GEOMETRIA: O PASSADO TAMBÉM PRESENTE?

AUTOR: Thiago Neves Mendonça

ORIENTADORA: Maria Cristina Araújo de Oliveira

JUIZ DE FORA
2016

GEOMETRIA: O PASSADO TAMBÉM PRESENTE?

Caro(a) professor(a),

O presente produto educacional é resultado do estudo realizado na dissertação de mestrado "*Que Geometria ensinar às crianças em tempos de Matemática Moderna? Referências e práticas de uma professora de Juiz de Fora*", de Thiago Neves Mendonça, apresentada ao programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, na Universidade Federal de Juiz de Fora – UFJF, sob orientação da professora Drª Maria Cristina Araújo de Oliveira. Ele aborda a Geometria sob uma perspectiva histórica, trazendo para o professor algumas reflexões sobre suas práticas docentes, levando-o a perceber o que mudou e o que ficou na Geometria que hoje é ensinada às crianças.

O objetivo desse livreto é leva-lo a refletir sobre as influências no ensino de Geometria, que hoje é realizado para as crianças nos anos iniciais do ensino Fundamental, advindas de ideias renovadoras para o ensino de Matemática que circularam no Brasil durante as décadas de 1960 e 1970 através do Movimento da Matemática Moderna (MMM).

O que foi o MMM? Um movimento internacional durante o qual houve uma grande preocupação com a matemática estruturalista, com o rigor matemático, utilizando aporte da teoria de conjuntos. Além disso, surgiram preocupações metodológicas, por exemplo, sobre as etapas de aprendizagem da criança, com influências de Jean Piaget. Foram notáveis também as influências pedagógicas de Zoltan Dienes, com ideias de atividades práticas. Para o ensino de Geometria, houve a inserção de conceitos de topologia, congruências, utilização de símbolos, também apoiados na teoria de conjuntos.

Nas próximas páginas serão apresentadas algumas ideias/propostas para o ensino de Geometria que foram utilizadas durante a década de 1970 na cidade de Juiz de Fora.

As ilustrações que se encontram nesse produto foram retiradas da coleção *Curso Completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário*, cujas autoras são Henriqueta de Carvalho e Tosca Ferreira. Elas, de certo modo, inseriram em sua obra novidades no ensino de Geometria, de forma bem sutil.

A dissertação contém a análise dessa obra e lá pode-se encontrar detalhes sobre as mudanças e permanências a partir do MMM. Nela você poderá observar o que foi implementado de novidade no ensino, e constatar que mesmo com o MMM, as autoras imprimiam um ensino que abrangia muitas ideias de tempos anteriores, com pouca apropriação das inovações propostas.

A ideia principal desse livreto é que, além de ter o contato com os conteúdos e as metodologias de ensino de Geometria utilizadas em tempos anteriores, você possa fazer uma reflexão sobre sua prática docente, observando as heranças nela contidas, de forma a identificar marcas do MMM, e pensar de forma crítica no que reproduz com as crianças hoje em dia.

Esperamos que você, professor, possa enriquecer sua prática docente ao refletir sobre o ensino de Geometria, sobre práticas passadas que ainda se fazem presentes. Não queremos mudar sua prática, tão pouco dizer se são ou não úteis. Queremos apenas fazê-lo refletir sobre elas!

Desde já, agradecemos! O registro de suas reflexões é muito importante e poderá contribuir para futuras pesquisas na área da história da educação matemática.

Thiago Neves Mendonça
Mestre em Educação Matemática
Universidade Federal de Juiz de Fora

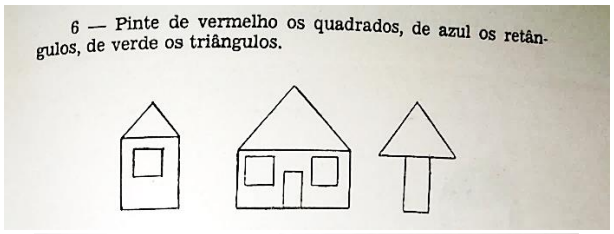
10 de Novembro, 2016

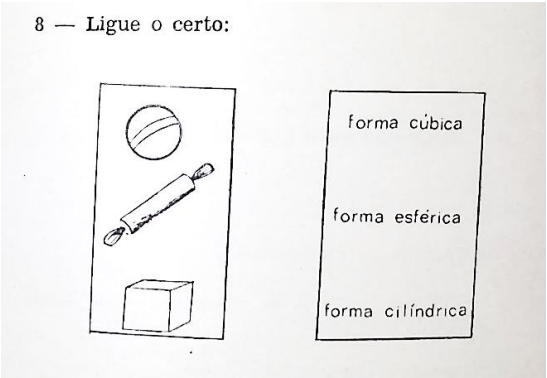
A GEOMETRIA PARA AS CRIANÇAS NA DÉCADA DE 1970 – PRÁTICAS EM JUIZ DE FORA

A seguir, ilustrações sobre alguns tópicos de Geometria trabalhados na Coleção Curso Completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário, de Henriqueta de Carvalho e Tosca Ferreira. Utilize esse livreto para fazer anotações sobre o que aqui lhe é apresentado, comparando com a sua prática docente. Há um espaço reservado para você ficar fazer anotações.

