

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática



Anderson Portal Ferreira
Cinthia Cunha Maradei Pereira

**Uma sequência didática para o ensino de relações
métricas no triângulo retângulo**

Belém - PA
2020

Diagramação e Capa: Os Autores

Revisão: Os Autores

Conselho Editorial

Profa. Dra. Acylena Coelho Costa	Prof. Dr. Heliton Ribeiro Tavares
Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva	Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma
Prof. Dr. Antonio José Lopes	Prof. Dr. José Antonio Oliveira Aquino
Prof. Dr. Benedito Fialho Machado	Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes
Prof. Dr. Carlos Alberto Raposo da Cunha	Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes
Profa. Dra. Celsa Herminia de Melo Maranhão	Prof. Dr. Márcio Lima do Nascimento
Profa. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira	Prof. Dr. Marcos Antônio Ferreira de Araújo
Profa. Dra. Claudianny Amorim Noronha	Prof. Dr. Marcos Monteiro Diniz
Profa. Dra. Cristina Lúcia Dias Vaz	Profa. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos
Prof. Dr. Dorival Lobato Junior	Profa. Dra. Maria Lúcia P. Chaves Rocha
Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira	Prof. Dr. Miguel Chaquiam
Profa. Dra. Eliza Souza da Silva	Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral
Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves	Prof. Dr. Pedro Franco de Sá
Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva	Prof. Dr. Raimundo Otoni Melo Figueiredo
Prof. Dr. Geraldo Mendes de Araújo	Profa. Dra. Rita Sidmar Alencar Gil
Profa. Dra. Glaudianny Amorim Noronha	Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho
Prof. Dr. Gustavo Nogueira Dias	Profa. Dra. Talita Carvalho da Silva de Almeida

Comitê de Avaliação

Cinthia Cunha Maradei Pereira
Pedro Franco de Sá
José Augusto Nunes Fernandes

FERREIRA, Anderson Portal e PEREIRA, Cinthia Cunha Maradei. Uma sequência didática para o ensino de relações métricas no triângulo retângulo. Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2020.

ISBN:

Ensino de Matemática; Sequência didática; Relações métricas no triângulo retângulo.

RESUMO

Este trabalho apresenta um produto validado em uma dissertação de mestrado sobre o ensino das relações métricas no triângulo retângulo, apresentando resultados significativos no desempenho de resolução de problemas. Assim propomos uma sequência didática baseada no ensino por atividades e voltada ao ensino de problemas que envolvam as relações métricas no triângulo retângulo, em especial, o Teorema de Pitágoras, disposta em 8 atividades. Esperamos que esta sequência seja utilizada por professores e alunos da Educação básica em suas aulas.

Palavras-chave: Ensino. Ensino de matemática. Ensino das Relações Métricas no Triângulo Retângulo por Atividades.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	5
2. ASPECTOS DIDÁTICOS DAS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO	5
3. ASPECTOS HISTÓRICOS DAS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO	7
4. APRESENTAÇÃO DAS ATIVIDADES PARA O ENSINO DAS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO	10
4.1 ATIVIDADE I	12
4.1.1 Triângulos Utilizados na Atividade de Ensino I	12
4.1.2 Ficha de observação da atividade I	17
4.2 ATIVIDADE II	18
4.2.1 Triângulos Utilizados na Atividade de Ensino II	18
4.2.2 Ficha de observação da atividade II	23
4.2.3 Triângulos utilizados na atividade de ancoragem II	24
4.2.4 Ficha de exercícios da atividade de ancoragem II - A hipotenusa e as projeções	27
4.3 ATIVIDADE III	28
4.3.1 Triângulos utilizados na atividade de ensino III	29
4.3.2 Ficha de observação da atividade III	33
4.3.3 Triângulos utilizados na atividade de ancoragem III	34
4.3.4 Ficha de exercícios da atividade de ancoragem III- A hipotenusa, o Cateto e sua projeção	37
4.4 ATIVIDADE IV	38
4.4.1 Triângulos utilizados na atividade de ensino IV	39
4.4.2 Ficha de observação da atividade IV	43
4.4.3 Triângulos utilizados na atividade de ancoragem IV	44
4.4.4 Ficha de exercício da atividade de ancoragem IV – A hipotenusa, o cateto e sua projeção	47
4.5 ATIVIDADE V	48
4.5.1 Triângulos utilizados na atividade de ensino V	49
4.5.2 Ficha de observação da atividade V	53
4.5.3 Triângulos utilizados na atividade de ancoragem V	54
4.5.4 Ficha de exercício da atividade de ancoragem V – Hipotenusa, altura e os catetos	57
4.6 ATIVIDADE VI	58
4.6.1 Triângulos utilizados na atividade de ensino VI	59
4.6.2 Ficha de observação da atividade VI	63
4.6.3 Triângulos utilizados na atividade de ancoragem VI	64

4.6.4 Ficha de exercício da atividade de ancoragem VI – Hipotenusa, altura e os catetos	67
4.7 ATIVIDADE VII	68
4.7.1 Triângulos utilizados na atividade de ensino VII	68
4.7.2 Ficha de observação da atividade VII	73
4.7.3 Triângulos utilizados na atividade de Ancoragem VII	74
4.7.4 Ficha de exercício da atividade de ancoragem VII – O Teorema das áreas “Teorema de Pitágoras”	77
4.8 ATIVIDADE VIII	78
4.8.1 Triângulos utilizados na atividade de ensino VIII	78
4.8.2 Ficha de observação da atividade VIII	83
5. ATIVIDADES DE APRIMORAMENTO	85
5.1 Onde é fornecido um texto e uma figura	86
5.2 Onde é fornecido um texto	95
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	97
7. REFERÊNCIAS	98

1. INTRODUÇÃO

A prática pedagógica deve ser permeada de constantes estudos e pesquisas para validar metodologias de ensino e suas influências sobre seus agentes centrais de aplicação: os alunos. Buscamos, portanto, uma nova visão do ensinar e do aprender sem a necessidade de demonstrações, mas que mostre de forma simples, fácil e clara as relações existentes entre as medidas (lados, altura e projeções) de um triângulo retângulo.

Essa busca levou-nos ao mundo da tecnologia educacional e uma nova perspectiva de ensino e aprendizagem, com o auxílio do software educativo de geometria dinâmica Geogebra¹, onde foi construído o material de trabalho desta sequência didática. O Geogebra permite a reprodução passo a passo da construção de cada elemento dessas figuras, além da movimentação de elementos dos triângulos oferecendo uma nova visualização e permitindo a análise e constatação de padrões, de regularidades nas relações métricas entre os lados dos triângulos. O material construído no Geogebra produziu uma sequência de atividades estruturadas para o ensino das relações métricas no triângulo retângulo.

2. ASPECTOS DIDÁTICOS DAS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Para a produção da sequência didática, fizemos inicialmente uma revisão literária para fundamentação teórica. No quadro a seguir encontram os trabalhos revisados, seus autores, instituição vinculada e ano de publicação.

Quadro 1 – Trabalhos revisados

Nº	Autor	Título da pesquisa	Instituição/UF	Ano
01	Lindegger, Luiz Roberto de Moura	Construindo os Conceitos Básicos da Trigonometria no Triângulo Retângulo: uma proposta a partir da manipulação de Modelos.	PUC/SP	2000
02	Quadro, Rosana Cunha	Relações Métricas no Triângulo Retângulo: Um Estudo Didático.	UFSC/SC	2004
03	Silva, Sílvio Alves da	Trigonometria no Triângulo	PUC/SP	2005

¹ Geogebra é um software matemático que reúne geometria, álgebra e cálculo. Ele foi desenvolvido por Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburg para educação matemática nas escolas.

		Retângulo: Construindo uma Aprendizagem Significativa		
04	Nascimento, Andréia Aparecida da Silva Brito	Relações entre os Conhecimentos, as atitudes e a confiança dos alunos do curso de Licenciatura Plena em matemática em resolução de problemas geométricos.	UNESP/SP	2008
05	Coelho, Alex de Brito	Teorema de Pitágoras: Qual a sua importância para o ensino das ciências da natureza?	UNIGRANRIO/RJ	2010
06	Pereira, Marcella Tatagiba	Proposta de Atividades para a construção do Conceito de Semelhança de Triângulos usando o Software de Geometria Dinâmica RÉGUA E COMPASSO	UNI. SEVERINO SOMBRAS/RJ	2010
07	Medeiros, Antonio Paulo Muccillo de	Semelhança de Triângulos: Dos livros do passado á Formação continuada de professores via EAD.	UNI. SEVERINO SOMBRAS/RJ	2012
08	Corrêa, Elane Cristina Teixeira	O Ensino de Relações Métricas no Triângulo Retângulo: Uma Sequência Didática para Educação de Jovens e Adultos.	UEPA/PA	2013
09	Gomes, Rosana Pereira	O Ensino das Relações Trigonométricas no triângulo por Atividades	UEPA/PA	2013
10	Leite, Rondinelli Schulthais	O Ensino de parte da Geometria do Ensino Fundamental: Análise de Dificuldades e Sugestão de Sequência Didática	UFES/ES	2013
11	Selli, Luis Fernando	Geogebra, recuso computacional a favor da aprendizagem matemática no ensino Fundamental II	UFCSar/SP	2014
12	Pereira, Leonlívier Max Garcia	O Software Geogebra como proposta facilitadora do processo de ensino-Aprendizagem da Geometria Plana no Ensino Fundamental.	UFG/GO	2015

Fonte: Pesquisa bibliográfica (2017)

A revisão desses trabalhos foi importante para a construção e adaptação das atividades de nossa sequência didática, já que foram identificadas algumas dificuldades de alunos na aprendizagem e de professores no ensino de problemas envolvendo as relações métricas no triângulo retângulo.

Além disso, esses trabalhos mostraram alguns caminhos metodológicos que podem ser traçados e que obtiveram sucesso no ensino de geometria com a utilização do Geogebra embasando a elaboração da nossa sequência didática.

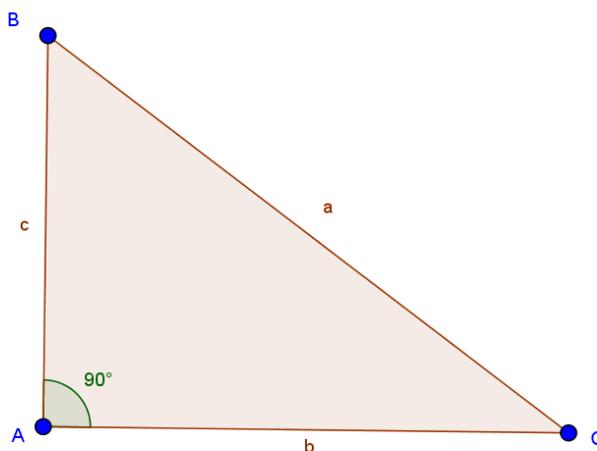
3. ASPECTOS HISTÓRICOS DAS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Ao falarmos de triângulo retângulo não podemos nos omitir em dissertar sobre dois pensadores cujos nomes ainda ecoam. Tales de Mileto (aproximadamente de 624 - 585 a.C.) um dos “sete sábios” da antiguidade e Pitágoras de Samos (c. 532 a.C.) responsável por mostrar propriedades importantes como: proporcionalidade entre os segmentos determinados por um feixe de paralelas sobre duas transversais e o Teorema das Bissetrizes interna e externa, e as utilizou para a determinação de distância sobre a superfície terrestre.

Pitágoras tinha grande preocupação com a lógica e o rigor matemático desenvolvido pela escola que fundou - a Escola Pitagórica, em Crotona, atualmente conhecida como Crotona, sul da Itália e tem em seu nome emprestado ao mais conhecido dentre todos os teoremas da Matemática. Assim, ambos nos mostram a riqueza do Triângulo Retângulo.

Temos como objeto de estudo uma particularidade: O Triângulo Retângulo, que é identificado quando um dos seus ângulos internos é reto, sendo medido em graus, possui medida igual a 90° , ângulo esse que é definido por Euclides em os Elementos como: “Um ângulo reto é formado quando duas retas se cruzam formando quatro ângulos iguais, assim a cada ângulo formado, chamamos de ângulo reto”.

Figura 1 – Triângulo Retângulo

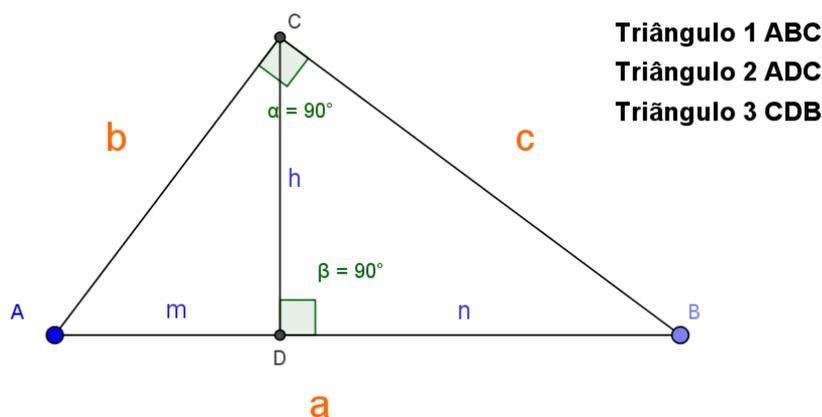


Fonte: Autor (2017)

Nesse triângulo, denominamos os seus lados de hipotenusa e catetos. A hipotenusa é o lado oposto ao ângulo reto, sendo os catetos os outros dois lados, que são perpendiculares entre si.

Uma das mais intrigantes, bonitas e conhecidas histórias envolvendo proporcionalidade entre triângulos retângulos é atribuída a Tales de Mileto. Diz a lenda que, quando Tales se encontrava no Egito, foi-lhe pedido por um mensageiro do faraó, em nome do soberano, que calculasse a altura da pirâmide de Queops. Corria a voz, de que o sábio sabia medir a altura de construções elevadas por arte geométrica, sem ter de subir a elas. Tales apoiou-se a uma vara, esperou até ao momento em que, a meio da manhã, a sombra da vara, estando esta na vertical, tivesse um comprimento igual ao da própria vara. Disse então ao mensageiro: “Vá, mede depressa a sombra: o seu comprimento é igual à altura da pirâmide”. Surgindo então o Teorema de Tales, que fala da proporção entre segmentos de transversais (retas que cruzam um feixe de retas paralelas) localizados entre um feixe de retas paralelas, nos remetendo ao conceito de proporcionalidade que é essencial para definição e construção das relações métricas no triângulo, como nos mostra a figura abaixo:

Figura 2 – Triângulos Retângulos para estabelecer relações métricas por semelhança



Fonte: Autor (2017)

Comparando, por semelhança, triângulo a triângulo, extraímos as relações métricas no Triângulo Retângulo, com exceção de $a = m + n$ e $a^2 = b^2 + c^2$.

Quadro 2 – Relações métricas no Triângulo Retângulo

$a = m + n$	$b^2 = a \cdot m$
$c^2 = a \cdot n$	$b \cdot m = c \cdot h$
$b \cdot h = c \cdot n$	$a \cdot h = b \cdot c$
$h^2 = m \cdot n$	$a^2 = b^2 + c^2$

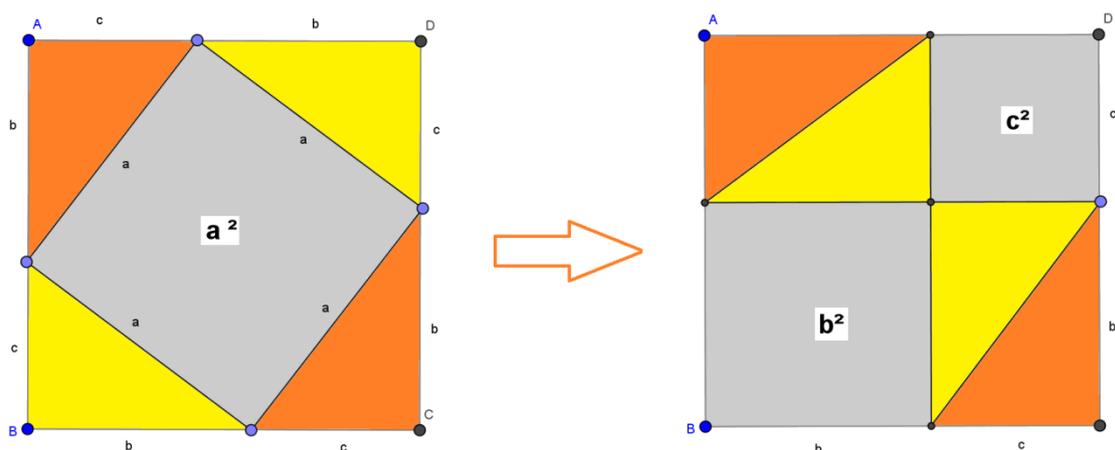
Fonte: Autor (2017)

Sendo todas elas de extrema importância para a resolução de problemas que envolvem triângulos retângulos e descritas explicitamente na Base Nacional Curricular Comum.

- ✓ (EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.
- ✓ (EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.

Dentre as relações métricas temos uma ímpar: O Teorema de Pitágoras, na sua origem, foi descrito com o seguinte contorno: “o quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados sobre os catetos” (Eves, 2004. p.103).

O Teorema de Pitágoras admite belas demonstrações sem palavras, apenas apreciando a beleza deste gigante teorema que percorre as várias ciências matemáticas e ao longo dos tempos tem recebido a atenção de profissionais e amantes da matemática.

Figura 3 – Demonstração do Teorema de Pitágoras

Fonte: Autor (2017)

Assim, as relações métricas devem ser trabalhadas buscando “demonstrações sem palavras”, ou seja, sem o rigor matemático para alunos do nono ano do Ensino Fundamental, para isso alguns softwares educativos de Geometria Dinâmica, como o GeoGebra, possibilitam novas visões, utilizando explicitamente as propriedades das figuras, movimentação da construção da figura e visões diferentes de uma mesma figura. Podemos ainda medir segmentos, ângulos, áreas, entre outras muitas possibilidades.

As potencialidades dos *softwares* de Geometria Dinâmica aumentam a sua precisão de construção das figuras e diminuem o tempo gasto no desenho das mesmas, levando assim a valorização do conhecimento matemático por meio de experimentação, interpretação, visualização, indução, abstração, generalização e demonstração.

4. APRESENTAÇÃO DAS ATIVIDADES PARA O ENSINO DAS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Inicialmente não devemos utilizar as relações métricas diretamente, pois não queremos que o aluno memorize fórmulas sem compreender seu significado.

Na primeira parte da atividade o aluno visualizará um triângulo retângulo com ângulos e lados dados, incluindo outras medidas como as projeções dos catetos e a altura em relação à hipotenusa.

Na descrição das atividades, deve-se apresentar o título da atividade, seus objetivos, os materiais necessários à sua realização e os procedimentos que devem ser seguidos.

Observações, análises e conclusões devem ser feitas e registradas pelos alunos em relação à atividade, buscando criar um método sistemático para construção de conhecimentos matemáticos propostos na atividade.

Apresentaremos as atividades propostas para o ensino e aprendizagem das relações métricas no triângulo retângulo.

Todos os triângulos construídos no Geogebra para este produto, estão disponíveis na página do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará em <http://ccse.uepa.br/pmpem/>.

4.1 ATIVIDADE I

ATIVIDADE DE ENSINO I

Título: Apresentação do Triângulo Retângulo

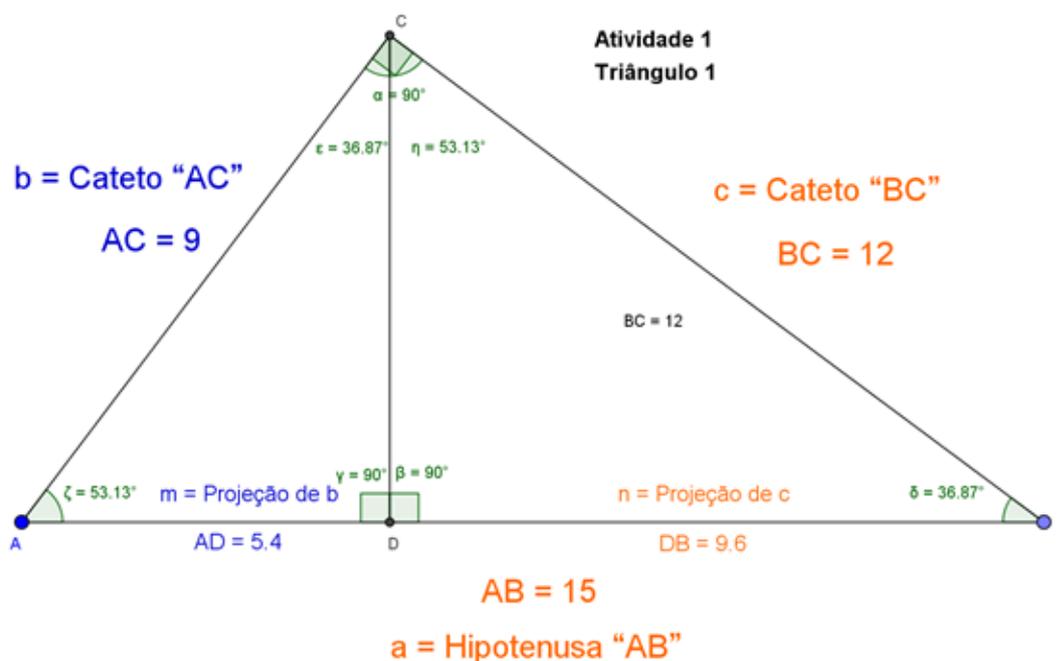
Objetivo: Mostrar o triângulo retângulo, nomeando seus componentes e criando bases para a execução das atividades.

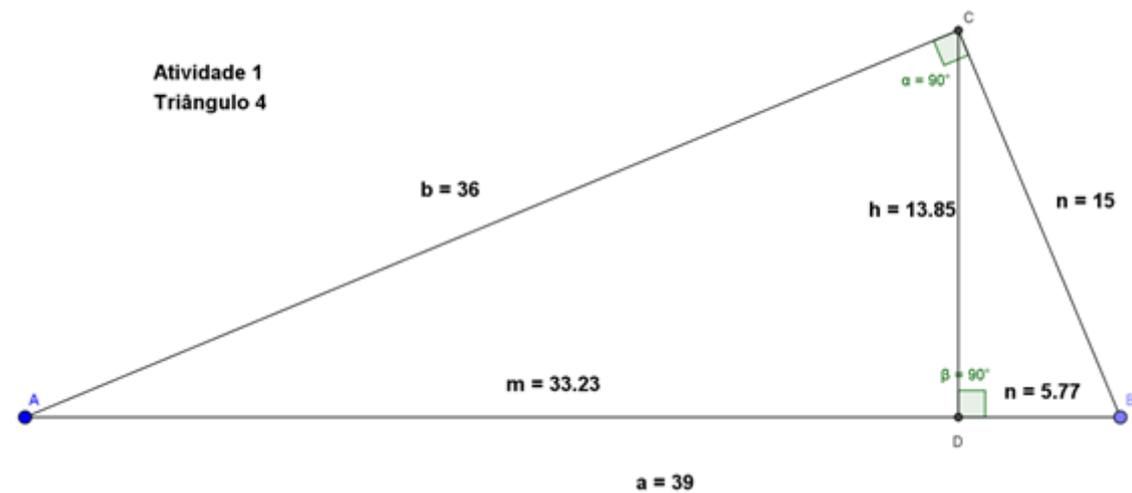
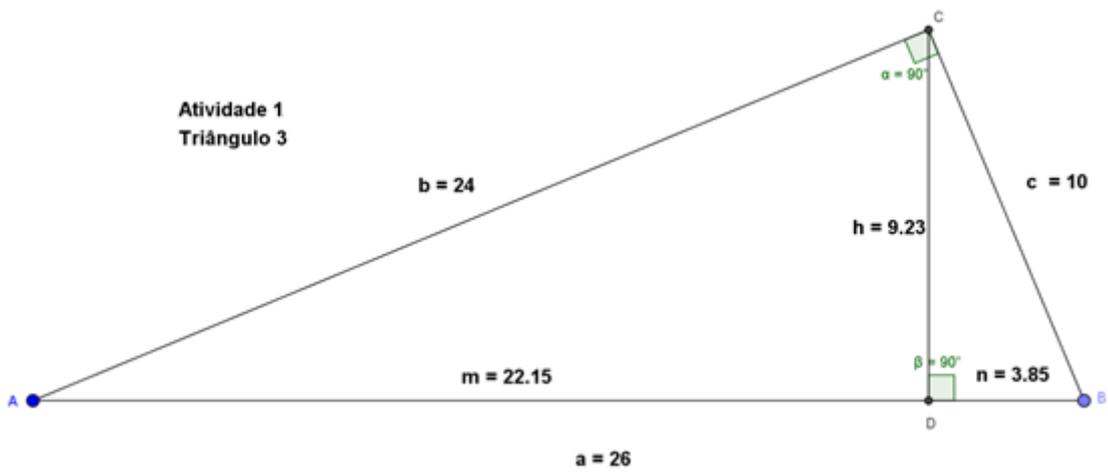
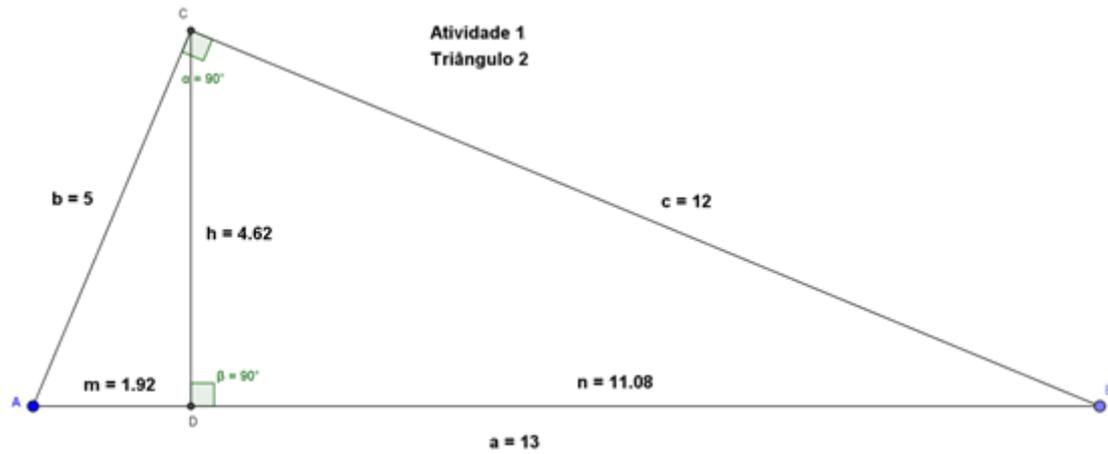
Material: Computador, Projetor, fichas de observação, fichas de exercícios de fixação.

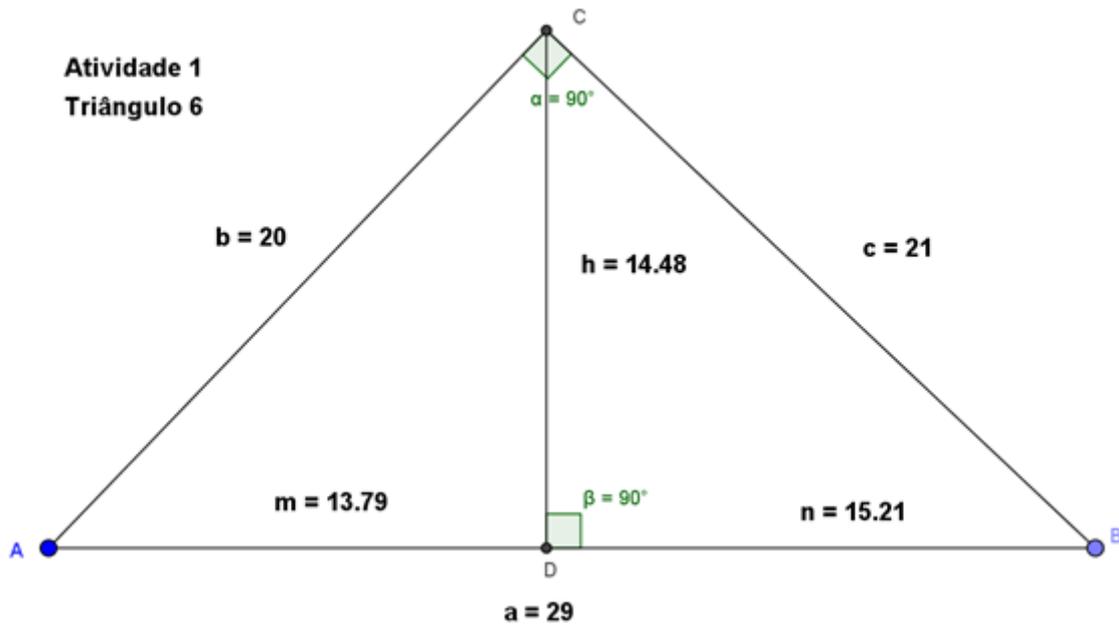
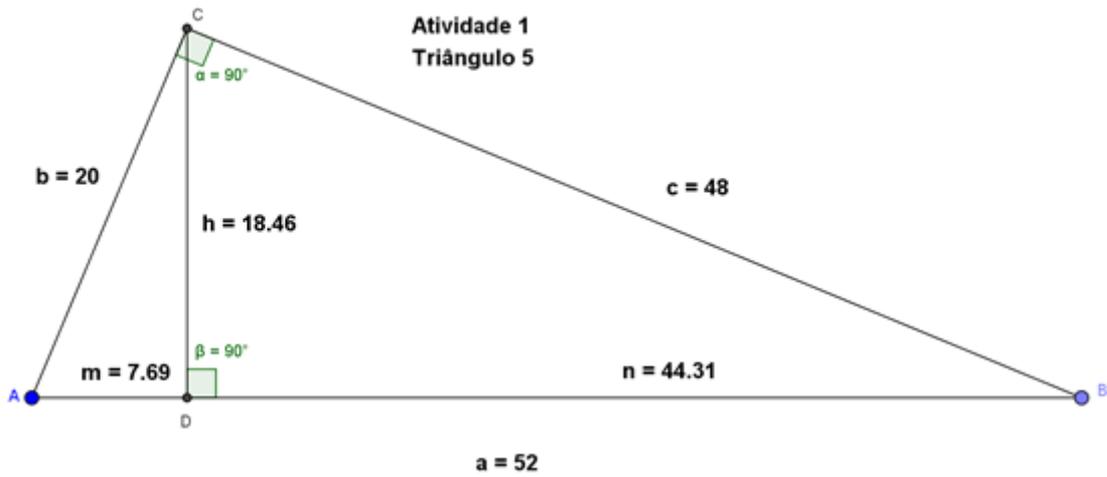
Procedimentos: Serão apresentados aos alunos, via projeção, oito triângulos retângulos criados no software educativo Geogebra com suas respectivas medidas indicadas para que os alunos possam observar e retirar os dados necessários para preenchimento das fichas de observação.

