



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICA  
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

**SÍDNEY MOREIRA DA COSTA**  
**DOUTOR SILVANIO DE ANDRADE**

**EXPLORAÇÃO DE PROBLEMAS E TANGRAM**

**PRODUTO EDUCACIONAL**

CAMPINA GRANDE-PB  
2019

**SÍDNEY MOREIRA DA COSTA  
DOUTOR SILVANIO DE ANDRADE**

**EXPLORAÇÃO DE PROBLEMAS E TANGRAM**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Silvanio de Andrade

**CAMPINA GRANDE-PB  
2019**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

C837p Costa, Sidney Moreira da.  
Produto educacional Exploração de problemas e Tangram  
[manuscrito] / Sidney Moreira da Costa. - 2019.  
17 p. : il. colorido.  
Digitado.  
Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de  
Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba,  
Centro de Ciências e Tecnologia, 2020.  
"Orientação : Prof. Dr. Silvano de Andrade , Departamento  
de Matemática - CCT."  
1. Tangram. 2. Exploração de problemas. 3.  
Potencialidades. I. Título  
21. ed. CDD 371.337

# *Sumário*

<b>Para início de conversa .....</b>	<b>3</b>
<b>Conhecendo o Tangram .....</b>	<b>4</b>
<b>A resolução e exploração de problemas como metodologia de ensino .....</b>	<b>6</b>
<b>Como potencializar o uso do Tangram a partir da resolução e exploração de problemas .....</b>	<b>9</b>
<b>Orientações para o desenvolvimentos da atividade .....</b>	<b>12</b>
<b>Discussão da atividade Tangram e frações .....</b>	<b>13</b>
<b>Referências .....</b>	<b>17</b>

## *Para início de Conversa ...*

**C**aros professores, esse produto educacional refere-se a pesquisa de Mestrado intitulada “Tangram e resolução de problemas: desafios e possibilidades”, neste trabalho tivemos como objetivo analisar os desafios e possibilidades do Tangram associado a resolução de problemas. Para alcançar esse objetivo, tentamos responder aos seguintes questionamentos: Como os livros didáticos exploram o Tangram e a resolução de problemas? E quais são as potencialidades e dificuldades de utilização da metodologia de resolução de problemas no uso do Tangram em sala de aula?

A pesquisa de caráter qualitativo buscou compreender o fenômeno em sua totalidade, procurando compreensões e interpretações significativas do objeto estudado. Os instrumentos para o levantamento de dados foram a análise de livros didáticos por categorias de sentido criadas a partir de regularidades por nós percebidas, a entrevista com professores dos mais variados segmentos da educação, do ensino infantil ao ensino superior e uma oficina realizada com alunos graduandos em Matemática da UEPB.

Entre os resultados obtidos, contatou-se que os professores reconhecem as possibilidades do uso do Tangram e que associado a resolução de problemas pode favorecer a motivação dos alunos, a compreensão de conceitos matemáticos, o desenvolvimento da autonomia e criatividade. Apontaram como desafios: a necessidade de objetivos bem definidos e metodologia adequada nas aulas e a falta de formação dos professores que impede o desenvolvimentos de experiências exitosas nas aulas de Matemática quando na utilização do Tangram associado a resolução de problemas.

Dessa forma, apresentaremos inicialmente o Tangram como material lúdico-manipulativo e a importância da resolução e exploração de problemas para o ensino de matemática na atualidade.

Em seguida, traremos algumas orientações e reflexões para o desenvolvimento da atividade proposta; terminando com a discussão da atividade “Tangram e frações” a partir da resolução e exploração de problemas.

Esperamos que esse produto educacional sirva como recurso didático que vos auxilie e vossos alunos na descoberta de uma matemática que une teoria e prática, mas que acima de tudo promova a construção de conhecimentos de forma autônoma e motivadora.

## *Conhecendo o Tangram*

**O**Tangram é um recurso lúdico-manipulativo muito antigo formado por 7 sete peças: dois triângulos grandes, um médio, dois triângulos pequenos, um quadrado e um paralelogramo. Todas as peças podem ser posicionadas de maneira a formar um quadrado.

