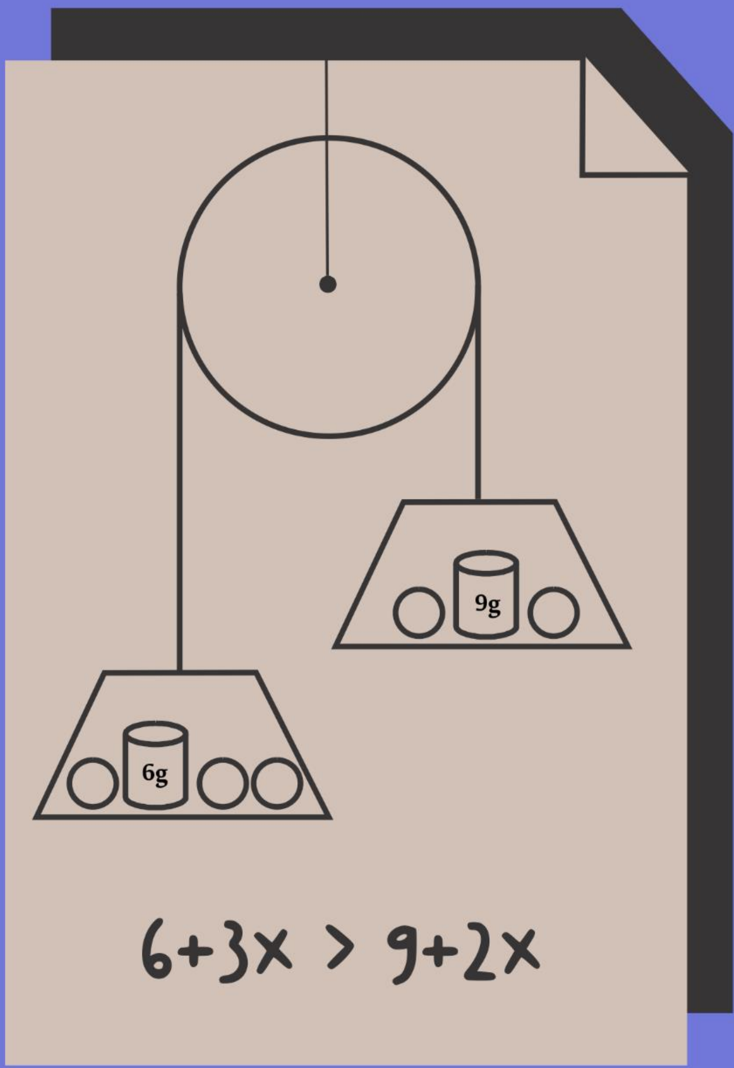
ROSANE MENDES BARBOSA
RONALDO BARROS RIPARDO

LER PARA APRENDER INEQUAÇÕES
dois pesos e uma roldana



Cadernos "Ler para aprender matemática". Fascículo 1.

UNIFESSPA
PPGECM

LER PARA APRENDER INEQUAÇÕES

dois pesos e uma roldana

Outros Títulos dos Cadernos

Escrever para aprender matemática

- Escrever para aprender desigualdade triangular (Fascículo 1, 2020)

Ronaldo Barros Ripardo

ROSANE MENDES BARBOSA
RONALDO BARROS RIPARDO

LER PARA APRENDER INEQUAÇÕES

dois pesos e uma roldana

Cadernos "Ler para aprender matemática". Fascículo 1.

UNIFESSPA PPGECM

Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará
Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica
Instituto de Ciências Exatas | Faculdade de Matemática

Reitor | Prof. Dr. Maurilio de Abreu Monteiro
Vice-Reitora | Profa. Dra. Idelma Santiago da Silva

PRÓ-REITORIA DE ENSINO DE GRADUAÇÃO
Pró-Reitor | Prof. Dr. Elias Fagury Neto

PLANO NACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA
Coordenadora | Profa. Dra. Sheila Maysa da Cunha Gordo

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Diretora | Profa. Dra. Joana Luiza Pires Siqueira
Vice-Diretora | Profa. Dra. Maria Liduína das Chagas

FACULDADE DE MATEMÁTICA
Diretora | Profa. Ma. Renata Soraia Guimarães dos Santos
Vice-Diretor | Prof. Dr. Claudionei Pereira de Oliveira

CURSO DE MATEMÁTICA
Coordenadora | Profa. Ma. Elizabeth Rego Sabino

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Bibliotecário: Marcos Moraes – CRB: 9/1701

B238 Barbosa, Rosane Mendes.

Ler para aprender inequações: dois pesos e uma roldana / Rosane Mendes Barbosa; Ronaldo Barros Ripardo (Orientador). – Santana do Araguaia, PA: [s.n.], 2020. – (Ler para aprender matemática; 1).

35 p.

1. Matemática - ensino 2. Educação matemática 3. Tendências em educação matemática 4. Leitura. I. Barbosa, Rosane Mendes. II. Ripardo, Ronaldo Barros. III. Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará. IV. Título

CDD: 510.7
CDU: 51:37.02

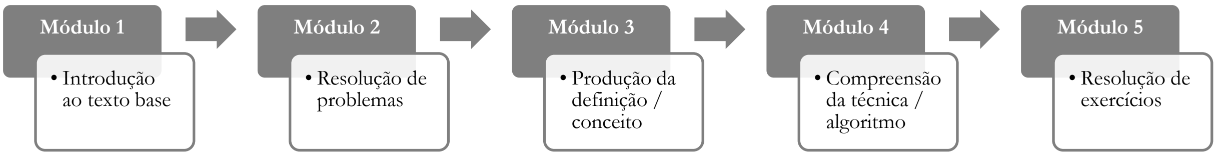
SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

O projeto de pesquisa “Discurso matemático escolar, texto e matematização”, sob nossa coordenação, aborda temáticas no âmbito dos processos cognitivos e linguísticos em educação matemática. Com início em 2019, pode ser considerado um projeto guarda-chuva que dá continuidade à pesquisa iniciada com a tese de doutorado (RIPARDO, 2014) acerca da relação entre produção textual e aprendizagem do discurso matemático escolar, cujos resultados apontaram ambiente propício ao desenvolvimento de uma competência comunicativa do aluno dentro desse discurso, a partir de uma proposição de abordagem metodológica de ensino desenhada para o alcance desta finalidade. Ao mesmo tempo, apresentou novas demandas de interesse para a pesquisa no que tange às múltiplas relações entre discurso matemático escolar, texto e matematização. O objetivo é investigar características dessa relação, seja no âmbito do ensino ou da aprendizagem desse discurso. Está ancorado, principalmente, em teóricos da Educação Matemática e da Linguística Textual. A este projeto maior, outros estão a ele vinculados, sejam como desdobramentos de seus resultados, traduzidos em ações de ensino e/ou extensão (subprojetos, atividades de disciplinas na graduação e pós-graduação etc.), sejam como consequência de novas interrogações com foco em temas atinentes ao seu escopo, corporificados em subprojetos de pesquisa.

As ações que envolvem diretamente a prática pedagógica em matemática, que pisam o chão da sala de aula, possuem como perfil a intervenção mediada por sequências didáticas, como instrumento para produção de dados ou mesmo como ação para mudança sobre a realidade deste espaço. É assim que nasce a concepção dos “Cadernos Ler para aprender matemática”, que visam reunir o material produzido no âmbito destas ações.

As sequências didáticas, embora possam vir a ter ligeiras diferenças, apresentam as atividades organizadas em uma estrutura modular:



Inicialmente, cabe uma apresentação do material a ser estudado, para que os alunos possam ter uma visão geral do texto, com foco em uma leitura prazerosa e interativa e desprendida de tarefas. O módulo da *Resolução de problemas* está reservado ao trabalho com a interpretação do texto, a partir da estratégia pedagógica específica da abordagem. O módulo da *Produção da definição ou conceito* tem o objetivo de promover uma formalização da compreensão tendo em vista o tema explorado nas atividades anteriores. O módulo da *Compreensão da técnica* é reservado ao processo de algoritmização das estratégias mobilizadas na resolução dos problemas. Por fim, o módulo dos *Exercícios de fixação* devem levar os discentes ao treino do algoritmo, habilidade essencial para que possam acessar a outros conhecimentos matemáticos menos elementares.

Sem a pretensão deste material ser compreendido como um manual para dar aula de matemática, esperamos fomentar práticas pedagógicas exitosas em matemática nos diferentes níveis da escolaridade, principalmente na educação básica.

Prof. Dr. Ronaldo Barros Ripardo
Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará

INTRODUÇÃO

Compreender a aprendizagem matemática na interface com a leitura e a produção textual tem sido uma das temáticas incorporadas a preocupações de pesquisadores no campo dos processos cognitivos e linguísticos em educação matemática. Tais inquietações perpassam por questões como a abordagem de ensino de matemática em contexto de leitura e/ou produção textual (RIPARDO, 2014; LUNA, 2011; LUVISON, 2011; SOUZA, 2010) para compreender como se dá o processo de aquisição dos conteúdos e conceitos matemáticos nestes contextos, dentre outros objetivos.

