

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA MESTRADO
PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Produto Educacional

**UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE TRIÂNGULOS PARA A EDUCAÇÃO DE
JOVENS E ADULTOS**

Juiz de Fora, MG

2016

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática Mestrado Profissional em
Educação Matemática

Bruno Rinco Dutra Pereira

Produto Educacional

**PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE TRIÂNGULOS PARA A
EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Reginaldo Fernando Carneiro

Co-orientadora: Profa. Dra. Geruza Cristina Meirelles Volpe

Juiz de Fora, MG

2016

APRESENTAÇÃO

Caro(a) professor (a),

Esse produto educacional faz parte de uma pesquisa intitulada “O ensino e a aprendizagem de geometria por meio do uso da sequência didática na educação de jovens e adultos”, apresentamos nessa sequência didática de geometria para o estudo de triângulos e suas propriedades para os estudantes da EJA. Nessa sequência foram abordadas questões tais como: condições de existência de triângulo, perímetro, área, Tangram, Geoplano, semelhança, classificação e rigidez.

Todas as atividades apresentam se as atividades são em grupo ou individual, portanto organize sua aula de uma maneira antecipada e observe os elementos que compõe cada atividade.

Essas atividades não tem a intenção de abordar todas as áreas de estudo de triângulo, por isso ao final de cada atividade realizada faça a sua análise com relação aos objetivos propostos e sua percepção ao aplicar as atividades.

Portanto que essas atividades possam contribuir para uma aprendizagem mais significativa para os seus estudantes da EJA e boa sorte.

Proposta da Sequência didática

Atividade 1
Nome da atividade: Como construir um triângulo?
Trabalho a ser realizado em: <input checked="" type="checkbox"/> Grupo <input type="checkbox"/> Individual
Objetivo: Apresentar de forma concreta a desigualdade triangular, ou seja, a condição de existência do triângulo, pois não é possível construí-lo com três lados quaisquer, mas devem atender a condição de que a medida de um dos lados tem que ser menor que a soma das medidas dos outros dois.
Considerações: Essa atividade foi encontrada durante a pesquisa sobre sequências didáticas relacionadas a triângulos. A atividade foi adaptada da pesquisa “Rigidez dos triângulos”, por Evandro Marques das Neves, em 2014. Utilizaremos partes da atividade que serão reproduzidas aqui. Essa atividade tem como proposta iniciar a discussão sobre o triângulo, abordando um elemento básico dessa figura, a desigualdade triangular. Dessa forma, pretendemos que os grupos possam debater sobre esse tema e abordar mais questões sobre triângulo.
Material: Canudos, tesoura, régua e barbante.

1º) Cortem os canudos com as medidas específicas dadas em cada grupo (I a VI) da Tabela 1. Experimentem montar triângulos para cada grupo, com o uso de barbante.

Tabela 1 - Medidas dadas

Grupo	A	B	C	Foi possível montar o triângulo?
I	6 cm	8 cm	16 cm	
II	6 cm	8 cm	12 cm	
III	6 cm	8 cm	14 cm	
IV	5 cm	7 cm	12 cm	

V	5 cm	7 cm	10 cm	
VI	5 cm	7 cm	13 cm	

Fonte: Neves (2014, p. 20).

2º) Considere que cada canudo recortado representa o tamanho de um lado. Complete na Tabela 1 na coluna “foi possível montar o triângulo?” com sim ou não.

3º) Nos casos em que formamos os triângulos, podemos estabelecer uma relação entre os lados ?

4º) Nos casos em que não formamos os triângulos, podemos estabelecer uma relação entre os lados ?

5º) Qual é a influência do lado de maior valor na construção de um triângulo?

6º) Podemos estabelecer uma regra para construção de um triângulo?

Diante dessa atividade, o professor pode propor aos grupos de estudantes que tentem descobrir quando é possível construir um triângulo, pois através desses questionamentos, os próprios estudantes podem chegar à conclusão de que para ter um triângulo é necessário que a soma das medidas dos dois lados de menor tamanho tem que ser maior que a medida do maior lado. Além disso, é importante discutir que a medida dessa soma não pode ser igual à medida do outro lado. Nesse último caso, o material utilizado pode ser um complicador para que os estudantes tenham essa percepção, assim, seria importante que o professor utilizasse, por exemplo, o Geogebra¹ para evidenciar essa construção.

Dessa forma, segundo Zabala (1998, p. 72-73), essa atividade tem

como uma das funções prioritárias evidenciar os conhecimentos prévios. No entanto, neste caso, a estrutura da sequência se organiza em torno das contribuições que os alunos fazem a cada momento. São eles que manifestam seus problemas ou perguntas, que serão os que deverão articular toda a intervenção. O objetivo da unidade não consiste em

¹ No produto educacional, estarão disponíveis os passos para a construção desse triângulo dinâmico

conhecer um tema, mas em dar resposta a determinadas perguntas que os alunos se fazem e que consideram que é interessante resolver.

Atividade 2
Nome da atividade: Composição com triângulos
Trabalho a ser realizado em: <input checked="" type="checkbox"/> Grupo <input type="checkbox"/> Individual
Objetivo: Abordar as características dos triângulos de compor outras figuras geométricas. Nessa atividade, utilizaremos o quadrado.
Considerações: Nessa etapa, propomos dividir os estudantes em três ou quatro grupos, com, no mínimo, dois estudantes em cada grupo.
Material: Lápis, régua, tesoura e cartolina de diversas cores.

Distribuir três quadrados de cartolina no tamanho de 15 cm x 15 cm e fazer as seguintes perguntas:

1º Pergunta: Como podemos dividir um desses quadrados em dois triângulos, utilizando a régua e o lápis?

2º pergunta: Como podemos dividir um desses quadrados em três triângulos, utilizando a régua e o lápis?

3º pergunta: Como podemos dividir um desses quadrados em quatro triângulos, utilizando a régua e o lápis?

A característica mais importante dessa atividade consiste em abordar com os estudantes que uma figura como o quadrado pode ser composta por outras figuras geométricas. O triângulo é uma delas, e essa atividade mostrou isso.

Para relacionar essa composição, o professor pode fazer algumas perguntas do tipo:

4ª pergunta: Os triângulos que compõem o 1º quadrado têm o mesmo formato?

5ª pergunta: Os triângulos que compõem o 2º quadrado têm o mesmo formato?

6ª pergunta: Os triângulos que compõem o 3º quadrado têm o mesmo formato?

7ª pergunta: Podemos compor um novo quadrado utilizando os diversos triângulos que apareceram nessa atividade?

Com essas questões, os estudantes podem explorar as diversas possibilidades de composição do quadrado através de triângulos, além de debater no grupo a solução para as atividades propostas, fato muito importante para uma aprendizagem significativa.

Atividade 3
Nome da atividade: Recomposição dos quadrados com os diversos triângulos
Trabalho a ser realizado em: <input checked="" type="checkbox"/> Grupo <input type="checkbox"/> Individual
Objetivo: Demonstrar as várias maneiras como podemos compor um quadrado, utilizando triângulos de diferentes formatos.
Considerações: Nessa atividade, os estudantes podem combinar diversos tamanhos e cores dos triângulos para compor os quadrados.
Material: Uma composição de triângulos construídos pelo professor.

