No quadro abaixo destacamos os trabalhos selecionados, com seus respectivos autores, títulos ano de publicação objetivos da pesquisa, a instituição que está vinculada à pesquisa, sendo que o quadro foi organizado por ano de publicação, buscando oferecer um panorama cronológico de produções realizadas nesse período sobre o ensino de Função Exponencial.

Quadro 1 – Trabalhos Selecionados à Revisão de Estudos

Natureza do Trabalho	Autor(es)	Tema	Instituição
Dissertação	Domini(2005)	“Utilização de diferentes Registros de representação: Um estudo envolvendo Funções Exponenciais”	UEL
Dissertação	Oliveira (2014)	“Análise da Contextualização da Função Exponencial e da Função Logarítmica nos Livros Didáticos do Ensino Médio”	UFCG
Dissertação	Barreto (2008)	“Matemática e Educação Sexual: Modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários.”	UFRGS
Dissertação	Araújo (2005)	“A concepção de um software de matemática para auxiliar na aprendizagem dos alunos da primeira série do ensino médio no estudo das funções”	PUC-SP
Dissertação	Pereira (2010)	“Abordagem das Funções Exponenciais e Logarítmicas numa perspectiva conceitual e gráfica no Ensino Médio”	PUC-MG
Dissertação	Braz (2007)	“Uma proposta de utilização de material manipulativo no aprendizado da Função Exponencial”	UFRPE
Dissertação	Silva (2014)	“O ensino das funções exponencial e logarítmica por atividades”	UEPA-PA
Artigo	Breunig & Gabbi (2011)	“Ensino da Função Exponencial e o jogo de Xadrez”	II CNEM e IX EREM
Dissertação	Brucki (2011)	“O uso da modelagem no ensino da Função Exponencial”	PUC – SP

Artigo	Silva (2012)	"Da interpretação à conceituação: uma sequência didática baseada no uso de problemas envolvendo funções exponenciais e logarítmica"	UFRGS
Dissertação	Fonseca (2013)	"Estudo epistemológico do conceito de Função: uma retrospectiva"	XI ENEM
Tese	Andrade (2012)	"Expectativas institucionais relacionadas à transição entre o ensino médio e ensino superior para o caso da noção de função exponencial"	UNIBAN
Dissertação	Gadiola (2015)	"Função Exponencial: Definição, caracterização e Apliczções"	UFES

Nossa revisão de estudos teve a intenção de oferecer um panorama das pesquisas selecionadas no levantamento bibliográfico que fizemos. Conforme Vosgerau e Romanowski (2014, p. 167)

> Os estudos de revisão consistem em organizar, esclarecer e resumir as principais obras existentes, bem como fornecer citações completas abrangendo o espectro de literatura relevante em uma área. As revisões de literatura podem apresentar uma revisão para fornecer um panorama histórico sobre um tema ou assunto considerando as publicações em campo. Muitas vezes uma análise ou assunto das publicações pode contribuir na reformulação histórico do diálogo acadêmico por apresentar uma nova direção, configuração e encaminhamentos. Vosgerau e Romanowski (2014, p. 167)

Nesse sentido, distribuímos nosso estudo em três categorias: diagnósticos, estudos teóricos e experimentais.

Os estudos diagnósticos foram caracterizados por aquelas pesquisas que tiveram a finalidade de apontar uma análise sobre o processo de ensino e aprendizagem da função exponencial, assim como, um diagnóstico sobre o livro didático.

Os estudos de propostas metodológicas foram considerados os trabalhos que oferecem, como produto de suas pesquisas, sugestões metodológicas de como abordar conteúdos matemáticos referente a função exponencial, tais como sequências didáticas e situações pedagógicas.

Os estudos experimentais foram caracterizados como as pesquisas que propõem, experimentam e analisam atividades alternativas de ensino em sala de aula.

2.1. Estudos diagnósticos

Os estudos diagnósticos são os estudos que analisaram e identificaram algumas das dificuldades dos alunos durante o processo ensino-aprendizagem da Função Exponencial

O trabalho de Dominoni (2005) encontramos uma pesquisa, intitulado: "Utilização de Diferentes Registros de Representação: Um estudo envolvendo Funções Exponenciais". Sua fundamentação teórica está baseado na Teoria dos Registros e Representações Semióticas de Raymond Duval, que afirma que a coordenação dos diferentes registros de representação, pode proporcionar a apreensão de um conceito matemático. A metodologia utilizado segue a Engenharia didática, na Análise a priori, DOMINI (2005) elaborou as atividades da sequência visando a utilização dos diferentes registros e analisando seus aspectos matemáticos e didáticos.

O **objetivo** da sua pesquisa foi investigar a utilização dos diferentes registros de representação para a aprendizagem da função exponencial como uma ferramenta apropriada para o desenvolvimento de atividades que consideram o tratamento, a conversão e a coordenação entre os diferentes registros de representação da Função Exponencial, e se contribuem para a apreensão do objeto matemático Função Exponencial.

A autora busca na Teoria dos Registros de Representação Semióticas, uma teoria que investiga os aspectos cognitivos no qual o aluno possa perceber e reconhecer um objeto matemático , Função Exponencial.

A autora **concluiu** em suas pesquisas que o processo de ensino aprendizagem da matemática não pode ser resumido apenas no efeito epistemológico, mas também deve-se levar em consideração o indivíduo que aprende, e como ele aprende. Domini (2005) também chegou a conclusão na sua pesquisa que percebe-se no atual quadro de ensino do professor, de uma maneira geral, assim como nos livros didáticos, apresentam para os alunos, os diferentes registros de representação da Função Exponencial, porém enfatizam somente a identificação da função nos diferentes registros e o tratamento, e não enfatizam com a mesma intensidade a conversão e a coordenação entre eles. Domini (2005) ainda chegou a conclusão, na sua pesquisa, que as dificuldades encontradas pelos alunos, poderiam ser amenizadas se tivessem sido incluídos mais algumas atividades no início da primeira fase que propiciassem a conversão entre o registro em linguagem natural e o registro algébrico, pois o autor concluiu, que também poderia incluir atividades que possibilitassem a conversão do registro gráfico para o algébrico, pois este tipo de conversão não foi muito enfatizado, o que poderia ter contribuído bastante para o ensino aprendizagem do aluno.

Em Oliveira (2014) encontramos que objetivou analisar como os livros didáticos abordam as funções exponenciais e logarítmicas e como são tratados as questões contextualizadas sugeridas como atividades aos alunos. A autora apresenta algumas justificativas das fórmulas que fornecem o valor da magnitude de um terremoto na Escala Richer, o PH de uma substância e a medida da intensidade sonora em decibéis causado por uma fonte sonora qualquer.

O objetivo do seu trabalho foi avaliar as questões contextualizadas em livros didáticos classificando-as como adequados, caso em que os alunos tem um bom aprendizado da importância do estudo da função exponencial e logarítmicas, ou inadequadas, caso as questões contextualizadas parecem ser mais histórias fictícias e que não despertam interesses pelos alunos. Também são apresentados vários exemplos de contextualizações pesquisadas pela autora e elaborado por um grupo de pesquisadores, que foram sugeridos como instrumentos à disposição dos professores para fazerem uso dessas questões em sala de aulas buscando uma melhor compreensão e aplicação das funções exponenciais e logarítmicas.

A autora apresenta em seu trabalho as perguntas que foram frequentes pelos alunos no decorrer da sua pesquisa, tais como: Em que vamos usar isto que estamos aprendendo ? Por que estudar matemática ? . Oliveira (2014) apresenta como respostas a essas perguntas os (PCN 15) cuja finalidade do ensino de matemática no Ensino Médio tem, dentre outros objetivos, o de:

- Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;

- Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para forma uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- Utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- Expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações matemáticas;
- Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
- Reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- Promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação.

A autora concluiu em sua pesquisa que cabe ao professor ter um olhar crítico e ateno no momento das escolhas dos exercícios que irá trabalhar em sala de aula com os seus alunos, pois há livros com boas contextualizações e outros com contextualizações inadequadas, para que isto ocorra o professor deve pesquisar e buscar o conhecimento em outras áreas do currículo, pois as questões contextualizadas têm esta conexão com outras áreas do saber.

2.2 Estudos Teóricos

Esta categoria é composta por trabalhos que apresentaram aspectos conceituais acerca do Ensino de Função Exponencial e/ou Logarítmica.

Em Brucki (2011) encontramos um trabalho de pesquisa na categoria dissertação intitulado: "O uso de modelagem no ensino de função exponencial", apresentou o seguinte **objetivo**: Analisar os efeitos da modelagem no ensino de Função exponencial e a sua relação com modelagem no ensino das progressões geométricas, sua pesquisa foi de natureza qualitativa, desenvolvida por meio da observação participante, sendo os dados coletados a partir de atividades contextualizadas com a utilização de modelos.

