



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PRODUTO EDUCACIONAL

Sequências Didáticas como Indutoras na Formação de Conceitos de Matemática

Olímpica

Alecio Soares Silva

Jose Lamartine da Costa Barbosa

CAMPINA GRANDE

2019

Alecio Soares Silva
Jose Lamartine da Costa Barbosa

**Sequências Didáticas como Indutoras na Formação de Conceitos de Matemática
Olímpica**

Produto—Educacional, cumprindo exigência do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, como requisito parcial para obtenção do grau de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

CAMPINA GRANDE - PB

2019

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586s Silva, Alecio Soares.
Sequências didáticas como indutoras na formação de conceitos de Matemática Olímpica [manuscrito] / Alecio Soares Silva. - 2019.
17 p. : il. colorido.
Digitado.
Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2019.
"Orientação : Prof. Dr. Jose Lamartine da Costa Barbosa , Departamento de Matemática - CCT."
1. Aprendizagem matemática. 2. Resolução de problemas.
3. Sequência didática. 4. Olimpíadas de Matemática. I. Título
21. ed. CDD 510.7

RESUMO

Como cumprimento das exigências do Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba elaboramos e apresentamos este Produto Educacional para obtenção do título de mestre. Aqui buscamos contribuir com o ensino-aprendizagem da matemática olímpica, buscando interações entre aulas de treinamento para olimpíadas e aulas regulares de matemática, afim de desmitificar a ideia que apenas aqueles alunos privilegiados intelectualmente conseguem ter sucesso quando se faz um ataque a resolução de problemas olímpicos de matemática. Esta ideia surgiu da observação do material utilizado nas aulas de preparação para olimpíadas, lá figuram temas como geometria e contagem, por exemplo. Estes conteúdos especificamente, trazem uma coleção de problemas bastante intrigantes que podem ter um alto potencial pedagógico, assumindo o papel de ponto de partida para formação dos conceitos. Esta proposta de sequência didática tem o objetivo de apresentar um material, envolvendo questões que exploram este universo de resolução de problemas olímpicos e contextualiza as aulas de treinamento para olimpíadas, oferecendo um suporte para os professores de matemática que tenham um interesse pelo tema em questão.

Palavras-chave: Olimpíadas de Matemática. Resolução de Problemas. Aprendizagem Matemática.

SUMÁRIO

Introdução	04
Sequências Didáticas.....	05
Sequência 1	05
Tarefa 1.....	06
Tarefa 2.....	06
Tarefa 3.....	07
Sequência 2.....	08
Tarefa 4.....	09
Tarefa 5.....	09
Tarefa 6.....	10
Sequência 3.....	11
Tarefa 7.....	11
Tarefa 8.....	11
Tarefa 9.....	13
Tarefa 10.....	14
Considerações finais	15
Referências	17

INTRODUÇÃO

Ao concluirmos nossa dissertação, elaboramos e apresentamos este Produto Educacional como exigência do Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, para obtenção do título de mestre. Nossa pretensão com esta produção é contribuir de forma significativa com o ensino-aprendizagem da matemática, em especial da matemática olímpica, buscando interações entre aulas de treinamento para olimpíadas e aulas regulares de matemática, afim de desmitificar a ideia que apenas aqueles alunos privilegiados intelectualmente conseguem ter sucesso quando se faz um ataque a resolução de problemas olímpicos de matemática.

Observando o material utilizado nas aulas de preparação para olimpíadas de matemática verificamos que há uma abordagem bastante abrangente a temas de matemática como geometria e contagem, por exemplo. Estes conteúdos especificamente, trazem uma coleção de problemas bastante intrigantes e que tem um potencial pedagógico interessante pelo fato de que alguns deles podem, e devem, ser utilizados em aulas de matemática para iniciar uma discussão que levará os alunos a formar um conceito específico, tais problemas, fazem o papel de introduzir algum conceito.

Alguns outros problemas conduzem os alunos, em sua resolução, a ter que combinar alguns esquemas de resolução, ou até mesmo aplicar propriedades de outros conceitos, já formados, levando os alunos a formular hipóteses e testá-las impulsionando o processo de formação de um campo conceitual. Já alguns outros problemas serão respondidos satisfatoriamente apenas por alguns alunos que consigam realmente formar o conceito e tenham a habilidade para aplicá-lo na resolução desses problemas que nem sempre são triviais.