O professor apresentará aos estudantes diversos triângulos que se originaram das divisões feitas de um quadrado. Exemplo:

1) Composto por dois triângulos:

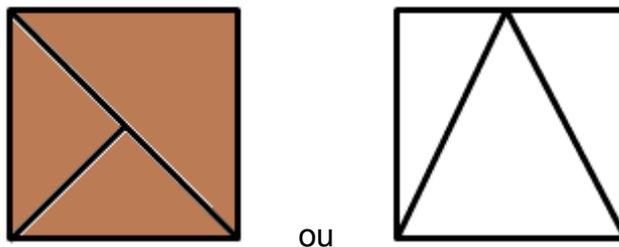
Figura 1 - Quadrado



Fonte: Elaborado pelo autor.

2) Composto por três triângulos

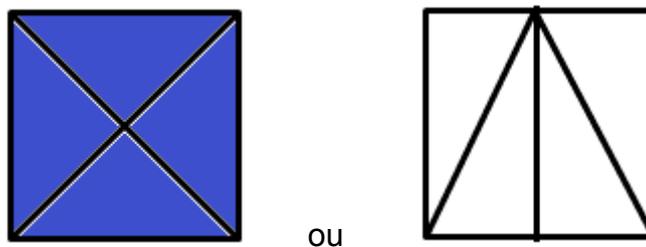
Figura 2 - Quadrados



Fonte: Elaborado pelo autor.

3) Composto por quatro triângulos

Figura 3 - Quadrados



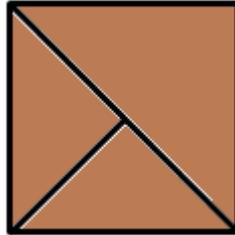
Fonte: Elaborado pelo autor.

IMPORTANTE: Não apresentar as figuras compostas como no exemplo acima, mas os triângulos originados dessas divisões, que devem ser recortados antes.

Para que fique bem claro, destinamos essa parte para destacar como o professor deve construir as divisões entre os quadrados.



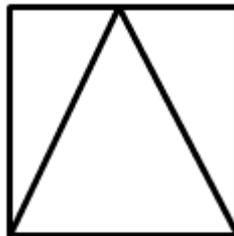
Nessa figura, basta apenas ligar dois pontos que compõem uma das suas diagonais.



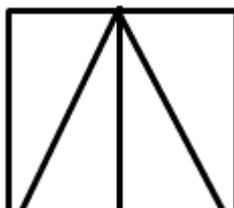
Nessa figura, basta apenas ligar dois pontos que compõem uma das diagonais da figura e, no ponto médio da diagonal, ligar a um dos outros dois vértices.



Nessa figura, basta apenas ligar os pontos que compõem suas diagonais.



Nessa figura, basta encontrar o ponto médio de um dos lados e ligar os vértices do lado oposto a esse ponto médio.



Nessa figura, basta encontrar o ponto médio de um dos lados e ligar os vértices do lado oposto a esse ponto médio. Após essa etapa, ligar os pontos médios entre os lados opostos.

A atividade se inicia com perguntas como:

- 1) Forme um quadro com um triângulo. Foi possível? Desenhe o triângulo encontrado.
- 2) Forme um quadro com dois triângulos.
- 3) Forme um quadro com três triângulos.
- 4) Forme um quadrado com quatro triângulos.
- 5) Forme um quadrado com cinco triângulos.

Dessa maneira, a interação entre os estudantes proporcionará uma discussão muito rica para aprendizagem, pois, ao ter que observar formato e tamanho, o estudante utilizará dos seus conhecimentos geométricos para recompor esse “quebra-cabeça” proposto pelo professor.

Após a realização dessa atividade e com a intenção de apresentar outras propriedades dessas composições, o professor deve propor ao grupo a atividade 4.

Atividade 4
Nome da atividade: Figuras compostas por triângulos
Trabalho a ser realizado em: <input checked="" type="checkbox"/> Grupo <input type="checkbox"/> Individual
Objetivo: Construir um Tangram com os estudantes .
Considerações: Diante dessa situação, inicialmente, permitir uma maior interação entre os estudantes, apresentar uma breve explicação sobre a origem do Tangram. Para tal, utilizaremos o artigo Aprendendo Geometria

através do Tangram, dos autores Carolina Soares Bueno, Raíra Elberhardt Nogueira e Regina Helena Munhoz, apresentado no III Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, em 2012. Desse artigo, utilizaremos a introdução sobre o Tangram e as figuras presentes no texto.

Material: Uma cartolina quadrada de lado 15 cm, tesoura, régua e lápis.

O jogo é apresentado da seguinte forma:

Tangram é um jogo milenar que exige astúcia e reflexão. Da sua simplicidade, nasce sua maior riqueza; pelo corte de um quadrado, sete peças criam, juntas, formas humanas, abstratas e objetos de diversos formatos. Originário da China, e anterior ao século 18, pouco se sabe da verdadeira origem do Tangram.

Segundo alguns, o nome Tangram é uma corrupção da palavra inglesa obsoleta “Tangram”, que significa um puzzle ou quinquilharias. Outros afirmam que é originária da tribo Tanka.

As pessoas desta tribo da China eram grandes comerciantes envolvidos no comércio do ópio e quando eram visitados pelos mercadores ocidentais, eram entretidos pelas medidas Tanka com este quebra-cabeça. E ainda outra história conta que o Tangram foi inventado por um homem chamado Tan enquanto tentava consertar os pedaços quebrados de um azulejo de porcelana.

Na Ásia, é conhecido por “Sete pratos da sabedoria”.

A referência mais antiga é de um painel em resolver Tangram. O nome chinês é Chi-Chiao, que significa “os sete pedaços inteligentes”, ou “o quebra-cabeça de sete sabedorias”.

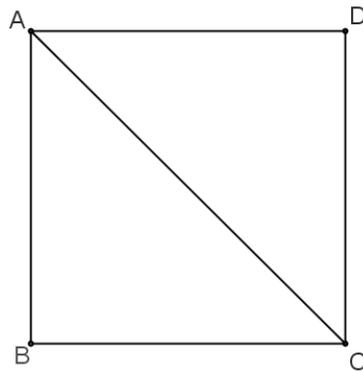
A mais antiga publicação com exercícios de Tangram é do início do século XIX. Chegou rapidamente aos EUA e à Europa e ficou conhecido como o puzzle chinês. Desde então, são criados Tangrams em todos os tipos de materiais, desde cartão até pedra, plástico ou metal.

Uma Enciclopédia de Tangram foi escrita por uma mulher, na China, há 130 anos. É composta por seis volumes e contém mais de 1700 problemas para resolver (BUENO; NOGUEIRA; MUNHOZ, 2012, p.3).

Após essa introdução, construir com os alunos o Tangram, utilizando os seguintes passos:

1º passo: Dobre o quadrado ao meio pelos vértices BD e faça um risco com lápis em cima da linha formada.

Figura 4 – Construção do Tangram

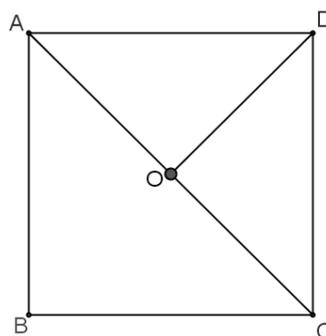


Fonte: Elaborado pelo autor.

Estes passos permitiram explorar os conceitos de diagonal de um polígono, definindo-a como o segmento de reta que liga dois vértices não consecutivos. Com esta informação, os alunos concluirão, naturalmente, que o quadrado tem duas diagonais.

2º passo: Dobre novamente o quadrado ao meio, mas agora pelos vértices AC. Faça um vinco apenas na linha que parte de D e encontre a diagonal AC já traçada. Ao abrir o quadrado, faça um risco com lápis nessa linha e nomeie o ponto de encontro das diagonais de O.