Em sua pesquisa teve como referencial teórico concepções de modelagem de Jonei Cerqueira Barbosa e a teoria de aprendizagem de Ausubel.

Brucki (2011) apresenta em sua pesquisa o relato da sua dificuldade para ensinar função exponencial no decorrer da sua trajetória de docência, o que motivou a autora dessa pesquisa a buscar outras formas de despertar nos alunos o interesse no aprendizado de função exponencial

> "Muitos são os conceitos que transitam pela escola, no entanto não significa que eles tenham, de fato, se transformando em conhecimentos construídos.Ao longo da minha história lecionando matemática em escolas públicas, sempre encontrei dificuldade em iniciar, de uma forma mais atrativa aos alunos o conceito de Função exponencial". (BRUCKI, 2011 p.9)

A metodologia utilizada pela autora foi a pesquisa realizada pelo mesmo em uma escola da rede pública no município de São Bernardo do Campo (SP) com uma série de atividades que foi realizadas em duplas, as atividades foram realizadas seguindo as observações, com a finalidade de analisar quais questões eram levantadas durante o percurso da atividade e quais eram os argumentos e caminhos em relação a obtenção das respostas.

O autor concluiu que a utilização de modelagem matemática como uma metodologia diferenciada de ensino, deve ter alguns cuidados que precisam ser tomados, o que ressaltou a complexidade dessa dessa metodologia, o autor ressalta, a necessidade de reformulação das atividades para atingir os seus objetivos, a escolha de um modelo, mesmo que simples, não é de imediato um fator de motivação para os estudantes, pois a relação de conteúdos matemáticos e a forma com que se irá ensinar deve-se ter a maior clareza e compreensão do conceito de função exponencial.

Em Silva (2012), encontramos um trabalho na categoria dissertação intitulado: “O uso de problemas no ensino e aprendizagem de funções exponenciais e logarítmicas na Escola Básica”. A fundamentação teórica do autor para desenvolver a sua pesquisa foram: As teorias dos campos conceituais, proposta por Vergnaud, e a teoria das representações semióticas proposta por Duval. Em ambas as teorias entendo que o autor encontra as condições necessárias e suficientes para justificar as falhas na aprendizagem do conceito de função e em especial o conceito de função exponencial e funções logarítmicas pelos alunos no ensino médio.

O objetivo de Silva (2012) foi fazer uma investigação e análise dos livros didáticos usados nas escolas básicas em relação ao conteúdo abordado de funções exponenciais e logarítmica comparando com as diretrizes nacionais com o objetivo de criar situações possíveis para a aprendizagem do ensino de função .

O autor sugere uma elaboração de uma sequência de atividades para o ensino de funções exponenciais e logarítmicas, como a proposta central da pesquisa, uma vez que esses assuntos são abordados de maneira superficial nas escolas, tendo como consequência a não compreensão dos alunos, o autor sugere ainda , que o professor deve em seu plano pedagógico durante a sua aula despertar a motivação nos alunos, a curiosidade e vontade em aprender os conteúdos matemáticos propostos, sugere ainda que o professor deve buscar problemas com modelagens e propostas didáticas que vão além das sugeridas nos livros didáticos.

Silva (2012) concluiu que as dificuldades apresentadas pelos alunos na compreensão dos conceitos matemáticos relacionados com funções está ligado à forma como esses conteúdos são abordados pelo professor em sala de aula, e como o material utilizado nessas aulas estão disposta em livros didáticos, mas que não garante ser qualitativamente produtivo, pelo contrário, desmotiva e passa a impressão para os alunos de que a matemática é uma disciplina difícil e complicada de entender.

O trabalho de Fonseca (2013), intitulado: “Estudos epistemológicos do conceito de função: uma retrospectiva” que foi apresentado no XI ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática), teve objetivo de oferecer um material didático dando possibilidades aos docentes a compreender o contexto epistemológico desse objeto matemático e suas contribuições para o ensino aprendizado da matemática desenvolvendo um modelo matemático.

Fonseca (2013) divide o texto em três grandes eras: Antiguidade, Idade Média e Período Moderno, onde procura destacar as contribuições de vários matemáticos ligados a esses tempos citados para a construção do conceito de função. O texto apresenta quatro perspectivas para o conceito de função:

- A noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, a partir de situações contextualizadas, descritas algébrica e graficamente.
- Funções de uma, duas ou *n* variáveis, $n \in$ IN, estudando suas propriedades, e aplicações na resolução de problemas interdisciplinares
- Na resolução de equações em que as incógnitas são variáveis de funções;
- Nos estudos da lógica matemática onde aparecem funções na forma recursiva.

Fonseca et al (2013, p. 2) afirmam "que o conceito de função nos livros de matemática do Ensino Médio é apresentado sob a forma de uma sentença que relaciona grandezas". O que nos leva a perguntar: "De que forma se deu essa construção do conceito de função?

Na antiguidade, os autores apresentam os conceitos primitivos de função, partindo da noção dada pelos babilônios, relacionando seus métodos de comparação dando origem a forma de correspondência funcional. Também os Egípcios que contribuíram com as noções iniciais de função partindo de suas necessidades cotidianas tais como: a alimentação do gado, a quantidade dos grãos de trigo armazenado, entre outros.

Na Idade Média, apresenta as contribuições, na perspectiva gráfica, do Bispo Nicolau de Oresme (1323-1382), que em suma, Oresme representou por um ponto, cada instante de tempo (ou longitude) numa reta.

No Período Moderno, os autores destacam a significância do conceito de Função relacionada ao Cálculo Algébrico. Partindo da contribuição de François Viète (1540-1603), considerado o maior Matemático Francês do Século XVI. Em seguida, o destaque é dado para René Descartes (1596-1650) filósofo e matemático francês que propôs a utilização de um sistema de eixos para localizar pontos e representar graficamente as equações. Ainda é destacado as contribuições dada por Isaac Newton (1642 - 1727) no conceito de função. Os autores mostram no final que foi Leibniz (1646 – 1716) cujo trabalho foi “O método inverso das tangentes , ou em funções, quem primeiro usou o termo função em 1673.

Os autores concluíram que o uso da história como metodologia de ensino pode contribuir para a eficiência do processo ensino-aprendizagem. O que nos leva a refletir sobre as análises históricas como elemento facilitador nesse processo.

Em Andrade (2012) encontramos uma Tese intitulado: “Expectativas institucionais relacionadas à transição entre o ensino médio e ensino superior para o caso da noção de função exponencial”. A pesquisa da autora teve como objetivo a caracterização da transição da noção de função exponencial no nível médio para o nível superior de ensino procurando compreender os diferentes processos de estudo e ajuda ao estudo que sobrevivem e como se reconstroem atualmente nessas etapas escolares, de forma que os professores disponham de material para reflexão do aprendizado e de como os docentes podem melhorar tendo o conhecimento prévio de seus alunos. A autora destaca pontos fundamentais de alguns estudos relacionados à transição do Ensino Médio ao Ensino Superior, em particular, daqueles que analisam as práticas e propostas de trabalhos com o objeto função nas etapas escolares citadas.

O referencial teórico apresentado na pesquisa foi “A abordagem sobre a Teoria Antropológica do Didático – TAD. A autora fez uma análises selecionando quatro livros para análises das relações institucionais existentes, dois são livros didáticos avaliados pelo Ministério da Educação e Cultura para o programa Nacional do Livro Didático, um destinado aos professores e estudantes de licenciatura e outro destinado a estudantes dos anos iniciais do Ensino Superior.

Andrade (2012) buscou entender como esses livros citados apresentam a noção do conceito de função exponencial e que tipos de tarefas são oferecidos a esses estudantes com base em uma grade de análise construída para esse fim. Tal análise foi colocada em evidência que nível de conhecimento pode ser esperado dos estudantes que terminal o Ensino Médio e iniciam o Ensino Superior em relação as necessidades considerando a utilização na sala de aula do quadro, manipulação de ostensivos e evocação de não ostensivos em relação a própria noção de função exponencial e outras noções de jogos, levando em consideração a relação institucional que se pode desenvolver por meio dos livros didáticos escolhidos.

A autora aponta uma análise coerente entre as propostas institucionais e as relações pessoais esperadas dos estudantes por meio das avaliações institucionais, tais como, ENEM, UNICAMP e ENADE e que evidenciou a necessidade de um trabalho mais refinado que pode ser desenvolvido pelo professor ou pelo próprio estudante.

A revisão de literatura foi importante para a construção das atividades de nossa sequência didática já que foram identificadas algumas das dificuldades encontradas nesses trabalhos pesquisados pelos seus respectivos autores como mostramos no gráfico I em seguida, e como os professores mostraram as dificuldades dos alunos no ensino-aprendizagem de que trata o ensino da função exponencial.