Com essas peças, conhecidas como “tans”, podem ser formadas inúmeras figuras, utilizando-as sem sobrepor-las. (Sousa et al., 2006, p. 2)

Figura 1: Representação do Tangram



Fonte: Arquivo pessoal

Não se sabe ao certo a origem desse jogo chinês, pois várias lendas trazem o seu surgimento, entre elas, destacamos a do discípulo e o mestre: um jovem chinês iria fazer uma viagem pelo mundo e o seu mestre, entregando um espelho de formato quadrado, pediu para que ele registrasse o que visse durante a viagem. O discípulo questionou ao mestre como fazer aquilo com um simples espelho. Nesse mesmo instante, o espelho caiu e se quebrou em sete peças. O mestre respondeu-lhe que agora ele poderia, com essas sete peças, construir as figuras observadas durante a viagem. (POLON, 2013, p. 4-5)

A composição de figuras, o raciocínio lógico e a percepção espacial são facilitadas pela utilização do Tangram. Na área da Matemática, geralmente, o Tangram é utilizado no estudo do mais variados conteúdos de geometria, de frações e, também, pode aparecer aliado a outras disciplinas, como Artes, Geografia e Ciências.

Trazemos, a seguir, professores, o quadro apresentado por Silva (2006), que expõe os conteúdos, conceitos e objetivos a serem alcançados por nossos alunos com o uso do Tangram como ferramenta didática, proposto por Diniz (2002):

Quadro 1: Conteúdos, conceitos, objetivos a serem atingidos com o Tangram

Conteúdos	Conceitos a serem trabalhados	Objetivos a atingir	Como atingi-los?
Geometria Plana	Ponto, segmento de reta, reta, semirreta, ângulo, ângulos, adjacentes e consecutivos, figuras planas e seus nomes, figuras semelhantes, proporcionalidade, segmentos consecutivos, plano, pontos colineares, ponto médio, diagonal do quadrado e vértice.	Identificar e reconhecer os elementos da geometria básica ponto, reta e plano;  Compreender os conceitos de ponto médio, segmentos consecutivos, pontos colineares, diagonal do quadrado, vértices e ângulos, reta e semirreta.	A partir da construção do Tangram em um papel quadriculado.
Raciocínio lógico e construção de figuras.	Triângulo, paralelogramo, quadrado, trapézio, figuras e objetos.	Desenvolver o raciocínio lógico através dos problemas propostos.	Ao manusear as peças do Tangram através de desafios sugeridos pelo professor.
Área e perímetro de figuras planas	Área, perímetro, unidade de medida, unidade de área, superfícies planas.	Ser capaz de medir o comprimento ou área de uma figura plana a partir de uma unidade;  Compreender a importância de uma unidade no processo de medição. geométricas planas por meio de transformações isométricas e suas composições;  Construir figuras geométricas planas por meio de transformações isométricas e suas composições.	Através da escolha de uma das peças do Tangram como unidade de área, solicitando aos alunos que determinem a área das figuras a partir daquela unidade, sobrepondo a figura, compondo ou manuseando do modo que desejar.
Frações	Conceito de fração, frações equivalentes, comparação de frações, adição e subtração de frações.	Compreender o conceito de fração;  Identificar frações equivalentes;  Comparar frações;  Calcular adições e subtrações de frações.	Identificar frações equivalentes a partir das representações no tangram;  Representar geometricamente adição e subtração de frações através do tangram.  Comparar frações a partir das peças do Tangram.

Fonte: Adaptado de SILVA, I. L. Processo de design para um objeto de aprendizagem tangível. Dissertação (Mestrado em Informática). Programa de Pós-Graduação em Informática. Manaus: UFAM, 2016. 135 f. (p.43-44)

Além desses conteúdos, Souza (2006) nos aponta atividades que exploram a semelhança de triângulos e o Teorema de Pitágoras.

Dada a sua importância para o ensino da Matemática, é comum encontrarmos o Tangram em kits de jogos nas escolas, seu molde vim disponível para recorte em livros e vários vídeos disponíveis na internet que ensinam como construí-lo.

Portanto, o Tangram é um excelente recurso lúdico-manipulativo que pode ser explorado de diferentes formas, objetivos e conceitos que se pretendem desenvolver.

