Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Ideny Espirito Santo Queiros Moraes

Pedro Franco de Sá

# O Ensino de Volume de Sólidos Geométricos por atividades

Belém

2020

**Diagramação e Capa:** Os Autores

**Revisão:** Os Autores

**Conselho Editorial**

Profa. Dra. Acylena Coelho Costa
Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva
Prof. Dr. Antonio José Lopes
Prof. Dr. Benedito Fialho Machado
Prof. Dr. Carlos Alberto Raposo da Cunha
Profa. Dra. Celsa Herminia de Melo Maranhão
Profa. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira
Profa. Dra. Claudianny Amorim Noronha
Profa. Dra. Cristina Lúcia Dias Vaz
Prof. Dr. Dorival Lobato Junior
Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira
Profa. Dra. Eliza Souza da Silva
Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves
Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva
Prof. Dr. Geraldo Mendes de Araújo
Profa. Dra. Glaudianny Amorim Noronha
Prof. Dr. Gustavo Nogueira Dias
Prof. Dr. Heliton Ribeiro Tavares
Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma
Prof. Dr. José Antonio Oliveira Aquino
Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes
Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes
Prof. Dr. Márcio Lima do Nascimento
Prof. Dr. Marcos Antônio Ferreira de Araújo
Prof. Dr. Marcos Monteiro Diniz
Profa. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos
Profa. Dra. Maria Lúcia P. Chaves Rocha
Prof. Dr. Miguel Chaquiam
Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral
Prof. Dr. Pedro Franco de Sá
Prof. Dr. Raimundo Otoni Melo Figueiredo
Profa. Dra. Rita Sidmar Alencar Gil
Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho
Profa. Dra. Talita Carvalho da Silva de Almeida

**Comitê de Avaliação**

Pedro Franco de Sá
Ducival Carvalho Pereira
José Antônio Oliveira Aquino

---

MORAES, Ideny Espirito Santo Queiros e SÁ, Pedro Franco. O Ensino de Volume de Sólidos Geométricos por atividades. Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2020.

ISBN:

Ensino de Matemática; Ensino por atividades; Volume de sólidos volumétricos.

---

RESUMO

Este trabalho apresenta um produto validado em uma dissertação de mestrado sobre o Ensino de Volume de Sólidos Geométricos por atividades, que apresentou resultados significativos tanto na participação de alunos nas de matemática quanto no desempenho na resolução de questões que envolvam cálculo de volume de sólidos geométrico. O referido produto apresenta uma sequência didática destinada ao ensino de volume que utiliza o ensino por atividade e a resolução de problema como metodologia de ensino. Ao todo foram elaboradas 9 atividades, entre as atividades de aprendizagem e fixação. Esperamos que os docentes da educação básica apreciem este produto e possam utilizá- lo em suas aulas de matemática.

Palavras- chave: Ensino de Volume. Ensino por atividades. Produto

## SUMÁRIO

## 1- APRESENTAÇÃO

No Ensino Médio é comum os alunos apresentarem muita dificuldade em resolver problemas de geometria, particularmente cálculo de volume de sólidos geométricos, nas escolas esse assunto é visto quase sempre nas últimas avaliações. Então desenvolvemos este trabalho com o objetivo de tornar esse estudo mais efetivo e atraente para os alunos. Essa atividade, diferente da tradicional, que se desenvolve a partir de ideia de volume, passando por unidades de medidas de volume, volumes do paralelepípedo, cubo, prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera. Com essa sequencia pretendemos dá uma metodologia de ensino que privilegie a descoberta e de como poderíamos conduzir o aluno à percepção e ao aprendizado de conceitos geométricos, particularmente volume de sólidos, necessários para a resolução de questões sobre volume de sólidos geométricos e sua unidade de medida.

Optamos pela construção de um objeto de aprendizagem no sentido de fazer uma sequência didática que contemple o aluno para que ele consiga desenvolver de maneira simples e eficaz a descoberta das fórmulas. Esse instrumento deveria omitir a fórmula até que o educando descobrisse, essa é a característica essencial do nosso trabalho e que não é encontrado facilmente e também acessível nos repertórios educacionais disponíveis, principalmente na internet.

Para esta seção a sequencia didática contamos com 9 (oito) atividades, correspondendo a: ideia de volume, unidade de volume, volume de paralelepípedo, volume do cubo, volume do prisma, volume do cilindro, volume do cone, volume da pirâmide e volume da esfera. Cada seção de atividades é composta por roteiro de atividades e as folhas de figuras e exercícios de aprofundamento este materiais compunham cada uma das nove atividades.

## 2- O ENSINO DE MATEMÁTICA POR ATIVIDADE

Adotamos a metodologia de ensino da Matemática por atividades, com base nos estudos de Sá (2009). O ensino da Matemática por atividades tem como principal característica, segundo Sá (2009), a interação do aluno com o professor e seus colegas durante o processo de construção do conhecimento.

Segundo Ronca & Escobar (1988,p.7*) apud* Santos (2012) o ensino por atividade de Redescoberta é uma configuração prática do Método da Descoberta que nasceu do movimento “Educação Progressiva”, iniciado no final do século XIX e foi muito difundido no ensino da Matemática na década de 1980. Nesse período os estudiosos perceberam que não bastava rever a metodologia sem se questionar sobre os objetivos da educação, já naquela época, que “o problema é muito mais amplo e envolve principalmente um questionamento dos próprios objetivos da educação na sociedade atual. Para que ensinar?”. Esse questionamento ainda é atual e deve ser privilegiado quando buscamos metodologias, novas ou não, que tenham por objetivo fundamental “despertar no aluno a capacidade de elaborar sobre as informações, desenvolvendo o seu poder de raciocínio” (RONCA & ESCOBAR, 1988, p.17), que é o objetivo da descoberta e, consequentemente, do Ensino por Atividades.

Ainda segundo Ronca & Escobar (1988, p.17) a aprendizagem por Descoberta refere-se a uma situação de ensino, na qual o professor não explicita para os alunos os conceitos e princípios que deverão ser aprendidos, fornecendo exemplos. No nosso caso, apresentaremos atividades, que facilitarão aos alunos deduzirem formas de calcular o volume de sólidos geométricos.

Assim, o ensino por atividades caracteriza-se por propiciar ao aluno a possibilidade de descobrir e/ou redescobrir os fundamentos da Matemática durante o desenvolvimento da atividade. Mendes (2001) enfatiza como característica essencial dessa maneira de encaminhar o ensino da Matemática, “o fato de que os tópicos a serem aprendidos estão para ser (re) descobertos pelo próprio aluno durante o processo de busca a que é conduzido pelo professor até que eles sejam incorporados à estrutura cognitiva do aprendiz”. (p.59). Ainda segundo Mendes (2001), a utilização de atividades de redescoberta pressupõe colaboração mútua entre professor e aluno durante o ato de construção do saber. Essa construção necessita do estabelecimento, pelo professor, do nível de estruturação do trabalho dos alunos além da extensão das etapas de estudo que deve ser percorrido para atingir a redescoberta. De acordo com Moura as características principais da atividade de ensino são as seguintes:

> A atividade, (...), é do sujeito, é problema, desencadeia uma busca de solução, permite um avanço do conhecimento desse sujeito por meio do processo de análise e síntese e lhe permite desenvolver a capacidade de lidar com outros conhecimentos a partir dos conhecimentos que vai adquirindo à medida que desenvolve a sua capacidade de resolver problemas. A atividade é desse modo um elemento de formação do aluno e do professor (MOURA, 2000, p.35).

## 3- SEQUÊNCIA DIDÁTICA E ANALISE A PRIORI DAS ATIVIDADES

Nesta etapa do trabalho apresentamos uma sequência didática detalhada incluindo sugestões para docentes nas atividades dessa sequencia, destacaremos como nossa proposta se correlaciona com os Parâmetros Curriculares Nacionais e com a Proposta do Ensino por atividade, além de pontuarmos os desdobramentos e aprofundamentos que pretendemos incorporar na realização do trabalho em suas próximas etapas.

A sequência didática é constituída de um conjunto de atividades construídas com base nos resultados obtidos nas análises prévias, que o pesquisador espera que levam os alunos a desenvolverem certas competências e habilidades desejadas com relação ao conteúdo investigativo, essas competências podem ser geral ou mais específica da disciplina como resolver problemas que envolvam conceitos como o cálculo de volume, no caso específico da educação matemática e, essa é nossa pretensão.

A metodologia principal deste trabalho será desenvolvida de acordo com o ensino por atividade Sá (2009). Neste são encontradas várias atividades que podem construir uma sequência didática, pois segundo ele a proposição do ensino de Matemática baseado em atividades pressupõe a possibilidade de conduzir o aprendiz a uma construção constante das noções matemáticas presentes nos objetivos da atividade. O que é evidente a partir da elaboração da mesma, até sua realização e experimentação, visto que cada etapa vivida pelo estudante servirá de apoio para a discussão e posterior elaboração final dos conceitos em construção. Ainda segundo Sá (2009), cabe ao professor preocupar-se com o modo de elaboração dessas atividades e com as orientações dadas aos alunos durante sua realização. Tal abordagem de ensino pressupõe a experiência direta do aluno com situações de seu cotidiano, nas quais a abordagem instrucional é centrada no educando e em seus interesses espontâneos.

A partir dessas orientações é que nos dispomos a apresentar sugestões de atividades de ensino para o cálculo de volume, considerando alguns elementos essenciais destacados no trabalho apresentado por esse autor:

- ✓ Atividades apresentadas de maneira auto-orientadas para que os alunos consigam conduzir-se durante a construção de suas aprendizagens.
- ✓ Atividades que propõem a construções das noções matemáticas através das três fases: a experiência, a comunicação oral das ideias e a representação simbólica das noções construídas.

- ✓ Oportunizar a socialização das informações entre os alunos.
- ✓ Ter características de continuidade, conduzindo o aluno ao nível de representação abstrata das ideias matemáticas construídas a partir das experiências concretas vivenciadas por ele.
- ✓ Embasadas no modelo de Dockweiller (1996) onde podem se apresentar de três maneiras: desenvolvimento, conexão e abstração, de modo sequencial.

Nesta seção, apresentaremos uma descrição detalhada de acordo com a engenharia didática, sobre as atividades a serem desenvolvidas.

3.1- **Atividade 1:** Ideia e conceito de volume

**ATIVIDADE 1**

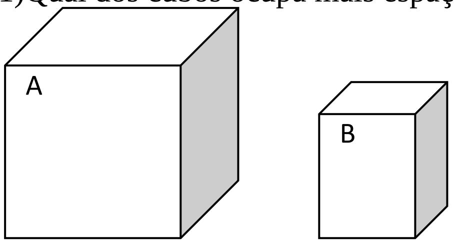
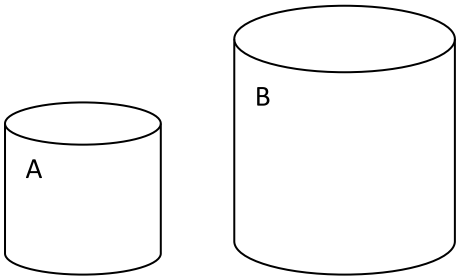
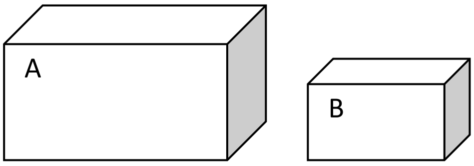
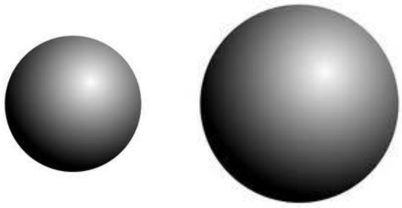
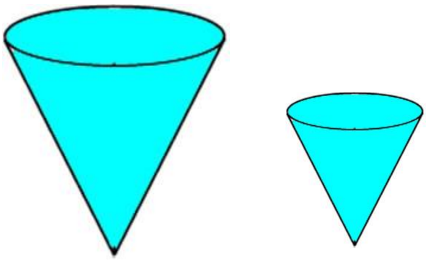
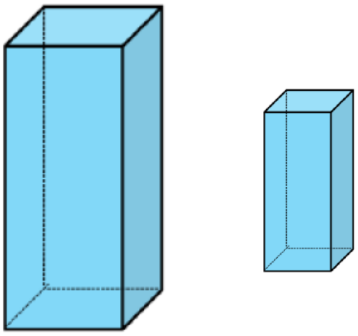
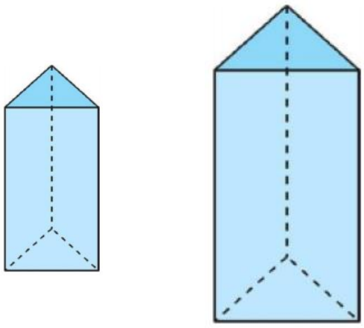
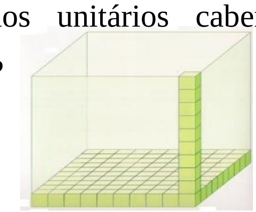
**TITULO**: Ideia e conceito de volume

**OBJETIVO:** Conceituar volume

**MATERIAL:** Roteiro da atividade, caneta ou lápis.

**PROCEDIMENTO:**

Responda o que se pede nas questões a seguir.

| | |
|---|---|
| 1)Qual dos cubos ocupa mais espaço?<br><br> | 2)Qual dos cilindros ocupa mais espaço?<br><br> |
| 3)Qual dos paralelepípedos ocupa mais espaço?<br><br> | 4)Qual das esferas ocupa mais espaço?<br> |
| 5) Qual dos Cones ocupa mais espaço?<br> | 6) Qual das Pirâmides ocupa mais espaço?<br> |
| 7) Qual dos Prismas ocupa mais espaço<br> | 8) Qual dos Prismas ocupa mais espaço<br> |
| 9- Quem tem maior volume?<br> | 10- É possível saber exatamente quantos cubinhos unitários cabem nesse cubo maior?<br> |

A pergunta: Qual dos cubos ocupa mais espaço? É equivalente a pergunta: Qual dos cubos tem maior volume?