Este produto é fruto da dissertação de mestrado de Menezes (2018), na qual o autor tinha como objetivo avaliar os efeitos de uma sequência didática, diferente da tradicional[1], têm sobre a participação nas aulas de matemática e no desempenho de resolução de problemas envolvendo função exponencial em uma turma do 1° ano do Ensino Médio. Os resultados desse estudo mostraram que a sequência didática elaborada, as metodologias de ensino adotadas e a postura docente proporcionaram uma efetiva participação dos discentes nas aulas de matemática e um aumento de desempenho de resolução de problemas envolvendo função exponencial.

A seguir apresentamos alternativas metodológicas para o ensino de matemática que devem ser utilizadas durante a aplicação da sequência didática.

3. ALTERNATIVAS METODOLÓGICAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

[1] A sequência tradicional de ensino segue os passos: definição, exemplos e exercícios. De acordo com Santos (apud LIBÂNEO, 2013), “O ensino tradicional é visto, comumente, como transmissão da matéria aos alunos, realização de exercícios repetidos, memorização de definições e fórmulas”.

Nesta seção apresentamos metodologias de ensino que devem ser utilizadas pelos professores durante a aplicação da sequência didática, como: o ensino por atividades, e sugestão de alguns exercícios de fixação e resolução de problemas.

3.1 Ensino por atividades

O Ensino por Atividades "é uma prática metodológica que proporciona ao aluno construir sua aprendizagem, por meio da aquisição de conhecimentos e redescobertas de princípios" (Sá, 2009, p.14). Para tanto o docente passa a mediar o processo de ensino-aprendizagem e o aluno torna-se sujeito ativo na construção do seu próprio conhecimento, ocupando uma posição central desse processo de ensino-aprendizagem ao contrário do ensino do ensino tradicional que encontramos na maioria dos livros didáticos, que apresenta primeiro o conceito seguido de exemplos e exercícios. O professor de matemática que adotar esta metodologia deve estar atento para alguns elementos que são essenciais na construção do conhecimento, como:

- As atividades devem apresentar-se de maneira auto-orientadas para que os alunos consigam conduzir-se durante a construção de sua aprendizagem;
- Toda atividade deve procurar conduzir o aluno à construção das noções oral das ideias apreendidas e a representação simbólica das noções construídas;
- As atividades devem prever um momento de socialização das informações entre os alunos, pois isso é fundamental para o crescimento intelectual do grupo. Para que isso ocorra, o professor deve criar um ambiente adequado e de respeito mútuo entre os alunos e adotar a postura de um membro mais experiente do grupo e que possa colaborar na aprendizagem deles;
- As atividades devem ter características de continuidade, visto que precisam conduzir o aluno ao nível de representação abstrata das ideias matemáticas construídas a partir das experiências concretas vivenciadas por ele;

Segundo Sá (2009, p.24), seguindo o modelo acima citados e as atividades da redescoberta possibilita ao aluno, principalmente, o desenvolvimento das habilidades de observação, levantamento de dados, análise e conclusão, etc. Tomando o cuidado que as atividades deve trazer títulos, objetivos, material necessário, procedimentos operacionais, quadro de registro de resultados e também cronograma, etc.

> O ensino de matemática por meio de atividades pressupõe mútua colaboração entre professor e aluno durante o ato de construção do saber, pois a característica essencial desse tipo de abordagem metodológica de ensino está no fato de que os

> tópicos a serem aprendidos serão descobertos pelo próprio aluno durante o processo de busca, que é conduzido pelo professor até que ele seja incorporado à estrutura cognitiva do aprendiz (Sá, 2009, p.19).

4. ATIVIDADES PARA O ENSINO DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS

Nesta seção apresentamos uma sequência didática para o ensino de problemas de funções exponenciais, composta por 5 atividades que utilizam como metodologia de ensino: o ensino por atividades e a resolução de problemas. Essas atividades têm por finalidades levar os discentes a perceberem as regularidades ou padronização e também irregularidades das sentenças e dos problemas exponenciais e a encontrarem uma regra geral para resolvê-las.

A seguir apresentamos as atividades e algumas sugestões para a aplicação das mesmas.

4.1 ATIVIDADE 1

Título: Descubra a minha regra

Objetivo: Descobrir uma relação entre dois conjuntos

Material: Quadro I, roteiro da atividade, papel, caneta.

Procedimento: Para cada par de conjuntos:

- Observe a associação entre os elementos de A e B no quadro I;
- Tente descobrir a expressão do elemento y ∈ B associado a x ∈ A;
- Com os dados obtidos preencha o quadro a seguir.

Par	**Expressão do elemento y ∈ B associado a x ∈ A**	$f(x)$
1		
2		
3		
4		
5		

6		
7		
8		

As expressões matemáticas que relacionam duas variáveis onde a segunda (no nosso caso **y**) é o resultado da combinação das operações de potenciação em que a primeira (no nosso caso **x**) é expoente de um número real, onde dizemos que o valor de **y** está em função do valor de **x**, representado por **y=f(x)** e são do tipo $\boldsymbol{y = a^x}$**,** são exemplos da ***lei de formação*** da **função exponencial** que é definida como:

Uma função f: $R \longrightarrow R_+^*$, chama-se ***exponencial*** quando existe um número real a onde $0 < a \neq 1$, tal que $\boldsymbol{y = a^x}$**.**

Em decorrência da definição de função temos que y=f(x) é a **variável dependente** e o x a **variável independente**.

Sugestões para o professor:

Esta é uma atividade que envolve uma relação entre dois conjuntos em que relacionando os elementos do primeiro com o do segundo conjunto teremos uma relação exponencial, por isso, é de suma importância que os alunos tenham uma revisão de propriedade das potências, é necessário que o professor conduza os alunos na observação das regularidades e irregularidades presente no preenchimento do quadro, e também acompanhe os alunos a observarem os diagramas do quadro I sugerido no material que acompanha esta atividade. Os discentes devem socializar suas observações e conclusões.

4.2 ATIVIDADE 2

Título: Condição de existência da função exponencial

Objetivo:Descobrir condição de existência da função exponencial

Material: Plano cartesiano, roteiro de atividade, papel e caneta

Procedimento: Para cada função $f: R \longrightarrow R_+^*$ dada determine:

a) Os valores das imagens para cada valor x dado;

b) Determine os pares ordenados $(x\ , f(x))$;

c) Marque os pares ordenados obtidos no plano cartesiano

d) Ligue todos os pontos marcados

e) A partir das informações obtidas preencha o quadro a seguir

Função $f: R \longrightarrow R_+^*$	Valor de x	Valor de $f(x)$	Par ordenado $(x, f(x))$
$f(x) = 1^x$	-2		
	-1		
	0		
	1		
	2		
$f(x) = (-2)^x$	--1		
	-1/2		
	0		
	1/2		
	1		
$f(x) = 4^x$	-2		
	-1		
	0		
	1/2		
	1		
	-1		
	0		
	1/2		

$f(x) = 0{,}25^x$	1		
	2		

As expressões matemáticas que definem uma função exponencial, não podem apresentar base igual a 1 e nem base negativa, portanto se a é a base de uma função exponencial $f: R \longrightarrow R_+^*$, definida por $f(x) = a^x$, o valor de a deve ser maior que zero e diferente de 1 $(0 < a \neq 1)$

Conclusão:

- Quais das relações matemáticas abaixo são funções exponenciais ?

a) $f(x) = 5^x$

b) $f(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^x$

c) $f(x) = 7^{x+1}$

d) $f(x) = \left(\sqrt{3}\right)^x$

e) $f(x) = (-3)^{x-2}$

f) $f(x) = 0{,}444^x$

g) $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x}$

Esta é uma atividade que envolve a condição de existência da função exponencial, uma vez que na atividade anterior, os discentes já reconhecem a lei de formação de uma função exponencial, os mesmos, agora devem reconhecer em que condições essas funções tem restrições para sua existência ou domínio da função. Os alunos devem desenvolver essa atividade com o acompanhamento do professor, pois os mesmo farão perguntas sobre quando a base for igual a 1, e quando for negativa, o professor sem responder, deve orientá-los a utilizar a propriedade das potências e permitir que os próprios alunos cheguem a conclusão.

4.3 ATIVIDADE 3

Título: Construção do gráfico da função exponencial

Objetivo: Descobrir a representação gráfica da função exponencial

Material: Plano cartesiano, roteiro da atividade, papel, caneta

Procedimento: Para cada função $f: R \longrightarrow R_+^*$ dada determine:

a) Os valores da imagem de cada valor de x dado;

b) Determine os pares ordenados (x, f(x));

c) Marque os pares ordenados obtidos no plano cartesiano;

d) Tente ligar todos os pontos marcados por uma única curva;

f) A partir das informações obtidas preencha o quadro a seguir.

