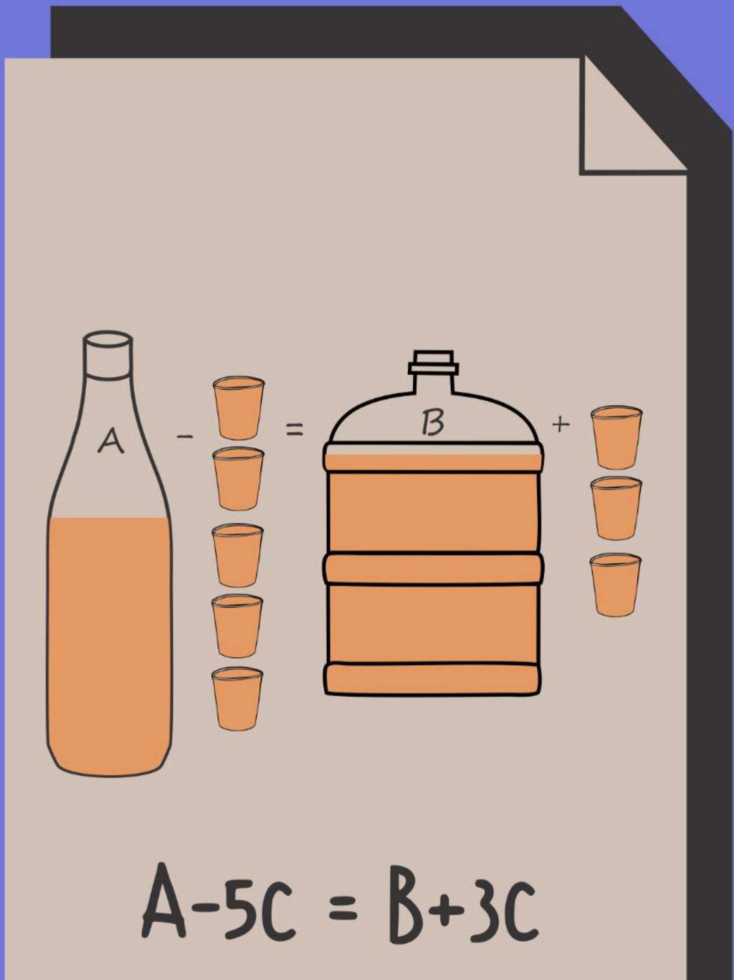
WESLLEY RESPLANDES SOUZA
RONALDO BARROS RIPARDO

LER PARA APRENDER EQUAÇÕES
enchendo e secando garrafas



Cadernos "Ler para aprender matemática". Fascículo 2.

UNIFESSPA

PPGECM

LER PARA APRENDER EQUAÇÕES
enchendo e secando garrafas

Outros Títulos dos Cadernos

Ler para aprender matemática

- Ler para aprender inequações: dois pesos e uma roldana (Fascículo 1, 2020)

Rosane Mendes Barbosa
Ronaldo Barros Ripardo

Escrever para aprender matemática

- Escrever para aprender desigualdade triangular (Fascículo 1, 2020)

Ronaldo Barros Ripardo

WESLLEY RESPLANDES SOUZA
RONALDO BARROS RIPARDO

LER PARA APRENDER EQUAÇÕES
enchendo e secando garrafas

Cadernos "Ler para aprender matemática". Fascículo 2.

UNIFESSPA PPGECM

Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará
Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica
Instituto de Ciências Exatas | Faculdade de Matemática

Reitor | Prof. Dr. Maurilio de Abreu Monteiro
Vice-Reitora | Profa. Dra. Idelma Santiago da Silva

PRÓ-REITORIA DE ENSINO DE GRADUAÇÃO
Pró-Reitor | Prof. Dr. Elias Fagury Neto

PLANO NACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA
Coordenadora | Profa. Dra. Sheila Maysa da Cunha Gordo

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Diretora | Profa. Dra. Joana Luiza Pires Siqueira
Vice-Diretora | Profa. Dra. Maria Liduína das Chagas

FACULDADE DE MATEMÁTICA
Diretora | Profa. Ma. Renata Soraia Guimarães dos Santos
Vice-Diretor | Prof. Dr. Claudionei Pereira de Oliveira

CURSO DE MATEMÁTICA
Coordenadora | Profa. Ma. Elizabeth Rego Sabino

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Bibliotecário: Marcos Moraes – CRB: 9/1701

S729 Souza, Weslley Resplandes.

Ler para aprender equações: enchendo e secando garrafas / Weslley Resplandes de Souza; Ronaldo Barros Ripardo (Orientador). – Santana do Araguaia, PA: [s.n.], 2020. – (Ler para aprender matemática; 2).

31 p.

1. Matemática - ensino 2. Educação matemática 3. Tendências em educação matemática 4. Produção textual. I. Ripardo, Ronaldo Barros. II. Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará. IV. Título

CDD: 510.7
CDU: 51:37.02

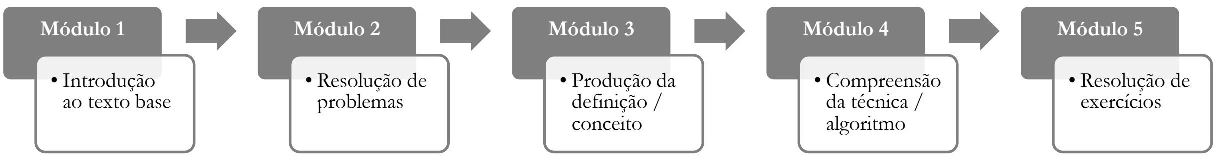
SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

O projeto de pesquisa "Discurso matemático escolar, texto e matematização", sob nossa coordenação, aborda temáticas no âmbito dos processos cognitivos e linguísticos em educação matemática. Com início em 2019, pode ser considerado um projeto guarda-chuva que dá continuidade à pesquisa iniciada com a tese de doutorado (RIPARDO, 2014) acerca da relação entre produção textual e aprendizagem do discurso matemático escolar, cujos resultados apontaram ambiente propício ao desenvolvimento de uma competência comunicativa do aluno dentro desse discurso, a partir de uma proposição de abordagem metodológica de ensino desenhada para o alcance desta finalidade. Ao mesmo tempo, apresentou novas demandas de interesse para a pesquisa no que tange às múltiplas relações entre discurso matemático escolar, texto e matematização. O objetivo é investigar características dessa relação, seja no âmbito do ensino ou da aprendizagem desse discurso. Está ancorado, principalmente, em teóricos da Educação Matemática e da Linguística Textual. A este projeto maior, outros estão a ele vinculados, sejam como desdobramentos de seus resultados, traduzidos em ações de ensino e/ou extensão (subprojetos, atividades de disciplinas na graduação e pós-graduação etc.), sejam como consequência de novas interrogações com foco em temas atinentes ao seu escopo, corporificados em subprojetos de pesquisa.