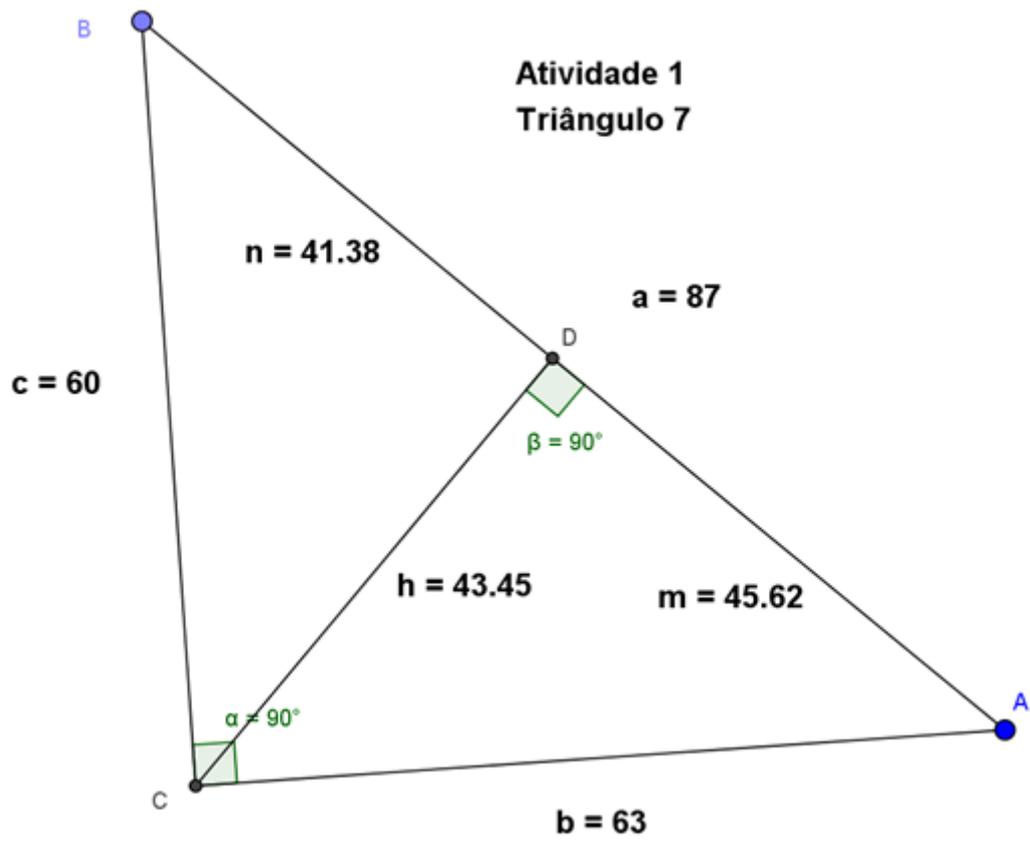
Sugestões para esta atividade: Nesta atividade o objetivo é estabelecer uma ambientação dos alunos com o ensino por atividades, fazendo com que os discentes preencham a ficha de observação, assim é importante que todos os alunos entendam a dinâmica das atividades “observação-anotação-análise-conclusão”, portanto este deve ser o foco para esta atividade.

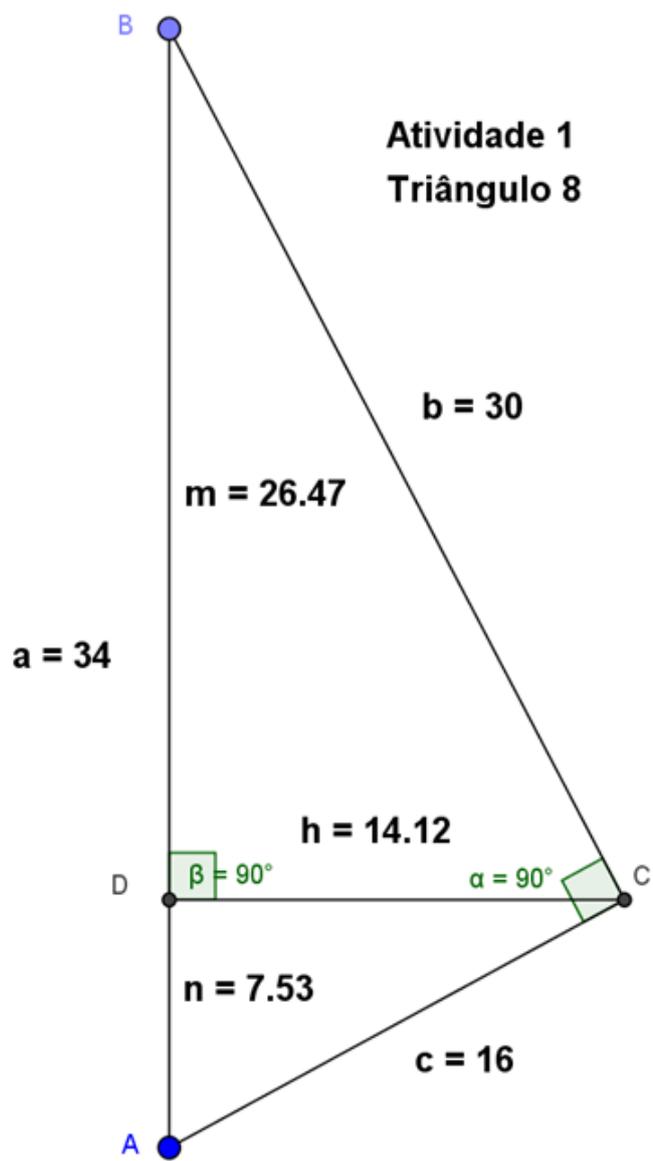
4.1.1 Triângulos Utilizados na Atividade de Ensino I











4.1.2 Ficha de observação da atividade I

Título: Apresentação do Triângulo Retângulo e seus componentes

Objetivo: Conhecer o Triângulo Retângulo, nomeando seus componentes e criando ambientação para a execução das atividades.

Aluno(a): _____

Data: ____/____/____

Turma: _____

Triângulo	Hipotenusa (a)	Cateto (b)	Projeção de b (m)	Cateto (c)	Projeção de c (n)	Altura (h)
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						
7.						
8.						

4.2 ATIVIDADE II

ATIVIDADE DE ENSINO II

Título: A hipotenusa e as projeções dos catetos

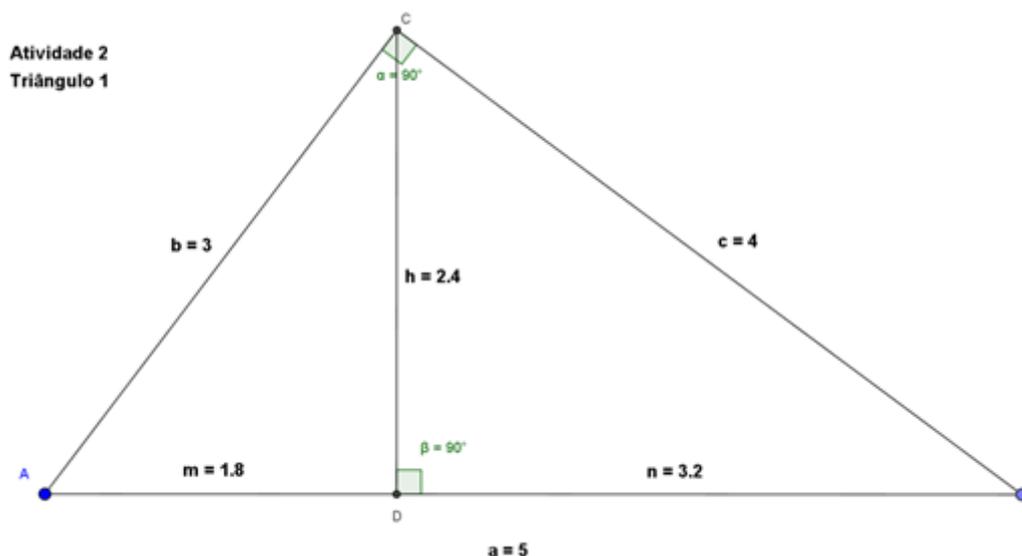
Objetivo: Descobrir a relação existente entre as medidas das projeções dos catetos sobre a hipotenusa

Material: Computador, projetor, fichas de observação, fichas de exercícios de fixação, lápis ou caneta e calculadora.

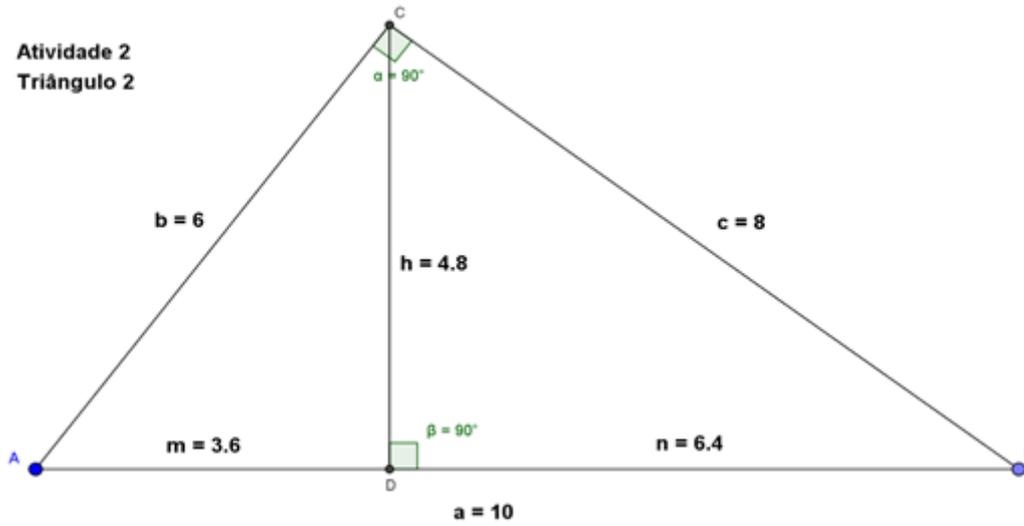
Procedimentos: Para cada triângulo retângulo projetado o aluno deverá completar as linhas dispostas na ficha de observação, anotação e análise objetivando descobrir um padrão e estabelecer uma relação matemática “equação algébrica” entre a hipotenusa e as projeções.

Sugestões para esta atividade: Nesta atividade os alunos começam a fazer cálculos, para completar a ficha de observação. Provavelmente não haverá dificuldades para realizar a soma das projeções, entretanto é importante a atenção para os alunos que não tenham domínio dessa operação, principalmente com números decimais. É interessante mostrar alguns exemplos de soma de números decimais para os alunos, caso dificuldades aconteçam

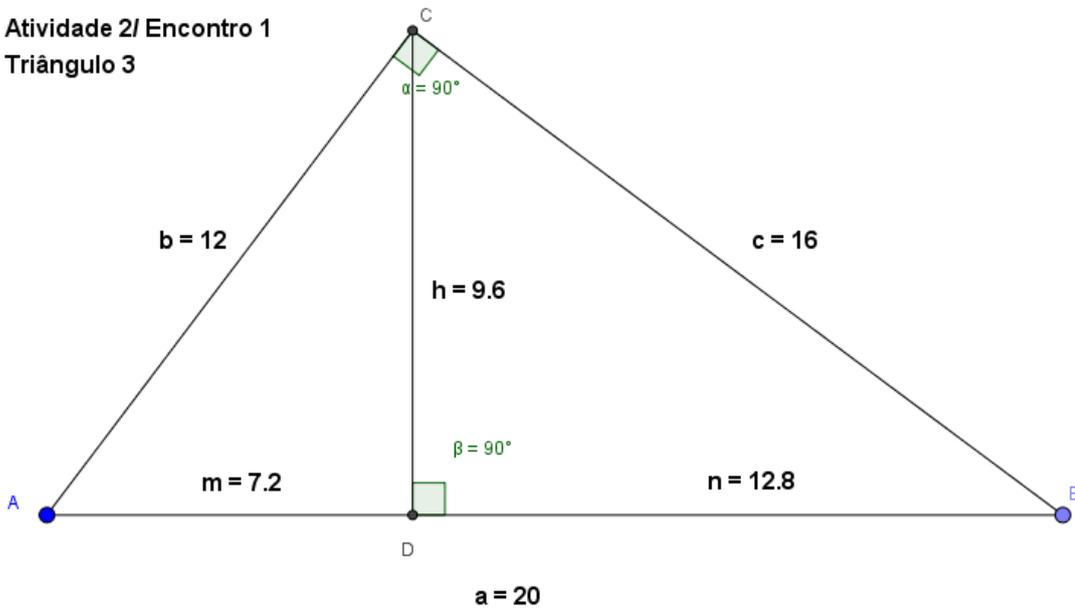
4.2.1 Triângulos Utilizados na Atividade de Ensino II



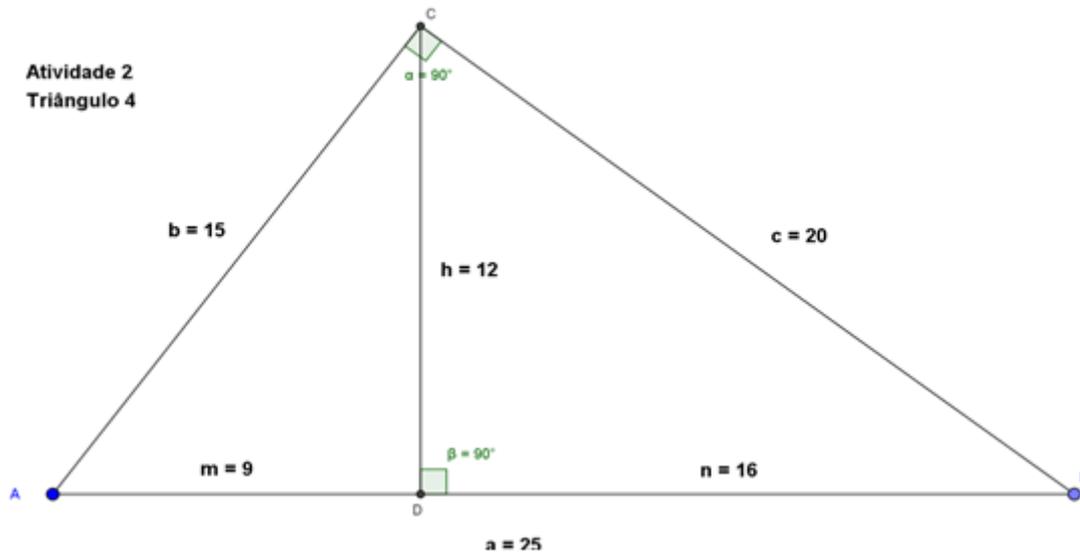
Atividade 2
Triângulo 2



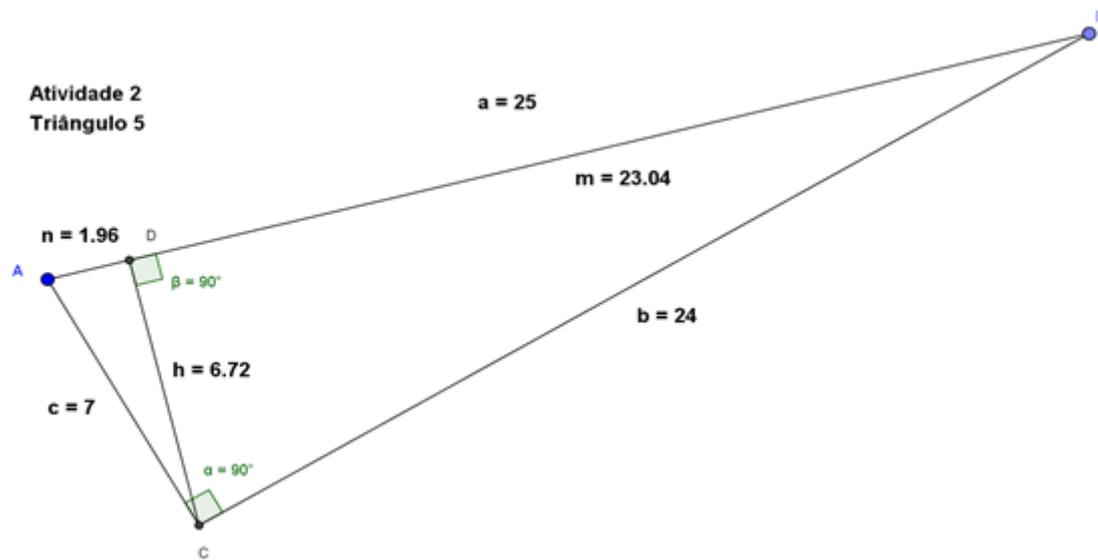
Atividade 2/ Encontro 1
Triângulo 3

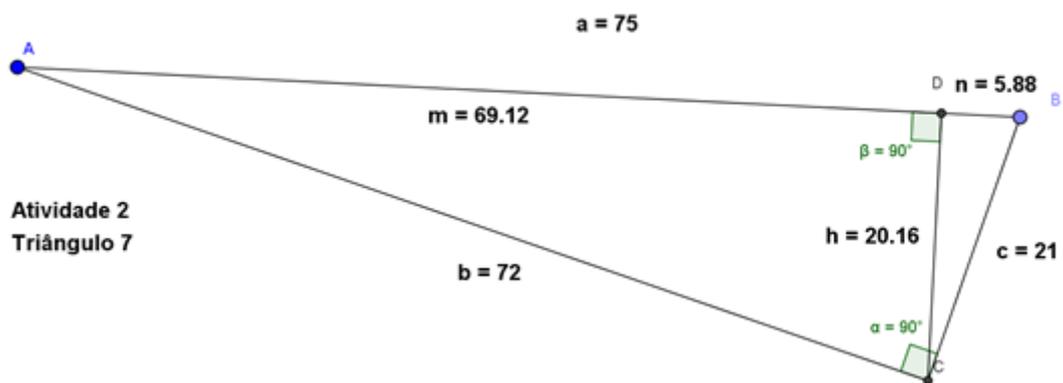
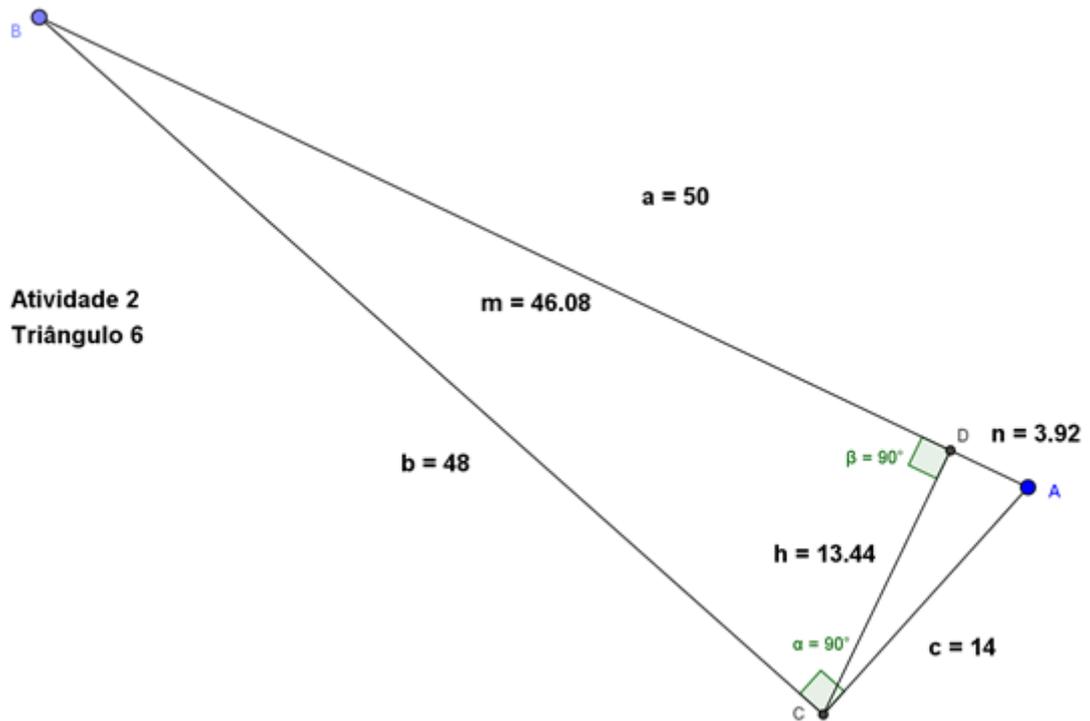


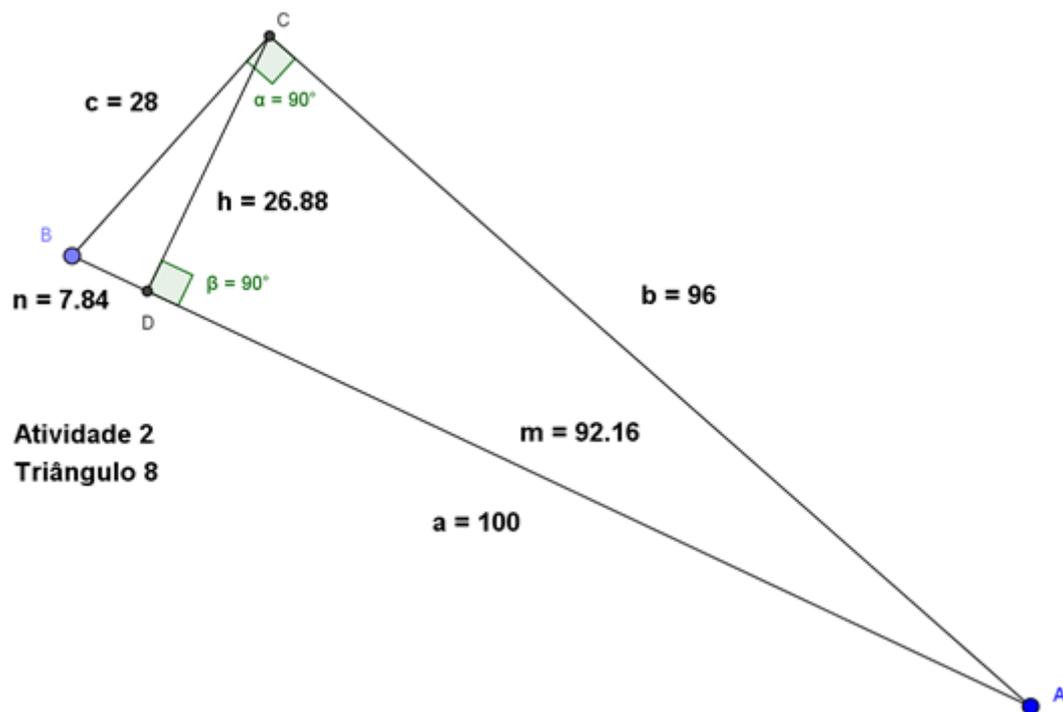
Atividade 2
Triângulo 4



Atividade 2
Triângulo 5







4.2.2 Ficha de observação da atividade II

TÍTULO: A hipotenusa e as projeções

OBJETIVO: Descobrir uma relação entre a hipotenusa e as medidas das projeções.

Aluno(a): _____

Data: ____/____/____

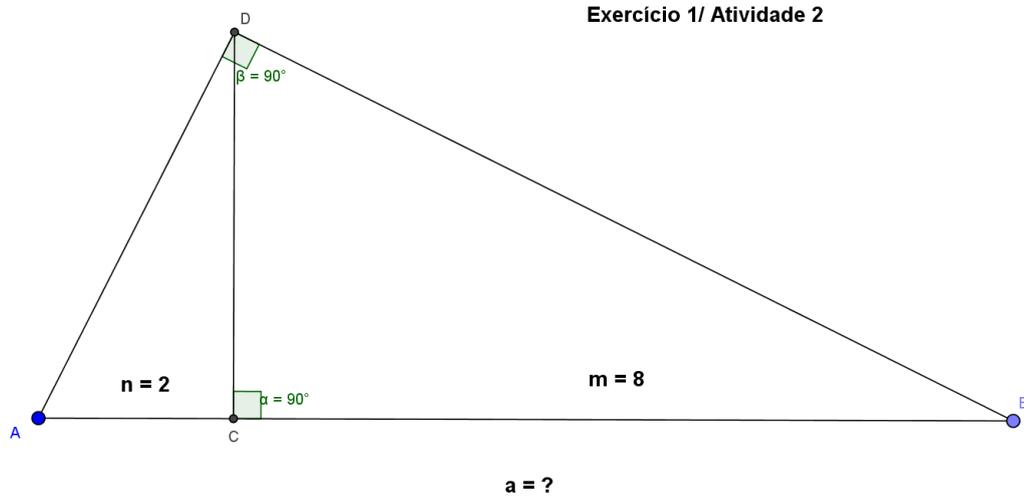
Turma: _____

Triângulo	Medida da Hipotenusa (a)	Medida da Projeção do cateto b (m)	Medida da Projeção do cateto c (n)	Soma das projeções (m + n)
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				
7.				
8.				

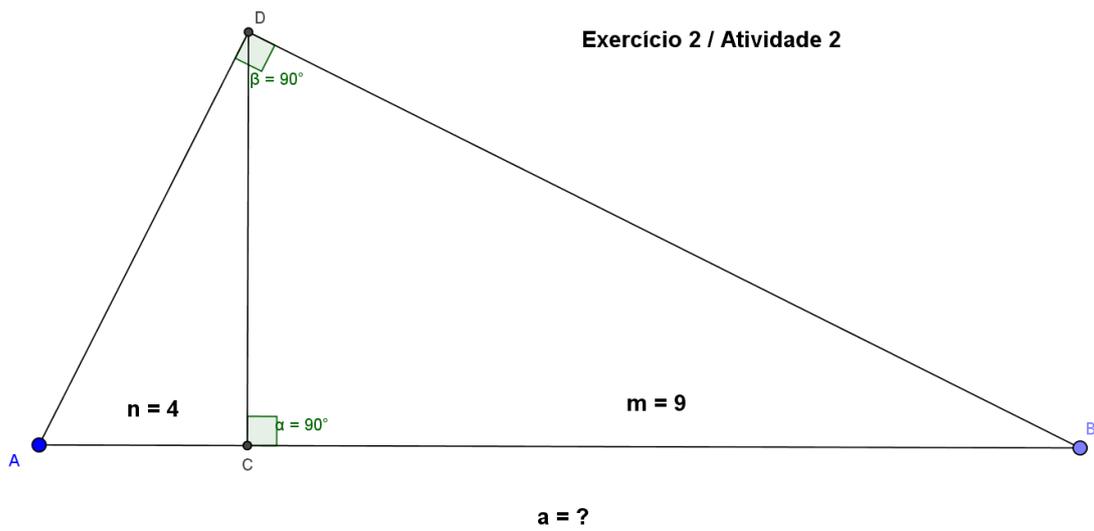
O QUE VOCÊ OBSERVOU ANALISANDO OS DADOS ENCONTRADOS?**QUAL A CONCLUSÃO QUE PODEMOS INFERIR?**

4.2.3 Triângulos utilizados na atividade de ancoragem II

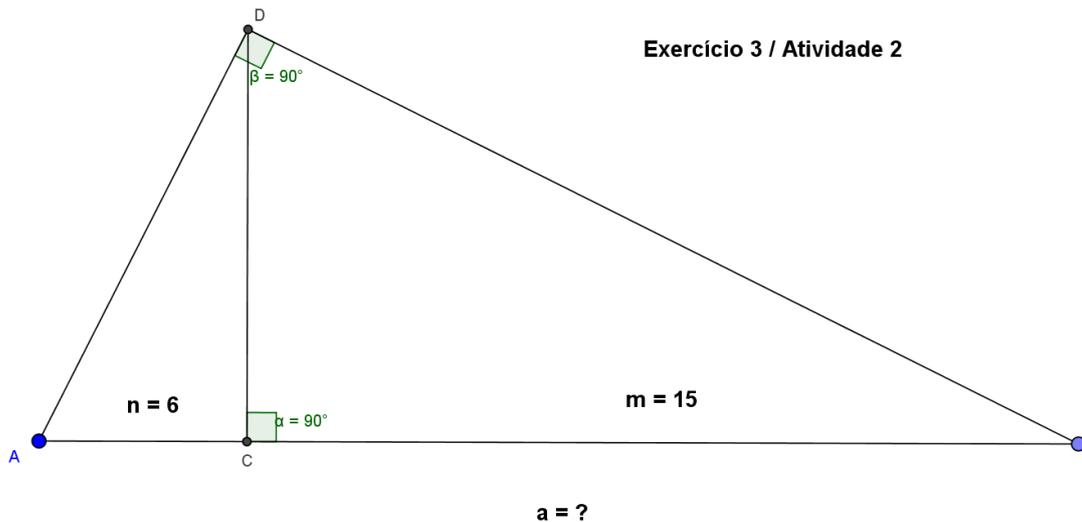
**Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor da hipotenusa.**



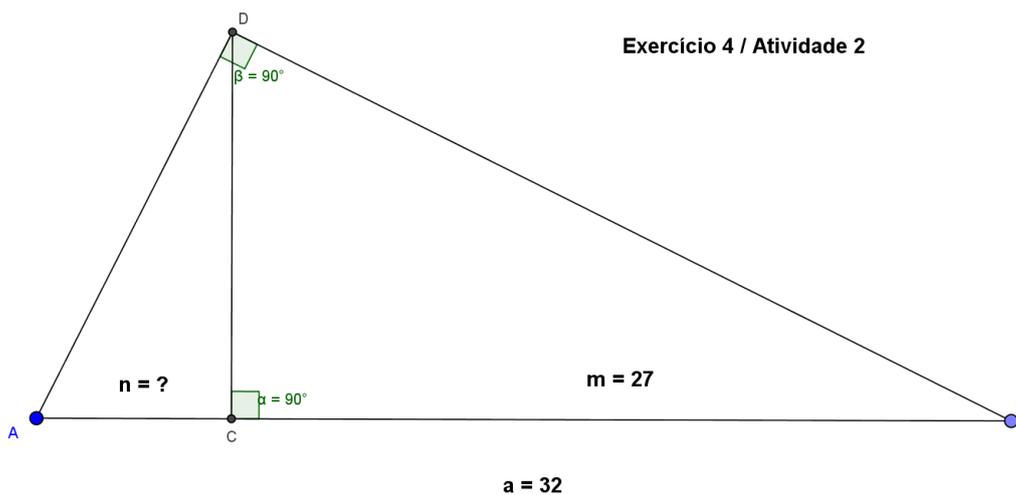
**Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da hipotenusa.**



**Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da hipotenusa.**

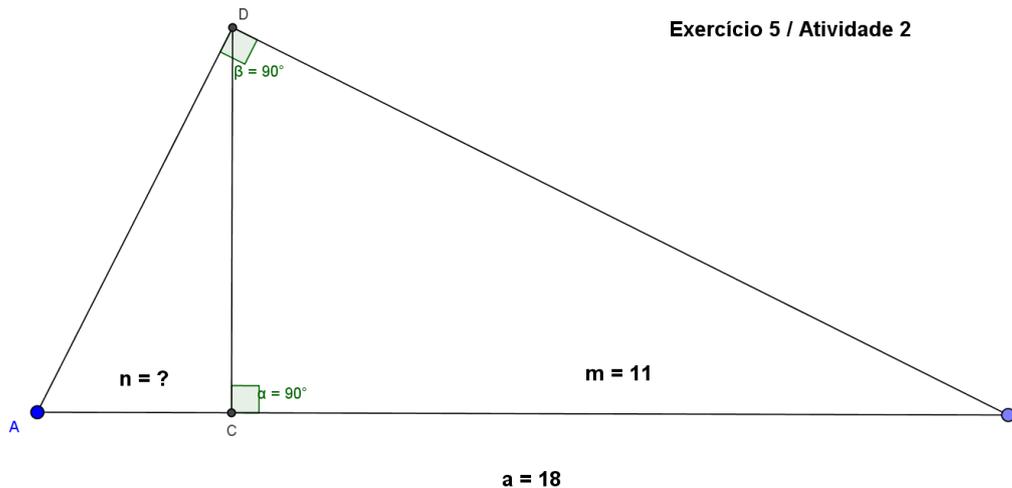


**Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da projeção do cateto c sobre a hipotenusa.**



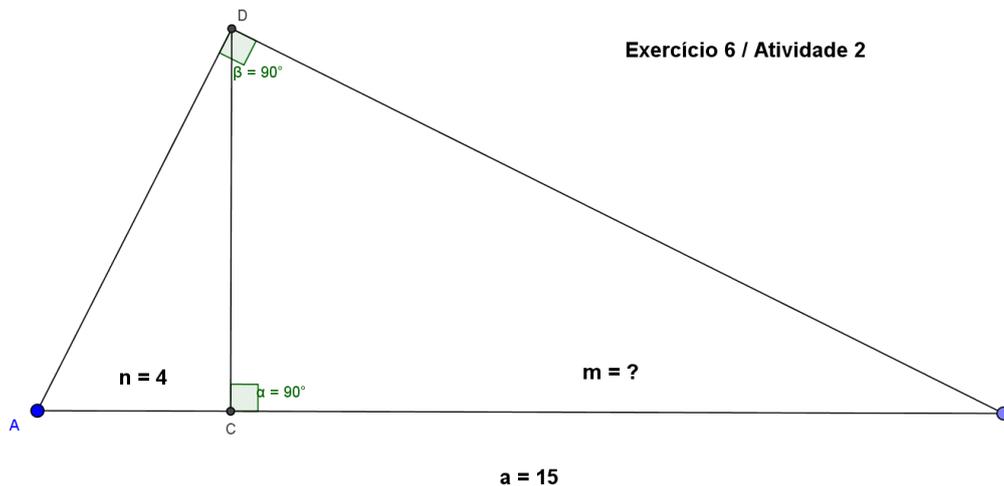
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido da projeção do cateto c sobre a hipotenusa.



Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido da projeção do cateto b sobre a hipotenusa.



4.2.4 Ficha de exercícios da atividade de ancoragem II - A hipotenusa e as projeções

Exercício 1

Exercício 2

Exercício 3

Exercício 4

Exercício 5

Exercício 6

4.3 ATIVIDADE III

ATIVIDADE DE ENSINO III

Título: A hipotenusa, o cateto e sua projeção.

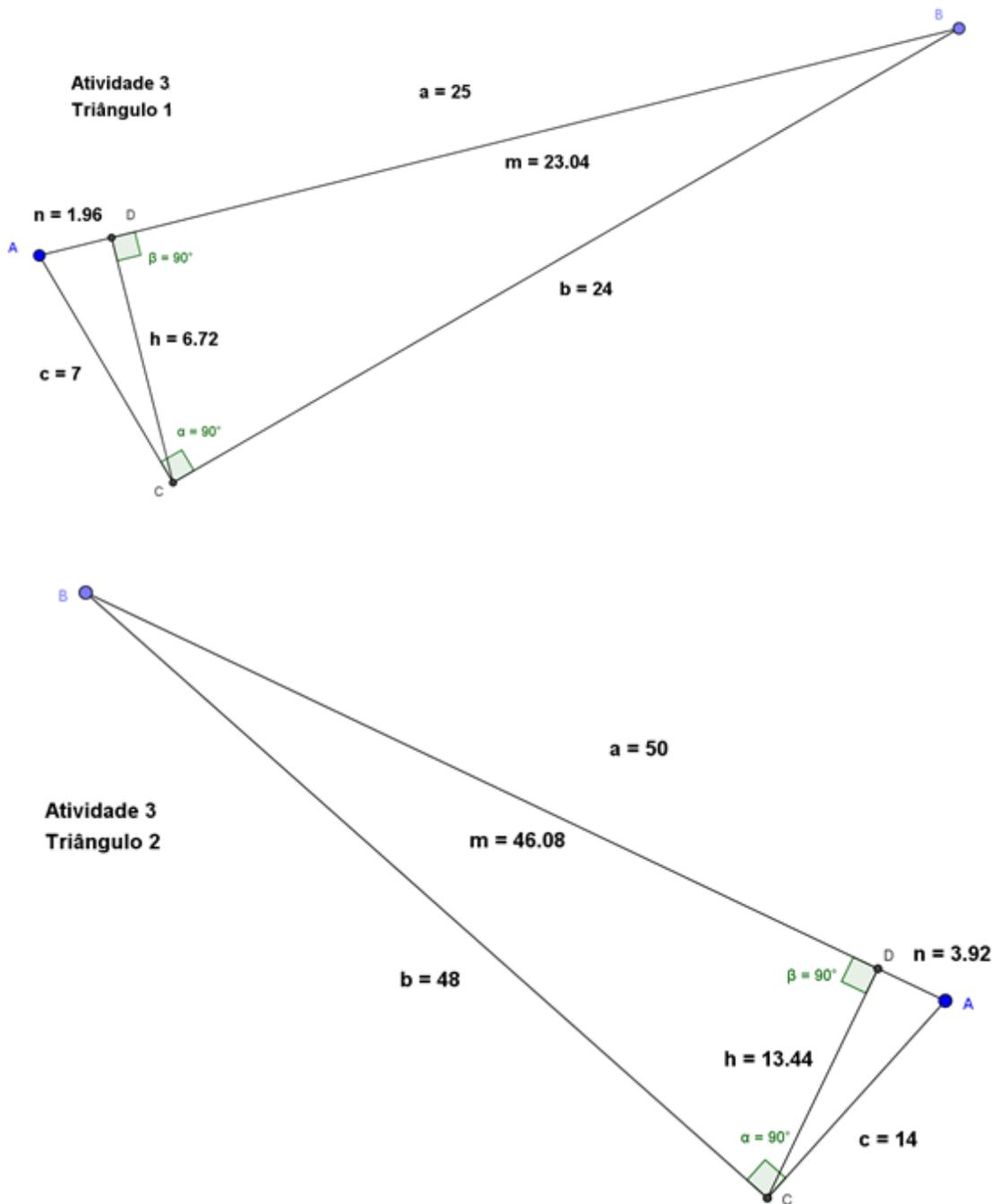
Objetivo: Descobrir a relação existente entre as medidas do cateto, sua projeção e a hipotenusa.

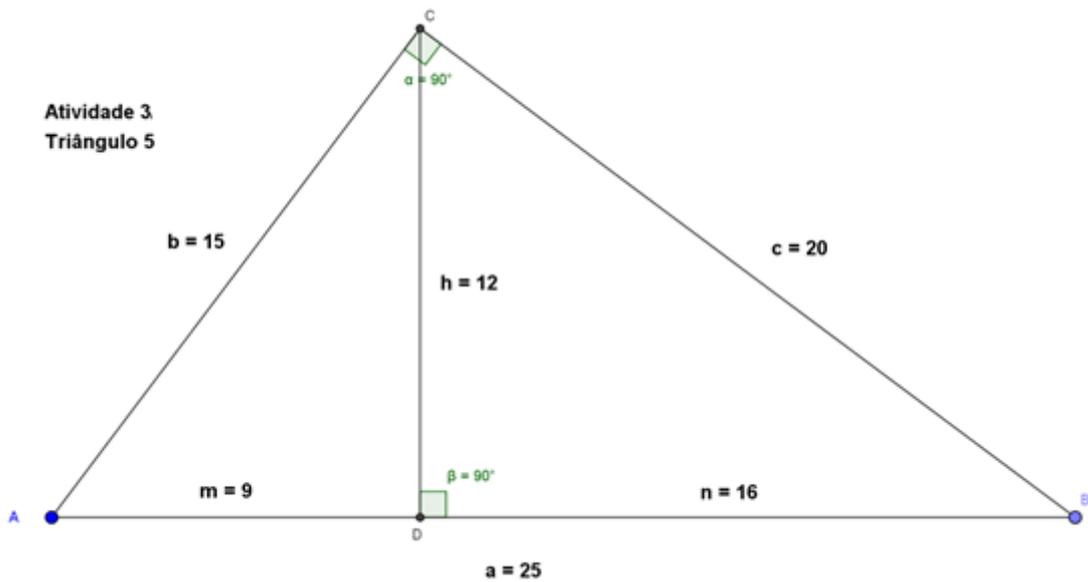
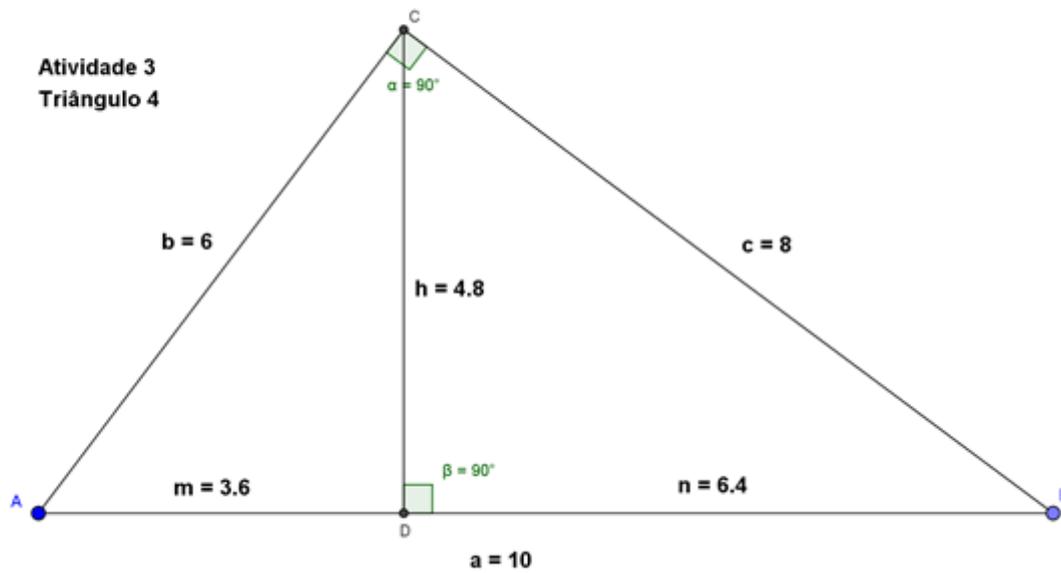
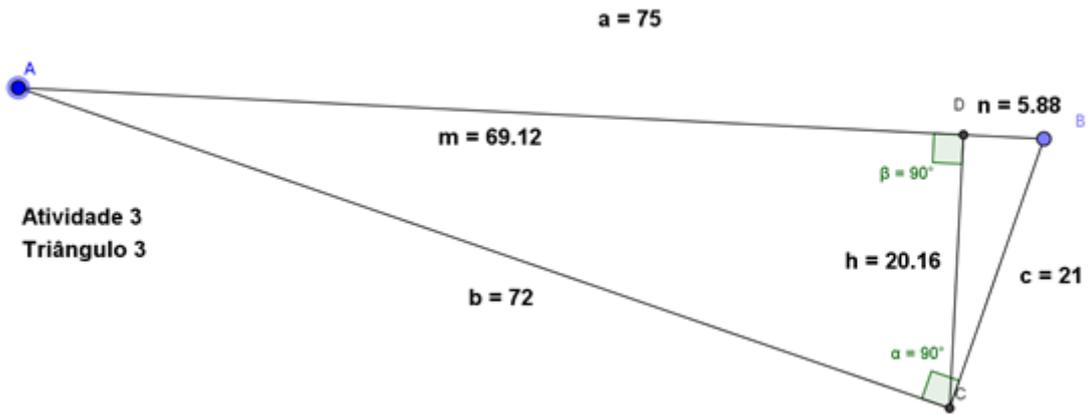
Material: Computador, projetor, fichas de observação, fichas de exercícios de fixação.

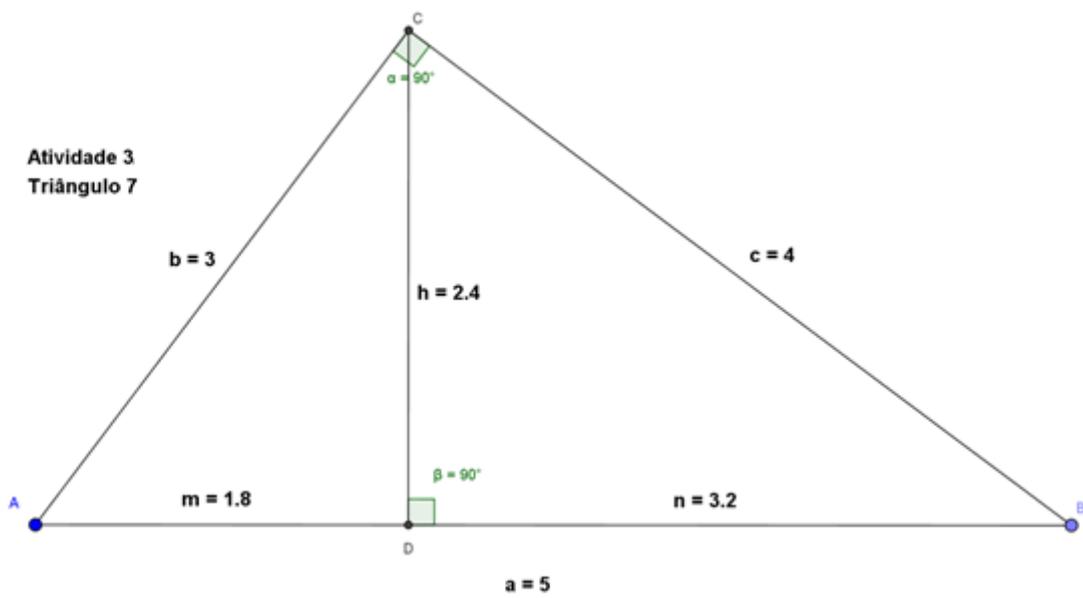
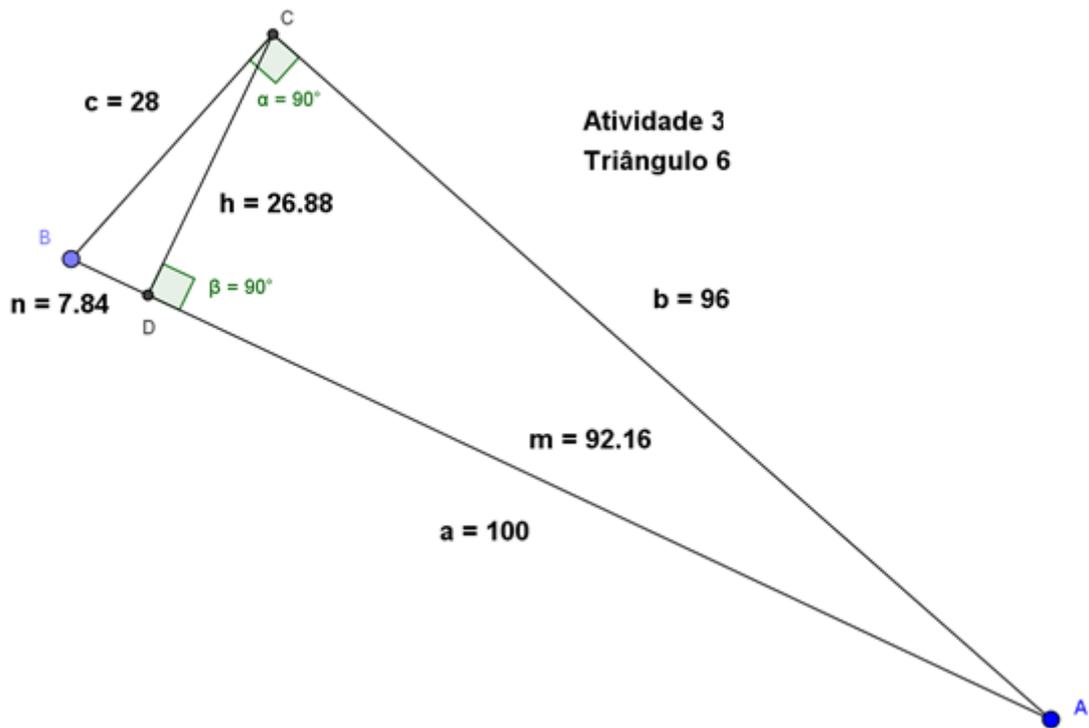
Procedimentos: Para cada triângulo retângulo projetado o aluno deverá completar as linhas dispostas na ficha de observação, anotação e análise objetivando Descobrir um padrão e estabelecer uma relação matemática “equação algébrica” entre hipotenusa, cateto e sua projeção.

Sugestões para esta atividade: Nesta atividade alguns alunos podem apresentar dificuldades no que tange a multiplicação, portanto o uso da calculadora ou de uma tabuada de multiplicação cedida aos alunos pode diminuir significativamente o tempo de preenchimento das fichas de observação de exercícios de ancoragem.

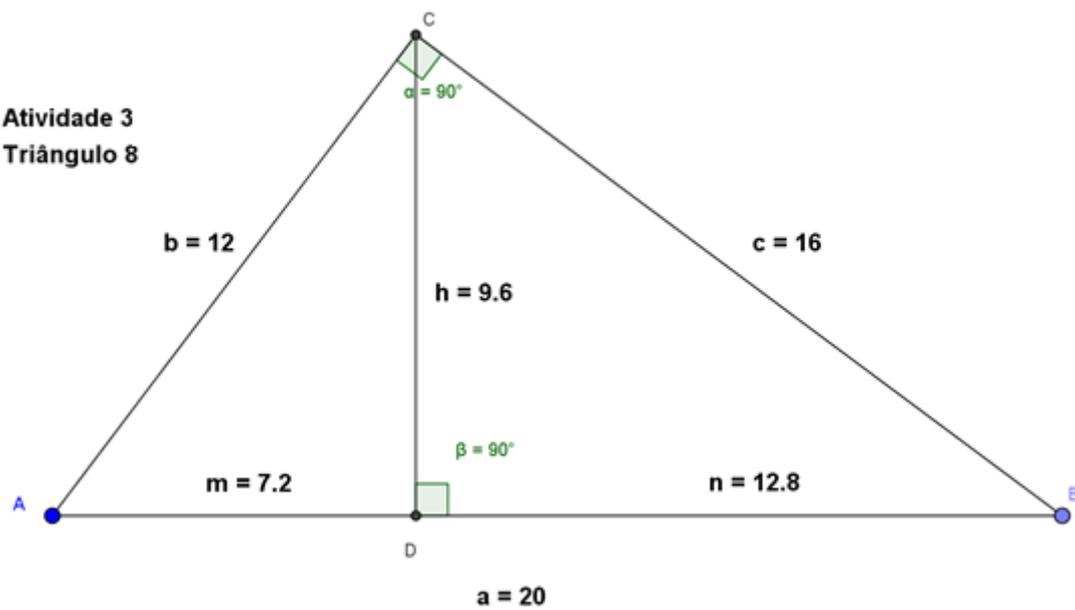
4.3.1 Triângulos utilizados na atividade de ensino III







Atividade 3
Triângulo 8



4.3.2 Ficha de observação da atividade III

TÍTULO: A hipotenusa, o Cateto e sua projeção.

OBJETIVO: Descobrir uma relação entre as medidas do cateto, sua projeção e a hipotenusa.

Aluno(a): _____

Data: ____/____/____

Turma: _____

Triângulo	Medida da Hipotenusa (a)	Medida do cateto (c)	Projeção do cateto c sobre a hipotenusa (n)	Quadrado do cateto c (c^2)	Produto entre a hipotenusa e a projeção do cateto c (a . n)
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
8.					

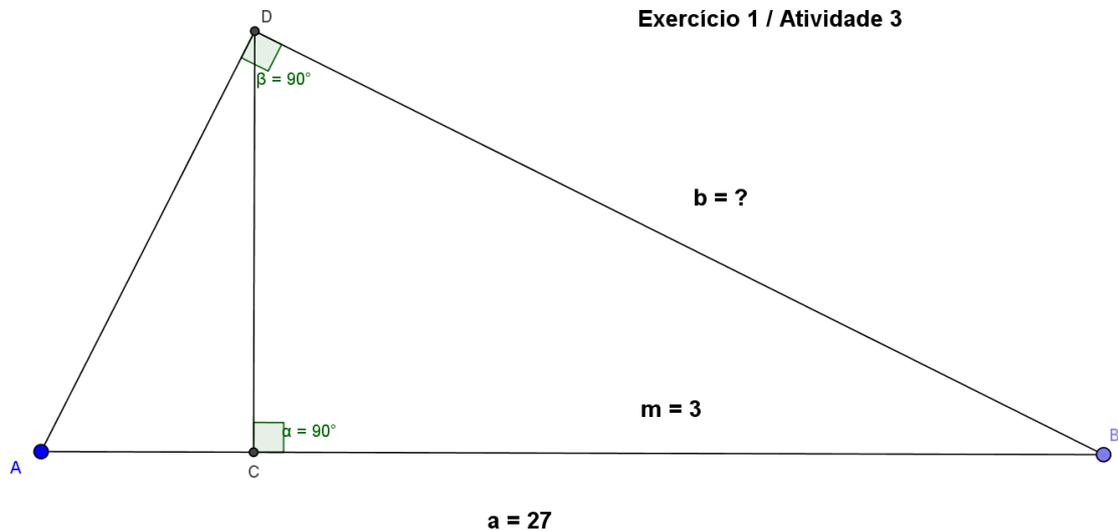
O QUE VOCÊ OBSERVOU ANALISANDO OS DADOS ENCONTRADOS?

QUAL A CONCLUSÃO QUE PODEMOS INFERIR?

4.3.3 Triângulos utilizados na atividade de ancoragem III

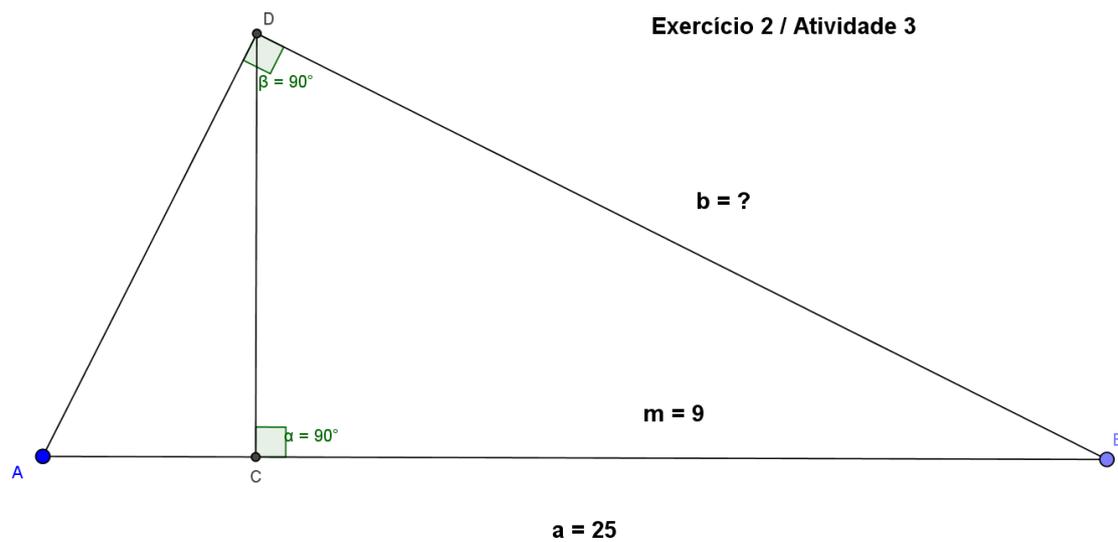
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido do cateto b .



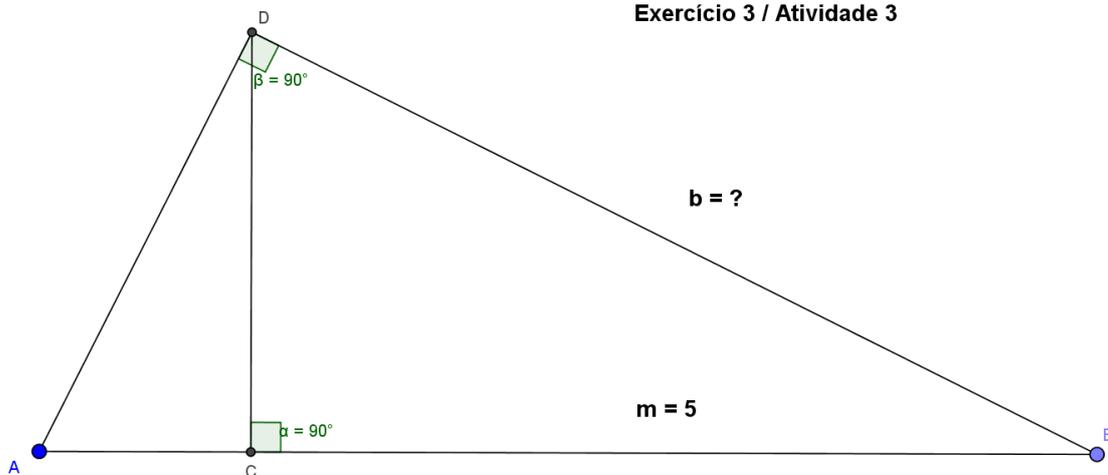
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido do cateto b .



**Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido do cateto b .**

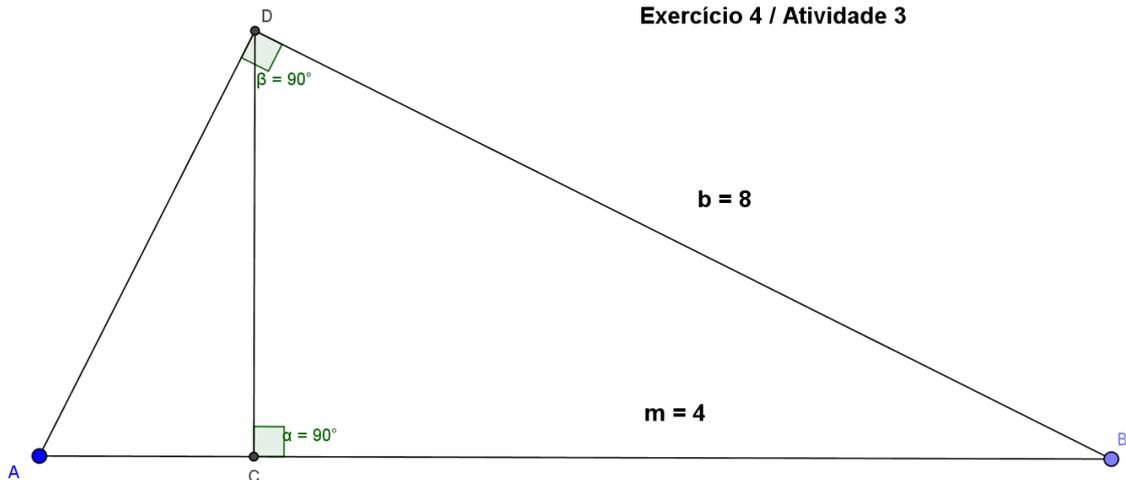
Exercício 3 / Atividade 3



$$a = 20$$

**Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da hipotenusa.**

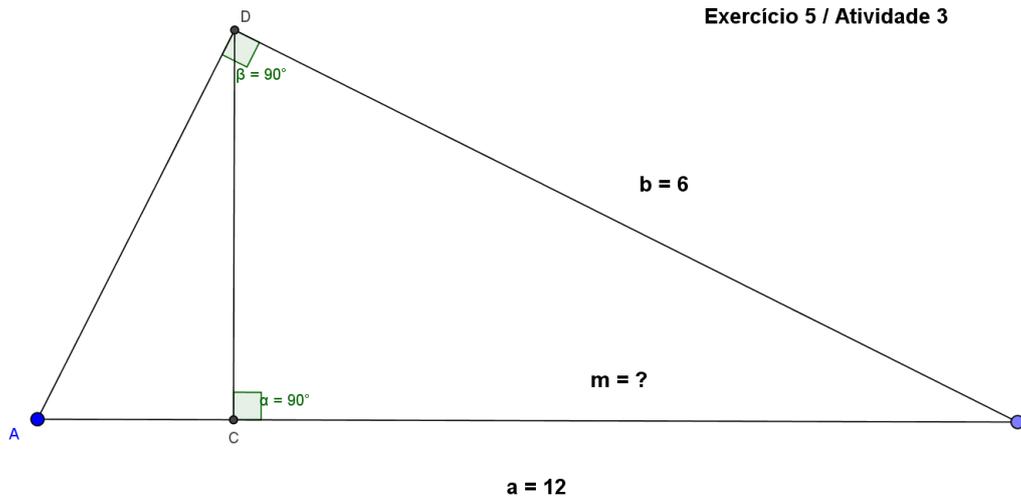
Exercício 4 / Atividade 3



$$a = ?$$

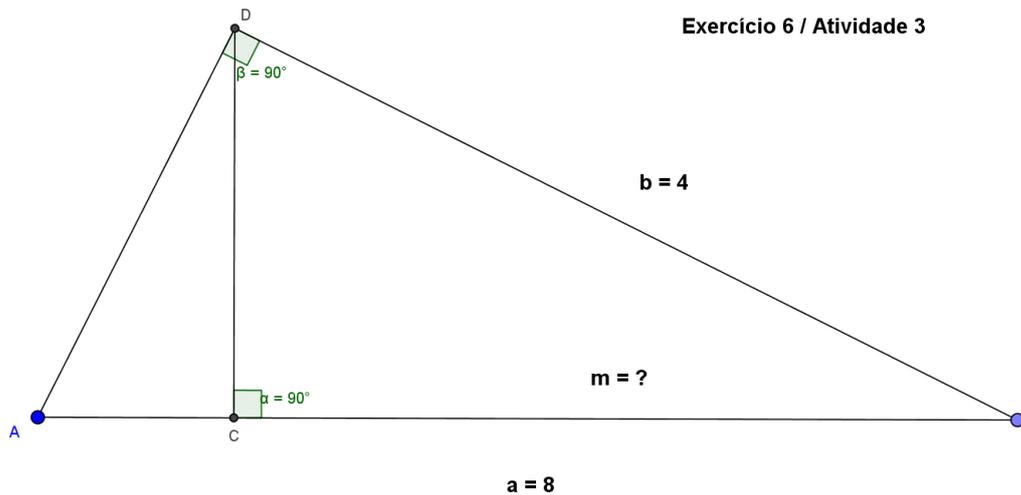
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido da projeção do cateto b sobre a hipotenusa.



Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido da projeção do cateto b sobre a hipotenusa.



4.3.4 Ficha de exercícios da atividade de ancoragem III- A hipotenusa, o Cateto e sua projeção

Exercício 1

Exercício 2

Exercício 3

Exercício 4

Exercício 5

Exercício 6

4.4 ATIVIDADE IV

ATIVIDADE DE ENSINO IV

Título: A hipotenusa, o cateto e sua projeção.

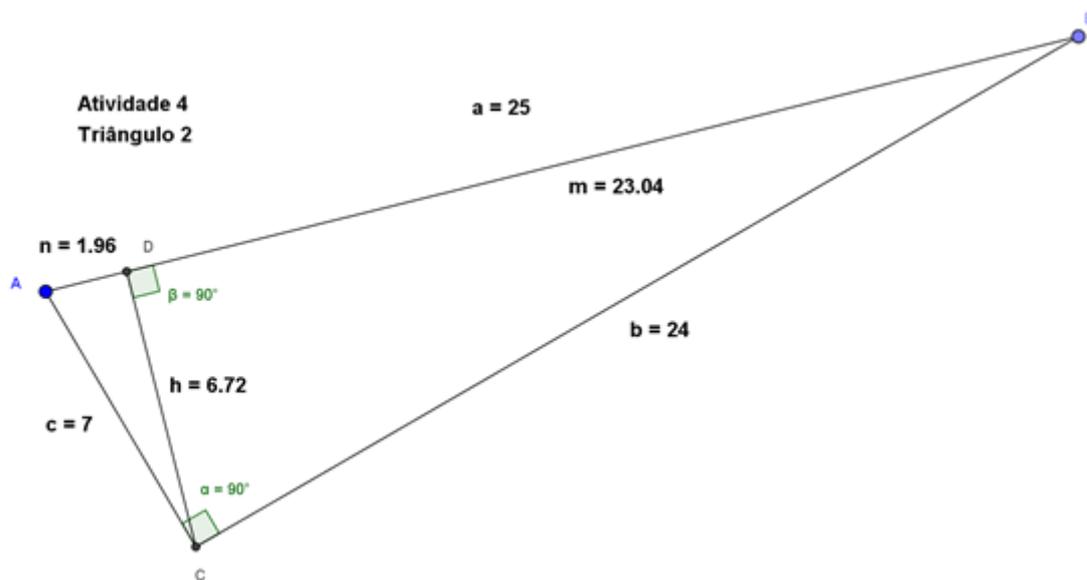
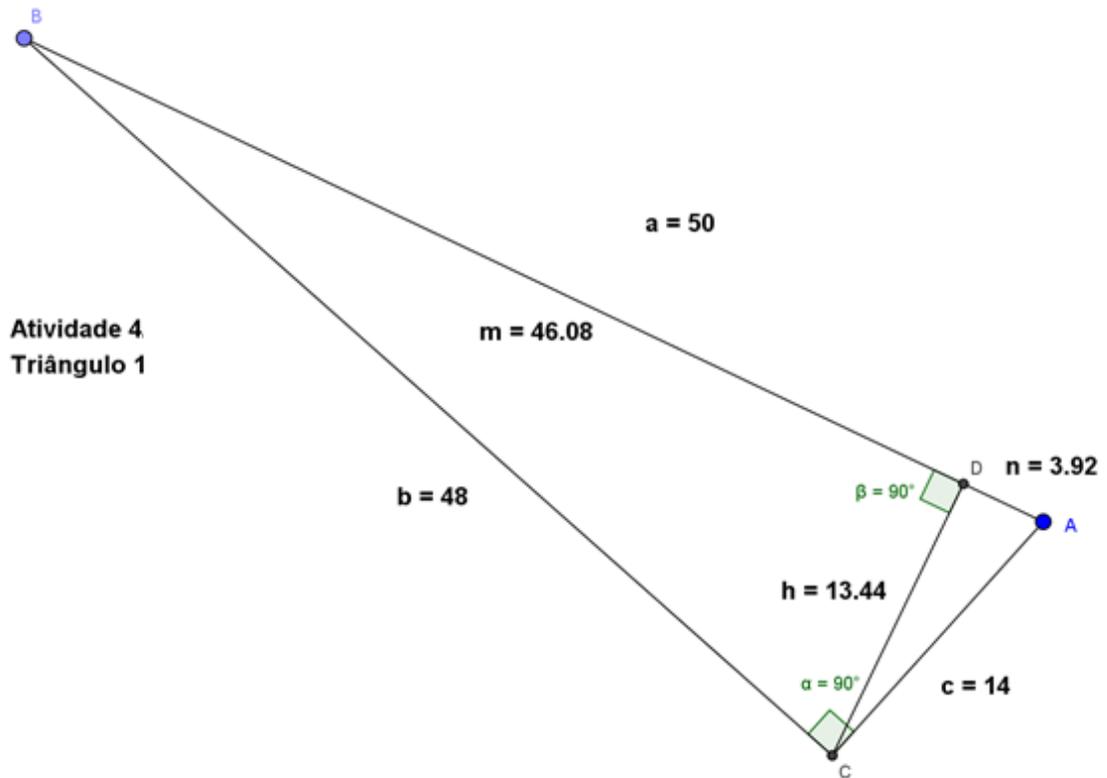
Objetivo: Descobrir uma relação entre as medidas do cateto, sua projeção e a hipotenusa.