O ensino da Geometria na coleção Curso Completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário

Sobre reconhecer as formas planas e espaciais, no primeiro volume da coleção aparecem as atividades a seguir:

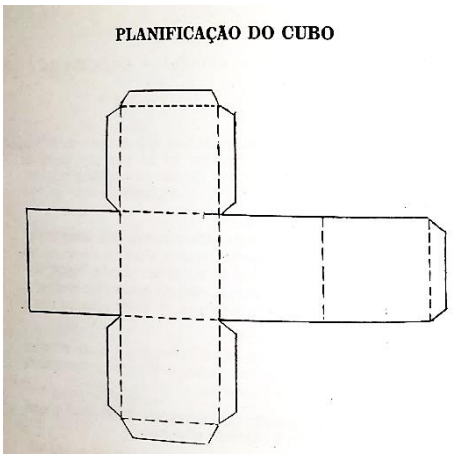


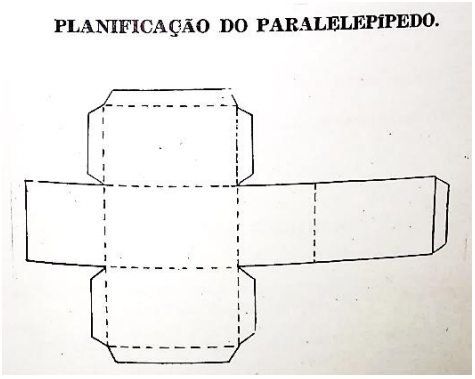


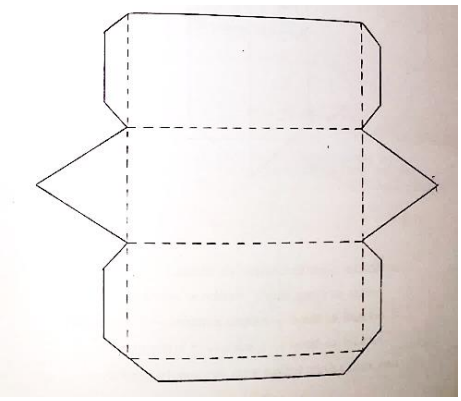
Nessa fase introdutória dos conceitos geométricos para as crianças, quais práticas tem sido referência em seu dia a dia? Você utiliza alguma atividade semelhante?

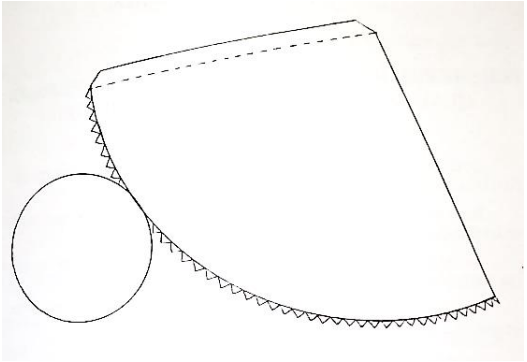
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____

Para levar às crianças as formas espaciais, são utilizadas as suas planificações. Na sequência surgem: cubo, paralelepípedo, prisma triangular, prisma hexagonal, pirâmide quadrangular, pirâmide triangular e cone.



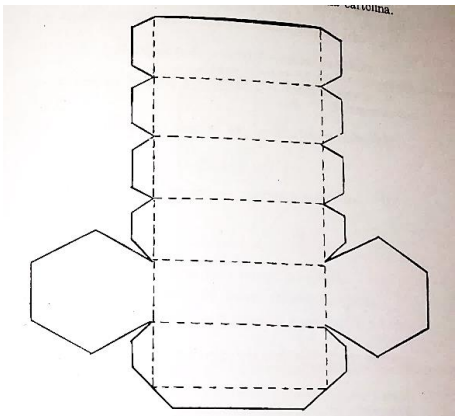


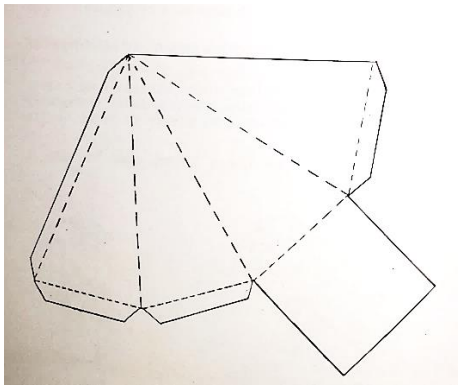




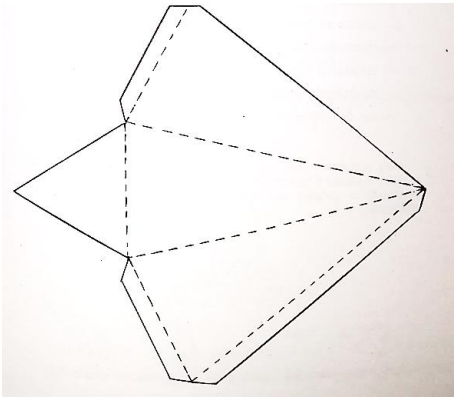
Você, professor, já realizou alguma dessas planificações com as crianças? Se sim, quais delas? Relate sua experiência.