As ações que envolvem diretamente a prática pedagógica em matemática, que pisam o chão da sala de aula, possuem como perfil a intervenção mediada por sequências didáticas, como instrumento para produção de dados ou mesmo como ação para mudança sobre a realidade deste espaço. É assim que nasce a concepção dos "Cadernos Ler para aprender matemática", que visam reunir o material produzido no âmbito destas ações.

As sequências didáticas, embora possam vir a ter ligeiras diferenças, apresentam as atividades organizadas em uma estrutura modular:



Inicialmente, cabe uma apresentação do material a ser estudado, para que os alunos possam ter uma visão geral do texto, com foco em uma leitura prazerosa e interativa e desprendida de tarefas. O módulo da *Resolução de problemas* está reservado ao trabalho com a interpretação do texto, a partir da estratégia pedagógica específica da abordagem. O módulo da *Produção da definição ou conceito* tem o objetivo de promover uma formalização da compreensão tendo em vista o tema explorado nas atividades anteriores. O módulo da *Compreensão da técnica* é reservado ao processo de algoritmização das estratégias mobilizadas na resolução dos problemas. Por fim, o módulo dos *Exercícios de fixação* devem levar os discentes ao treino do algoritmo, habilidade essencial para que possam acessar a outros conhecimentos matemáticos menos elementares.

Sem a pretensão deste material ser compreendido como um manual para dar aula de matemática, esperamos fomentar práticas pedagógicas exitosas em matemática nos diferentes níveis da escolaridade, principalmente na educação básica.

Prof. Dr. Ronaldo Barros Ripardo
Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará

INTRODUÇÃO

Lins e Gimenez(1997) afirmam que talvez a melhor perspectiva para o século XXI seja aquela que nos permita viver em um mundo de transformações constantes e rápidas. Em vez de conteúdos apenas, é preciso desenvolver a capacidade para aprender e compreender. Essas transformações que permitimos acontecer, não devem, portanto, estarem presas a fórmulas e regras existentes nos teoremas. Mais que desenvolver a capacidade de aprender e compreender, devem tornar mais aceitável a forma de expressar justificativas produzidas por meio do conhecimento. A compreensão do aluno do que é e qual o papel das atividades algébricas perpassa pela do que é igualdades até que se chegue às equações, com a possibilidade de ser capaz de utilizá-las na prática ou em outras circunstâncias. Esse aprendizado acontece de forma contínua e progressiva e requer ferramentas que possibilitem seu desenvolvimento. Assim, é importante que as práticas pedagógicas em matemática se utilizem de abordagens adequadas a esse propósito.

Esta sequência didática, organizada de modo a contemplar também habilidades e competências previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017), busca coadunar-se a estas práticas pedagógicas, uma vez que é pautada em atividades de leitura a partir da obra 'Joãozinho no país da Álgebra' (RIPARDO, 2017). É um produto educacional desenvolvido a partir do Trabalho de Conclusão de Curso de Resplandes (2020), que teve como objetivos analisar a produção de crenças-afirmações iniciais em estratégias de leitura envolvidas na resolução de situações problemas e descrever como as justificativas produzidas para estas crenças podem promover o aperfeiçoamento de habilidades do pensamento algébrico. Resultados mostram que inicialmente os alunos tendem a apresentar crenças-afirmações e justificativas genéricas e superficiais, mesmo utilizando sentenças matemáticas. Com o desenrolar das atividades, as justificativas apresentadas apontam para uma maior consistência das crenças, argumentando em favor de um raciocínio que apresenta um aperfeiçoamento de habilidades referentes ao pensamento algébrico, como noção de equivalência e representação de situações problemas na linguagem da álgebra.

AUTORES

Weslley Resplandes de Souza
Tem experiência com a docência de matemática no Programa Novo Mais Educação, do Governo Federal, e também no ensino regular na educação básica. Concluiu o curso de Matemática (Licenciatura) no ano de 2020 pela Universidade Federal do Pará (UNIFESSPA).

Ronaldo Barros Ripardo
É graduado em Letras (UFPA) e em Matemática (UEPA), mestre em Educação em Ciências e Matemática (UFPA) e doutor em Educação (USP). É professor da Universidade Federal o Sul e Sudeste do Pará (UNIFESSPA), vinculado ao Instituto de Ciências Exatas (ICE), atuando junto à Faculdade de Matemática (FAMAT) e ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM). Na graduação, tem ministrado disciplinas da área de educação matemática, além das práticas pedagógicas, estágio supervisionado e leitura e produção textual. Atua nas linhas de pesquisa processos cognitivos e linguísticos em educação matemática, linguística textual e ensino e aprendizagem de matemática.

Enchendo e Secando Garrafas

1 Unidade temática

1.1 Matemática

- Propriedades da igualdade
- Equações polinomiais do 1º grau

1.2 Língua portuguesa

- Reconstrução da textualidade e compreensão dos efeitos de sentidos provocados pelos usos de recursos linguísticos e multissemióticos;
- Adesão às práticas de leitura;
- Relação entre textos.

2 Competências

2.1 Matemática

- Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
- Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

2.2 Língua portuguesa

- Envolver-se em práticas de leitura literária que possibilitem o desenvolvimento do senso estético para fruição, valorizando a literatura e outras manifestações artístico-culturais como formas de acesso às dimensões lúdicas, de imaginário e encantamento, reconhecendo o potencial transformador e humanizador da experiência com a literatura.

3 Habilidades

3.1 Matemática

- Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar para construir a noção de equivalência (EF06MA14).
- Estabelecer leis matemáticas, utilizando diferentes representações gráficas e simbólicas, que expressem a relação de interdependência entre grandezas para resolver problemas por meio de equações e equações.

- Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.