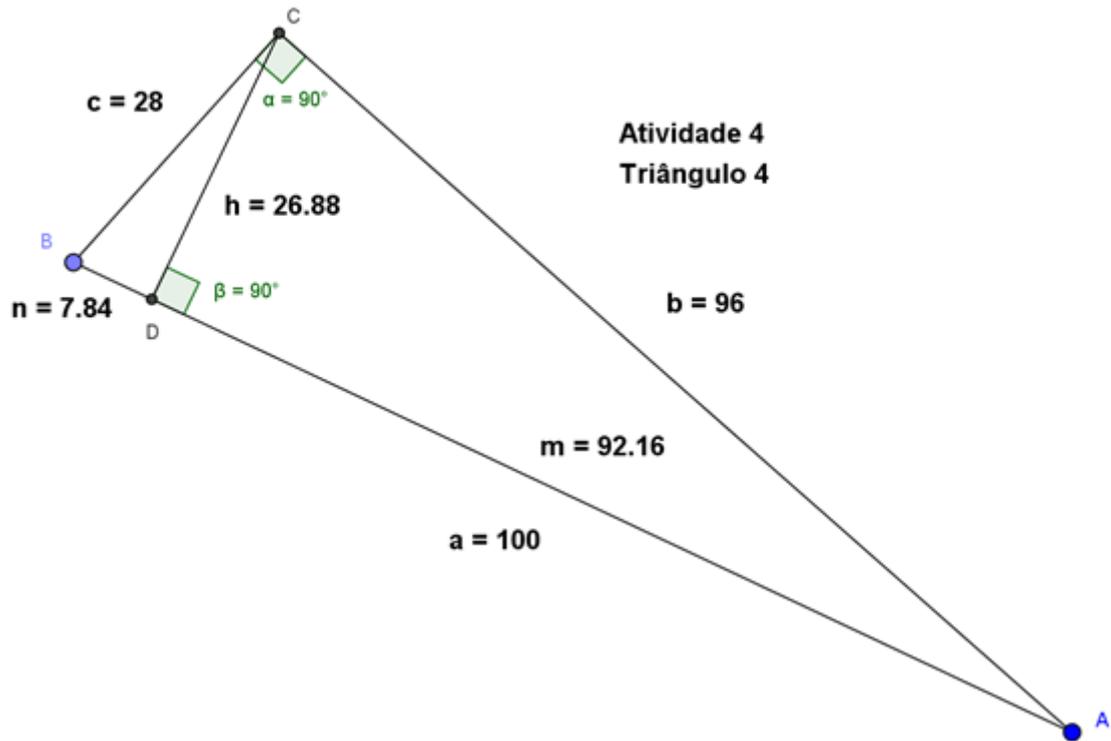
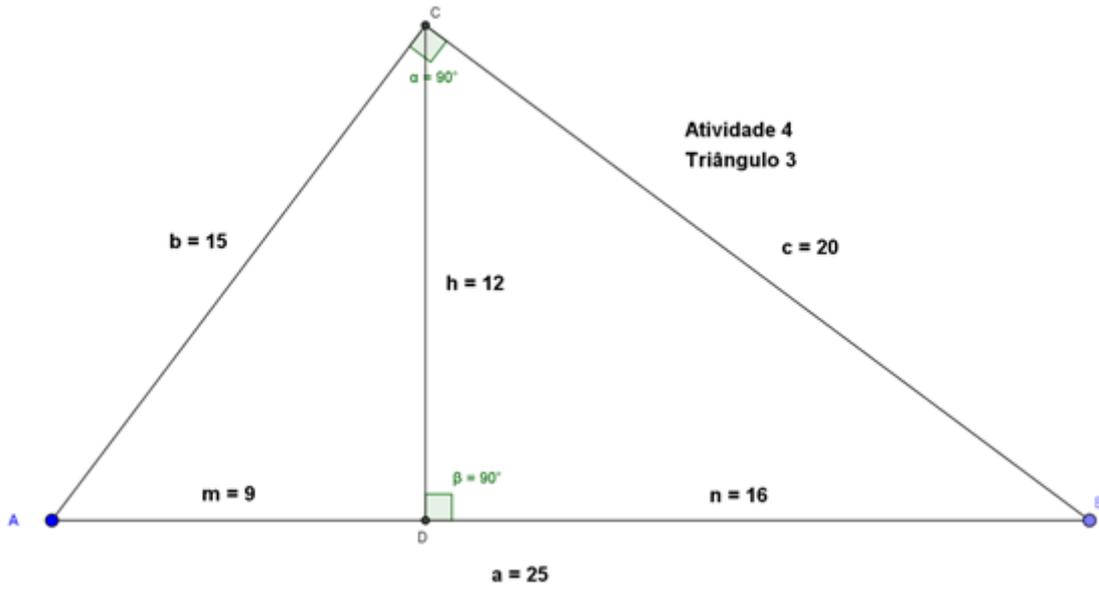
Material: Computador, projetor, fichas de observação, fichas de exercícios de fixação.

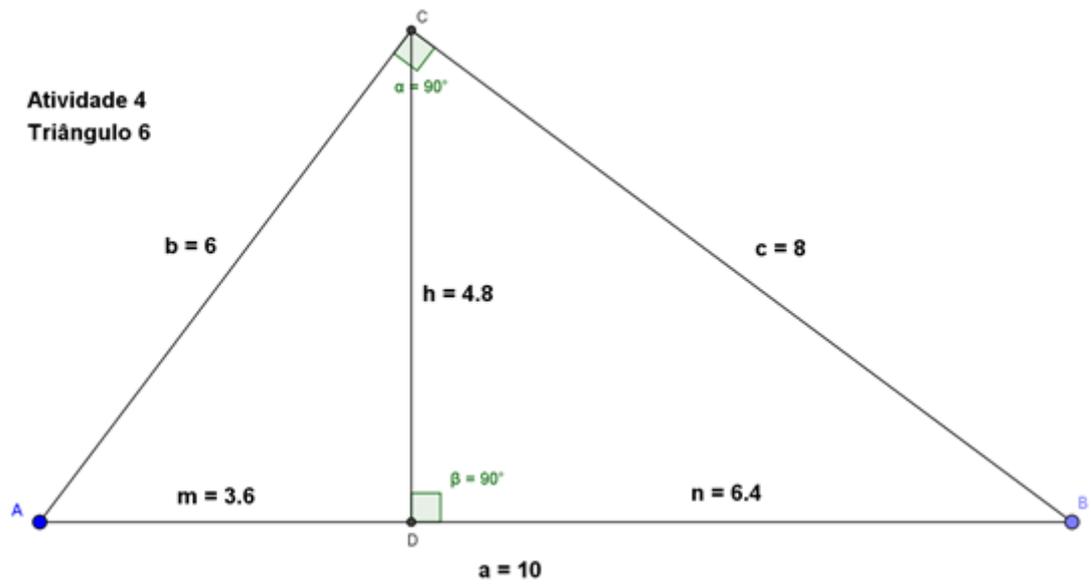
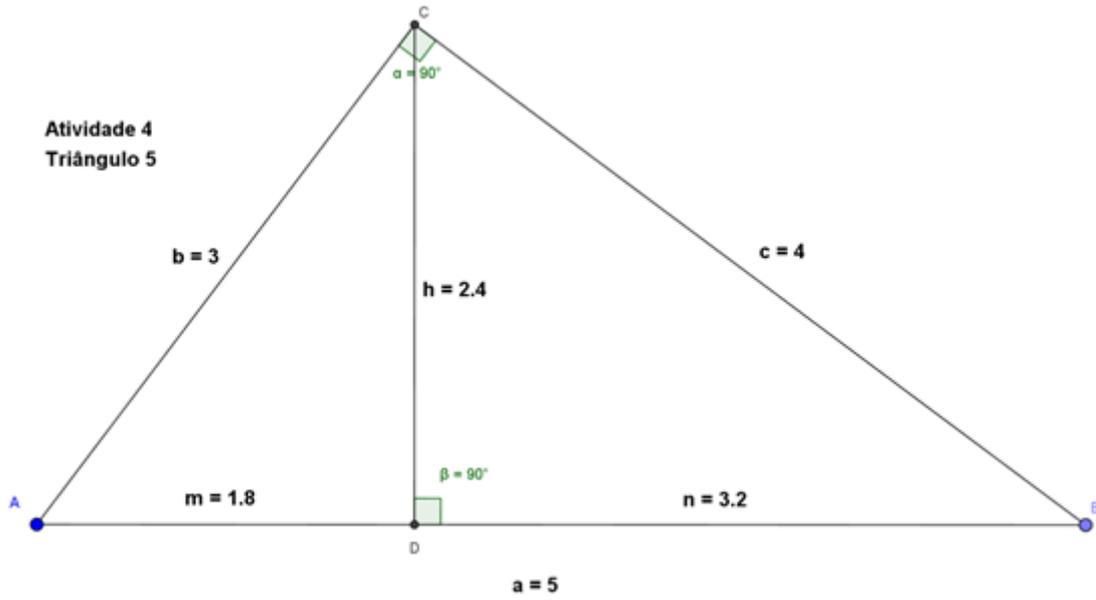
Procedimentos: Para cada triângulo retângulo projetado o aluno deverá completar as linhas dispostas na ficha de observação, anotação e análise objetivando Descobrir um padrão e estabelecer uma relação matemática “equação algébrica” entre Hipotenusa, cateto e sua projeção.

Sugestões para esta atividade: Esta atividade, é semelhante a anterior, portanto alguns alunos podem apresentar dificuldades no que tange a multiplicação, como já dito, o uso da calculadora ou de uma tabuada de multiplicação cedida aos alunos pode diminuir significativamente o tempo de preenchimento das fichas de observação de exercícios de ancoragem.

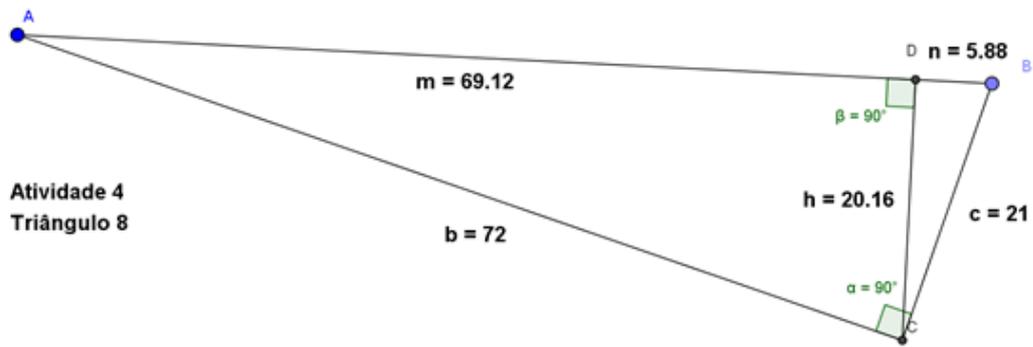
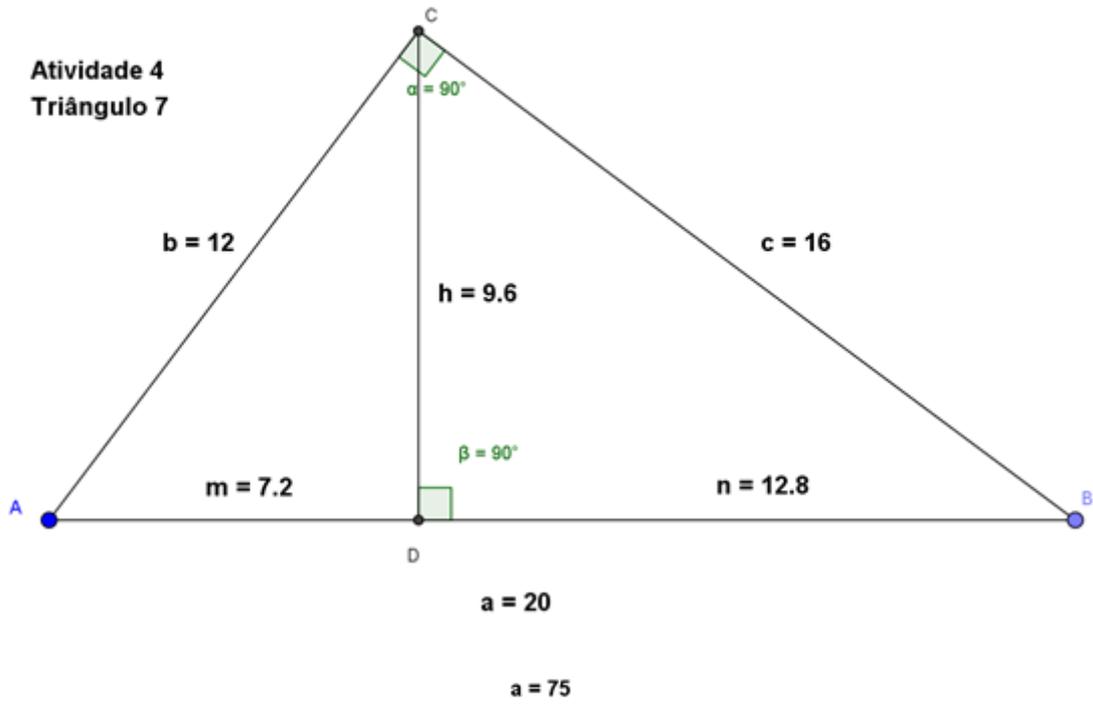
4.4.1 Triângulos utilizados na atividade de ensino IV







Atividade 4
Triângulo 7



Atividade 4
Triângulo 8

4.4.2 Ficha de observação da atividade IV

TÍTULO: A hipotenusa, o Cateto e sua projeção.

OBJETIVO: Descobrir uma relação entre as medidas do cateto, sua projeção e a hipotenusa.

Aluno(a): _____

Data: ____/____/____

Turma: _____

Triângulo	Medida da Hipotenusa (a)	Medida do cateto (b)	Projeção do cateto b sobre a hipotenusa (m)	Quadrado do cateto b (b^2)	Produto entre a hipotenusa e a projeção do cateto b (a . m)
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
8.					

O QUE VOCÊ OBSERVOU ANALISANDO OS DADOS ENCONTRADOS?

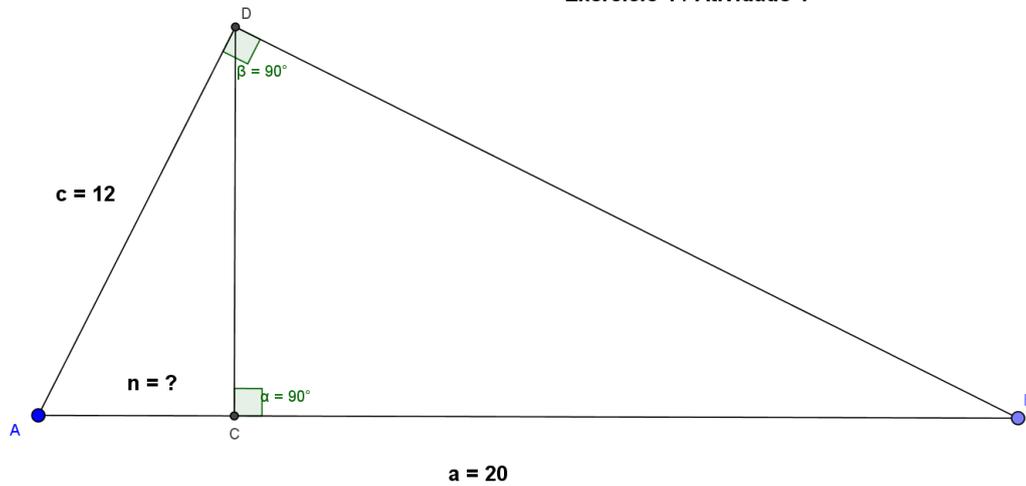
QUAL A CONCLUSÃO QUE PODEMOS INFERIR?

4.4.3 Triângulos utilizados na atividade de ancoragem IV

Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido da projeção do cateto c sobre a hipotenusa.

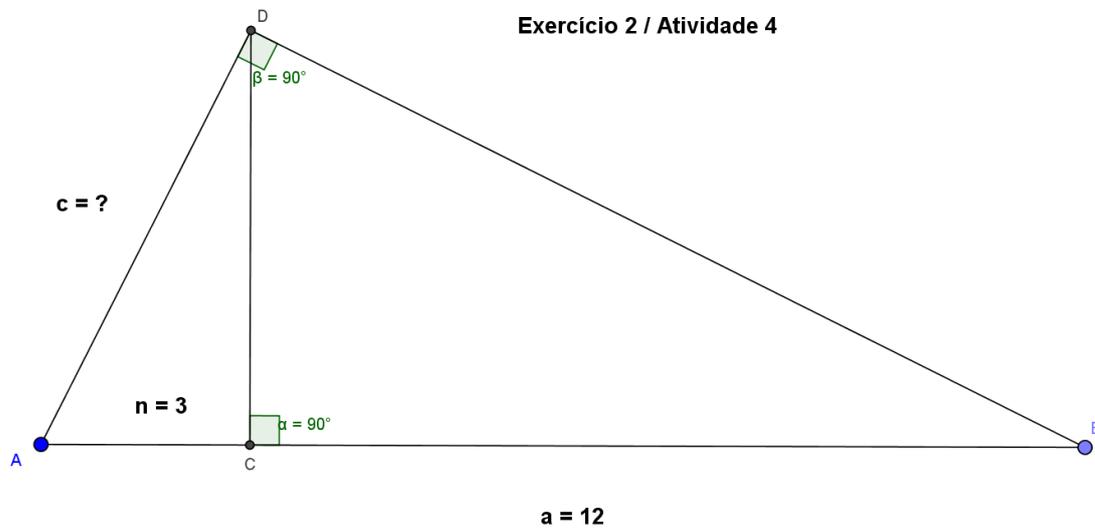
Exercício 1 / Atividade 4



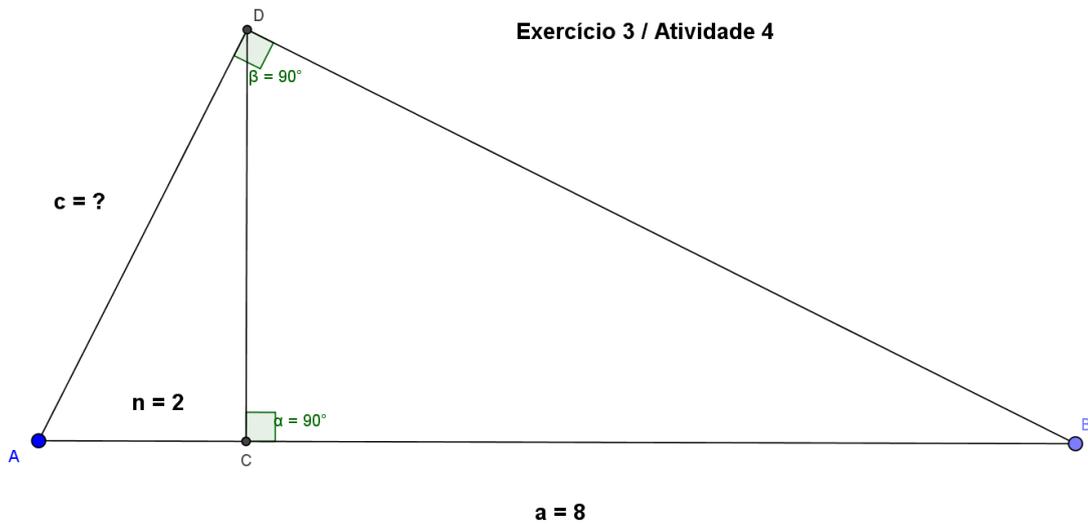
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido do cateto c .

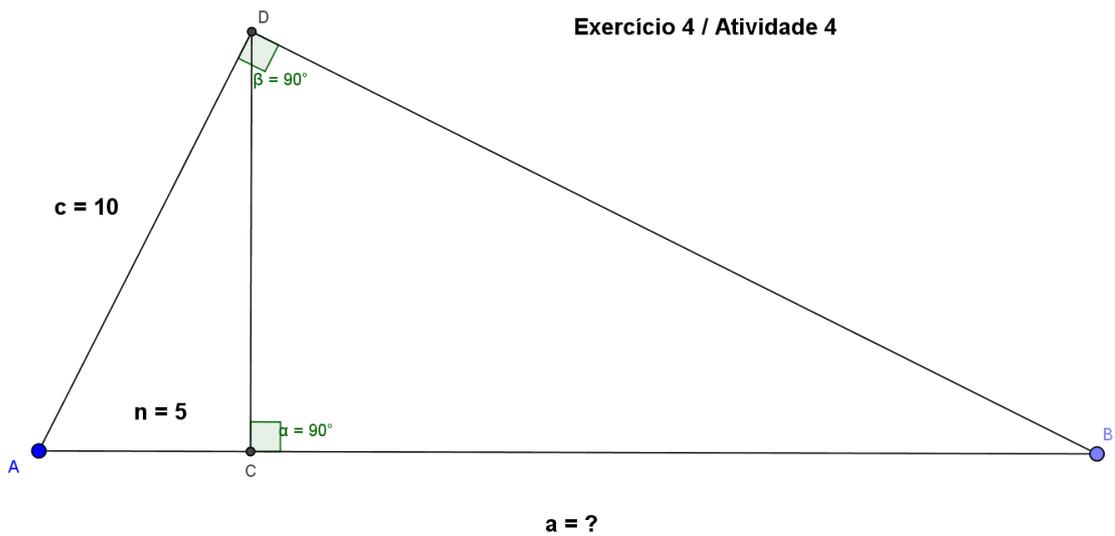
Exercício 2 / Atividade 4



**Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido do cateto c .**

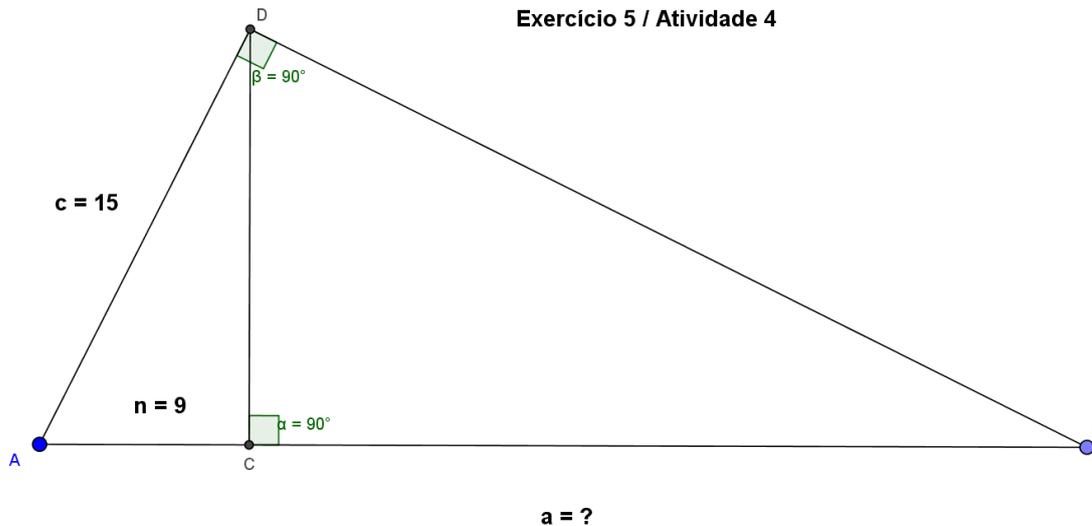


**Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da hipotenusa.**



**Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da hipotenusa.**

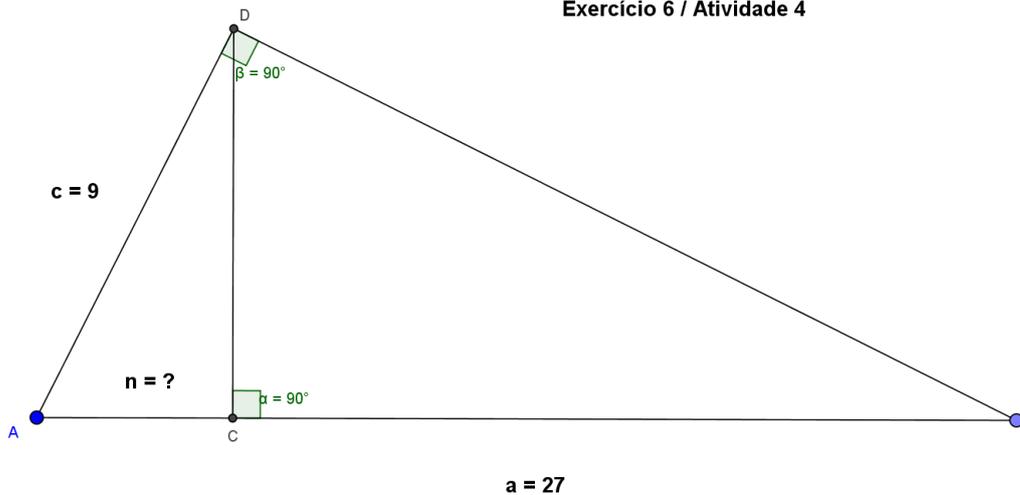
Exercício 5 / Atividade 4



Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido da projeção do cateto c sobre a hipotenusa.

Exercício 6 / Atividade 4



4.4.4 Ficha de exercício da atividade de ancoragem IV – A hipotenusa, o cateto e sua projeção

Exercício 1

Exercício 2

Exercício 3

Exercício 4

Exercício 5

Exercício 6

4.5 ATIVIDADE V

ATIVIDADE DE ENSINO V

Título: Hipotenusa, altura e os catetos.

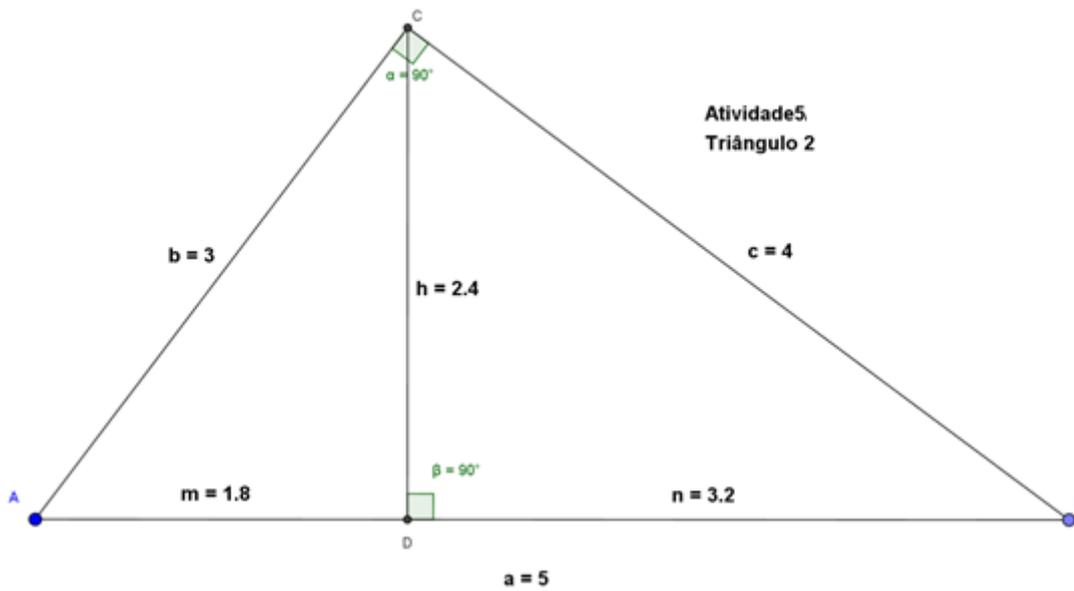
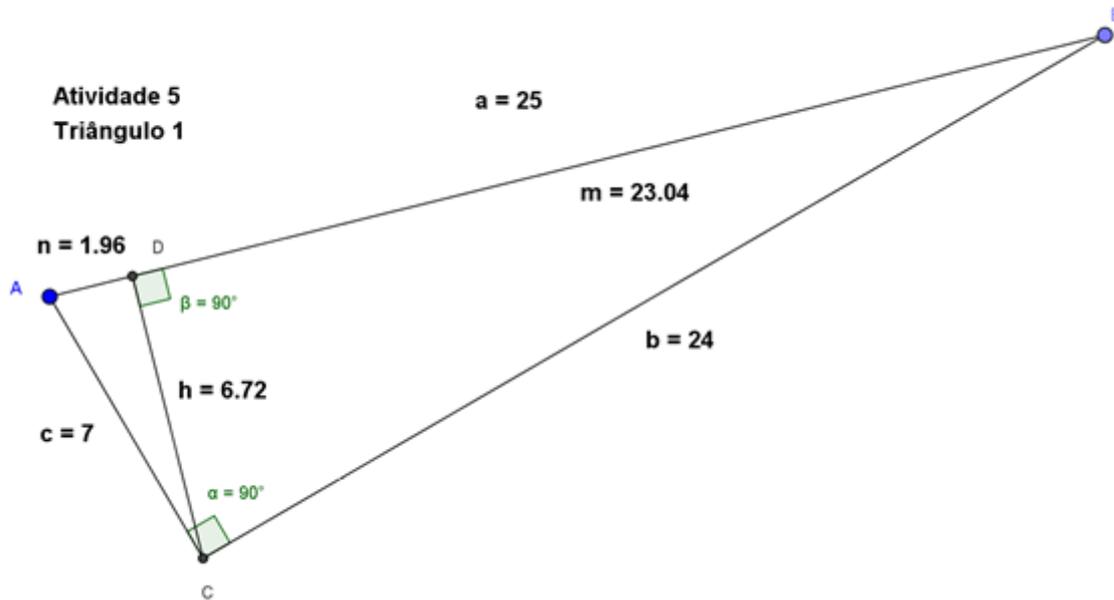
Objetivo: Descobrir uma relação entre as medidas da Hipotenusa, altura e os catetos.

Material: Computador, projetor, fichas de observação, fichas de exercícios de fixação.