Elaboramos, assim, uma proposta de sequência didática com o objetivo de apresentar um material, envolvendo questões que exploram este universo de resolução de problemas olímpicos e contextualize as aulas de treinamento para olimpíadas buscando, assim, despertar o interesse dos alunos, e também, oferecer um suporte para os professores de matemática que tenham um interesse pelo tema em questão.

SEQUÊNCIA DIDÁTICAS

Uma sequência didática é um conjunto de ações continuadas de um tema ou conteúdo que tem objetivo ensinar algo, etapa por etapa, isto é uma coleção de atividades encadeada de passos e etapas ligadas entre si para tornar mais eficiente o processo de ensino e aprendizagem, como define DOLZ, ao dizer que:

O procedimento sequência didática é um conjunto de atividades pedagógicas organizadas, de maneira sistemática, com base em um gênero textual. Estas têm o objetivo de dar acesso aos alunos a práticas de linguagens tipificadas, ou seja, *de ajudá-los a dominar os diversos gêneros textuais que permeiam nossa vida em sociedade, preparando-os para saberem usar a língua nas mais variadas situações sociais*, oferecendo-lhes instrumentos eficazes para melhorar suas capacidades de ler e escrever (Dolz, Noverraz & Schneuwly, 2004).

No Brasil, as sequências didáticas surgem em documentos oficiais, mais especificamente, nos Parâmetros Curriculares Nacionais.

As sequências didáticas são muito úteis na formação de conceitos, já que podem auxiliar o professor a organizar o trabalho na sala de aula de forma gradual, levando os alunos a maturar o que sabem sobre algum objeto matemático de maneira a evoluir passo a passo. O processo natural da aplicação de uma sequência didática é inicialmente fazermos uma verificação para saber qual etapa meus alunos estão, para que possamos partir desses níveis de conhecimento e chegar a níveis mais avançados que eles ainda precisam dominar. A organização de uma sequência didática, requer do professor, um intenso planejamento no qual as etapas de trabalho precisam estar bem definidas e se organizam de acordo com o nível de seus alunos.

Essa abordagem inicial pode, sem dificuldade alguma, simplesmente elaborada com a proposição de um problema simples no qual os alunos precisem justificar a resposta dada por eles. Desta maneira, o professor poderá observar o domínio que os alunos tem sobre o campo conceitual envolvido.

Sequência 1: (Formando conceito de área de triângulos)

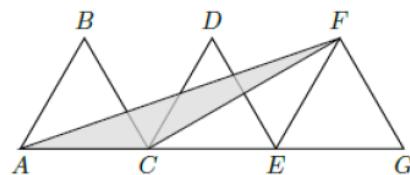
A tarefa 1 tem como objetivo principal a verificação do que os alunos sabem sobre área de triângulos, nela são apresentados dois problemas, um deles em forma

de um exercício apenas para que se faça um cálculo direto e o outro em forma de problema, no qual o aluno precisará dar uma solução criativa.

Tarefa 1 (Sondagem)

1-Calcule a área de m triângulo cuja base mede 4cm e a altura mede 6cm .

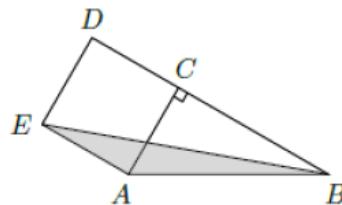
2-Na figura a seguir, ABC, CDE e EFG são triângulos equiláteros com 60 cm^2 de área cada um. Se os pontos A, C, E e G são colineares, determine a área do triângulo AFC.



A tarefa 2 tem por objetivo influenciar na formação do conceito de área de triângulos explorando situações diversas na qual o conceito pode se aplicar e na elaboração de esquemas para resolução de problemas, bem como, discutir estratégias de Resolução de Problemas.

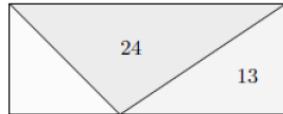
Tarefa 2

1- Na figura a seguir, ACDE é um quadrado com 14 cm^2 de área. Qual é a área do triângulo ABE?