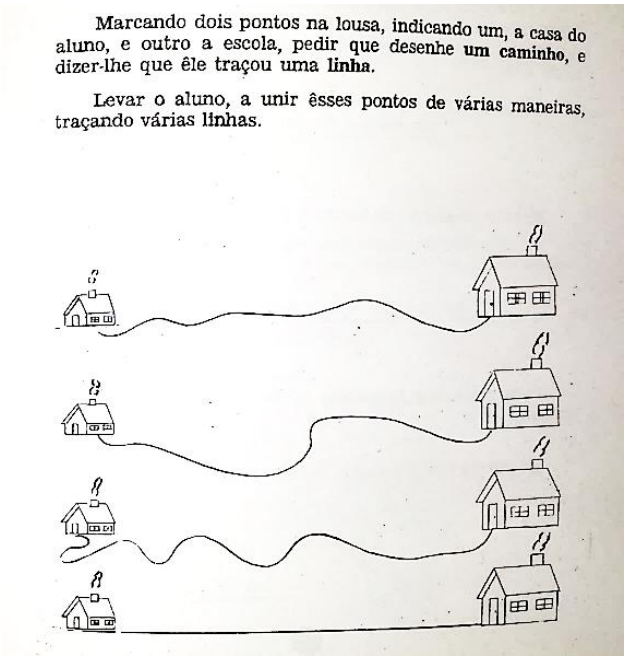
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____





Sobre o estudo de linhas, retas e pontos, algumas tarefas e figuras eram utilizadas para que as crianças percebessem esses conceitos. Observe:



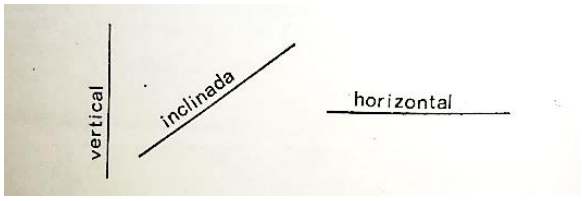


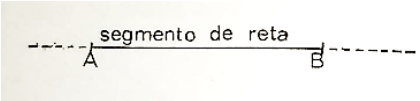
Marcando dois pontos na lousa, indicando um, a casa do aluno, e outro a escola, pedir que desenhe **um caminho**, e dizer-lhe que êle traçou uma **linha**.

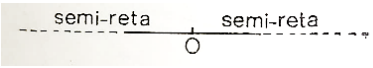
Levar o aluno, a unir êsses pontos de várias maneiras, traçando várias linhas.

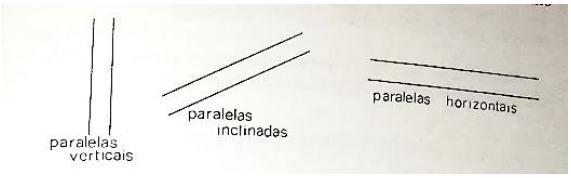
Qual dificuldade você acha que poderá surgir à criança quando se utiliza essa metodologia? Já vivenciou essa experiência?

Observe a seguir os conceitos e as ilustrações utilizadas para se trabalhar o estudo das retas.





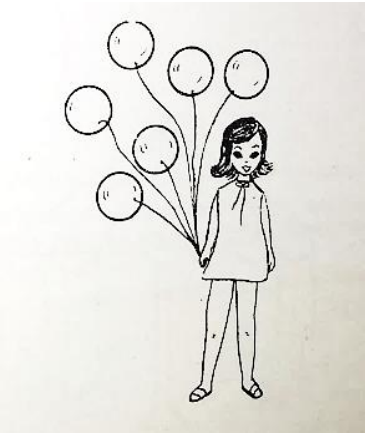




Você já trabalhou esses conceitos? Utilizou desenhos, figuras ou exemplos?

Surgem também a ideia de linhas convergentes e linhas divergentes. Quais metodologias você adotaria para explicar tais conceitos?

Não aborda esse conteúdo? Antigamente eles eram abordados e os exemplos práticos dados estão nas figuras a seguir. A primeira retrata linhas divergentes, que partem de um mesmo ponto. A segunda possui linhas convergentes, que chegam num mesmo ponto.