Figura 5 – Construção do Tangram

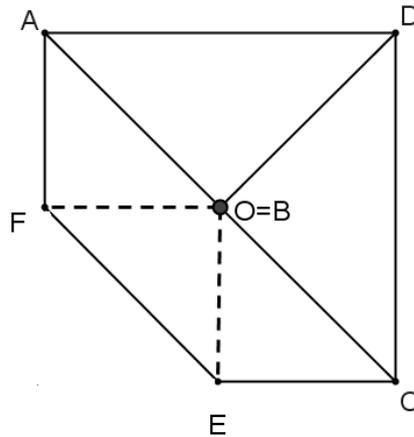


Fonte: Elaborado pelo autor.

Até aqui, foram obtidos os dois triângulos grandes do Tangram.

3º passo: Dobre de maneira que o vértice B “encontre” o ponto O. Abra e risque a linha da dobra.

Figura 6 – Construção do Tangram



Fonte: Elaborado pelo autor.

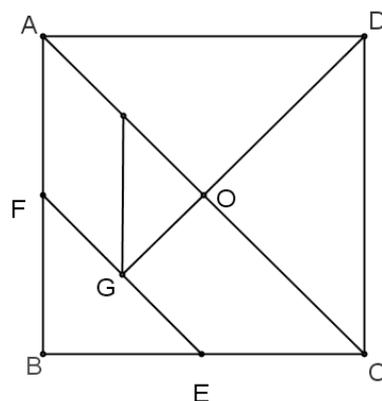
Neste passo, obtém-se o triângulo médio do Tangram.

Nesta etapa, é necessário nomear os vértices E e F. Por meio de dobras, eles verificaram que as medidas dos segmentos CE e EB são iguais, bem como as medidas dos segmentos AF e FB. Tendo como base esse procedimento, também identificaram os pontos E e F como os pontos médios dos lados BC e AB, respectivamente.

4º passo: Dobre novamente a diagonal BD e faça um vinco até o encontro do segmento EF. Nomeie o ponto de intersecção G. Risque essa linha de dobra.

Dobre, então, de modo que o ponto F toque o ponto O. Vinque a dobra entre o ponto G e a diagonal AC. Abra e risque esse segmento.

Figura 7 – Construção do Tangram

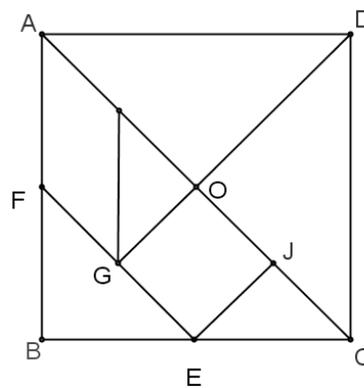


Fonte: Elaborado pelo autor.

Com este passo, foram obtidos um dos triângulos pequenos e o paralelogramo.

5º passo: Para obter o quadrado e o outro triângulo pequeno, dobre de maneira que o vértice C toque o ponto O. Vinque essa dobra do ponto E até a diagonal AC.

Figura 8 - Tangram



Fonte: Elaborada pelo autor.

Deste modo, foram obtidos o quadrado e o outro triângulo pequeno.

Com as demarcações do Tangram construídas, o professor pedirá que os grupos recortem as figuras.

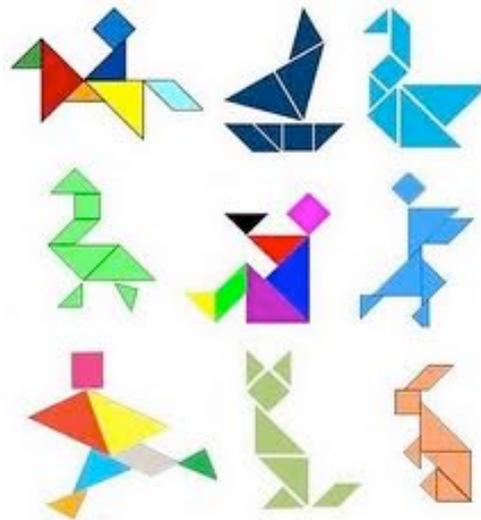
O professor poderá fazer intervenções para despertar a curiosidade e o raciocínio lógico, utilizando perguntas, como, por exemplo: “O que vocês podem construir com as peças que vocês já têm?”, “Será que é possível construir um quadrado?”. O principal objetivo dessa atividade é mostrar aos estudantes que são capazes de formar seu próprio Tangram e que, com base nele, há muitas possibilidades de investigar as figuras geométricas.

Atividade 5
Nome da atividade: Construindo figuras com o Tangram
Trabalho a ser realizado em: (x) Grupo () Individual

Objetivo: Apresentar algumas figuras que podem ser construídas com as peças do Tangram.
Considerações: Essa atividade está relacionada com a fase 2 da unidade 4 da sequência didática proposta por Zabala.
Material: Peças do Tangram da atividade 4.

Nessa atividade, propomos que o professor apresente algumas figuras que podem ser construídas com base nas figuras presentes no Tangram

Figura 9 – Figuras construídas com Tangram



Fonte: <<http://migre.me/v8Bza>>. Acesso: 01 jul. 2016.

Essa atividade foi pensada para proporcionar um momento em que o estudante interaja com o triângulo e crie figuras segundo uma proposta. Vale lembrar que a atividade não está fechada em reproduzir apenas as apresentadas, e se o professor assim desejar, pode deixar os estudantes criarem outras formas.

A organização dessas cinco atividades iniciais teve como principal objetivo mostrar a importância do triângulo e algumas de suas propriedades e utilizações. Dessa maneira, funcionam como um incentivo para o estudante com relação à versatilidade e utilização dessa figura.

Para avançar nessa sequência, devemos abordar outros aspectos, como a semelhança dos triângulos construídos na atividade 2, portanto, elaboramos a atividade 6.

Atividade 6
Nome da atividade: Comparando triângulos
Trabalho a ser realizado em: <input checked="" type="checkbox"/> Grupo <input type="checkbox"/> Individual
Objetivo: Apresentar a semelhança de triângulos, utilizando os triângulos apresentados na atividade 3.
Considerações: Essa atividade está relacionada com a fase 2 da unidade 4 da sequência didática proposta por Zabala.
Material: Os triângulos da atividade 3.

È importante observar que existem dois grupos de triângulos semelhantes na atividade 3: triângulos retângulos isósceles e triângulos retângulos escalenos. Dessa maneira, o professor irá propor a observação dos triângulos através de perguntas tais como:

Nesse conjunto de triângulos, eles têm o mesmo formato?

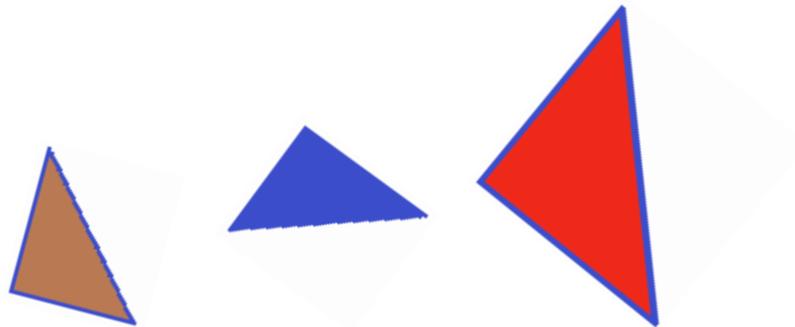
Nesse conjunto de triângulos, eles têm o mesmo tamanho?