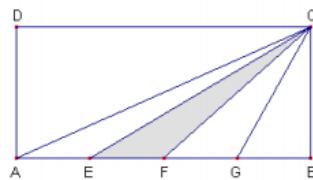


2- Três formigas estão paradas em três dos vértices de um retângulo no plano. As formigas se movem uma por vez. A cada vez, a formiga que se move o faz segundo a reta paralela à determinada pelas posições das outras duas formigas. É possível que, após alguns movimentos, as formigas se situem nos pontos médios de três dos lados do retângulo original?

3- Dois segmentos dividem o retângulo da figura a seguir em três triângulos. Um deles tem área 24 e o outro tem áreas 13. Determine a área do terceiro triângulo.



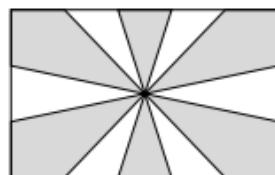
4- O quadrilátero ABCD é um retângulo e os pontos E, F e G dividem a base AB em quatro partes iguais. Determine a razão entre a área do triângulo CEF e a área do retângulo ABCD.



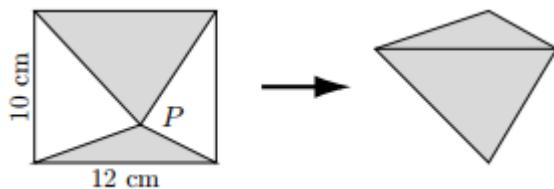
Tarefa 3

A Tarefa 3 tem por objetivo verificar a evolução dos alunos em relação as ideias envolvidas com o campo conceitual de área de triângulos e quadriláteros, como também verificar a evolução deles em relação a formalidade na linguagem matemática e como eles foram capazes de relacionar esquemas utilizados na resolução dos problemas.

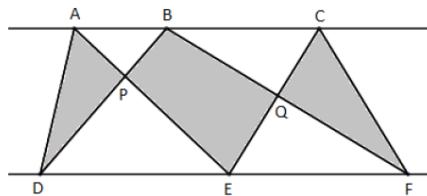
1- O Tio Mané é torcedor doente do Coco da Selva Futebol Clube e resolveu fazer uma bandeira para apoiar seu time no jogo contra o Desportivo Quixajuba. Para isto, comprou um tecido branco retangular com 100 cm de largura e 60 cm de altura. Dividiu dois de seus lados em cinco partes iguais e os outros dois em três partes iguais, marcou o centro do retângulo e pintou o tecido da forma indicada na figura. Qual é a área do tecido que Tio Mané pintou?



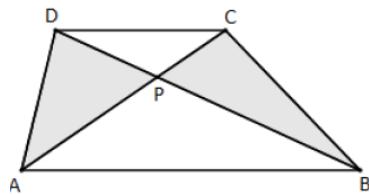
2- Juliana desenhou, em uma folha de papel, um retângulo de comprimento 12 cm e largura 10 cm. Ela escolheu um ponto P no interior do retângulo e recortou os triângulos sombreados como na figura. Com estes triângulos, ela montou o quadrilátero da direita. Qual é a área do quadrilátero?



3- Na figura abaixo os pontos A, B e C são colineares, assim como os pontos D, E e F. As duas retas ABC e DEF são paralelas. Mostre que a área do quadrilátero central BQEP é igual à soma das áreas dos dois triângulos laterais DPA e FQC.



4- A figura $ABCD$ abaixo é um trapézio, sabe-se que $AB = 14\text{cm}$, $CD = 5\text{cm}$, e a área do triângulo APD é 12 cm^2 . Determine a área do triângulo BPC .

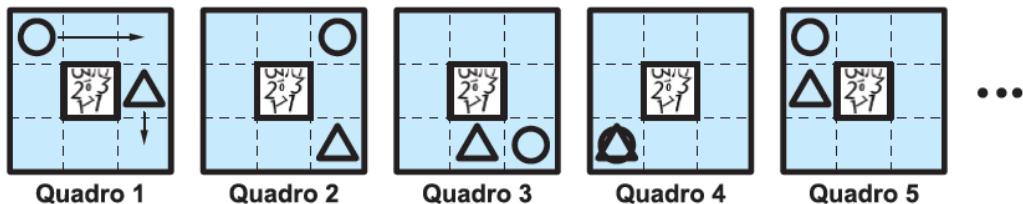


Sequência 2: (Formando conceito sobre Divisão Euclidiana)

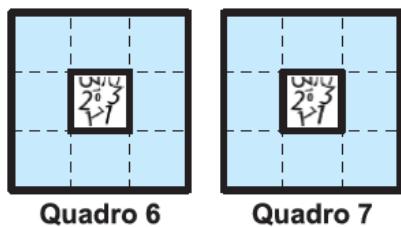
A tarefa 4 tem como objetivo principal a verificação do que os alunos sabem sobre a divisão, consideramos que é de fundamental importância compreender se os alunos realmente entendem o significado do quociente e, mais especialmente, do resto de uma divisão.