Para Rock e Sabião (2018), o hábito da leitura do aluno poderá interferir positivamente em suas habilidades para entender e interpretar questões do dia a dia e, principalmente, na Matemática. De acordo com Kato (1990), a oferta de atividades de leitura orientada na escola, a partir do estímulo compreensivo e motivador, bem como por meio de situações problemas, poderá favorecer o desenvolvimento de estratégias cognitivas e metacognitivas. Oliveira, Boruchovitch e Santos (2009) compreendem que as estratégias cognitivas de aprendizagem agem diretamente com a informação e o uso destas incide na forma com que o aprendiz armazena, organiza e elabora as informações. As estratégias metacognitivas de aprendizagem, por sua vez, refletem mais na forma como o aprendiz regula a sua própria cognição, por meio do planejamento, monitoramento e regulação do pensamento.

Pesquisas acerca do ensino de álgebra têm mostrado que boa parte das dificuldades dos alunos nesta área tem a ver com a iniciação tardia no estudo de tópicos deste assunto (BOOTH, 1995). Enquanto a aritmética é amplamente estudada nas séries iniciais, conteúdos de álgebra geralmente começam a ser abordados nas séries finais do ensino fundamental. A problemática incide em desde procedimentos aritméticos que não são adequadamente compreendidos até as concepções limitadas do que seja a álgebra (KIERAN, 1995; USISKIN, 1995). Assim, é comum que as práticas pedagógicas no ensino de álgebra que se apresentam aos alunos se constituem em um amontado de expressões com letras e números desprovidas de sentido.

A sequência didática que se apresenta, elaborada tendo em vista o alcance das habilidades e competências previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017), é um produto educacional validado pela pesquisa do Trabalho de Conclusão de Curso de Barbosa (2020), que teve como objetivo analisar a produção de inferências e descrever as estratégias de leitura envolvidas na resolução de situações problemas. Resultados mostraram que o texto escolhido, por tratar-se de um texto literário, cuja leitura tende a ser menos formal e mais prazerosa, propiciou a imersão da turma nas atividades, favorecida também pelo fato de a trama da estória trazer elementos do cotidiano da sala de aula. Quanto à proposição de situações problemas a partir de momentos estratégicos da trama possibilitou explorar ações típicas da resolução desse tipo de atividades, como identificar informações e organizá-las e propor uma estratégia de resolução, executá-la e avaliá-la. A proposta de criar lacunas para os alunos 'descobrirem' a resposta, por sua vez, foi uma estratégia exitosa para leva-los à produção de inferências no que era essencial para chegar-se às habilidades pretendidas.

AUTORES

Rosane Mendes Barbosa

É professora de matemática do ensino fundamental em escolas do campo há mais de dez anos. Licenciada em Matemática (Unifesspa).

Ronaldo Barros Ripardo

É graduado em Letras (UFPA) e em Matemática (UEPA), mestre em Educação em Ciências e Matemática (UFPA) e doutor em Educação (USP). É professor da Universidade Federal o Sul e Sudeste do Pará (UNIFESSPA), vinculado ao Instituto de Ciências Exatas (ICE), atuando junto à Faculdade de Matemática (FAMAT) e ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM). Na graduação, tem ministrado disciplinas da área de educação matemática, além das práticas pedagógicas, estágio supervisionado e leitura e produção textual. Atua nas linhas de pesquisa processos cognitivos e linguísticos em educação matemática, linguística textual e ensino e aprendizagem de matemática.

LER PARA APRENDER INEQUAÇÕES: dois pesos e uma roldana

1 Unidade temática

1.1 Matemática

- Propriedades da desigualdade
- Inequações polinomiais do 1º grau

1.2 Língua portuguesa

- Reconstrução da textualidade e compreensão dos efeitos de sentidos provocados pelos usos de recursos linguísticos e multissemióticos
- Adesão às práticas de leitura
- Relação entre textos

2 Competências

2.1 Matemática

- Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
- Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

2.2 Língua portuguesa

- Envolver-se em práticas de leitura literária que possibilitem o desenvolvimento do senso estético para fruição, valorizando a literatura e outras manifestações artístico-culturais como formas de acesso às dimensões lúdicas, de imaginário e encantamento, reconhecendo o potencial transformador e humanizador da experiência com a literatura.

3 Habilidades

3.1 Matemática

- Reconhecer que a relação de desigualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar para construir a noção de equivalência (EF06MA14).
- Estabelecer leis matemáticas, utilizando diferentes representações gráficas e simbólicas, que expressem a relação de interdependência entre grandezas para resolver problemas por meio de equações e inequações.

- Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por inequações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b > c$, fazendo uso das propriedades da desigualdade.

3.2 Língua portuguesa

- Analisar, em textos narrativos ficcionais, as diferentes formas de composição próprias de cada gênero, os recursos coesivos que constroem a passagem do tempo e articulam suas partes, a escolha lexical típica de cada gênero para a caracterização dos cenários e dos personagens e os efeitos de sentido decorrentes dos tempos verbais, dos tipos de discurso, dos verbos de enunciação e das variedades linguísticas (no discurso direto, se houver) empregados, identificando o enredo e o foco narrativo e percebendo como se estrutura a narrativa nos diferentes gêneros e os efeitos de sentido decorrentes do foco narrativo típico de cada gênero, da caracterização dos espaços físico e psicológico e dos tempos cronológico e psicológico, das diferentes vozes no texto (do narrador, de personagens em discurso direto e indireto), do uso de pontuação expressiva, palavras e expressões conotativas e processos figurativos e do uso de recursos linguístico-gramaticais próprios a cada gênero narrativo (EF69LP47).

4 Pré-requisitos

Conhecimento sobre:

- Operações envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão;
- Operadores de comparação: maior (>), menor (<), igual (=) e diferente (≠);
- Leitura de textos ficcionais;
- Reconhecimento de expressões algébricas;

5 Recursos

- Apagador;
- Borracha;
- Caneta;
- Lápis;
- Lousa;
- Obra 'Joãozinho no país da Álgebra';
- Papel A4;
- Pasta presilha;
- Perfurador;
- Pincel para lousa;
- Outros.

6 Desenvolvimento

- Apresentar aos alunos o perfil geral das atividades que serão desenvolvidas nas próximas aulas.
- É importante deixá-los cientes da natureza das atividades, que se diferencia um pouco das que estão habituados a realizarem.

Módulo 1: Introdução ao estudo da obra

- Introduzir os estudos da obra "Joaozinho no País da Álgebra" buscando uma compreensão geral da trama da estória, com foco em uma leitura prazerosa e interativa.
- Solicitar aos alunos que formem duplas entre si.
- Disponibilizar a introdução do livro para cada dupla.
- Delimitar um período de no máximo 15 minutos para leitura e familiarização com o tema.
- Discutir com a turma algumas questões acerca da parte lida (Atividade 1).

Atividade 1: Interpretação da introdução da obra

- Desenvolver o estudo a partir de questionamentos como:
  a) Quem é o personagem principal da estória?
  b) Que sentimento ele experimentava em relação à matemática?
  c) Você compreendeu alguma das inquietações matemáticas de Joãozinho?
  d) O que era a religião matemática?
  e) Por que o apelido do professor era Guilhotina? Você achou apropriado?
  f) Qual era a oportunidade que Joãozinho gostaria de ter e por quê?
  g) O que era o gomo azedo da matemática? Por que?
  h) Em sua opinião, como ele foi parar no país da matemática?
  i) Qual a impressão que ele teve do local?
  j) O que você acha que vai acontecer no País da Matemática?
- Informar aos alunos que será lido o primeiro capítulo da obra, "Lanchando com expressões algébricas".
- Disponibilizar o capítulo para cada dupla.
- Informar que terão o tempo máximo de 20 minutos para leitura.
- Mediar o estudo com perguntas orais sobre o que compreenderam no texto (Atividade 2).

Atividade 2: Interpretação do episódio "Lanchando com expressões algébricas"

- Desenvolver o estudo a partir de questionamentos como:
  a) Qual o método utilizado pelos professores X e Y para descobrir a quantidade de lanche que os alunos comeram?
     - O que você achou do método empregado?
     - O que você entendeu ser uma expressão algébrica?
  b) Iniciar a próxima atividade sem informar que se trata de uma similar à que farão a posteriori.

Atividade 3: Produção de inferências

- Entregar o texto do parágrafo 5, p. 7, do episódio "Lanchando com expressões algébricas", com algumas partes omitidas (as que estão em destaque).

— Nas expressões algébricas nem sempre podemos somar dois ou mais termos dela e obter um único valor. Apenas podemos fazer isto caso representarem a mesma coisa ou o mesmo objeto. 2P + 5P é o mesmo que 7P, pois se está somando quantidades de pães. Mas 2P + 3S não é possível encontrar um único termo, porque se está somando a quantidade de unidades de pães com as de suco. Portanto, Marcos, Joãozinho e Paulo comeram juntos 7 pães de queijo (7P) mais 5 sucos (5S) mais 3 pacotes de bolachas (3B). Compreendido, turma?