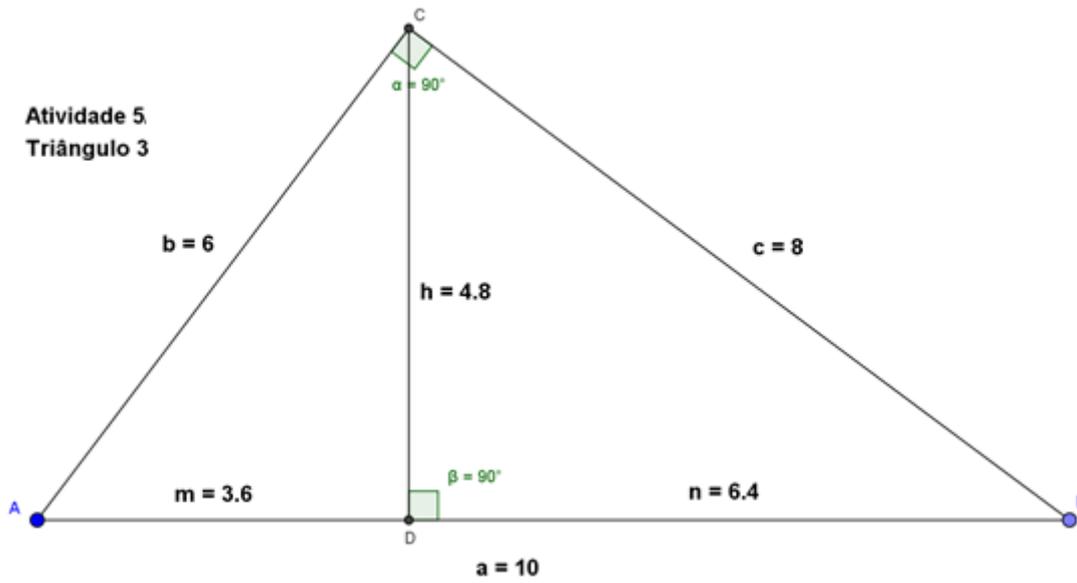
Procedimentos: Para cada triângulo retângulo projetado o aluno deverá completar as linhas dispostas na ficha de observação, anotação e análise objetivando Descobrir um padrão e estabelecer uma relação matemática “equação algébrica” entre hipotenusa, altura e os catetos.

Sugestões para esta atividade: Nesta atividade, espera-se que os alunos já estejam habituados com a dinâmica do ensino por atividades e o uso de uma calculadora ou uma tabuada de multiplicação. Deve-se também atentar para a solução nas fichas de atividades de ancoragem, na solução dos exercícios, onde alguns alunos podem não conseguir resolver a equação formada, sendo interessante que o professor mostre alguns exemplos de soluções de equações de 1º grau para facilitar a conclusão desta atividade.

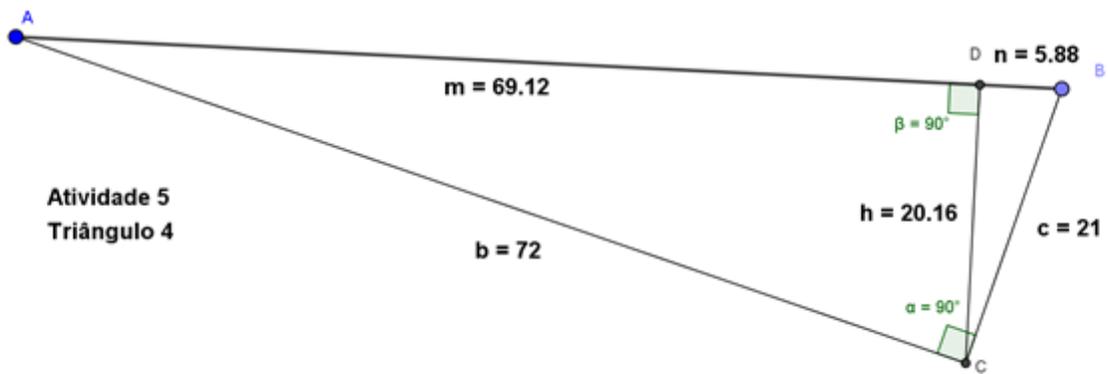
4.5.1 Triângulos utilizados na atividade de ensino V



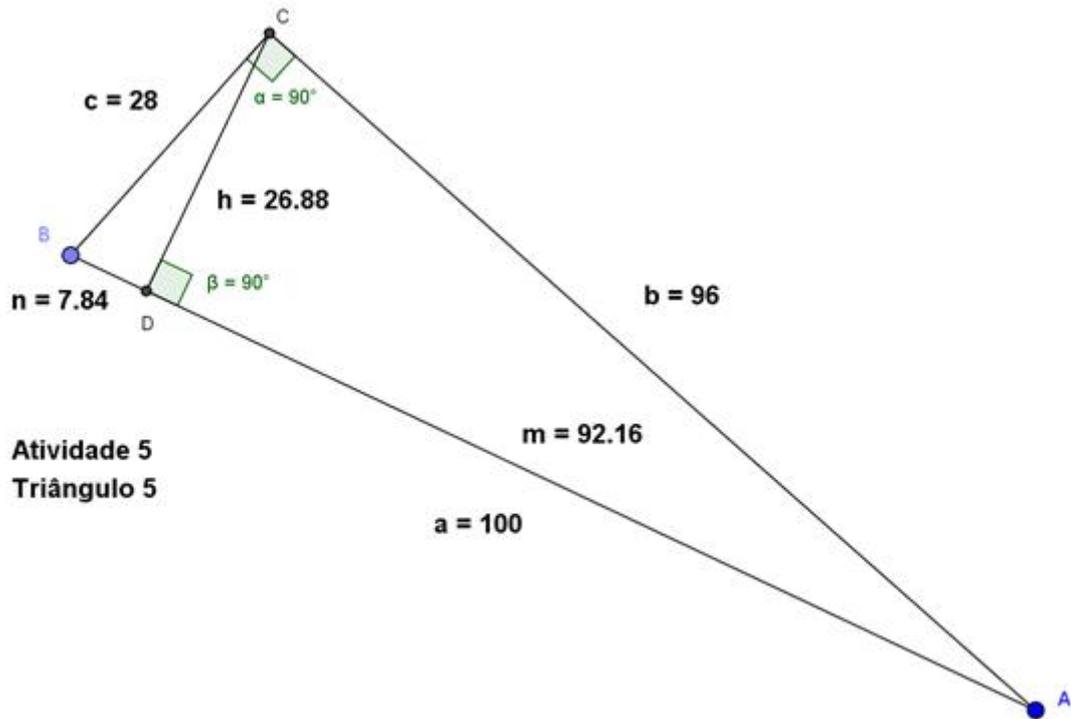
Atividade 5
Triângulo 3



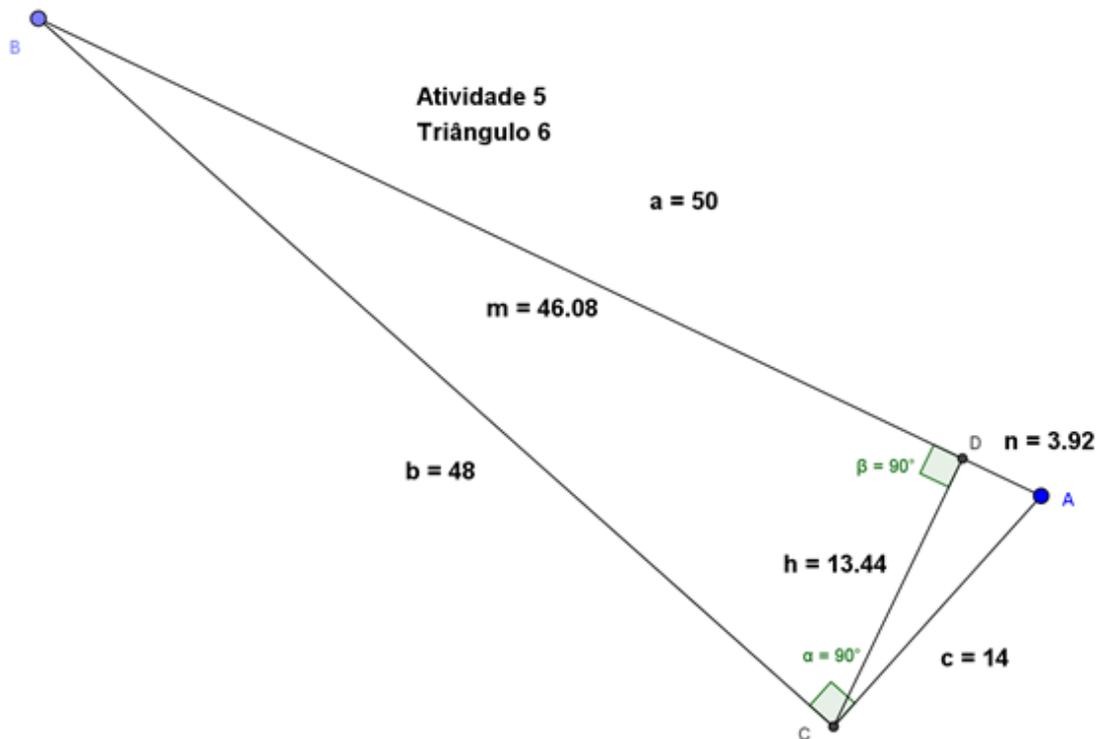
$$a = 75$$



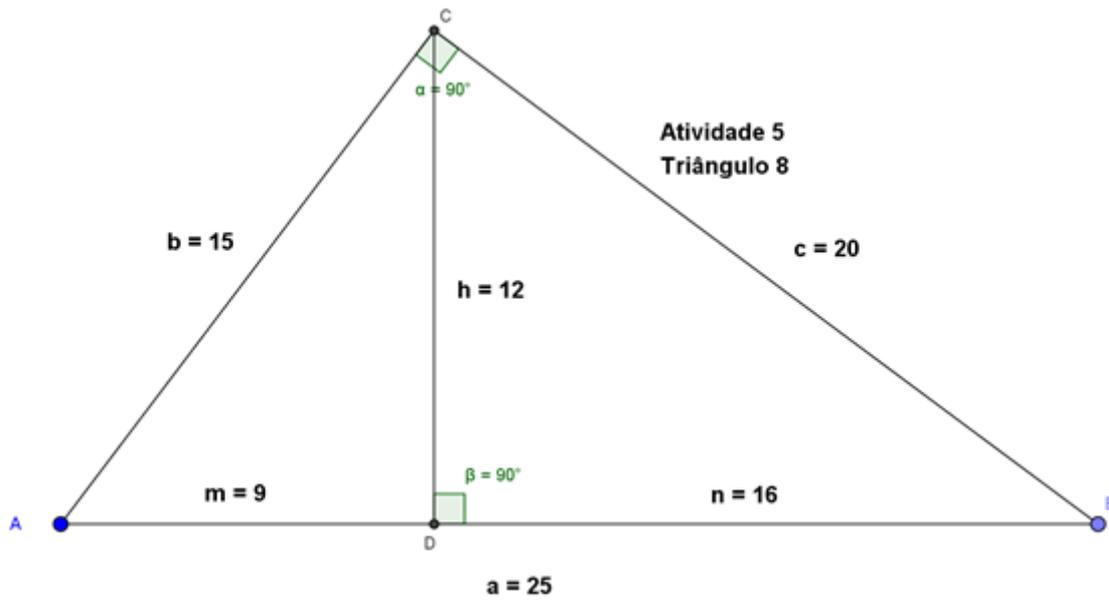
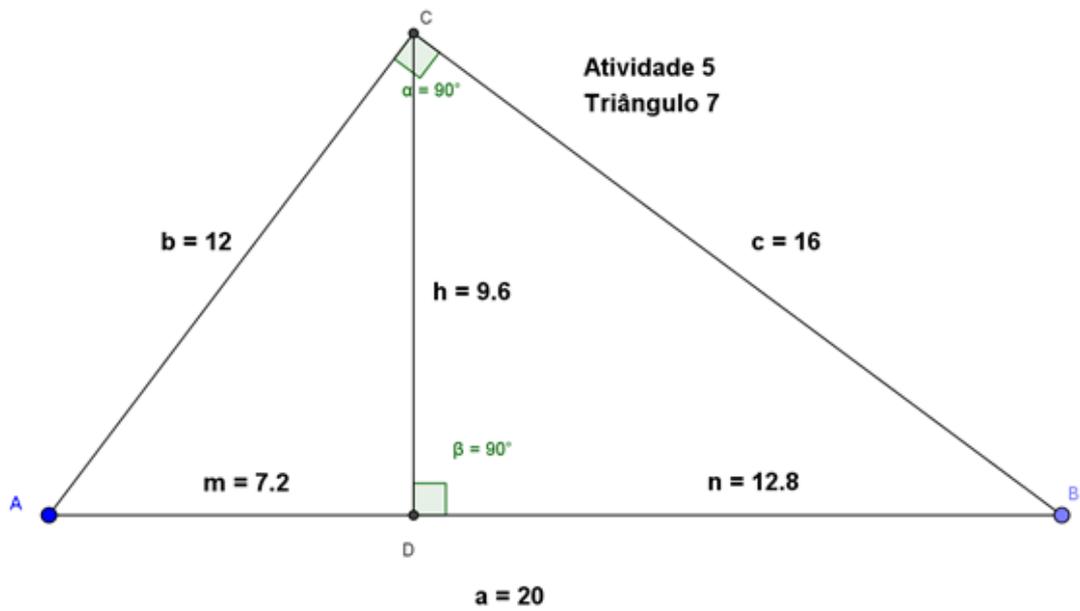
Atividade 5
Triângulo 4



Atividade 5
Triângulo 5



Atividade 5
Triângulo 6



4.5.2 Ficha de observação da atividade V

TÍTULO: Hipotenusa, altura e os catetos.

OBJETIVO: Descobrir uma relação entre as medidas da Hipotenusa, altura e os catetos.

Aluno(a): _____

Data: ____/____/____

Turma: _____

Triângulo	Medida da Hipotenusa (a)	Medida da altura (h)	Medida do cateto (b)	Medida do cateto (c)	Produto entre a hipotenusa e a altura (a . h)	Produto entre o cateto (b) e o cateto (c) (b . c)
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						
7.						
8.						

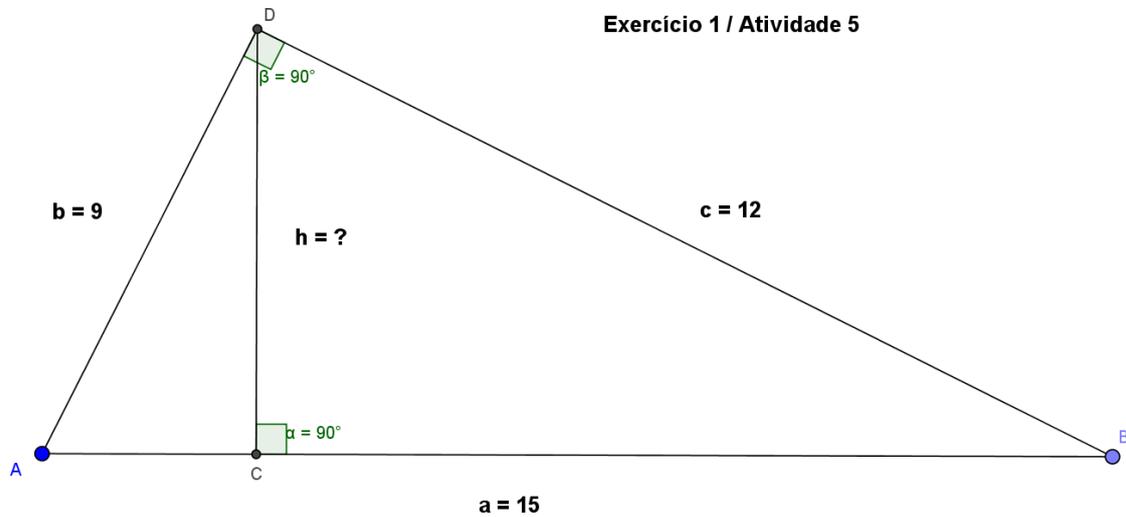
O QUE VOCÊ OBSERVOU ANALISANDO OS DADOS ENCONTRADOS?

QUAL A CONCLUSÃO QUE PODEMOS INFERIR?

4.5.3 Triângulos utilizados na atividade de ancoragem V

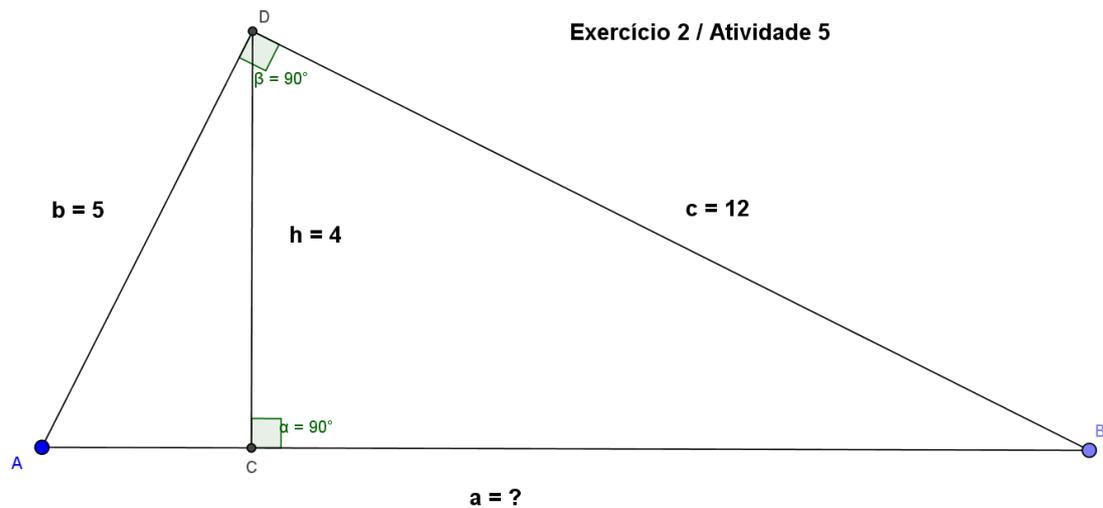
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor da altura relativa a hipotenusa.



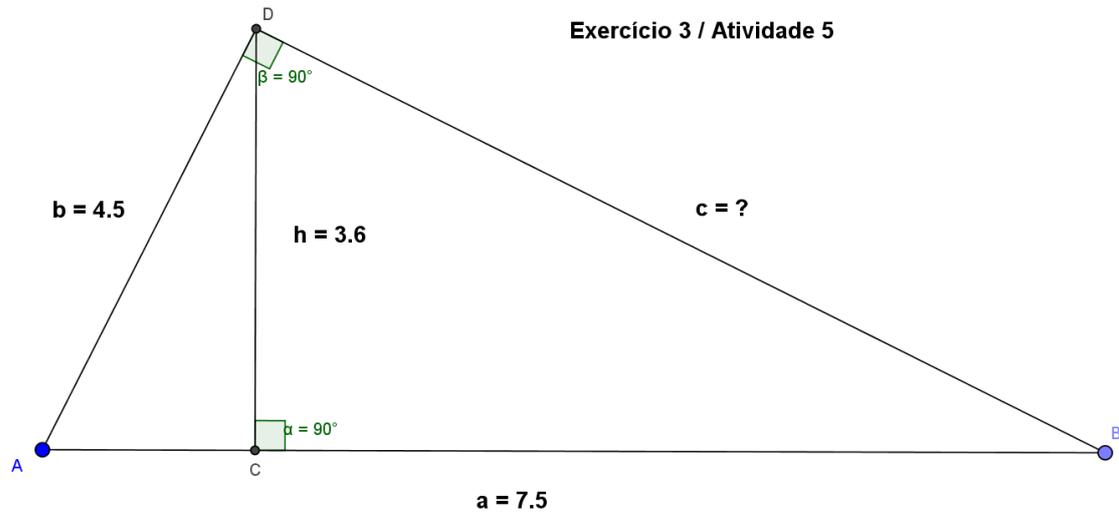
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor da hipotenusa.



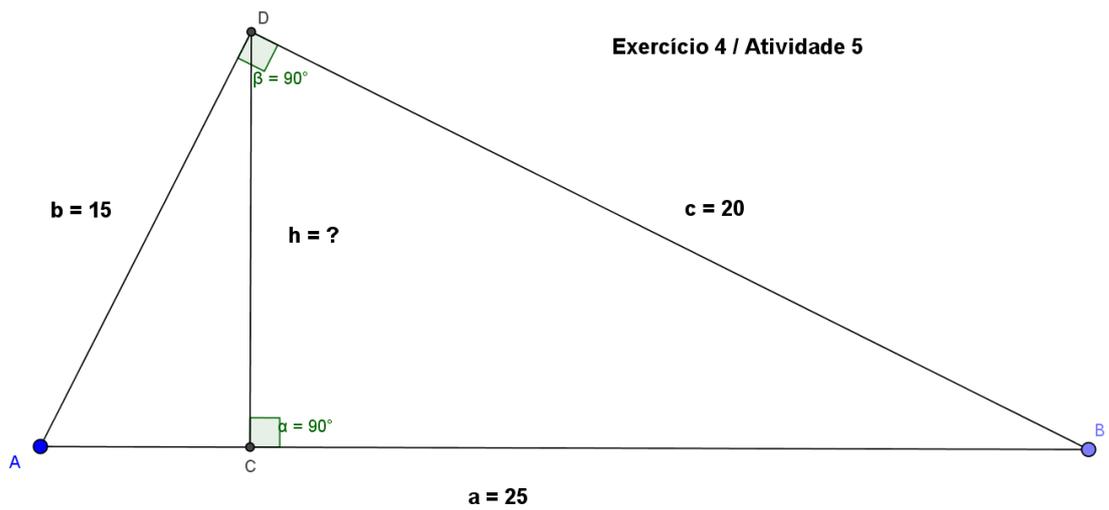
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor do cateto c .



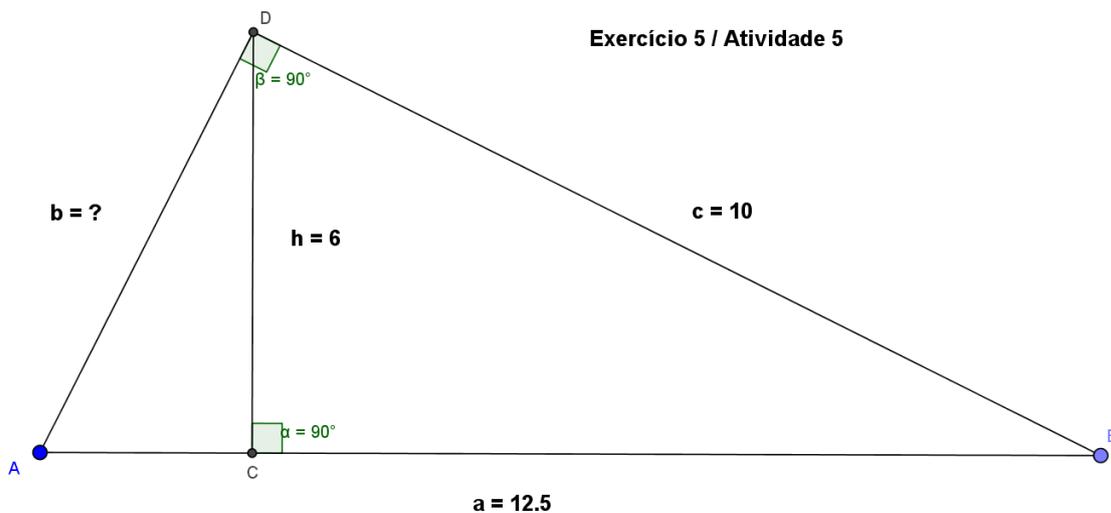
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor da altura relativa a hipotenusa.



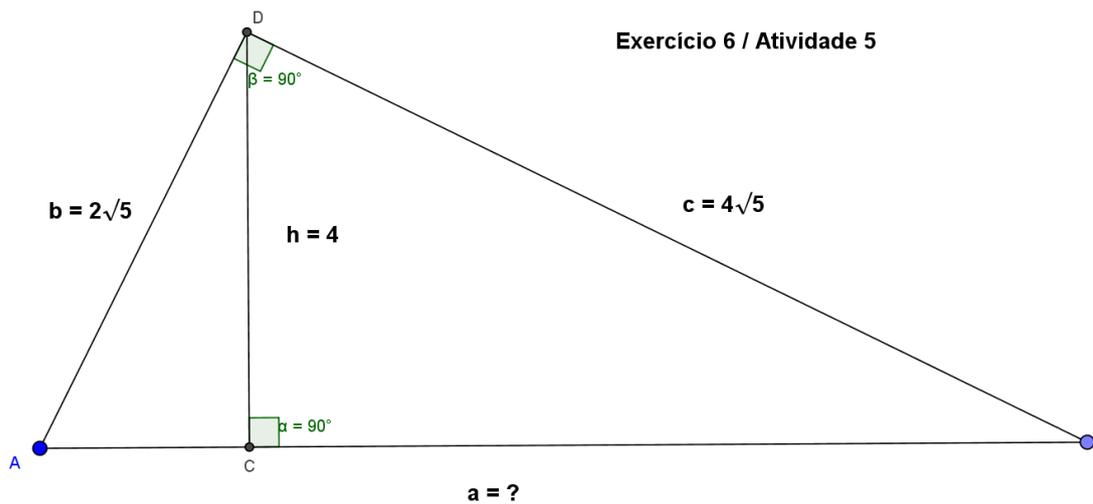
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor do cateto b .



Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor da hipotenusa.



4.5.4 Ficha de exercício da atividade de ancoragem V – Hipotenusa, altura e os catetos

Exercício 1

Exercício 2

Exercício 3

Exercício 4

Exercício 5

Exercício 6

4.6 ATIVIDADE VI

ATIVIDADE DE ENSINO VI

Título: Altura e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

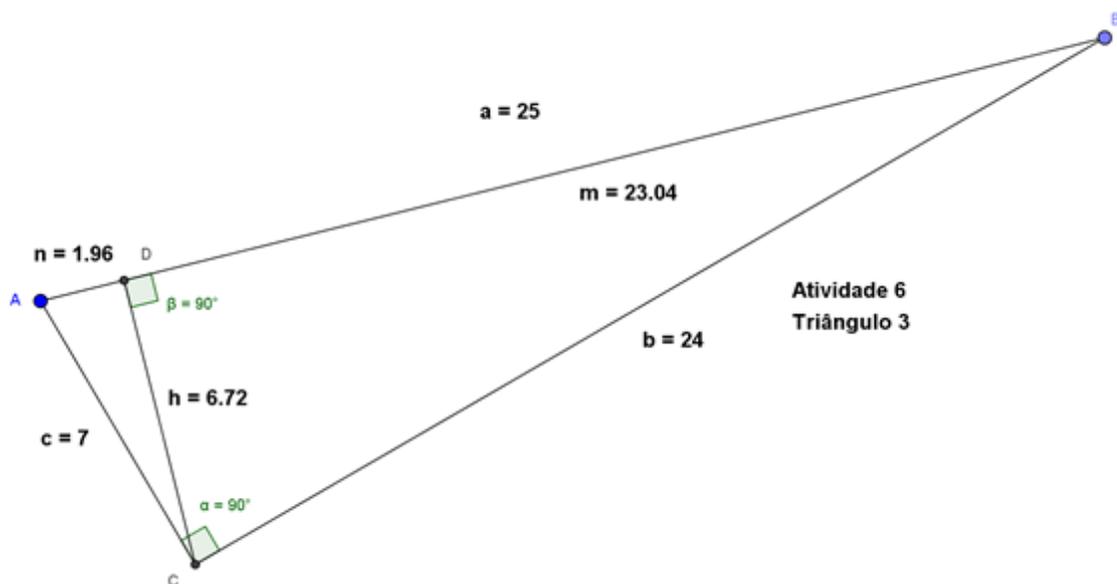
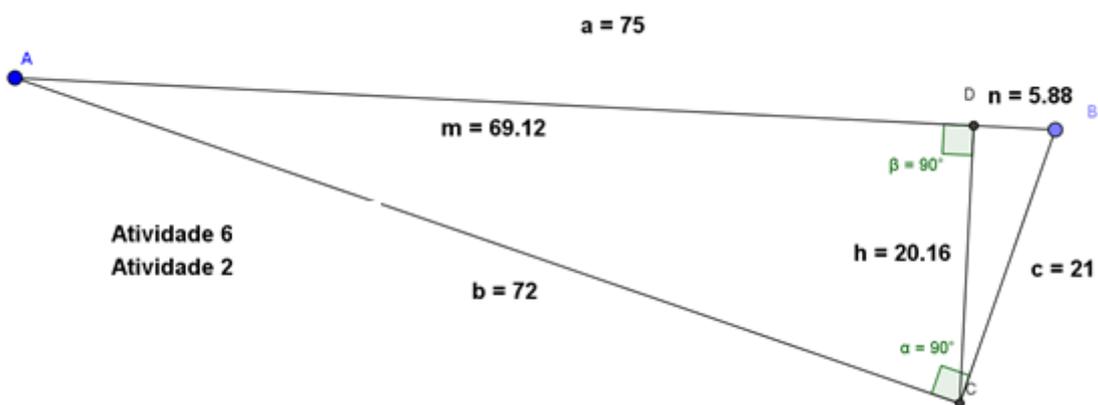
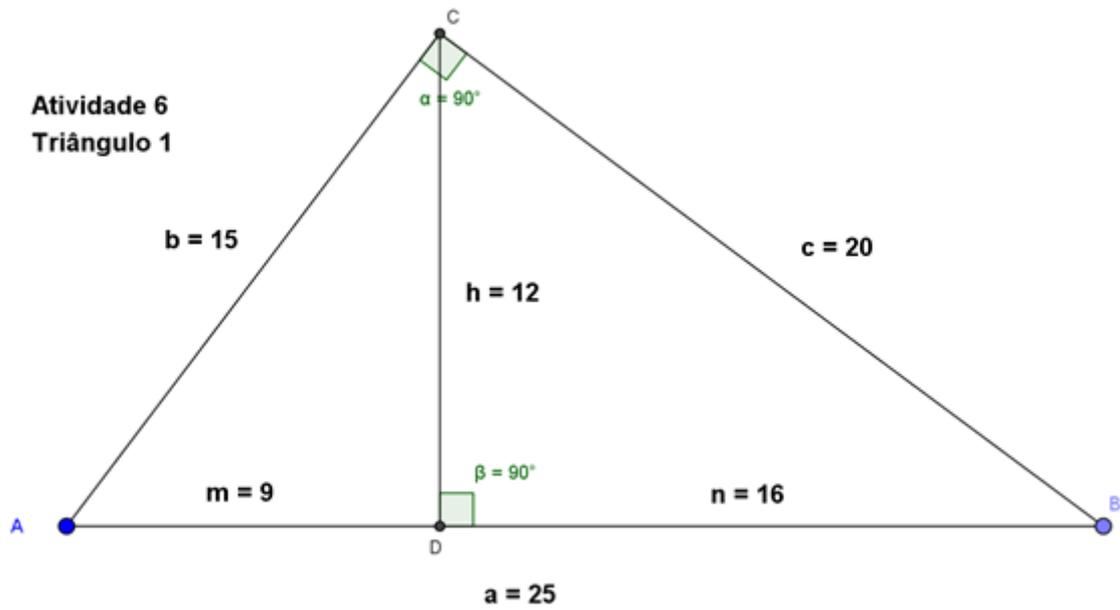
Objetivo: Descobrir uma relação entre as medidas da Altura e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

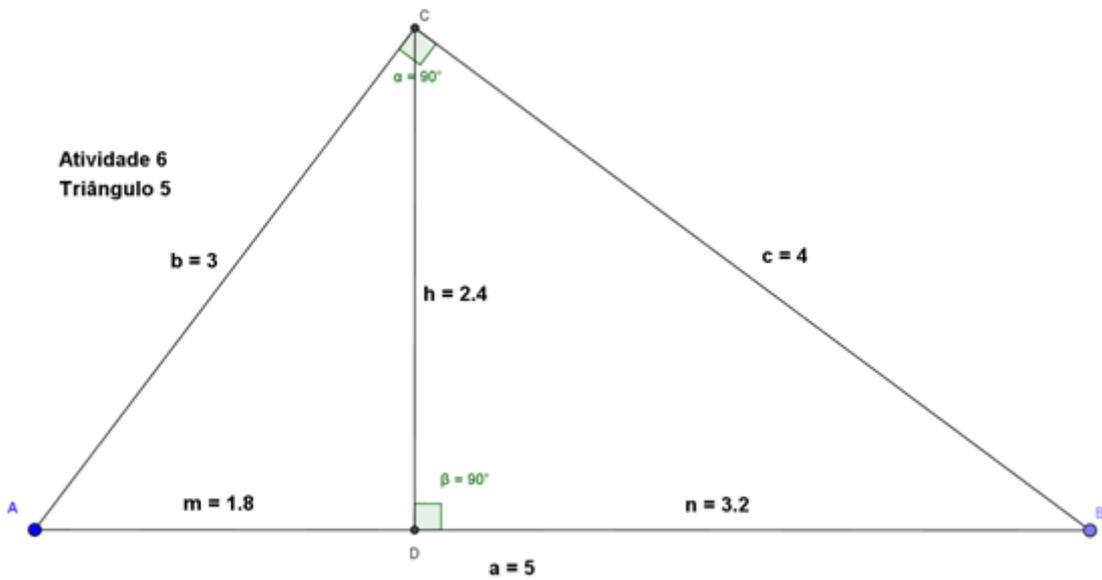
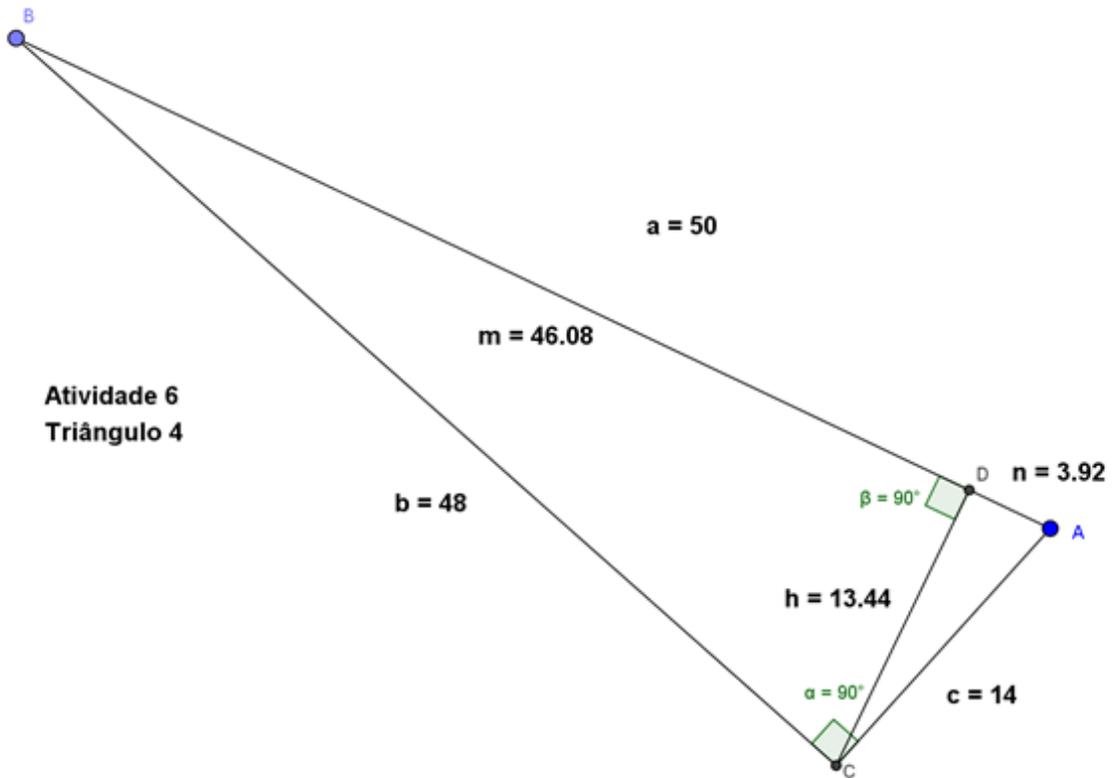
Material: Computador, projetor, fichas de observação, fichas de exercícios de fixação.