## *A resolução e exploração de problemas como metodologia de ensino*

**N**a sociedade atual, percebe-se que há uma busca constante para a melhoria do ensino de Matemática. As pesquisas divulgam índices cada vez mais alarmantes quanto ao resultado de avaliações nessa área do conhecimento. Nesse sentido, alguns caminhos têm sido pensados na tentativa de mudar o sistema tradicional de ensino, caracterizado, em geral, pelo uso de livros didáticos e listas de exercícios, que desenvolve nos alunos a mecanização e repetição de procedimentos. Uma dessas estratégias é a utilização da resolução de problemas para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos. Dependendo do tipo de abordagem, a resolução de problemas pode ter objetivos diferentes.

Foi buscando entender as diferenças entre as abordagens de resolução de problemas que SCHROEDER e LESTER (1989, p.32-33) categorizam esses modos em três tipos: ensinar sobre, ensinar para e ensinar através. Abaixo, trazemos as três categorizações:

- Ensinar sobre – usa o modelo proposto por Polya e desenvolve uma série de estratégias (heurísticas). O ensino é voltado para aprender a resolver problemas e o professor busca desenvolver no aluno a capacidade de resolver problemas sozinho.
- Ensinar para – o aluno precisa adquirir o conhecimento matemático, bem como saber usar tais conhecimentos. O ensino é voltado para fazer aplicações na resolução de problemas e o professor apresenta aos alunos exemplos de conceitos e estruturas matemáticas que eles estão estudando, dando-lhes

oportunidades para aplicar essa matemática na resolução de problemas. Essa abordagem é comum em livros didáticos, nos quais os problemas aparecem no final do capítulo, como forma de revisão ou fixação do conteúdo.

- Ensinar através – a resolução de problemas é vista como uma metodologia de ensino e os problemas ajudam a fazer conexões entre novos conceitos e conteúdos. O ensino é voltado para a ação por parte dos alunos, em que o problema é um elemento que gera a construção de conhecimento. O papel do professor é formular problemas que contribuam para a formação de conceitos e mediar o processo de resolução de problemas a partir de questionamentos.

É preciso destacar, no entanto, que as abordagens propostas por Schroeder e Lester (1989) foram importantes e representam a totalidade dos estudos nessa área na época, mas, atualmente, não conseguem englobar as inúmeras formas de se trabalhar com Resolução de problemas desenvolvida ao longo do tempo. Além disso, por vezes, tais abordagens podem se interligar dependendo da atividade e dos objetivos propostos.

Ressaltamos que a abordagem “ensinar através da resolução de problemas” foi a que se aproxima de nossas ideias, pois tal metodologia busca romper com a concepção de aluno como mero receptor e de professor como transmissor. Ao passo que o aluno torna-se sujeito ativo, ao escolher suas próprias estratégias de resolver o problema, não seguindo passos propostos pelo professor, o que pode vir a acontecer nas abordagens “sobre” e “para”.

Na abordagem “através”, cabe ao professor elaborar ou propor problemas com nível e conteúdo adequado a sua turma, rompendo com a rotina e com os numerosos exercícios repetitivos, que privilegiam a memorização.

Nesse aspecto, Silva (2013, p. 98) nos instrui:

faz-se necessário um esclarecimento a respeito das velhas práticas docentes que transformam as aulas de Matemática numa apresentação de definições, exemplificações, seguida de exercícios repetitivos que em nada contribuem para um efetivo ensino de Matemática. Intuímos que toda atividade que se transforma em rotina é um mero exercício e não problema, uma vez que um problema se apresenta toda vez que o sujeito não tem um modelo definido e precisa mobilizar seus conhecimentos prévios para poder encontrar uma resposta.

Nesse sentido, o autor corrobora da ideia de que, no ensino de Matemática, devem ser evitados exercícios que promovam a repetição de procedimentos em detrimento de problemas que ajudem na construção de um significado para o conteúdo em estudo.