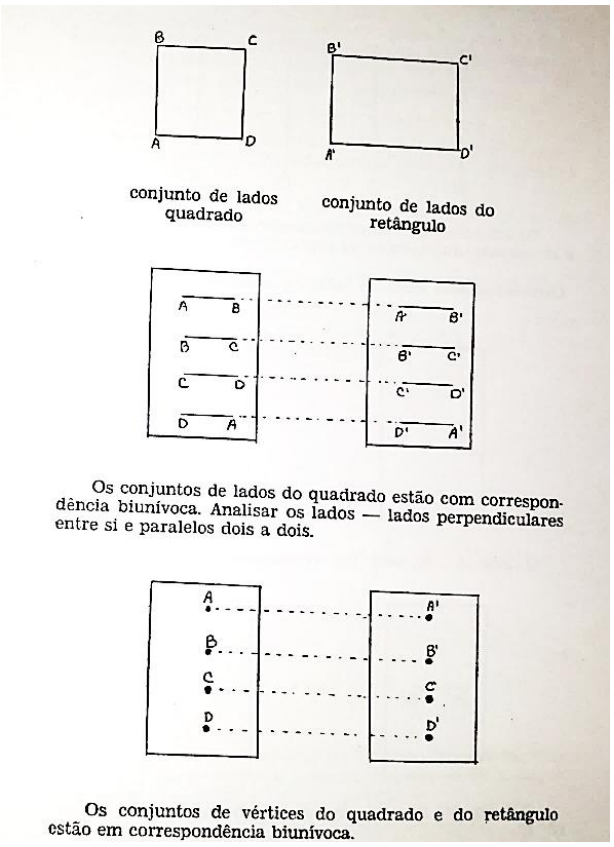


Nos tempos de MMM surgem os conceitos de “congruência” no ensino para as crianças.

Agora é com você!

O que são figuras congruentes? Use o espaço para desenhar exemplos.

Na coleção, podemos encontrar definições e exemplos. Encontramos também a ideia de relação biunívoca entre figuras planas e seus elementos. Observe a figura a seguir que faz uma comparação com o quadrado e o retângulo:

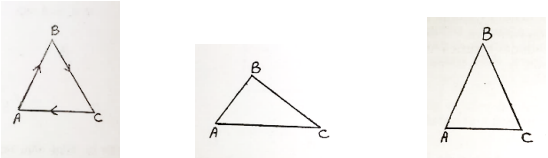


Há preocupação com a utilização do formalismo matemático, quando se faz o estudo da classificação dos triângulos quanto aos seus lados: escalenos, isósceles e equiláteros; e quanto aos seus ângulos: retângulos, acutângulos e obtusângulos.

Agora é com você!

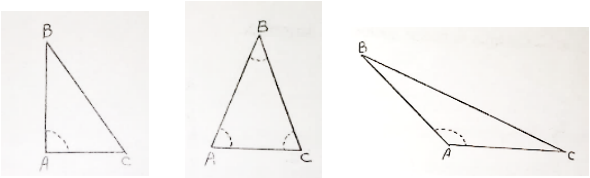
a) Classifique os triângulos a seguir quanto aos seus lados:

1) 2) 3)



b) Classifique os triângulos a seguir quanto aos seus ângulos:

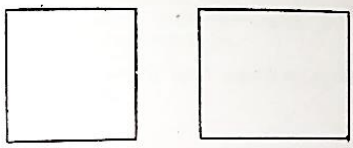
1) 2) 3)



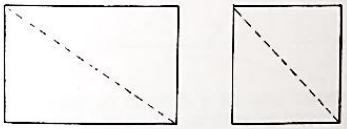
Sobre o estudo dos triângulos, há a utilização do termo "congruente". Observe:

TRIANGULO.

Para introduzir noções de triângulos, mandar desenhar e recortar quadrados e retângulos em cartolina.



Com um linha pontilhada mandar unir os vértices opostos.



Cortar na linha pontilhada e fazer a criança observar que construiu com um quadrado, duas figuras congruentes com lados e ângulos equivalentes.

O têrmo **congruente**, parece de início difícil; mas, note o colega que paralelepípedo é um vocábulo mais esquisito e, no entanto, as crianças acostumadas a êle, o usam fàcilmente, por lhe ser familiar. Importante é fazer uso de têrmos exatos para que mais tarde o aluno não venha a sofrer por desconhecê-los ou pior ainda por usá-los errôneamente.

Você faz a utilização desses termos com as crianças? Elas possuem dificuldade na diferenciação entre igualdade e congruência?

_____
_____
_____
_____
_____

Agora é com você!

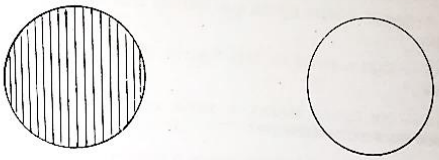
Qual é a diferença entre o círculo e a circunferência?

_____
_____
_____
_____
_____
_____

Na coleção, além de trabalharem a diferença entre círculo e circunferência, a orientação é que levem às crianças a diferenciarem essas duas com a esfera.

— Circunferência é uma linha que conserva a mesma distância de um ponto central — é uma linha curva fechada.

— Círculo é tôda a superfície plana limitada pela circunferência.

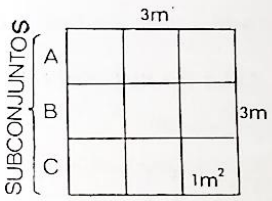


— Esfera é um sólido geométrico, ocupa lugar no espaço. Sua superfície é curva. Rola, no espaço como uma bola. O círculo é bem diferente da esfera, êle é uma figura desenhada num plano e a esfera é um sólido.