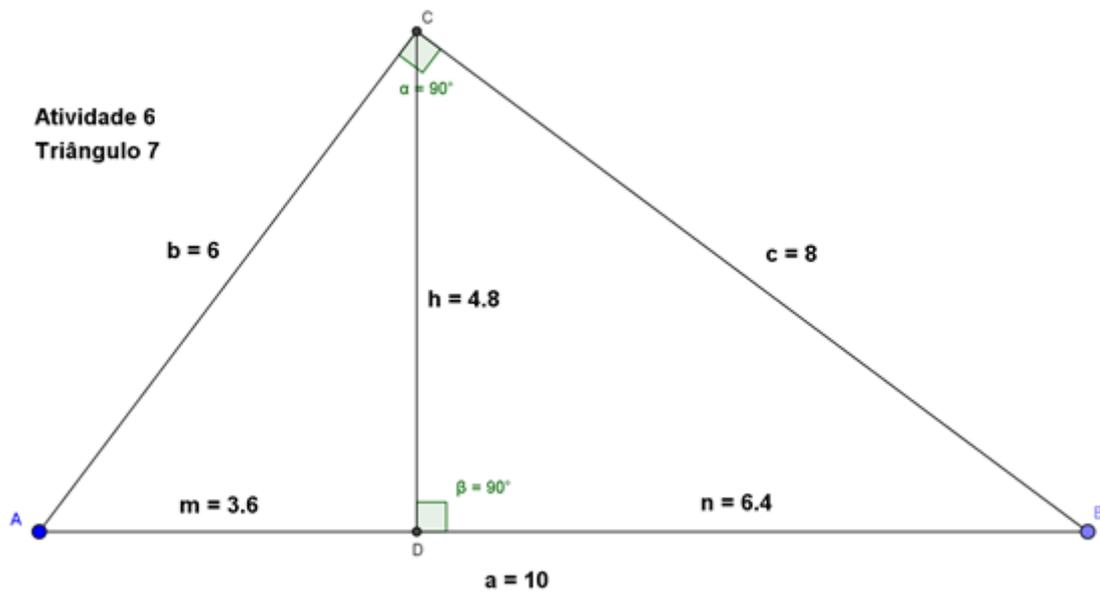
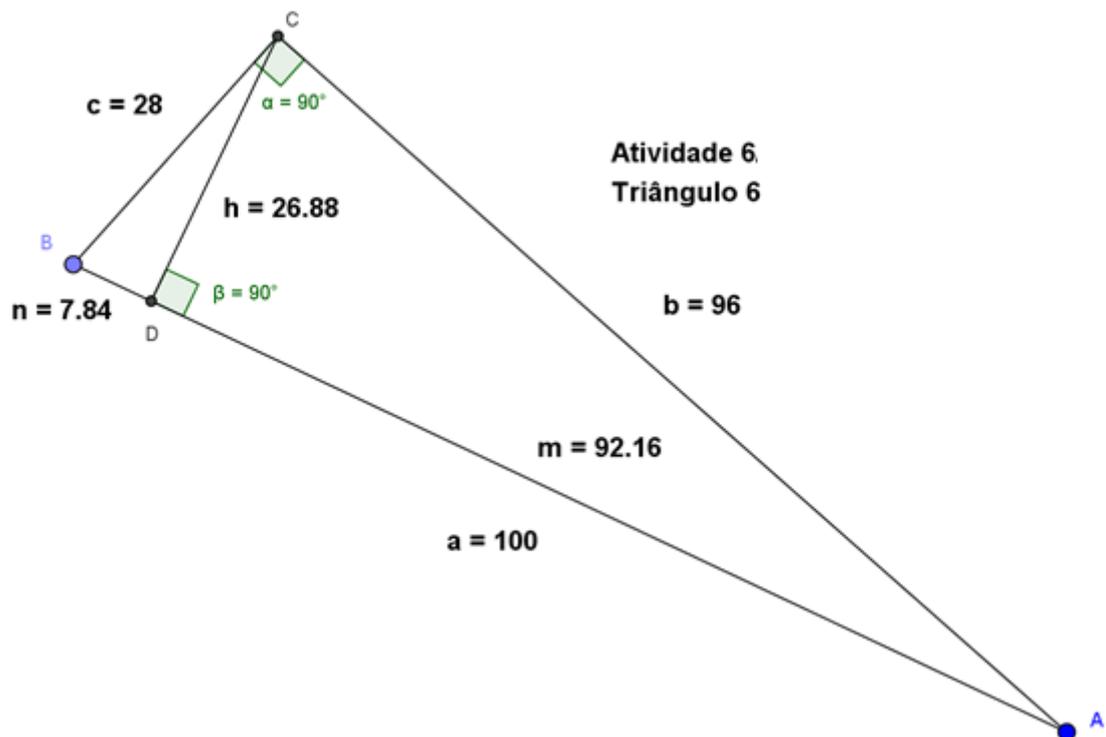
Procedimentos: Para cada triângulo retângulo projetado o aluno deverá completar as linhas dispostas na ficha de observação, anotação e análise objetivando Descobrir um padrão e estabelecer uma relação matemática “equação algébrica” entre altura e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

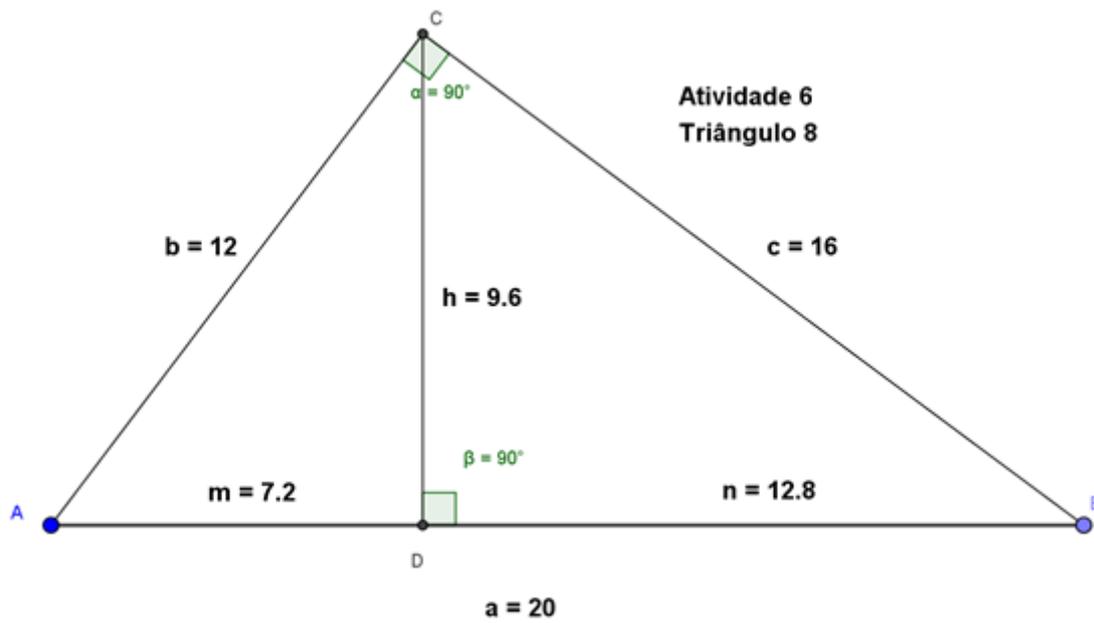
Sugestões para esta atividade: Nesta atividade alguns alunos podem apresentar dificuldades no que tange a potenciação, portanto o uso da calculadora ou de uma tabuada de multiplicação cedida aos alunos deve diminuir significativamente o tempo de preenchimento das fichas de observação e de exercícios de ancoragem, é interessante ainda, que o professor mostre alguns exemplos para os alunos.

4.6.1 Triângulos utilizados na atividade de ensino VI









4.6.2 Ficha de observação da atividade VI

TÍTULO: Altura e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

OBJETIVO: Descobrir uma relação entre as medidas da Altura e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

Aluno(a): _____

Data: ____/____/____

Turma: _____

Triângulo	Medida da altura (h)	Projeção do cateto b sobre a hipotenusa (m)	Projeção do cateto c sobre a hipotenusa (n)	Quadrado da altura (h^2)	Produto das projeções sobre a hipotenusa (m . n)
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
8.					

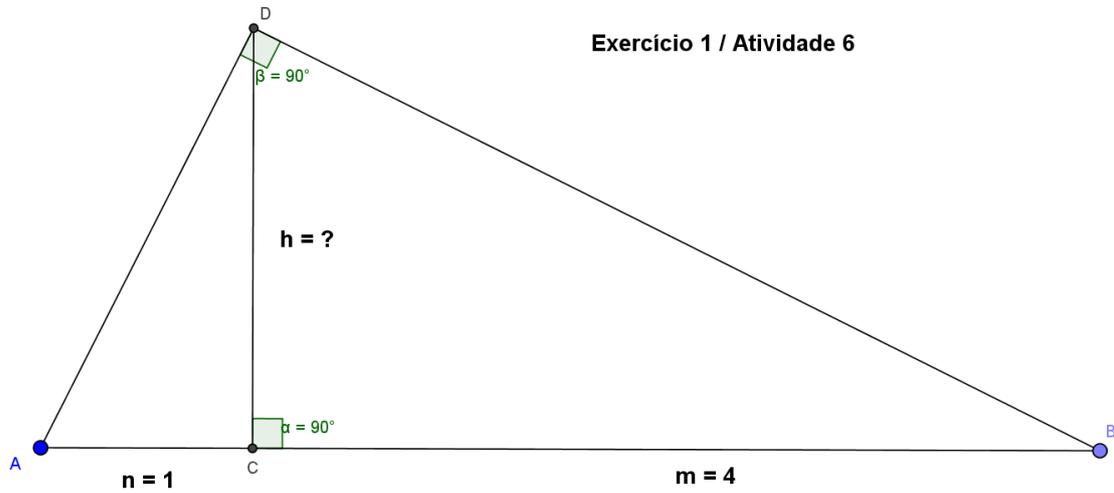
O QUE VOCÊ OBSERVOU ANALISANDO OS DADOS ENCONTRADOS?

QUAL A CONCLUSÃO QUE PODEMOS INFERIR?

4.6.3 Triângulos utilizados na atividade de ancoragem VI

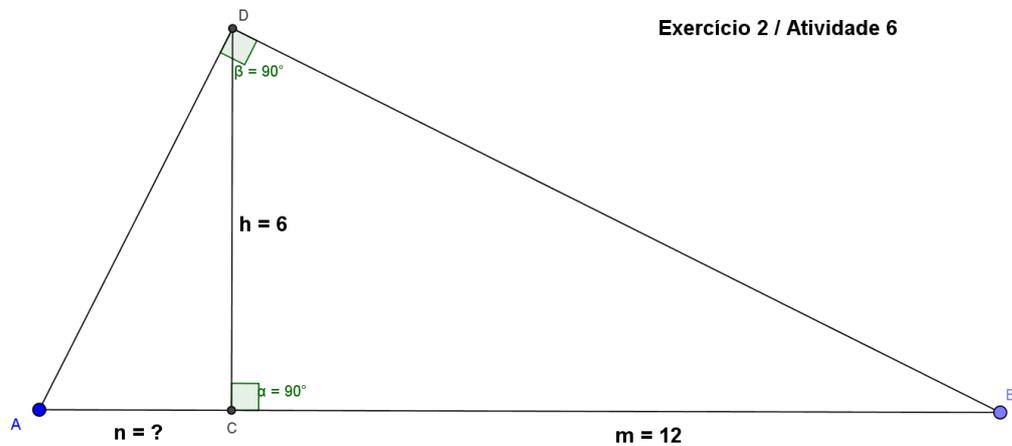
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido da altura relativa a hipotenusa.



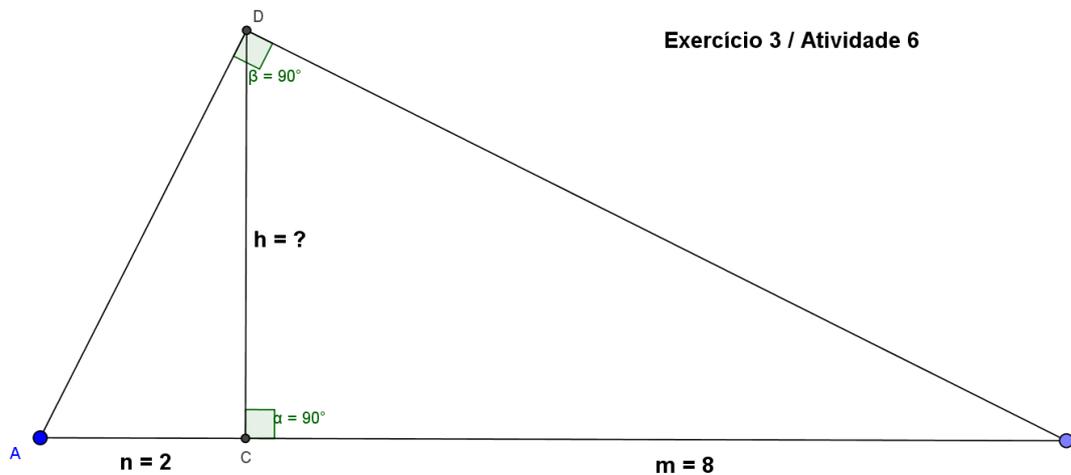
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido da projeção do cateto c sobre a hipotenusa.



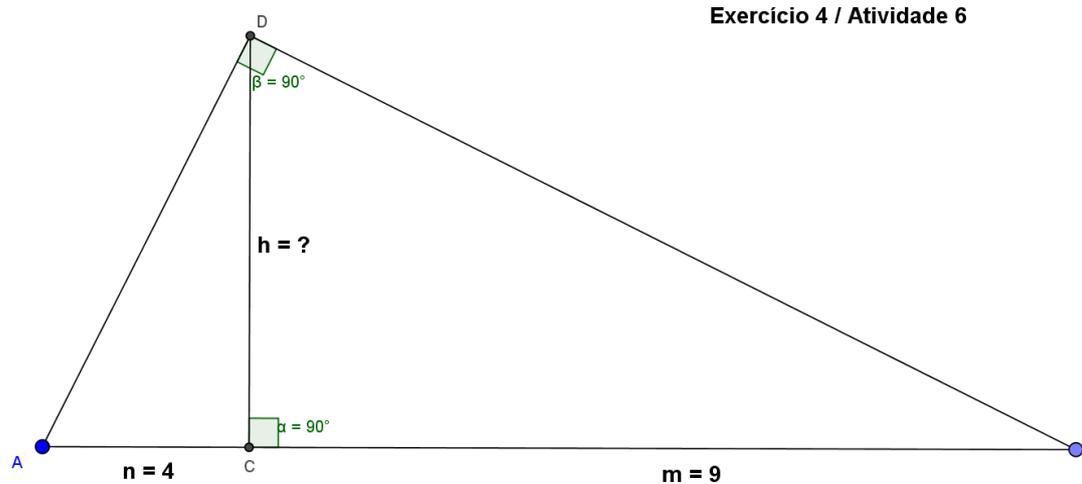
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido da altura relativa a hipotenusa.



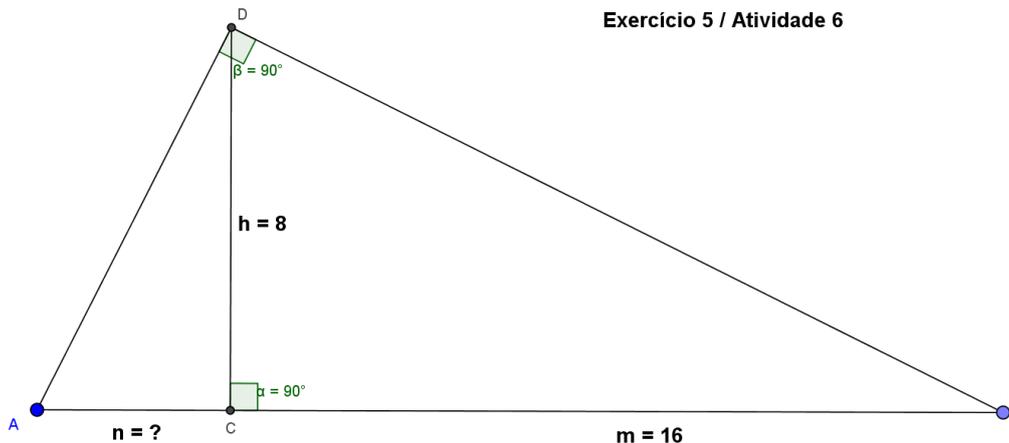
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido da altura relativa a hipotenusa.



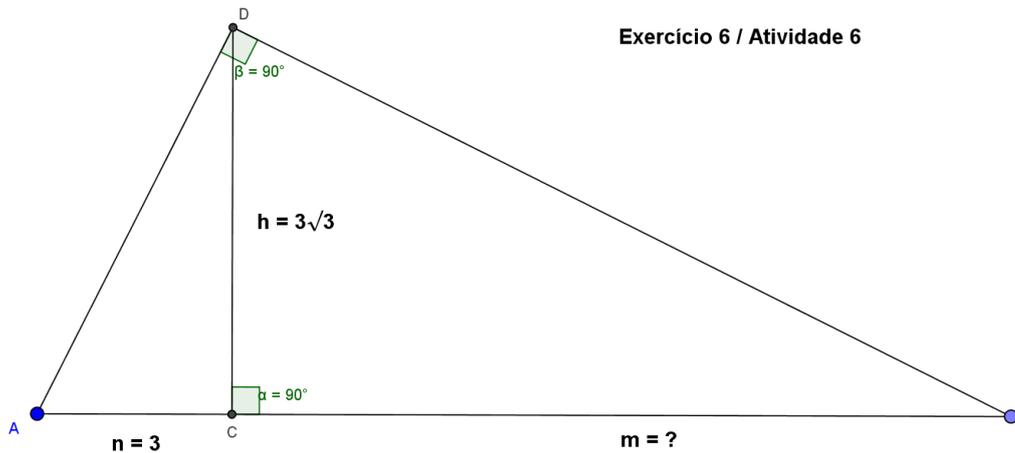
Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido da projeção do cateto c sobre a hipotenusa.



Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.

Determine o valor desconhecido da projeção do cateto b sobre a hipotenusa.



4.6.4 Ficha de exercício da atividade de ancoragem VI – Hipotenusa, altura e os catetos

Exercício 1

Exercício 2

Exercício 3

Exercício 4

Exercício 5

Exercício 6

4.7 ATIVIDADE VII

ATIVIDADE DE ENSINO VII

Título: O Teorema das áreas (Teorema de Pitágoras).

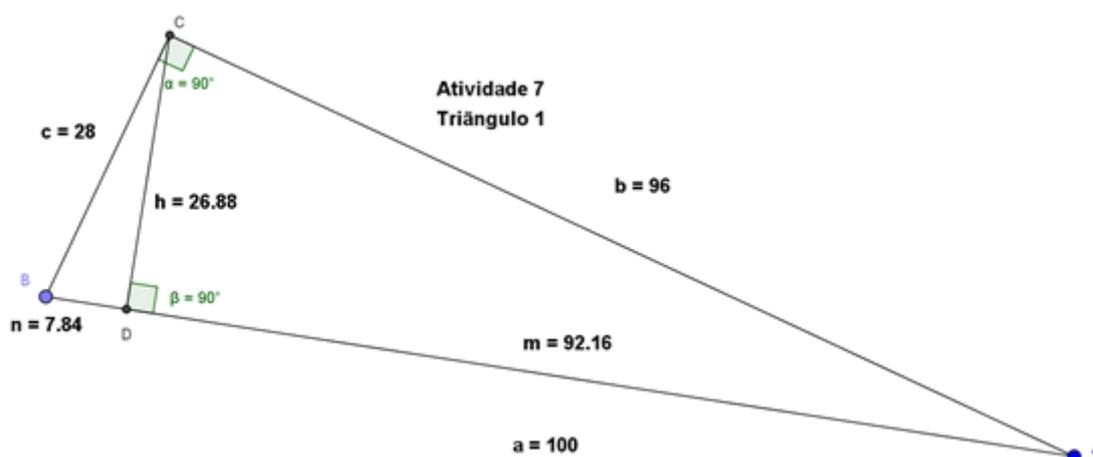
Objetivo: Constatar a relação existente entre o quadrado da medida da hipotenusa e da soma dos quadrados dos catetos de um triângulo retângulo.

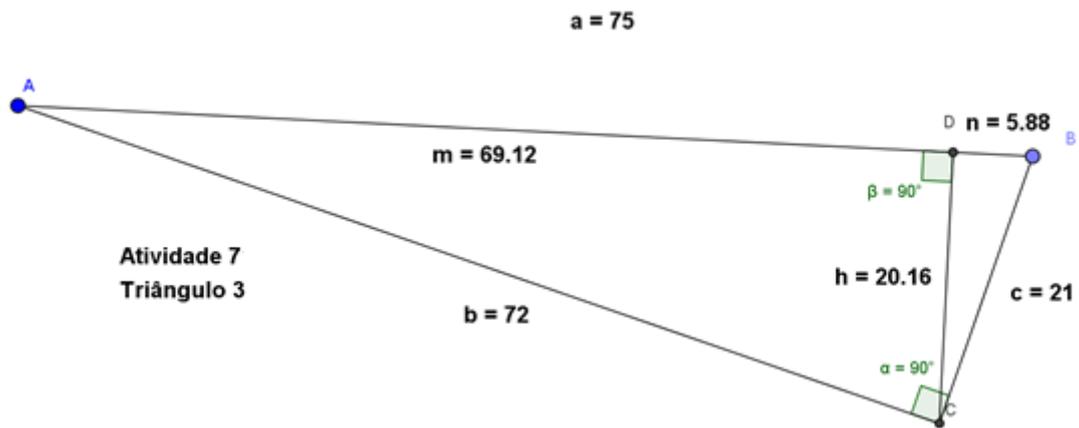
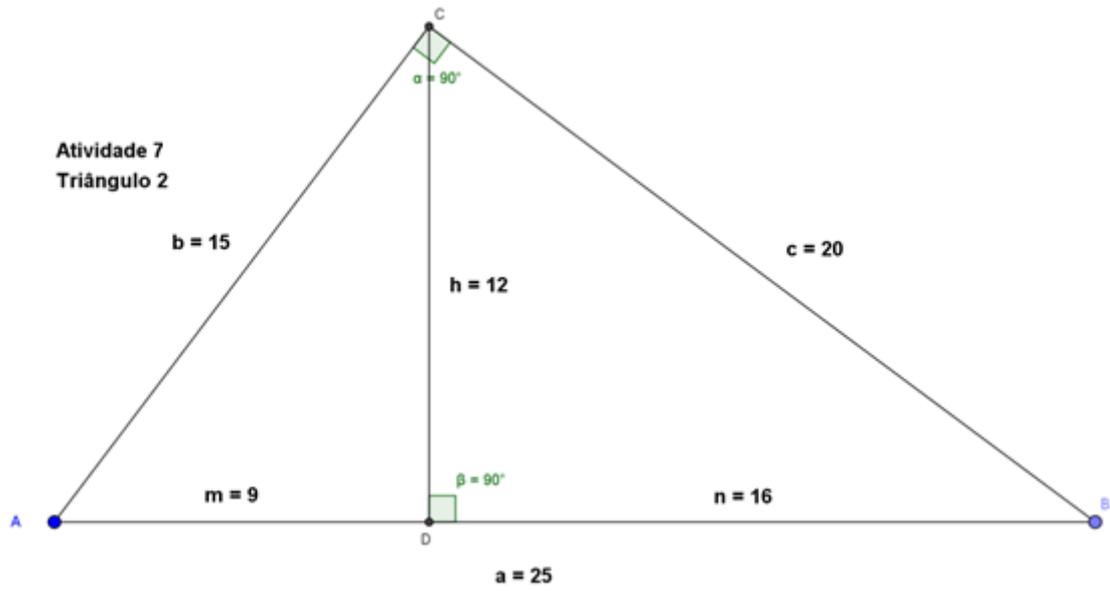
Material: Computador, projetor, fichas de observação, fichas de exercícios de fixação.

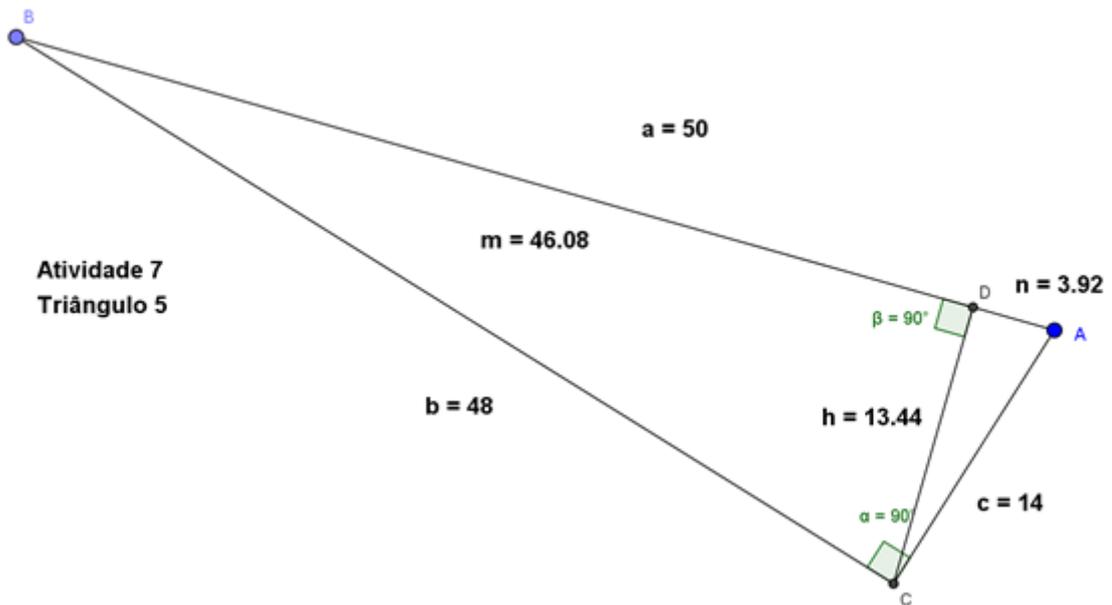
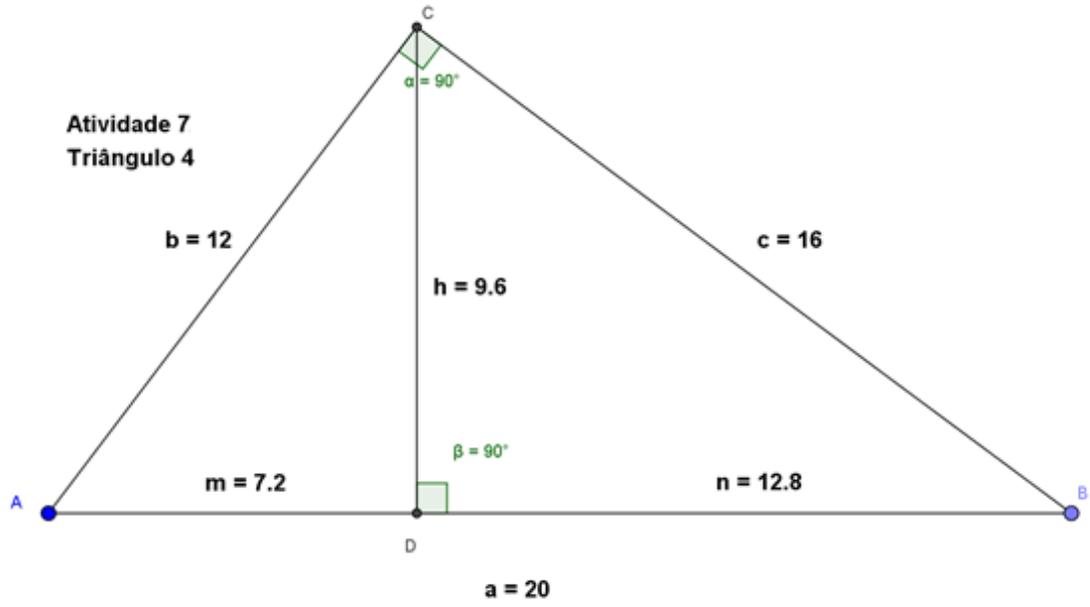
Procedimentos: Para cada triângulo retângulo projetado o aluno deverá completar as linhas dispostas na ficha de observação, anotação e análise objetivando descobrir um padrão e estabelecer uma relação matemática “equação algébrica” entre a hipotenusa e dos catetos de um triângulo retângulo.