<table>
<tr><th rowspan="2">Função
$f: R \longrightarrow R_+^*$</th><th rowspan="2">Valor de x</th><th rowspan="2">Valor de $f(x)$</th><th rowspan="2">Par ordenado $(x, f(x))$</th><th colspan="2">A função é Exponencial</th><th colspan="2">O gráfico da função é uma curva que passa pelo ponto (0,1),mantém o mesmo comportamento e não toca o eixo das abscissas?</th></tr>
<tr><th>Sim</th><th>Não</th><th>Sim</th><th>Não</th></tr>
<tr><td rowspan="5">$f(x) = 2^x$</td><td>-2</td><td></td><td></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td></tr>
<tr><td>-1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>0</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$</td><td>-2</td><td></td><td></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td></tr>
<tr><td>-1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>0</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">$f(x) = x^2$</td><td>-2</td><td></td><td></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td></tr>
<tr><td>-1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>0</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">$f(x) = 3x - 1$</td><td>-2</td><td></td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>-1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>0</td><td></td><td></td></tr>
</table>

	1						
	2						
	-2						
	-1						
$f(x) = 3^{x-1}$	0						
	1						
	2						
	-2						
	-1						
$f(x) = x^3$	0						
	1						
	2						
	-2						
	-1						
$f(x) = -2^x$	0						
	1						
	2						

Observação:

Conclusão:

Esta é uma atividade onde os alunos devem aprender a reconhecer o comportamento do gráfico de uma função exponencial, o professor deve orientá-los a preencher o quadro pedindo para que os alunos percebam o padrão do gráfico daquelas que são exponenciais, também sugerimos que o professor peça para os mesmos atribuírem outros valores para x e em seguida encontrar as respectivas imagens y, e marcar no plano cartesiano, pois quanto maior número de pontos marcados no plano, melhor será a definição do comportamento do gráfico. Também deve pedir aos discentes que comparem com o gráfico daquelas funções que não são exponenciais.

4.4 ATIVIDADE 4

Título: Elementos da imagem de uma função exponencial

Objetivo: Descobrir uma condição para que um conjunto de valores sejam imagens de uma função exponencial.

MATERIAL: Roteiro de atividade, lápis ,caneta e calculadora

PROCEDIMENTOS: Substitua os valores da tabela na função dada:

Função $f: R \longrightarrow R_+^*$	A função é Exponencial		O valor de x_i	O valor de $x_{i+1} - x_i$	O valor de $x_{i+1} - x_i$ é sempre igual		O valor de $\frac{f(x_{i+1})}{f(x_i)}$	O resultado de $\frac{f(x_{i+1})}{f(x_i)}$ é sempre igual	
	Sim	Não			Sim	Não		Sim	Não
$f(x) = 2^x$			1						
			3						
			5						
			7						
$f(x) = x^2$			1						
			3						
			5						
			7						
$f(x) = 3^x$			1						
			2						
			3						
			4						
$f(x) = 3x$			2						
			4						
			6						

			8					
$f(x) = 4^x$			1					
			2					
			3					
			4					

As funções em que a diferença entre os elementos consecutivos de x são sempre iguais e a razão entre os seus correspondentes y também são iguais, então essa função é exponencial.

Esta atividade deve ser acompanhada pelo professor orientando que os discentes façam a razão entre os elementos da abscissa e deixar que os alunos percebam o que ocorre com as imagens y.

4.5 ATIVIDADE 5

Título: Crescimento e decrescimento da função exponencial
Objetivo: Descobrir uma maneira prática de identificar quando a função exponencial é crescente ou decrescente.
Material: Quadro de gráficos I, Roteiro da atividade, papel, caneta
Procedimento: Para cada gráfico do quadro de gráficos:

- Determine a base da função exponencial
- Verifique se o gráfico é de uma função crescente ou decrescente
- Com os dados obtidos preencha o quadro a seguir

Função	**A base**		**A função exponencial é?**	
$\boldsymbol{f}: \boldsymbol{R} \longrightarrow \boldsymbol{R}_+^*$	**É maior que 1**	**É um número entre zero e 1**	**Crescente**	**Decrescente**
$f(x) = 2^x$				
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$				

$f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$				
$f(x) = 0{,}8^x$				
$f(x) = \left(\sqrt{2}\right)^x$				
$f(x) = 3^x$				
$f(x) = \left(\frac{4}{5}\right)^x$				
$f(x) = (1{,}5)^x$				
$f(x) = 7^x$				
$f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$				

Observação:

Conclusão:

Esta atividade os alunos devem ter em mãos o quadro de gráfico relativo de cada função que está no quadro (APÊNDICE B) , o professor deve orientar os discentes a observar todos as funções que apresenta um gráfico cuja curva é crescente e observar o que todas as funções com esse comportamento tem em comum na lei de formação, o mesmo deve perguntar com aquelas que são decrescente.

4.6 ATIVIDADES DE APROFUNDAMENTO

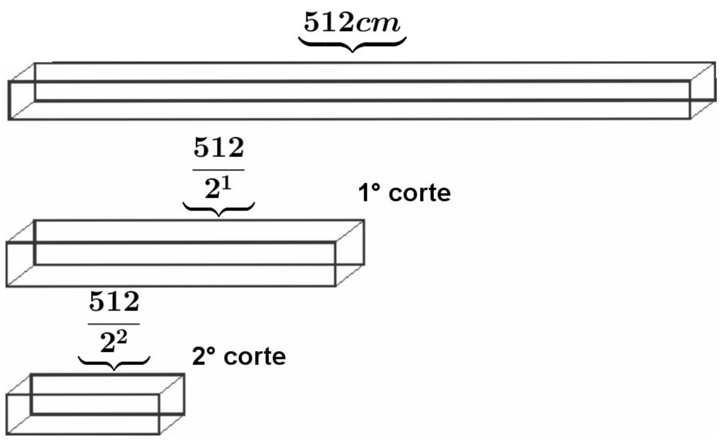
1) Uma equipe de biólogos descobriu em laboratório que uma espécie de bactéria se duplica a cada hora que passa. Supondo que foi colocada em um recipiente uma bactéria responda os itens abaixo.

a) Qual modelo matemático expressa a situação acima ? É uma função crescente ou decrescente ?

b) Após 6 horas quantas bactérias havia no recipiente ?

c) Depois de quanto tempo já havia 256 bactérias ?

2) Um marceneiro deseja cortar uma peça de madeira em vários pedaços sempre cortando os pedaços pela metade. Admitindo que a peça tem um comprimento inicial de 512cm, responda os itens a seguir:



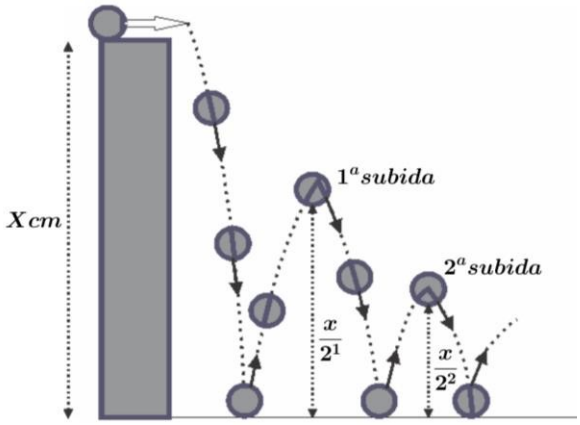
a) Qual a lei matemática que define o comprimento da peça em função do número de cortes ?

b) Qual o comprimento da peça no 5° corte ?

c) Qual o comprimento da peça no 8° corte ?

Análise a priori: Os alunos utilizarão o conhecimento de potenciação, e ao perceber que a duplicação gera uma exponencial de base 1/2, e variando o expoente, consigam chegar no modelo matemático

3) Em certo experimento uma bola caiu de uma altura igual a 128 metros conforme figura abaixo, de acordo com o experimento, a altura alcançada pela bola após o choque com o piso horizontal, era sempre a metade da altura da queda, ou seja, na primeira subida ela alcançou altura igual a $\frac{128}{2}$ metros, na segunda subida o alcance foi de $\frac{128}{2^2}$ metros. Determine a lei matemática que expressa o comportamento descrito, e quantos metros alcançará na 4° subida?