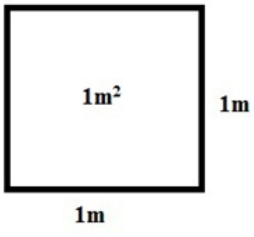
O que é o volume de um corpo?

**O surgimento do metro cúbico**

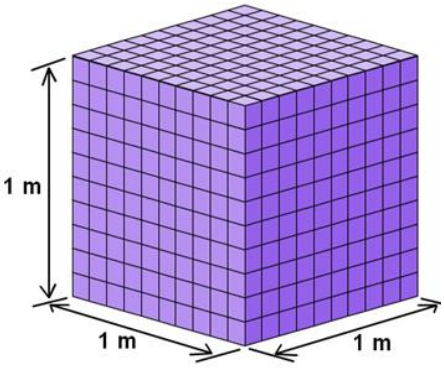
Os homens primitivos provavelmente sentiram a necessidade de medir distâncias para informar a seus semelhantes a que distância se encontrava a caça, a pesca, os perigos, etc. As primeiras unidades de medida de comprimento foram criadas tomando-se o corpo humano como referência. O dedo polegar, por exemplo, inspirou a polegada (≅ 2,54 cm); o pé humano deu origem ao pé (≅ 30,48 cm); a milha corresponde a mil passos (≅ 1.609,34 m). Algumas dessas unidades são utilizadas até hoje na Inglaterra e nos Estados Unidos. Mesmo no Brasil, os diâmetros de barras e tubos metálicos ainda são expressos em polegadas. Uma medida importante é o volume. Desde a Antiguidade, jarros e vasilhas foram utilizados como unidades de medida para comercializar líquidos como o vinho, o leite, etc. É o caso da ânfora dos romanos, equivalente a aproximadamente 25,44 litros. Curiosamente, até o século XIX era comum, no interior do Brasil, a compra e venda de arroz, feijão, milho, etc, em litros, já que as balanças eram raras e custavam caro.

Na história da humanidade, surgiram muitas unidades de medida, o que terminou gerando muita confusão. Para a ciência, para a tecnologia e mesmo para as transações comerciais do dia-a-dia, é importante que se adote um sistema (conjunto) de unidades simples, correlacionadas de modo racional e, se possível, válidas em todas as partes do mundo. Uma grande vitória foi conseguida com o chamado sistema métrico decimal. Veja, por exemplo, que as unidades de comprimento, de área e de volume estão relacionadas entre si: para o comprimento, o metro (m)


é a unidade básica; para a área, o metro quadrado ($m^2$)

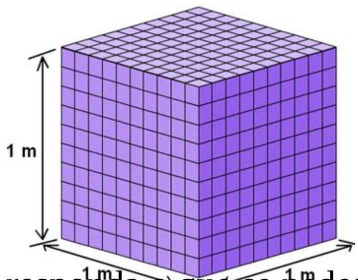


é uma unidade derivada; para o volume, o metro cúbico ($m^3$)




é outra unidade derivada. O sistema métrico decimal foi criado na França, em 1799, e adotado no Brasil em 1862. Atualmente, esse sistema é utilizado em quase todos os países. Racionalização ainda maior foi conseguida com o Sistema Internacional de Unidades (SI), que o Brasil adotou em 1962. Assim surgiu  o metro cúbico, que hoje é utilizado como unidade padrão do volume.

O metro cúbico (símbolo: $m^3$) é uma unidade de medida de volume equivalente a mil litros. É o padrão no Sistema Internacional de Unidades e é derivado do metro, sendo equivalente ao volume de um cubo com arestas de 1 metro. O metro cúbico equivale também a um quilolitro.




De acordo com o texto acima responda o que se pede:

**Analise *a priori* da atividade 1 – Ideia de volume**

Nossa justificativa e hipótese para essa atividade, que envolve a parte visual dos sólidos geométricos é que o aluno tenha ciência que existe diferentes maneira de se ocupar um sólido, devido a seu formato. Mostrar os diferentes sólidos geométricos, para que o aluno chegue por intuição no conceito de volume e do metro cúbico. Espera-se que o grau de dificuldade dessa atividade possa está nos diferentes maneiras de conceituar o volume, e também nas transformações das unidades de volume e capacidade.

**Noções de volume (Descritor** D14 - Resolver problema envolvendo noções de volume**)**

01- Marcelo brincando com seu jogo de montagem construiu os blocos abaixo.

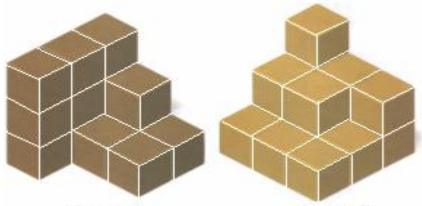


figura 1 figura 2

Considerando cada cubo como $1cm^3$, o volume da figura 1 e 2, respectivamente, é:

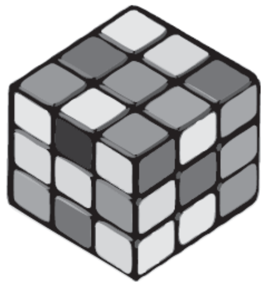
(A) $14\ cm^3$ e $15\ cm^3$.

(B) $10\ cm^3$ e $10\ cm^3$.

(C) $15\ cm^3$ e $15\ cm^3$.

(D) $12\ cm^3$ e $13\ cm^3$.

02- Cada quadradinho que compõe as faces do cubo mágico da figura abaixo mede 1 cm.



Qual é o volume desse cubo?

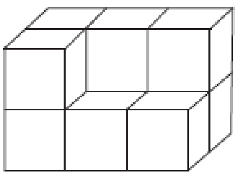
A) $1\ cm^3$.

B) $9\ cm^3$.

C) $18\ cm^3$.

D) $27\ cm^3$.

03- A figura abaixo representa um conjunto de cubos, todos iguais, cujos volumes correspondem a $1m^3$.



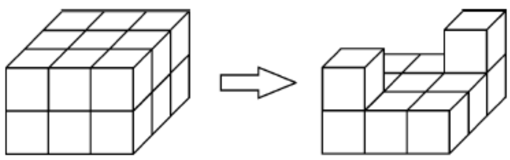
Quanto vale, em $m^3$, o volume do conjunto, incluindo os cubos não visíveis?

(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12

04- Na figura, cada cubo tem volume 1. O volume da pilha, incluindo-se os cubos invisíveis no canto, é:

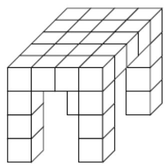
a) 6 b) 8 c) 9 d) 10

05- Quantos cubos é que se retiraram do primeiro bloco?



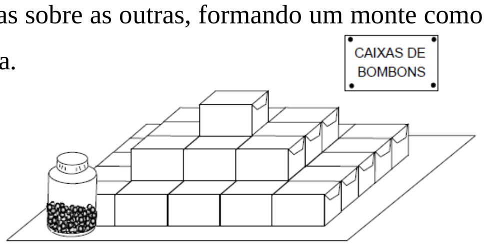
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

06- O Tomás fez uma mesa a partir de pequenos cubos (figura abaixo).



Quantos cubos é que ele usou?

07- Uma das empregadas da loja de doces colocou várias caixas iguais umas sobre as outras, formando um monte como o que vê na figura.




O preço de uma caixa é de R$ 2,50.

08- Uma pessoa arrumou as bolinhas em camadas superpostas iguais, tendo assim empregado:

| | |
|---|---|
| O valor pago por um cliente que compra todas as caixas do monte é: |  |

Fonte: Moraes (2017)

*Sugestões para o professor*

Esta é uma atividade de fixação com a ideia de volume, portanto o professor deverá deixar os alunos usarem suas estratégias de resolução, pois não existe um plano ou uma estratégia definida e sim sua intuição em relação ao espaço. Deixar que eles percebam as diferentes maneiras de se encontrar determinados volumes.

**3.2- Atividade 2**: Unidades de medida

**Atividade 2: Unidades de medida**

A palavra "medir" indica uma *comparação* com uma grandeza padrão. A necessidade da padronização das medidas no mundo e da criação de um sistema mais preciso deram origem ao Sistema Métrico Decimal em 1791. Mais tarde o mesmo foi substituído pelo (SI) - conhecido por nós como Sistema Internacional de Unidades.

**Roteiro das atividades**

**Título:** Transformação de unidade

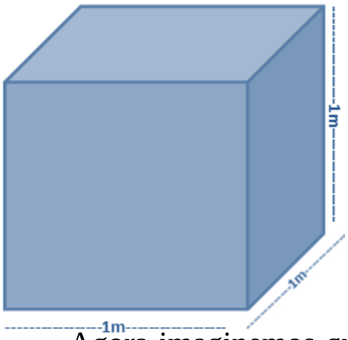
**Objetivo:** Descobrir uma maneira de transformar as unidades de volume

**Material:** Roteiro da atividade, canetas ou lápis.

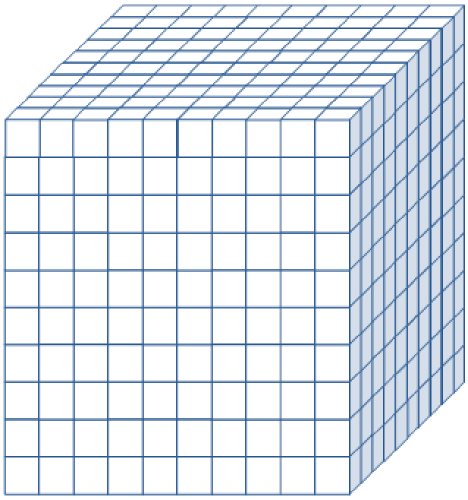
**Procedimento:**

Como já sabemos a unidade padrão de medida de volume é o metro cúbico que é um cubo com um metro de aresta.

Agora considere que o cubo a seguir tem 1m de aresta, ou seja, é um metro cúbico.




Agora imaginemos que as arestas do metro cúbico foram dividas em 10 partes iguais cada e que cada ponto obtido foi ligado por um segmento de reta a outro ponto da aresta paralela. A figura obtida terá a imagem a seguir.



Responda as questões:

1) Qual o valor da aresta de cada cubinho obtido coma divisão do metro cúbico?

2) Em quantos cubinhos o metro cúbico foi dividido?

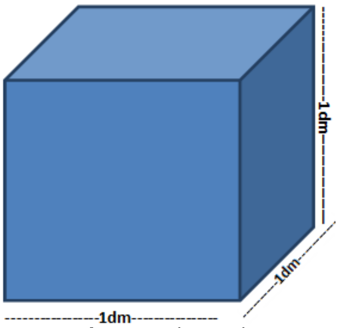
Cada cubo de 1dm de aresta é denominado de **decímetro cúbico** que é representado por **$1dm^3$**.