O professor precisa apresentar à classe a esfera de maneira concreta; o simples desenho não serve para identificá-la, pois confunde-se com o círculo.

Para introduzir a ideia de área, existe uma peculiaridade na metodologia apresentada. Há a utilização de conjuntos, com a presença do símbolo U, de união. Observe:

ÁREAS DO QUADRADO



Fàcilmente calculará:

$A \cup B \cup C = D$

$3\,m^2 + 3\,m^2 + 3\,m^2 = 9\,m^2$ ou

$3\,m \times 3\,m = 9\,m^2$

O que equivale a dizer que a área de um quadrado é igual ao produto de seus lados.

$A_{\square} = 1 \times 1$

$A_{\square} = 1^2$

Você já viu a utilização desse método para explicar áreas? Entrando no conceito referido, como você explicaria para as crianças a área de quadrados e retângulos? Liste suas práticas adotadas.

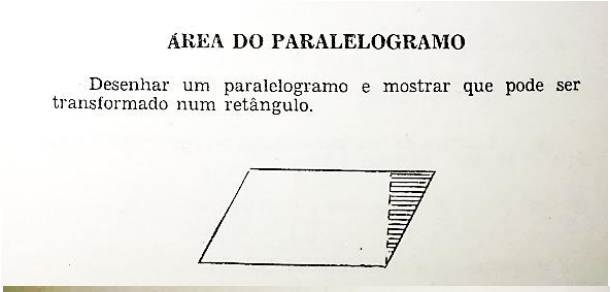
_____
_____
_____
_____
_____
_____

Agora é com você!

Escreva nesse espaço como você trabalha a área das demais figuras planas com as crianças. O que você aprendeu em sua formação profissional que é utilizada hoje em dia? Aproveite o espaço para esboçar os desenhos e escrever possíveis planejamentos para suas aulas. Bom trabalho!

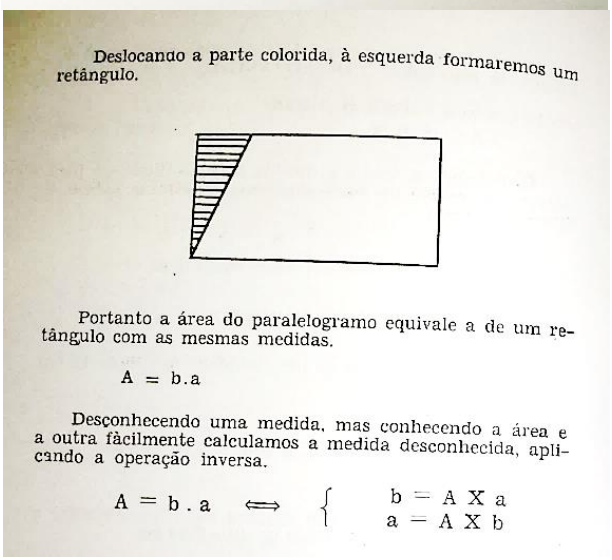
Agora, observe como eram as ideias de áreas das figuras planas, com a utilização das imagens e a preocupação com a justificativa de propriedades, retratadas na coleção:

Para se obter a área do paralelogramo, é utilizada a ideia de transforma-lo em retângulo. Isso pode ser feito com a estratégia de recortar a parte colorida e colar de forma a montar o retângulo.



ÁREA DO PARALELOGRAMO

Desenhar um paralelogramo e mostrar que pode ser transformado num retângulo.



Deslocando a parte colorida, à esquerda formaremos um retângulo.

Portanto a área do paralelogramo equivale a de um retângulo com as mesmas medidas.

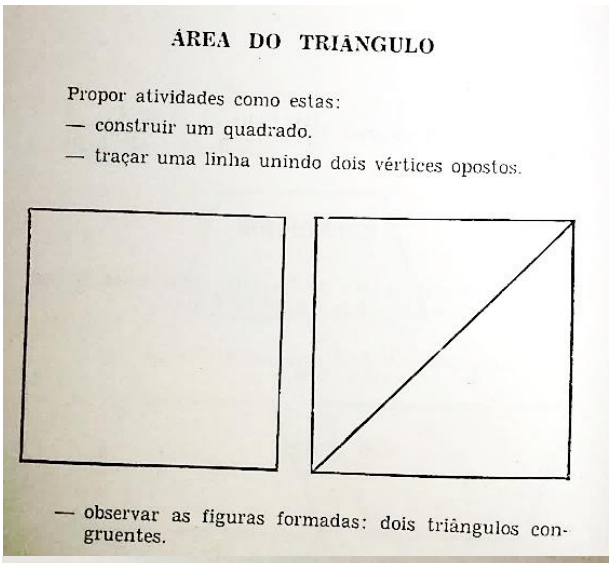
$A = b.a$

Desconhecendo uma medida, mas conhecendo a área e a outra fàcilmente calculamos a medida desconhecida, aplicando a operação inversa.

$$A = b \cdot a \iff \begin{cases} b = A \times a \\ a = A \times b \end{cases}$$

Para a área do triângulo, são tomados os quadriláteros e neles é realizada a divisão de forma a se obter dois triângulos congruentes. Essa atividade também pode ser feita com recortes, ou até mesmo dobraduras, para que a criança perceba a divisão

.