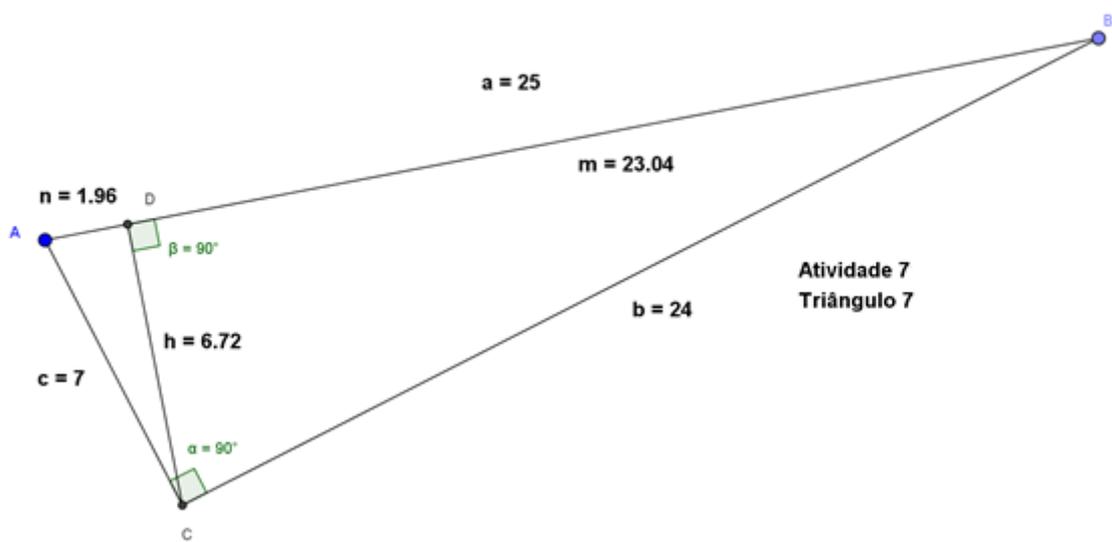
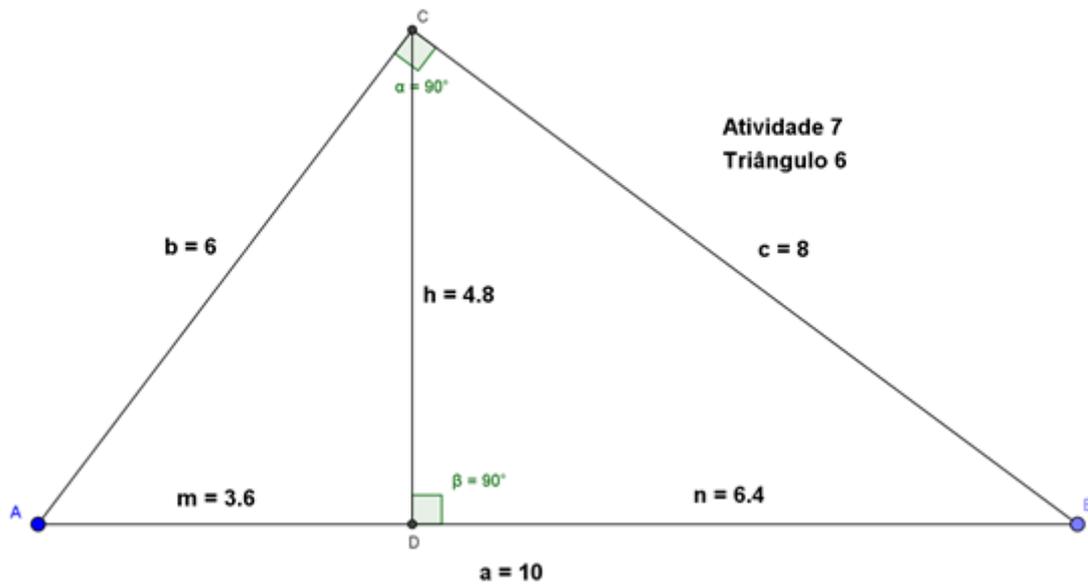
Sugestões para esta atividade: Nesta atividade é necessário que os alunos consigam realizar plenamente os cálculos do preenchimento da ficha de observação com ou sem o auxílio da calculadora. Dificuldades podem aparecer no cálculo das potências ou na solução da equação formada, portanto é importante que o professor esteja atento e paciente até que todos os alunos tenham concluído a ficha de observação e a ficha de atividades de ancoragem.

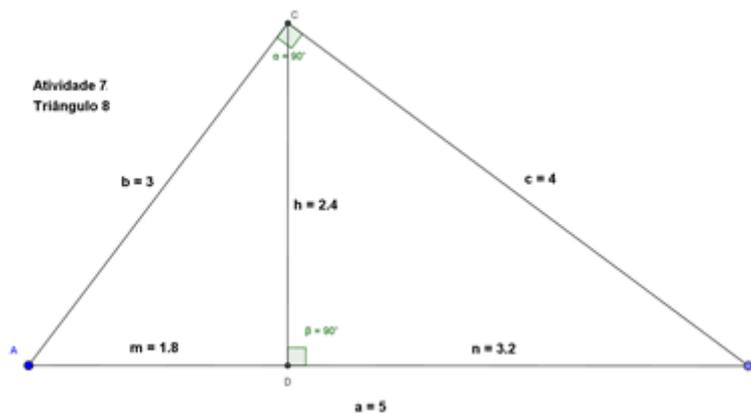
4.7.1 Triângulos utilizados na atividade de ensino VII











4.7.2 Ficha de observação da atividade VII

TÍTULO: O Teorema das áreas “Teorema de Pitágoras”.

OBJETIVO: Descobrir uma relação entre as medidas da Hipotenusa e dos catetos de um Triângulo Retângulo.

Aluno(a): _____

Data: ____/____/____

Turma: _____

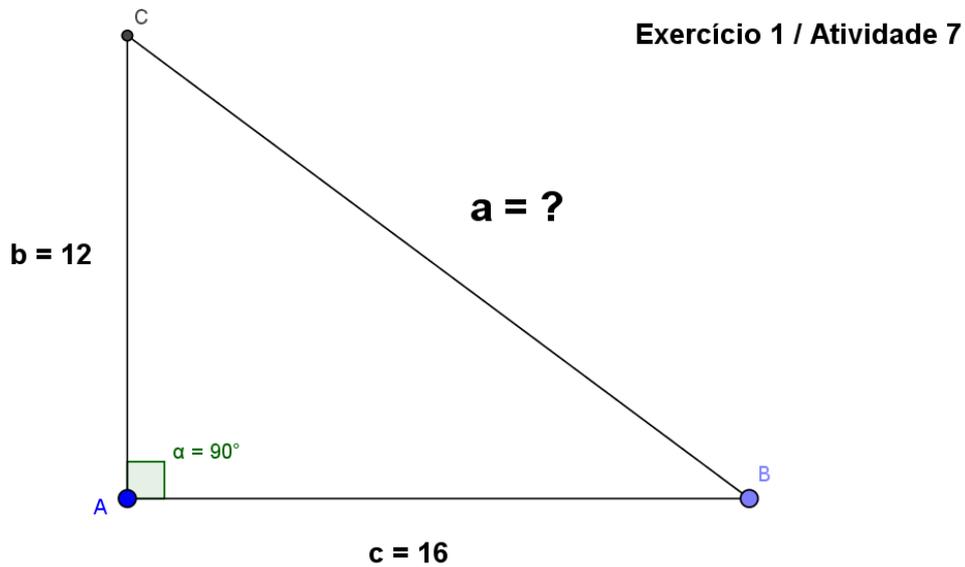
Triângulo	Medida da Hipotenusa (a)	Medida do cateto (b)	Medida do cateto (c)	Quadrado da hipotenusa a (a^2)	Quadrado do cateto b (b^2)	Quadrado do cateto c (c^2)	Soma dos quadrados dos catetos ($b^2 + c^2$)
1.							
2.							
3.							
4.							
5.							
6.							
7.							
8.							

O QUE VOCÊ OBSERVOU ANALISANDO OS DADOS ENCONTRADOS?

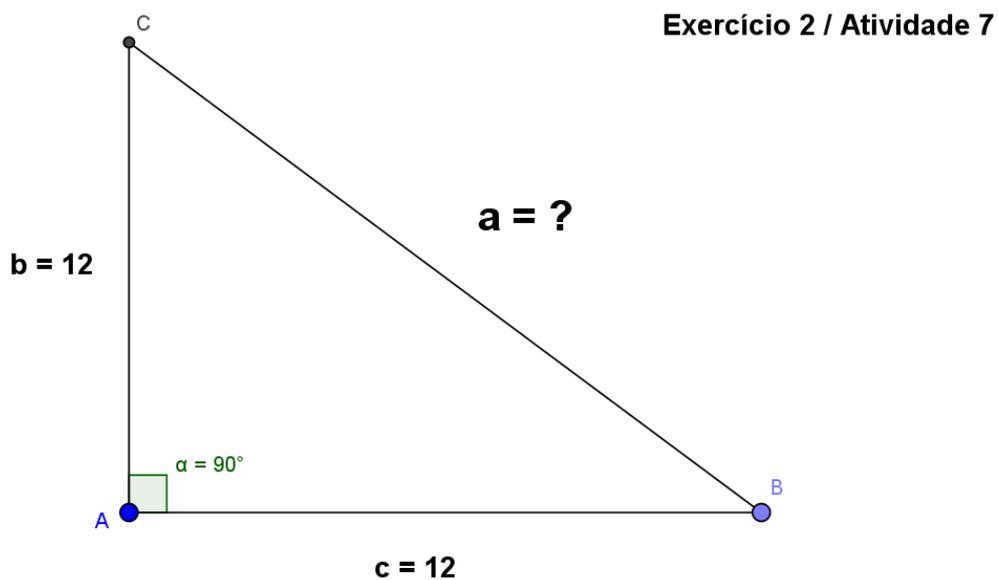
QUAL A CONCLUSÃO QUE PODEMOS INFERIR?

4.7.3 Triângulos utilizados na atividade de Ancoragem VII

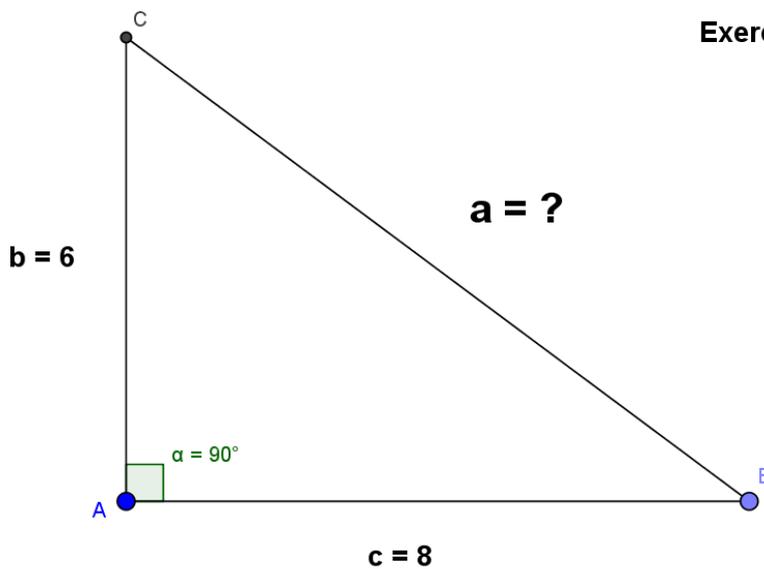
**Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da hipotenusa.**



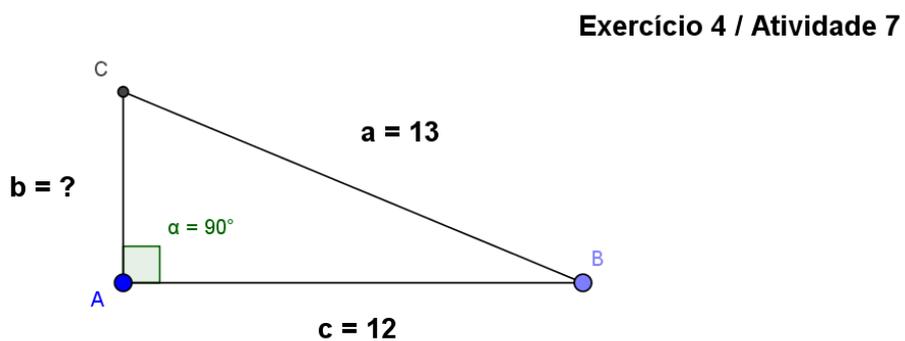
**Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da hipotenusa.**



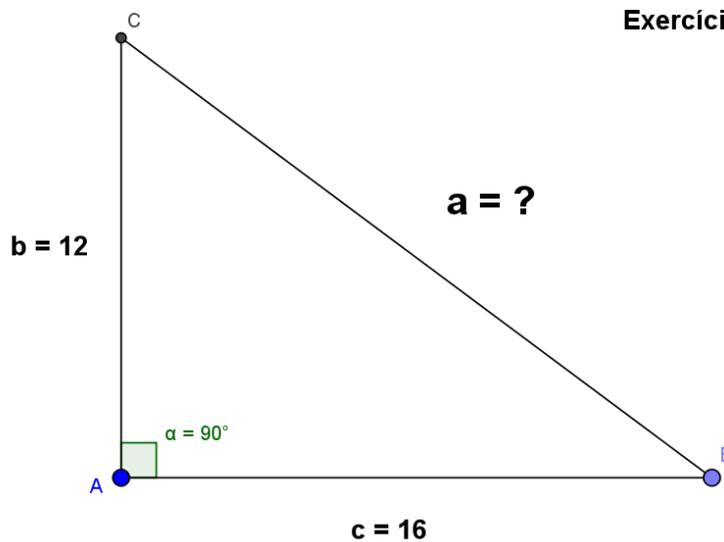
**Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da hipotenusa.**



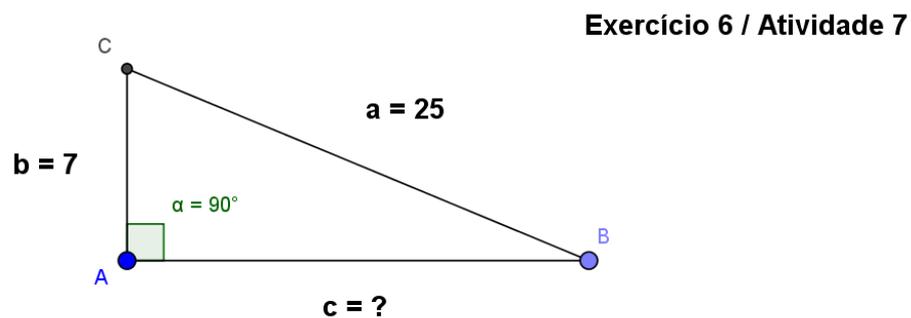
**Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor do cateto b.**



**Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido da hipotenusa.**



**Aplicando as relações métricas no Triângulo Retângulo.
Determine o valor desconhecido do cateto c.**



4.7.4 Ficha de exercício da atividade de ancoragem VII – O Teorema das áreas “Teorema de Pitágoras”

Exercício 1**Exercício 2****Exercício 3****Exercício 4****Exercício 5****Exercício 6**

4.8 ATIVIDADE VIII

ATIVIDADE DE ENSINO VIII

Título: Análise de Triângulos

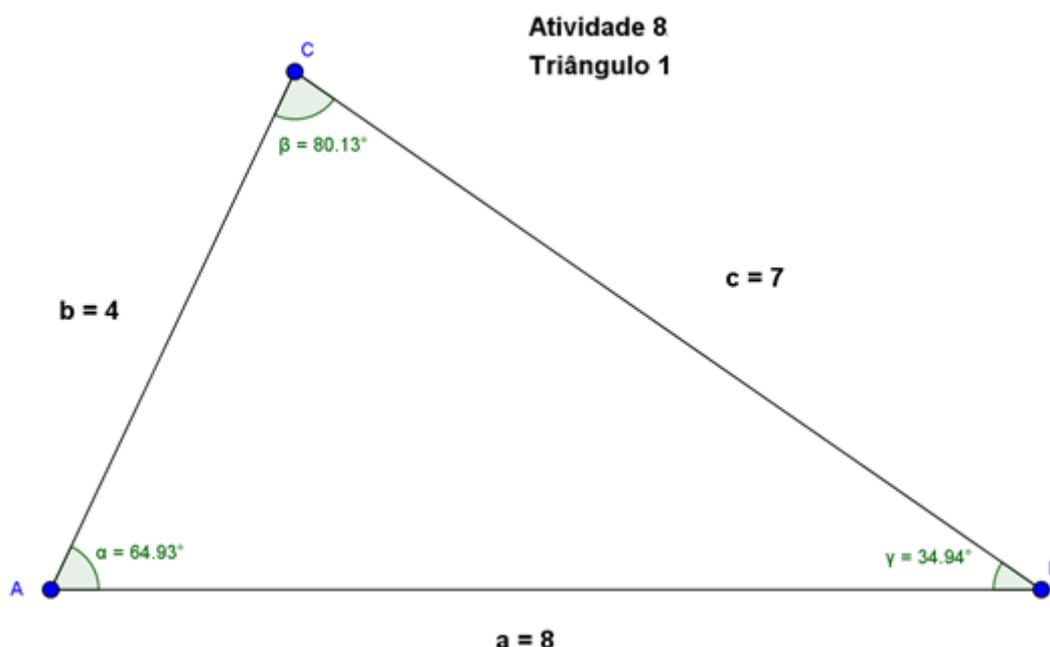
Objetivo: Descobrir em que tipo de Triângulo é válido o Teorema de Pitágoras.

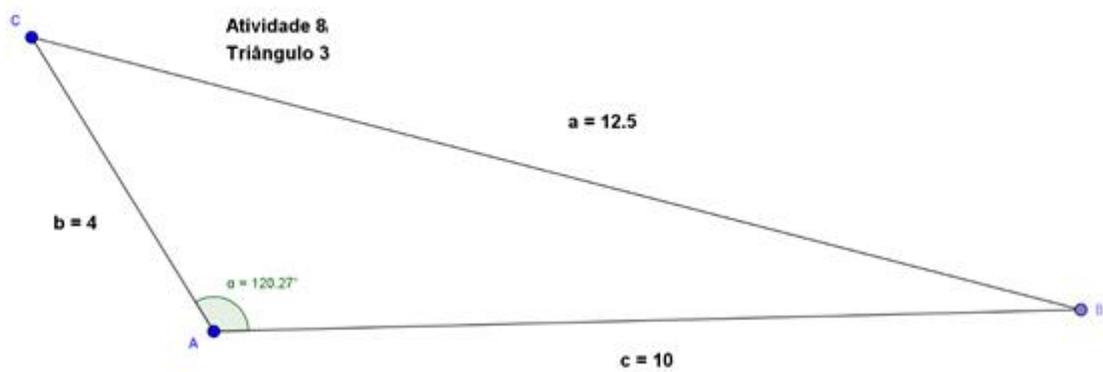
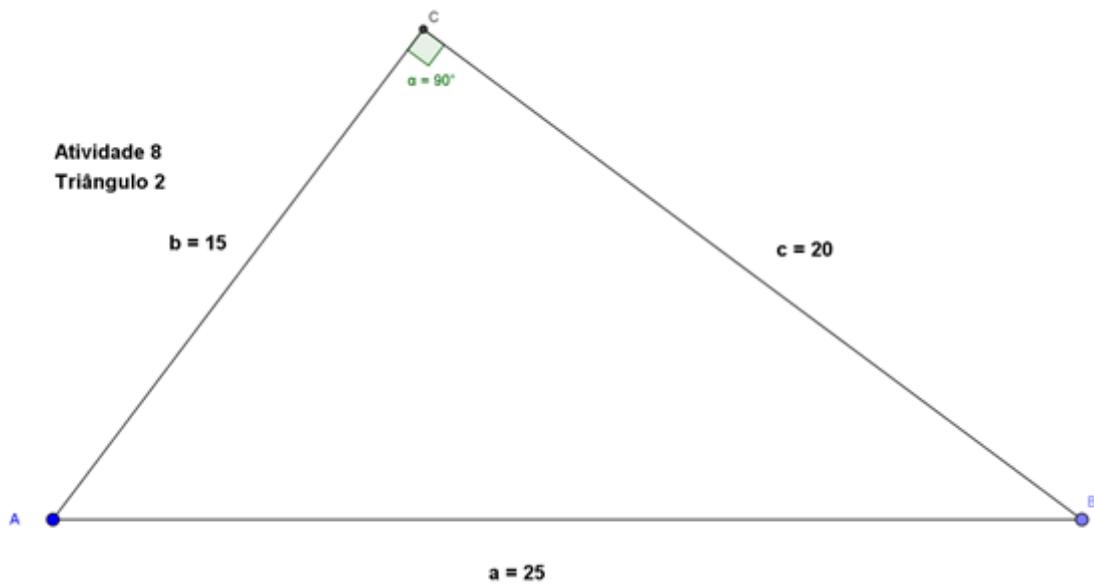
Material: Computador, projetor, fichas de observação.

Procedimentos: Para cada triângulo projetado o aluno deverá completar as linhas dispostas na ficha de observação, anotação e análise objetivando Descobrir um padrão e verificar que se o triângulo é retângulo então somente nele é válido o Teorema de Pitágoras.

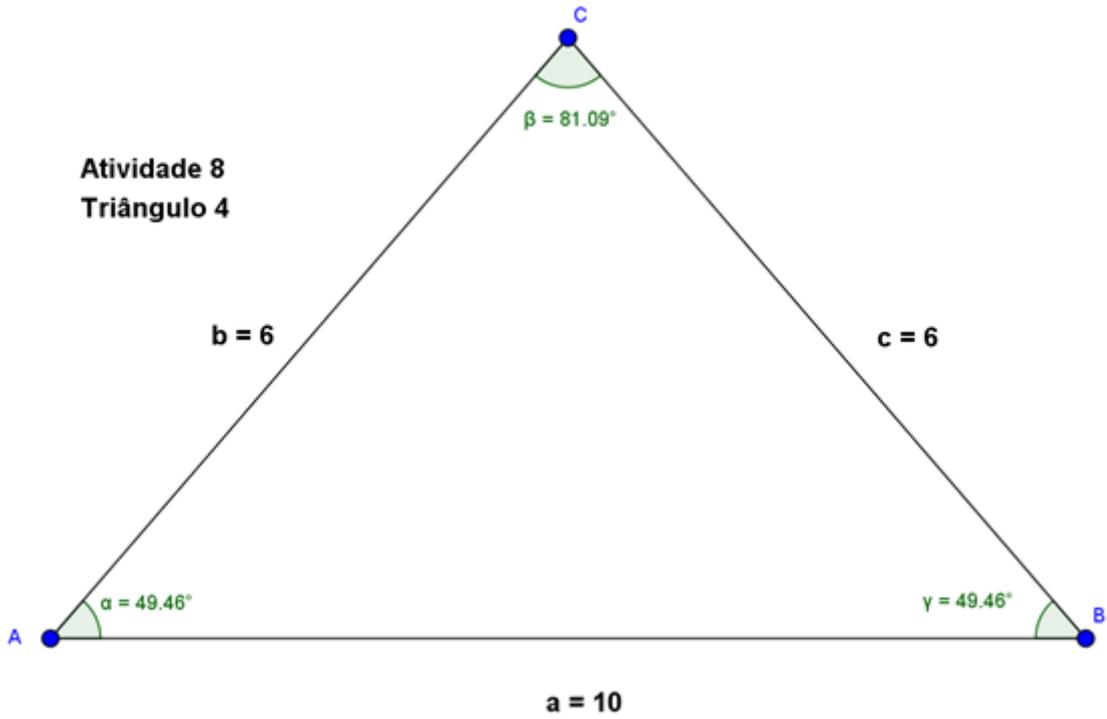
Sugestões para esta atividade: Nesta atividade os cálculos são semelhantes a atividade anterior, entretanto o foco é perceber a validade do teorema de Pitágoras apenas para o triângulo retângulo. Assim, a intervenção do professor em cada triângulo analisado é fundamental para não gerar qualquer tipo de dúvidas dos alunos.

4.8.1 Triângulos utilizados na atividade de ensino VIII

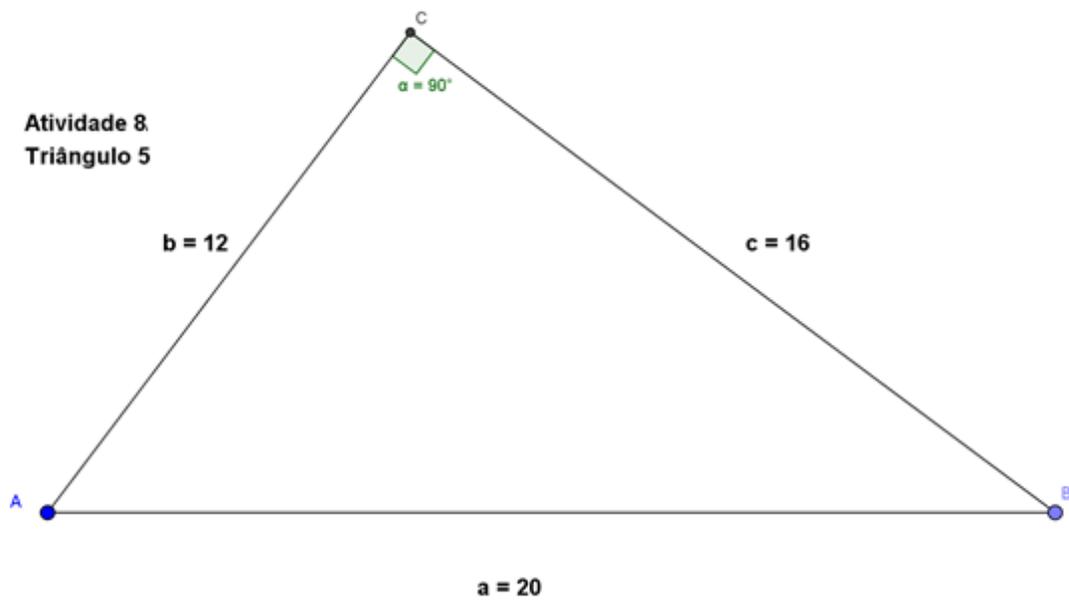


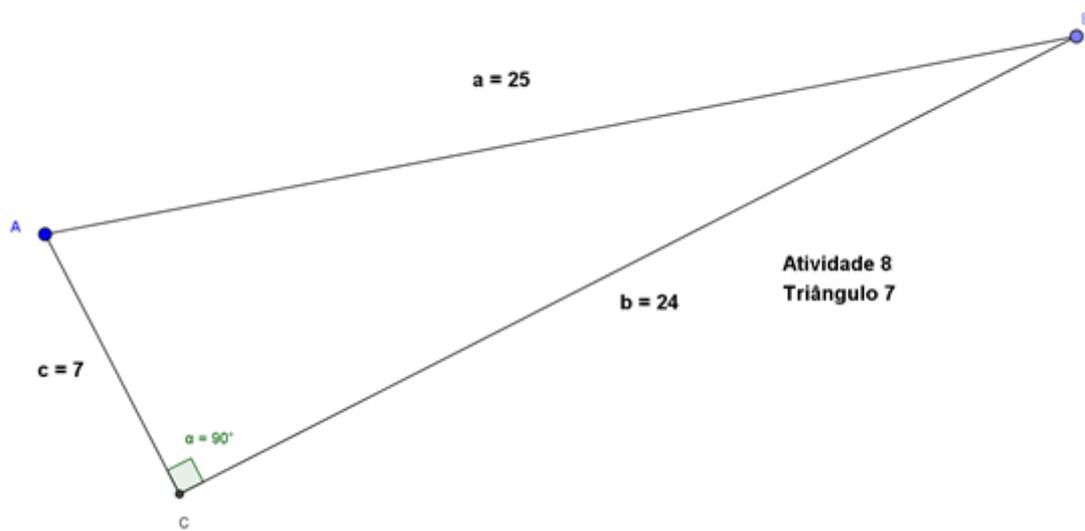
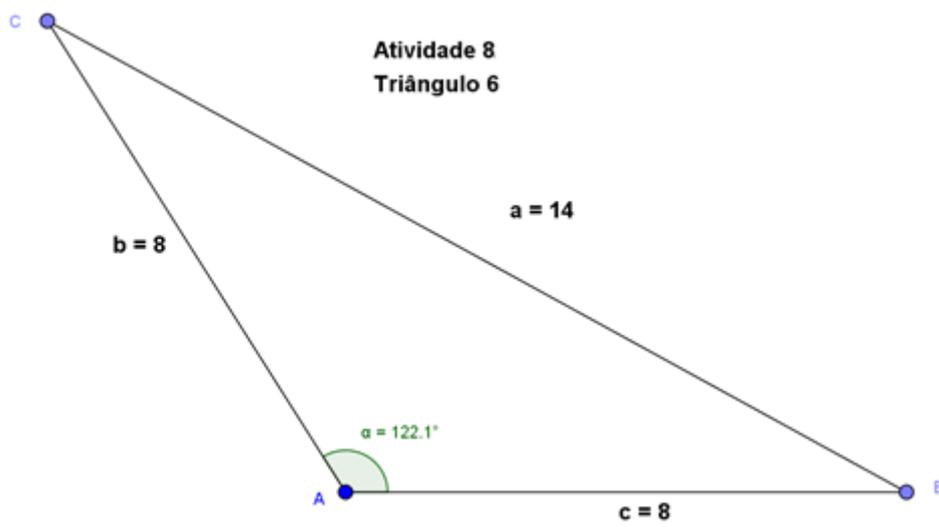


Atividade 8
Triângulo 4

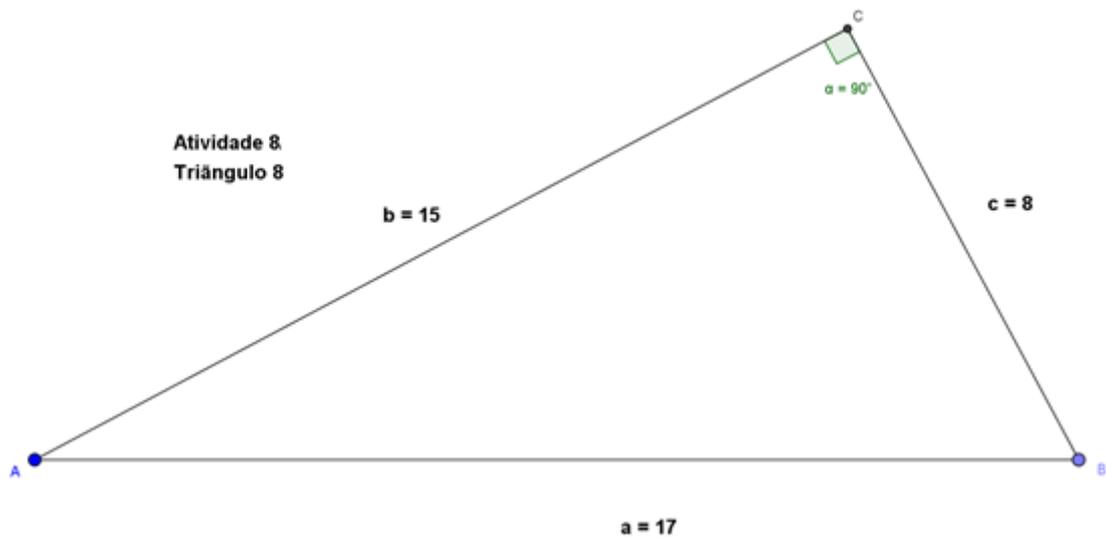


Atividade 8
Triângulo 5





Atividade 8
Triângulo 8



4.8.2 Ficha de observação da atividade VIII

TÍTULO: Análise de Triângulos

OBJETIVO: Descobrir em que tipo de Triângulo é válido o Teorema de Pitágoras.