3) Quantos decímetros cúbicos cabem em um metro cúbico?
4) Que fração do metro cúbico corresponde um decímetro cúbico?
5) Complete os espaços a seguir:

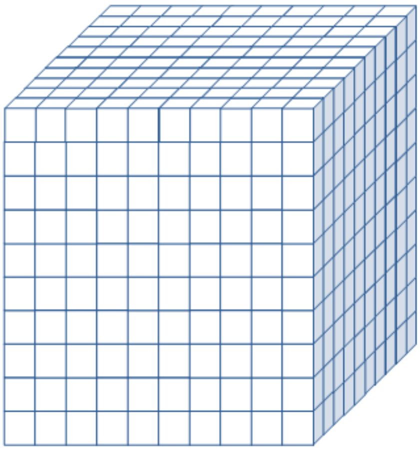
   $1m^3$ =......... $dm^3$

   $1dm^3$= .......... $m^3$ ou $1dm^3$ =......... $m^3$.

Agora considere que o cubo a seguir tem 1dm de aresta, ou seja, é um decímetro cúbico.




Agora imaginemos que as arestas do metro cúbico foram dividas em 10 partes iguais cada e que cada ponto obtido foi ligado por um segmento de reta a outro ponto da aresta paralela. A figura obtida terá a imagem a seguir.



Responda as questões:

6) Qual o valor da aresta de cada cubinho obtido coma divisão do decímetro cúbico?
7) Em quantos cubinhos o decímetro cúbico foi dividido?

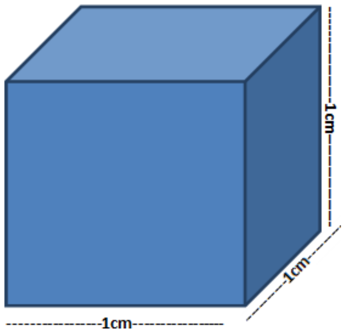
Cada cubo de 1cm de aresta é denominado de **centímetro cúbico** que é representado por **$1cm^3$**.

8) Quantos centímetros cúbicos cabem em um decímetro cúbico?
9) Que fração do decímetro cúbico corresponde um centímetro cúbico?
10) Complete os espaços a seguir:

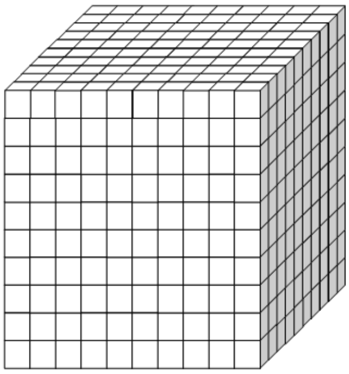
$1dm^3$ = ......... $cm^3$

$1cm^3$= ......... $dm^3$ ou $1cm^3$ =......... $dm^3$.

Agora considere que o cubo a seguir tem 1cm de aresta ou seja é um centímetro cúbico.




Agora imaginemos que as arestas do metro cúbico foram dividas em 10 partes iguais cada e que cada ponto obtido foi ligado por um segmento de reta a outro ponto da aresta paralela. A figura obtida terá a imagem a seguir.



Responda a s questões

11) Qual o valor da aresta de cada cubinho obtido coma divisão do centímetro cúbico?
12) Em quantos cubinhos o centímetro cúbico foi dividido?

Cada cubo de 1mm de aresta é denominado de **milímetro cúbico** que é representado por **$1mm^3$**. O milímetro cúbico é um **submúltiplo** do metro cúbico.

13) Quantos milímetros cúbicos cabem em um centímetro cúbico?
14) Que fração do centímetro cúbico corresponde um milímetro cúbico?
15) Complete os espaços a seguir:

$1cm^3$ = ......... $mm^3$

$1mm^3$= .......... $cm^3$ ou $1mm^3$ =......... $cm^3$.

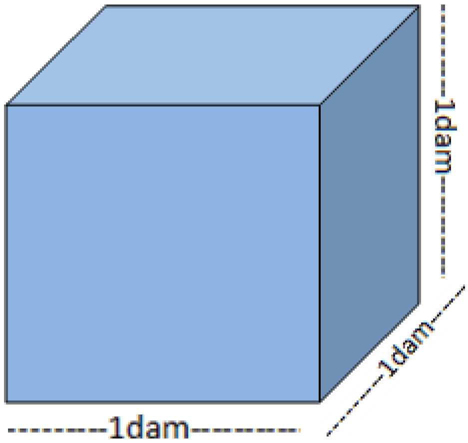
Preencha o quadro a seguir

| $m^3$ | $dm^3$ | $cm^3$ | $mm^3$ |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| | 3000 | | |
| | | 4000000 | |
| | | | 5000000000 |
| 2 | 2000 | | |
| 8 | | | |
| | | | 6000000000 |
| 0.5 | | | |
| | 1,2 | | |
| | | 321000 | |
| | | | 647882929293 |

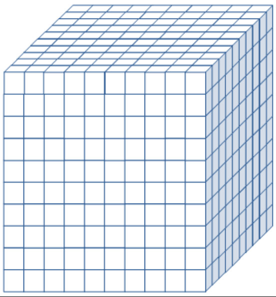
Descubra uma maneira prática de transformar as unidades de medida de volume.

Conclusão

Agora considere que o cubo a seguir tem 1dam de aresta, ou seja, é um decâmetro cúbico.




Agora imaginemos que as arestas do decâmetro cúbico foram dividas em 10 partes iguais cada e que cada ponto obtido foi ligado por um segmento de reta a outro ponto da aresta paralela. A figura obtida terá a imagem a seguir.



Responda as questões:

16) Qual o valor da aresta de cada cubinho obtido coma divisão do decâmetro cúbico?
17) Em quantos cubinhos o decâmetro cúbico foi dividido?

Cada cubo de 1m de aresta é denominado de **metro cúbico** que é representado por **1m³**.

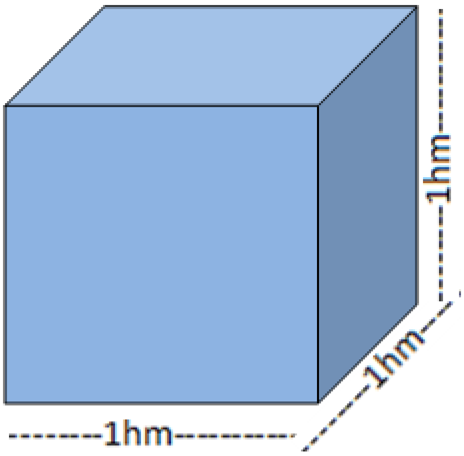
18) Quantos metros cúbicos cabem em um decâmetro cúbico?
19) Que fração do decâmetro cúbico corresponde um metro cúbico?
20) Complete os espaços a seguir:

$1dam^3$ = .......... $m^3$

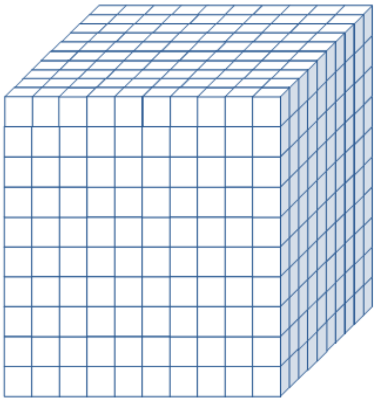
$1m^3$= .......... $dam^3$ ou $1m^3$ =......... $dam^3$.

......................................................................................................................................

Agora considere que o cubo a seguir tem 1hectômetro de aresta, ou seja, é um hectômetro cúbico.




Agora imaginemos que as arestas do hectômetro cúbico foram dividas em 10 partes iguais cada e que cada ponto obtido foi ligado por um segmento de reta a outro ponto da aresta paralela. A figura obtida terá a imagem a seguir.



Responda as questões:

21) Qual o valor da aresta de cada cubinho obtido coma divisão do hectômetro cúbico?
22) Em quantos cubinhos o hectômetro cúbico foi dividido?

Cada cubo de 1hm de aresta é denominado de **hectômetro cúbico** que é representado por **$1hm^3$**.

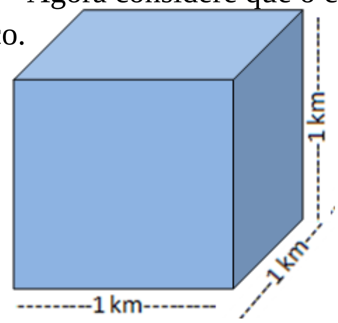
23) Quantos decâmetros cúbicos cabem em um hectômetro cúbico?
24) Que fração do hectômetro cúbico corresponde um metro cúbico?
25) Complete os espaços a seguir:

$1hm^3$ = .......... $dam^3$

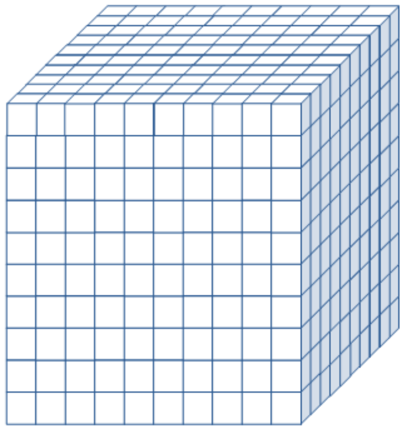
$1dam^3$= .......... $hm^3$ ou $1dam^3$ =......... $hm^3$.

..........................................................................................................................................

Agora considere que o cubo a seguir tem 1kilômetro de aresta, ou seja, é um kilômetro cúbico.




Agora imaginemos que as arestas do quilômetro cúbico foram dividas em 10 partes iguais cada e que cada ponto obtido foi ligado por um segmento de reta a outro ponto da aresta paralela. A figura obtida terá a imagem a seguir.



Responda as questões:

1) Qual o valor da aresta de cada cubinho obtido coma divisão do quilômetro cúbico?
2) Em quantos cubinhos o quilômetro cúbico foi dividido?

Cada cubo de 1km de aresta é denominado de **quilômetro cúbico** que é representado por **1km³**.

3) Quantos hectômetros cúbicos cabem em um quilômetro cúbico?
4) Que fração do quilômetro cúbico corresponde um metro cúbico?
5) Complete os espaços a seguir:

   $1km^3$ = ........... $hm^3$

   $1hm^3$= ........ $km^3$ ou $1hm^3$ =......... $km^3$.

   Preencha o quadro a seguir

| $km^3$ | $hm^3$ | $dam^3$ | $m^3$ |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| | 3000 | | |
| | | 4000000 | |
| | | | 5000000000 |
| 2 | 2000 | | |
| 8 | | | |
| | | | 6000000000 |
| 0.5 | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1,2 | | |
| | | 321000 | |
| | | | 647882929293 |

Descubra uma maneira prática de transformar as unidades de medida de volume.

Conclusão:

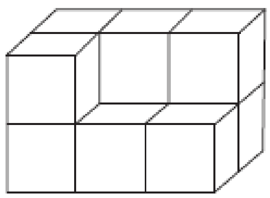
**Analise *apriori* da atividade 2 – Unidade de Volume**

Nossa hipótese para esta atividade, seguindo uma sequencia previamente orientada no roteiro e pelo professor orientador, é que os alunos consigam compreender as unidades de volume e saibam transformar tanto os múltiplos como os submúltiplos de maneira gradativa, ou seja, ele seja levado a compreensão de como transformar as unidades.

*Sugestões para o professor*

Esta é uma atividade de fixação com as unidades de volume, é uma atividade auto-dirigida em que se parte de um sólido que se pode fatiar até chegar no $m^3$ que é nossa unidade de referência, portanto seria bom que depois dessas atividades, o professor fizessem exercícios que utilizassem diferentes unidades de medidas.

Exercício de aprofundamento

<table>
<tr>
<td>01- A figura abaixo representa um conjunto de cubos, todos iguais, cujos volumes correspondem a $1m^3$.<br><br>Quanto vale, em $m^3$, em $dm^3$ e em $cm^3$ o volume do conjunto, incluindo os cubos não visíveis?</td>
<td>a) 0,64 $m^3$<br>b) 1,6 $m^3$<br>c) 6,4 $m^3$<br>d) 16 $m^3$<br>e) 64 $m^3$<br><br>04- Na leitura do hidrômetro de uma casa, verificou-se que o consumo do último mês foi 36 $m^3$. Quantos litros de água foram consumidos? (ATENÇÃO: 1 litro = 1 $dm^3$)</td>
</tr>
</table>

02- O tanque de combustível de um veículo contém 10,006 $m^3$ de gás. Nessas condições, é correto dizer que o tanque contém 10 $m^3$ mais X $cm^3$ de gás, em que X é igual a:

(A) 6.

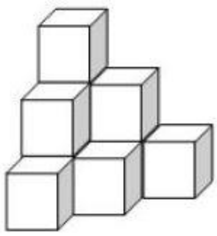
(B) 60.

(C) 600.

(D) 6 000.