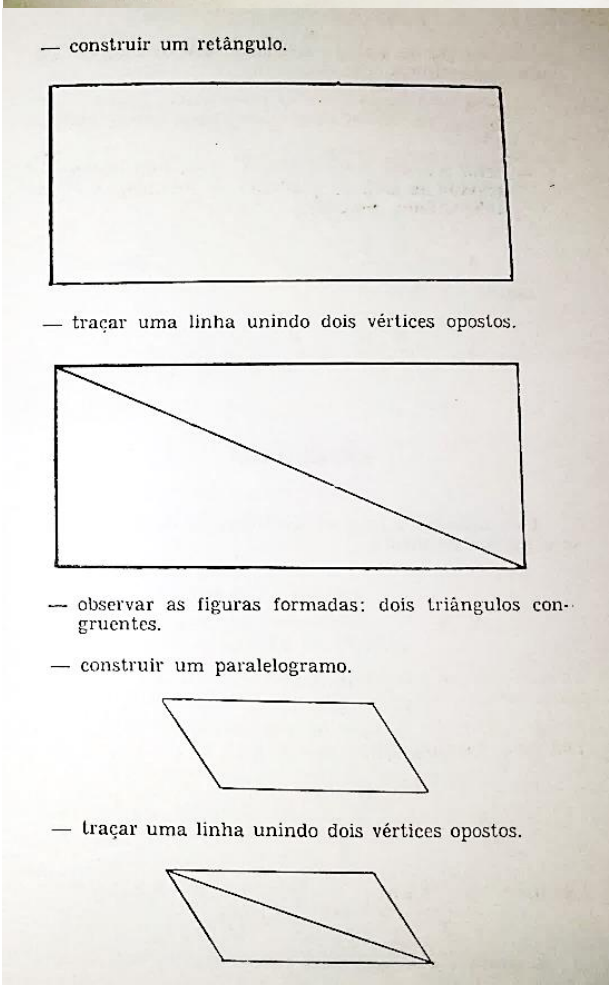
ÁREA DO TRIÂNGULO

Propor atividades como estas:

— construir um quadrado.

— traçar uma linha unindo dois vértices opostos.

— observar as figuras formadas: dois triângulos congruentes.



— construir um retângulo.

— traçar uma linha unindo dois vértices opostos.

— observar as figuras formadas: dois triângulos congruentes.

— construir um paralelogramo.

— traçar uma linha unindo dois vértices opostos.

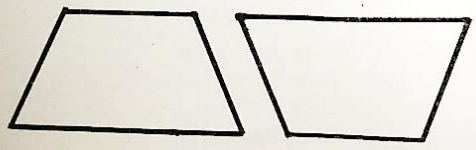
Para a área do trapézio, são utilizados dois trapézios idênticos, de forma a se obter um paralelogramo, que recorre a área já conhecida. Essa também pode ser uma tarefa realizada com recortes, de forma a mostrar para a criança cada etapa.

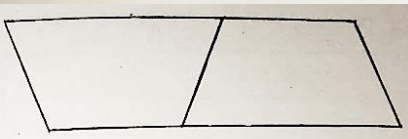
ÁREA DO TRAPÉZIO

Devem ser propostas as seguintes atividades.
— desenhar um trapézio.

— desenhar outro trapézio com as mesmas medidas (outro trapézio congruente).

— unir êsses trapézios com as bases invertidas.





— verificar a nova figura formada — é um paralelogramo.

— as bases aparecem duas vêzes cada uma.

Portanto:

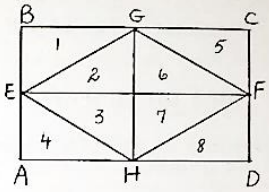
$$A = \frac{B + b}{2} \times a$$

donde

$$\left.\frac{B + b}{2} \times a\right\} \Longleftrightarrow \begin{array}{l} (B + b) = (2 \times A) : 2 \\ a = (2 \times A) : (B + b) \end{array}$$

ÁREA DO LOSANGO

Propor as seguintes atividades.
— construir um retângulo com oito triângulos congruentes.



Verificar que com quatro dêles se contrói um losango; donde:

$$A = \frac{\text{diagonal maior} \times \text{diagonal menor}}{2}$$

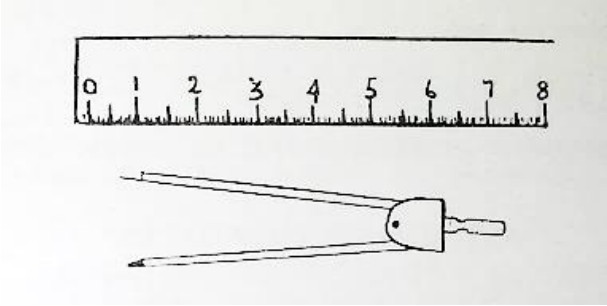
$$A = \frac{D \times d}{2} \quad \text{o que acarreta}$$

$$\left. A = \frac{D \times d}{2} \right\} \Longleftrightarrow \begin{array}{l} d = (2 \times A) : D \\ D = (2 \times A) : d \end{array}$$

Para a área do losango é utilizada a divisão de um retângulo em oito triângulos congruentes, levando à verificação de que quatro deles formam um losango. Pode ser feito com recortes, com dobradura ou ainda colorindo as regiões para mostrar o fato.