3.2 Língua portuguesa

- Analisar, em textos narrativos ficcionais, as diferentes formas de composição próprias de cada gênero, os recursos coesivos que constroem a passagem do tempo e articulam suas partes, a escolha lexical típica de cada gênero para a caracterização dos cenários e dos personagens e os efeitos de sentido decorrentes dos tempos verbais, dos tipos de discurso, dos verbos de enunciação e das variedades linguísticas (no discurso direto, se houver) empregados, identificando o enredo e o foco narrativo e percebendo como se estrutura a narrativa nos diferentes gêneros e os efeitos de sentido decorrentes do foco narrativo típico de cada gênero, da caracterização dos espaços físico e psicológico e dos tempos cronológico e psicológico, das diferentes vozes no texto (do narrador, de personagens em discurso direto e indireto), do uso de pontuação expressiva, palavras e expressões conotativas e processos figurativos e do uso de recursos linguístico-gramaticais próprios a cada gênero narrativo (EF69LP47).

4 Pré-requisitos

Conhecimento sobre:

- Operações envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão;
- Operadores de comparação: maior (>), menor (<), igual (=) e diferente (≠);
- Leitura de textos ficcionais;
- Reconhecimento de expressões algébricas;

5 Recursos

- Apagador;
- Borracha;
- Caneta;
- Lápis;
- Lousa;
- Obra 'Joãozinho no país da Álgebra';
- Papel A4;
- Pasta presilha;
- Perfurador;
- Pincel para lousa;
- Outros.

6 Desenvolvimento

- Apresentar aos alunos o perfil geral das atividades que serão desenvolvidas nas próximas aulas.
- É importante deixá-los cientes da natureza das atividades, que se diferencia um pouco das que estão habituados a realizarem.

Módulo 1: Introdução ao estudo da obra

- Introduzir os estudos da obra "Joaozinho no País da Álgebra" buscando uma compreensão geral da trama da estória, com foco em uma leitura prazerosa e interativa.
- Solicitar aos alunos que formem duplas entre si.
- Disponibilizar a introdução do livro para cada dupla.
- Delimitar um período de no máximo 15 minutos para leitura e familiarização com o tema.
- Discutir com a turma algumas questões acerca da parte lida (Atividade 1).

<u>Atividade 1</u>: Interpretação da introdução da obra

- Desenvolver o estudo a partir de questionamentos como:
  a) Quem é o personagem principal da estória?
  b) Que sentimento ele experimentava em relação à matemática?
  c) Você compreendeu alguma das inquietações matemáticas de Joãozinho?
  d) O que era a religião matemática?
  e) Por que o apelido do professor era Guilhotina? Você achou apropriado?
  f) Qual era a oportunidade que Joãozinho gostaria de ter e por quê?
  g) O que era o gomo azedo da matemática? Por que?
  h) Em sua opinião, como ele foi parar no país da matemática?
  i) Qual a impressão que ele teve do local?
  j) O que você acha que vai acontecer no País da Matemática?
- Informar aos alunos que será lido o primeiro capítulo da obra, "Lanchando com expressões algébricas".
- Disponibilizar o capítulo para cada dupla.
- Informar que terão o tempo máximo de 20 minutos para leitura.
- Mediar o estudo com perguntas orais sobre o que compreenderam no texto (Atividade 2).

<u>Atividade 2:</u> Interpretação do episódio "Lanchando com expressões algébricas"

- Desenvolver o estudo a partir de questionamentos como:
  a) Qual o método utilizado pelos professores X e Y para descobrir a quantidade de lanche que os alunos comeram?
     - O que você achou do método empregado?
     - O que você entendeu ser uma expressão algébrica?
  b) Iniciar a próxima atividade sem informar que se trata de uma similar à que farão a posteriori.

<u>Atividade 3:</u> Produção de inferências

- Entregar o texto do parágrafo 5, p. 7, do episódio "Lanchando com expressões algébricas", com algumas partes omitidas (as que estão em destaque).

— Nas expressões algébricas nem sempre podemos somar dois ou mais termos dela e obter um único valor. Apenas podemos fazer isto caso representarem a mesma coisa ou o mesmo objeto. 2P + 5P é o mesmo que 7P, pois se está somando quantidades de pães. Mas 2P + 3S não é possível encontrar um único termo, porque se está somando a quantidade de unidades de pães com as de suco. Portanto, Marcos, Joãozinho e Paulo comeram juntos 7 pães de queijo (7P) mais 5 sucos (5S) mais 3 pacotes de bolachas (3B). Compreendido, turma?

- Será uma atividade preparatória para as do próximo módulo.

- Solicitar que preencham as lacunas.
- Perguntar se é possível lembrar o texto que foi omitido.
- Indagar se é possível sugerir uma escrita a partir da realização de inferências.
- Questionar se a retomada de informações em partes anteriores do texto torna possível a recapitulação de informações e/ou a realização de inferências.
- Ao final da conversação a turma deverá ter familiaridade com a trama da obra e estarem instigados a saberem o que acontece nos outros capítulos.

Módulo 2: Resolução de problemas

- Explicar detalhadamente o que se espera neste módulo, que é interpretar o texto e resolver as lacunas de acordo com o roteiro de perguntas, similar ao que fizeram na Atividade 3.
- Explicar que nas lacunas estão situações problemas e que a resolução de algumas delas implica nas respostas a serem dadas a outras que estão nas linhas seguintes.
- Informar a dinâmica das próximas atividades:
  - as linhas do texto estão enumeradas para permitir a localização de determinadas informações ao longo das atividades;
  - o processo de resolução envolve 3 momentos:
    - ✓ as duplas responderão ao problema na coluna da direita, chamada ‘resposta inicial’, e na coluna da esquerda, ‘justificativa’, deverão explicar o raciocínio empregado para dar a resposta. Ou seja, como chegaram à resposta dada;
    - ✓ após esse momento, haverá um processo de socialização das respostas dadas, para identificarem se todos encontraram a mesma resposta ou se há divergências. Caso existam, ver se há a possibilidade de chegar a um consenso, ou seja, se a turma concorda com a resposta de alguma dupla como a que é a correta ou mais adequada. Se houver esse consenso, deverão escrever a resposta dessa na parte do cartão respostas denominando ‘resposta final’. Todavia, caso não se chegue a um consenso, a dupla deverá reunir-se novamente e escreverem uma nova resposta, na parte ‘segunda resposta’, se entenderem que a resposta dada inicialmente não possa ser por eles considerada correta.
    - ✓ por último, farão novo momento de socialização para discutirem a segunda resposta das duplas. É o momento de optar por uma resposta que seja a mais adequada para o problema. Note que não se trata do mesmo texto, mas sim de um raciocínio que possa ser o mesmo em várias duplas, mas com a escrita diferente. Essa resposta irá para o campo ‘resposta final’ e também para o texto da estória. Ou seja, deverão completar no texto recebido.
  - as situações problemas serão denominadas P1, P2 etc.
  - as respostas dadas em cada momento (resposta inicial e segunda resposta) não podem ser apagadas caso a dupla considere após as discussões que estejam erradas.
- Averiguar se todos compreenderam o que foi solicitado.
- Disponibilizar uma cópia do capítulo ‘Enchendo e secando garrafas” a cada dupla.
- Solicitar que alguns alunos expliquem o que entenderam acerca do problema apresentado na situação.
- Solicitar que façam uma leitura em dupla, de todo o texto
- Informar que devem prosseguir com a leitura mesmo que tenham dificuldade em algum momento devido à omissão de algumas partes existentes no texto.
- Fazer uma discussão geral após essa primeira leitura (Atividade 4).