(E) 60 000.

03- Um estoquista, ao conferir a quantidade de determinado produto embalado em caixas cúbicas medindo 64000 $cm^3$ de volume, verificou que o estoque do produto estava empilhado de acordo com a figura que segue:



Ao realizar corretamente os cálculos do volume dessa pilha de caixas, o resultado obtido foi:

05- é a capacidade, em litros, de uma caixa-d’água cujo volume interno é de 0,36 $m^3$?(ATENÇÃO: 1 litro = 1 $dm^3$)

06- Expresse em litros sabendo que1 litro = 1 $dm^3$ :

a) 70 $dm^3$

b) 83,6 $dm^3$

c) 5 $m^3$

d) 2,8 $m^3$

e) 3500 $cm^3$

f) 92 $cm^3$

**3.3- Atividade 3**: Volume do paralelepípedo

**ATIVIDADE 3**

**TITULO**: Volume do paralelepípedo

**OBJETIVO:** descobrir uma maneira indireta de determinar o volume de um paralelepípedo

**MATERIAL:** quadro de paralelepípedos, roteiro da atividade, caneta ou lápis e calculadora (opcional)

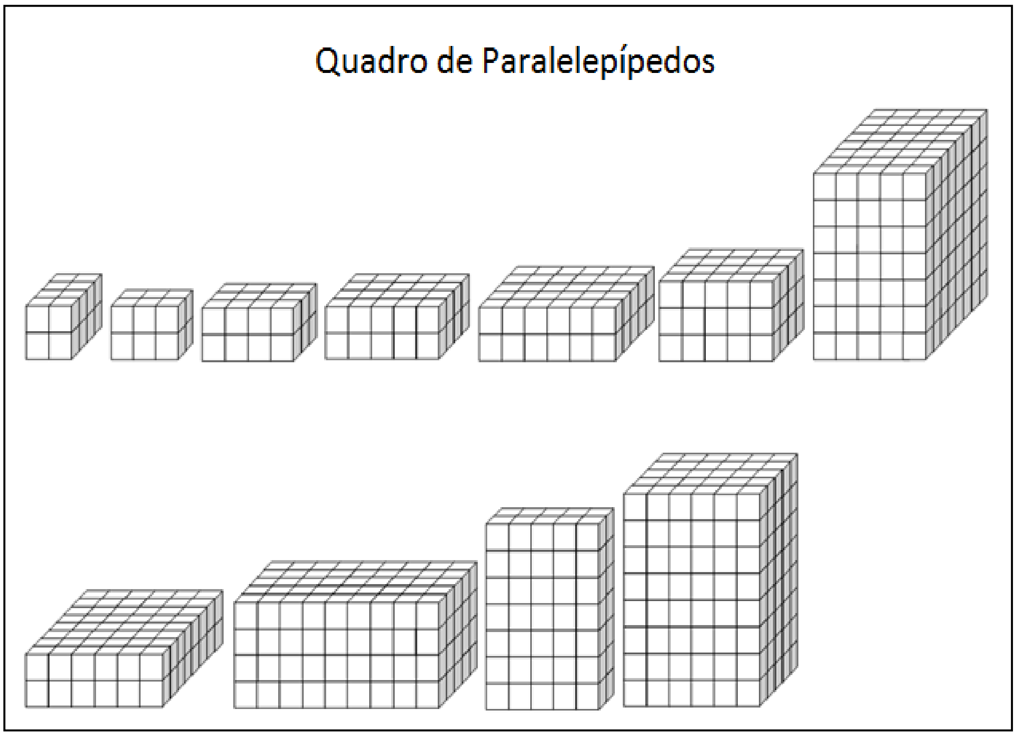
**PROCEDIMENTO**

• Considere um cubinho como unidade de volume;

•Considere a aresta do cubinho como unidade de comprimento;

•Determine o comprimento, a largura, o comprimento e o volume cada paralelepípedo do quadro de paralelepípedo;

•Com as informações obtidas (no apêndice C) preencha o quadro abaixo.




| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Medida do comprimento(c) | | | | | | | | | | |
| Medida da largura(b) | | | | | | | | | | |
| Medida da altura (a) | | | | | | | | | | |
| Medida do volume (V) | | | | | | | | | | |

**Descubra uma maneira de determinar o volume de um paralelepípedo sem contar os cubinhos!**

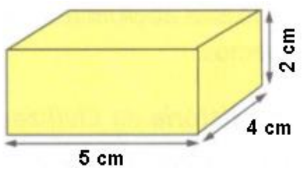
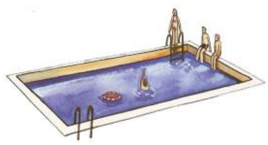
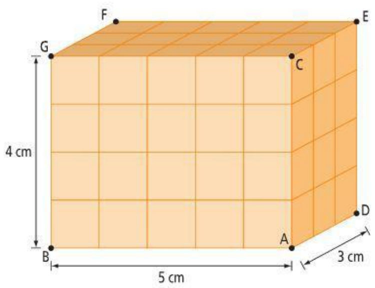
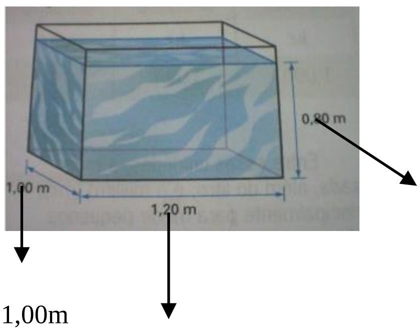
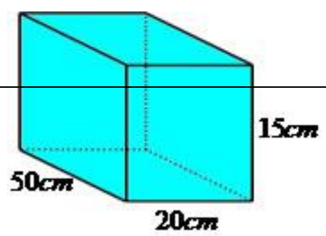
**CONCLUSÃO:**

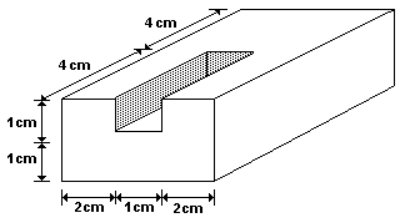
**FORMULA:**

**Analise *apriori* da atividade 3 – Volume do Paralelepípedo**

Nossa hipótese para esta atividade, seguindo a sequencia, previamente orientada no roteiro e pelo professor orientador, é que os alunos consigam fazer a sistematização, chegando à fórmula do cálculo de volume de paralelepípedo sem grandes dificuldades.

**Paralelepípedo** D13 – Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

| | |
|---|---|
| 01- Quantos cubos iguais a este, que tem 1 $cm^3$ de volume, eu precisaria colocar dentro da figura abaixo para não sobrar nenhum espaço interno?<br><br><br>A) 40<br>B) 50<br>C) 10<br>D) 80 | 02- O Sr. José, residente em Fafe, quer construir uma piscina no seu jardim. Para iniciar a construção, foi necessário abrir um buraco paralelepípedo com as seguintes dimensões: 12 m de comprimento, 5 m de largura e 1,5 m de profundidade.<br><br>a) Calcule o volume de terra que foi removida do buraco.<br><br>**b)** Um trator leva 4 $m^3$ de terra em cada viagem que faz. Quanta viagem precisa fazer para levar a terra toda? |
| 03- Qual o volume do sólido abaixo?<br><br> | 04- Observe a figura abaixo:<br><br>0,80 m<br>1,00m<br>1,20 m<br>O volume de água na caixa é de:<br>a) 0,96 ℓ b) 96 ℓ c) 960 ℓ d) 9 600 ℓ |
| 05- Uma editora pretende despachar um lote de livros, agrupados em 100 pacotes de 20 cm x 20 cm x 30 cm. A transportadora acondicionará esses pacotes em caixas com formato de bloco retangular de 40 cm x 40 | 06- Um aquário possui o formato de um paralelepípedo com as seguintes dimensões:<br><br> |

| | |
|---|---|
| cm x 60 cm. A quantidade mínima necessária de caixas para esse envio é:<br>a) 9<br>b) 11<br>c) 13<br>d) 15<br>e) 17 | Determine quantos litros de água são necessários para encher o aquário. |
| 07- Um caminhão tem carroceria com 3,40 metros de comprimento, 2,50 metros de largura e 1,20 metros de altura. Quantas viagens devem-se fazer, no mínimo, para transportar 336 metros cúbicos de arroz? | 08-<br><br>Na fabricação da peça acima, feita de um único material que custa R$ 5,00 o $cm^3$, deve-se gastar a quantia de:<br>a) R$ 400,00<br>b) R$ 380,00<br>c) R$ 360,00<br>d) R$ 340,00<br>e) R$ 320,00 |

*Sugestões para o professor*

Esta é uma atividade, de descoberta, na qual o aluno é levado a contar o comprimento, largura e altura, então o professor poderá usar exercícios diversificados, com os paralelepípedos em diferentes posições, para que o aluno ficar mais familiarizado com o cálculo de volume dessas figuras.

**3.4- Atividade 4:** Volume do cubo

**ATIVIDADE 4**

**TITULO**: Volume do cubo

**OBJETIVO:** descobrir uma maneira indireta de determinar o volume de um cubo

**MATERIAL:** quadro de cubos, roteiro da atividade, caneta ou lápis e calculadora (opcional)

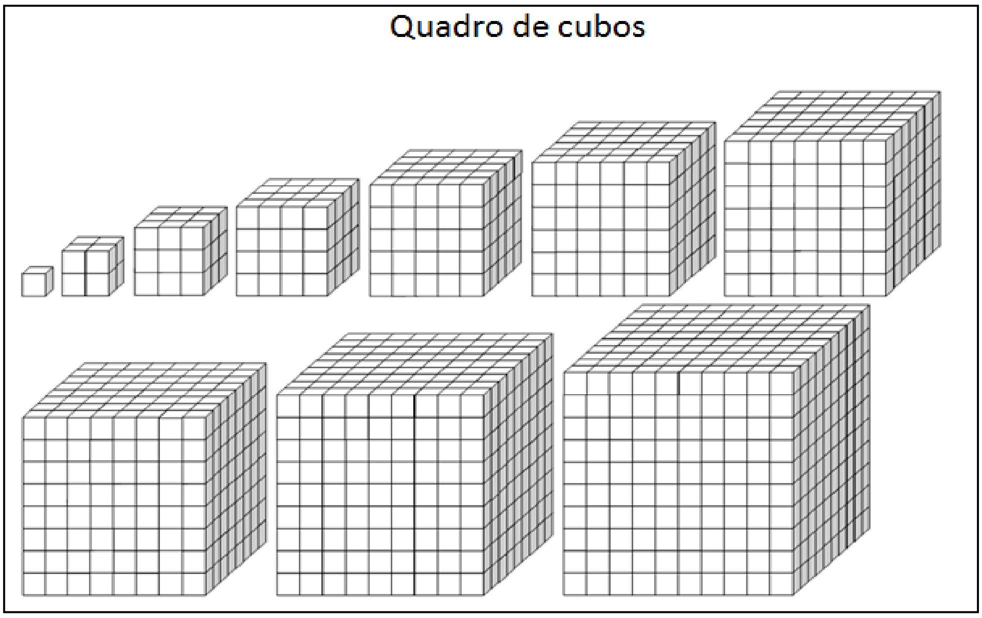
**PROCEDIMENTO:**

• Considere um cubinho como unidade de volume;

•Considere a aresta do cubinho como unidade de comprimento;

•Determine o comprimento, a largura, o comprimento e o volume cada cubo do quadro de cubos;

•Com as informações obtidas (no apêndice D) preencha o quadro abaixo.



| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Medida da aresta(a) | | | | | | | | | | |
| Medida do volume (V) | | | | | | | | | | |

**Descubra uma maneira de determinar o volume de um cubo sem contar os cubinhos!**

**CONCLUSÃO:**

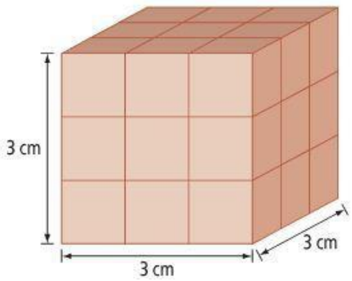
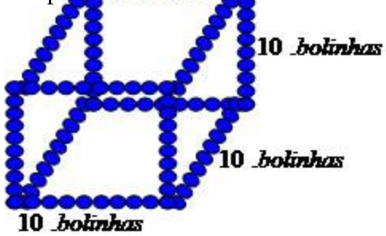
**FORMULA:**

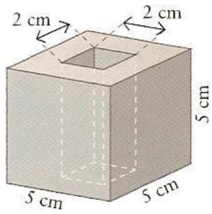
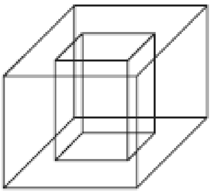
**Analise *apriori* da atividade 4 – Volume do Cubo**

Nossa justificativa e hipótese para esta atividade estão ligadas ao fato de termos iniciado pelo Paralelepípedo, ou seja, para figuras com medidas diferentes a conclusão seria a multiplicações dos lados, Já o cubo a ideia seria a mesma, agora com medidas de lados iguais, fato que não seria dificultoso para o aluno.