Andrade (1998, p. 99) defende a ideia de que é preciso pensar para além da expressão “resolução de problemas”, ao afirmar:

a avaliação que se faz do trabalho dos alunos, em Resolução de Problemas, deve ser feita, realmente, a partir do que eles fizeram e fazem (o certo ou o errado) com seus significados, indicando assim o ponto de partida do caminho que o professor deve percorrer com eles. [...] a melhoria do trabalho dos alunos é decorrência desse caminhar conjunto, e, nessa perspectiva, a resolução de problemas deve ser assumida como uma atividade multicontextual. A Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino-aprendizagem necessita ser pensada globalmente. Considerar a RP como uma abordagem de ensino de Matemática envolve muito mais do que conceitos e processos matemáticos; conduz a considerar objetivos relativos à educação em geral e à educação matemática em particular. A sala de aula precisa ser enfocada sob uma perspectiva global.

O autor defende a necessidade de valorizar o processo de construção na resolução de problemas e a mediação do professor na construção de significados a partir dos mais variados contextos envolvidos. Considera-se, pois, os conhecimentos prévios que os alunos possuem, sem se preocupar se a resposta está certa ou errada; ao passo que o professor buscará, a partir daí, auxiliar o aluno, por meio de questionamentos e discussões com a turma, a repensar ou reestruturar sua resposta, de forma a produzir significados de maneira global, levando em conta os diversos contextos do ambiente escolar.

Andrade (1998) destaca ainda a necessidade de exploração do problema, não se fixando à resposta, tendo o problema como acabado, mas promovendo a realização de novos trabalhos, novas reflexões, novas sínteses, uma proporção de novos problemas. O problema é considerado, então, o ponto de partida e a sua solução o abrir a novos caminhos que conduzem o aluno a diversas oportunidades de exploração, não representando, portanto, o ponto de chegada.

Destaca-se aqui que a exploração do problema se dá a partir da interação professor-aluno. Nesse contexto, é importante que o professor permita que o aluno apresente aspectos que ele percebeu durante a exploração do problema, para que a discussão se torne rica e o aluno se aproprie de novos conhecimentos.

Nessas condições, os PCN (1998, p. 42) enfatizam:

Resolver um problema não se resume em compreender o que foi proposto e em dar respostas aplicando procedimentos adequados. Aprender a dar uma resposta correta, que tenha sentido, pode ser suficiente para que ela seja aceita e até seja convincente, mas não é garantia de apropriação do conhecimento envolvido. Além disso, é necessário desenvolver habilidades que permitam provar os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes

caminhos para obter a solução. Nessa forma de trabalho, a importância da resposta correta cede lugar à importância do processo de resolução.

Sendo assim, o ato de explorar o problema e, a partir dele, questionar ao aluno sua resposta, identificar várias estratégias para resolvê-lo, compará-las e validar sua resposta, abre espaço para uma nova forma de construir conhecimentos, tendo como centro dessa construção o aluno.

Portanto, ao explorar o problema, alterando seus dados iniciais ou trazendo a discussão de novos problemas, professores e alunos mobilizam os conhecimentos e estratégias utilizados no problema inicial para construção de novas soluções, de novos significados, trazendo aos discentes o desenvolvimento das habilidades de raciocínio e criatividade.

Defendemos, portanto, que, ao trabalhar com a metodologia de resolução e exploração de problemas, promove-se uma reflexão crítica dos alunos frente aos sentidos e significados trazidos pelos problemas; assim, o professor escolhe ou propõe problemas e alimenta o processo de resolução de problemas ao questionar os alunos, sem dar-lhes respostas prontas, sem apontar os erros, respeitando cada estratégia feita, tornando os discentes capazes de construir novos conhecimentos.

## *Como potencializar o uso do Tangram a partir da resolução e exploração de problemas*

**AS** reflexões propostas neste trabalho visam utilizar o Tangram como recurso lúdico-manipulativo associado à resolução e exploração de problemas.

Nesse intuito, discutimos, aqui, acerca de leituras de trabalhos com jogos e materiais manipulativos, bem como reflexões sobre resolução, exploração de problemas presentes no currículo brasileiro e nas pesquisas; além de atividades desenvolvidas em oficinas com alunos do Ensino Fundamental e com o grupo de pesquisa “Grupo de Estudo e Pesquisa de Educação e Pós-Modernidade” (GEPEP), construído por mestrandos, mestres e doutorandos, sob coordenação do professor Doutor Silvanio de Andrade.