Análise a priori: Os alunos utilizarão os conhecimentos de potenciação adquiridos durante o desenvolvimento das atividades da sequência referente multiplicação de mesma base. Esperamos que os alunos consigam efetuar os cálculos com sucesso

4) O crescimento exponencial é característico de certos fenômenos naturais. No entanto, de modo geral não se apresenta na forma a^x, mas sim modificado por constantes característicos do fenômeno, como em $f(x) = C.a^{k.x}$, onde k é a constante característico do fenômeno, se k>0 o fenômeno é crescente e , se k<0 decrescente. Numa certa colônia de insetos os biólogos constataram que o crescimento da quantidade de insetos era dado por $\boldsymbol{p(t) = C.2^{k.t}}$**,** sabendo que no início de uma observação havia 100 desses insetos e que 1 mês depois já tinha aumentado para 1600. Determine:

a) A lei de crescimento exponencial dessa colônia de insetos
b) após 2 meses qual será a quantidade de insetos dessa colônia ?
c) Em quanto tempo a população dessa colônia será de 4096 insetos

Análise a priori: Esperamos que os alunos observem que o início é considerado tempo zero, e com isto, o valor da constante C é 100, e ainda, ao substituir o valor do tempo dado cheguem no valor da constante k, formulando a lei matemática da questão

5) RADIOATIVIDADE E MEIA-VIDA

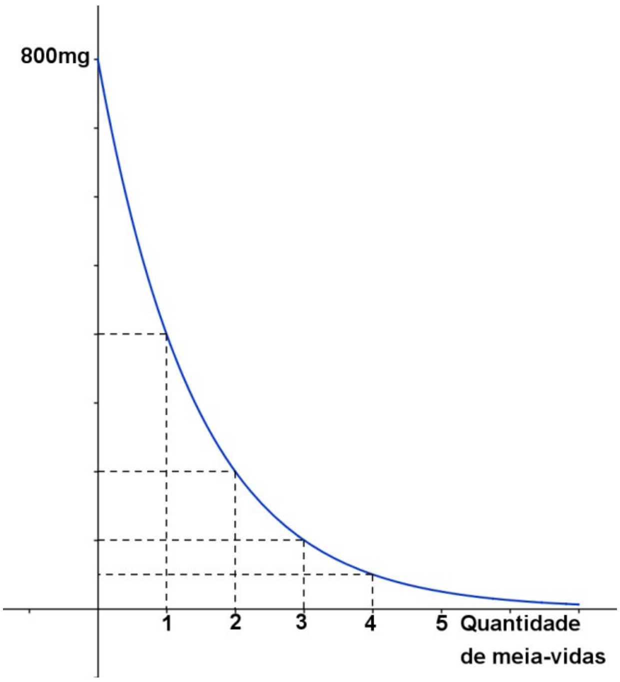
O ser humano sempre conviveu com a radioatividade. É um fenômeno que pode ser natural ou induzido. Por exemplo, na natureza, encontramos em rochas isótopos radioativos, como o urânio-238 e o rádio-226. No sangue e nos ossos encontramos o potássio-40, o carbono-14 e o rádio-226.

Basicamente, o fenômeno da radioatividade funciona da seguinte forma: se um átomo tiver seu núcleo muito energético (átomos radioativos), ele tenderá a estabilizar-se, emitindo o excesso de energia na forma de partículas e ondas, como, por exemplo, as radiações alfa, beta e gama. O processo pelo qual essa energia é liberada é chamado **decaimento radioativo**.

Cada elemento radioativo se transmuta (desintegra) a uma velocidade que lhe é característica. Meia-vida é o tempo necessário para que a sua atividade radioativa seja reduzida à metade da atividade inicial. Após o primeiro período de meia-vida, somente a metade dos átomos radioativos originais permanece radioativo. No segundo período, somente $\frac{1}{4}$, e assim por diante.

Supondo que um tipo de droga foi injetado em um paciente para o tratamento de uma determinada doença, sabe-se que essa droga no organismo tem uma duração segundo um modelo de meia-vida, ou seja, no primeiro período (meia-vida) só resta a metade da substância original.observando o gráfico abaixo preencha a tabela e responda os itens:

Análise a priori: Esperamos que por meio do gráfico e nosso auxílio, e com o auxílio das atividades desenvolvidas na experimentação sobre crescimento e decrescimento, os alunos percebam que o período decorrido (meia-vida) teremos sempre a metade do valor anterior. Com isto, sempre teremos uma exponencial de base 1/2



a) O gráfico é de uma função exponencial crescente ou decrescente? Justifique sua resposta

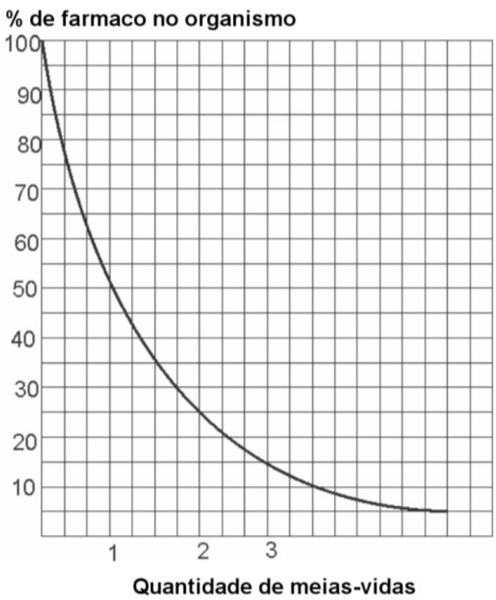
b) Qual a lei matemática que relaciona a quantidade da droga em função da quantidade de meia-vidas ?

6) Cada golpe de uma bomba de vácuo extrai 10% do ar de um tanque; se a capacidade inicial do tanque é de $1m^3$, após o 5° golpe, o valor mais próximo para o volume do ar que permanece no tanque é:

a) $0{,}590m^3$ b) $0{,}500m^3$ c) $0{,}656m^3$ d) $0{,}600m^3$ e) $0{,}621m^3$

Análise a Priori: Esperamos que os alunos, após uma breve revisão de porcentagem, relacione a extração de 10% em cada golpe da bomba, com um num modelo exponencial decrescente, e que cada golpe, seja um expoente

7(ENEM – 2007) A duração do efeito de alguns fármacos está relacionada à sua meia-vida, tempo necessário para que a quantidade original do fármaco no organismo se reduza à metade. A cada intervalo de tempo correspondente a uma meia-vida, a quantidade de fármaco existente no organismo no final do intervalo é igual a 50% da quantidade no início desse intervalo. O gráfico abaixo representa, de forma genérica, o que acontece com a quantidade de fármaco no organismo humano ao longo do tempo.



A meia-vida do antibiótico amoxicilina é de 1 hora. Assim, se uma dose desse antibiótico for injetada às 12 h em um paciente, o percentual dessa dose que restará em seu organismo às 13 h 30 min será aproximadamente de:

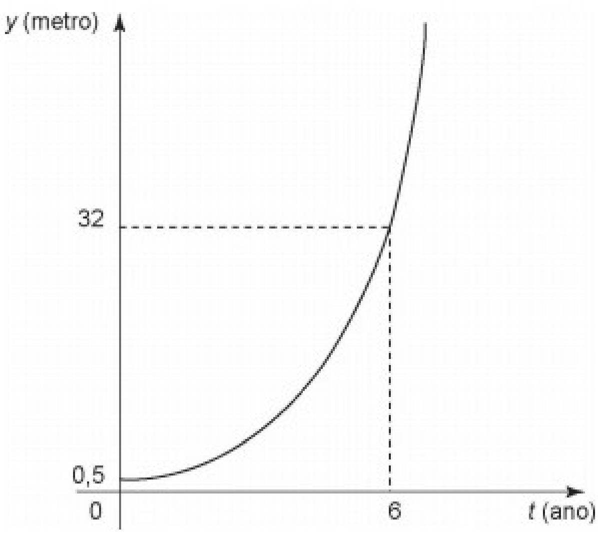
a) 10%. b) 15%. c) 25%. d)35%. e) 50%.

8) O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 40 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população:

$p(t) = 40 \cdot 2^{3t}$ em que t é o tempo, em hora, e $p(t)$ é a população, em milhares de bactérias.
Em relação à quantidade inicial de bactérias, após 20 min, a população será :

a) Reduzida a um terço
b) Reduzida a metade
c) Reduzida a dois terços
d) Duplicada
e) Triplicada

9) Admita que um tipo de eucalipto tenha expectativa de crescimento exponencial, nos primeiros anos após seu plantio, modelado pela função $y(t) = a^{t-1}$, na qual y representa a altura da planta em metro, t é considerado em ano, e a é uma constante maior que 1 . O gráfico representa a função y.



Admita ainda que $y(0)$ fornece a altura da muda quando plantada, e deseja-se cortar os eucaliptos quando as mudas crescerem 7,5 m após o plantio.

O tempo entre a plantação e o corte, em ano, é igual a

a) 3 b) 4 c) 6 d) $\log_2 7$ e) $\log_2 15$.