Nesse sentido, acreditamos que a maior dificuldade do aluno seria a sistematização da formula, uma vez que ao multiplicarmos as arestas o resultado seria aresta elevada ao cubo ($a^3$). O entendimento dessa fórmula seria essencial para que os alunos pudessem entender conceito de utilizarmos $cm^3$, $m^3$ como medida de volume.

**Cubo** D13 – Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

| | |
|---|---|
| 01- Qual o volume do cubo abaixo?<br><br> | 02- Dado um cubo de 10 cm de aresta, determine quantas bolinhas de diâmetro igual a 1cm ele comporta.<br><br> |
| 03- Um aquário, que tem a forma de um cubo, possui 50cm de aresta. Qual é seu volume em $cm^3$? | 04- Quantos litros de água serão necessários para encher completamente um reservatório em formato de cubo com aresta de 2m? |

| | |
|---|---|
| | **a) 800L b) 2000L c) 4000L d) 8000L** |
| 05- Pequenas caixas cúbicas de arestas medindo 20 cm serão guardadas em um caixote maior, também com a forma de cubo, cujas arestas medem 60 cm. Considerando que o caixote deverá ser tampado, o número máximo de caixas que poderá ser ali armazenado é igual a:<br><br>a) 3 b) 6 c) 9 d) 18 e) 27 | 06- Uma peça metálica com a forma cúbica tem uma parte oca. Qual é o volume do material em que é fabricada?<br> |
| 07- Um porta-lápis de madeira foi construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado a seguir. O cubo de dentro é vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que é interno, mede 8 cm.<br><br>O volume de madeira utilizado na confecção desse objeto foi de<br><br>(A) 12 cm³. (B) 64 cm³. (C) 96 cm³ (D) 1216 cm³ (E) 1728 cm³. | 08- Dois blocos de alumínio, em forma de cubo, com arestas medindo 10 cm e 6 cm, são levados juntos à fusão e em seguida o alumínio líquido é moldado como um paralelepípedo reto de arestas 8 cm, 8 cm e x cm. Determine o valor de x. |

*Sugestões para o professor*

Esta é uma atividade, de descoberta, igual a anterior, na qual o aluno é levado a contar o comprimento, largura e altura; é necessário que o professor faça a socialização com todos os alunos esclarecendo que o cubo é um caso particular de paralelepípedo e também é necessário que o professor conduza a regularidade fazendo questionamento a respeito das descobertas.

**3.5- Atividade 5:** Volume do prisma

**ATIVIDADE 5**

**Título: O** Volume do prisma

**Objetivo:** descobrir uma maneira de calcular volume

**Material:** Roteiro da atividade, quadro de prismas, caneta ou lápis e calculadora (opcional)

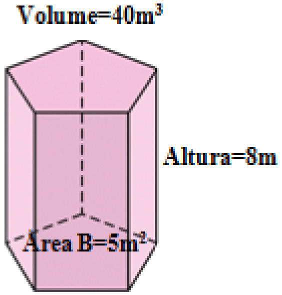
**Procedimento:**

Para cada prisma do quadro (no apêndice E) de prismas determine:

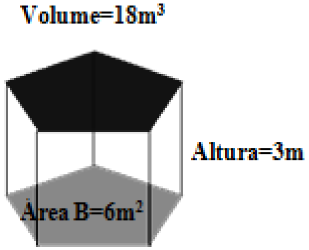
1)O valor da área da base;

2)A medida da altura;

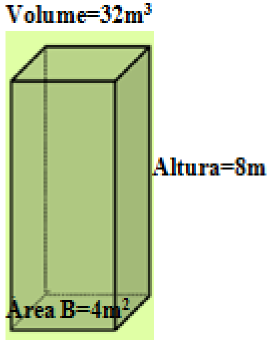
3)A medida do volume



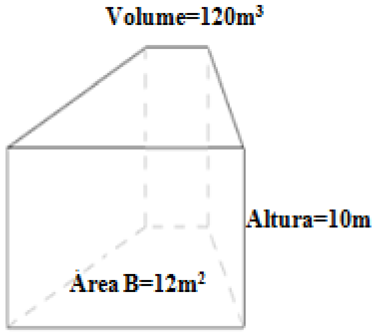
Prisma nº1



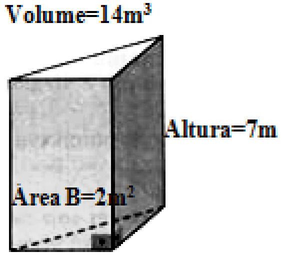
Prisma nº2



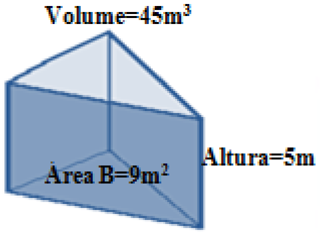
Prisma nº3



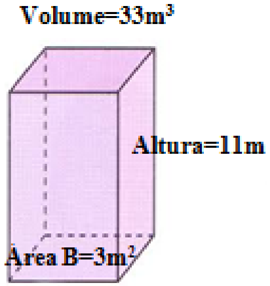
Prisma nº 4



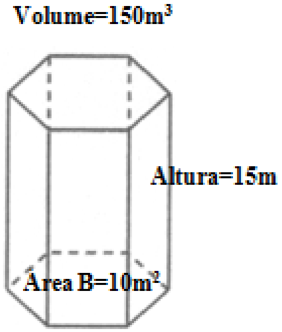
Prisma nº5



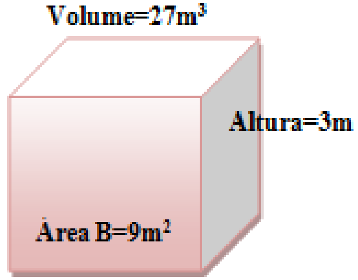
Prisma6



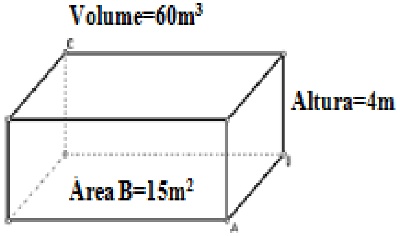
Prisma nº7



Prisma8



Prisma nº9



Prisma nº10

Com os dados obtidos preencha o quadro a seguir.

| Sólidos | Área da base ($\mathbf{A_b}$) | Altura (**h**) | Volume (**V**) |
|---|---|---|---|
| Prisma nº1 | | | |
| Prisma nº 2 | | | |
| Prisma nº 3 | | | |
| Prisma nº 4 | | | |
| Prisma nº 5 | | | |
| Prisma nº 6 | | | |
| Prisma nº 7 | | | |
| Prisma nº8 | | | |
| Prisma nº9 | | | |
| Prisma nº10 | | | |

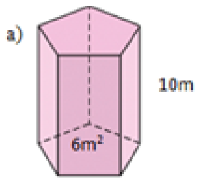
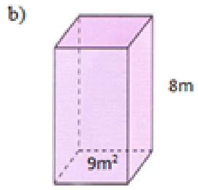
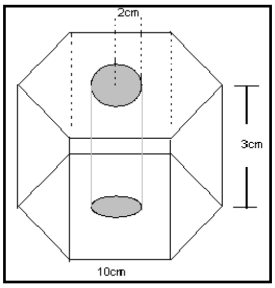
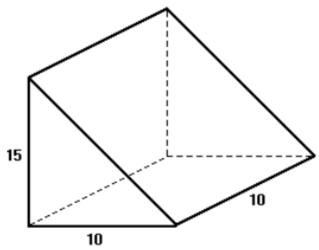
**CONCLUSÃO:**

**FORMULA:**

**Analise *a priori* da atividade 5 – Volume do Prisma**

Esta atividade tem por objetivo, levar os alunos a descobrirem uma maneira prática de encontrar o volume do prisma e sistematizar, ou seja, encontrar a fórmula que determine o seu volume. Essa atividade não tem um grau de dificuldade alto, uma vez que o aluno dispõem de uma tabela simples, mas com a ideia elementar de cálculo de volume de prisma, que é a multiplicação da área da base multiplicado pelo altura. Nesse sentido acreditamos que a grande dificuldade vai ser a determinação das áreas das bases dos prismas, pois existem diferentes maneiras de se calcular a área da base, dependerá do tipo de figura, lembrando que área é conhecimento prévio do aluno, e que não nos exime de fazer a intervenção nesse sentido.

Essas atividades vão ser socializadas com todos os alunos para nos certificarmos que eles conseguem compreender a relação entre a área da base e a altura. Será proposto um exercício de fixação para assegurar o conhecimento adquirido e prepara-los para situações diferentes do convencional.

| | |
|---|---|
| 01- Calcular o volume dos sólidos abaixo:<br><br> | 02- A garagem subterrânea de um edifício tem 18 boxes retangulares, cada um com 3,5m de largura e 5m de comprimento. O piso da garagem é de concreto e tem 20cm de espessura. Calcule o volume de concreto utilizado para o piso da garagem. |
| 03- Considere um prisma cuja base é um hexágono regular de 10 cm de lado e altura de 3 cm. No centro da peça, existe um furo cilíndrico de 2 cm de raio. Qual é a quantidade de ferro, em volume, utilizada na confecção da peça?<br> | 04- Um reservatório tem a forma de um prisma , cuja base reta é um triângulo ABC, retângulo em A. As medidas, em metros, estão indicadas na figura. A capacidade do reservatório, em litros é:<br>a) 14 000<br>b) 14 050<br>c) 14 500<br>d) 15 000 |
| 05- Dado um prisma hexagonal regular, sabe-se que sua altura mede 3 cm e que sua área lateral é o dobro da área de sua base. O volume desse prisma, em $cm^3$, é:<br>a) $27\sqrt{3}$ b) $13\sqrt{2}$ c) 12 d) $54\sqrt{3}$ e) $17\sqrt{5}$ | 06- Uma barra de chocolate tem a forma de um prisma quadrangular reto de 12cm de altura. A base tem a forma de um trapézio isósceles na qual os lados paralelos medem 2,5cm e 1,5cm e os lados não paralelos medem, cada um, 2cm. Qual o volume do chocolate? |
| 07- (Fei) De uma viga de madeira de seção quadrada de lado L=10cm extrai-se uma cunha de altura h=15cm, conforme a figura. O volume da cunha é:<br>a) 250 $cm^3$<br>b) 500 $cm^3$<br>c) 750 $cm^3$<br>d) 1000 $cm^3$<br>e) 1250 $cm^3$<br> | 08- Qual o volume de argila necessário para produzir 5.000 tijolos, tendo cada tijolo a forma de um paralelepípedo com dimensões de 18 cm, 9 cm e 6 cm? |

*Sugestões para o professor*

Esta é uma atividade, de descoberta, na qual o aluno é levado a concluí que o volume do prisma é a área da base, multiplicado pela altura. O professor deve conduzir os alunos na observação da regularidade presente no preenchimento do quadro da atividade, fazendo os questionamentos quando necessário. Também que seja mostrada aos alunos que um prisma possui diferentes base, deve se explicado a área de cada uma.