Tarefa 4 (Sondagem)

1- Na sequência de quadros abaixo, uma bolinha e um triângulo caminham no sentido horário pelas casas azuis. De um quadro para o seguinte, o triângulo passa de uma casa para a casa vizinha, e a bolinha pula uma casa.

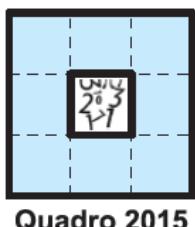


a) Desenhe a bolinha e o triângulo do Quadro 6 e do Quadro 7 da sequência



b) Continuando a sequência, qual é o número do primeiro quadro em que a bolinha e o triângulo estão na mesma posição do Quadro 1?

c) Desenhe a bolinha e o triângulo do Quadro 2015.



2- Se o aniversário de Júlia ocorreu, ano passado, em uma quinta-feira este ano ela fará aniversário em que dia da semana?

Tarefa 5

1- Na soma $2 + 0 + 1 + 6 + 2 + 0 + 1 + 6 + \dots + 2 + 0 + 1 + 6 = 2016$, quantos sinais de adição foram usados?

- a) 896 b) 895 c) 2016 d) 224 e) 223

2- Maria acaba de ganhar uma barra enorme de chocolate como presente de Páscoa. Ela decide dividi-la em pedaços para comê-la aos poucos. No primeiro dia, ela a divide em 10 pedaços e come apenas um deles. No segundo dia, ela divide um dos pedaços que sobraram do dia anterior em mais 10 pedaços e come apenas um deles. No terceiro dia, ela faz o mesmo, ou seja, divide um dos pedaços que sobraram do dia anterior em 10 outros e come apenas um deles. Ela continua repetindo esse procedimento até a Páscoa do ano seguinte.

- a) Quantos pedaços ela terá no final do terceiro dia?
- b) É possível que ela obtenha exatamente 2014 pedaços em algum dia?

3- Um grilo pode dar pulos de duas distâncias: 9 e 8 metros. Ele disputa uma corrida de 100 metros que vai até a beira de um penhasco. Quantos pulos o grilo deve dar para chegar ao fim da corrida, mas sem passar do ponto final e cair do penhasco?

Tarefa 6

1- Determine o inteiro n tal que os restos das divisões de 4933 e 4435 por n são respectivamente 37 e 19.

2- A média aritmética dos algarismos do ano 2015 é igual a 2, pois $\frac{2+0+1+5}{4} = 2$.

Quantas vezes em nosso século isto irá acontecer com os algarismos nos anos após 2015?

- a) 3.
- b) 5.
- c) 6.
- d) 7.
- e) 9.

3- Numa árvore pousam pássaros. Se pousarem dois pássaros em cada galho, fica um galho sem pássaros. Se pousar um pássaro em cada galho, fica um pássaro sem galho. Determine o número de pássaros e o número de galhos.

- 4-** Você pode encontrar cinco números ímpares cuja soma seja 100? Justifique a sua resposta.

Nesta sequência temos as três tarefas com objetivos distintos: A primeira delas busca fazer uma verificação do que os alunos sabem sobre divisão e como eles registram esse conhecimento na solução de um problema; A segunda, tem objetivo de influenciar na formação do conceito de divisão, propondo problemas que valorizam o significado tanto do quociente, quanto do resto das divisões; A terceira é uma atividade para que possamos verificar o quanto os alunos evoluíram com a aplicação das tarefas anteriores.

Sequência 3: (Formando conceitos de contagem)

A tarefa 7 tem como objetivo principal a verificação do que os alunos sabem sobre a aplicação do princípio fundamental da contagem, mais uma vez consideramos importância de compreender se os alunos já tem formado os conceitos de análise combinatória.

Tarefa 7 (Sondagem)

- 1.** Sara possui três saias e duas blusas, novas, de quantas maneiras diferentes ela pode se arrumar para uma festa utilizando essas peças de roupa?