- Será uma atividade preparatória para as do próximo módulo.
- Solicitar que preencham as lacunas.
- Perguntar se é possível lembrar o texto que foi omitido.

- Indagar se é possível sugerir uma escrita a partir da realização de inferências.
- Questionar se a retomada de informações em partes anteriores do texto torna possível a recapitulação de informações e/ou a realização de inferências.
- Ao final da conversação a turma deverá ter familiaridade com a trama da obra e estarem instigados a saberem o que acontece nos outros capítulos.

Módulo 2: Resolução de problemas

- Explicar detalhadamente o que se espera neste módulo, que é interpretar o texto e resolver as lacunas de acordo com o roteiro de perguntas, similar ao que fizeram na Atividade 3.
- Explicar que nas lacunas estão situações problemas e que a resolução de algumas delas implica nas respostas a serem dadas a outras que estão nas linhas seguintes.
- Informar a dinâmica das próximas atividades:
    - as linhas do texto estão enumeradas para permitir a localização de determinadas informações ao longo das atividades;
    - o processo de resolução envolve 3 momentos:
        - ✓ as duplas responderão ao problema na coluna da direita, chamada <u>'resposta inicial'</u>, e na coluna da esquerda, 'justificativa', deverão explicar o raciocínio empregado para dar a resposta. Ou seja, como chegaram à resposta dada;
        - ✓ após esse momento, haverá um processo de socialização das respostas dadas, para identificarem se todos encontraram a mesma resposta ou se há divergências. Caso existam, ver se há a possibilidade de chegar a um consenso, ou seja, se a turma concorda com a resposta de alguma dupla como a que é a correta ou mais adequada. Se houver esse consenso, deverão escrever a resposta dessa na parte do cartão respostas denominando 'resposta final'. Todavia, caso não se chegue a um consenso, a dupla deverá reunir-se novamente e escreverem uma nova resposta, na parte <u>'segunda resposta'</u>, se entenderem que a resposta dada inicialmente não possa ser por eles considerada correta.
        - ✓ por último, farão novo momento de socialização para discutirem a segunda resposta das duplas. É o momento de optar por uma resposta que seja a mais adequada para o problema. Note que não se trata do mesmo texto, mas sim de um raciocínio que possa ser o mesmo em várias duplas, mas com a escrita diferente. Essa resposta irá para o campo <u>'resposta final'</u> e também para o texto da estória. Ou seja, deverão completar no texto recebido.
    - as situações problemas serão denominadas P1, P2 etc.
    - as respostas dadas em cada momento (resposta inicial e segunda resposta) não podem ser apagadas caso a dupla considere após as discussões que estejam erradas.
- Averiguar se todos compreenderam o que foi solicitado.
- Disponibilizar uma cópia do capítulo 'Dois pesos e uma roldana" a cada dupla.
- Solicitar que alguns alunos expliquem o que entenderam acerca do problema apresentado na situação.
- Solicitar que façam uma leitura em dupla, de todo o texto
- Informar que devem prosseguir com a leitura mesmo que tenham dificuldade em algum momento devido à omissão de algumas partes existentes no texto.
- Fazer uma discussão geral após essa primeira leitura (Atividade 4).

<u>Atividade 4:</u> Roteiro para explorar o capítulo 'Dois pesos e uma roldana"

a) Algum aluno já estudou ou já teve contato em algum momento anterior com o tema?

b) É possível identificar o tema geral do episódio?
c) É possível compreender algo ou chegar a alguma conclusão acerca do episódio?
d) Ficaram com alguma curiosidade para compreender alguma parte específica do episódio?
e) Preencher as lacunas das linhas 25 e 40.

- Iniciar a resolução das situações problemas, atentando para as seguintes ações, dentre outras:
  - entregar o cartão respostas;
  - circular pela sala e tentar identificar que estratégias estão sendo mobilizadas pelos alunos;
  - perguntar se sabem o que fazer para encontrar uma resposta para o problema;
  - instigar que escrevam a sequência de passos, ou a justificativa, ao encontrarem uma resposta;
  - os questionamentos (a, b, c...) levantados para cada uma das situações problemas visam indicar caminhos para que encontrem a resposta. É desejável que sejam usados a partir do segundo momento (para a segunda resposta), uma vez que a resposta inicial deve mostrar os primeiros raciocínios deles;
  - para cada um destes questionamentos, há o levantamento de hipóteses para o que eventualmente possa acontecer. Caso ocorram, ver os caminhos possíveis a serem tomados;
  - evitar ao máximo possível dar as respostas.
  - buscar conduzi-los a encontrarem-nas empregando raciocínio matemático e interpretação do texto.

<u>Situação Problema 1:</u> O que deve ser feito antes de comparar o peso dos dois pratos? (p. 3, L61).

a. Chamar a atenção para as informações das linhas 61 a 63, página 3 para se obter melhor compreensão sobre como encontrar a resposta: cilindros possuem pesos diferentes e esferas possuem pesos iguais.
b. Ler novamente o primeiro período da oração na L28, página 1: "Quando comparamos o peso[1] de duas grandezas [como, por exemplo, 1 esfera e 1 cilindro], podemos dizer se elas são ou não iguais". É possível, a partir dela, inferir uma resposta para P1?
c. Para identificar se as duas grandezas são ou não iguais, é preciso saber o peso de cada uma separadamente. Neste caso, sabe-se os pesos de cada prato da roldana?

<u>Situação Problema 2</u>: Identifique as expressões que representam o peso que está em cada prato (p. 3, L76-79).

a. O que representa o x nas expressões?

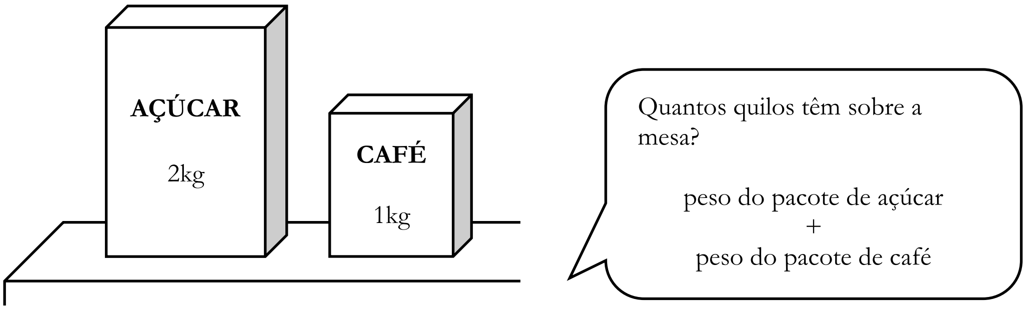
✓ É esperado que respondam que representa o peso das esferas.
✓ Caso não saibam, dar a informação e justificar que é devido ao peso delas ser desconhecido.

b. Como identificar a expressão que representa a relação correta entre os pesos das esferas e cilindros em cada prato?

✓ É esperado que identifiquem a expressão a partir da compreensão da relação aditiva existente: o peso total em cada prato é obtido pela soma dos pesos nele existentes, ou seja, a do cilindro mais o das esferas.
✓ Caso não entendam ou não se atentarem para esta relação, pedir para lerem a informação em L68 e L69: somar o peso das esferas com o do cilindro.
✓ Caso a dúvida persista, pode-se criar exemplos extras, como o abaixo (desenhar na lousa).

Exemplo 1:

[1] Tomada aqui como sinônimo de massa, por ser esse o conhecimento do senso comum dos alunos, e não ser profícuo no momento discutir este conceito.



- ✓ Destacar que o sinal que representa a relação é o de adição (+). Portanto, a expressão em cada prato não pode ter o sinal de menos (-).

c. Qual expressão representa o prato esquerdo, 6+3x ou 6-3x?
- ✓ É esperado que identifiquem a primeira expressão devido à existência do sinal aditivo.
- ✓ Caso não identifiquem essa relação, esclarecer a eles.

d. Qual a expressão representa o prato da direita?
- ✓ Deixar que deem a resposta esperada, 9+2x, empregando o raciocínio anterior.

e. Quais das alternativas se pode considerar inadequada para representar a situação problema? Por que?
- ✓ É esperado que identifiquem as opções ‘b’ e ‘d’, por não apresentarem uma expressão que tenha o sinal de +.
- ✓ Uma vez identificadas estas opções a serem excluídas, poderão preencher as lacunas da L84, L85 e L86.

<u>Situação Problema 3</u>: Observando o raciocínio de Larissa e Joãozinho, qual terá sido a resposta de Rebeca?

a. Por que a justificativa de Larissa, da opção ‘a’ (2x+9>6+3x), L95 e L96, não pode ser considerada correta?
- ✓ É esperado que argumentem que não pode ser verdadeira porque o sinal está apontando para o que representa toda a expressão, ou seja, o somatório dos pesos das esferas e dos cilindros que estão sobre o prato, e não somente para um dos pesos (o do cilindro) que este contém.
- ✓ Argumentar se faria sentido ter o 2x e 3x nas expressões se o operador estivesse comparando apenas a relação entre o 9 e o 6.
- ✓ Caso não tenham chegado a essa conclusão, esclarecer a eles.