10) Em uma pesquisa realizada constatou-se que a população P de uma determinada região cresce segundo a lei $P(t) = 5.2^t$, em que t representa o tempo em anos. Para que a população atinja uma quantidade de 1280 milhares de habitantes, será necessário um tempo de x anos. Nesse caso, o valor natural de x corresponde a:

a) um número divisível por 3

b) um número par e múltiplo de 5

c) um número múltiplo de 4

d) um número ímpar e divisível por 7

e) um número múltiplo de 11

11) O valor de um certo imóvel, em reais, daqui a t anos é dado pela função $V(t) = 1000.0{,}8^t$. Daqui a 2 anos, esse imóvel sofrerá, em relação ao valor atual, uma desvalorização de:

a) R$800,00 b) R$640,00 c) R$512,00 d) R$360,00 e) R$200,00

12) Um cidadão deposita em um banco uma certa quantia em dinheiro, a correção monetária é de 5% ao mês. Chamando de C o capital inicial aplicado por este cidadão, e chamando de M o montante que é o capital aplicado somado pela correção (juros) naquele mês, preencha a tabela abaixo, e responda os itens a seguir:

a) Supondo que esse cidadão depositou R$1200,00, em Janeiro, qual será o valor corrigido após Maio ?

b) Se alguém faz um depósito nesse banco de R$3.000,00 em Junho, qual será o valor corrigido em Novembro ?

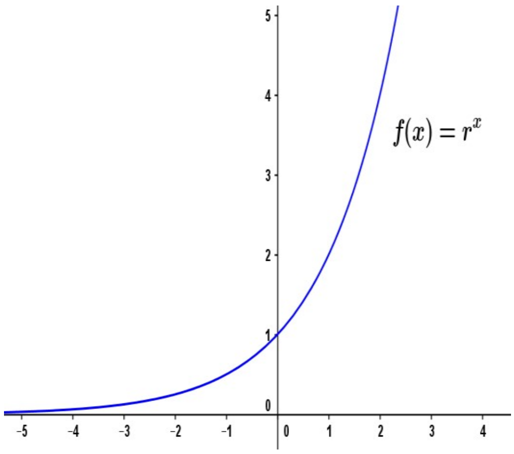
13) O decaimento radioativo do estrôncio 90 é descrito pela função $\boldsymbol{P(t) = P_o.2^{-b.t}}$, onde *t* é um instante de tempo, medido em anos, *b* é uma constante real e P0 é a concentração inicial de estrôncio 90, ou seja, a concentração no instante t = 0.

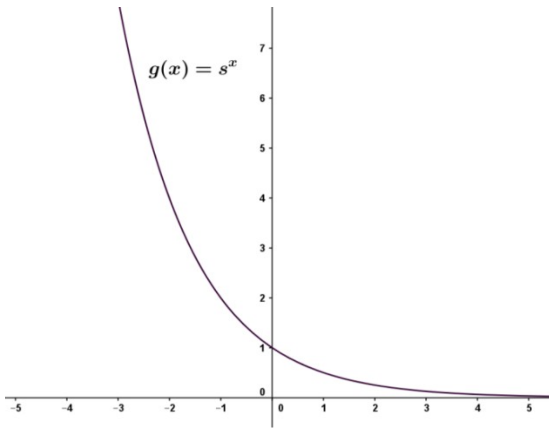
a) Se a concentração de estrôncio 90 cai pela metade em 29 anos, isto é, se a meia-vida do estrôncio 90 é de 29 anos, determine o valor da constante *b*.

b) Dada uma concentração inicial P0, de estrôncio 90, determine o

tempo necessário para que a concentração seja reduzida a161de P0.

14) 2. A seguir temos os gráficos das funções exponenciais definidas por $f(x) = r^x$ e $g(x) = s^x$.





Como nos gráficos responda:

a) f é crescente ou decrescente ?

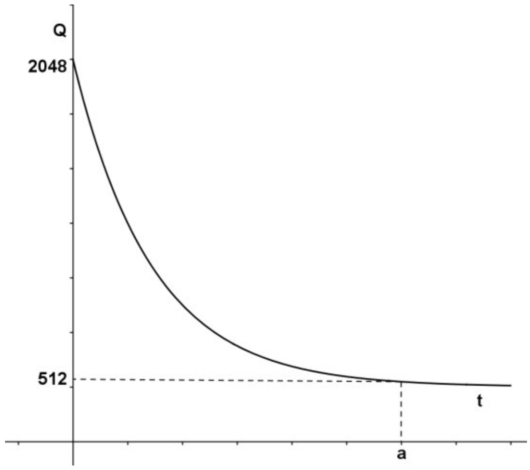
b) g é crescente ou decrescente ?

c) r > 1 ou 0< r < 1 ?

d) s > 1 ou 0 < s <1 ?

15) O número de bactérias de uma cultura, t horas após o início de certo experimento, é dado pela expressão $N(t) = 1200.2^{0,4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38400 bactérias ?

16) Uma substância se decompõe aproximadamente segundo a lei $Q(t) = k.2^{-0,5t}$, em que K é uma constante, t indica o tempo (em minutos) e $Q(t)$ indica a quantidade de substância (em gramas) no instante t.



a) Determine a função que expressa o comportamento do gráfico ?

b) Qual a quantidade da substância em 30 minutos ?

Sugestões para o professor

Esta atividade foi elaborada para fixar a resolução de problemas de estruturas envolvendo funções exponenciais e problemas cuja solução recaem numa situação exponencial. Esta atividade trabalha a construção do conceito desenvolvido pelo próprio aluno com a orientação do professor no momento da aplicação das atividades e também a condição de existência da função exponencial, bem como, a condição de crescimento e decrescimento, acompanhada ainda de algumas atividades de fixação envolvendo as funções exponenciais e suas aplicações em problemas

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A sequência didática desenvolvida foi validada na dissertação de mestrado de Menezes (2018), a qual obteve resultados significativos tanto na participação de alunos nas aulas de matemática quanto no desempenho de resolução de problemas envolvendo as funções exponenciais. Este produto visa contribuir para o processo de ensino-aprendizagem de problemas de estruturas exponenciais, de modo a construir uma educação de melhor qualidade. Esperamos que os docentes da Educação Básica apreciem esse produto e possam utilizá-lo em suas aulas.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, SIRLENE N. “**Expectativas institucionais relacionadas à transição entre o ensino médio e ensino superior para o caso da noção de função exponencial”.** Tese (Doutorado em Educação Matemática). universidade bandeirante de são Paulo. SP. 2012

ARTIGUE, Michèle. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean (org); FIGUEIREDO, Maria José (tradução). **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: instituto Piaget, 1996.

ARAÚJO, E. de. **A concepção de um software de matemática para auxiliar na aprendizagem dos alunos da primeira serie do ensino médio no estudo das funções exponenciais e logarítmicas**. 154f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, SP. 2005.

BARRETO, Marina. **Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários**.Dissertação de Mestrado. PPG-Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre.2008.

BRAGA, C. Função: **A alma do ensino da matemática**. São Paulo: Annablume. Fapesp, 2006.

BRAZ, R. A. F. da S. **Uma proposta de utilização de material manipulativo no aprendizado da Função Exponencial.** 125f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências). Universidade Rural de Pernambuco, Pernambuco, Recife. 2007.

BREUNIG, R. T. e GABBI, R. **Ensino de função exponencial e o jogo de xadrez.** II CNEM – Congresso Nacional de Educação Matemática e IX EREM – Encontro Regional de Educação Matemática. 2011.

BRUCKI, C. M. **O uso da modelagem no ensino da Função Exponencial**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica. São Paulo. SP. 2011.

DOMINONI. N. R. F. **Utilização de diferentes Registros de representação: Um estudo envolvendo Funções Exponenciais**. 124f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina. 2005.

FONSECA, Vilmar et al. **Estudo epistemológico do conceito de Função: uma retrospectiva.** XI Encontro Nacional de Educação Matemática. 18 a 21 de Julho de 2013. Curitiba, PR.

FERREIRA, R. L. **Uma seqüência de Ensino para o estudo de logaritmos usando a Engenharia Didática**. 151f. Dissertação (Mestrado profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática). Centro Universitário Franciscano, Santa Catarina, RS. 2006.

GADIOLA, A. Oliveira. **Função Exponencial: Definição, caracterização e aplicações.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do Espírito Santo, ES. 2015.

MENDES, Iran A; BRITO, Arlete; CARVALHO, Dione L. **História da Matemática em atividades didáticas**. Natal/RN: EDUFRN, 2005

OLIVEIRA, Michelle Noberta A. **Análise da Contextualização da Função Exponencial e da Função Logarítmica nos Livros Didáticos do Ensino Médio.** Dissertação de Mestrado do programa de pós graduação Profissional – Profmat da Universidade Federal de Campina Grande,PB- 2014

PEREIRA, J. G. de A. **Abordagem das Funções exponenciais e logarítmicas numa perspectiva conceitual e gráfica no Ensino Médio**. 123f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática).Pontifícia Universidade Católica - PUC, Minas Gerais, BH. 2010.