<u>Atividade 4:</u> Roteiro para explorar o capítulo 'Enchendo e secando garrafas"

a) Algum aluno já estudou ou já teve contato em algum momento anterior com o tema?
b) É possível identificar o tema geral do episódio?
c) É possível compreender algo ou chegar a alguma conclusão acerca do episódio?
d) Ficaram com alguma curiosidade para compreender alguma parte específica do episódio?
e) Preencher as lacunas das linhas 21 e 22.

- Iniciar a resolução das situações problemas, atentando para as seguintes ações, dentre outras:
    - entregar o cartão respostas;
    - circular pela sala e tentar identificar que estratégias estão sendo mobilizadas pelos alunos;
    - perguntar se sabem o que fazer para encontrar uma resposta para o problema;
    - instigar que escrevam a sequência de passos, ou a justificativa, ao encontrarem uma resposta;
    - os questionamentos (a, b, c...) levantados para cada uma das situações problemas visam indicar caminhos para que encontrem a resposta. É desejável que sejam usados a partir do segundo momento (para a segunda resposta), uma vez que a resposta inicial deve mostrar os primeiros raciocínios deles;
    - para cada um destes questionamentos, há o levantamento de hipóteses para o que eventualmente possa acontecer. Caso ocorram, ver os caminhos possíveis a serem tomados;
    - evitar ao máximo possível dar as respostas.
    - buscar conduzi-los a encontrarem-nas empregando raciocínio matemático e interpretação do texto.

<u>Situação Problema 1:</u> Por que se colocar mais 4 copos de água na garrafa da esquerda ela ainda continuará com menos água do que a garrafa da direita? (p. 1, L28-30).

<u>Situação Problema 2</u>: O que acontece se acrescentar-se mais 4 copos de água na garrafa "B"? (p. 3, L57).

<u>Situação Problema 3</u>: Represente a compreensão de Marcos expressa nas linhas 61 a 63. (p. 4, L67).

<u>Situação Problema 4</u>: O que fazer para descobrir a quantidade desconhecida de água que uma das garrafas teria a mais que a outra? (p. 4, L92-93)

<u>Situação Problema 5</u>: Represente o raciocínio de Joãozinho expresso nas 96 e 97. (p. 5, L101)

<u>Situação Problema 6</u>: Como Marcos demonstrou outra maneira possível de deixar as garrafas com a mesma quantidade de água? (p. 5, L113-116)

<u>Situação Problema 7</u>: Qual teria sido a outra sentença expressa por Marcos? (p. 5, L128)

<u>Situação Problema 8</u>: Qual a representação feita por Maria na lousa para a solicitação do Professor

Y? (p. 6, L133)
<u>Situação Problema 9</u>: Qual a explicação dada por Joãozinho para provar que A-30c=B-22c estava correta? (p. 6, L160-161)

- Iniciar o processo de síntese do que foi estudado.

<u>Atividade 5:</u> Revisão do episódio
- Fazer uma leitura de todo o episódio. Dessa vez, com as lacunas preenchidas.
- Promover uma síntese oral da trama do episódio:
  a) o que aconteceu ao início?
  b) como os professores conduziram à aula?
  c) qual o momento que mais chamou a atenção de cada aluno em relação aos fatos do episódio?
  d) gostaram do episódio? por que?

<u>Atividade 6:</u> Reflexão sobre o episódio
- Fazer uma síntese, em forma de texto, do que aprenderam com o episódio a partir das situações problemas exploradas. Para isto, pensar em questões levantadas pelo roteiro abaixo:
  a) o que é uma equação?
  b) como proceder para encontrar o valor desconhecido em uma equação?
  c) o que significa o resultado encontrado na resolução de uma equação?
  d) ao utilizar o termo 'porque' em um texto, que efeito de sentido se espera produzir?
  e) o que dizer em relação ao termo 'pois''?

Módulo 3: Produção da definição

- Proporcionar a elaboração de uma definição para equação, para que possa ser acessada pelo aluno ao longo das atividades futuras sempre que necessário.
- Frisar que a apropriação desta definição é uma síntese matemática que representa o fenômeno estudado ao longo do episódio e que assim como este caso serve para representar muitas outras. Porém, nem todas são relacionadas a casos como o das garrafas.

<u>Atividade 7:</u> Conceito de equação
- Apresentar o conceito de equação.

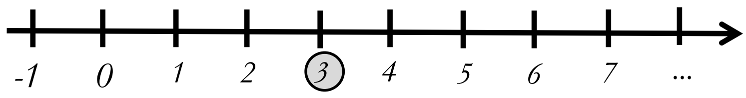
✓ caso alguma dupla ou aluno tenha produzido na atividade anterior uma definição correta e consistente, do ponto de vista da matemática, para equação, seria importante pedir para que compartilhe com a turma e, então, com ou sem ajustes, adotá-la como o conceito.

✓ caso não tenha a resposta nestes moldes, pode-se dar o conceito, escrevendo na lousa e explorando, se possível, a reta numérica.

Equação é toda sentença matemática aberta que exprime uma relação de igualdade.

Ex. $\underbrace{3x + 6}_{1^o\ membro} = \underbrace{2x + 9}_{2^o\ membro}$

Solução: $x = 3$.