O planejamento é o primeiro passo para uma boa aula. É importante que se defina, inicialmente, os objetivos que devem ser alcançados, os conteúdos que serão trabalhados e as habilidades que serão desenvolvidas. Outro ponto a ser pensado são as limitações e vantagens que o Tangram poderá trazer para o desenvolvimento do conteúdo a ser estudado.

No processo de escolha ou elaboração do problema, o professor deve priorizar situações-problemas abertas para que os alunos consigam, através da manipulação do Tangram, desenvolver estratégias e raciocínios na busca de soluções. Destacamos, ainda, que o uso do Tangram ou de qualquer material lúdico-manipulativo não se restringe a pensá-lo como uma forma de dinamizar as aulas, mas, sim, considerá-lo como um recurso na busca de desenvolver, a partir da sua manipulação e reflexão, conteúdos e ideias matemáticas.

Finalizada a etapa de planejamento, o professor iniciará a aula apresentando o Tangram, explicando as regras desse jogo e contando algumas lendas relacionadas à sua origem. Por ser um material manipulativo, antes de entregar o problema a ser resolvido, convém que os alunos manipulem as peças do Tangram e que possam criar figuras e nomeá-las, utilizando tais peças.

Em seguida, é preciso desafiar os alunos a montarem algumas figuras que o professor selecionar com o Tangram. Após esse primeiro contato com as peças do Tangram, os alunos poderão ser questionados, com indagações como: Quantas figuras compõem o Tangram? Quantas figuras diferentes há no Tangram? Você sabe dizer o nome delas? Entre outras questões, que se julgar necessário.

Esse primeiro momento é importante por fazer com que os alunos que não conheciam o Tangram tenham o primeiro contato e se familiarizem com as peças, mas, sobretudo, é interessante tendo em vista o desenvolvimento do raciocínio e da percepção espacial promovida na composição de figuras.

Feito isso, o professor dividirá os alunos em grupos para que as interações e trocas de ideias e experiências possam ser vivenciadas. É preciso pensar na quantidade de alunos em cada grupo, de forma a não deixar muitos grupos, pois o professor terá dificuldades em orientá-los no decorrer da aula, mas também é necessário dizer que poucos grupos com muitos alunos podem dificultar a discussão de ideias e gerar indisciplina. Assim, deve haver um equilíbrio na composição dos grupos.

Defendemos o trabalho em grupo no estudo com resolução de problemas, pois isso ajuda os alunos a desenvolverem a comunicação entre si, ao argumentarem sobre as

diversas estratégias que cada participante do grupo possui; favorece a troca de conhecimentos e a tomada de decisão ao pensarem de modo cooperativo e, também, promove o respeito frente às singularidades de cada um.

Entregando o problema, os alunos deverão, ao utilizar o Tangram, buscar estratégias para chegar à solução do mesmo. Durante a resolução do problema, é necessário que o professor deixe os alunos pensarem e chegarem à resposta sozinhos, sem direcioná-los por meio de dicas. Caso seja solicitada sua presença em algum grupo, ele poderá mediar, a partir de questionamentos, algumas ideias, para que os alunos obtenham a solução que julgar adequada.

Durante o processo de resolução de problemas, o professor deve esclarecer aos alunos que, além da resposta final, é necessário que os discentes registrem ou estejam aptos a explicar o processo para chegar à resposta e que os resultados possam ser representados por meio de desenhos, algebricamente e/ou por palavras, fazendo com que o aluno encontre significado nas respostas dadas.

No processo de exploração do problema, o professor deve solicitar que os grupos apresentem suas ideias para a chegada da solução e que, a partir do debate, respostas divergentes possam ser defendidas por meio de argumentos dos alunos, nunca afirmando que a resposta está incorreta, mas, sim, por meio de perguntas, procurar direcionar os discentes à manipulação do Tangram, se necessário, para que sua resposta seja validada ou não.

É na exploração de problemas que surgirão novos questionamentos relacionados ao problema inicial, advindos tanto dos alunos quanto dos professores. É necessário, portanto, que o professor estimule os alunos a explorar o problema, tornando a aula dialógica em detrimento de uma aula expositiva, que é tão comum na prática escolar, em que o professor fala a maioria do tempo e o aluno escuta e só responde quando o professor pergunta.