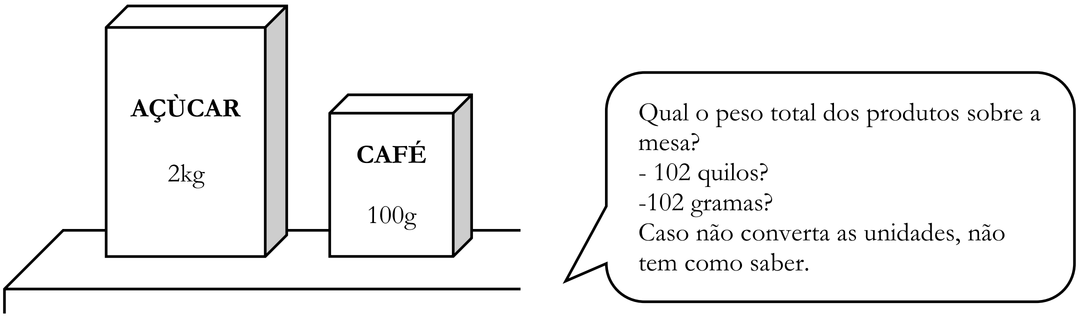
b. Por que o argumento de Joãozinho não pode ser considerado correto?
- ✓ Este questionamento visa instigá-los a identificarem outro argumento diferente do utilizado por Rebeca para provar que Joãozinho estava errado.
- ✓ Perguntar ao que se referem cada um dos números de cada expressão que representa cada prato.
- ✓ Levar à compreensão de que não se pode somar 2 com 9 e nem 6 com 3 pois são números com funções diferentes na expressão. O 2 e o 3 não indicam pesos, mas a quantidade de esferas em cada prato, ao passo que 9 e 6 se referem ao peso dos cilindros.

c. Por que, segundo Rebeca, o argumento de Joãozinho não pode ser considerado correto?
- ✓ É esperado que relacionem à mudança de altura dos pratos aos valores encontrados, 9, para o prato da esquerda, e, 11, para o prato da direita. Ou seja, o da esquerda subiria e o da direita desceria devido este ser mais pesado que àquele. Este seria o fato a ser questionado.
- ✓ Caso não percebam esta mudança, perguntar o que aconteceria se o prato da esquerda tivesse 9 e o da direita 11.
- ✓ Argumentar, com isso, se o desenho atual da roldana contemplaria esta relação.
- ✓ A partir disso deverão chegar à resposta esperada.

Situação Problema 4: Por que André afirma que ainda não é possível saber o peso de cada prato?

a. Perguntar se em algum momento do episódio é dito a unidade de medida utilizada para indicar o peso das esferas.
✓ Não encontrarão a informação, o que leva ao próximo questionamento.
b. Explorar a explicação de André, na L106 a L108: não é possível somar os pesos de duas grandezas se estes não forem dados na mesma unidade de medida.
c. Caso a dúvida persista, explorar o Exemplo 2.

Exemplo 2:



✓ Destacar que o sinal que representa a relação é o de adição (+). Portanto, a expressão em cada prato não pode ter o sinal de menos (-).
c. Qual expressão representa o prato esquerdo, 6+3x ou 6-3x?
✓ É esperado que identifiquem a primeira expressão devido à existência do sinal aditivo.
✓ Caso não identifiquem essa relação, esclarecer a eles.
d. Qual a expressão representa o prato da direita?
✓ Deixar que deem a resposta esperada, 9+2x, empregando o raciocínio anterior.
e. Quais das alternativas se pode considerar inadequada para representar a situação problema? Por que?
✓ É esperado que identifiquem as opções ‘b’ e ‘d’, por não apresentarem uma expressão que tenha o sinal de +.
✓ Uma vez identificadas estas opções a serem excluídas, poderão preencher as lacunas da L84, L85 e L86.

Situação Problema 5: Por que Antônio considera que a letra C seja a opção correta?

a. Mais uma vez é necessário reforçar para o que significa o sinal de desigualdade utilizado e as expressões que representam cada prato.
b. Explorar a inferência das L127 e L128: se isso, então aquilo.
c. Atentar para o fato de que alguma dupla possa identificar a resposta correta a partir da leitura da figura na página 8. Caso isto aconteça, tentar não deixar que falem para as demais.

Situação Problema 6: Que representação André pode ter feito na lousa a partir do raciocínio de Joãozinho?

a. Espera-se que André represente na figura a inversão da posição dos pratos da roldana em relação à altura, ou seja, o da direita mais baixo que o da esquerda.
b. É possível que reproduzam a figura original informando apenas o peso total das esferas e cilindro em cada prato, sem se atentarem para mudança de altura deles.
✓ Indagar se faz sentido o prato da esquerda, nesse caso, tendo a menor quantidade de peso ainda

permaneça mais baixo que o da direita.

c. Para preencher a lacuna das L151 e L152, relembrar a relação aditiva entre os pesos de cada prato.

✓ Destacar que o verbo 'teríamos' se refere ou é equivalente ao termo 'o total seria'.
✓ Reforçar que quando se usa a conjunção 'porque' geralmente tem sentido de explicação ou justificativa. Neste caso, o que estaria justificando ou ao que estaria se referindo?
✓ Levar à compreensão de que está explicando o resultado encontrado com a soma das parcelas, ou seja, 9 mais 2.

Situação Problema 7: (i) Qual a estratégia de Maria para encontrar o peso das esferas? (ii) Desenhe as roldanas feitas pela professora.

a. Fazer uma breve discussão sobre as alternativas de resolução apresentadas e se concordam com a opinião da professora (L169 e L170).

✓ Caso insistam que é possível e mais fácil descobrir o valor da incógnita por tentativa e erro, explorar exemplos com números mais altos e menos óbvios.

b. Caso não identifiquem a estratégia ou o raciocínio empregado por Maria, dar uma pista a partir da informação fornecida pela professora na L181 e do que está escrito abaixo da segunda e da terceira roldana (-1 e -2).

✓ É possível que identifiquem apenas que devem retirar 1 esfera de cada lado, mas não façam referência, em suas respostas, que devem parar quando não restar mais esferas em um dos pratos.
✓ É possível também que apareçam outras respostas, como retirar o cilindro de cada prato. Neste caso, destacar a não validade da ação por retirar pesos diferentes.
✓ Reforçar que se deve retirar apenas os pesos que se sabem serem iguais, mesmo que o valor seja desconhecido.

c. Para preencher a lacuna das L182 e L183, explorar o que significa a conjunção 'pois'.

✓ Geralmente a conjunção introduz um raciocínio explicativo ou conclusivo.
✓ No caso em questão, qual a função dela?
✓ Estimular à conclusão que tem a função explicativa, uma vez que sintetiza o raciocínio feito por Maria da L174 a L176.
✓ Atentar para o fato de que alguma dupla pode identificar a resposta para a lacuna buscando a informação na L196 e L197.

d. Com relação ao desenho das roldanas, é possível que representem na ilustração apenas a ausência de esferas, 1, na segunda roldana, ou 2, na terceira, em um dos pratos e não nos dois.

✓ Questionar se a representação estaria correta de acordo com o raciocínio descrito por Maria.
✓ Argumentar se uma representação deste tipo não alteraria a relação de desequilíbrio entre os pratos. Ou seja, na altura dos pratos.

Situação Problema 8: Finalize o desenho feito na lousa por Beto.

a. Caso tenham dificuldades na atividade, sugerir que comecem pelo desenho dos pesos em cada prato, pois isto já foi feito na página 7.
b. Destacar que para a primeira roldana a expressão em linguagem matemática já foi fornecida, ou seja, $6+3x > 9+2x$. Todavia, deverão seguir com o raciocínio para as outras duas roldanas.

✓ Para a segunda roldana, se a expressão da direita, $6+3x-x$, resultou em $6+2x$, então, em $9+2x-x$ só pode resultar em $9+x$.
✓ A representação em linguagem matemática é uma outra linguagem, mas que representa fielmente o fenômeno. Assim, se o peso de 1 esfera é representado por x ou 1x, então o de 2 esferas deve ser representado por 2x.

- ✓ Com base no raciocínio anterior, na terceira roldana, se foram retiradas 2 esferas, então para cada uma das expressões iniciais, 6+3x e 9+2x, devem ser subtraídos os pesos referentes a essa operação, ou seja, -2x.

c. Destacar que os pesos na última linha da figura são os mesmos que estão nos pratos da roldana e que equivalem às expressões que o representam.

- ✓ Esclarecer que 6+3x > 9+2x é o mesmo que ▯+○○○ > ▯+○○.
- ✓ Informar que o raciocínio é o mesmo para as demais roldanas.
- ✓ Reforçar que a última expressão encontrada, 6+x > 9, não altera a relação existente entre os pratos tanto quanto a primeira expressão, 6+3x > 9+2x.

<u>Situação Problema 9</u>: Por que o peso das esferas não pode ser 3 gramas?

a. É esperado que compreendam que se o peso de 1 esfera for 3 gramas, então se passaria de uma desigualdade para uma igualdade, uma vez que os pratos estariam com pesos iguais.

b. Questionar como André descobriu que a diferença entre os cubos é 3.