- ✓ se necessário, retomar ao conceito de expressões algébricas.
- ✓ discutir o que é uma sentença matemática aberta.
- ✓ explicar que a solução é o conjunto de valores que satisfaz à condição de igualdade dada inicialmente, que no caso em questão, significa que é número 3.
- ✓ promover à interpretação da reta numérica, explicando a solução (ex. 5 faz parte do conjunto solução? E 10?).
- ✓ solicitar escrevam no caderno o conceito, solução e a reta numérica.
- Verificar se o conceito foi aprendido por meio de exercício de fixação.
- Ficar atento aos problemas e dificuldades que possam apresentar ao fazerem a lista de exercícios.

Atividade 8: Exercício de reconhecimento de equação.

- Escreva um texto apontando quais das expressões abaixo são e quais não são equações. Além disso, justifique o porquê, tanto das que são como das que não são.
  a) $q-6 < q-5$
  b) $(r-3)\cdot s = s2$
  c) $74 = -2t$
  d) $4x+2x-7x \leq 16-5x$
  e) $74 > -2t$
  f) $12x+x2 \neq 12$
  g) $144 \geq 12x + 7$
  h) $15 = 10$

Módulo 4: Compreensão da técnica de resolução

- Iniciar o estudo da técnica de resolução de uma equação.
- Revisar os passos da resolução da equação do episódio 'Enchendo e secando garrafas'.
- O objetivo é que o aluno perceba que o rito da resolução é uma aplicação da regra de equivalência.

Atividade 9: Compreensão de regularidades da técnica de resolução da equação

- Escrever a resolução abaixo da equação 3x+6=2x+9, mas apenas a da coluna da esquerda.

$3x + 6 = 2x + 9$	$3x + 6 = 2x + 9$	$3x + 6 = 2x + 9$
$3x\mathbf{-2x}+ 6 = \cancel{2x-2x} + 9$	$3x\mathbf{-2x}+ \cancel{6-6} = \cancel{2x-2x} + 9\mathbf{-6}$	$3x\mathbf{-2x}+ 6-6 = 2x-2x + 9\mathbf{-6}$
$x + 6 = 0x + 9$	$3x-2x+ 0-6 = 0x-2x + 3$	$x = 3$
$x + 6 = 9$	$x = 3$	
$x + \cancel{6-6} = 9\mathbf{-6}$		
$x + 0 = 3$		
$x = 3$		

- O que acontece na segunda e quinta linhas da resolução?
- ✓ É esperado que reconheçam que é a inserção dos termos -2x e -6, em ambos os membros da

equação.
- ✓ Caso não reconheçam, apontar para os termos em destaque.
- Por que isto acontece?
- ✓ É esperado que respondam que é para preservar o princípio da equivalência.
- ✓ Caso não lembrem, deixar claro à turma.
- Não poderia ter parado a resolução na terceira linha?
- ✓ O objetivo é levar à compreensão do procedimento da resolução de uma equação.
- ✓ Destacar que a resolução só se encerra ao encontrar a solução e isto não aconteceria se tivesse parado na terceira linha.
- ✓ Traduzir que, em termos práticos, significa que a incógnita deve ficar 'isolada' em um dos membros da equação, fato que ainda não ocorrera devido no primeiro membro estar o x e o 9.
- Desafiar a fazerem a mesma resolução, mas desta vez inserindo também o -6 já na segunda linha.
- Acompanhar a resolução de modo que fique similar à da coluna da direita.
- Pedir que um aluno faça na lousa (sem os traços nos termos que se anulam).
- Indagar, dentre as duas, qual a mais sintética e prática, no sentido de economia de espaço e tempo, para encontrar a solução.
- Deixar claro, todavia, que cada um deve proceder à resolução utilizando a forma que sentir-se mais à vontade para usar.
- Escrever mais duas equações, $4x-2=3x+1$ e $10x+20=9x$.
- Solicitar que resolvam as duas aplicando o procedimento de resolução igual ao da segunda coluna para a primeira equação.

$$\begin{array}{lll}
\text{(a)} & 3x + 6 = 2x + 9 & \qquad 3x + 6 = 2x + 9 \\
& 3x\mathbf{-2x} + \cancel{6\mathbf{-6}} = \cancel{2x\mathbf{-2x}} + 9\mathbf{-6} & \qquad 3x\mathbf{-2x} = 9\mathbf{-6} \\
& x + 0 = 0 + 3 & \qquad x = 3 \\
& x = 3 &
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
\text{(b)} & 4x - 2 = 3x + 1 & \qquad 4x - 2 = 3x + 1 \\
& 4x\mathbf{-3x}\ \cancel{-2\mathbf{+2}} = \cancel{3x\mathbf{-3x}} + 1\mathbf{+2} & \qquad 4x\mathbf{-3x} = +1\mathbf{+2} \\
& x = +1\mathbf{+2} & \qquad x = 3 \\
& x = 3 &
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
\text{(b)} & 10x + 20 = 9x & \qquad 10x + 20 = 9x \\
& 10x\mathbf{-9x}\ \cancel{+20\mathbf{-20}} = \cancel{9x\mathbf{-9x}}\ \mathbf{-20} & \qquad 10x\mathbf{-9x} = \mathbf{-20} \\
& x = \mathbf{-20} & \qquad x = \mathbf{-20}
\end{array}$$

- Em seguida, chamar a atenção para os termos que se anulam (os que estão com um traço).
- ✓ Sabendo que os termos se anulam, não seria possível economizar ainda mais tempo e espaço no processo de resolução não escrevendo estes termos que se anulam?
- ✓ Escrever na lousa a resolução da terceira coluna para a equação (a).
- ✓ Desafiar a resolverem as equações (b) e (c) aplicando a mesma técnica utilizada na terceira coluna para a equação (a).
- Instigar a entenderem que, devido aos termos se anularem na segunda linha da resolução, pode ser mais prático e tornar mais limpa a resolução não escrevendo tais termos, uma vez que já se sabe que vão resultar em zero.
- Em hipótese alguma se deve falar que um termo muda de membro ou "de lado" trocando de sinal.
- Deixar claro que devem utilizar a resolução em que sentirem maior confiança.

- Por último, solicitar que escrevam um texto explicando como é a técnica de resolução de uma equação.

Módulo 5: Exercícios e atividades de fixação

- Iniciar o processo de aplicação dos conhecimentos até então estudados tanto para a resolução de problemas quanto para a de exercícios.