A postura do professor no que se refere ao modo de tratar a fala dos alunos como forma de abrir espaço para novas descobertas, enquanto novas explorações, ajuda os discentes a se sentirem participantes no processo de construção de conhecimentos. O professor pode, ainda, criar novos questionamentos, modificando as variáveis e criando novos problemas que proporcionem novas reflexões para os alunos, ampliando o raciocínio dos discentes.

Ao explorar novos problemas, dependendo do nível dos alunos, o professor poderá direcioná-los a resolver o problema sem a necessidade de manipulação do

Tangram, para que, nesse processo, desenvolva-se o raciocínio e a abstração, dando significado ao que é estudado, sem dependência do material manipulativo, desenvolvendo assim, a abstração reflexiva, que seria a capacidade que o aluno possui de realizar representações sem o auxílio do material manipulativo. (ANDRADE, 2019)

Para consolidar o que foi vivenciado na aula, o professor poderá solicitar dos alunos, ou por grupos, uma pequena síntese do que foi experienciado durante a aula. Nesta síntese, eles podem relatar as dificuldades e vantagens do trabalho do conteúdo abordado com o Tangram e a resolução, exploração e proposição de problemas, de forma que os discentes possam retomar a experiência vivenciada e o professor possa identificar possíveis lacunas ou dúvidas, que, se porventura existirem, possam ser revistas nas aulas seguintes, além de servir como registro para avaliação do professor.

Portanto, acreditamos que a resolução, exploração e proposição de problemas trarão grandes contribuições na construção de significados, atitudes e habilidades matemáticas, se aliadas ao Tangram. É nesse sentido que nos questionamos: como os livros didáticos e os professores abordam o Tangram em sala de aula?

## *Orientações para o desenvolvimento da atividade*

**O**S problemas propostos neste trabalho visam utilizar o Tangram como recurso lúdico-manipulativo associado à resolução e exploração de problemas. Sendo assim, caros professores, valem algumas orientações:

- a) Na atividade, propomos objetivos que podem ser modificados ou ampliados de acordo com o que se pretende atingir em sua aula;
- b) A atividade apresenta mais de um problema, portanto, os professores poderão direcioná-los um de cada vez, seguindo a resolução, exploração e proposição de problemas, para que se passe ao problema posterior;
- c) É importante ressaltar o papel do professor como mediador em todas as etapas da atividade: durante a resolução do problema, é necessário que o professor deixe os alunos pensarem nas estratégias sozinhos, sem direcionar a resposta, diretamente, por meio de dicas, mas, se necessário, o docente pode questionar ações e ideias para que o aluno obtenha a solução que julgar adequada. Durante

a exploração do problema, o professor deve abrir o debate para as respostas dadas pelos alunos, sem afirmar se elas estão certas ou erradas. A partir dos questionamentos, os alunos perceberão se validaram suas respostas ou se precisarão modificá-las; em seguida, o professor criará novos questionamentos, ao modificar as variáveis e criar novos problemas que proporcionarão novas reflexões aos alunos, ampliando o raciocínio. Por fim, o professor deverá acompanhar os discentes na proposição de problemas, questionando se os enunciados estão claros, se é possível obter uma solução para o problema, auxiliando-os, assim, na construção de novos problemas que levarão a novas explorações;

- d) Sugerimos que as atividades sejam desenvolvidas em grupo, para que se promova o diálogo entre os alunos, sempre estimulando o respeito e a discussão sadia das ideias dos colegas.
- e) Propomos, ainda, que antes de desenvolver a atividade, o professor inicie com um exercício que faça os alunos conhecerem as peças do Tangram a partir da composição/decomposição de figuras e que permitam transferir as percepções manipulativas para o raciocínio sem o uso do material (abstração reflexiva).