- 2.** Se em um dominó houvesse a possibilidade de termos o lado de uma das peças com até sete “bolinhas”, então quantas peças deste dominó existiriam?

- 3.** Quantos são os telefones que iniciam por 3452-xxxx?

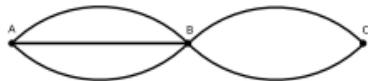
Tarefa 8

- 1.** No país Arnaldos Unidos cada bicicleta tem que possuir uma placa com três letras, a primeira do conjunto {A, B, C, D, E}, a segunda do conjunto {F, G, H} e a terceira do

conjunto $\{I, J, K, L\}$. Existem quantas placas de bicicleta possíveis em Arnaldos Unidos?

2. O presidente de Arnaldos Unidos decide aumentar o numero placas de bicicleta colocando duas letras novas, X e Y, nesses conjuntos. Cada letra será adicionada a exatamente um conjunto e as duas letras podem ser adicionadas ao mesmo conjunto ou a conjuntos diferentes. Por exemplo, se as duas letras são adicionadas ao primeiro conjunto, então a primeira letra da placa pertence ao $\{A, B, C, D, E, X, Y\}$ e os demais conjuntos não se alteram. Qual é o número máximo de novas placas após Arnaldão (o presidente) colocar as letras novas?

3. Considere três cidades A, B e C, de forma tal que existem três estradas ligando A à B e dois caminhos ligando B à C.



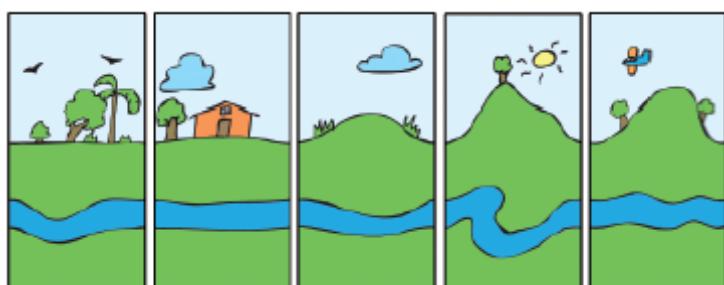
- a) De quantas formas diferentes podemos ir de A até C, passando por B?
- b) De quantas formas diferentes podemos ir de A até C, passando por B, e voltar para A novamente, passando por B?
- c) De quantas formas diferentes podemos ir de A até C, passando por B, e depois voltar para A sem repetir estradas e novamente passando por B?

4. Dispondo dos algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, pode-se formar quantos números

- a) de quatro algarismos?

- b) de quatro algarismos distintos?
 c) ímpares de três algarismos distintos?

5. Podemos montar paisagens colocando lado a lado, em qualquer ordem, os cinco quadros da figura. Trocando a ordem dos quadros uma vez por dia, por quanto tempo, aproximadamente, é possível evitar que uma paisagem se repita?



Tarefa 9

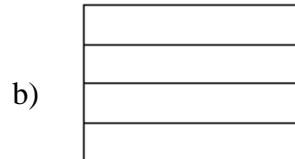
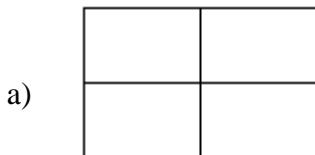
- 1- Considerando a palavra MATRIZ, determine:
- O número de anagramas.
 - O número de anagramas que iniciam por MA.
 - O número de palavras que tem as letras M e A, juntas.
 - O número de palavras que tem as letras M e A, juntas e nesta ordem.
 - O número de anagramas em que a letras A antes da letra M.

2- Em quantos anagramas da palavra QUEIJO as vogais não aparecem todas juntas?

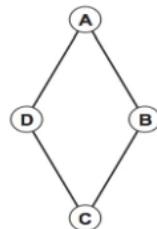
3- De quantas formas seis pessoas podem sentar-se em numa fileira de seis cadeiras se duas delas (Geraldo e Francisco) recusam-se a sentar-se um do lado do outro?

Tarefa 10

1- De quantas maneiras diferentes podemos colorir a bandeira abaixo usando as cores (verde, azul, cinza, preto, branco e roxo), de modo que listras vizinhas não possuam a mesma cor.