RIBEIRO, Jackson.Matemática:**ciência, linguagem e tecnologia**, 1:ensino médio- São Paulo: Scipione, 2010

SÁ, Pedro F. **Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental**. Belém/Pa: Eduepa, 2009

SANTOS, A. T. C. **O Ensino da Função Logarítmica por meio de uma sequência didática ao explorar suas representações com uso do software geogebra**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica. São Paulo. SP. 2011.

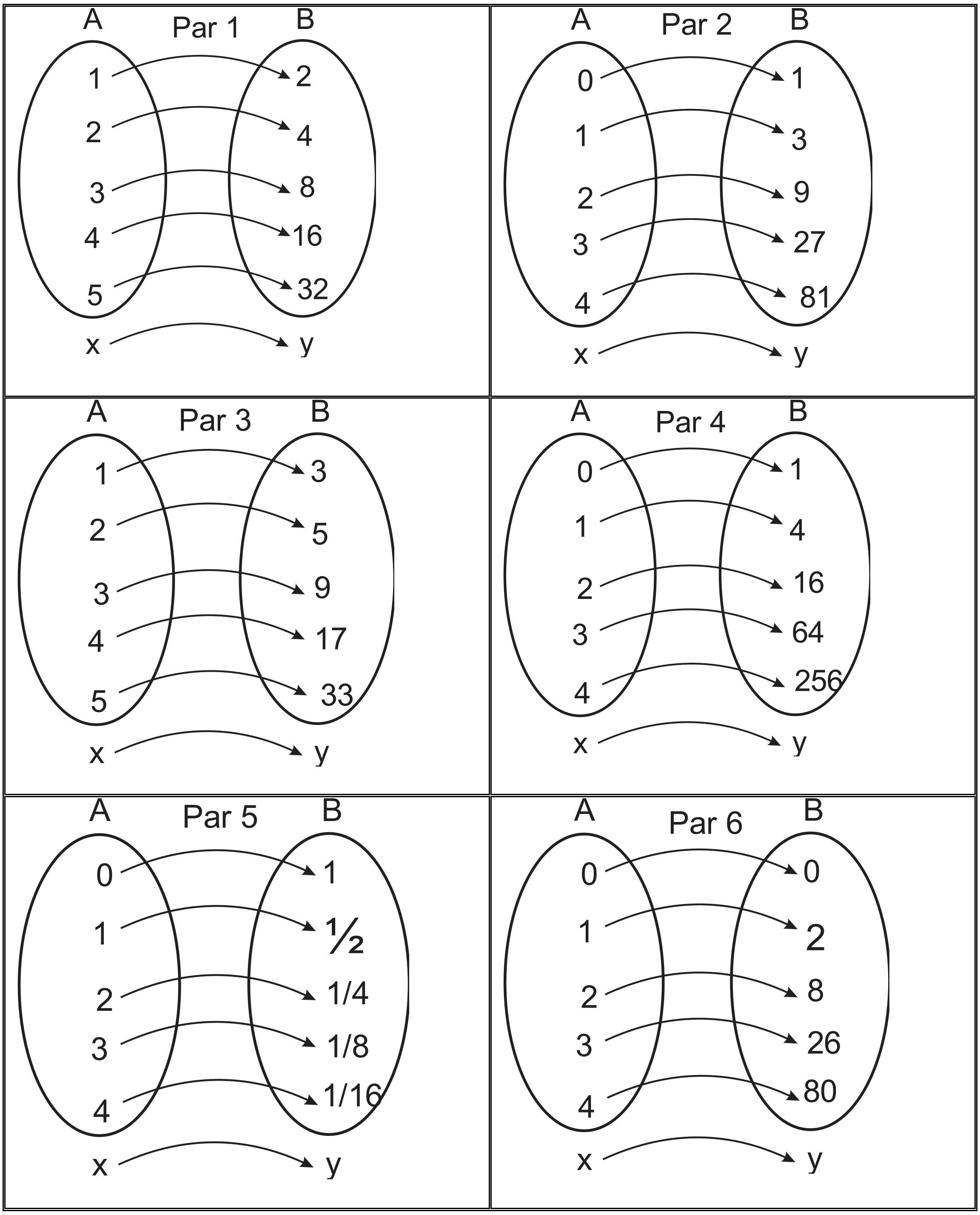
SILVA, Sílvio T. **O ensino das funções exponencial e logarítmica por atividades**. Dissertação de mestrado do programa de pós-graduação em educação da Universidade do Estado do Pará. Belém/Pa, 2014.

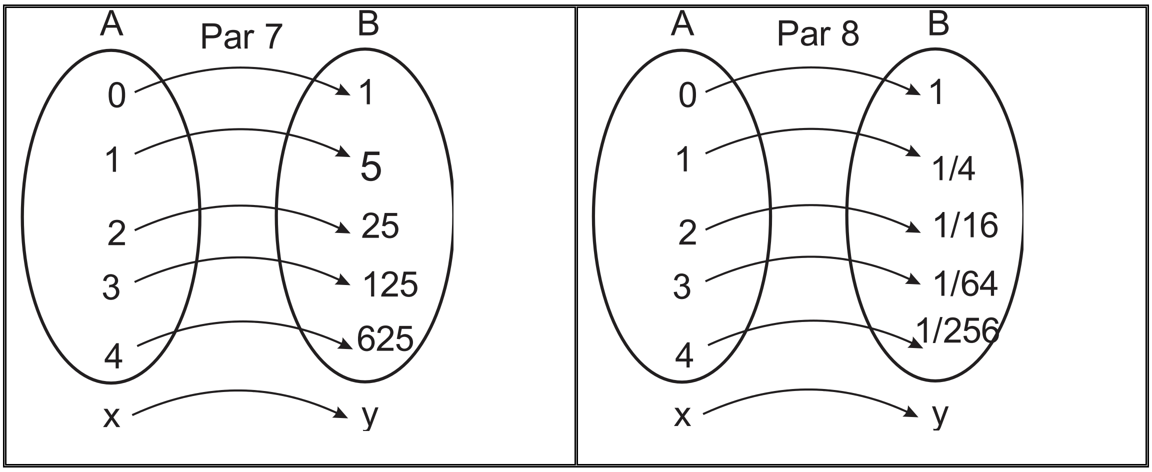
SILVA, Rodrigo S. **Da interpretação à conceituação: uma sequência didática baseada no uso de problemas envolvendo funções exponenciais e logarítmicas**.Artigo a nível de mestrado.Instituto Federal do Rio Grande do Sul – Caxias do Sul. RS. 2012.

VOSGERAU, Dilmiere S. ; ROMANOWSKI, Joana P. **Estudos de revisão**: implicações conceituais e metodológicas. Ver. Diálogo Educ., vol. 14, n.41., p. 165-189, jan/abr. Curitiba, 2014.