- ✓ Associar a operação à subtração.

c. Sugerir que façam o que André disse, na L208, que não se pode fazer: atribuir à esfera peso 3 gramas.

- ✓ Perguntar a que conclusão chegam.
- ✓ Caso ainda não percebam que teria uma roldana com 9 gramas sobre cada prato, solicitar que façam o desenho da roldana.
- ✓ Atentar que podem reproduzir a figura inicial, com o prato da esquerda mais baixo que o da direita.
- ✓ Neste caso, chamar a atenção sobre como devem ficar se o peso for 9 gramas.
- ✓ Reforçar, a partir do desenho, que os pratos ficariam em equilíbrio, para que possam produzir a sentença que melhor se adequa à lacuna da L208.

d. Da L210 à L212 é quando se dá o conceito do que foi estudado. Portanto, caso não consigam preencher as lacunas, o professor poderá sugerir a informação para cada uma delas.

e. Para encontrarem a resposta da lacuna na L214, sugerir que analisem a figura imediatamente abaixo.

- ✓ Perguntar o que muda em relação à figura dada ao início do episódio.
- ✓ Sugerir, então, que preencham a lacuna.

- Iniciar o processo de síntese do que foi estudado.

<u>Atividade 5:</u> Revisão do episódio

- Fazer uma leitura de todo o episódio. Dessa vez, com as lacunas preenchidas.
- Promover uma síntese oral da trama do episódio:
  a) o que aconteceu ao início?
  b) como os professores conduziram à aula?
  c) qual o momento que mais chamou a atenção de cada aluno em relação aos fatos do episódio?
  d) gostaram do episódio? por que?

<u>Atividade 6:</u> Reflexão sobre o episódio

- Fazer uma síntese, em forma de texto, do que aprenderam com o episódio a partir das situações problemas exploradas. Para isto, pensar em questões levantadas pelo roteiro abaixo:
  a) o que é uma inequação?
  b) como proceder para encontrar o valor desconhecido em uma inequação?

c) existe um único resultado para a inequação ou um conjunto deles?
d) o que significa o resultado encontrado na resolução de uma inequação?
e) ao utilizar o termo ‘porque’ em um texto, que efeito de sentido se espera produzir?
f) o que dizer em relação ao termo ‘pois”?

Módulo 3: Produção da definição

- Proporcionar a elaboração de uma definição para inequação, para que possa ser acessada pelo aluno ao longo das atividades futuras, sempre que necessário.
- Frisar que a apropriação desta definição é uma síntese matemática que representa o fenômeno estudado ao longo do episódio e que assim como este caso serve para representar muitas outras. Porém, nem todas são relacionadas a roldanas.

<u>Atividade 7:</u> Conceito de inequação
- Apresentar o conceito de inequação.

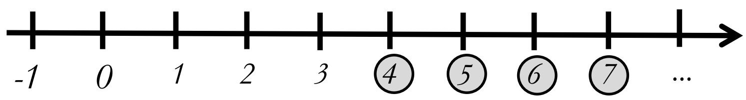
✓ caso alguma dupla ou aluno tenha produzido na atividade anterior uma definição correta e consistente, do ponto de vista da matemática, para inequação, seria importante pedir para que compartilhe com a turma e, então, com ou sem ajustes, adotá-la como o conceito.

✓ caso não tenha a resposta nestes moldes, pode-se dar o conceito, escrevendo na lousa e explorando, se possível, a reta numérica.

Inequações são casos especiais de expressões algébricas em que intervêm situações de desigualdade.

Ex. $\underbrace{3x + 6}_{\text{1º membro}} > \underbrace{2x + 9}_{\text{2º membro}}$

Solução: $x > 3$, pois se:
$x = 3$, teria $3x+6 = 2x+9$ (conforme L208 e L209)
$x < 3$, teria $3x+6 < 2x+9$ (conforme L214 e L215)



✓ se necessário, retomar ao conceito de expressões algébricas.

✓ explicar que a solução é o conjunto de valores que satisfaz à condição de desigualdade dada inicialmente, que no caso em questão, significa qualquer número maior que 3.

✓ promover à interpretação da reta numérica, explicando a solução (ex. 5 faz parte do conjunto solução? E 10?).

✓ solicitar escrevam no caderno o conceito, solução e a reta numérica.

- Verificar se o conceito foi aprendido por meio de exercício de fixação.
- Ficar atento aos problemas e dificuldades que possam apresentar ao fazerem a lista de exercícios.

<u>Atividade 8:</u> Exercício de reconhecimento de inequação.
- Escreva um texto apontando quais das expressões abaixo são e quais não são inequações. Além disso, justifique o porquê, tanto das que são como das que não são.

a) $q-6 < q-5$
b) $(r-3)\cdot s = s^2$
c) $74 = -2t$
d) $4x+2x-7x \leq 16-5x$
e) $74 > -2t$
f) $12x+x^2 \neq 12$
g) $144 \geq 12x + 7$
h) $15 > 10$

Módulo 4: Compreensão da técnica de resolução

- Iniciar o estudo da técnica de resolução de uma inequação.
- Revisar os passos da resolução da inequação do episódio "Dois pratos e uma roldana".
- O objetivo é que o aluno perceba que o rito da resolução é uma aplicação da regra de equivalência.

<u>Atividade 9</u>: Compreensão de regularidades da técnica de resolução da inequação

- Escrever a resolução abaixo da inequação 3x+6>2x+9, mas apenas a da coluna da esquerda.

$$
\begin{array}{llll}
3x & +\,6 & > 2x & +\,9 \\
3x\mathbf{-2x} & +\,6 & > \cancel{2x\mathbf{-2x}} & +\,9 \\
x & +\,6 & > 0 & +\,9 \\
x & +\,6 & > 9 & \\
x & +\,\cancel{6\mathbf{-6}} & > 9\mathbf{-6} & \\
x & +\,0 & > 3 & \\
x & & > 3 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llll}
3x & +\,6 & > 2x & +\,9 \\
3x\mathbf{-2x} & +\,\cancel{6\mathbf{-6}} & > \cancel{2x\mathbf{-2x}} & +\,9\mathbf{-6} \\
x & +\,0 & > 0 & +\,3 \\
x & & > & 3
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llll}
3x & +\,6 & > 2x & +\,9 \\
3x\mathbf{-2x} & & > & 9\mathbf{-6} \\
x & & > & 3
\end{array}
$$

- O que acontece na segunda e quinta linhas da resolução?
- ✓ É esperado que reconheçam que é a inserção dos termos -2x e -6, em ambos os membros da inequação.
- ✓ Caso não reconheçam, apontar para os termos em destaque.
- Por que isto acontece?
- ✓ É esperado que respondam que é para preservar o princípio da equivalência.
- ✓ Caso não lembrem, deixar claro à turma.
- Não poderia ter parado a resolução na terceira linha?
- ✓ O objetivo é levar à compreensão do procedimento da resolução de uma inequação.
- ✓ Destacar que a resolução só se encerra ao encontrar a solução e isto não aconteceria se tivesse parado na terceira linha.
- ✓ Traduzir que, em termos práticos, significa que a incógnita deve ficar 'isolada' em um dos membros da inequação, fato que ainda não ocorrera devido no primeiro membro estar o x e o 9.
- Desafiar a fazerem a mesma resolução, mas desta vez inserindo também o -6 já na segunda linha.
- Acompanhar a resolução de modo que fique similar à da coluna da direita.
- Pedir que um aluno faça na lousa (sem os traços nos termos que se anulam).
- Indagar, dentre as duas, qual a mais sintética e prática, no sentido de economia de espaço e tempo, para encontrar a solução.
- Deixar claro, todavia, que cada um deve proceder à resolução utilizando a forma que sentir-se

mais à vontade para usar.

- Escrever mais duas inequações, 4x-2<3x+1 e 10x+20>9x.
- Solicitar que resolvam as duas aplicando o procedimento de resolução igual ao da segunda coluna para a primeira inequação.

(a) 3x + 6 > 2x + 9	3x + 6 > 2x + 9
3x**-2x**+ ~~6-**6**~~ > ~~2x-**2x**~~ + 9**-6**	3x**-2x** > 9**-6**
x + 0 > 0 + 3	x > 3
x > 3	

(b) 4x - 2 < 3x + 1	4x - 2 < 3x + 1
4x**-3x** ~~-2**+2**~~ < ~~3x-**3x**~~ + 1**+2**	4x**-3x** < + 1**+2**
x < + 1**+2**	x < 3
x < 3	

(b) 10x + 20 > 9x	10x + 20 > 9x
10x**-9x** ~~+ 20-**20**~~ > ~~9x-**9x**~~ **-20**	10x**-9x** > **-20**
x > **-20**	x > **-20**

- Em seguida, chamar a atenção para os termos que se anulam (os que estão com um traço).
- ✓ Sabendo que os termos se anulam, não seria possível economizar ainda mais tempo e espaço no processo de resolução não escrevendo estes termos que se anulam?
- ✓ Escrever na lousa a resolução da terceira coluna para a equação (a).
- ✓ Desafiar a resolverem as inequações (b) e (c) aplicando a mesma técnica utilizada na terceira coluna para a inequação (a).
- Instigar a entenderem que, devido aos termos se anularem na segunda linha da resolução, pode ser mais prático e tornar mais limpa a resolução não escrevendo tais termos, uma vez que já se sabe que vão resultar em zero.
- Em hipótese alguma se deve falar que um termo muda de membro ou "de lado" trocando de sinal.
- Deixar claro que devem utilizar a resolução em que sentirem maior confiança.
- Por último, solicitar que escrevam um texto explicando como é a técnica de resolução de uma inequação.