Atividade 10: Encontre o conjunto solução, no conjunto N, para as equações abaixo:

a) $4+3x = 6+2x$
b) $9x+6x-8 = 14x+14$

Resolução da questão (a):
$4-4+3x-2x = 6-4+2x-2x$
$x = 2$
Resposta: $S = \{x=2\}$ *ou* $S = \{2, 3, 4... \}$

Resolução da questão (b):
$9x+6x-8 = 14x+14$
$15x-8 = 14x+14$
$15x-14x-8+8 = 14x-14x+14+8$
$x = 22$
Resposta: $S = \{x=22\}$ *ou* $S = \{22, 23, 24, 25... \}$

Atividade 11 (Exercícios Mundo Educação): Uma empresa que trabalha com cadernos tem gastos fixos de R$ 400,00 mais o custo de R$ 3,00 por caderno produzido sabendo que cada unidade será vendida a R$11,00. Quantos cadernos deverão ser produzidos para que o valor arrecadado supere os gastos?

Resolução:
- ✓ *Primeiramente, monte a equação que representa a situação acima.*
- ✓ *Lembre-se de que o custo de produção varia de acordo com a quantidade de cadernos produzidos (3x) e que o gasto fixo (400) deve ser apenas somado a essa variação: 3x + 400.*
- ✓ *Temos que calcular quantos cadernos devem ser produzidos para que os custos fiquem maiores que a arrecadação nas vendas. Logo, teremos:*

$11x = 3x+400$
$11x - 3x = 400$
$8x = 400$
$x = 400 \div 8$
$x = 50$
Ou seja, terão que ser produzidos pelo menos 50 cadernos.
Resposta: Para que o valor arrecadado não seja menos que os gastos terão que ser produzidos pelo menos 50 cadernos.

Atividade 12: Explique quais números não fazem parte do conjunto solução da equação $3x+7 = 2(x+ 4)+1$.

Resolução:

$3x+7 = 2(x+4)+1$

$3x+7 = 2x+8+1$

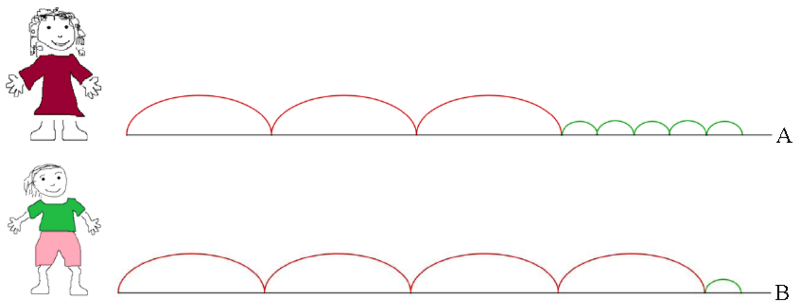
$3x+7 = 2x+9$

$3x-2x+7-7 = 2x-2x+9-7$

$x = 2$

Resposta: 2 é a raiz da equação. Logo, qualquer número diferente de 2 não faz parte do conjunto solução para a situação problema

Atividade 13 (Ponte): Numa atividade de Educação Física, o professor propôs aos seus alunos realizar dois tipos diferentes de percurso sobre uma linha com o mesmo comprimento, um constituído por saltos (todos com o mesmo comprimento) e outro por passos (também todos com os mesmo comprimento). A Anabela fez o percurso A e a Beatriz fez o percurso B:



A quantos passos corresponde todo o percurso?

Obs. A resolução pode envolver pelo menos dois métodos. Ficar atento para que não tolha a criatividade dos alunos exigindo que façam apenas usando equação.

Resolução 1:

- ✓ *Recorrendo à linguagem algébrica, a situação pode ser traduzida por uma equação.*
- ✓ *Como o problema requer descobrir o total de passos do percurso, é necessário descobrir primeiramente quantos passos equivale a 1 salto.*
- ✓ *Assim, a expressão que representa o percurso A é $3x+5$ e o percurso B é $4x+1$. Logo, teremos:*

$4x+1 = 3x+5$

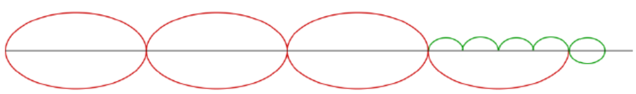
$4x-3x+1-1 = 3x-3x+5-1$

$x = 4$

Resposta: Como cada salto equivale a 4 passos, o percurso todo mede 17 passos.

Resolução 2:

- ✓ *Parte do percurso em A e em B é igual.*
- ✓ *O professor pode pedir aos alunos que marquem ambos os percursos numa reta de modo a facilitar o estabelecimento de relações entre eles, como mostra a figura abaixo.*



✓ *Comparando os dois casos, verifica-se que um salto equivale a quatro passos.*

Resposta: Com esta informação pode-se indicar que cada percurso corresponde a dezessete passos no total.

7 Avaliação

- A avaliação será contínua, em cada etapa das aulas.
- Análise do material produzido pelos alunos, incluindo as conversações orais e os portfólios escritos.
- Participação dos alunos em cada tarefa desenvolvida como na resolução de exercícios e situações problemas, tanto na lousa quanto no papel.
- Analisar as justificativas descritas pelos educandos em relação as respostas encontradas.
- Análise das questões avaliativas do módulo Exercício de fixação.
- Frequência às aulas, o que permitirá identificar se a ausência em alguma delas implica na dificuldade para fazer determinadas atividades e, a partir disso, fazer os ajustes necessários à situação.
- Estabelecer métricas para cada grupo de atividades, a depender de como está inserida a sequência didática dentro das demais atividades do bimestre.

8 Referências

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 30 de Abril de 2019.

COELHO. G. J. **Equação polinomial**: um métodoalternativo de resolução. Rio de Janeiro: UENF, 2016. Disponível em: http://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/25112016Gilberto-Jardim-Coelho.pdf. Acesso em 17 de Maio de 2019.

MUNDO EDUCAÇÃO. **Exercícios resolvidos sobre equações do primeiro grau**. Disponível em: <https://exercicios.mundoeducacao.bol.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-inequacoes-primeiro-grau.htm#resposta-3855>. Acesso em: 18 de Maio de 2019.

PONTE, J. P; BRANCO, N; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. 2009.