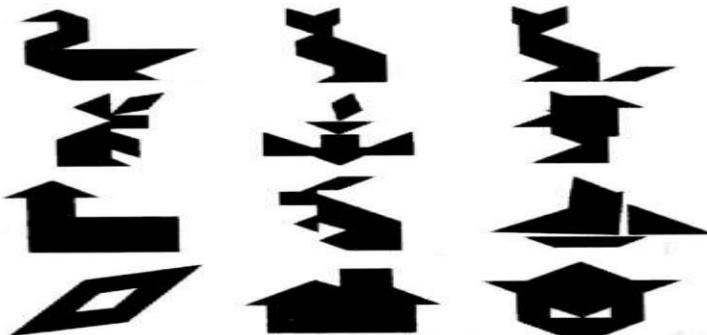
## *Discussão da atividade “Tangram e frações”*

**V**ocê professor poderá iniciar a aula questionando se os alunos já conhecem o Tangram e explicando suas regras: o Tangram é um jogo de quebra-cabeça formado por sete peças. Com ele, você pode montar inúmeras figuras. Para construir as figuras, é necessário utilizar as peças sem sobrepor-las.

O professor entregará aos alunos um Tangram de madeira ou de e.v.a (solicitando que os alunos recortem suas peças). Também deve pedir aos alunos que manuseiem as peças livremente e que, com as sete peças, formem uma figura, nomeando-a.

Em seguida, o professor poderá questionar sobre quais figuras foram montadas: Quantas peças compõem o Tangram? Quantas peças diferentes há no Tangram chinês? Você sabe dizer o nome delas?

Entregando folhas com umas silhuetas, desafie os alunos a montarem algumas delas:



Peça, em seguida, para que os alunos construam as figuras abaixo usando as peças de um único Tangram chinês, explicando quais peças foram utilizadas:



Debata com os alunos sobre os desafios acima, fazendo uma síntese do que foi proposto.

Terminada essa etapa, peça aos alunos que formem grupos e que guardem o material manipulativo. É válido ressaltar que isso deve ser feito dependendo do nível da turma, uma vez que os alunos do fundamental I tem dificuldade de trabalho com o abstrato.

O primeiro problema apresentado abaixo tem como objetivo identificar as frações e relações existentes entre as figuras que compõem o Tangram e sua relação parte-todo.

**Problema 1:** Quanto aos triângulos pequenos no Tangram, responda:

- Quantas vezes essa peça cabe no Tangram?
- Qual é a fração que o triângulo pequeno representa no Tangram?

Faça o mesmo com as demais peças. E descubra:

- Qual é a fração que o triângulo grande representa no Tangram?
- Qual é a fração que o paralelogramo representa no Tangram?
- Qual é a fração que o quadrado representa no Tangram?
- Qual é a fração que o triângulo médio representa no Tangram?

O professor dará um tempo para que os grupos busquem a solução a partir de estratégias, sendo importante ter atenção nessa etapa, ao passear entre os grupos e dialogar com os alunos, se necessário, sem, contudo, dar dicas ou indicar caminhos.

Solucionado o primeiro problema pelos grupos, o professor pode começar a exploração deste, questionando as dificuldades e estratégias utilizadas na resolução do problema.

Terminado esse diálogo, o professor passa a ler os enunciados e os grupos apresentarão suas respostas. Possivelmente, surgirão dúvidas, caso isso ocorra, o professor pode pedir que os alunos retomem o Tangram, para que possam, a partir da manipulação, trabalhar as dificuldades existentes.

Sugerimos, assim, que, para alunos do ensino fundamental, os problemas possam ser realizados com o auxílio do material. Quando, posteriormente, os alunos estiverem familiarizados com o material, será possível explorar problemas sem o auxílio deste, a fim de que os discentes desenvolvam a abstração reflexiva.

Durante a exploração do problema, o professor pode seguir com as explorações sugeridas pelos alunos, bem como propor novos questionamentos sobre as frações entre peças do Tangram, tais como: Qual a fração que o triângulo pequeno representa no triângulo médio? Qual a fração que o triângulo pequeno representa no triângulo grande?

Feitas as explorações, o professor entregará o problema 2 aos alunos:

**Problema 2:** Se dois triângulos grandes correspondem a  $\frac{1}{2}$  do Tangram:

- a) Quantos triângulos médios correspondem a dois triângulos grandes?
- b) Quantos triângulos pequenos correspondem a dois triângulos grandes?
- c) Quantos quadrados correspondem a dois triângulos grandes?
- d) Quantos paralelogramos correspondem a dois triângulos grandes?

O problema 2 tem como objetivo fazer os alunos pensarem em quantas peças cabiam em uma determinada fração do Tangram.