Aluno(a): _____

Data: ____/____/____

Turma: _____

Triângulo	Medida da Hipotenusa (a)	Medida do cateto (b)	Medida do cateto (c)	Quadrado da hipotenusa a (a ²)	Quadrado do cateto b (b ²)	Quadrado do cateto c (c ²)	Soma dos quadrados dos catetos (b ² + c ²)	Constatação
() retângulo () acutângulo () obtusângulo								() a ² = b ² + c ² () a ² > b ² + c ² () a ² < b ² + c ²
() retângulo () acutângulo () obtusângulo								() a ² = b ² + c ² () a ² > b ² + c ² () a ² < b ² + c ²
() retângulo () acutângulo () obtusângulo								() a ² = b ² + c ² () a ² > b ² + c ² () a ² < b ² + c ²
() retângulo () acutângulo								() a ² = b ² + c ² () a ² > b ² + c ²

() obtusângulo								() $a^2 < b^2 + c^2$
() retângulo								() $a^2 = b^2 + c^2$
() acutângulo								() $a^2 > b^2 + c^2$
() obtusângulo								() $a^2 < b^2 + c^2$
() retângulo								() $a^2 = b^2 + c^2$
() acutângulo								() $a^2 > b^2 + c^2$
() obtusângulo								() $a^2 < b^2 + c^2$
() retângulo								() $a^2 = b^2 + c^2$
() acutângulo								() $a^2 > b^2 + c^2$
() obtusângulo								() $a^2 < b^2 + c^2$

O QUE VOCÊ OBSERVOU ANALISANDO OS DADOS ENCONTRADOS?

QUAL A CONCLUSÃO QUE PODEMOS INFERIR?

5. ATIVIDADES DE APRIMORAMENTO

Ao final da execução da oitava atividade trabalhamos questões de consolidação do conhecimento estudado durante a sequência didática.

Durante a sequência didática foram propostos exercícios onde era somente dado um triângulo retângulo em sua forma canônica, onde era dado somente o triângulo. Neste momento propusemos exercícios em outras duas frentes: onde foi fornecido um texto e uma figura de onde o aluno iria retirar os dados necessários para resolução do problema ou seria fornecido apenas um texto, esta ordem de proposição de resolução de problemas foi criada por meio de informação verbal²

As questões de aprimoramento foram distribuídas com raciocínios similares, no qual a primeira, o professor indica a resolução para fornecer conhecimento acerca de estratégias de resolver problemas matemáticos, a segunda questão, o aluno resolve em sala de aula com acompanhamento do professor para aperfeiçoar o que foi aprendido, o restante, o aluno resolveria em casa para averiguar o que realmente foi adquirido de conhecimento nesse processo.

Para essa fase da pesquisa estavam previstos blocos, totalizando 23 questões, abordando os conteúdos matemáticos trabalhados na experimentação, nas quais seriam aplicadas no desenvolvimento desse experimento didático. Como exemplo, apresentamos dois modelos de questões propostas.

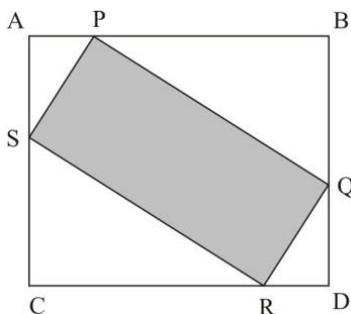
² Sequência proposta por Pedro Franco de Sá em universidade do Estado do Pará, outubro de 2016.

5.1 Onde é fornecido um texto e uma figura

QUESTÃO 01

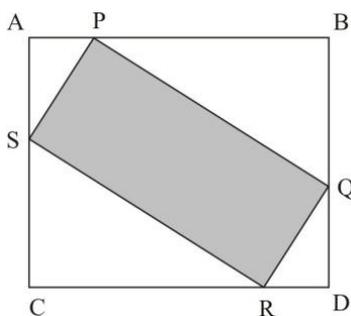
Na figura, os vértices do retângulo $PQRS$ pertencem aos lados do retângulo $ABCD$.

Sendo $AP = 3\text{cm}$, $AS = 4\text{cm}$, $SC = 6\text{cm}$ e $CR = 8\text{cm}$, determine o segmento PS ?



QUESTÃO 02

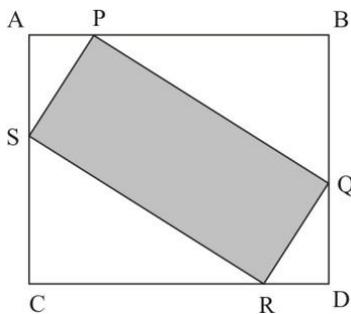
Na figura, os vértices do retângulo $PQRS$ pertencem aos lados do retângulo $ABCD$. Sendo $AP = 3\text{cm}$, $AS = 4\text{cm}$, $SC = 6\text{cm}$ e $CR = 8\text{cm}$, determine o segmento RS ?



QUESTÃO 03

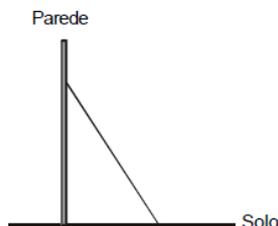
Na figura, os vértices do retângulo $PQRS$ pertencem aos lados do retângulo $ABCD$.

Sendo $AP = 3\text{cm}$, $AS = 4\text{cm}$, $SC = 6\text{cm}$ e $CR = 8\text{cm}$, qual é a área do retângulo $PQRS$, em cm^2 ?

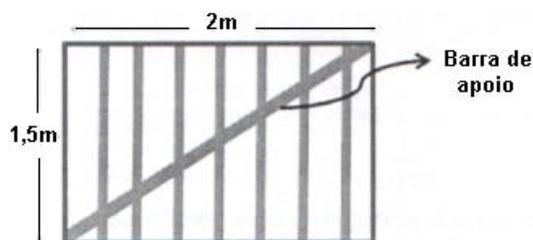


QUESTÃO 04

Observe a figura abaixo que representa uma escada apoiada em uma parede que forma um ângulo reto com o solo. O topo da escada está a 7 m de altura, e seu pé está afastado da parede 2 m. Determine o tamanho da escada.

**QUESTÃO 05**

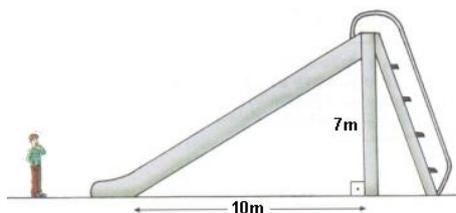
A figura, abaixo, mostra um portão feito com barras de ferro. Para garantir sua rigidez, foi colocada uma barra de apoio.



Qual a medida dessa barra de apoio?

QUESTÃO 06

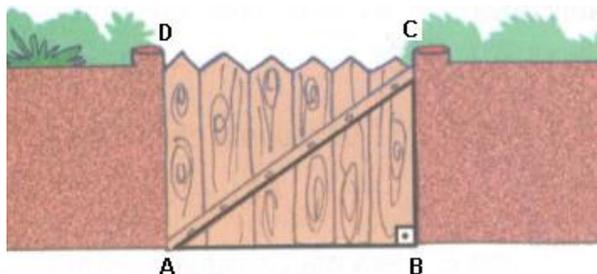
Décio viu um grande escorregador no parque de diversões e ficou curioso para saber o seu comprimento.



De acordo com as informações da figura acima, o comprimento do escorregador é, aproximadamente:

QUESTÃO 07

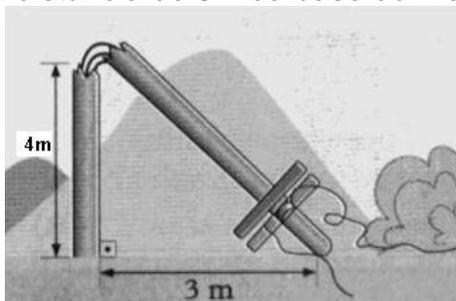
O portão de entrada casa do Sr. Antônio tem 4 m de comprimento e 3 m de altura.



Diante disso, o comprimento da trave de madeira que se estende do ponto A até o ponto C é:

QUESTÃO 08

Em um recente vendaval, um poste de luz quebrou-se à 4m a distância do solo. A parte do poste acima da fratura inclinou-se e sua extremidade superior encostou no solo a uma distância de 3m da base do mesmo.



Logo, a parte que inclinou no solo é:

QUESTÃO 09

Um portão retangular precisa de uma nova ripa de madeira para sua sustentação.

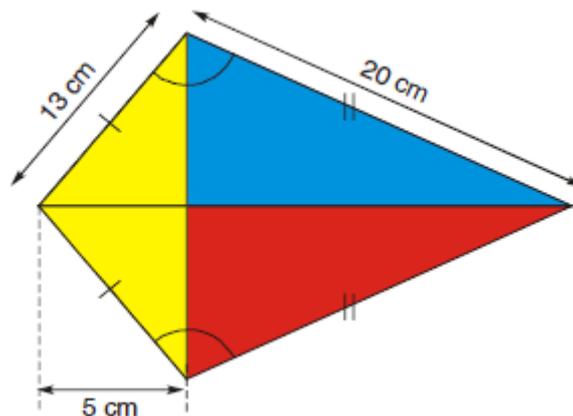
Na figura abaixo, estão registradas suas medidas em metros.



A medida da ripa a ser trocada está indicada por x . A medida x da ripa a ser trocada deve ser

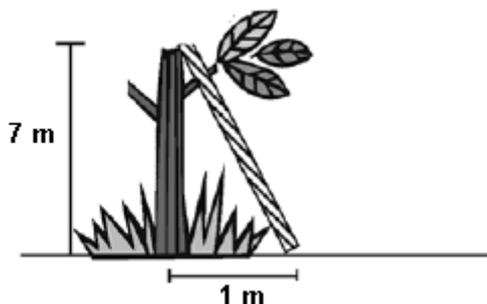
QUESTÃO 10

(Saresp 2007). Pipa é um quadrilátero que tem dois lados consecutivos e dois ângulos opostos com medidas iguais. Observe a figura: os lados e ângulos congruentes estão marcados de forma igual. Para construir uma pipa de papel de seda são colocadas duas varetas perpendiculares, nas diagonais do quadrilátero. Quantos centímetros de vareta, no mínimo, foram usados para construir a pipa representada na figura?



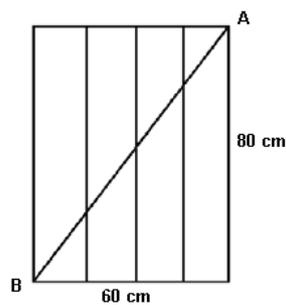
QUESTÃO 11

(Saresp 2005). A altura de uma árvore é 7 m. Será fixada uma escada a 1 m de sua base para que um homem possa podar os seus galhos. Qual o menor comprimento que esta escada deverá ter?



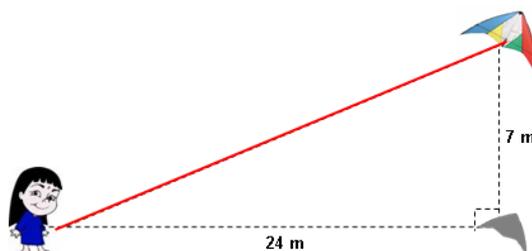
QUESTÃO 12

(Saresp 2005). A trave AB torna rígido o portão retangular da figura. Seu comprimento, em centímetros, é



QUESTÃO 13

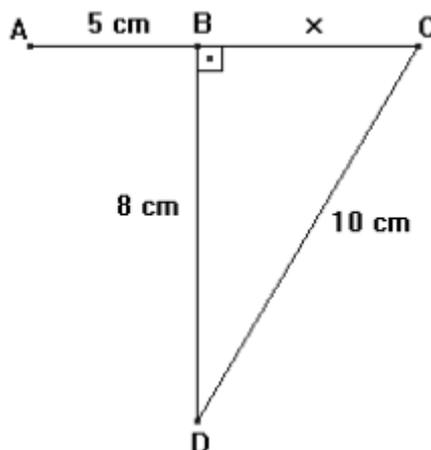
A Marta está a brincar com um papagaio.



Sabendo que o papagaio se encontra a 7 metros de altura e que a Marta está a 24 metros de distância da sombra do papagaio, indica quanto mede o fio que o segura.

QUESTÃO 14

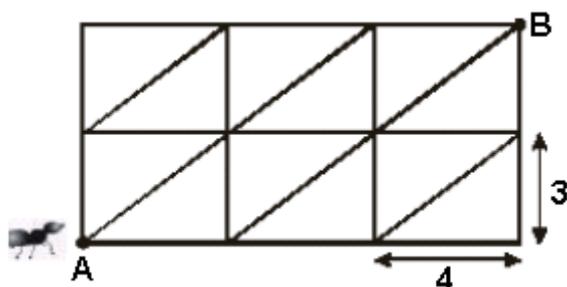
(Projeto con(seguir)). Brincando com um pedaço retilíneo de arame, João foi fazendo algumas dobras, até que o arame ficasse conforme mostrado na figura. Dobrou primeiramente no ponto B, em seguida no ponto C, e por último, no ponto D, formando o segmento DB.



Sabendo-se que após formar a figura não houve nenhuma sobra, pode-se afirmar que o comprimento desse pedaço retilíneo de arame é:

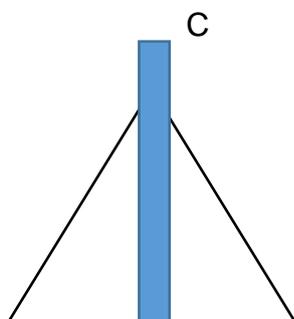
QUESTÃO 15

(OBMEP). Uma formiga está no ponto A da malha mostrada na figura. A malha é formada por retângulos de 3 cm de largura por 4 cm de comprimento. A formiga só pode caminhar sobre os lados ou sobre as diagonais dos retângulos. Qual é a menor distância que a formiga deve percorrer para ir de A até B?



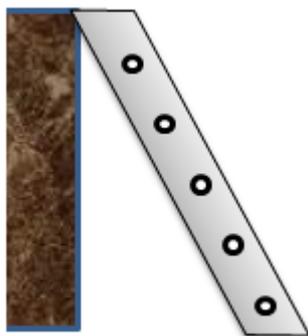
QUESTÃO 16

Uma torre vertical é presa por cabos de aço fixos no chão, em um terreno plano horizontal, conforme mostra a figura. Se A está a 15 metros da base B da torre e C está a 20 metros de altura, determine o comprimento do cabo AC.

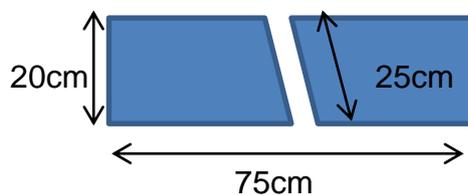


QUESTÃO 17

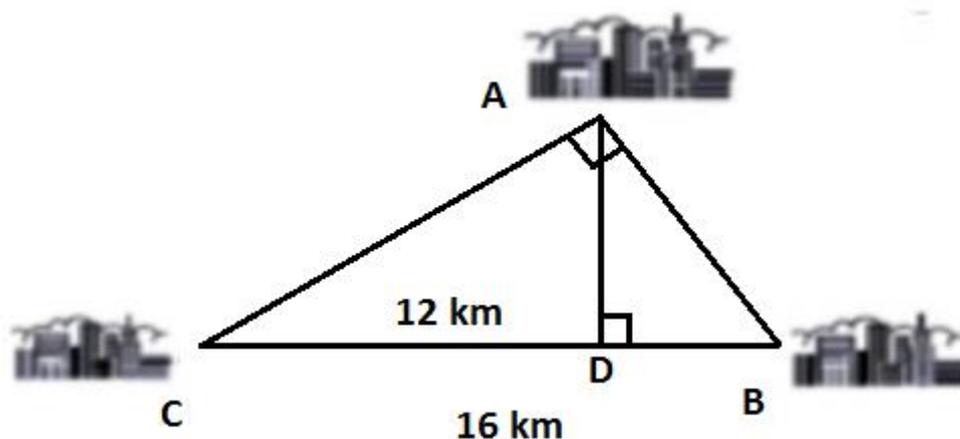
Uma escada mede 4m e tem uma de suas extremidades apoiada no topo de um muro, e a outra extremidade dista 2,4m da base do muro, conforme figura a seguir. Determine a altura do muro.

**QUESTÃO 18**

Um marceneiro cortou uma tábua retangular de 75cm de comprimento por 20cm de largura, separando-a em dois trapézios congruentes. Sabendo que o comprimento do corte foi de 25cm, calcule a medida da base menor de um dos trapézios.

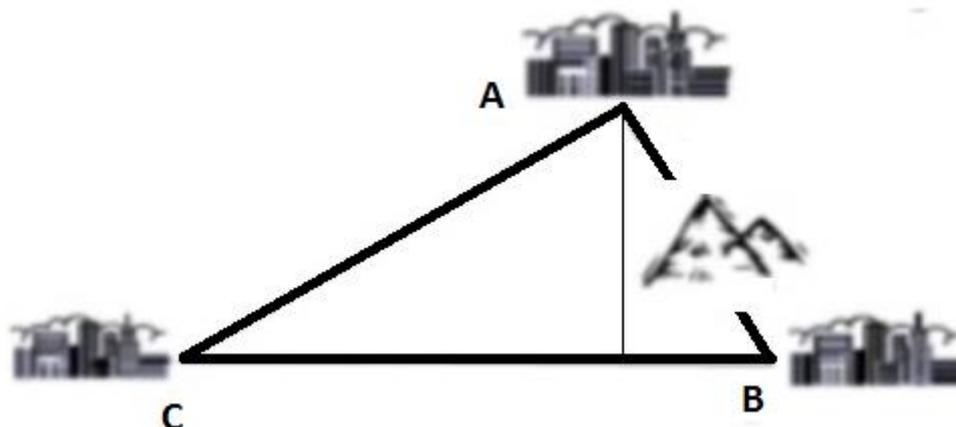
**QUESTÃO 19**

Um motorista foi da cidade A até a cidade C passando pela cidade B, conforme mostra a figura. Quantos quilômetros esse motorista percorreu?



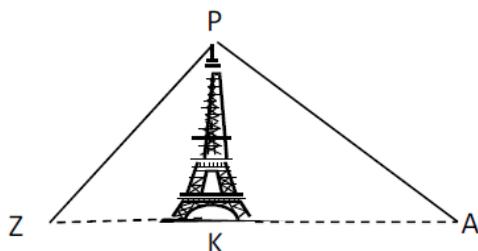
QUESTÃO 20

As cidades A, B e C, são vértices de um triângulo retângulo, sendo que o ângulo reto é em A, conforme figura ao lado. A estrada AC tem 20 Km e estrada BC tem 25 Km. As montanhas impedem a construção de uma estrada que ligue diretamente as cidades A e B. Por isso, será construída uma estrada que ligue a cidade A à estrada BC, de modo que ela seja a mais curta possível. Qual o comprimento da estrada que será construída?



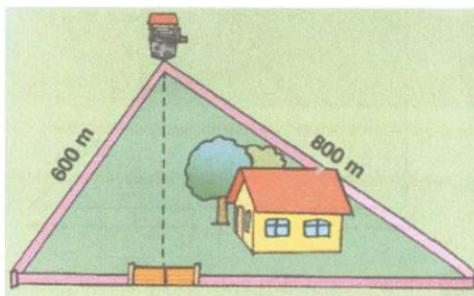
QUESTÃO 21

Uma antena está presa por dois cabos de aço, o cabo da direita (AK) está a 25 m de distância da antena, o cabo da esquerda (ZK), esta a 16 m de distância da antena, qual a altura da antena (PK)?



QUESTÃO 22

A chácara de Ângela tem a forma de um triângulo retângulo e as dimensões estão indicadas na figura. Qual a distância entre o portão e o poço?

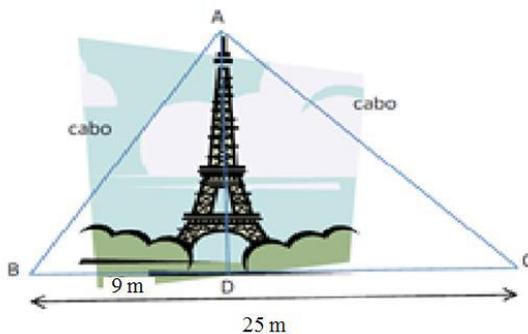


QUESTÃO 23

Um poste está preso por dois cabos, o cabo da direita (CD) dista do poste em 4 m, se a altura do poste (AD) é de 6 m, calcule a distância do cabo até o poste pelo lado esquerdo (BD).

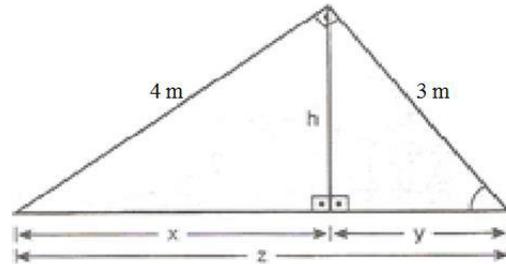
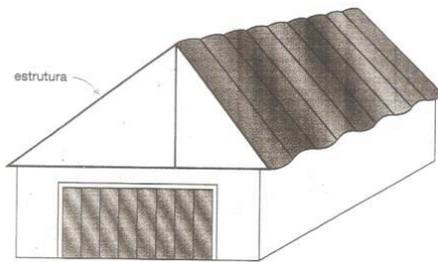
QUESTÃO 24

Calcule o comprimento dos cabos AB e AC que prende a torre junto ao solo, sabendo que BC mede 25 m e BD 9 m.



QUESTÃO 25

O telhado do galpão para guardar ferramentas no sítio de Luís tem uma estrutura metálica de sustentação na forma de triângulo retângulo atravessado por uma barra perpendicular à hipotenusa, conforme figuras a seguir.



5.2 Onde é fornecido um texto

QUESTÃO 26

Uma está escada apoiada em uma parede que forma um ângulo reto com o solo. O topo da escada está a 5 metros de altura, e seu pé está afastado da parede 3 m. Com base nos dados fornecidos, determine o comprimento da escada.

QUESTÃO 27

Um portão retangular é feito com barras de ferro. Para garantir sua rigidez, foi colocada uma barra de apoio na diagonal. O portão possui dois metros de comprimento e um e meio de altura. Assim determine o tamanho da barra transversal.

QUESTÃO 28

Uma lâmpada está suspensa por duas cordas perpendiculares entre si e fixas no ao teto. Sabendo que essas cordas medem 16 cm e 25 cm, determine a distância da lâmpada ao teto.

QUESTÃO 29

Em um terreno plano e horizontal, um topógrafo marcou um ponto A distante 9 metros do centro da base de uma torre vertical (ponto T). em seguida, marcou um ponto B na semirreta oposta de TA, distante 16 metros de T, observando que os pontos A, B e o pico da torre determinavam um triângulo retângulo. Qual a altura da torre?

QUESTÃO 30

As cidades A, B e C, são vértices de um triângulo retângulo, sendo que o ângulo reto é em A. A estrada AC tem 20 Km e estrada BC tem 25 Km. As montanhas impedem a construção de uma estrada que ligue diretamente as cidades A e B. Por isso, será construída uma estrada que ligue a cidade A à estrada BC, de modo que ela seja a mais curta possível. Qual o comprimento da estrada que será construída?

QUESTÃO 31

O telhado do galpão tem uma estrutura metálica de sustentação na forma de triângulo retângulo e escaleno, sendo sustentado por uma barra perpendicular

à hipotenusa. As quedas d'água deste telhado medem 3 e 4 metros. Determine o tamanho da barra perpendicular à hipotenusa.

QUESTÃO 32

Algumas casas têm o telhado na forma de triângulo retângulo e isósceles. Se as quedas d'água possuem tamanho igual a 5 metros, determine o tamanho da barra de sustentação horizontal deste telhado.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho tem por objetivo auxiliar os professores e alunos do ensino básico com uma sequência didática, diferente da tradicional, por meio de atividades estruturadas, para o ensino de relações métricas no triângulo retângulo no 9º ano do Ensino Fundamental, utilizando-se do Ensino por Atividades e a Metodologia da Redescoberta, visto que estas metodologias tem mostrados resultados satisfatórios no processo de ensino e aprendizagem Matemática, pois levam os discentes a anotar dados projetados, chegar a conclusões de observações das regularidades encontradas, levando à descoberta de uma lei, regra ou relação entre as medidas de um triângulo retângulo.

Nesta sequência esperamos que os professores elevem a motivação dos alunos, com a utilização das novas tecnologias da comunicação e informação (TICS), tornando o ato de aprender mais fácil, observando padrões sem fórmulas demonstradas ou iniciadas por um corolário ou hipótese. Seguimos um caminho alternativo, em que mostramos as relações métricas no triângulo retângulo por meio de exemplos e cálculos relativamente simples que levaram os alunos ao ato de generalizar os dados encontrados, deixando a necessidade de demonstração tradicional para momento posterior, caso faça-se necessário.

Esperamos ter contribuído com este trabalho para o ensino e aprendizado da Matemática do Ensino Fundamental, em especial para o conteúdo das relações métricas no triângulo retângulo, além do ensino por atividades que busca formas mais eficientes de ensinar e aprender. Esperamos ainda que a metodologia do ensino por atividades estruturadas esteja cada vez mais frequente entre os docentes, principalmente da rede pública, do Estado do Pará. Na certeza que a busca constante abre espaço para novas investigações sobre o ensino por meio de atividades, elevando consideravelmente a qualidade da nossa educação.

7. REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: ED. UFPR, 2007, p. 167 – 185.

ALMOULOUD, Saddo; SILVA, Maria José Ferreira da. **Revemat**: R. Eletr. de Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 22-52, 2012.

ARTIGUE, Michèle. Engenharia Didáctica. In: BRUN, Jean (org.); FIGUEIREDO, Maria José (tradução). **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: instituto Piaget, 1996.

BOYER, Carl B. **A History of analytic geometry**. Mineola/N.Y.: Dover publications, 2004.

BOYER, Carl B. GOMIDE, Elza (tradução); MERZBACH, Uta (revisão). **A História da Matemática**. 3ª edição. São Paulo: editora Blucher, 2010.

BRASIL, Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Matemática)**. Brasília: A Secretaria, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: (SAEB): matriz de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC/INEP, 2011.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental**. Brasília: MEC-SEF, 1998.

COELHO, Alex de Brito. **Teorema de Pitágoras: qual a sua importância para o ensino das ciências da natureza?** 2010. 78 f. Dissertação (Mestrado em ensino de Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio “Professor José de Souza Herdy”, Duque de Caxias, 2010. Disponível em: http://www2.unigranrio.br/unidades_adm/pro_reitorias/propep/stricto_sensu.old/cursos/mestrado/ensino_ciencias/galleries/downloads/dissertacoes/dissertacao_alex_brito_coelho.pdf. Acesso em: 10 Jul. 2016.

CORRÊA, Elane Cristina Teixeira. **O ensino de relações métricas no triângulo retângulo: uma sequência didática para a Educação de Jovens e Adultos**. 2014. 75 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2014.

DANTE. **Matemática: contexto e aplicações**. Volume 3. São Paulo: Ática, 2012.

DOLCE, Osvaldo; POMPEU, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar - Volume 9 - Geometria Plana - 9ª Ed.** São Paulo: Atual, 2013.

EVES, Howard; DOMINGUES, Hygino (tradução). **Introdução à história da matemática**. 6ª ed. Campinas/SP: Editora Unicamp, 2004.

GRAÇA, Vagner Viana. **O ensino de problemas do 1º grau por atividade**, 2011. 230 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2011.

GOMES, R. P. **O ensino das Relações Trigonométricas por Atividades**. 2013. 218 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2013.

LEITE, Rondineli Schulthais. **O ensino de parte da geometria do ensino fundamental: análise de dificuldades e sugestão de sequência didática.** 2013. 148 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2013. Disponível em: [http://bit.proformat-](http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/475/2011_00367 Rondineli_SCHULTHAIS_LEITE.pdf?sequence=1)

[sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/475/2011_00367 Rondineli_SCHULTHAIS_LEITE.pdf?sequence=1](http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/475/2011_00367 Rondineli_SCHULTHAIS_LEITE.pdf?sequence=1). Acesso em: 10 Jul. 2016.

LIBÂNEO, José Carlos. Didática. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2013.

LINDEGGER, Luiz Roberto de Moura. **Construindo os conceitos básicos da trigonometria no triângulo retângulo:** uma proposta a partir da manipulação de modelos. 2000. 212 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2000.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem componente do ato pedagógico.** São Paulo: Cortez, 2011.

MEDEIROS, A. P. M. **Semelhança de triângulos: dos livros do passado à formação continuada de professores via EaD.** 2012. 120 f. Dissertação (Pós-Graduação Strictu Sensu Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2012.

MOREIRA, Marco Antônio. **O QUE É AFINAL APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA?** Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/oqueeafinal.pdf>. Acesso em 5 de janeiro de 2016, às 10:00.

NASCIMENTO, Andréia Aparecida da Silva Brito. **Relações entre os conhecimentos, as atitudes e a confiança dos alunos do curso de licenciatura em matemática em resolução de problemas geométricos.** 2008. 202 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2008. Disponível

em: http://www2.fc.unesp.br/BibliotecaVirtual/ArquivosPDF/DIS_MEST/DIS_ME ST20081219_NASCIMENTO%20ANDREIA%20APARECIDA%20DA%20SILVA%20BRITO.pdf. Acesso em: 10 Jul. 2016.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica.** 1989. 185f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1989.

PEREIRA, Marcella Tatagiba. **Proposta de atividades para a construção do conceito de semelhança de triângulos no ambiente de geometria dinâmica régua e compasso.** 2010. 99f.

PEREIRA, L. M. G. **O software geogebra como proposta facilitadora do processo de ensino-aprendizagem da geometria plana no ensino fundamental.** 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Goiás, CATALÃO, 2015.

QUADRO, Rosana Cunha. **Relações métricas no triângulo retângulo: um estudo didático.** 2004. 65 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004. Disponível

em:https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/97139/Rosana_Cunha_Quadro.PDF?sequence=1. Acesso em: 10 Jul. 2016.

RÊGO, Rogéria Gaudencio do; RÊGO, Rômulo Marinho; VIEIRA, Kleber Mendes. **Laboratório de ensino de geometria. (Coleção formação de professores)** Campinas (SP): Autores Associados, 2012.

SÁ, Pedro de Franco. **Ensinando Matemática através da redescoberta.** Traços. v.3, n. 3. p. 51 – 71, 1999.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental.** Belém: EDUEPA, 2009.

SÁ, Pedro F.; JUCÁ, Rosineide de S. **Matemática por atividades: experiências didáticas bem-sucedidas.** Petrópolis/RJ: Vozes, 2014.

SÁ, Pedro F.; ALVES, Fábio José C. A engenharia didática: alternativa metodológica para pesquisa em fenômenos didáticos. In: MARCONDES, Maria Inês; OLIVEIRA, Ivanilde A.; TEIXEIRA, Elizabeth. (Org.). **Abordagens teóricas e construções metodológicas na pesquisa em educação.** Belém: EDUEPA, 2011.

SANTOS, Acárem Chrisler dos; MACÊDO, Josué Antunes de Ferreira. **Uso dos Softwares Geogebra e Winplot no Estudo de Funções Transcendentes.** REVEMAT. Florianópolis (SC), v.10, n. 2, p. 155-166, 2015.

SAVIANI, D. **Escola e democracia.** 24. ed. São Paulo: Cortez, 1991.

SELLI, Luis Fernando. **GeoGebra, recurso computacional a favor da aprendizagem matemática no ensino fundamental II.** 2014. 60 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014. Disponível em:http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/1244/2012_01028_LUIS_FERNANDO_SELLI.pdf?sequence=1. Acesso em: 10 Jul. 2016.

SILVA, Benedita das Graças Sardinha da. **Ensino de problemas envolvendo as quatro operações por meio de atividades.** 223p. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Estado do Pará. Belém, 2015.

SISPAE – **Sistema Paraense de Avaliação Educacional.** Disponível em:<http://vunesp.com.br/reports/RelatorioSISPAE.aspx?=SEPA1401>. Acesso em 30 de janeiro de 2016, às 19:40.

SILVA, S. Andizeg. **Trigonometria no Triângulo Retângulo: Construindo uma aprendizagem significativa.** 2005. Dissertação (Pós-Graduação Strictu Sensu Mestrado em Educação Matemática) – P. U. C., São Paulo, 2005.

VELOSO, E. **Geometria: Temas actuais.** Instituto de Inovação Educacional, 1998.



Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Tr. Djalma Dutra, s/nº - Telégrafo
660113-010 Belém – PA
www.uepa.br