Módulo 5: Exercícios e atividades de fixação

- Iniciar o processo de aplicação dos conhecimentos até então estudados tanto para a resolução de problemas quanto para a de exercícios.

Atividade 10: Encontre o conjunto solução, no conjunto N, para as inequações abaixo:

a) 4+3x > 6+2x

b) 9x+6x–8 > 14x+14

Resolução da questão (a):

4-4+3x-2x > 6-4+2x-2x

x > 2

Resposta: S = {x>2 } ou S = {2, 3, 4... }

Resolução da questão (b):
$9x+6x-8 > 14x+14$
$15x-8 > 14x+14$
$15x-14x-8+8 > 14x-14x+14+8$
$x > 22$
Resposta: $S = \{x>22\}$ ou $S = \{22, 23, 24, 25...\}$

Atividade 11 (Exercícios Mundo Educação): Uma empresa que trabalha com cadernos tem gastos fixos de R$ 400,00 mais o custo de R$ 3,00 por caderno produzido sabendo que cada unidade será vendida a R$11,00. Quantos cadernos deverão ser produzidos para que o valor arrecadado supere os gastos?

Resolução:
- ✓ *Primeiramente, monte a inequação que representa a situação acima.*
- ✓ *Lembre-se de que o custo de produção varia de acordo com a quantidade de cadernos produzidos ($3x$) e que o gasto fixo (400) deve ser apenas somado a essa variação: $3x + 400$.*
- ✓ *Temos que calcular quantos cadernos devem ser produzidos para que os custos fiquem menores que a arrecadação nas vendas. Logo, teremos:*

$11x > 3x+400$
$11x - 3x > 400$
$8x > 400$
$x > 400\div8$
$x > 50$
Ou seja, terão que ser produzidos mais que 50 cadernos.
Resposta: Para que o valor arrecadado supere os gastos terão que ser produzidos 51 ou mais cadernos.

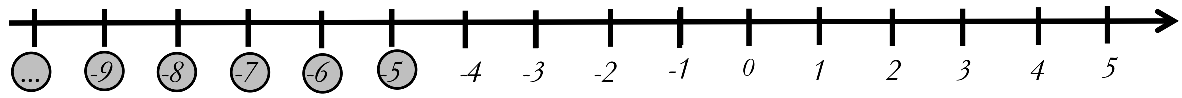
Atividade 12: O número 2 faz parte do conjunto solução da inequação $3x+7 > 2(x+4)+1$? Por que?

Resolução:
$3x+7 > 2(x+4)+1$
$3x+7 > 2x+8+1$
$3x+7 > 2x+9$
$3x-2x+7-7 > 2x-2x+9-7$
$x > 2$

Resposta: O conjunto solução para a situação problema é formado por qualquer número maior que 2. Logo, 2 não faz parte deste conjunto.

Atividade 13: Represente na reta numérica, no conjunto N, o conjunto solução da inequação $-\frac{5x}{4}-\frac{x}{2}<-2x-1$.
Resolução:
A partir do mmc encontrado, 4, tem-se: $-\frac{5x}{4:4}-\frac{x}{4:2}<-\frac{2x}{4:1}-\frac{1}{4:1}$
$-5x-2x < -8x-4$
$-7x+8x < -8x+8x-4$
$x < -4$

Resposta:



7 Avaliação

- A avaliação será contínua, em cada etapa das aulas.
- Análise do material produzido pelos alunos, incluindo as conversações orais e os portfólios escritos.
- Participação dos alunos em cada tarefa desenvolvida como na resolução de exercícios e situações problemas, tanto na lousa quanto no papel.
- Analisar as justificativas descritas pelos educandos em relação as respostas encontradas.
- Análise das questões avaliativas do módulo Exercício de fixação.
- Frequência às aulas, o que permitirá identificar se a ausência em alguma delas implica na dificuldade para fazer determinadas atividades e, a partir disso, fazer os ajustes necessários à situação.
- Estabelecer métricas para cada grupo de atividades, a depender de como está inserida a sequência didática dentro das demais atividades do bimestre.

8 Referências

BARBOSA. R. M. **Ler para aprender inequações**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Santana do Araguaia, 2020.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 30 de Abril de 2019.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A. F; SHULTE, A. P. (Orgs.). **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

KATO, M. A. **O aprendizado da Leitura**. São Paulo: Martins Fontes, 1990.

KIERAN, C. Duas abordagens diferentes entre os principiantes em álgebra. In: COXFORD, A. F; SHULTE, A. P. (Orgs). **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

LUNA, A. S. A. **Matemática e linguagem: um estudo sobre leitura e escrita na sala de aula**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2011. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/tede/4646>. Acesso em 4 de Nov. de 2019.

LUVISON, C. C. **Mobilizações e (re)significações de conceitos matemáticos em processos de leitura e escrita de gêneros textuais a partir de jogos. Dissertação (**Mestrado em Educação) – Universidade São Francisco, Bragança Paulista, 2011. Disponível em: <

https://www.usf.edu.br/galeria/getImage/385/433818297712049.pdf>. Acesso em 4 de Nov. de 2019.

OLIVEIRA, K.L; BORUCHOVITCH, E; SANTOS, A.A. A. **Estratégias de aprendizagem e desempenho acadêmico**: evidências de validade. Psicologia Teoria e Pesquisa, Brasília, v. 25, n.4, p.531-536, out/dez. 2009. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ptp/v25n4/a08v25n4.pdf> Acesso em: 22 de Nov. de 2019.

RIPARDO, R. B. (Org). **Joãozinho nos pais da Álgebra**. São Paulo: CRV, 2017.

RIPARDO, R. B. Caderno de atividades. In: _______. **Escrever bem para aprender matemática**: tecendo fios para um aprendizagem matemática escolar. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

ROCK, G. G; SABIÃO, R M. A Importância da Leitura e Interpretação na Matemática**. Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**, ano 3, ed. , vol. 1, p. 63-84, 2018. Disponível em: <https://www.nucleodoconhecimento.com.br/educacao/interpretacao-na-matematica>. Acesso em 03 de Jan. de 2020.

SOUZA, O. **Práticas de leitura na sala de aula de matemática a luz de uma perspectiva de aprendizagem situada. Dissertação (**Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010. Disponível em: < http://hdl.handle.net/1843/FAEC-85NNC4>. Acesso em 4 de Nov. de 2019.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In; COXFORD, A. F; SHULTE, A. P. (Orgs.). **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

9 Apêndice

Apêndice 1: Episódio 'Dois pesos e uma roldana', da obra 'Joãozinho no País da Álgebra', adaptado
Apêndice 2: Cartão respostas
Apêndice 3: Ficha avaliativa

Apêndice 1: Episódio 'Dois pesos e uma roldana', da obra 'Joãozinho no País da Álgebra', adaptado

Dois pesos e uma roldana

Joãozinho, bem como os demais alunos, cada vez mais envolvidos com os passeios pelo mundo encantado da matemática, conheceu um outro amiguinho durante o recreio, chamado Beto. Suas bochechas eram tão coradas que mais pareciam duas maçãs. E por falar em maçãs, esta era a fruta preferida do garoto. Aliás, tudo que fosse de comer.

— Vamos, Joãozinho! A aula já vai começar e estamos atrasados.

Os dois garotos saíram correndo para a sala de aula, cheios de curiosidade para conhecer mais sobre a álgebra. A Professora X já esperava por eles.

— Pronto! Agora a turma está completa. Como sei que todos vocês estão gostando muito do mundo da matemática e já expressam conhecimento significativo na área da álgebra, vamos conhecer mais uma parte fantástica deste universo.

— É, professora X, a matemática é mesmo fantástica! – confirmou Larissa.

— Vamos conhecer as inequações. A escrita da palavra lembra alguma coisa que vocês estudaram? Alguém sabe dizer-me o que seria?

—Sim, professora X! Eu sei. — Respondeu todo animado Beto.

—Beto dê a resposta para a turma, estamos todos ansiosos por ela. – prosseguiu a professora.

Beto, um pouco acanhado, disse baixinho:

— Lembra as equações que estudamos.