Como você sabe que é do mesmo formato?

Utilizaremos a atividade comparando os triângulos retângulos isósceles, mas o pensamento é análogo para o outro tipo de triângulo presente na atividade.

Nesse momento, vamos comparar três triângulos de cores diferentes, mas é importante observar que só há dois tamanhos diferentes. São eles:

Figura 10 – Triângulos



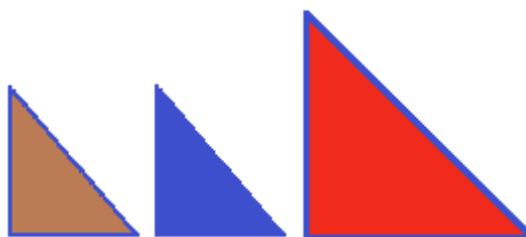
Fonte: Elaborado pelo autor.

Nessa atividade, serão utilizadas perguntas para proporcionar uma reflexão:

1) Como podemos fazer para comparar esses triângulos?

Nessa pergunta, o professor observa se os estudantes colocaram os triângulos na mesma posição, tal como no exemplo abaixo ou em uma posição que proporcione uma comparação.

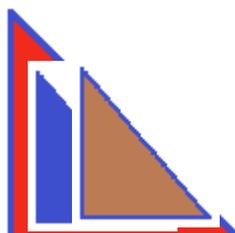
Figura 11 – Comparando os triângulos



Fonte: Elaborada pelo autor.

2) Os lados semelhantes se encaixam?

Figura 12 – Comparando os triângulos



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observação: Esses triângulos, conforme explicitado na atividade 3, foram construídos para ser triângulos retângulos isósceles e, dessa maneira, são semelhantes entre si.

Nessa pergunta é importante utilizar o que preconiza a fase 3, da unidade 4, do modelo proposto por Zabala, que consiste na explicitação de respostas intuitivas ou suposições. Portanto, os estudantes vão ser estimulados a observar as propriedades presentes nessas figuras, tais como lados e ângulos ou justificativas como:

- têm o mesmo formato, mas as medidas dos tamanhos são diferentes.
- os ângulos têm a mesma medida.

Essas justificativas são o ponto de partida para o professor elucidar que essas características são importantes nos triângulos semelhantes, mas que existem outros tipos de triângulos. Esses formatos serão apresentados na atividade 7.

Atividade 7
Nome da atividade: Identificação de triângulos semelhantes
Trabalho a ser realizado em: () Grupo (x) Individual
Objetivo: Identificar triângulos semelhantes através da distribuição dessas figuras para os estudantes, procurando pelo formato dos triângulos.
Considerações: Nessa atividade, o professor irá distribuir vinte triângulos. Nesse grupo, teremos triângulos equiláteros, isósceles e escalenos, sendo a maioria semelhante. É importante que um pequeno grupo de triângulos não seja semelhante a nenhum outro para que o estudante seja incentivado a perceber a questão do tamanho e do formato dos triângulos. O professor tem liberdade para escolher a quantidade de triângulos não semelhantes.
Material: triângulos semelhantes construídos em cartolina.

Diante dessa questão, o professor pode começar a abordar que os encontros dos lados (ângulos) e os lados são elementos muito importantes do triângulo, inclusive para sua classificação.

Vale destacar que, até a atividade seis, propomos a realização em grupo. O objetivo é que a interação entre os estudantes permita maior participação e troca de experiência no desenvolvimento das atividades. A atividade sete é a primeira com proposta individual e está ligada ao “ensino de conteúdos procedimentais. Dessa forma, exige que os meninos e meninas tenham a oportunidade de levar a cabo as realizações de forma independente para que possam mostrar suas competências no domínio do conteúdo aprendido” (ZABALA, 1998, p. 83).

Esse conceito se perpetua para as demais atividades a seguir. Na próxima atividade, propomos um olhar sobre a classificação dos triângulos com relação aos ângulos presentes.

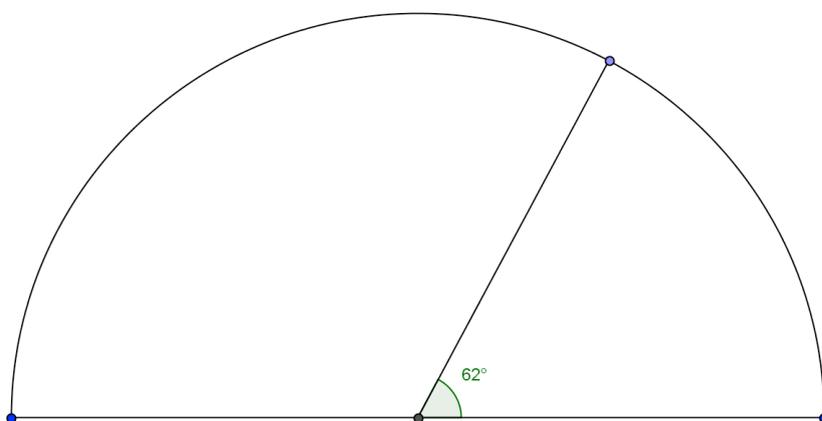
Atividade 8
Nome da atividade: Classificando o triângulo com transferidor
Trabalho a ser realizado em: () Grupo (x) Individual
Objetivo: Abordar a classificação dos triângulos com relação a seus ângulos.
Considerações: Nessa atividade, o professor não terá como foco principal o valor dos ângulos, mas apresentar uma maneira de o estudante identificar o tipo do ângulo (agudo, reto e obtuso). Para tal, o professor irá distribuir 3 triângulos - um agudo, um reto e um obtuso.
Material: Triângulos produzidos pelo professor, um lápis, uma régua e um semicírculo com o ângulo reto destacado.

Essa atividade terá no seu início uma introdução do professor. Nessa introdução, o professor apresentara um transferidor dinâmico construído no Geogebra. Esse transferidor é construído com um semicírculo e um segmento de reta que liga o centro da semicircunferência ao arco do semicírculo. O ângulo formado por esse segmento de reta e a base do semicírculo têm que estar

destacados para que, à medida que movemos o segmento de reta, o valor do ângulo vai se alterando simultaneamente (Observação: esse arquivo irá constar no produto educacional).

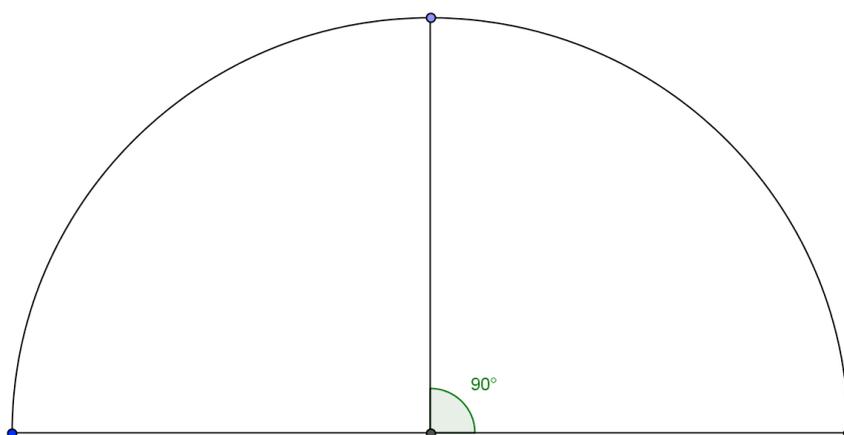
Portanto, o professor irá apresentar a variação dos ângulos e sua classificação, ou seja, menor que 90° é classificado como agudo, igual a 90° é classificado como reto e maior que 90° é classificado como obtuso. Observe alguns exemplos:

Figura 13 - Ângulo agudo



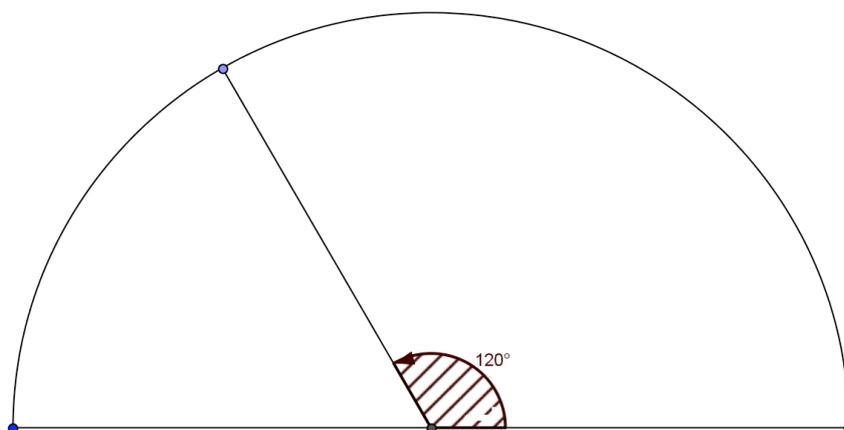
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 14 - Ângulo reto



Fonte: Elaborada pelo autor.

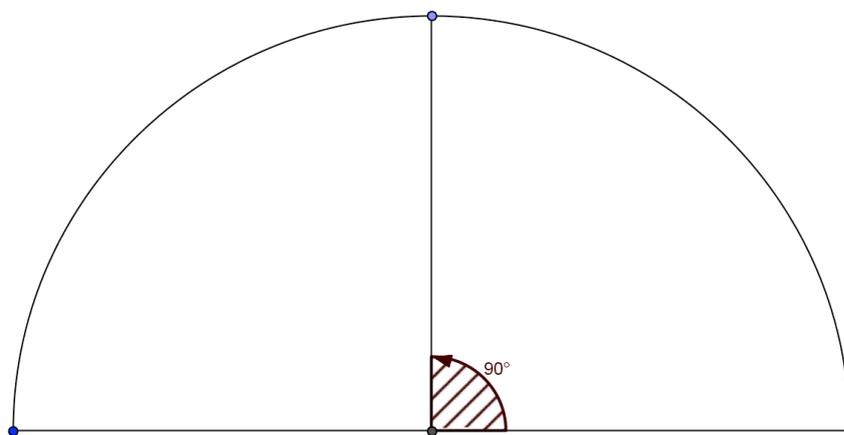
Figura 15 - Ângulo obtuso



Fonte: Elaborada pelo autor.

Após essa introdução, o professor entregará um transferidor impresso para cada estudante, no qual apenas o ângulo reto estará destacado, como no exemplo abaixo.

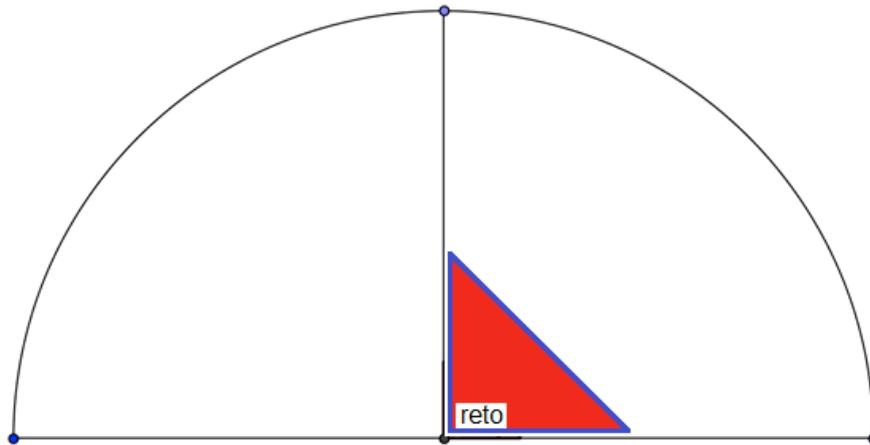
Figura 16 - Transferidor



Fonte: Elaborado pelo autor.

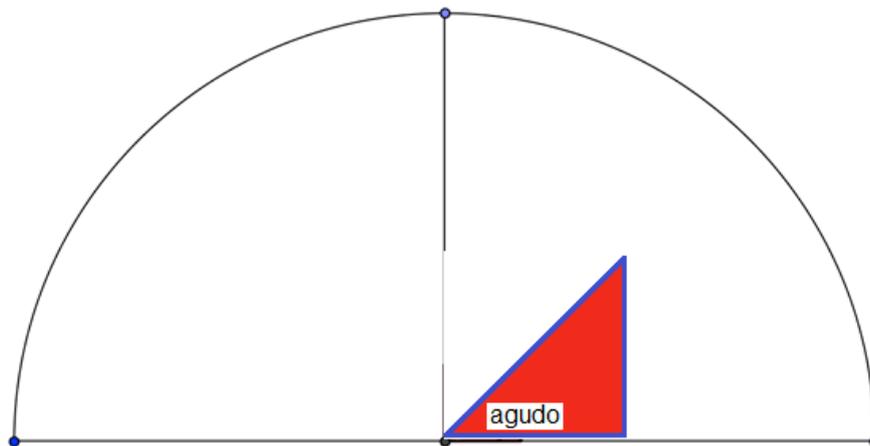
Com esse transferidor, o estudante vai determinar quais ângulos compõem um triângulo, conforme exemplo abaixo.

Figura 17 – Comparando o ângulo do triângulo



Fonte: Elaborado pelo autor.

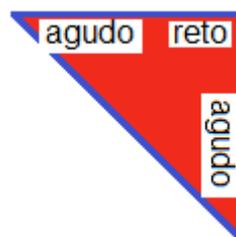
Figura 18 – Comparando outro ângulo do triângulo



Fonte: Elaborado pelo autor.

Fazendo isso sucessivamente, teremos um triângulo dessa forma.

Figura 19 – Ângulos do triângulo



Fonte: Elaborado pelo autor.

Dessa forma, podemos apresentar a esse aluno que a classificação do triângulo é feita pelo ângulo, ou seja, se ele tiver um ângulo reto, de 90° , então esse é o triângulo reto ou triângulo retângulo. O estudante fará isso para todos os demais triângulos da atividade.

Faz-se necessária uma observação sobre a importância de incentivar o diálogo entre os estudantes para que possam notar que haverá uma unanimidade na classificação dos triângulos, ou seja, todos têm que encontrar o ângulo reto. Aqueles que não encontrarem essa classificação poderão, com o auxílio dos estudantes e do professor, entender qual parte da explicação não ficou clara.

Atividade 9
Nome da atividade: Classificando o triângulo com transferidor
Trabalho a ser realizado em: <input checked="" type="checkbox"/> Grupo <input type="checkbox"/> Individual
Objetivo: Classificar os triângulos com relação aos ângulos
Considerações: Essa atividade foi concebida para que os estudantes interajam entre si e apresentem suas concepções e percepções da atividade 8 para que possam ter um ambiente melhor para uma aprendizagem mais significativa.
Material: Transferidor da atividade 8 e 10 triângulos

Um conjunto de 10 triângulos recortados em cartolina, em que os alunos vão classificar os lados presentes no triângulo. Vale lembrar que esses triângulos precisam ter ângulos agudos, retos e obtusos.