Os grupos terão o tempo para resolver a questão, sempre com o olhar atento do professor. Caso apresentem dificuldades, o material poderá ser consultado na hora da exploração do problema.

Feita a exploração e solucionadas as possíveis dúvidas, o professor pode solicitar que os alunos usem a abstração reflexiva para pensar em quantas vezes as peças cabem

em  $\frac{1}{4}$  do Tangram. E ainda questionar: as peças do Tangram representam frações equivalentes? Se sim, quais delas?

Os alunos responderão a pergunta e, caso apresentem dificuldade, o professor deverá fazer questionamentos para que os grupos percebam que há equivalência entre as frações do quadrado, triângulo médio e o paralelogramo, bem como entre os dois triângulos grandes e pequenos.

Depois de explorar as ideias do problema 2, o professor entregará o problema 3:

Problema 3: Com mais de uma peça, formar três figuras que correspondem a  $\frac{1}{4}$  do Tangram. Desenhar em uma folha de papel.

O problema 3 objetiva estimular a criatividade dos alunos e os fazer refletir sobre quais peças juntas formam  $\frac{1}{4}$  do Tangram.

Observando as figuras formadas, o professor pode explorar o problema a partir das regularidades que observa nos desenhos dos alunos, questionando se é possível formar a fração com 2 peças, com 3 peças e com 4 peças, para que os alunos percebam as semelhanças entre essas composições.

Em seguida, pode explorar as possibilidades de formar peças com  $\frac{1}{2}$  do Tangram, bem como a viabilidade de formar com  $\frac{1}{3}$ , para que os alunos estabeleçam conjecturas sobre quais frações podem ser utilizadas no problema.

Através de seus questionamentos e explorações, os alunos poderão perceber que as frações que podem ser formadas são as que correspondem à soma das peças do Tangram.

Nesse sentido, o professor pode fazer alguns questionamentos sobre a adição e subtração de frações utilizando as peças do Tangram, tais como: Qual a fração que o triângulo maior e o quadrado representam no Tangram? Se no Tangram eu retirar o triângulo menor e o paralelogramo, qual fração sobraria? Dentre outras perguntas que julgar necessário.

Propomos, ao fim do processo, que deverá levar mais de uma aula, que professores possam fazer uma síntese das ideias, conhecimentos e dificuldades que foram superadas durante as aulas.

Portanto, caro professor propomos que as orientações aqui apresentadas não são estáticas, elas podem ser modificadas, ampliadas ou sintetizadas dependendo dos objetivos, conteúdos e situações propostos em sua sala de aula.

## *Referências*

ALSINA E PASTELLS, À. **Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos.** Curitiba: Base Editorial, 2009.

ANDRADE, S. **Ensino-Aprendizagem de Matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas.** 1998. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro (SP), 1998.

ANDRADE, S. **Oficina: Desafios e possibilidades do Tangram associado a resolução, exploração e proposição de problemas.** 29-30 de agosto de 2019. 2 p. Notas de Aula.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais : Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília : MEC -SEF, 1998. 148 p.

PARAÍBA. Secretaria de Educação e Cultura. Gerência Executiva da Educação Infantil e Ensino Fundamental. **Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental: Matemática , Ciências da Natureza e Diversidade Sociocultural.** / Governo do Estado da Paraíba. Secretaria de Educação e Cultura. Gerência Executiva da Educação Infantil e Ensino Fundamental. – João Pessoa: SEC/Grafset, 2010. 330p.

POLON, R. **Tangram: Material Didático Para Resolução de Problemas no 6º ano.** Cadernos PDE. Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO, Guarapuava PR. Paraná: 2013, Versão On-line: ISBN 978-85-8015-075-9.

POLYA, George. **A arte de Resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciênciac, 2006. Tradução de How to solve it por Heitor Lisboa de Araújo.

SCHROEDER, T. L., & Lester, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In: P. R. Trafton and A. P. Shulte (Eds), **New directions for elementar school mathematics** (p. 31-43). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

SOUZA, E. R.; DINIZ, M. I. V.; PAULO, R. M.; OCHI, F. H.. **A matemática das sete peças do tangram.** São Paulo: Centro de Aperfeiçoamento do ensino de matemática, IME- USP, 4. ed. 2006.