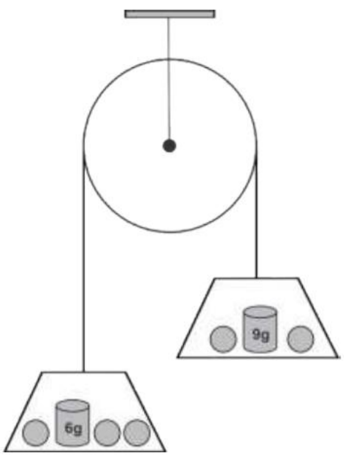
— Você tem uma boa memória. — comentou a professora dando uma leve piscadela.

— Qual seria o sinal que usaríamos para representar uma equação?

Maria se levanta da carteira e fala alto:

— É o sinal de ______!

— Correto. Agora, prestem atenção à figura que está projetada na lousa.



— Quando comparamos duas grandezas podemos dizer se elas são ou não são iguais. Se elas não forem iguais, qual sinal podemos utilizar para representar a relação? Como podemos representar matematicamente a situação?

Maria foi mais rápida que os demais alunos para responder à pergunta:

2 *Dois pesos e uma roldana*

— Se elas não são iguais, só podem ser diferentes. Assim, usamos o sinal de ______.

Enquanto a professora falava com a turma, o professor Y escrevia na lousa.

< menor

> maior

≤ menor igual

≥ maior igual

— Na resolução de inequações usamos alguns sinais que servem para representar as desigualdades, como os que foram escritos na lousa pelo professor Y. — prosseguiu a professora X. — A figura da roldana mostra uma igualdade ou uma desigualdade?

Em coro, a turma respondeu prontamente:

— Uma ______, professora!

— Correto. Que tal agora vocês escreverem nos seus cadernos a sentença matemática, ou seja, usando símbolos matemáticos, que melhor expressa a desigualdade apresentada pela figura?

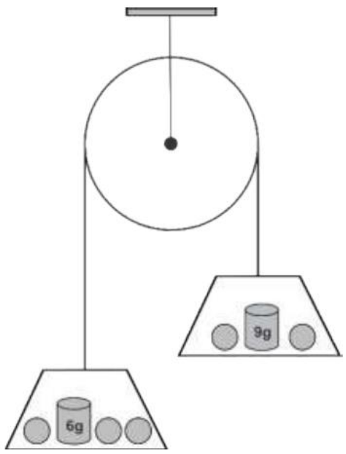
A professora X, muito atenciosa para com os seus alunos, começou a observar algumas das respostas escritas nos cadernos dos alunos e percebeu que eles encontraram mais de uma resposta. A partir desta observação, pediu para alguns compartilharem o que tinham feito.

a) $2x+9>6+3x$

b) $3x-6<9-2x$

c) $6+3x>9+2x$

d) $9-2x<6-3x$



Em seguida, continuou a conversa com a turma.

— Respondam-me: dentre as expressões escritas na lousa, vocês saberiam dizer-me qual seria a mais adequada à situação?

Joãozinho foi o primeiro a responder:

— É a letra ‘a’.

Maria, igualmente animada, contestou:

— Não é não. É a letra ‘b’.

— Alguém tem outra sugestão? — Perguntou a professora.

Beto, com toda a sua timidez, complementou:

— É a letra c.

Maria, ainda mais agitada, prosseguiu:

— Se for a resposta ‘a’, por que temos que somar o peso das esferas com os dos cilindros e não subtrair, como eu fiz?

— A figura mostra cilindros com pesos diferentes e esferas com pesos iguais, mas cujo valor não sabemos. Cada um dos pratos contem esferas e cilindros. O que devemos fazer antes de compararmos o peso dos dois pratos?

— ______________________________ – afirmou convictamente Pedrinho. P1

— Para saber o peso total de cada um dos pratos, o que devemos fazer?

— Oras, é simples, professora — surgiu uma voz lá do fundo da sala. — Se queremos saber o peso de cada um dos pratos basta somar o peso das esferas com o do cilindro e podemos fazer isto usando a adição.

— Ia dizer isso também — disse Juliana.

— Quero que todos façam o que a colega de vocês falou. — solicitou a professora X.

Concentrados na atividade e no que fora solicitado, os alunos começaram a escrever em seus cadernos. Depois de alguns minutos, a professora X indagou:

— Qual a expressão que vocês encontraram?

— O peso do prato da direita pode ser representado por ________ — disse Maria. P2

— O peso do prato da esquerda ________ — acrescentou Joãozinho. — Pode ser ______ também.

— Alguém discorda do que os colegas de vocês disseram?

Como nenhum dos demais alunos discordaram, a professora continuou.

— Podemos excluir alguma das quatro alternativas que estão na lousa por não serem adequadas ao desenho?

— As alternativas ‘__’ e ‘__’ — falaram ao mesmo tempo os alunos.

— Neste caso, sobram apenas as expressões __________ e __________. Como descobrir qual delas é a correta?

Joãozinho, um pouco apreensivo, responde:

— Eu não sei.

A professora, observando a reação dos demais alunos, prosseguiu.

— Joãozinho, basta analisar o operador de comparação. Ele sempre estará aberto para a expressão ou número de maior valor.

— Sendo, assim é a letra ‘c’ — sugeriu André.

— Não. É a letra ‘a’ — retrucou Larissa.

— Por que?

— Porque o sinal, André, está virado para o número 9, que é maior que 6. Portanto, $2x + 9 > 6 + 3x$.

— Eu também acho que é a letra ‘a’, porque $2+9=11$ e $6+3=9$. Ou seja, $11>9$, então a letra ‘a’ é a correta. — Joãozinho, que ainda não se manifestara naquela pequena discussão, argumentou em favor de seu ponto de vista.

— Mas... — interferiu Rebeca — Se fosse assim, __________ ____________________ e a figura não está mostrando isso. P3

4 *Dois pesos e uma roldana*

— Agora fiquei confuso! — falou baixinho, com a testa levemente franzida e com ar de interrogação, um garoto que estava sentado ao lado de Rebeca.

— Além disso, — afirmou André, sempre com aquela expressão calma e confiante — não é possível saber ainda o peso de cada prato, pois ______ ______. Ou seja, não sabemos, por exemplo, se o peso delas está em gramas ou quilos. Se for em quilogramas, não é possível dizer que 2 mais 9 é 11, pois, afinal, seriam 11 quilos ou 11 gramas? P4

A professora, achando interessante o raciocínio de André, reafirmou o que o aluno acabara de falar.

— É verdade. Apenas sabemos qual prato é o mais pesado, mas não o peso exato de cada um. Assim, embora não possamos saber o número que representa o peso deles é possível atribuir uma expressão algébrica para cada um.

— Em cada um dos exemplos mostrados na lousa o sinal do maior está virado para o cilindro mais pesado, para as esferas mais pesadas ou para os pratos mais pesados? — O questionamento feito por Y foi crucial naquele momento.

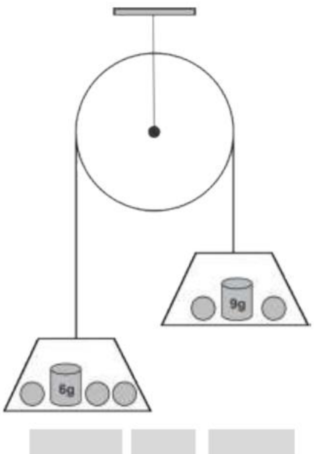
— Indica os pratos mais pesados. — responderam em coro alguns alunos.

— Neste caso, é preciso ficar atento para toda a expressão e não somente para o peso dos cilindros. Concordam? — A professora bebe um pouco de água e continua. — O cilindro da direita é mais pesado, pois tem 9 gramas e o da esquerda somente 6 gramas. Porém, não é o prato da direita o mais pesado, e sim o da esquerda.

— Já sei! É a letra 'c' a correta. — Falou, em euforia, Antônio — É a letra 'c' porque ______ ______. Se o prato da ______ é mais pesado e se o sinal fica virado para a expressão que representa o maior valor, então ______. P5

— É verdade. Não tinha pensado nisso. — concordou Joãozinho.

— Vamos ver se realmente a compreensão de Antônio sobre o problema está correta? — Indagou o professor Y dirigindo-se até a lousa. — De acordo com a afirmação dele, vocês acham que isto que está na lousa é verdadeiro?



— Está sim. E a letra ' ' é mesmo a correta. — confirmou André.

— Neste caso, o que comparamos são as expressões e indicamos qual é a maior?

— Isso mesmo. O exemplo da roldana mostra que nem sempre uma expressão vai ter como resultado um valor numérico. É um caso em que comparamos expressões. Agora, já é possível dizer qual dentre as respostas que estão na lousa é a correta?

Como se tivessem ensaiado, os alunos respondem em coro:

— É a letra ' '.

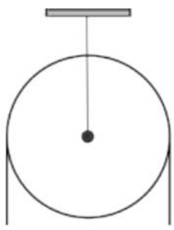
Percebendo que os demais alunos haviam entendido, o professor Y aguardou alguns instantes, observando a classe fazer anotações em seus cadernos. Em seguida, prosseguiu com a aula.

— Quanto ao peso de cada esfera, alguém saberia dizer qual é?

— Essa é fácil. Eu acho que cada esfera pesa 1 grama.

— Não é não, Joãozinho — contestou Antônio — Se fosse 1 grama o prato da direita seria o mais pesado.