Faça aqui suas observações

Percebe-se a instrução, nessa coleção, para o uso de materiais para construções geométricas, tais como a régua e o compasso.



Quais materiais você utiliza em suas aulas de Geometria? Liste-os aqui e faça as observações sobre cada um deles:

_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____

Você já ouviu falar dos *blocos lógicos*? Esse material surge na época do MMM, quando Dienes, embasado em outro material, elabora os blocos lógicos para auxiliar na metodologia de ensino de Matemática. Essa atividade não consta na coleção, mas ela pode ser interessante para trabalhar conceitos de classificação e seriação.

Esse material é composto por um conjunto de peças geométricas dividias em quadrados, retângulos, triângulos e círculos, cuja finalidade é auxiliar no ensino básico, podendo ser confeccionados em madeira, plástico ou cartolina com diferentes tamanhos, espessuras e cores.

Sugestão de Atividade com os blocos lógicos

BINGO! Explorando as figuras geométricas

O objetivo dessa atividade é: desenvolver nas crianças as noções básicas: das figuras geométricas; de semelhanças e diferenças; e de identificação das formas.

O material necessário é basicamente cartelas confeccionadas de cartolina e os blocos lógicos.

Desenvolvimento: Cada criança recebe uma cartela, desenha e pinta quatro peças que quiser (só pode desenhar as peças existentes no material utilizado, e pintar utilizando as cores apresentadas no mesmo material). Em seguida, o(a) professor(a) sorteia uma peça do bloco lógico e as crianças marcam com um X caso essa peça esteja em sua cartela. Vence a criança que marcar todas as peças de sua cartela.

Outro material que pode ser citado é o material *Cuisenare*, que também foi utilizado para o ensino de Matemática.

Consiste num material de réguas de madeira em 10 tamanhos diferentes e com cores diferentes. É um modo para que o aluno adquira uma matemática dinâmica, podendo executar diversas atividades, tais como, exercícios de observação, de identificação de cores, de dimensão, de seriação progressiva e regressiva, de cálculos, estudo dos números até o 20, as operações aritméticas, as frações, etc.

Sugestão de Atividade com os blocos lógicos

Construtores

O objetivo dessa atividade é fazer com que a criança conheça o material e desenvolva experiências concretas, obtendo a noção de forma e espaço.

O material necessário é cartolina com desenhos de figuras obtidas a partir da montagem (realizada anteriormente pelo professor) utilizando o material de cuisenare.

Desenvolvimento: Separe as crianças em pequenos grupos e distribua o material para que a criança tenha o primeiro contato. Em seguida, faça perguntas sobre seus tamanhos, suas cores. Por fim, distribua as cartolinas com os desenhos já elaborados e peça para que as crianças preencham essa figura com o material disponível. Vence o grupo que terminar a construção primeiro.

Agora é com você!

Seja criativo(a) e elabore uma atividade prática a ser desenvolvida com as crianças. Bom trabalho!

Atividades práticas presentes na Coleção Curso Completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário

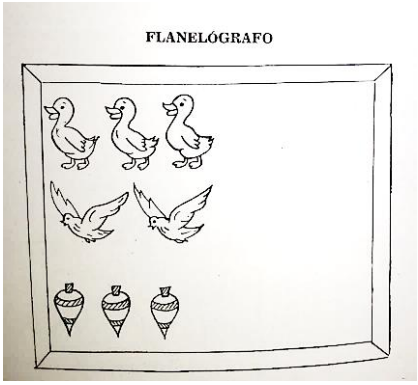
Na coleção eram apresentadas algumas atividades práticas, que não pertenciam às ideias renovadoras do MMM. Eram de tempos anteriores. São atividades sugeridas para que o professor confeccionasse o material e o utilizasse com as crianças. Vamos apresentar a você algumas delas, com o material e o modo de serem confeccionados de acordo como consta na coleção. O objetivo é que você as compare com as atividades que realiza hoje em dia. Caso não realize, podem servir, com devidas adaptações, como dicas e estratégias de ensino.

1 – Flanelógrafo

Material necessário: Retângulo de flanela; pelúcia ou feltro de cor neutra (pode ser usado papelão, cartolina, madeira, etc)

Passo a passo:

a) Estender a flanela numa região plana;
b) As figuras usadas devem ser recortadas e colocadas em cartolina, onde serão colados pedaços de lixa;
c) As figuras devem ser colocadas no flanelógrafo à medida que se desenvolvam as atividades;



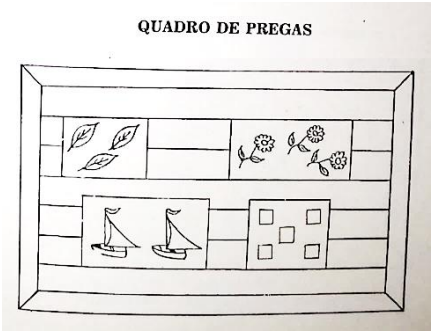
2 – Quadro de Pregas

Material necessário: Papel forte, cola de carpinteiro, tiras de papelão, fita gomada estreita.