**3.6- Atividade 6:** Volume da Pirâmide

**ATIVIDADE 6**

**Título: O** Volume da Pirâmide

**Objetivo:** descobrir uma maneira de calcular volume

**Material:** Roteiro da atividade e quadro de Pirâmide (no apêndice F)

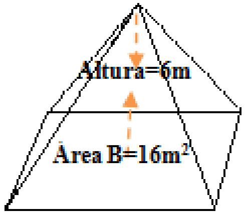
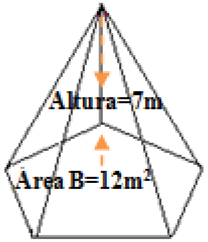
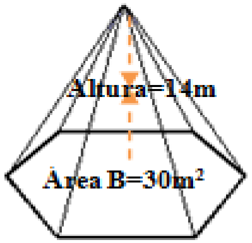
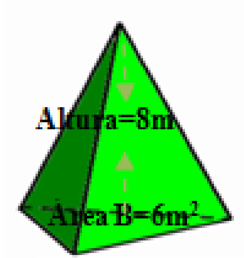
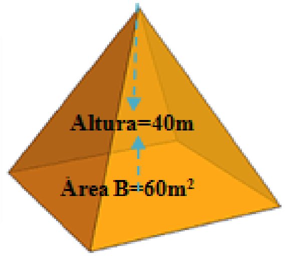
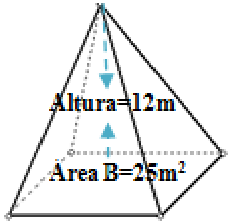
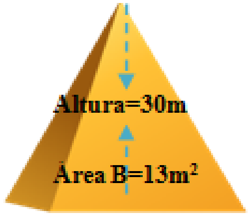
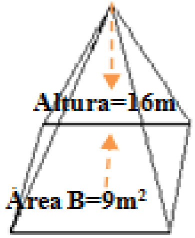
**Procedimento:**

Para cada Pirâmide do quadro de Pirâmide determine:

1)O valor da área da base;

2)A medida da altura;

3)A medida do volume

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Volume=32$m^3$   Pirâmide nº1 | Volume=28$m^3$   Pirâmide nº2 | Volume=140$m^3$   Pirâmide nº3 | Volume=16$m^3$   Prisma nº4 | Volume=800$m^3$   Pirâmide nº5 |
| Volume= 100$m^3$   Pirâmide nº6 | Volume= 250$m^3$   Pirâmide nº7 | Volume=130$m^3$   Pirâmide nº8 | Volume =48$m^3$   Pirâmide nº9 | Volume=1500$m^3$   Pirâmide nº10 |

Com os dados obtidos os alunos deverão preencher o quadro a seguir:

| Sólido | Área da base (**$A_b$**) | Altura (**h**) | Volume (**V**) |
|---|---|---|---|
| Pirâmide nº1 | | | |
| Pirâmide nº 2 | | | |
| Pirâmide nº 3 | | | |
| Pirâmide nº 4 | | | |
| Pirâmide nº 5 | | | |
| Pirâmide nº 6 | | | |
| Pirâmide nº 7 | | | |
| Pirâmide nº8 | | | |
| Pirâmide nº9 | | | |
| Pirâmide nº10 | | | |

Observação:

**Conclusão:**

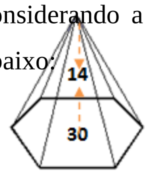
**Fórmula:**

**Analise *a priori* da atividade 6 – Volume da Pirâmide**

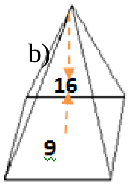
Para a atividade do cálculo do volume da pirâmide, observa-se que é uma variação do cálculo do volume do prisma. Nossa hipótese em relação a essa atividade é de que os alunos demorem mais para compreender que aparecerá uma divisão por três em relação ao volume do prisma. Pra isso a estratégia foi montar a área da base e/ou da altura sendo múltiplo de três, com o propósito do resultado do cálculo volume ser um numero inteiro, isso facilita a sistematização e a obtenção da fórmula. A socialização, sugerida no ensino por atividade e o exercícios de fixação é uma das alternativas para a apropriação do conhecimento.

01- Calcular o volume dos sólidos, em $cm^3$, considerando a área da base e a altura indicada abaixo:

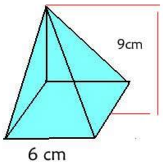
a)



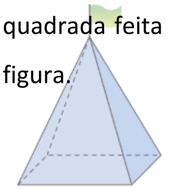

b)




c)




02- O prefeito de uma cidade pretende colocar em frente à prefeitura um mastro com uma bandeira, que será apoiado sobre uma pirâmide de base quadrada feita de concreto maciço, como mostra a figura.



Sabendo-se que a aresta da base da pirâmide terá 3 m e que a altura da pirâmide será de 4 m, o volume de concreto (em $m^3$) necessário para a construção da pirâmide será:

03- O volume de uma pirâmide cuja base é um triângulo equilátero de lado 2 dm e cuja altura mede 3 dm, em $dm^3$, é igual a:

a) $\sqrt{3}$

b) $2\sqrt{3}$

c) $3\sqrt{3}$

d) $4\sqrt{3}$

e) $5\sqrt{3}$

04- Uma pirâmide quadrangular regular tem 8 m de altura e 10 m de apótema. O seu volume é :

a) 1152 $m^3$

b) 288 $m^3$

c) 96 $m^3$

d) 384 $m^3$

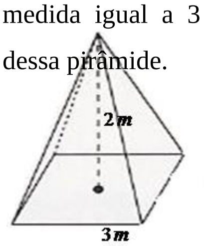
e) 48 $m^3$

05- A base de uma pirâmide é um triangulo eqüilátero, cujo lado mede 4 cm. Sendo a altura da pirâmide igual à altura do triangulo da base, o volume da pirâmide, em $cm^3$, é:

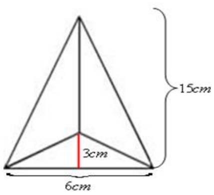
a) 4 b) 6 c) 8 d) 10

06- Um prisma de base pentagonal possui $360m^3$ de volume. Qual o volume de uma pirâmide com mesma base e mesma altura?

07- Uma pirâmide de base quadrangular possui altura medindo 2 metros e cada lado da base com medida igual a 3 metros. Determine o volume dessa pirâmide.




08- Uma indústria irá fabricar uma peça no formato de uma pirâmide de base triangular com as medidas indicadas na figura. Sabendo que serão fabricadas 500 peças maciças de aço, determine o volume total de aço que será gasto na produção dessas peças.



*Sugestões para o professor*

Esta é uma atividade, de descoberta, na qual o aluno é levado a concluí que o volume da pirâmide é a área da base, multiplicado pela altura dividido por três . O professor deve conduzir os alunos na observação da regularidade presente no preenchimento do quadro da atividade, fazendo os questionamentos quando necessário. O professor deve auxiliar também os aluno em suas descobertas socializando com os demais colegas.

**3.7- Atividade 7**: Volume do Cilindro

**ATIVIDADE 7**

**Título: O** Volume do Cilindro

**Objetivo:** descobrir uma maneira de calcular volume

**Material:** Roteiro da atividade e quadro de Cilindro, caneta ou lápis e calculadora (opcional)

**Procedimento:**

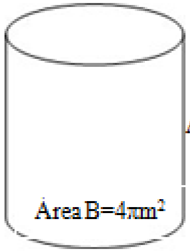
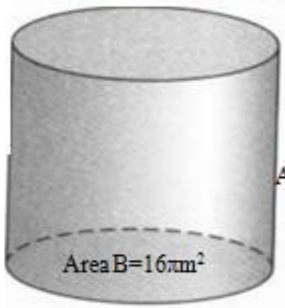
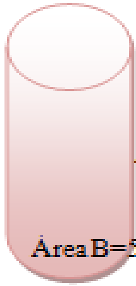
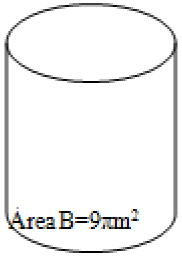
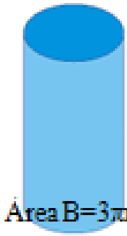
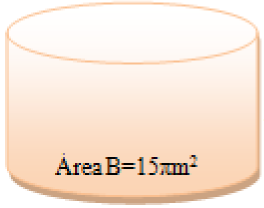
Para cada Cilindro do quadro de Cilindros (no apêndice G) determine:

1)O valor da área da base;

2)A medida da altura;

3)A medida do volume

Com os dados obtidos preencha o quadro a seguir.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Volume=$20\pi m^3$  Altura=5m<br>Área B=$4\pi m^2$<br>Cilindro 1 | Altura=4m  Área B =$9\pi m^2$<br>Volume=$36\pi m^3$<br>Cilindro 2 | Volume=$80\pi m^3$  Altura=5m<br>Área B=$16\pi m^2$<br>Cilindro 3 | Volume=$28\pi m^3$  Altura=7m<br>Área=$4\pi m^2$<br>Cilindro 4 | Volume=$35\pi m^3$  Altura=7m<br>Área B=$5\pi m^2$<br>Cilindro 5 |
| Volume=$24\pi m^3$  Altura=3m<br>Área=$8\pi m^2$<br>Cilindro 6 | Volume=$54\pi m^3$  Altura=6m<br>Área B=$9\pi m^2$<br>Cilindro 7 | Volume=$70\pi m^3$  Área B=$7\pi m^2$<br>Altura=10m<br>Cilindro 8 | Volume=$18\pi m^3$  Altura=6m<br>Área B=$3\pi m^2$<br>Cilindro 9 | Volume=$120\pi m^3$  Altura=8m<br>Área B=$15\pi m^2$<br>Cilindro 10 |

| Sólidos | Área da base (**Ab**)<br>**m²** | Altura (**H**)<br>**M** | Volume (**V**)<br>**m³** |
|---|---|---|---|
| Cilindro nº1 | | | |
| Cilindro nº2 | | | |
| Cilindro nº3 | | | |
| Cilindro nº4 | | | |
| Cilindro nº5 | | | |
| Cilindro nº6 | | | |
| Cilindro nº7 | | | |
| Cilindro nº8 | | | |
| Cilindro nº9 | | | |
| Cilindro nº10 | | | |

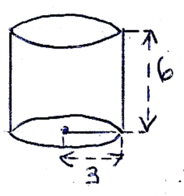
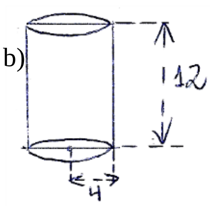
Observação:

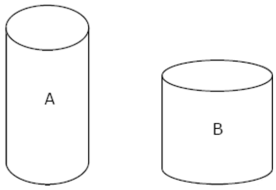
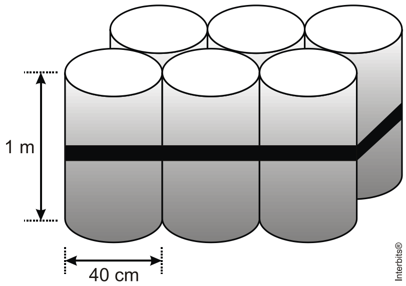
**Conclusão:**

**Fórmula:**

**Analise *a priori* da atividade 7 – Volume do Cilindro**

As atividades envolvendo sólidos redondos apresentam um grau de compreensão maior, tendo em vista que aparecerá o valor de uma constante chamada π(pi). Nossa estratégia para essa atividade foi manter o valor de π, no cálculo da área da base, isso facilitaria a percepção, uma vez que o aluno já viu como se calcula o volume do prisma, que é área da base multiplicado pela altura. No cilindro seria a mesma coisa, com a diferença de aparecer a constante dos sólidos redondos. Espera-se que essa atividade não traga grandes dificuldades para o aluno, pois a atividade está organizada de modo que a compreensão e obtenção da fórmula sejam facilitadas, a socialização da atividade e o exercício de fixação contribuirão para o aprofundamento da aprendizagem.

| | |
|---|---|
| 01- Calcule o volume do cilindro<br>a)   b)   | 02- Uma lata de refrigerante tem forma cilíndrica, com 4 cm de raio nas bases e 15 cm de altura.<br>Use π= 3,14 e determine:<br>O volume da lata de refrigerante. |

| | |
|---|---|
| 03- Qual o volume de um cilindro de 4 cm de diâmetro e 5 cm de altura? | 04- Se um cilindro equilátero mede 12 m de altura, então seu volume, em $m^3$, vale:<br>A) 16π B) 32π **x**C) 64π D) 128π E) 256π |
| 05- O Sr. Paulo quer fazer um poço no quintal com 2 m de diâmetro e 12 m de profundidade.<br>Qual é, aproximadamente, o volume de terra que vai ter de extrair? (considere π=3,14)<br><br>a) 37,68$m^3$<br>b) 75,36$m^3$<br>c) 80,00$m^3$<br>d) 120,36$m^3$ | 06- Um produto é embalado em recipientes com formato cilíndrico reto. O cilindro A tem altura 20 cm e raio da base 5 cm. O cilindro B tem altura 10 cm e raio da base 10 cm. Em qual das duas embalagens tem a maior capacidade?<br><br> |
| 07- Uma indústria irá produzir dois tipos de copos com formato cilíndrico. O copo azul terá as seguintes medidas 5 cm de raio da base e 12 cm de altura e o copo verde 3 cm de raio da base e 18 cm de altura. Qual dos copos possuirá o maior volume? | 08- O administrador de uma cidade, implantando uma política de reutilização de materiais descartados, aproveitou milhares de tambores cilíndricos dispensados por empresas da região e montou *kits* com seis tambores para o abastecimento de água em casas de famílias de baixa renda, conforme a figura seguinte. Além disso, cada família envolvida com o programa irá pagar somente R$ 2,50 por metro cúbico utilizado.<br><br><br>Uma família que utilizar 12 vezes a capacidade total do *kit* em um mês pagará a quantia de<br>(considere $\pi \cong 3$)<br>a) R$ 86,40.<br>b) R$ 21,60.<br>c) R$ 8,64.<br>d) R$ 7,20. |

*Sugestões para o professor*

Esta é uma atividade, de descoberta, na qual o aluno é levado a concluí que o volume do cilindro é a área da base, multiplicado pela altura. Como é uma figura com base circular o professor deverá explicar sua área e o número π(pí), presente em toda circunferência, deve conduzir os alunos em suas descobertas sempre orientando a diferença entre as formas geométricas. Nos exercícios de aprofundamento deve ser esclarecer a diferença entre raio e diâmetro.