RIPARDO, R. B. (Org). **Joãozinho nos pais da Álgebra**. São Paulo: CRV, 2017.

RIPARDO, R. B. Caderno de atividades. In: _______. **Escrever bem para aprender matemática**: tecendo fios para um aprendizagem matemática escolar. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

9 Apêndice

Apêndice 1: Episódio 'Enchendo e secando garrafas', da obra 'Joãozinho no País da Álgebra', adaptado
Apêndice 2: Cartão respostas
Apêndice 3: Ficha avaliativa

Apêndice 1: Episódio 'Enchendo e secando garrafas', da obra 'Joãozinho no País da Álgebra', adaptado

Joãozinho no País da Álgebra 1

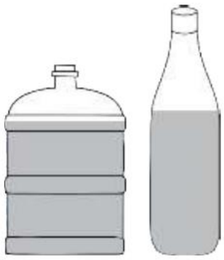
Enchendo e secando garrafas

Joãozinho e seus colegas estavam felizes, comentavam tudo que já tinham aprendido no país da álgebra, quando entram na sala os professores X e Y.

— Como estão todos? Animados para mais uma viagem pela álgebra?

Após alguns minutos conversando com os alunos, os docentes deram início ao estudo do assunto do dia.

— Observem estas duas garrafas — disse a professora X apontando para a lousa.



— Estas duas garrafas podem armazenar a mesma quantidade de água. Porém, no momento, cada uma delas possui uma quantidade distinta. Para encher a da esquerda é preciso mais 18 copos de agua. Para encher a da direita são necessários mais 10 copos.

— O que vocês podem falar sobre esta situação? — perguntou o professor Y.

Os alunos ficaram pensativos por um momento.

— Na garrafa da direita tem mais água do que na da esquerda.

— Joãozinho, como você tem certeza do que está dizendo? — questionou a professora X.

— Podemos ver no desenho — sugeriu Maria.

Marcos, complementou:

— É porque falta mais água para encher a garrafa da esquerda do que para encher a garrafa da esquerda, ou seja, faltam ____ copos, para a primeira e apenas ____ copos para a segunda.

Antônio, que até então só observava a discussão, propôs:

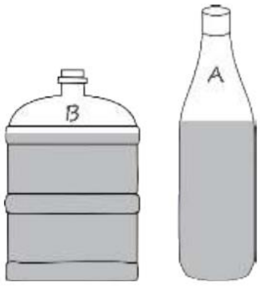
— Se colocarmos mais quatro copos de água na garrafa da esquerda, ainda assim ela continuará com menos água do que a garrafa da direita.

— Mas, por quê? — perguntou Joãozinho com expressão de quem não havia entendido o que o colega falara.

— Ora, Joãozinho, porque ____________________ . P1

Portanto, a garrafa da direita ainda continuará com mais água do que a garrafa da esquerda! — explicou Antônio, bastante estudioso e muito interessado pelas aulas de matemática, mais do que em outras disciplinas.

— Muito bem! Para facilitar nossa compreensão, vamos introduzir a seguinte notação: chamaremos a garrafa da esquerda de "B" e a da direita de "A" e o copo de "c".

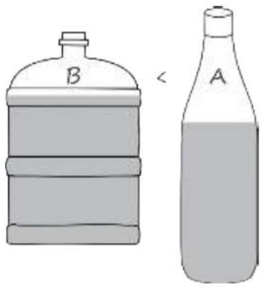


— Assim, segundo a fala de vocês, podemos considerar que ? — continuou o professor Y.

— Quem de vocês pode representar matematicamente o que o professor Y acabou de falar? — perguntou X.

— Eu posso.

Joãozinho vai até a lousa e escreve:



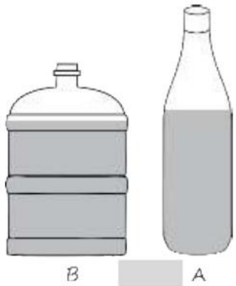
— E você, Antônio, entendeu o que Joãozinho fez?

— Não, professor! — respondeu o aluno, serenamente. — O senhor poderia explicar melhor?

— Sim. A garrafa da esquerda, que chamamos de B, tem menos água do que a da direita, que chamamos de A. Então, se substituirmos os desenhos das garrafas pelas letras que as representam, como ficaria?

Os alunos se entreolharam, e continuaram com jeito de que não compreenderam muito bem a explicação do professor.

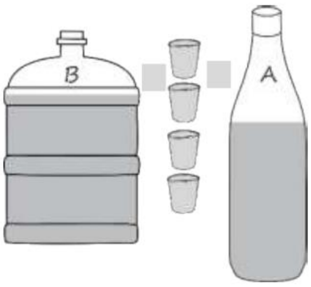
O professor Y novamente foi até a lousa e desenhou:



— Ah, professor! Agora entendemos — disseram vários alunos ao mesmo tempo.

A professora X continuou:

— Antônio, você falou que se acrescentarmos 4 copos de água na garrafa "B" ela . Sendo assim temos: P2



– Como ficaria essa afirmação em linguagem matemática?

Marcos escreveu na lousa:

— Agora eu entendi. Então posso dizer que se colocarmos 8 copos de água na garrafa "B" ficarão faltando 10 copos para enchê-la, que quer dizer a mesma quantidade que a garrafa "A".

O professor Y, não escondendo sua expressão de contentamento, desafiou:

— Quem poderia representar na lousa isto que Antônio falou?

Larissa, sempre muito atenta, foi até à lousa e desenhou:

P3

— Quem poderia escrever em linguagem matemática?

Foi a vez de Pedrinho e Marcos expressarem o que tinham compreendido.

=

A=

Para demonstrar sua compreensão, Antônio também escreveu:

=A

— Vocês querem dizer que isto tudo representa o mesmo desenho?

— Claro que sim, Joãozinho! — explicou Pedrinho. — 8c+B=A significa que se colocarmos mais 8 copos de água na garrafa "B", ela ficará com a mesma quantidade de água da garrafa "A".

— É a mesma coisa de dizer que garrafa "A" é igual à garrafa "B" acrescida de mais oito copos de água — justificou Marcos.

— E que a Garrafa "B" mais 8 copos de água é igual à garrafa "A" — complementou Antônio.

— Exatamente! — confirmou a professora X.

Ana, um pouco confusa, pergunta:

— Como eu faço para saber quantos copos de água a garrafa "A" tem a mais do que a garrafa "B"?