Passo a passo:

a) Em intervalos de 7 cm, dobram-se no papel, pregas de 2 cm de profundidade.
b) Cola-se sobre a parte posterior do cartaz uma folha de papel forte;
c) O acabamento das margens pode ser feito com uma fita gomada.

Objetivo para o quadro de pregas e o flanelógrafo: Ensinar as crianças a contar e desenvolver as noções de: grande - pequeno; alto - baixo; maior - menor; comprido - curto; largo - estreito; igual; muito - pouco; à frente - atrás; à direita - à esquerda; em cima - embaixo; longe - perto; primeiro - último.



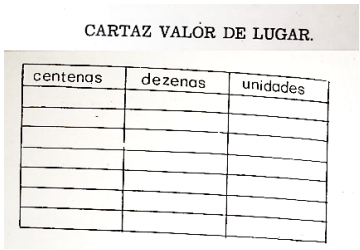
3 – Cartaz de Valor de Lugar

Material necessário: Papel manilha, fita gomada colorida, retângulos ou quadrados de cartolina colorida para as fichas.

Passo a passo:

a) Pregar o papel manilha e prender as pregas;
b) Pregar num papelão resistente ou em madeira;
c) O acabamento pode ser feito com fita gomada colorida;
d) As divisões, em partes, pode ser feita com a fita gomada;

Objetivo: Auxiliar no ensino dos números e seus valores, considerando as centenas, dezenas e unidades.



Agora é com você!

Faça o registro das atividades práticas que você utiliza em suas aulas. Você também pode utilizar esse espaço para criar uma atividade. Use sua criatividade!

REFLEXÕES SOBRE A PRÁTICA DOCENTE

O papel do professor em movimentos renovadores de ensino

Caro (a) professor (a), é importante que você saiba a importância do seu papel nas apropriações das ideias lançadas por pesquisadores sobre o ensino. É você que vai escolher aquilo que convém e não convém implantar em suas aulas, ajudando a decidir o que fica o que sai das metodologias e dos conteúdos. É fato que a decisão não é somente sua, e sim de um conjunto de professores. Porém sua prática, em particular, se faz importante e necessária para o todo.

No MMM se percebe que, embora as tentativas de inserir ideias novas para o ensino de Geometria, boa parte não foi muito aceita, ou praticada. Dessa forma, observa-se que a ideia de deixar de lado a geometria euclidiana não funcionou muito bem. Na pesquisa realizada ainda se percebe que, mesmo com o movimento em curso, os professores não possuíam materiais para aprender a lidar com essas ideias, e poucos autores de manuais didáticos fizeram apropriações de forma a capacitar os professores para se adequarem às novidades apresentadas. Talvez esse seja um dos motivos pelos quais as ideias inovadoras, no que se refere ao ensino de Geometria, não se encontravam presentes, que é o que se verifica na análise do contexto de Juiz de Fora a partir de documentos, livros, cadernos de uma professora da cidade.

Que os estudos históricos dessas propostas de alteração no ensino possam leva-lo (a) a uma reflexão sobre sua prática, e sobre o que é proposto para se ensinar às crianças dentro das normas e leis que regem as séries iniciais do Ensino Fundamental. E que você possa, criticamente, verificar marcas, que hoje estão presentes, mas que foram deixadas pelo passado.

Alguns questionamentos

Para reflexão, tente responder às questões a seguir enquanto você trabalha no ano letivo com as crianças. Vá anotando aqui suas observações sobre a metodologia, os conteúdos e o comportamento das crianças diante do que lhe foi apresentado. Utilize esse espaço como uma espécie de diário de anotações, e se possível guarde para que possa comparar com anos posteriores. Tenha um excelente trabalho, professor (a)!

1) Quais conceitos de Geometria você verifica na sua prática docente atual que também eram ensinados em tempos de MMM?

2) Você já ouviu falar dos nomes: Lucienne Felix, Caleb Gategnno, Osvaldo Sangiorgi, Zoltan Dienes, Jean Piaget?

Caso se interesse, acesse a dissertação para saber um pouco mais sobre.

3) Você se preocupa com o rigor matemático das definições e propriedades ao ensinar Geometria?

4) Qual geometria está presente em sua prática? Quais os conteúdos?

5) A Geometria do passado se faz presente em sua prática? Por quê?

ANOTAÇÕES

JANEIRO

FEVEREIRO

MARÇO

ABRIL

MAIO

JUNHO

JULHO

AGOSTO

SETEMBRO

OUTUBRO

NOVEMBRO

DEZEMBRO

BOAS FÉRIAS! ☺