Nas atividades 8 e 9, o objetivo é que o aluno saiba classificar o ângulo, não construí-lo. Dessa maneira, fica destacado que o processo de construção de triângulos com base no valor dos ângulos fica para outra sequência didática.

Atividade 10
Nome da atividade: Classificação dos triângulos pelos lados.

Trabalho a ser realizado em: <input checked="" type="checkbox"/> Grupo <input type="checkbox"/> Individual
Objetivo: Classificação dos triângulos com relação aos lados.
Considerações: Nessa atividade, a intenção é avaliar se os estudantes vão saber utilizar bem os instrumentos e analisar os dados.
Material: Régua, lápis e triângulos.

Um conjunto de 10 triângulos recortados em cartolina que o estudante vai numerar de 1 a 10 e fazer a anotação do tamanho dos lados em um quadro. Vale lembrar que esses triângulos têm que apresentar os tipos isósceles, equiláteros e escalenos.

O modelo do quadro é:

Quadro 2 – Medidas dos lados do triângulo

Número do triângulo	Medida do lado	Medida do lado	Medida do lado	Classificação do triângulo
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Fonte: Elaborado pelo autor.

Após essa anotação, o professor irá incentivar a percepção dos estudantes com as seguintes perguntas:

Esses triângulos podem ser classificados em grupos observando os valores dos lados?

Quantos grupos de triângulos podem ser criados?

Querem dar nomes para esses grupos?

Após essa etapa, o professor pode abordar com os estudantes que a matemática também definiu o nome para esse grupo, sendo assim, temos:

- Escaleno: triângulos em que todos os lados apresentam medidas diferentes.
- Isósceles: triângulos em que dois lados apresentam a mesma medida.
- Equilátero: triângulos em que todos os lados apresentam a mesma medida.

Após as definições, o estudante volta às anotações do quadro e classifica os triângulos de acordo com as definições da matemática.

Atividade 11
Nome da atividade: Construa o triângulo pela sua classificação
Trabalho a ser realizado em: () Grupo (x) Individual
Objetivo: relacionar a construção de triângulos por sua classificação.
Considerações: Os estudantes construirão três triângulos de cada tipo (equilátero, isósceles e escaleno), apenas com as definições.
Material: Régua, lápis e papel ofício.

Nessa atividade, propomos um momento lúdico com a realização de um sorteio em que o professor sorteia entre nove papéis distribuídos entre isósceles, equilátero e escaleno. A confecção dos triângulos tem as seguintes regras:

- Construir triângulos com régua e lápis, indicando o tamanho dos lados.
- Triângulos de mesma classificação não podem ter as mesmas medidas de lado daqueles já desenhados.

Uma consequência dessa atividade é que poderemos observar a questão de utilização dos objetos manipuláveis (Régua, lápis e papel) como também a desigualdade triangular.

Atividade 12
Nome da atividade: O que é o perímetro?
Trabalho a ser realizado em: <input checked="" type="checkbox"/> Grupo <input type="checkbox"/> Individual
Objetivo: Utilizar a ideia de perímetro como o contorno da figura plana.
Considerações: Essa atividade tem como intenção que o estudante associe o contorno com a medida dos lados dessa figura e compreenda que se refere ao perímetro.
Material: Folha com malha quadriculada, barbante, régua e régua.

Nessa atividade, apresentaremos, em uma folha quadriculada, triângulos construídos no Geogebra, com a finalidade de garantir todas as propriedades do desenho, em que apresentaremos cinco triângulos para que os estudantes meçam seu contorno com barbante.

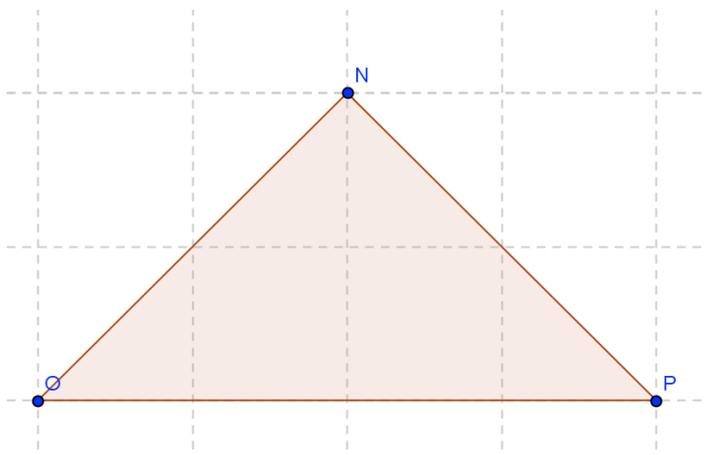
Apresentaremos os triângulos assim:

Figura 20 – Triângulo na malha quadriculada



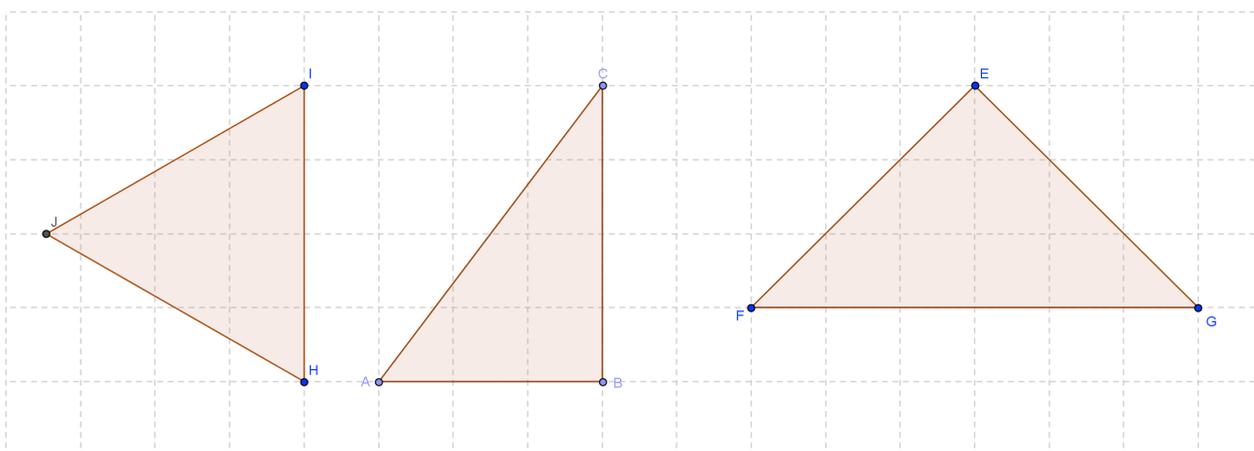
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 21 – Triângulo na malha quadriculada



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 22 – Triângulos na malha quadriculada



Fonte: Elaborado pelo autor.

Com os triângulos em mãos, os estudantes utilizaram o barbante para contornar os lados do triângulo. Após contornar o triângulo, irão medir com uma régua o tamanho desse contorno, valendo ressaltar que o professor pode pedir aos estudantes que cortem o barbante com o tamanho equivalente ao contorno, por isso colocamos a tesoura nessa atividade.

Com os valores dos contornos, o professor pode incentivar os estudantes a medir o tamanho de cada lado do triângulo com a régua e comparar com o tamanho do barbante referente a esse triângulo.

Observação: Nessa parte, a da atividade, o professor tem que elucidar que algumas pequenas variações acontecerão na medição do barbante e da régua.

Após as medições, o professor pode perguntar:

As medições apresentam resultados semelhantes?