Diante do questionamento, a professora X olhou para os outros alunos e perguntou:

— O que vocês podem dizer como resposta para a Ana?

— É simples! — respondeu Joãozinho. — Basta você fazer a conta , que vai dar .

— Concordas, Ana? — perguntou a professora X.

— Sim, professora.

— Mas suponham que vocês não soubessem quanto de água a garrafa "A" teria a mais que a "B". Como fariam, neste caso, para descobrirem a resposta?

— É só . Certo, professora? — indagou Antônio. P4

— Certo! — confirmou a professora. — O que isto quer dizer, Marcos?

— O que o Joãozinho quis dizer é que , ou seja, .

— Resposta correta. Como poderíamos representar o que você acaba de falar?

Antônio, mais que rápido, desenhou:

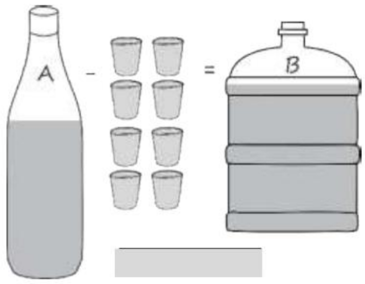
P5

— Entendeste, Maria? — perguntou Y.

— Sim. Se tirarmos 8 copos de água da garrafa "A", ficarão faltando 18 copos de água para encher a garrafa "A" e 18 para encher a garrafa "B".

Pedrinho, que observava caladinho e com bastante atenção, interferiu.

— Professora, o que a Maria falou é o mesmo que A-8c=B? — e, rapidamente vai ao quadro para desenhar o que acabara de afirmar.



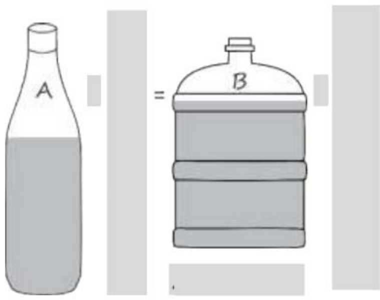
— Sim, Pedrinho! Parabéns, vocês entenderam.

— Marcos, alguma dúvida?

— Não, professor!

— Vocês saberiam demonstrar outra forma de deixar as garrafas com a mesma quantidade de água? – insistiu o professor Y.

— Sim! — respondeu Marcos. — Se retirarmos , ficarão faltando e, se acrescentarmos , também faltarão . Assim, temos que . P6



— Muito bom, Marcos! — elogiou o professor Y.

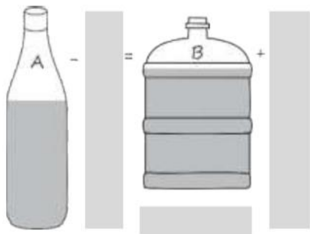
— Ainda existem possibilidades da garrafa "B" ficar com a mesma quantidade da garrafa "A"?

— Claro que sim. — respondeu Pedrinho, cheio de entusiasmo. — Para isto, basta tirar 2 copos de água da garrafa "A" e acrescentar mais 6 na garrafa "B".

— Entendi. Deste modo, teremos A-2c=B+6c. Está certo, professora?

— O que você acha, Antônio? — pergunta X.

— Eu acho que está correto. — opinou Marcos. — como também acho que . P7



— Maria, o que dizes?

— Eu concordo, professor!

— Você poderia nos mostrar outro exemplo? — perguntou o professor Y dirigindo-se à Gabriela.

— Posso sim. — afirma categoricamente a garota, indo até à lousa.

P8

— O que a Gabriela fez está certo? – questionou X.

Os alunos analisaram em silêncio a ideia de Maria e responderam:

— Está sim.

— Parabéns, vocês são muito inteligentes! — elogiou a turma o professor Y.

— Estão gostando do país da álgebra? — perguntou a professora X.

Bastante animados, todos os alunos, ao mesmo tempo, afirmaram que sim, enquanto que, ainda curioso, Joãozinho perguntou:

— Como se chama este tipo de conta?

— Eu já esperava que alguém fizesse esta pergunta. — falou o professor Y. — Isto se chama .

— Por que ? — perguntou Maria.

A professora X prontamente respondeu:

— A álgebra tem como um de seus objetivos ajudar o homem solucionar problemas que envolvam valores desconhecidos, os quais são traduzidos em linguagem matemática e que se utiliza letras do alfabeto para representar tais valores. A partir de princípios matemáticos pode-se traduzir a relação que existe entre os valores conhecidos e desconhecidos através de uma expressão matemática. Algumas destas expressões podem ser uma , tema de alguns de nossos passeios futuros.

— Para finalizar nosso maravilhoso passeio quero convidar o Joãozinho e a Larissa para escreverem mais duas sentenças envolvendo estas que fizemos até agora , ou seja, com A e B.

Joãozinho escreveu A-30c=B-22c.

— Está correto? — perguntou a professora X dirigindo-se à turma.

— — afirmaram os colegas de Joãozinho.

— Por que? — indagou a professora.

— Porque . Portanto, — explicou Joãozinho. P9

— Parabéns, estão certos em suas respostas — elogiou X.

— Agora é sua vez, Larissa. — Falou o professor Y olhando para a aluna.

Meio tímida, Larissa escreveu A-200C=B-192C. Olhou para os professores e para os colegas e aguardou o veredito.

Os professores acenaram positivamente para a aluna, deixando claro, com isto, que o que a aluna escrevera estava correto.

Tais gestos marcaram o encerramento de mais um dia de passeio pelo País da Álgebra.

Apêndice 2: Cartão respostas

<table>
<tr><td colspan="2">Aluno:</td><td colspan="2">Série:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Aluno:</td><td colspan="2">Série:</td></tr>
<tr><td>Problema:</td><td>Página:</td><td>Linha:</td><td>Data:</td></tr>
<tr><td>Problema</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Resposta inicial</td><td colspan="2">Justificativa</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Segunda resposta</td><td colspan="2">Justificativa</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="4">Resposta final</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
</table>

Apêndice 3: Ficha avaliativa

Alunos:							
Problema	**Respostas**			**Discurso matemático**			**Observações**
	Resposta e justificativa inicial	**Segunda resposta e justificativa**	**Resposta final**	**Uso de palavras**	**Mediadores visuais**	**Narrativas endossadas**	
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							

UNIFESSPA PPGECM