**3.8- Atividade 8:** Volume do Cone

**Título: O** Volume do Cone

**Objetivo:** descobrir uma maneira de calcular volume

**Material:** Roteiro da atividade, quadro de Cone, caneta ou lápis e calculadora (opcional)

**Procedimento:**

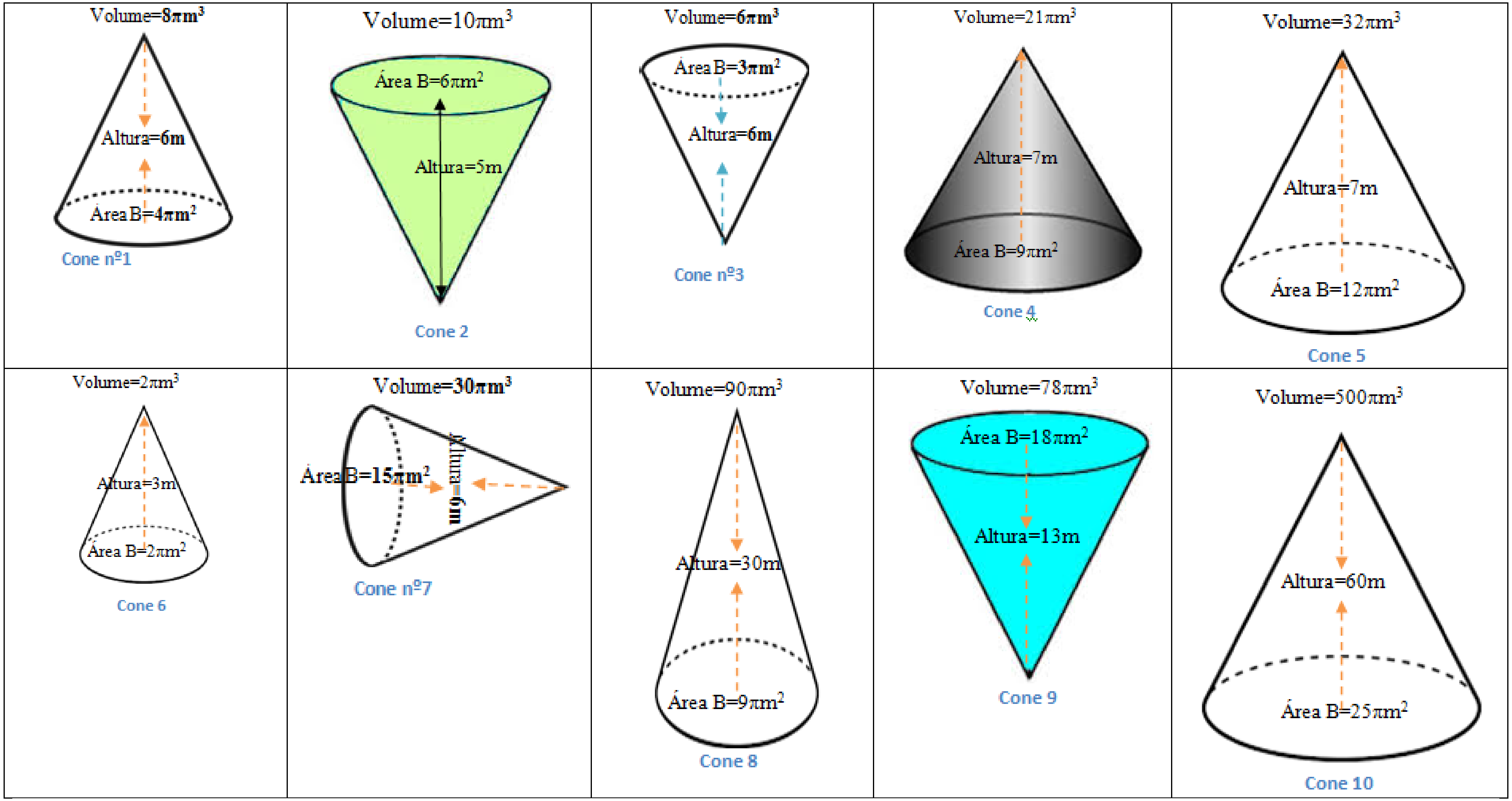
Para cada Cone do quadro de Cone determine:

1)O valor da área da base;

2)A medida da altura;

3)A medida do volume

Com os dados obtidos preencha o quadro a seguir.


Volume=$8\pi m^3$
Altura=6m
Área B=$4\pi m^2$
Cone nº1
Volume=$10\pi m^3$
Área B=$6\pi m^2$
Altura=5m
Cone 2
Volume=$6\pi m^3$
Área B=$3\pi m^2$
Altura=6m
Cone nº3
Volume=$21\pi m^3$
Altura=7m
Área B=$9\pi m^2$
Cone 4
Volume=$32\pi m^3$
Altura=7m
Área B=$12\pi m^2$
Cone 5
Volume=$2\pi m^3$
Altura=3m
Área B=$2\pi m^2$
Cone 6
Volume=$30\pi m^3$
Área B=$15\pi m^2$
Altura=6m
Cone nº7
Volume=$90\pi m^3$
Altura=30m
Área B=$9\pi m^2$
Cone 8
Volume=$78\pi m^3$
Área B=$18\pi m^2$
Altura=13m
Cone 9
Volume=$500\pi m^3$
Altura=60m
Área B=$25\pi m^2$
Cone 10

| Sólidos | Área da base (**Ab**) $m^2$ | Altura (**H**) M | Volume (**V**) $m^3$ |
|---|---|---|---|
| Cone nº1 | | | |
| Cone nº2 | | | |
| Cone nº3 | | | |
| Cone nº4 | | | |
| Cone nº5 | | | |
| Cone nº6 | | | |
| Cone nº7 | | | |
| Cone nº8 | | | |
| Cone nº9 | | | |
| Cone nº10 | | | |

Observação:

**Conclusão:**

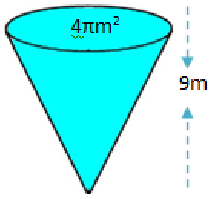
**Fórmula:**

**Analise *a priori* da atividade 8 – Volume do cone**

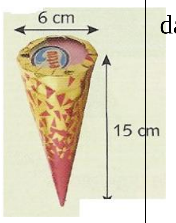
Nossa hipótese para essa atividade é de que o aluno relacione com o cálculo de volume da pirâmide, que também é dividido por três, que notem também que é um sólido redondo igual ao cilindro e que vai aparecer a constante $\pi$. Espera-se que essa atividade não traga grande dificuldade. Todos os valores foram colocados como múltiplos de três para facilitar a compreensão e a sistematização da formula. A intervenção será feito apenas nas particularidades dos sólidos, como por exemplo, a base e a geratriz do cone.

**01-** Calcular o volume dos sólidos abaixo:

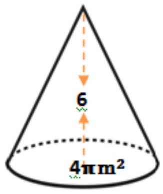
a)




c)




b)




02- - Num cone reto, a altura é 3 m e o diâmetro da base é 8 m. Então, o seu volume vale:

a. $48\pi m^3$
b. $36\pi\ m^3$
c. $16\pi\ m^3$
d. $12\pi\ m^3$
e. $8\pi\ m^3$

03- A altura de um cone circular reto mede o triplo da medida do raio da base. Se o comprimento da circunferência dessa base é $8\pi$cm, então o volume do cone, em centímetros cúbicos, é

a) $64\pi$
b) $48\pi$
c) $32\pi$
d) $16\pi$
e) $8\pi$

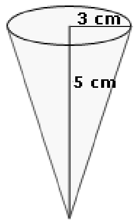
04- Um tanque cônico tem 4 m de profundidade e seu topo circular tem 6 m de diâmetro. Então, o volume máximo, em litros, que esse tanque pode conter de líquido é: (use $\pi = 3{,}14$).

A) 24.000 B) 12.000 C) 37.860 D) 14.000 **x**E) 37.680

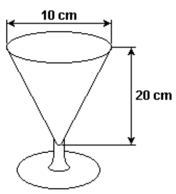
05- Um cone equilátero tem de área de base $4\,\pi\ cm^2$. Qual seu volume?

a) $2\,\pi\ cm^3$.
b) $4\,\pi\ cm^3$.
c) $8\,\pi\ cm^3$.
d) $16\,\pi\ cm^3$.
e) $32\,\pi\ cm^3$.

06- Quantos centímetros cúbicos de água seriam necessários para encher o cone abaixo?



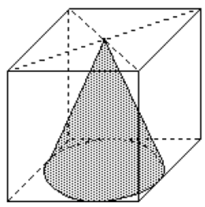

07- Em uma lanchonete, um casal de namorados resolve dividir uma taça de milk shake com as dimensões mostradas no desenho.




Sabendo-se que a taça estava totalmente cheia e que eles beberam todo o milk shake, calcule qual foi o volume, em mL, ingerido pelo casal. Adote $\pi = 3$.

08- Na figura, a base do cone reto está inscrita na face do cubo. Supondo $\pi$=3, se a área total do cubo é 54, então o volume do cone é:

a) 81/2
b) 27/2
c) 9/4
d) 27/4
e) 81/4



*Sugestões para o professor*

Esta é uma atividade, de descoberta, na qual o aluno é levado a concluí que o volume do cone é a área da base, multiplicada pela altura e dividida por três. O professor deverá conduzir as descobertas feitas pelos alunos, fazendo questionamentos pontuais e comparando com o volume do cilindro. O exercício de aprofundamento é muito importante para o entendimento da fórmula descobertas por eles.

**3.9- Atividade 9:** Volume da esfera

**ATIVIDADE 9**

**Título: O** Volume da esfera

**Objetivo:** descobrir uma maneira de calcular volume

**Material:** Roteiro da atividade, quadro de esfera, caneta ou lápis e calculadora (opcional)

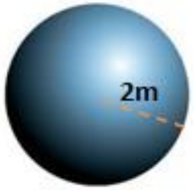
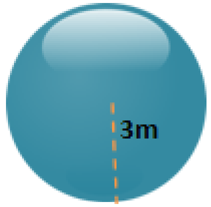
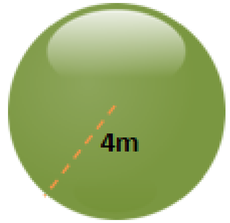
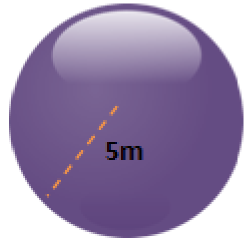
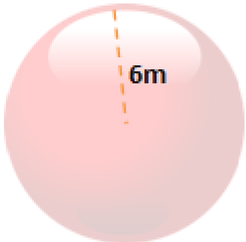
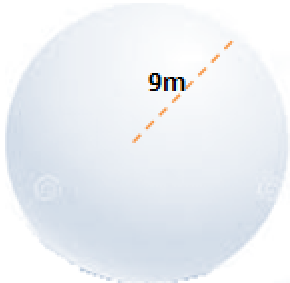
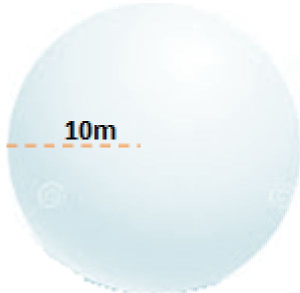
**Procedimento:**

Para cada esfera do quadro de esfera (no apêndice I) determine:

1)O valor da área da Superfície;

2)O Raio da Esfera;