APÊNDICE A

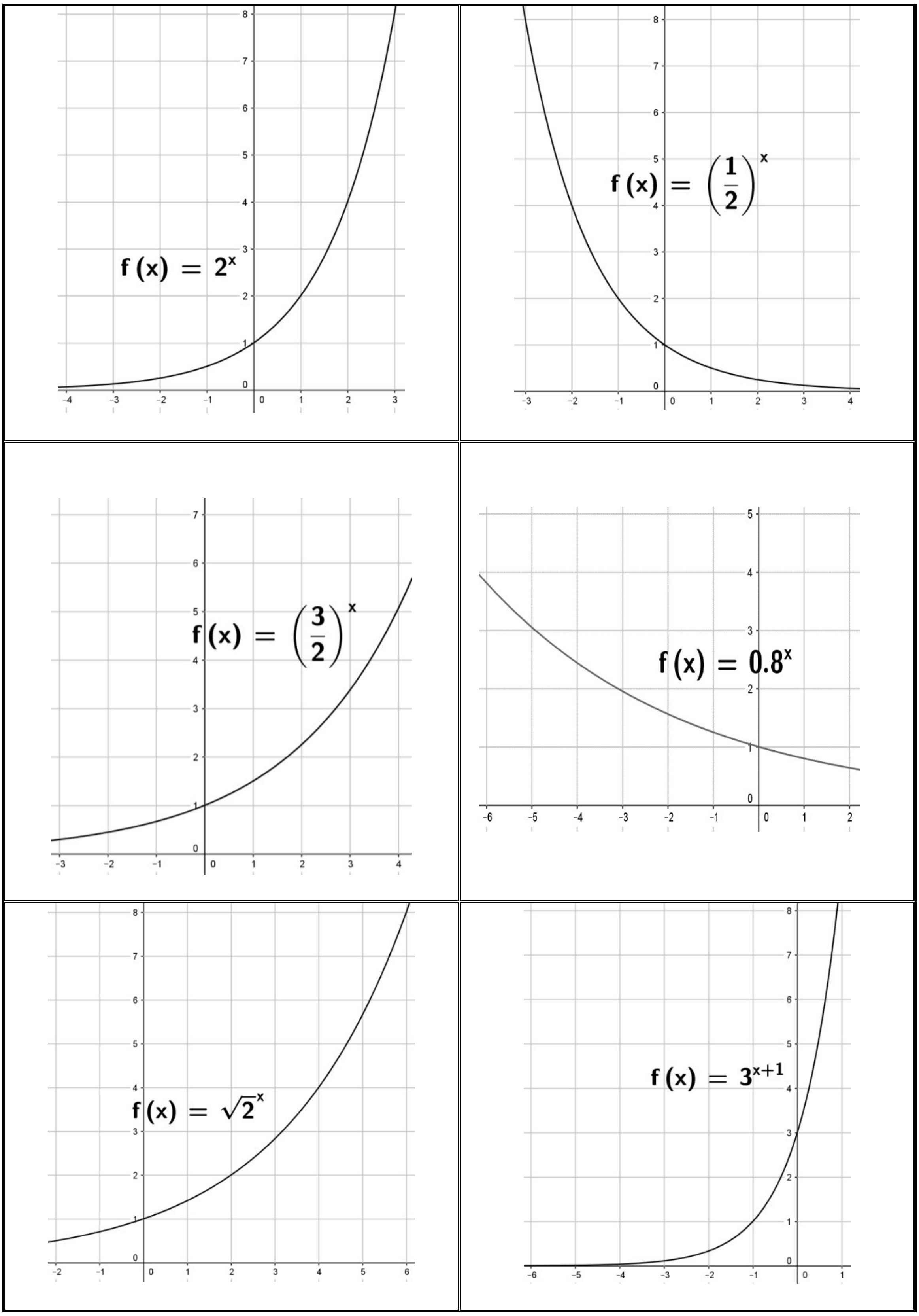
QUADRO I

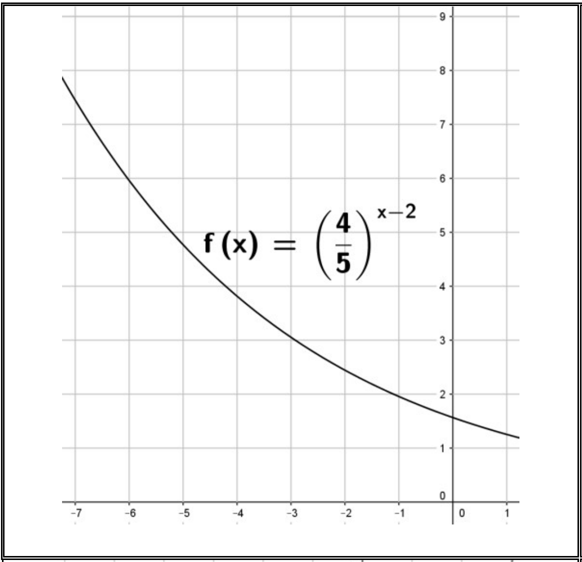


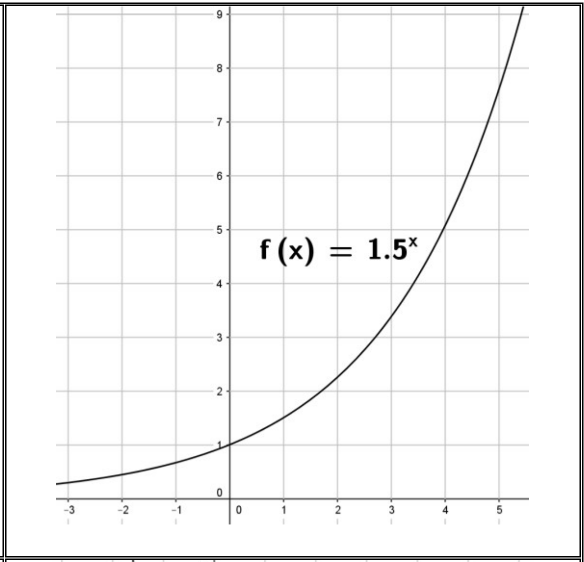

A
Par 7
B
0
1
2
3
4
x
1
5
25
125
625
y
A
Par 8
B
0
1
2
3
4
x
1
1/4
1/16
1/64
1/256
y

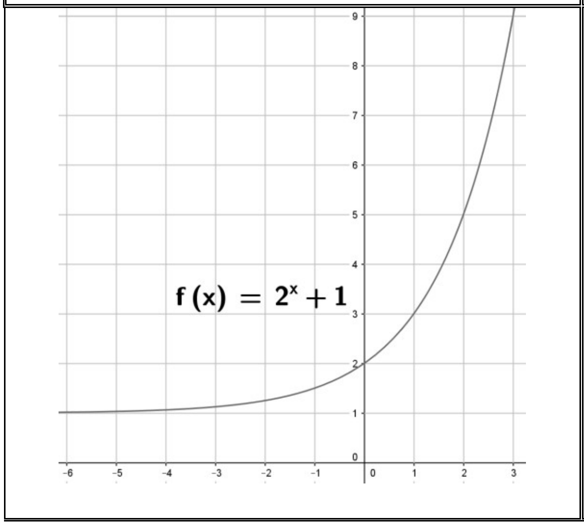
APÊNDICE B

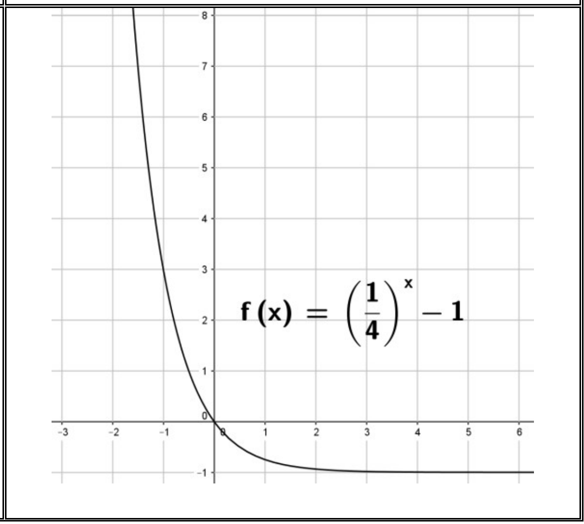
QUADRO DE GRÁFICOS I




$f(x) = \left(\frac{4}{5}\right)^{x-2}$

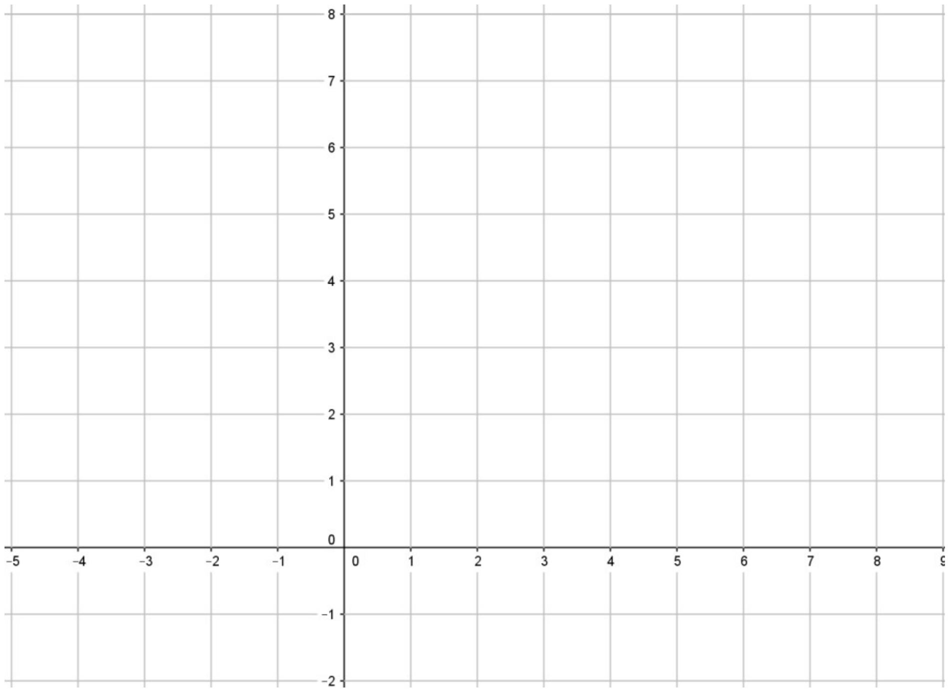

$f(x) = 1.5^{x}$


$f(x) = 2^{x} + 1$


$f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{x} - 1$

APÊNDICE C

PLANO CARTESIANO



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Tv Djalma Dutra s/n – Telégrafo
www.UEPA.com.br