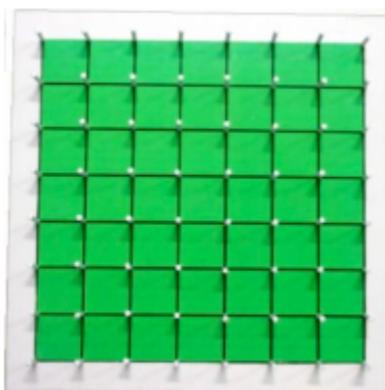
Que relação existe entre o tamanho do barbante e a soma dos lados medidos pela régua?

Como ato finalizador dessa atividade, é importante o professor esclarecer que esse contorno da figura é chamado na matemática de perímetro, dessa maneira, o estudante vai poder associar que o valor encontrado no barbante está relacionado diretamente com o tamanho dos lados da figura.

Atividade 13
Nome da atividade: Perímetro no Geoplano
Trabalho a ser realizado em: <input checked="" type="checkbox"/> Grupo <input type="checkbox"/> Individual
Objetivo: Determinar o perímetro com a utilização de um Geoplano.
Considerações: Nesse Geoplano, teremos uma malha quadriculada desenhada em sua base.
Material: Geoplano de 20 cm x 20 cm, elástico e régua.

A ideia de malha quadriculada está representada a seguir:

Figura 23 - Geoplano



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nessa atividade, pediremos aos estudantes de cada grupo que representem três triângulos no Geoplano. Os estudantes representarão os triângulos da maneira que quiserem. Após a construção, cada estudante irá determinar o tamanho do perímetro de cada triângulo, medindo a distância entre os pregos com uma régua.

Para que possibilite uma discussão entre os estudantes, compararão as medidas do perímetro que obtiveram.

Atividade 14
Nome da atividade: Área na malha quadriculada
Trabalho a ser realizado em: () Grupo (x) Individual
Objetivo: Elucidar a fórmula do cálculo da área de triângulo através da malha quadriculada.
Considerações: Nessa atividade, apresentaremos cinco triângulos em uma malha quadriculada em diversas posições e formas.
Material: Folha quadriculada, lápis e quadro para anotação.

Para termos um momento diferente na nossa aula, usaremos um vídeo do Khan Academy² para explicar as duas maneiras como o estudante pode calcular a área em malha quadriculada.

Após a exibição do vídeo, os estudantes farão o cálculo das áreas dos triângulos e irão comparar os resultados obtidos entre os membros do grupo. Essa comparação será compartilhada com todos.

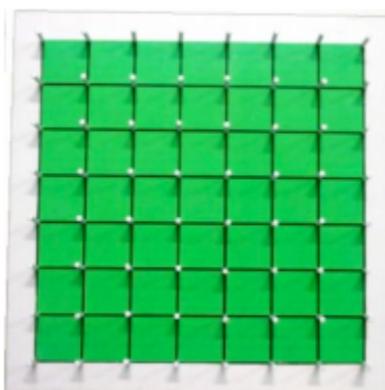
Atividade 15
Nome da atividade: Área do Geoplano

²Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=lcRTNgus5OI>>.

Trabalho a ser realizado em: <input checked="" type="checkbox"/> Grupo <input type="checkbox"/> Individual
Objetivo: Determinar a área de cada triângulo com a utilização de um Geoplano.
Considerações: Nessa atividade, utilizaremos um Geoplano de 20 cm x 20 cm, com a intenção de que o estudante relacione a fórmula do cálculo da área de triângulo com a contagem dos quadrados presentes na figura.
Material: Geoplano, elástico e uma tabela.

Nesse Geoplano, teremos uma malha quadriculada desenhada em sua base, estando a ideia de malha quadriculada representada como a seguir:

Figura 24 - Geoplano



Fonte: Elaborado pelo autor.

Dividiremos essa atividade em três momentos:

1ª) Pedir aos estudantes que construam cinco triângulos de forma aleatória, anotando quantos quadrados estão presentes na área delimitada pela figura na tabela.

O quadro terá os seguintes elementos:

Quadro 3 – Calculando a área

Número do triângulo	Quantidade de quadrados presentes na parte interna do triângulo.
1	
2	
3	
4	
5	

Fonte: Elaborado pelo autor.

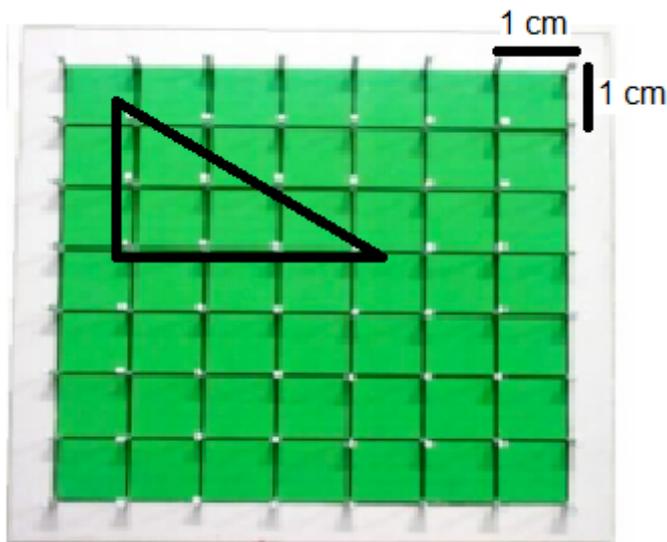
Nessa atividade, o professor terá que apresentar a ideia de que dois triângulos equivalem a um quadrado, ou seja, quando formamos um triângulo no Geoplano, delimitamos em sua área quadrados e partes de quadrados. O que se espera é que o estudante utilize de seu conhecimento geométrico para encontrar a área, observando que as partes de quadrado podem ser “encaixadas”, formando um quadrado completo.

2ª)Essa etapa foi elaborada para complementar a 1ª etapa. Nela, o estudante irá determinar a área, em centímetros quadrados, de cada triângulo construído, mas, para tal, o professor deve elucidar as características desse Geoplano.

Nele, a malha de cada quadrícula construída tem 1 cm entre os pregos, dessa maneira, o cálculo dá área equivale à quantidade de quadrados que compõem a figura, para ficar mais claro, o professor deve mostrar que a área do quadrado é lado x lado, assim, cada quadrado é 1 cm² de unidade.

Dessa maneira, o estudante vai observar que a quantidade de quadrados que compõem o triângulo equivale ao valor em cm² da área.

Figura 25 – Representação do triângulo no geoplano



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nessa figura, podemos notar que o triângulo é composto por 3 quadrados e meio, logo, a área é de $3,5 \text{ cm}^2$. É importante observar que contamos com o pensamento geométrico do estudante, mas se a atividade não estiver se desenvolvendo de maneira proveitosa, o professor pode auxiliar esse estudante, solicitando que observe essas características.

3ª) O professor incentiva o cálculo da área desses triângulos utilizando a fórmula $\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$. Considerando esses cálculos, os estudantes irão comparar a contagem feita na etapa 1 com os cálculos feitos na etapa 3.

Atividade 16
Nome da atividade: Rigidez do triângulo
Trabalho a ser realizado em: () Grupo (x) Individual
Objetivo: Demonstrar a rigidez estrutural do triângulo
Considerações: Nessa atividade, o professor orienta os estudantes a construir com os palitos de picolé uma figura com três lados, outra com quatro lados (quadrado) e uma outra com cinco lados (pentágono).

Material: Palitos de picolé e tachinhas de metal.