3)A medida do volume

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Volume=$\frac{4}{3}\pi m^3$   Esfera 1 | Volume=$\frac{32}{3}\pi m^3$   Esfera 2 | Volume=$36\pi m^3$   Esfera 3 | Volume=$\frac{256}{3}\pi m^3$   Esfera 4 | Volume=$\frac{500}{3}\pi m^3$   Esfera 5 |
| Volume=$288\pi m^3$   Esfera 6 | Volume=$\frac{1372}{3}\pi m^3$   Esfera 7 | Volume=$\frac{2048}{3}\pi m^3$   Esfera 8 | Volume=$972\pi m^3$   Esfera 9 | Volume=$\frac{4000}{3}\pi m^3$   Esfera 10 |

**Preencha a tabela abaixo**

| Sólidos | O valor do Raio (**R**) | O valor do Raio ao cubo ($\mathbf{R^3}$) | Volume (**V**) $m^3$ |
|---|---|---|---|
| Esfera nº 1 | | | |
| Esfera nº 2 | | | |
| Esfera nº 3 | | | |
| Esfera nº 4 | | | |
| Esfera nº 5 | | | |
| Esfera nº 6 | | | |
| Esfera nº 7 | | | |
| Esfera nº8 | | | |
| Esfera nº9 | | | |
| Esfera nº10 | | | |

Observação:

**Conclusão:**

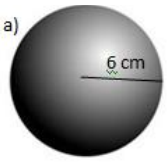
**Fórmula:**

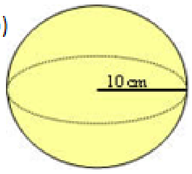
**Analise *a priori* da atividade 9 – Volume da esfera**

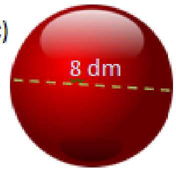
Nossa hipótese para essa atividade é de que, pela complexidade da fórmula os alunos terão mais dificuldades e levarão mais tempo para concluir essa atividade. A estratégia a ser utilizada será organizar os valores de acordo com a fórmula a ser deduzida, e não mais a área da base multiplicada pela altura, e sim a área da superfície esférica vezes o raio. Essa atividade vai ser orientada e a descoberta será compartilhada com todos. Temos também o exercício de fixação baseado nas atividades e em outros contextos como forma de se efetivar o conhecimento.

**Esfera ( D13 – Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).**

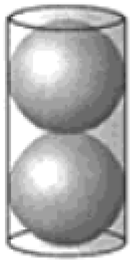
01- Calcular o volume dos sólidos a seguir:

a)



b)



c)



02- Duas esferas de raio **r** foram colocadas dentro de um cilindro circular reto com altura **4r**, raio da base **r** e espessura desprezível. Calcule a razão entre o volume do cilindro não ocupado pelas esferas e o volume das esferas.



03- Uma empresa que fabrica esferas de aço, de 6 cm de raio, utiliza caixas de madeira, na forma de um cubo, para transportá-las. Sabendo que a capacidade da caixa é de 13.824 $cm^3$, então o número máximo de esferas que podem ser transportadas em uma caixa é igual a:

a) 4
b) 8
c) 16
d) 24
e) 32

04- Um copinho de sorvete, em forma de cone, tem 10 cm de profundidade, 4 cm de diâmetro no topo e tem aí colocadas duas conchas semiesféricas de sorvete, também de 4 cm de diâmetro. Se o sorvete derreter para dentro do copinho, podemos afirmar que

a) não transbordará.
b) transbordará.
c) os dados são insuficientes.
d) os dados são incompatíveis.
e) todas as afirmações anteriores são falsas.

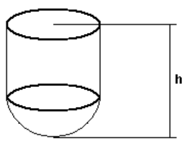
05- Uma panela cilíndrica de 20 cm de diâmetro esta completamente cheia de massa para doce, sem exceder a sua altura, que é de 16 cm. O número de doces em formato de bolinhas de 2 cm de raio que se pode obter com toda essa massa é:

06- Após uma partida de futebol, a bola sofreu uma redução de 30% em seu volume. A redução sofrida pela área de sua superfície foi de:

07- Pretende-se encher uma bexiga até que ela atinja 20 cm de diâmetro. Considere que essa bexiga é esférica. Quantos litros de água aproximadamente serão necessários?

a) 4,2 litros.
b) 3,8 litros.
c) 3,1 litros.
d) 2,5 litros.

08- Um reservatório de água tem a forma de um hemisfério acoplado a um cilindro circular como mostra a figura a seguir.




A medida do raio do hemisfério é a mesma do raio da

| | |
|---|---|
| | base do cilindro e igual a r = 3 m. Se a altura do reservatório é h = 6 m, a capacidade máxima de água comportada por esse reservatório é:<br>a) $9\pi$ m³. b) $18\pi$ m³. c) $27\pi$ m³.<br>d) $36\pi$ m³. e) $45\pi$ m³. |

*Sugestões para o professor*

Esta é uma atividade, de descoberta, na qual o aluno é levado a concluí que o volume do da esfera, o professor deve conduzir as descobertas feitas pelos alunos auxiliando e dando sugestões, de maneira que todos observe a multiplicação por 4 feita. Nos exercícios de aprofundamento são essenciais para a consolidação das descobertas.

## 4- CONSIDERAÇÕES FINAIS

A sequência didática desenvolvida foi validada na dissertação de mestrado de Moraes (2018), a qual obteve resultados significativos, tanto na participação de alunos nas aulas de matemática quanto no desempenho de resolução de problemas envolvendo cálculo de volume de sólidos geométricos e suas unidades de medida. Este produto visa contribuir para o processo de ensino- aprendizagem de cálculo de volume de modo a construir uma educação de melhor qualidade. Esperamos que os professores da educação básica aprendam esse produto e possam fazer uso em suas aulas.

## 5- REFERÊNCIAS


ABRANTES, P.Leal,L. & Ponte, p(org). **Investigar para Aprender Matemática:** "Matemática para todos" & Associação de professores de Matemática, 1996.

ARAUJO, J.C.C. **Tempo, desafio conceitual e didático**: um estudo exploratório dos documentos curriculares e atividades de livros didáticos para alfabetização matemática. 144f. Dissertação (Mestrado em Educação e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

ARTIGUE, Michelle. Engenharia didáctica. In: BRUN, Jean (Org.). **Didáctica das Matemáticas.** Lisboa: instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

BARBETTA, Pedro Alberto. **Estatística Aplicada às Ciências Sociais**. 8ª ed. Florianópolis: ed. da UFSC, 2012.

BEZERRA, Manoel Jairo. **Matemática – 2º Grau**. Volume único. São Paulo: Scipione,1995.

BOAS, R. A. V., ***A Geometria do futebol: Um facilitador no ensino aprendizagem***. 2008. 43 f. Monografia (Graduação em Matemática) * Centro Universitário de Lavras - UNILAVRAS, Lavras, 2008.

BRASIL, PCN _ Ensino Médio: **orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**, Brasília/DF: MEC, 2000 Disponível em: http//portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf. Acesso em 12/06/2016.

CHAVES, Marcelo Santos. **Geometria Espacial:** uma abordagem sobre o modelo do sólido cônico enquanto alternativa didática para o ensino na educação básica. Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia- PA,2013,p.12.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Desafio da Educação Matemática no novo milênio**. Revista da Sociedade Brasileira de Matemática, São Paulo, ano 8, n. 11, p. 14-17, dez. 2001

DOLCE, O., POMPEO, J.N. **Fundamentos de matemática elementar 9**: geometria plana. 7. ed. São Paulo: E. Atual, 1993. ISBN 85-7056-268-3.

EVES, Howard; tradução Hygino H. Domingues. **Introdução à história da matemática**. 5º ed. –, Campinas – SP: Editora da Unicamp – 2011.

FAINGUELERNT, E. K.; Educação Matemática: Representação e Construção em geometria. Porto Alegre: Artmed, 1999.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. Entrevistador: **Educação Matemática em Revista.** Revista da Sociedade Brasileira de Matemática, São Paulo, ano 11, n. 16, p. 4-7, maio 2004. Entrevista.

GRILLO, Jean Daniel. **Atividades e problemas de Geometria Espacial para o Ensino Médio.** Dissertação(Mestrado em Educação Matemática ) Universidade Federal de São Carlos, SP, 2014.

http://agenciabrasil.ebc.com.b/educaçãonoticia/2016-02

http://atlante.eumed.net/geometria-espacial/2016-05

http://www.matematiques.com.br.ppt. Acessado em: jan/2017.

Iezzi, Gelson et. al. Matemática: ciência e aplicações. Volume 2. São Paulo: Saraiva 2010, p.241-242.

LIMA, Elon Lages. **Medidas e Formas em Geometria**: comprimento, área, volume e semelhança. Rio de Janeiro, 1991.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? In: Educação Matemática em Revista. SEBM 4, p. 3-13, jun. 1995.

LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar Geometria**, Educação em Revista – Sociedade Brasileira Matemática – SBM, ano 3, n. 4 – 13, 1º sem. 1995.

MAIA, Lícia de Souza Leão. O ensino da Geometria: Analisando diferentes representações. Revista da Sociedade Brasileira de Matemática, São Paulo, ano 7, n. 8, p. 24-33, jun. 2000.

MANRIQUE, A.L.; SILVA, M.J.F.; CAMPOS, T.M.M.; A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo> Acesso em: 21 mar. 2007.

MARCIEL, Mariana de Vargas. **A importância do Ensino da Matemática na formação do Cidadão**. Faculdade de Filosofia Católica do Rio Grande do Sul- Uruguaiana, 2009.

MENEZES, José Claudemir de . **Áreas e Volumes**: uma abordagem complementar ao livro "a matemática do ensino Médio"- SBM- vol 2, Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) Universidade Federal de Sergipe, SE, 2015

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. PCN Ensino Médio**: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ciências da Natureza, Matemática e Suas Tecnologias. Brasília, 2002.

MORAIS, L. B., BELLEMAIN, P. M. B. **Análise da abordagem do conceito de volume nos livros didáticos de Matemática para os anos finais do ensino fundamental sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais**. Congresso de Iniciação Científica - UFPE, Recife, 2011.

NACARATO, Adair Mendes.; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. **A Geometria nas séries iniciais:** uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

NASCIMENTO, Hugo Leandro et al. O abandono do ensino de geometria e suas implicações no ensino fundamental. Disponível em: <http://www.sbempaulista.org.br/epem/> . Acesso em: 22 mar. 2007.

NASSER, L. e TINOCO, L. **Curso básico de geometria**: enfoque didático. – 3 ed.- Rio de

PAIS, Luiz Carlos. **Ensinar e aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica,2006a.

PAIVA, Manuel Rodrigues. **Matemáti**ca – Volumes 1, 2 e 3.1ª Ed. São Paulo: Editora Moderna, 2009.

PAULA, A. P. M. **Ensino de área de figuras planas por atividades**. 2011. 232f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2011.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interferência, 1995.

ROGENSKI, Maria Lúcia Cordeiro; Pedroso, Sandra Mara Dias. (2007***). O Ensino da Geometria na Educação Básica**:* Realidade e Possibilidades. Disponível na Internet: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf. Acessado em: fev/2017.

RONCA, A. C. C; ESCOBAR, V. F. **Técnicas pedagógicas**: domesticação ou desfio à participação? Petrópolis: Vozes, 1980.

SÁ, Pedro Franco de**. Atividades para o Ensino de Matemática no nível fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

SANTANA, Mauro Sergio**. O volume dos principais poliedros**: Metodologia e atividades no esquema de resolução de problemas. Mato grosso, Dissertação Mestrado- UF de Mato grosso. Centro Universitário de Araguaia, Barra do Garça, 2014.

SANTOS, Waldiza Lima, Salgado dos**. O ensino de volume de sólidos por atividades.** Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade do Estado do Pará: Belém, 2012.

SILVA, Alessandra Pereira da; **Arquimedes e o volume da esfera**, Especialização para Professores-3º grau; Universidade Federal de Minas Gerais- UFMG, 2005.

SILVA, Haroldo Oliveira e. O ensino de sólidos de revolução com auxílio do SuperLogo 3.0. Dissertação de Mestrado em Matemática, Programa de Mestrado Profissional em Matemática-PROFMAT, UFPA, 2017.

STRATHERN, Paul. **Arquimedes e a alavanca em 90 minutos** (coleção 90 minutos). Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 1998. A.Silva. Arquimedes e o volume da esfera. Belo Horizonte, 2005.

ZUCHI, Ivanete. A importância da linguagem do ensino de Matemática. Revista da Sociedade Brasileira de Matemática, São Paulo, ano 11, n. 16, p. 49-54, maio 2004.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos da Matemática Elementar v.1 – 7ed – S. Paulo: Atual, 2000.