— Não entendi — respondeu Joãozinho, com ares de quem não sabia a origem da afirmação que o colega acabara de fazer. Mas, antes mesmo de Antônio responder, André interferiu, correndo até a lousa.



P6

— Se fosse 1 grama, teríamos gramas no prato da esquerda, porque .
Já o prato da direita teria 9 gramas do cubo mais 2 gramas das esferas, totalizando 11 gramas.

— É verdade! — Confirmaram os demais alunos que observavam atentamente a explicação de André.

— Então deve ser 2 gramas — Afirmou, meio pensativa, Mariana.

— É nada. Uma esfera deve ser pesada, então cada uma delas deve pesar uns 5 kg.

— Eu acho que é 7 gramas...

Vários alunos começavam a sugerir valores para os pesos das esferas. Vendo que os alunos não refletiam sobre a situação, a professora X resolveu interferir.

6 Dois pesos e uma roldana

— Vocês estão “chutando” a resposta. Pode ser que algum de vocês tenha acertado. Mas como saber quem acertou?

— É simples. Basta fazer o que Antônio fez no quadro, ou seja, somar os pesos das esferas com os cubos e depois comparar.

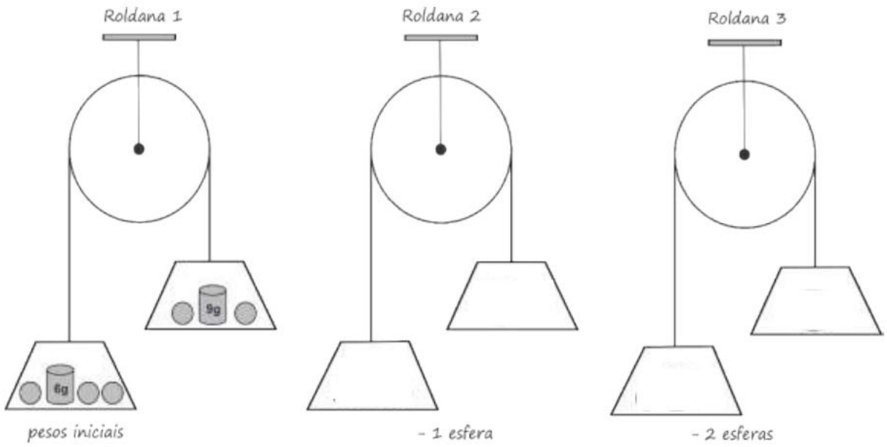
— É de fato uma maneira de resolver. Mas não daria muito trabalho ficar tentando adivinhar os resultados? E mais ainda, testar cada um deles?

Antes mesmo que o aluno pudesse retrucar, Maria ficou de pé, quase que de um pulo, com o braço levantado. Eufórica, chamava o nome da professora.

— Professora, professora, professora... Eu descobri outro jeito de saber o peso das esferas. Basta . P7

— Parece uma ótima ideia, Maria. Vamos ver se dar certo este modo de resolução do problema? Vamos desenvolver sua ideia, passo a passo.

Dizendo isto, a professora caminhou até a lousa e desenhou algumas roldanas.



— O peso dos pratos se alteram se retirar 1 esfera de cada um deles?

— Não altera professora, pois . — respondeu com toda a maior segurança possível o sempre participativo Joãozinho.

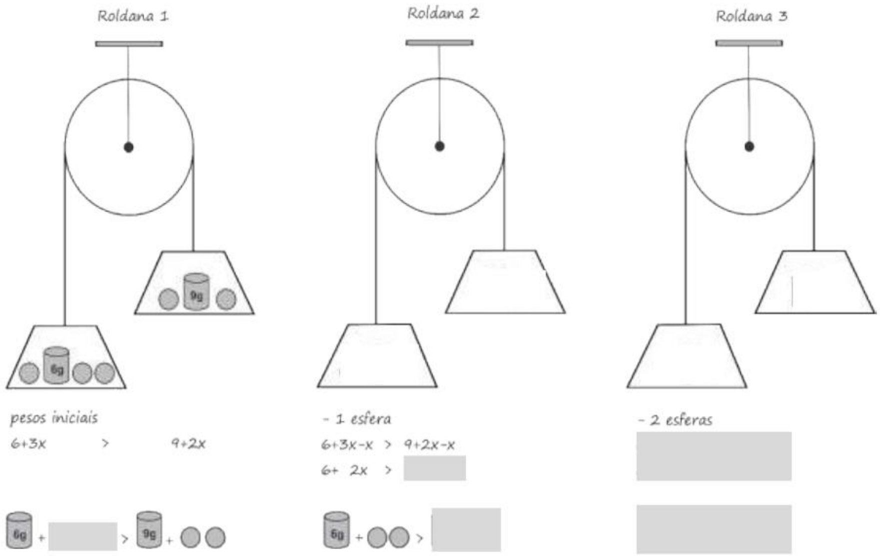
— Como podemos sintetizar estas transformações em linguagem matemática? Ou seja, como podemos escrever expressões que traduza a retirada das esferas de cada um dos pratos?

— Alguém aceitaria vir ao quadro mostrar isso?

— Eu vou, professor. Mas não sei como resolver. Se me ajudar eu vou!

Após o sinal afirmativo feito com a cabeça por Y e estendendo a mão oferecendo um pincel a Beto, o garoto se levantou e foi para a frente da sala.

Após alguns minutos conversando com a professora, e escrevendo na lousa, o garoto se virou para a turma e, totalmente confiante no que fizera, começou a explicar o conteúdo da lousa, que estava cheia de desenhos e expressões matemáticas.



P8

— Vejam só. Se formos retirando uma esfera de cada um dos pratos, sempre uma a uma, a relação entre os pesos dos pratos não se altera. Para cada um deles pode escrever-se uma expressão. No prato da esquerda da roldana 2 ficaram apenas 2 esferas, ou seja, 2x; e no da direita sobrou apenas uma esfera, ou seja, x. Assim, podemos escrever a expressão 6+2x>x+9. O mesmo raciocínio pode ser aplicado para a roldana 3. Entenderam?

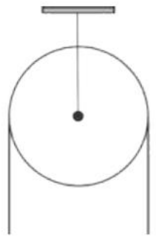
— Eu entendi. — afirmou Joãozinho. Os demais aluno, em tom afirmativo, também concordaram.

Após Beto sentar-se em sua cadeira, o professor continuou conversando com a turma.

— O valor de x, ou seja, o peso da esfera, alguém saberia dizer qual é?

— O que eu consegui descobrir é que a diferença entre os pesos dos cubos é 3 gramas. Portanto, o peso da esfera não pode ser 3 gramas, pois, senão, . — disse André.

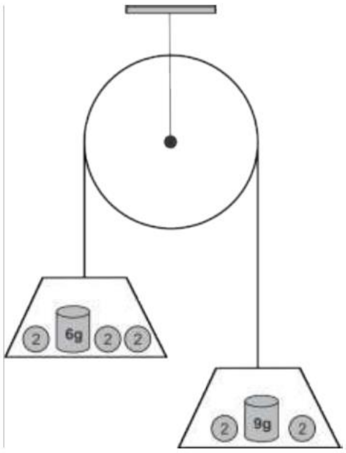
P9



8 *Dois pesos e uma roldana*

— Neste caso — prosseguiu o garoto — teríamos uma ________, ou seja, ________, uma relação de ________ e não de ________.

— Você tem razão, André— concordou Mariana — O peso da esfera tem que ser maior que 3, pois se for 2 gramas, por exemplo, o prato da direita vai ________.



— Puxa. Você está certa, Mariana. O peso da esfera deve ser ________ gramas. Neste caso, professor, posso dizer que o valor de x ________?

— O que vocês acham a respeito da conclusão que Maria chegou, turma? — Perguntou o professor Y, percebendo que a turma chegara a conclusão que ele e a professora queriam.

— Se a Mariana estiver certa, então não há um único valor para x? Não teremos um valor “fechado” para a incógnita? — perguntou Joãozinho.

— Sim, Joãozinho — confirmou o professor, finalizando a aula. — Em casos como estes há mais de um valor para a incógnita. Como se tratam de expressões que indicam valores diferentes, para que nossa inequação inicial $6+3x>2x+9$ continue verdadeira, o valor que x deve assumir deverá ________.

Apêndice 2: Cartão respostas

<table>
<tr><td colspan="3">Aluno:</td><td>Série:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Aluno:</td><td>Série:</td></tr>
<tr><td>Problema:</td><td>Página:</td><td>Linha:</td><td>Data:</td></tr>
<tr><td>Problema</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Resposta inicial</td><td colspan="2">Justificativa</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Segunda resposta</td><td colspan="2">Justificativa</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="4">Resposta final</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
</table>

Apêndice 3: Ficha avaliativa

Alunos:							
Problema	**Respostas**			**Discurso matemático**			**Observações**
	Resposta e justificativa inicial	**Segunda resposta e justificativa**	**Resposta final**	**Uso de palavras**	**Mediadores visuais**	**Narrativas endossadas**	
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							

UNIFESSPA PPGECM