2 Um artesão de joias tem à sua disposição pedras brasileiras de três cores: vermelhas, azuis e verdes. Ele pretende produzir joias constituídas por uma liga metálica, a partir de um molde no formato de um losango não quadrado com pedras nos seus vértices, de modo que dois vértices consecutivos tenham sempre pedras de cores diferentes. A figura ilustra uma joia, produzida por esse artesão, cujos vértices A, B, C e D correspondem às posições ocupadas pelas pedras.



Com base nas informações fornecidas, quantas joias diferentes, nesse formato, o artesão poderá obter?

- a) 6 b) 12 c) 18 d) 24 e) 36

A sequência de tarefas sobre contagem é formada por quatro tarefas, Além da primeira delas, que busca fazer uma verificação sobre conceitos básicos de contagem. A segunda tem objetivo de influenciar na formação de esquemas de resolução que envolvem situações em que os alunos precisam respeitar condições que limitam o problema; A terceira é uma atividade para que possamos verificar o quanto os alunos desenvolvem a criatividade resolvendo problemas em que ou eles constroem o raciocínio contando todos os casos favoráveis, ou desenvolvem a solução contando todos os casos possíveis e eliminando os não favoráveis; A quarta tarefa trás problemas em que os alunos precisam criar esquemas de resolução mais elaborados, nestes problemas os alunos não tem uma “fórmula” que dê, de maneira imediata, a solução do

problema, assim ela tem objetivo de investigar o quanto os alunos evoluíram com a aplicação das tarefas anteriores.

Algumas Considerações Finais

Finalizamos essa proposta refutando a importância de se trabalhar na sala de aula com propostas didáticas bem elaboradas, pois a escola parece estar evoluindo em uma velocidade extremamente grande e a maneira como ocorre o processo ensino aprendizagem precisa acompanhar esse processo de evolução. É inegável que os alunos precisam compreender o conceito, sua aplicação, e as implicações que existem e um contexto social, cultural, econômico, dentre outros contextos, como lemos em Von Zuben:

A sala de aula é, antes da emergência do conceito, o horizonte dos possíveis, o instante inovador na vida do indivíduo, lugar existencial que compõe com outras dimensões do existir a trama da história social dos indivíduos. Sala de aula: espaço revolucionário, espaço plural de liberdade e de diálogo com o mundo e com os outros. (123-128, 1988)

Contribuindo para que o aluno sinta-se convidado a querer buscar o conhecimento e faça do aprendizado uma caça ao tesouro valorizando o que sugere Zabala, quando afirma que precisamos:

introduzir nas diferentes formas de intervenção aquelas atividades que possibilitem uma melhora de nossa atuação nas aulas, como resultado de um conhecimento mais profundo das variáveis que intervêm do papel que cada uma delas tem no processo de aprendizagem dos meninos e meninas. (ZABALA 1998, p.54)

Aqui buscamos abordar tarefas que pudessem relacionar os esquemas elaborados pelos alunos com a formação de conceitos matemáticos, e auxiliar no processo de ensino-aprendizagem. Para isso, construímos tarefas retirando problemas olímpicos, tanto de edições anteriores de olimpíadas de matemática, quanto dos bancos de questões e materiais de preparação para olimpíadas voltados para preparação de olimpíadas de matemática.

REFERÊNCIAS

- BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto e Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática: Ensino de primeira à quarta série. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.
- DOLZ, Joaquim & SCHNEUWLY, Bernard, NOVERRAZ, Michèle. *Gêneros e progressão em expressão oral e escrita – seqüências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento*. In: Gêneros orais e escritos na escola / Tradução e organização Roxane Rojo e Glaís Sales Cordeiro. Campinas, SP: Mercado de letras, 2004. São Paulo: Mercado de letras, 2006
- POLYA, G. F. **A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático**. 7º edição. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Editora Interciência, 1995.
- VERGNAUD, G.; **Multiplicative conceptual field: what and why?** In Guershon, H. and Confrey, J. (1994). (Eds) *The development of multiplicative reasoning in the leaning of mathematics*. Albany, N.Y.: State University of New York Press, 1994.
- VERGNAUD, G. (1983a). **Quelques problèmes théoriques de la didactique a propos d'un example: lés structures additives**. Atelier International d'Eté: RécherchenDidactique de laPhysique. La LondelesMaures, França, 26 de junho a 13 de julho.
- ZABALA, Antoni. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.