Após a construção dessas figuras, incentivar os estudantes a mover os lados desses polígonos. No caso do quadrado e do pentágono, os lados movimentam-se e as medidas dos ângulos se alteram, o que não ocorre no caso do triângulo. Com base nessa observação, incentivar os estudantes a expor sua opinião sobre o porquê de esse fato acontecer.

Atividade 17

Nome da atividade: Rigidez do quadrado e do pentágono?
--

Trabalho a ser realizado em: () Grupo (x) Individual
--

Objetivo: Tornar rígidas as figuras geométricas

Considerações: Essa atividade consiste em propor aos estudantes estabilizar as figuras da atividade anterior (quadrado e pentágono). Portanto, observaremos se os estudantes entenderam que ao dividir as figuras em triângulos, eles as tornaram estáveis.

Material: As figuras de quatro lados e cinco lados da atividade 15, palitos de churrasquinho e tachinha de metal.

Essa atividade tem uma característica muito importante, pois está assinalada como individual, mas se considerações feitas na atividade anterior não proporcionarem aos estudantes observar as características básicas da rigidez triangular, o professor pode transformá-la em uma atividade em grupo.

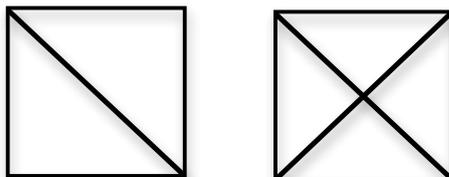
Desta feita, o professor iniciará a atividade perguntando:

- 1) Esse quadrilátero está rígido ou flexível?
- 2) Esse pentágono está rígido ou flexível?
- 3) Como podemos tornar o quadrilátero rígido?
- 4) Como podemos tornar o pentágono rígido?

Diante desse conjunto de perguntas, pretendese observar que o estudante começará a associar que, dividindo essas figuras em triângulos, conseguimos a rigidez triangular, mas é importante observar as seguintes questões:

Na solução do quadrilátero, poderemos ter como solução duas alternativas ilustradas a seguir:

Figura 26 – Quadrilátero com diagonais



Fonte: Elaborado pelo autor.

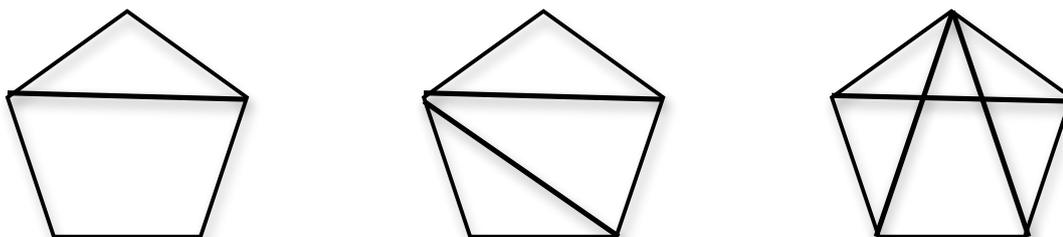
Essas soluções terão que ser debatidas, pois haverá uma solução melhor que a outra? Ou são complementares?

A solução com duas diagonais deixa o quadrado mais rígido?

Portanto, temos uma discussão muito rica para a aprendizagem.

Na solução do pentágono, poderemos ter como solução três alternativas.

Figura 27 – Pentágonos com diagonais



Fonte: Elaborado pelo autor.

Essas soluções terão que ser debatidas, pois haverá uma solução melhor que a outra? Ou são complementares?

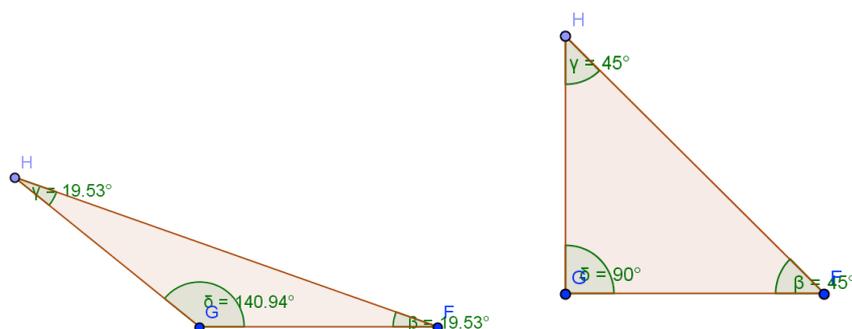
Essas soluções deixam o pentágono mais rígido?

Qual é a solução que os estudantes têm como certa? Novamente teremos outra discussão muito rica para a aprendizagem.

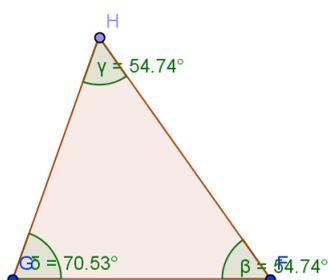
Por fim, o professor pode exibir o vídeo³ da série Matemática em toda parte - Construção / Rigidez Triângulos da TV Escola.

Atividade 18
Nome da atividade: A soma dos ângulos é sempre igual?
Trabalho a ser realizado em: () Grupo (x) Individual
Objetivo: Compreender que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° .
Considerações: Nessa atividade, o professor cria um triângulo dinâmico no Geogebra, que consiste em um triângulo inscrito em uma semicircunferência. Um dos vértices desse triângulo está situado no contorno do semicírculo, na medida em que movemos esse ponto, o valor dos ângulos é alterado.
Material: Triângulo dinâmico e tabela

Figura 28 – Soma dos ângulos internos do triângulo



³ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=9G3ga_2yAxI>.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os estudantes anotarão o valor de todos os ângulos no triângulo cada vez que foi mudado o valor do ângulo. Esses dados serão dispostos em uma tabela como a seguir :

Quadro 4: Soma dos ângulos internos do triângulo

Número do triângulo	Medida do ângulo α	Medida do ângulo β	Medida do ângulo θ	Soma dos ângulos $\alpha + \beta + \theta$
1				
2				
3				
4				
5				

Fonte: Elaborado pelo autor.

Apesar de termos valores de graus e minutos, trabalharemos apenas com soma de ângulos sem subdivisões. Nessa etapa, os estudantes observarão que a soma será sempre o mesmo valor, dessa maneira, o professor pode esclarecer que a soma é sempre 180° .

Diante de todas essas propostas, vale ressaltar que a presente pesquisa tem como premissa uma abordagem de ensino de geometria no campo das características e propriedades dos triângulos. Desse modo, a turma utilizada para

pesquisa proporcionou a elaboração dessas atividades, mas o estudo não termina nesse ponto, mas inicia um busca para compreender como a aprendizagem pode ser mais significativa para os estudantes da EJA.

Diante desse cenário, estimamos que os professores utilizem as atividades e reflitam sobre sua contribuição para uma aprendizagem mais significativa.

Referências

BUENO, Carolina Soares; NOGUEIRA, Raíra Elberhardt; MUNHOZ, Regina Helena. Aprendendo Geometria através do Tangram. In: III Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, 2012, Ponta Grossa. **Anais eletrônicos...** Ponta Grossa, 2012. Disponível em: <<http://www.sinect.com.br/anais2012/html/artigos/ensino%20mat/5.pdf>>. Acesso em: 21 jul. 2016

NEVES, Evandro Marques. **Rigidez dos triângulos**. Dissertação (Mestrado Profissional) – UNESP, São José do Rio Preto, 2014. Disponível em: <<http://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/115775/000807685.pdf;sequence=1>> . Acesso em: 20 jul. 2016.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Trad. Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: ArtMed, 1998.